Series de tiempo

Tarea 4

Fecha de entrega: 25 de noviembre

1. Sea S_t una caminata aleatoria definida como

$$S_t = X_1 + \ldots + X_t,$$

donde $S_0 = 0$ y X_t es un colección de variables aleatorias independientes e idénticamente distribuidas tal que $\mathbb{E}(X_t) = 0$ para toda t y además $\mathbb{E}(X_t^2) = \sigma^2 < \infty$. Encuentra la función de autocovarianza. ¿Es un proceso débilmente estacionario?

2. Describe qué implica que un proceso ARMA sea causal e invertible y determina si los siguientes procesos ARMA lo son.

   (a) $X_t + 0.2X_{t-1} - 0.48X_{t-2} = Z_t$.

   (b) $X_t + 1.9X_{t-1} + 0.88X_{t-2} = Z_t + 0.2Z_{t-1} + 0.7Z_{t-2}$.

   (c) $X_t + 0.6X_{t-1} = Z_t + 1.2Z_{t-1}$.

   (d) $X_t + 1.8X_{t-1} + 0.81X_{t-2} = Z_t$.

   (e) $X_t + 1.6X_{t-1} = Z_t - 0.4Z_{t-1} + 0.04Z_{t-2}$.

3. Considera los siguientes procesos MA(1)

   (a) $X_t = Z_t + \theta Z_{t-1}$ con $Z_t \sim RB(0, \sigma^2)$.

   (b) $Y_t = Wt + \theta^{-1}W_{t-1}$ con $W_t \sim RB(0, \sigma^2\theta^2)$.

   Donde para ambos procesos se tiene que $0 <\mid \theta \mid< 1$. Calcula la función de autocovarianza para X_t y Y_t. ¿Qué puedes concluir de estos resultados?

4. Considera la base de datos *tempNottingham* que contiene las temperaturas promedio mensuales de la ciudad de Nottingham de 1920 a 1939.

   (a) Grafica el periodograma de la serie y calcula su periodo s.

(b) Considera el proceso $Y_t = (1 - B^s)X_t$ y grafica el ACF y el PACF. ¿Qué modelos ARMA consideras que pudieran ser adecuados para Y_t?

(c) Ajusta un modelo SARIMA $(1, 0, 1) \times (1, 1, 1)_s$ a los datos originales y realiza el análisis de residuales. ¿Qué puedes decir del ajuste?

(d) Realiza la predicción para los siguientes 12 meses. ¿Qué puedes decir de las predicciones?

5. Considera la base de datos *co2MaunaLoa* que contiene las concentraciones atmosféricas mensuales de CO2 del volcán Mauna Loa en el periodo de 1959 a 1997.

   (a) Grafica el periodograma de la serie y calcula su periodo, s. ¿Tiene sentido el valor obtenido para esta serie? Si no lo tiene, considera el segundo valor más grande del periodograma y obtén a s.

   (b) Considera ahora el proceso $Y_t = (1-B)(1-B^s)X_t$ y grafica el ACF y el PACF. ¿Qué modelos ARMA consideras que pudieran ser adecuados para Y_t?

   (c) Ajusta un modelo SARIMA $(1, 1, 1) \times (1, 1, 1)_s$ a los datos originales y realiza el análisis de residuales. ¿Qué puedes decir del ajuste?

   (d) Realiza la predicción para los siguientes 20 meses. ¿Qué puedes decir de las predicciones?

Actividades de DataCamp

1. *ARIMA Models in R*

2. *Forecasting in R*