



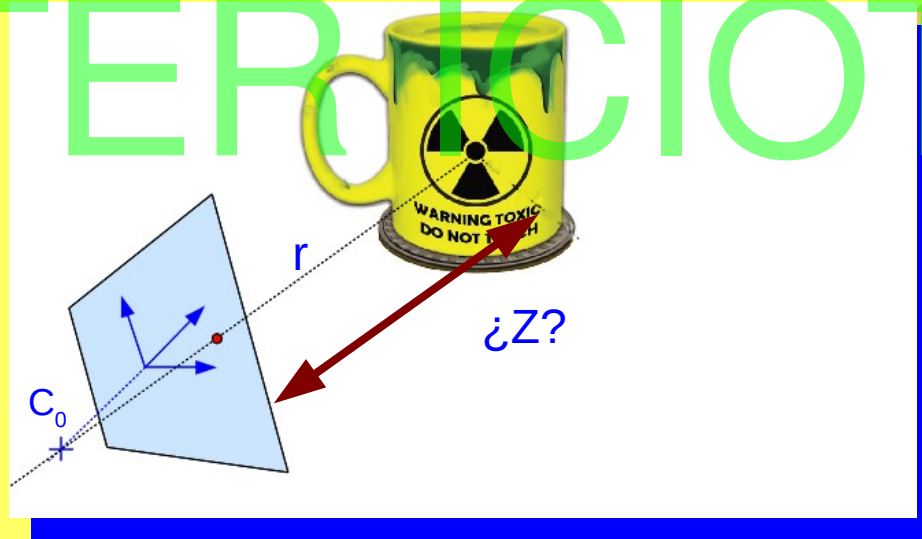
FSIV

MASTER ICOT UCO

Reconstrucción 3D
Sistemas activos

Reconstrucción 3D

- Problema: al proyectar un punto 3D, se perdió la profundidad.



$$x = P X$$

$$\vec{v} = P^+ x$$

$$r = C_0 + \lambda \vec{v}$$

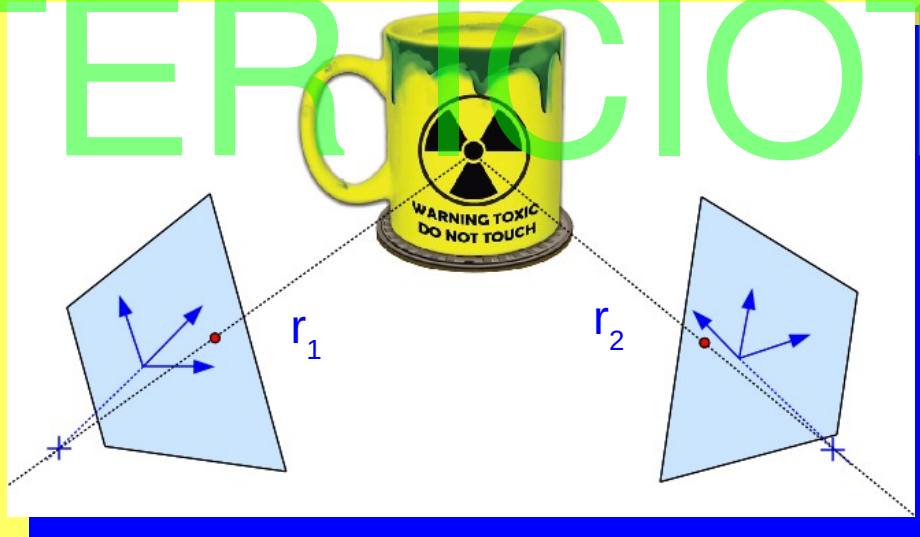
La matriz P^+ se denomina pseudo-inversa:

$$P^+ P = I$$

Con la calibración, sabiendo que x es dónde se proyectó un punto 3D X , solo puedo recuperar el rayo 3D r dónde estaría el punto.

Reconstrucción 3D

- Solución: Triangulación.



$$\begin{cases} r_1 = C_1 + \lambda \vec{v}_1 \\ r_2 = C_2 + \lambda \vec{v}_2 \end{cases}$$

Problema: ¿Cómo emparejo las proyecciones del mismo punto 3D en las dos imágenes?



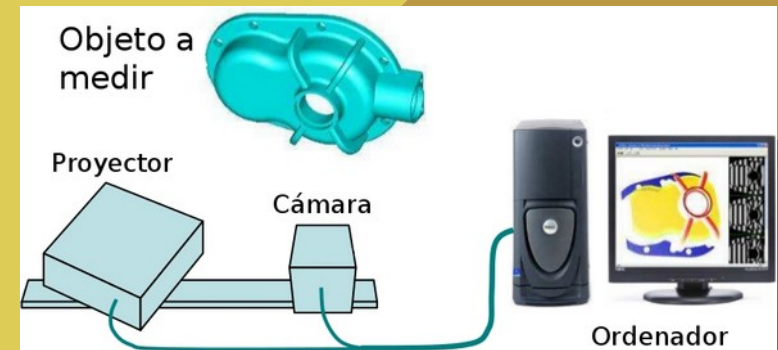
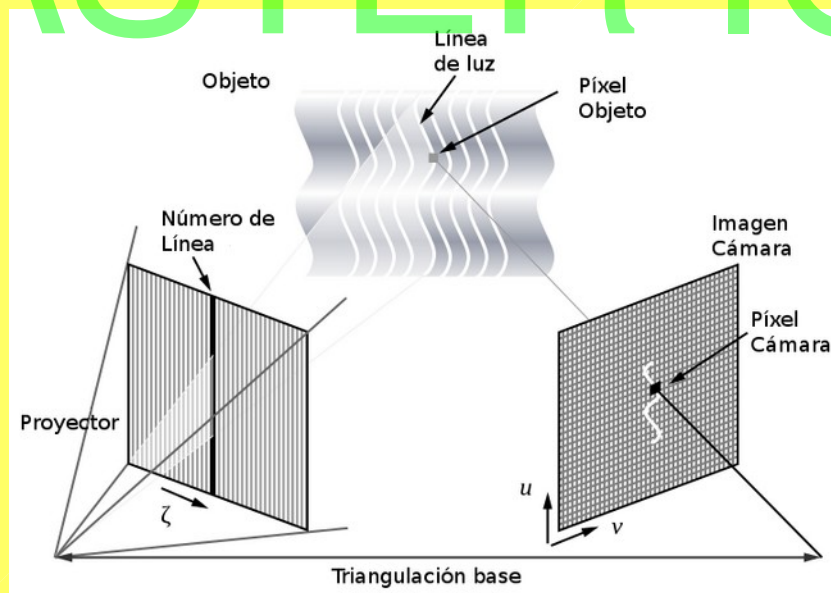
Visión 3D: otras formas

- Contenidos:
 - Luz estructurada.

MASTER ICOT UCO

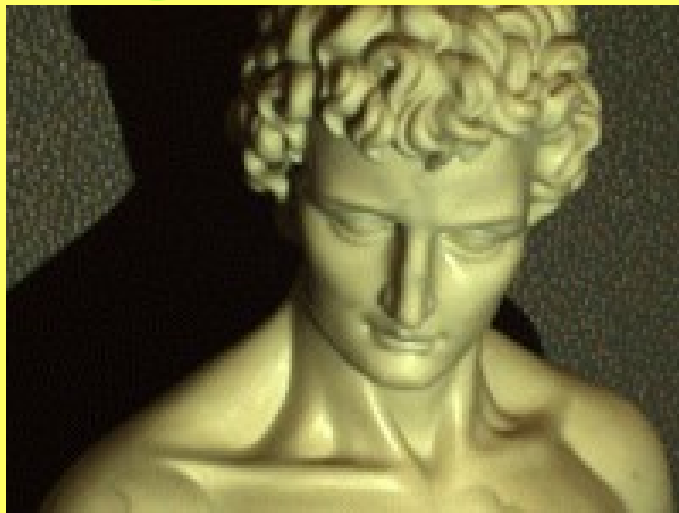
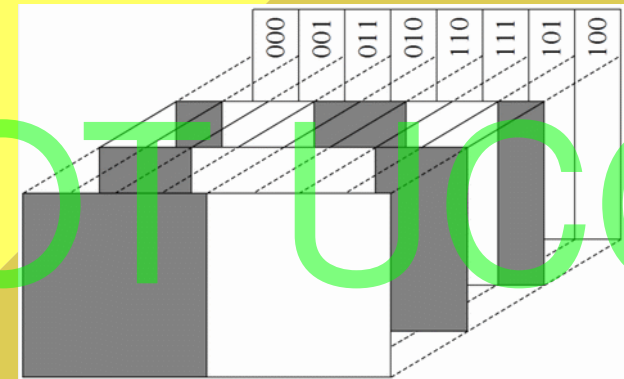
Luz estructurada

- Principio.
 - Para solucionar el problema de la correspondencia, proyectar un patrón conocido en la escena y que sea fácilmente reconocible en la imagen.



Luz estructurada

- Codificación de patrón: Código binario.
 - Ventajas:
 - Fácil de implementar.
 - Inconvenientes:
 - Necesita proyectar muchos patrones.
 - Menor resolución comparada con otros métodos.

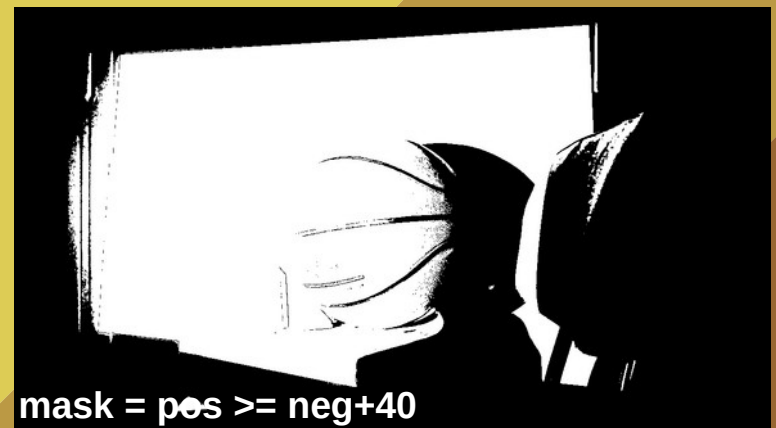
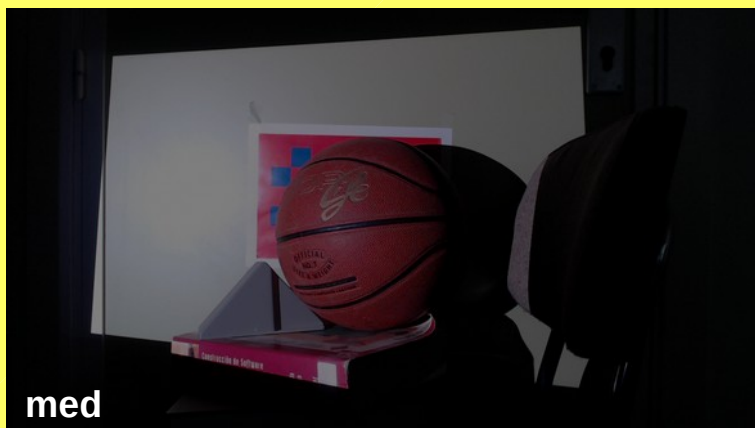


Sistema comercial:
<https://youtu.be/0P4zTtDLJv8>

Decimal	Gray	Binario
0	000	000
1	001	001
2	011	010
3	010	011
4	110	100
5	111	101
6	101	110
7	100	111

Luz estructura

- Decodificando el patrón binario.
 - Escena positiva, negativa y máscara.



Luz estructura

- Decodificando el patrón binario.
 - Segmentar patrón de bit.



Luz estructurada



- Codificación del patrón: Desplazamiento de fase.

- Ventajas:

- proyectar sólo tres patrones.
- Mayor resolución.

- Inconvenientes:

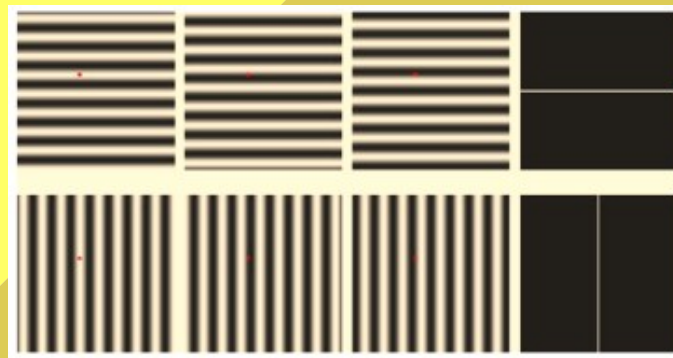
- Proceso de calibración más complicado.
- Propenso a errores en cambios bruscos de profundidad.

$$I_1 = I' + I'' \cos(\phi(x, y))$$

$$I_2 = I' + I'' \cos(\phi(x, y) - \alpha)$$

$$I_3 = I' + I'' \cos(\phi(x, y) + \alpha)$$

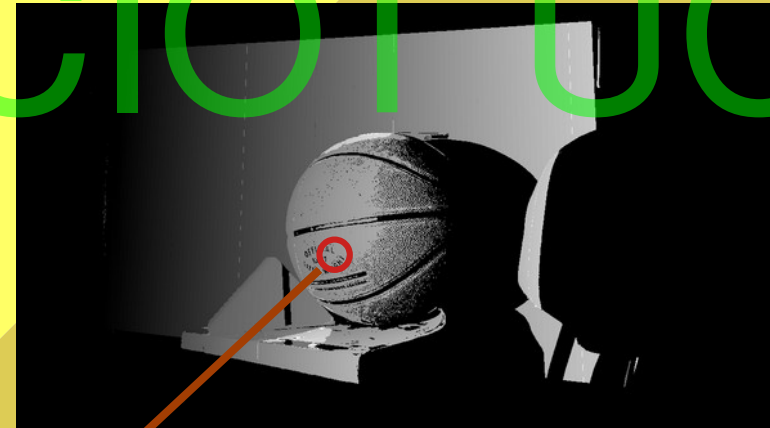
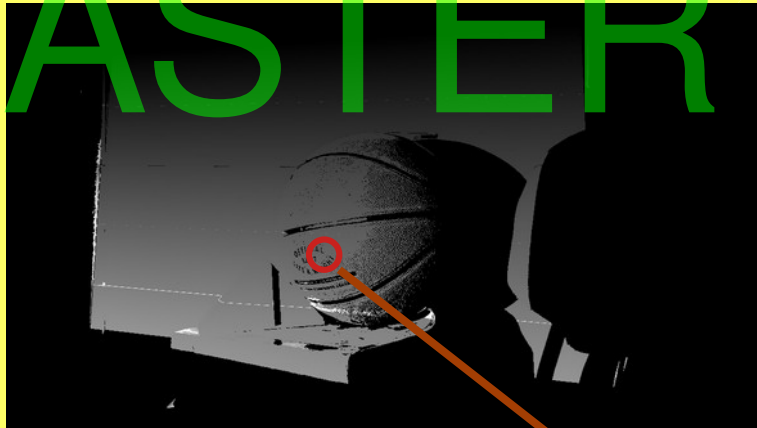
$$\phi(x, y) = \tan^{-1} \left(\sqrt{3} \frac{I_1 - I_3}{2I_2 - I_1 - I_3} \right)$$



Luz estructura

- X | Y codes.

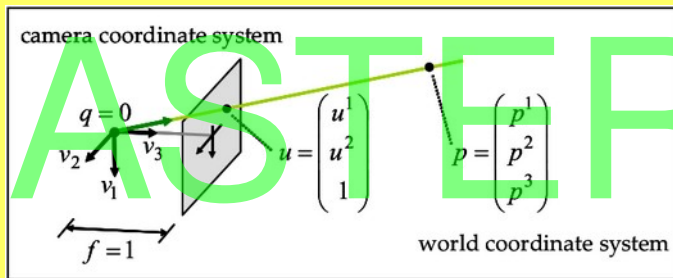
Imágenes enteras de 16 bits, escalas a 256 niveles de gris codificando la coordenadas [y, x] de puntos del proyector.



$$\hat{u} = \begin{pmatrix} \hat{u}_1 = x \\ \hat{u}_2 = y \end{pmatrix}$$

Luz estructurada

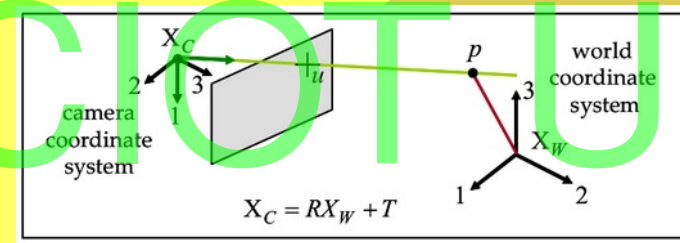
- Triangulación.
 - Modelo Pin-hole.



Modelo Pin-hole ideal

$$\lambda \begin{pmatrix} u^1 \\ u^2 \\ 1 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} p^1 \\ p^2 \\ p^3 \end{pmatrix}$$

$$\lambda u = p_{ccs}$$



WCS -> CCS

$$p_{ccs} = R p_{wcs} + T$$

$$\lambda u = R p_{wcs} + T$$

$$\lambda \hat{u} = K (R p_{wcs} + T)$$

$$\hat{u} = K^{-1} u$$

CCS -> WCS

$$\lambda \hat{u} = K (R p_{wcs} + T)$$

$$\lambda [K^{-1} u] = R p_{wcs} + T$$

$$\lambda [K^{-1} u] - T = R p_{wcs}$$

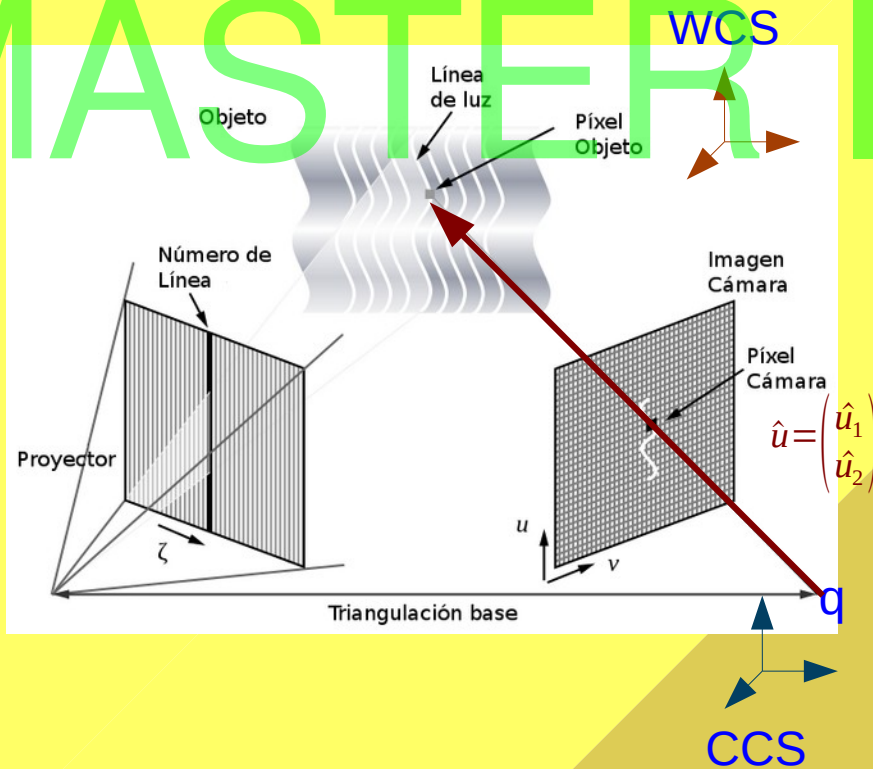
$$p_{wcs} = [-R^{-1} T] + \lambda [R^{-1} K^{-1} u]$$

como $R^{-1} = R^t$

$$p_{wcs} = [-R^t T] + \lambda [R^t K^{-1} u]$$

Luz estructurada

- Triangulación.
 - Ecuación del rayo que pasa por un punto \hat{u} de la imagen.



$$L_{\text{wcs}}: [p_{\text{wcs}} = (-R^t T) + \lambda (R^t K^{-1} \hat{u}) : \lambda \in \mathbb{R}]$$

R/T

$$\begin{aligned} p_{ccs} &= R p_{wcs} + T \\ p_{wcs} &= R^{-1} p_{ccs} - R^{-1} T \\ R^{-1} &= R^t \end{aligned}$$

$$L_{\text{ccs}}: [p_{\text{ccs}} = \lambda K^{-1} \hat{u} : \lambda \in R]$$

Luz estructurada

- Triangulación.
 - Ecuación del plano que pasa por una recta vertical \hat{u}_1 de la imagen.

Ecu. implícita recta vertical

$$L_v = [u : l^t u = u^1 - v = 0] \text{ con } l = (1, 0, -v)^t$$

Recuerda: $u = K^{-1} \hat{u}$ y $\lambda u = R p_{wcs} + T$

Ec. implícita plano: $P = [p : n^t (p - q) = 0]$

$$0 = \lambda l^t u$$

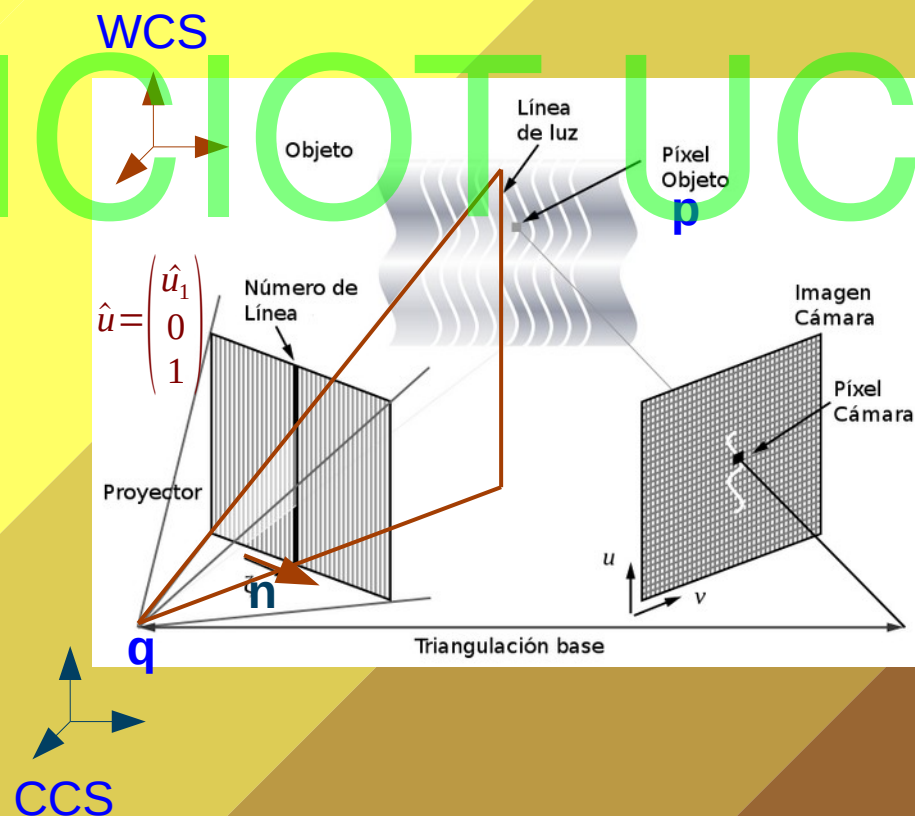
$$0 = l^t (R p_{wcs} + T)$$

$$0 = (R^t l)^t [p_{wcs} - (-R^t T)]$$

Vemos que:

$$n_{wcs} = R^t l$$

$$q_{wcs} = -R^t T$$



Luz estructurada

- Triangulación.
 - Ecuación del plano que pasa por una recta horizontal \hat{u}_2 de la imagen.

Ecu. implícita recta horizontal

$$L_h = [u : l^t u = u^2 - v = 0] \text{ con } l = (0, 1, -v)^t$$

Recuerda: $u = K^{-1} \hat{u}$ y $\lambda u = R p_{wcs} + T$

Ec. implícita plano: $P = [p : n^t (p - q) = 0]$

$$0 = \lambda l^t u$$

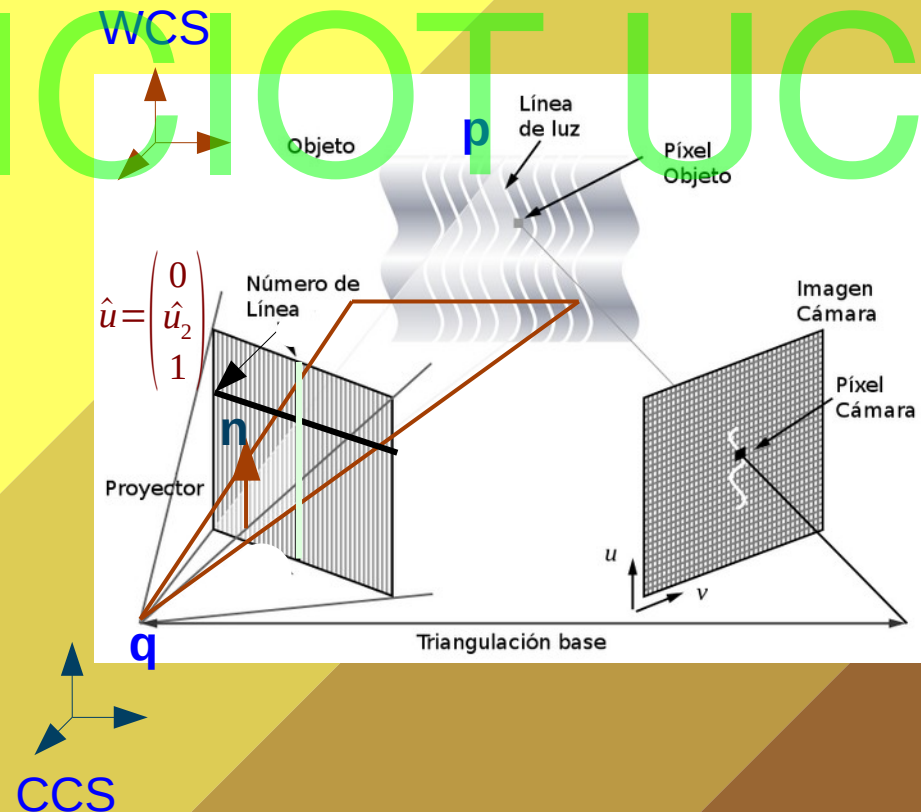
$$0 = l^t (R p_{wcs} + T)$$

$$0 = (R^t l)^t [p_{wcs} - (-R^t T)]$$

Vemos que:

$$n_{wcs} = R^t l$$

$$q_{wcs} = -R^t T$$



Luz estructurada

- Triangulación.
 - Intersección recta-plano.

$$\begin{aligned} n^t(p - q_p) &= 0 \\ n^t([q_l + \lambda v] - q_p) &= 0 \\ n^t(\lambda v - (q_p - q_l)) &= 0 \end{aligned}$$

$$\lambda = \frac{n^t(q_p - q_l)}{n^t v}$$

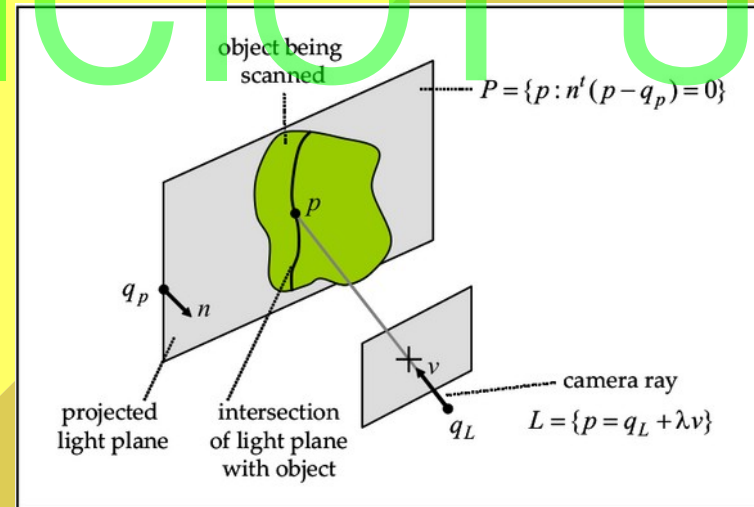
con:

$$q_p = -R_p^t T_p$$

$$q_l = -R_l^t T_l$$

$$n = R_p^t l$$

$$v = R_l^t K_l^{-1} \hat{u}_l$$



Luz estructurada

- Triangulación.
 - Intersección recta-recta.



$$L_1 = \{p = q_1 + \lambda_1 v_1 : \lambda_1 \in \mathbb{R}\}$$

$$L_2 = \{p = q_2 + \lambda_2 v_2 : \lambda_2 \in \mathbb{R}\}$$

$$q_1 + \lambda_1 v_1 = q_2 + \lambda_2 v_2$$

$$\phi(p, \lambda_1, \lambda_2) = \|q_1 + \lambda_1 v_1 - p\|^2 + \|q_2 + \lambda_2 v_2 - p\|^2$$

$$\psi(\lambda_1, \lambda_2) = 2\phi(p_{12}, \lambda_1, \lambda_2) = \|q_2 + \lambda_2 v_2 - q_1 + \lambda_1 v_1\|^2$$

$$p_{12} = p_1 + \frac{1}{2}(p_2 - p_1) = p_2 + \frac{1}{2}(p_1 - p_2)$$

$$\frac{\partial \psi}{\partial \lambda_1} = v_1^t (\lambda_1 v_1 - \lambda_2 v_2 + q_1 - q_2) = \lambda_1 \|v_1\|^2 - \lambda_2 v_1^t v_2 + v_1^t (q_1 - q_2) = 0$$

$$\frac{\partial \psi}{\partial \lambda_2} = v_2^t (\lambda_2 v_2 - \lambda_1 v_1 + q_2 - q_1) = \lambda_2 \|v_2\|^2 - \lambda_1 v_2^t v_1 + v_2^t (q_2 - q_1) = 0$$

con:

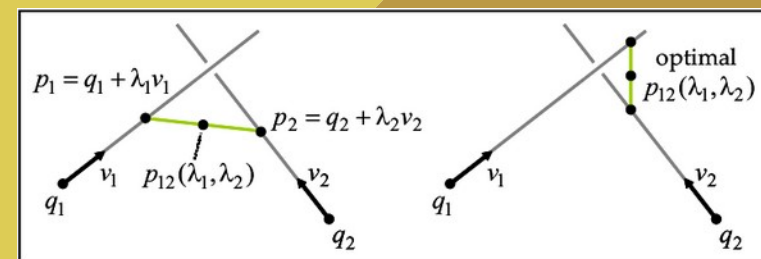
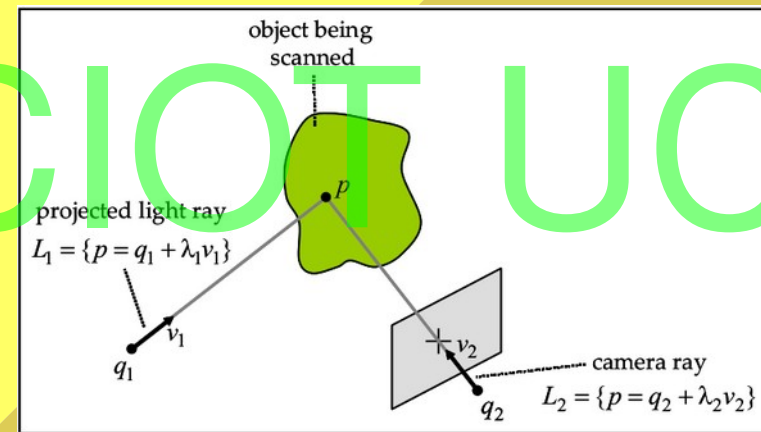
$$\begin{pmatrix} \lambda_1 \\ \lambda_2 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \|v_1\|^2 & -v_1^t v_2 \\ -v_2^t v_1 & \|v_2\|^2 \end{pmatrix}^{-1} \begin{pmatrix} v_1^t (q_2 - q_1) \\ v_2^t (q_1 - q_2) \end{pmatrix}$$

$$q_1 = -R_p^t T_p$$

$$q_2 = -R_l^t T_l$$

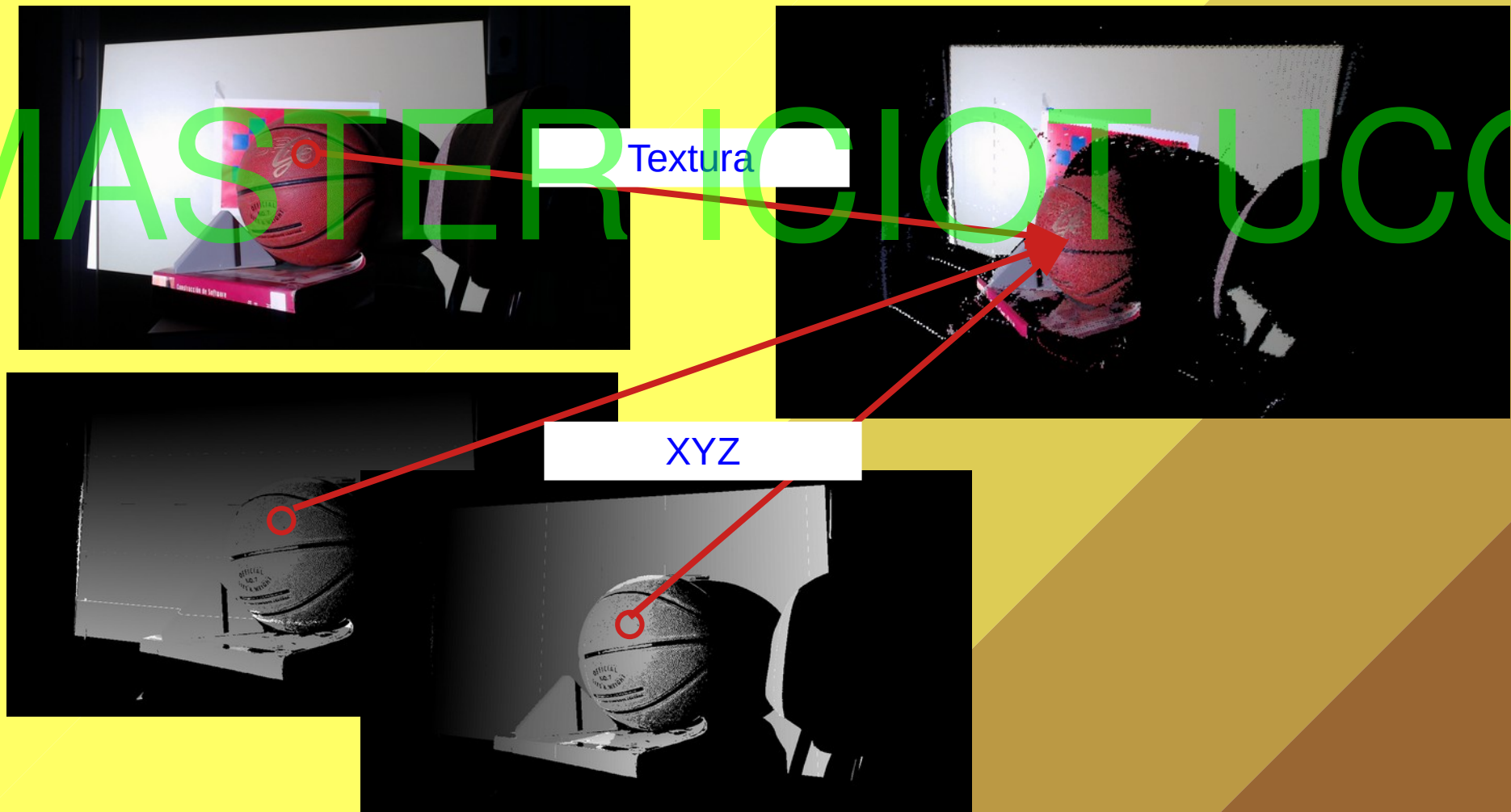
$$v_1 = R_p^t K_p^{-1} \hat{u}_p$$

$$v_2 = R_l^t K_l^{-1} \hat{u}_l$$



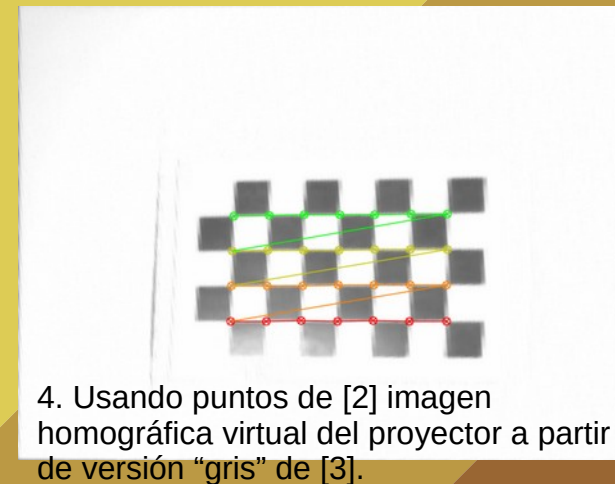
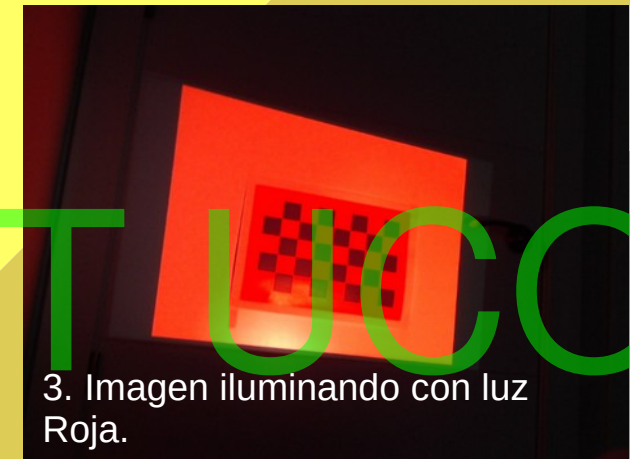
Luz estructurada

- Aplicando textura a los puntos XYZ.



Luz estructurada

- Calibración del proyector como cámara inversa.





Referencias

- Richard Szeliski, “*Computer Vision: Algorithms and Applications*”, Springer, 2011.
- Adrian Kaehler and Gary Bradski, “*Learning OpenCV 3*”, O’Reilly, 2017.
- Huan, P. and Zhang, S. “Fast three-step phase-shifting algorithm”, *APPLIED OPTICS*, Vol. 45, No. 21, 20 July 2006.
- Lanman, Douglas & Taubin, Gabriel. (2009). Build your own 3D scanner: 3D photography for beginners. *ACM SIGGRAPH 2009 Courses*, SIGGRAPH '09. 8. 10.1145/1667239.1667247.