

# Actividad VI

Jose Pablo Montaño

12 de Abril 2018

## 1 Introduccion

En esta ocacion se realizo un trabajo en el cual se modelo el comportamiento de dos resortes con masas colgados de forma veritcal uno atado del otro. Para esto se utilizaron las ecuaciones diferenciales que se presentaron en el documento de Fay y Graham.

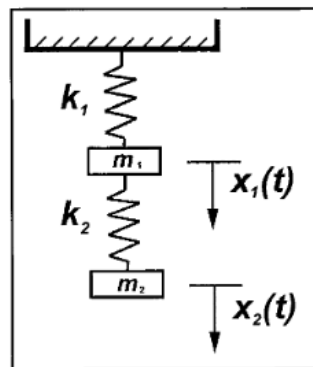
### 1.1 Seccion 1 de Fay y Graham

Los requerimientos para iniciar con las ecuaciones diferenciales esta cambiando de saber resolver una variedad de ecuaciones con diferentes tecnicas a enfatizar el uso de sistemas que resulevan estas ecuaciones. Para ser espesificos existe un gran enfoque en la resolucion de sistemas no lineales con algoritmos numericos.

En este articulo se trata de modelar y reolver una cituacion referente a la ley de Hooke con resortes con dos grados de libertad modelados con ecuaciones no lineales. Los resortes se encuentran acoplados uno a otro con un peso atado a cada uno respectivamente. El movimineot de esas masas se puede modelar con una ecuacion de cuarto orden. En este trabajo se puede apreciar que moviminetos interesantes surgen de la no linealidad.

### 1.2 Seccion 1 de Fay y Graham

El sistema a modelar consiste en un resorte con una masa que a su vez esta unido a otro resorte con una masa, ambos colocados de forma vertical, como se muestra en la imagen.



Asumimos que  $k_1$  y  $k_2$  son las constantes del resorte y que  $l_1$  y  $l_2$  son las elongaciones de este, lo cual cumple con la ley de Hooke. Haciendo la consideración de que el primer sistema de resorte masa no solo siente su peso sino también el del resorte dos y que el resorte dos solo siente su propio peso, podemos llegar a la siguiente ecuación.

$$m_1 \ddot{x}_1 = -k_1 x_1 - k_2 (x_1 - x_2)$$

$$m_2 \ddot{x}_2 = -k_2 (x_2 - x_1)$$

Esto lo podemos colocar en Jupyter Lab de la siguiente forma.

```

def vectorfield(w, t, p):
    """
    Defines the differential equations for the coupled spring-mass system.

    Arguments:
        w : vector of the state variables:
            w = [x1,y1,x2,y2]
        t : time
        p : vector of the parameters:
            p = [m1,m2,k1,k2,L1,L2,b1,b2]
    """
    x1, y1, x2, y2 = w
    m1, m2, k1, k2, L1, L2, b1, b2 = p

    # Create f = (x1',y1',x2',y2'):
    f = [y1,
        (-b1 * y1 - k1 * (x1) + k2 * (x2 - x1)) / m1,
        y2,
        (-b2 * y2 - k2 * (x2 - x1)) / m2]
    return f

```

Utilizamos odient para resolver la ecuacion diferencial de la siguiente forma

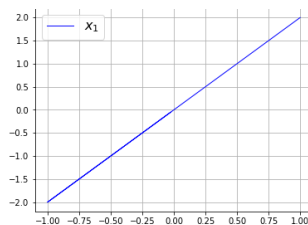
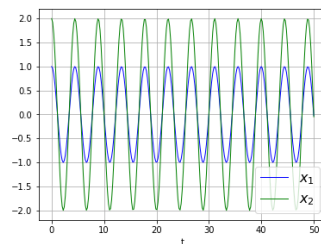
```

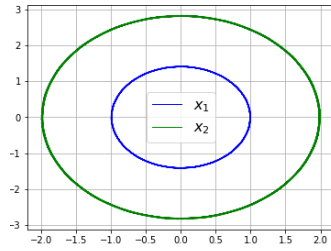
from scipy.integrate import odeint
import numpy as np
import math

```

Despues utilizamos las especificaciones dadas para cada ejemplo.

Example 2.1. Describe the motion for spring constants  $K_1=6$  and  $K_2=4$  with initial conditions  $(x_1(0), y_1(0), x_2(0), y_2(0)) = (1, 0, 2, 0)$

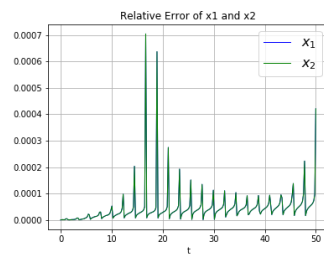




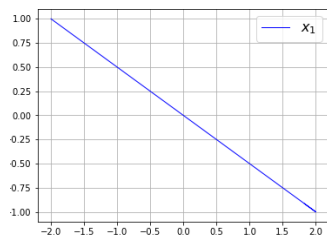
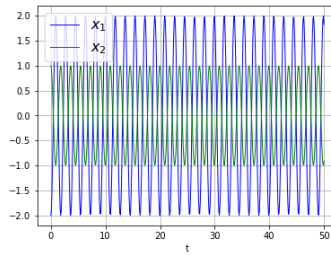
Soluciones particulares usadas para calcular el error

$$X_1(t) = \cos((2t)**1/2)$$

$$X_2(t) = 2\cos((2t)**1/2)$$



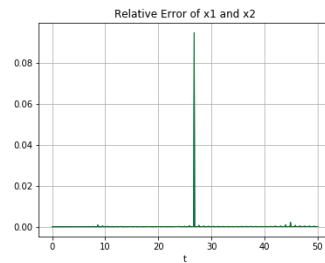
Example 2.2. Describe the motion for spring constants  $K_1=6$  and  $K_2=4$  with initial conditions  $(x_1(0), y_1(0), x_2(0), y_2(0)) = (-2, 0, 1, 0)$



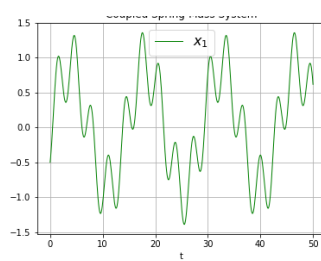
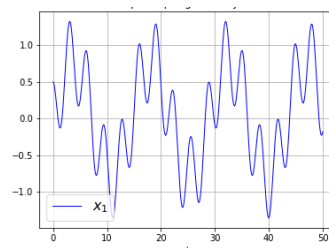
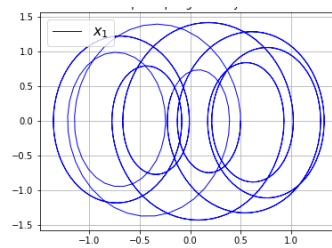
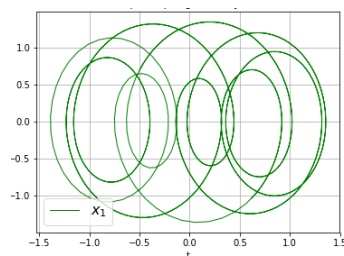
Soluciones particulares usadas para calcular el error

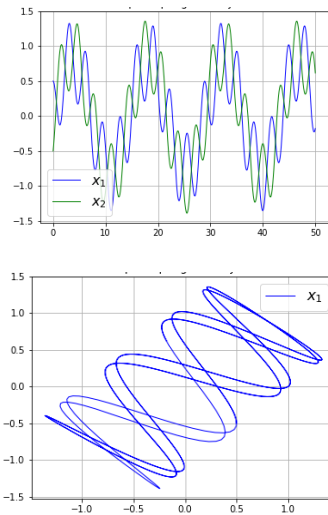
$$X(t) = -2\cos^2(3t^{1/2})$$

$$X_2(t) = \cos^2(3t^{1/2})$$



Example 2.3. Describe the motion for spring constants  $K_1 = .4$  and  $K_2 = 1.808$  with initial conditions  $(x_1(0), y_1(0), x_2(0), y_2(0)) = (1/2, 0, -1/2, 7/10)$





En este modelo tambien se puede incorporar un cierto amortiguamiento en el movimiento de los resortes lo cual se modela haciendo una pequeña modificacion a la ecuacion diferencial que modela el movimiento de estos como se muestra a continuacion.

$$\begin{aligned} m_1 \ddot{x}_1 &= -\delta_1 \dot{x}_1 - k_1 x_1 - k_2 (x_1 - x_2) \\ m_2 \ddot{x}_2 &= -\delta_2 \dot{x}_2 - k_2 (x_2 - x_1) \end{aligned}$$

El codigo donde se definio el vector de ecuaciones que describe este movimiento se planteo como sigue.

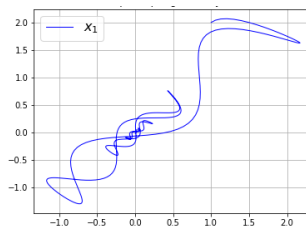
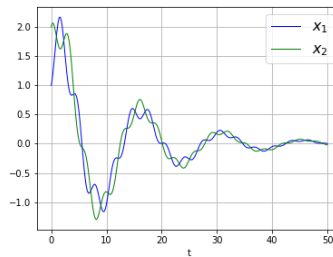
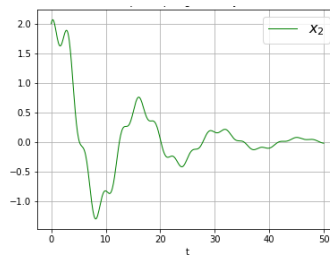
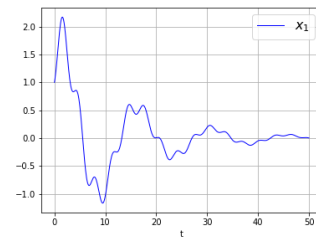
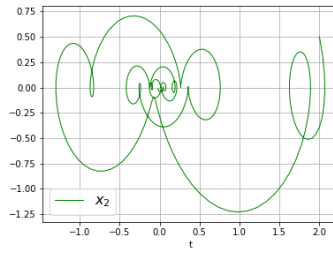
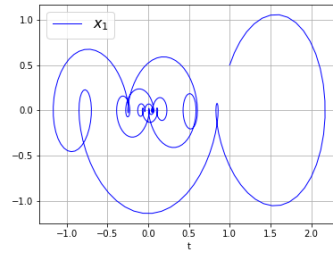
```
def vectorfield(w, t, p):
    """
    Defines the differential equations for the coupled spring-mass system.

    Arguments:
        w : vector of the state variables:
            w = [x1,y1,x2,y2]
        t : time
        p : vector of the parameters:
            p = [m1,m2,k1,k2,L1,L2,b1,b2]
    """
    x1, y1, x2, y2 = w
    m1, m2, k1, k2, L1, L2, b1, b2 = p

    # Create f = (x1',y1',x2',y2'):
    f = [y1,
        (-b1 * y1 - k1 * (x1) - k2 * (x1 - x2)),
        y2,
        (-b2 * y2 - k2 * (x2 - x1))]
    return f
```

Example 2.4. Describe the motion for spring constants  $K_1=.4$  and  $K_2=1.808$  with initial conditions  $(x_1(0),y_1(0),x_2(0),y_2(0))=(1/2,0,-1/2,7/10)$

¿En general te pareció interesante esta actividad de modelación matemática? ¿Qué te gustó mas? ¿Qué no te gustó?



Fue interesante como se puede procesar la informacion rapidamente con el uso de herramientas computacionales y como estas ya estan listas y realmente no requieren mucha programacion. Me gusto que hubiese un ejemplo muy parecido inicial y no me gusto que no hubiera un ejemplo para obtener el error.

La cantidad de material te pareció ¿bien?, ¿suficiente?, ¿demasiado

Aunque considero que hubo ahora un poco más de material de apoyo sigo pensando que es necesario un par de clases de introducción.

¿Cuál es tu primera impresión de Jupyter Lab?  
Es como Jupyter notebook pero con otra interface

Respecto al uso de funciones de SciPy, ¿ya habías visto integración numérica en tus cursos anteriores?  
¿Cuál es tu experiencia  
Ya habia visto integracion numerica en otros cursos, sin embargo fue más facil con SciPy.

El tema de sistema de masas acopladas con resortes, ¿ya lo habías resuelto en tu curso de Mecánica 2?

No que yo recuerde.

| ¿Qué le quitarías o agregarías a esta actividad para hacerla más interesante y divertida?

Le agregaria una clase de introduccion.