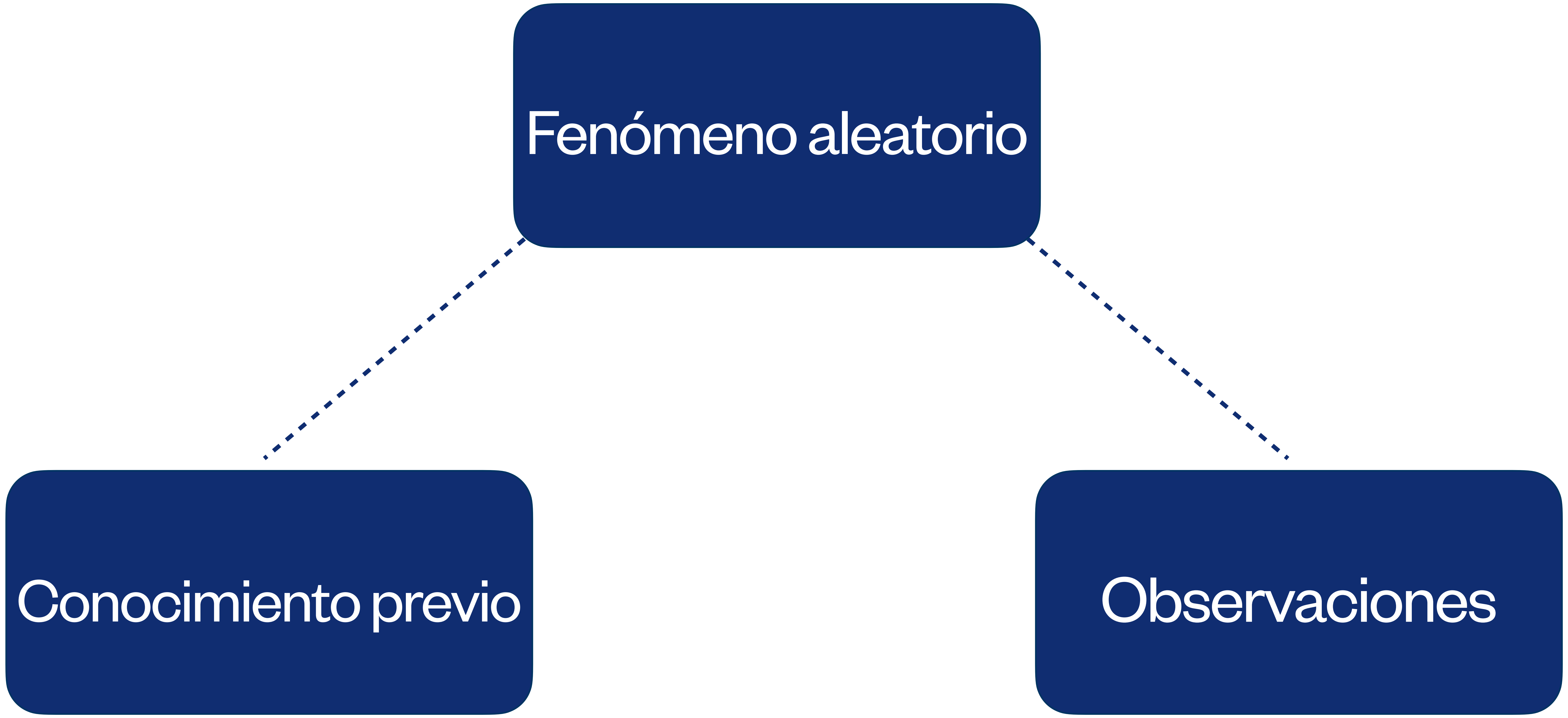
Introducción

José A. Perusquía Cortés

Estadística Bayesiana, Semestre 2026-I

Estadística

- La estadística se puede definir como el estudio de fenómenos aleatorios



- Si se cuenta con toda la información bastará con un análisis exploratorio de lo contrario se necesitará un proceso de inferencia

Proceso de inferencia

- La única forma científica de hacer inferencia con base en una muestra es a partir de la probabilidad

$$x \longrightarrow X \longrightarrow \mathbb{P}(X = x)$$

- Inferencia paramétrica: Se asume que $\mathbb{P}(X = x) = p(x \mid \theta)$, donde θ es desconocido

- Inferencia no paramétrica: La forma funcional es desconocida

Enfoque clásico

- Se asume que θ es una constante fija que se aproxima a partir de un estimador $T(\mathbf{X})$ que se elige a partir de propiedades como:

  - Insesgado
  - Consistente
  - Eficiente
  - UMVUE
  - Etc.

- ¡Los datos se consideran aleatorios a pesar de haber sido observados!

Ejemplo 1

- Sea $x_1, \ldots, x_n$ una m.a. de distribución $Ber(\theta)$. ¿Cuál es el UMVUE para θ^2?

- El UMVUE es

$$\frac{\sum_i X_i \left(\sum_i X_i - 1 \right)}{n(n-1)}$$

- ¿Qué sucede si se observa $x_1 = 1, x_2 = 0, \ldots, x_n = 0$?

El estimador es igual a cero. ¡No es posible!

Ejemplo 2

- Suponer que se lanza una moneda 10 veces con 5 águilas

- Suponer que se lanza una tachuela 20 veces y se observa que cae de cabeza 10 veces

- ¿Cuál es el estimador máximo verosímil para la probabilidad de caer águila? Y ¿cuál sería el estimador máximo verosímil para la probabilidad de que la tachuela caiga de cabeza?

- Los estimadores máximo verosímiles son los mismos. ¿Esto es lógico?

No se toman en cuenta los conocimientos previos del experimento

Reflexión filosófica

- La inferencia clásica responde la pregunta

¿Qué valor de θ hace más plausibles los datos?

- Deberíamos de preguntarnos

¿Qué valor de θ es más probable dados los datos?

¿Habrá alguna forma más coherente y libre de contradicciones de hacer estadística?

Sí, con el enfoque bayesiano

Teorema de Bayes

Dado un espacio de probabilidad $(\Omega, \mathscr{F}, \mathbb{P})$, $\{E_i\}$ una partición finita o numerable de Ω y $A \in \mathscr{F}$ tal que $\mathbb{P}(A) > 0$. Entonces,

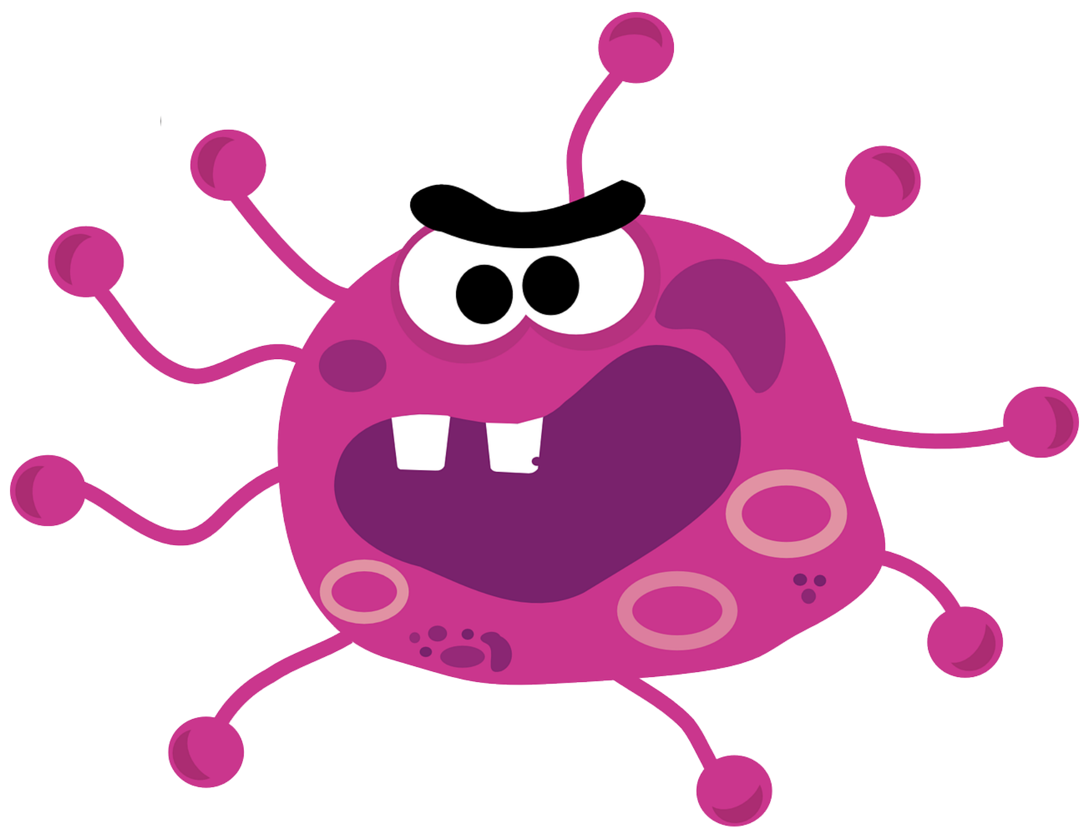
$$\mathbb{P}(E_i \mid A) = \frac{\mathbb{P}(A \mid E_i) \cdot \mathbb{P}(E_i)}{\sum_j \mathbb{P}(A \mid E_j) \cdot \mathbb{P}(E_j)}$$

Ejemplo 3. Problema de Monty Hall.

En un programa televiso un concursante elige una puerta con la posibilidad de ganar un auto. El presentador abrirá inmediatamente una puerta conteniendo una cabra y le dará la oportunidad de cambiar puerta al concursante. ¿Cuál es la mejor decisión para el concursante?

Ejemplo 4. Aplicación a epidemiología.

Una cierta enfermedad tiene una incidencia del 2%. Si la tasa de falsos negativos de una prueba es del 10% y la tasa de faltos positivos es del 1%, ¿Cuál es la probabilidad de que una persona que tenga un test positivo realmente tenga la enfermedad?



Ejemplo 5.

Suponer que se tiene un urna con 100 panditas de las cuales $100-n$ son rojos y n son verdes, en donde n se distribuye uniformemente en $\{0,1,\ldots,100\}$. Si en el primer intento se saca un pandita verde y no se regresa a la urna, entonces el segundo pandita:

1. Es más probable que sea verde.
2. Es más probable que sea rojo.
3. Son equiprobables.