

Modelos no paramétricos y de regresión

Tarea 1

Fecha de entrega: 7 de marzo

Ejercicios teóricos

1. (1 punto) Para la prueba de rachas:

(a) Mostrar que la esperanza de R_1 está dada por:

$$\mathbb{E}(R_1) = \frac{(n_2 + 1)n_1}{n_1 + n_2}.$$

(b) A partir de este resultado deriva la esperanza de R .

2. (1 punto) Para la prueba de suma de rangos de Wilcoxon se define el estadístico W como

$$W = \sum_{i=1}^N iZ_i,$$

donde $Z_i = 1$ si la i -ésima variable es x_l para alguna l . Demuestra lo siguiente

(a) $\mathbb{E}(Z_i) = \frac{m}{N}.$

(b) $\text{Var}(Z_i) = \frac{mn}{N^2}.$

(c) $\text{Cov}(Z_i, Z_j) = \frac{-mn}{N^2(N-1)}.$

Con estos resultados encuentra la esperanza y la varianza de W .

3. (1 punto) Para la prueba de Kruskal-Wallis prueba que el estadístico H se puede escribir como:

$$H = \frac{12}{N(N+1)} \sum_{i=1}^k \frac{R_i^2}{n_i} - 3(N+1),$$

donde $N = n_1 + \dots + n_k$.

4. (1 punto) Para la prueba de Friedman prueba que el estadístico S se puede reescribir como:

$$S = \sum_{j=1}^k R_j^2 - \frac{n^2 k(k+1)^2}{4}.$$

Ejercicios prácticos

5. (1 punto) Considera los 30 lapsos en minutos entre las erupciones del géiser Old Faithful del Parque Nacional de Yellowstone (Tabla 1). Con base en tu experiencia y conocimientos, ¿crees que estos datos sean aleatorios?

Tabla 1: Tiempo entre erupciones del geyser Old Faithful.

68	63	66	63	61	44	60	62	71	62	62	55	62	67	73
72	55	67	68	65	60	61	71	60	68	67	72	69	65	66

6. (1 punto) De 20 actuarios graduados de la Facultad de Ciencias se tiene que 18 de ellos pasaron los exámenes de la SOA. ¿Esto prueba que la probabilidad de que un actuario graduado de la Facultad de Ciencias pase los exámenes de la SOA sea mayor al promedio de la Ciudad de México, que es del 70%?
7. (1 punto) El consejo técnico de la Facultad de Ciencias, realizó un estudio sobre la ansiedad en los estudiantes al inicio y al final del semestre. ¿Qué puedes concluir de los niveles de ansiedad con los datos de la Tabla 2, donde valores más altos indican mayor ansiedad?

Tabla 2: Ansiedad de los estudiantes.

Alumno	Inicio	Final	Alumno	Inicio	Final
Ehecatl	20	20	Carlo	34	19
Fedra	21	18	Marcos	28	13
Yael	23	10	Elías	20	21
Oswaldo	26	16	Geraldine	29	12
Kenzil	32	35	Daniela	22	23
Xquenda	27	20	Alan	30	14
Ximena	38	20	Andrea	25	17

8. (1 punto) En un estudio sobre brucelosis, se midió el marcador CD4 de la sangre en un grupo de control y en un grupo de enfermos de brucelosis obteniendo los resultados que se pueden encontrar en la Tabla 3. ¿Hay alguna diferencia en estas dos poblaciones?

Tabla 3: Marcador CD4.

Control	59	66	45	62	51	50	49	58	53	42	50	47	51	62	48
Enfermos	72	70	69	82	68	59	76	61	59	73	49	77			

9. (1 punto) En un concurso de comida, a 3 chefs se les evaluó por la preparación de un salmón a la naranja con arroz salvaje. Dentro de la calificación se consideró el aroma, el sabor y la textura del platillo por críticos internacionales. Los resultados del concurso se pueden apreciar en la Tabla 4. ¿Encuentras alguna diferencia entre las calificaciones recibidas?

Tabla 4: Calificaciones del concurso de comida.

Chef Jorge	Chef Paulina	Chef Manuel
4.05	4.35	2.24
4.96	3.88	3.93
3.45	3.02	3.37
3.57	4.56	3.21
4.23	4.37	2.35
4.18	3.31	2.59

10. (1 punto) Un grupo farmacéutico está intentando conocer si hay diferencia en 4 medicinas utilizadas para reducir el dolor de personas que sufren migrañas. Para este estudio le dio a 7 pacientes la medicina por un mes y midió en una escala del 1 al 10 (siendo 10 el dolor más severo) el dolor sufrido por las migrañas en ese mes. Los resultados se pueden apreciar en la Tabla 5. ¿Qué le dirías a este experto?

Tabla 5: Medición del dolor de migraña.

Medicina/Paciente	1	2	3	4	5	6	7
A	7	10	7	9	8	8	8
B	7	6	5	8	7	5	7
C	3	7	3	5	4	6	3
D	4	3	2	1	0	1	0