Tema 4: Paradigma lógico

Lenguajes, Tecnologías y Paradigmas de Programación

Escuela Técnica Superior de Ingeniería **Informática**

etsinf

Indice

Objetivos

- Analizar el modelo de computación lógico: inversibilidad de definiciones, variables lógicas, indeterminismo, etc.
- Comprender el paso de parámetros bidireccional y su implementación a través del mecanismo de unificación.
- Entender el principio de resolución y las diferentes reglas de computación y estrategias de búsqueda aplicables.
- Saber resolver sencillos problemas en el paradigma lógico.

Un ejemplo

- Los caballeros de la mesa cuadrada y sus locos seguidores (Monty Python and the Holy Grail) (1975) http://www.youtube.com/watch?v=T6YAyNwyDG4

Un ejemplo

- Solución Prolog

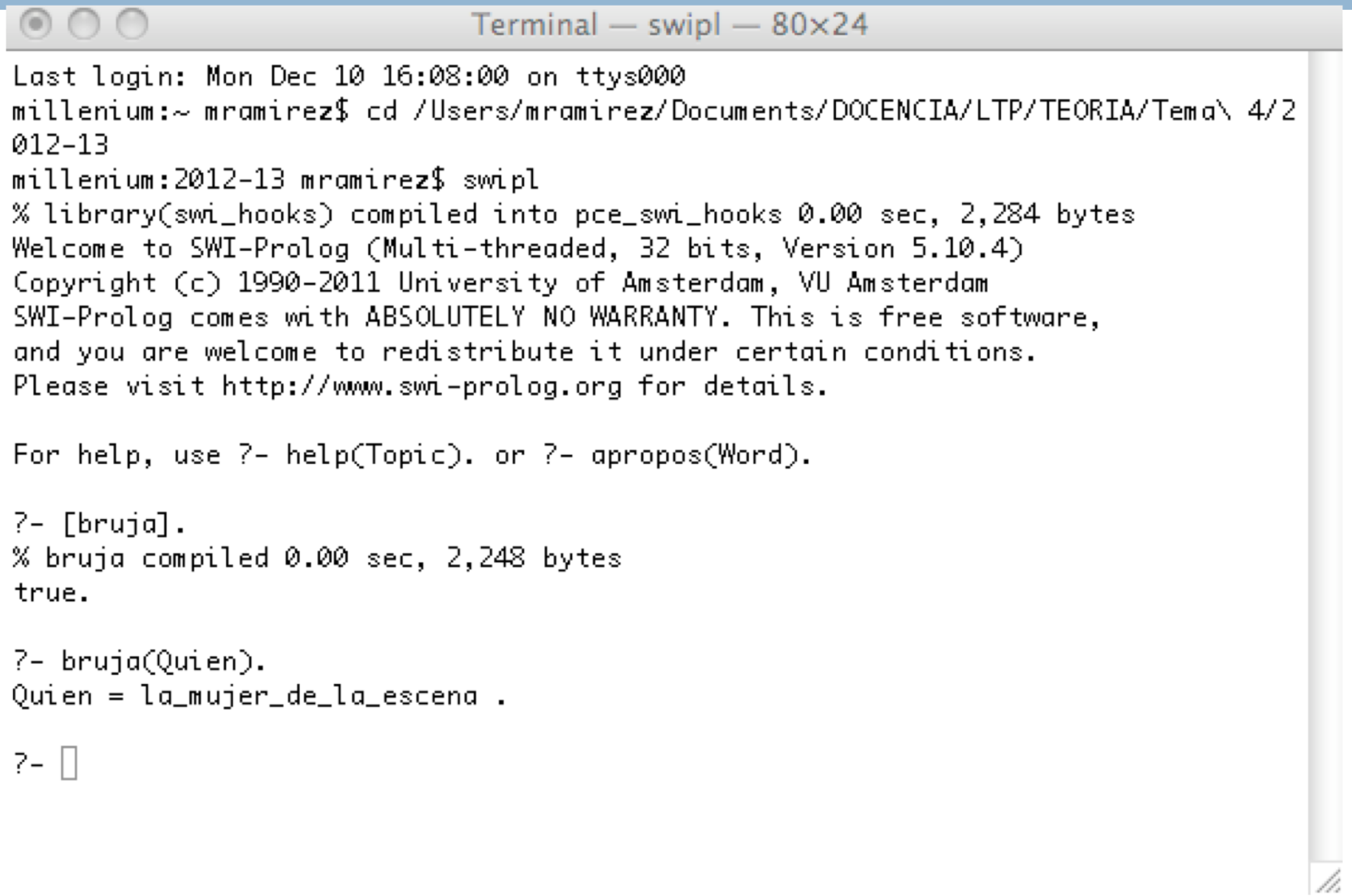
```
bruja(X):-arde(X),mujer(X).
arde(X):-madera(X).

madera(X):-flota(X).
madera(puente_de_madera).
piedra(puente_de_piedra).

flota(pan).
flota(manzana).
flota(salsa_verde).
flota(ganso).

flota(X):-mismo_peso(ganso,X).

mismo_peso(ganso,la_mujer_de_la_escena). /*observacion*/
mujer(la_mujer_de_la_escena). /*observacion*/
```


Terminal — swipl — 80×24
Last login: Mon Dec 10 16:08:00 on ttys000
millenium:~ mramirez$ cd /Users/mramirez/Documents/DOCENCIA/LTP/TEORIA/Tema\ 4/2012-13
millenium:2012-13 mramirez$ swipl
% library(swi_hooks) compiled into pce_swi_hooks 0.00 sec, 2,284 bytes
Welcome to SWI-Prolog (Multi-threaded, 32 bits, Version 5.10.4)
Copyright (c) 1990-2011 University of Amsterdam, VU Amsterdam
SWI-Prolog comes with ABSOLUTELY NO WARRANTY. This is free software,
and you are welcome to redistribute it under certain conditions.
Please visit http://www.swi-prolog.org for details.
For help, use ?- help(Topic). or ?- apropos(Word).
?- [bruja].
% bruja compiled 0.00 sec, 2,248 bytes
true.
?- bruja(Quien).
Quien = la_mujer_de_la_escena .
?-

Algunas caraterísticas distintivas

- Uso de la lógica como lenguaje de programación
- Variables lógicas
  - Extracción de respuestas
  - Inversibilidad de definiciones
  - Indeterminismo

Uso de la lógica como lenguaje de programación

- La programación lógica surge de la idea revolucionaria de usar ***la lógica como lenguaje de programación.***
- Escribir un programa lógico consiste en expresar una relación (o conjunto de relaciones) utilizando una notación lógica basada en **la lógica de predicados.**

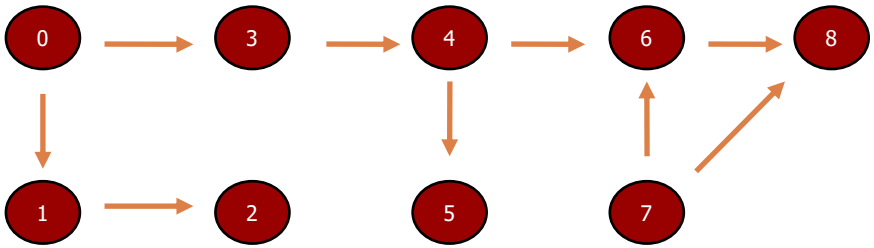
- La idea esencial del paradigma lógico es la de *COMPUTACIÓN como DEDUCCIÓN frente a la noción más estándar de COMPUTACIÓN como CÁLCULO.*

Uso de la lógica como lenguaje de programación

PROGRAMA

Expresar el conocimiento sobre el problema ⇒

ESCRIBIR SENTENCIAS LÓGICAS




```
arco(0,3).   arco(3,4).   arco(4,6).   arco(6,8).
arco(0,1).   arco(1,2).   arco(4,5).
arco(7,6).   arco(7,8).
conectado(X,Y) :- arco(X,Y)
conectado(X,Y) :- arco(X,Z), conectado(Z,Y).
```

Uso de la lógica como lenguaje de programación

PROGRAMA

Expresar el conocimiento sobre el problema ⇒

ESCRIBIR SENTENCIAS LÓGICAS

EJECUCIÓN DEL PROGRAMA

Plantear el problema a resolver ⇒ ***HACER DEDUCCIONES via CONSULTAS***

```
arco(0,3).   arco(3,4).   arco(4,6).   arco(6,8).
arco(0,1).   arco(1,2).   arco(4,5).
arco(7,6).   arco(7,8).
conectado(X,Y) :- arco(X,Y).
conectado(X,Y) :- arco(X,Z), conectado(Z,Y).
```

¿están conectados 0 y 8?
¿están conectados 4 y 7?

```
?- conectado(0,8).
yes
?- conectado(4,7).
no
```

Variables Lógicas

- Las variables del programa son incógnitas a despejar (variables matemáticas como las de una ecuación).
- Las fórmulas que constituyen el programa están cuantificadas universalmente (implícitamente).

```
conectado(X,Y) :-  arco(X,Z),
                   conectado(Z,Y).
```

⇓

∀**X,Y,Z(**conectado(X,Y) :- arco(X,Z),
conectado(Z,Y)**)**

⇓

∀**X,Y(**conectado(X,Y) :- ∃**Z(**arco(X,Z),
conectado(Z,Y)**))**

Extracción de Respuestas

- Las variables de las consultas están cuantificadas existencialmente.

```
?- conectado(X,Y).
X=0
Y=1
```

LECTURA: ¿Existen X Y tales que
conectado(X,Y)
es cierto con respecto al programa?

⇓

El mecanismo usado para probar el objetivo
es constructivo: si tiene éxito proporciona el valor de los individuos X e Y desconocidos
Esto constituye la salida o respuesta a la consulta

Inversibilidad

- Los argumentos de un predicado pueden ser tanto de entrada como de salida.

```
member(H,[H|L]).
member(H,[X|L]) :-member(H,L).
```

- Verifica si un elemento está en una lista: member(2,[1,2])
- Devuelve todos las elementos de una lista: member(X,[1,2])
- Genera todas las posibles listas que contienen a un elemento dado:

```
member(1,L)
```

Indeterminismo

- Una consulta puede tener varias respuestas que el intérprete obtiene explorando exhaustivamente el espacio de computaciones.

```
?- member(X,[1,2,a]) .
```

Respuesta 1: X=1

Respuesta 2: X=2

Respuesta 3: X=a

2. Sintaxis de los programas lógicos: Términos

- Globalmente, los datos de un programa lógico se denominan términos y pueden ser:
  - variables
    - Prolog: deben comenzar por mayúscula. La variable anónima se representa por "_"

    Ej: X, Y, AreaDelCuadrado, Resultado
  - constantes
    - Prolog: numéricas y simbólicas (deben comenzar por minúscula o entre comillas simples)

    Ej: 42, a, pedro, 'Pedro', 'Hola Mundo', minuto, segundo
  - estructuras de la forma $f(t_1,\ldots,t_n)$ siendo f un nombre de función y $t_1,\ldots,t_n$ términos.
    - Prolog: f es un constructor de datos y debe comenzar por minúscula.

    Ej: hora(H,M,S), nombre('Pedro')

Listas (notación Prolog)

- Las listas son un tipo particular de datos construidos a partir de:
  - la lista vacía: []
  - el constructor de listas [_|_]

- Ejemplos: [1|[2|[]]] (abreviado: [1,2])
  [1|[2|X]] (equivalente a [1,2|X])
  [1|2] ERROR

- Es similar a [] y (_:_) en Haskell

Sintaxis de los programas lógicos: Átomos

- Los **átomos** $p(t_1,\ldots,t_n)$ están formados por
  - un símbolo de predicado p/n (aridad n)
  - Términos $t_1,\ldots,t_n$
- Los átomos sirven para expresar propiedades o relaciones (p) sobre los datos ($t_1,\ldots,t_n$)
- En Prolog, p es cualquier secuencia de caracteres empezando por minúscula.

Ejemplo: arco(1,2)

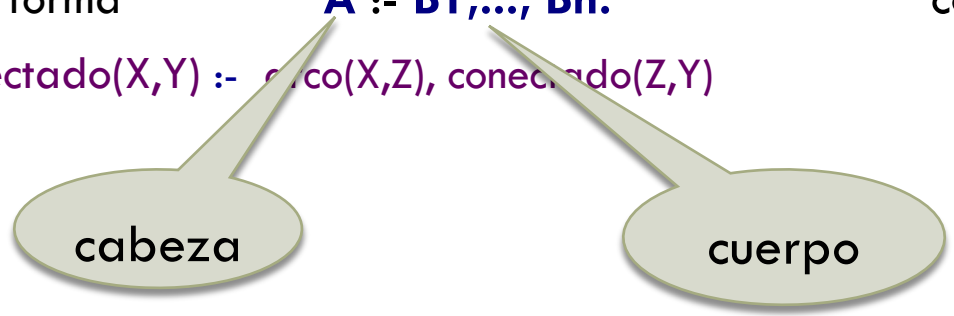
Sintaxis de los programas lógicos: programas Prolog

- Un programa lógico es un conjunto de **sentencias/declaraciones** que pueden ser de dos tipos: **hechos** o **reglas,** que se representan (siguiendo la sintaxis Prolog) como:
  - HECHOS: tienen la forma **A.**

    Ejemplo: arco(0,1).

  - REGLAS: tienen la forma **A :- B1,..., Bn.** con n>0

    Ejemplo: conectado(X,Y) :- arco(X,Z), conectado(Z,Y)



donde A y cada Bi son átomos.

NOTA: los hechos pueden verse como reglas con el cuerpo vacío y escribirse como

A :- true.

Sintaxis de los programas lógicos: objetivos

- La llamada a ejecución de un programa lógico se llama objetivo y se escribe como una cláusula sin cabeza, es decir

  ?- **B1,..., Bn.** con n>0

  Ejemplo: ?- conectado(X,Y).

Observa que, a diferencia de la PF los términos NO se evalúan ya que los objetivos se componen de átomos.

- Una cláusula sin cabeza ni cuerpo se denomina cláusula vacía y se representa como "?-"

  Se usa como "centinela" para indicar que una computación ha terminado con éxito.

De Haskell a Prolog

- Tanto Haskell como Prolog son lenguajes basados en reglas. Sintácticamente, las principales diferencias son que en Prolog:
  - no hay funciones (solo procedimientos)
  - no se pueden anidar las llamadas a procedimiento
- Ejemplo:

```
fibonacci(0) = 0                                        /* Haskell */
fibonacci(1) = 1
fibonacci(n) | n>1 = fibonacci(n-1) + fibonacci(n-2)

fibonacci(0,0).                                         /* Prolog */
fibonacci(1,1).
fibonacci(N,M) :- N>1, N1 is N-1, N2 is N-2, fibonacci(N1,F1), fibonacci(N2,F2), M is F1+F2.
```

Las funciones se convierten en procedimientos con un parámetro extra para devolver el resultado

De Haskell a Prolog

- Tanto Haskell como Prolog son lenguajes basados en reglas. Sintácticamente, las principales diferencias son:
  - no hay funciones (solo procedimientos)
  - no se pueden anidar las llamadas a procedimiento
- Ejemplo:

```
fibonacci(0) = 0                                        /* Haskell */
fibonacci(1) = 1
fibonacci(n) | n>1 = fibonacci(n-1) + fibonacci(n-2)

fibonacci(0,0).                                         /* Prolog */
fibonacci(1,1).
fibonacci(N,M) :- N>1, N1 is N-1, N2 is N-2, fibonacci(N1,F1), fibonacci(N2,F2), M is F1+F2.
```

La guarda es una relación más

De Haskell a Prolog

- Tanto Haskell como Prolog son lenguajes basados en reglas. Sintácticamente, las principales diferencias son:
  - no hay funciones (solo procedimientos)
  - no se pueden anidar las llamadas a procedimiento
- Ejemplo:

```
fibonacci(0) = 0                                        /* Haskell */
fibonacci(1) = 1
fibonacci(n) | n>1 = fibonacci(n-1) + fibonacci(n-2)

fibonacci(0,0).                                         /* Prolog */
fibonacci(1,1).
fibonacci(N,M) :- N>1, N1 is N-1, N2 is N-2, fibonacci(N1,F1), fibonacci(N2,F2), M is F1+F2.
```

No podemos anidar la resta y la llamada a fibonacci! (básicamente, "is" evalua la expresión de la derecha y se la "asigna" a la variable de la izquierda)

Ejemplos

Longitud de una lista:

- En Haskell:

```
length [ ] = 0
length (x:xs) = length xs + 1
```

- En Prolog:

```
length ([], 0).
length ([_|T], N) :- length(T, N1),
                     N is N1+1.
```

Ejemplos

Concatenación de listas

- En Haskell: `[] ++ y = y`

  `(x:xs) ++ y = x : (xs ++ y)`

- En Prolog:

```
append([], Y, Y).
append([X|R], Y, Z) :- append(R, Y, RY), Z = [X|RY].
```

Ejemplos

Concatenación de listas

- En Haskell: `[] ++ y = y`

  `(x:xs) ++ y = x : (xs ++ y)`

- En Prolog:

```
append([], Y, Y).
append([X|R], Y, Z) :- append(R, Y, RY), Z = [X|RY].
```

  - mejor:

```
append([], Y, Y).
append([X|R], Y, [X|RY]) :- append(R, Y, RY)
```

reemplazar el parámetro que representa el resultado de la función por la salida

Ejemplos

Último elemento de una lista

- En Haskell: `last [x] = x`

  `last (x:y:xs) = last (y:xs)`

- En Prolog:

```
last([X], X).
last([X,Y|XS], Z) :- last([Y|XS], Z).
```

  - pero también podemos usar append:

```
last(XS, Z) :- append(YS, [Z], XS).
```

Ejercicio

- Expresa mediante un programa Prolog la relación “antepasado”

X es un antepasado de Y si

X es el padre de Y

X es la madre de Y

X es el padre de Z y Z es un antepasado de Y

X es la madre de Z y Z es un antepasado de Y

Interpretación Operacional

CLÁUSULA DE PROGRAMA ≡ *DEFINICION DE UN MÉTODO O PROCEDIMIENTO*

m(t1,…,tn) :- A1,…,An.

m(t1,…,tn) {
  call ***A1***
  . . .
  call ***An***
}

ÁTOMOS DE UN OBJETIVO ≡ LLAMADAS A MÉTODOS

?- C_1,…, C_k

call ***C_1***
. . .
call ***C_k***

UN PASO DE RESOLUCIÓN ≡ UN PASO DE EJECUCIÓN

UNIFICACIÓN ≡ MECANISMO PARA:
Paso Parámetros
Selección y Construcción de datos

3. El modelo de computación de la Programación Lógica

- El modelo de computación de la PL se basa en la regla de inferencia conocida como **Resolución**.

- La idea básica: para ejecutar la llamada A (un átomo):

  - Si el programa contiene el hecho A_0 y la llamada A **unifica** con A_0, entonces la llamada A tiene éxito (y concluimos que es cierto).

  - Si el programa contiene una regla A_0 :- A_1, .., A_n y A **unifica** con la cabeza A_0, entonces debemos proceder a chequear de la misma forma A_1 hasta A_n.

Sustituciones. Composición de sustituciones

- **Notación:** Una sustitución {x1 → t1, …, xn → tn} la denotaremos ahora como {x1 / t1, …, xn / tn}
- La aplicación de una sustitución σ a un objeto s (un término o un átomo) se denota en notación postfija: sσ (en vez de σ(s)).
- **Composición de sustituciones:** Dadas dos sustituciones $\Theta=\{X_1/t_1, \ldots, X_n/t_n\}$ y $\sigma=\{Y_1/s_1, \ldots, Y_m/s_m\}$, su composición $\Theta\sigma$ es una sustitución que puede calcularse siguiendo el siguiente procedimiento:
  1. se aplica σ a las segundas componentes de Θ, es decir, $\{X_1/t_1\sigma, \ldots, X_n/t_n\sigma\}$
  2. se añaden los enlaces Y_i/s_i de σ tales que Y_i sea una variable para la cual no haya ya un enlace.
  3. se eliminan los enlaces triviales (de la forma X/X siendo X una variable).

EJEMPLO: Θ ={X/f(Y), Y/Z} σ ={X/a, Y/b, Z/Y}

1. {X/f(Y) σ, Y/Zσ}={X/f(b), Y/Y}
2. {X/f(b), Y/Y, Z/Y}
3. {X/f(b), ~~Y/Y~~, Z/Y}

Θσ= {X/f(b), Z/Y}

¿Cómo tratar las variables de las consultas? Unificación (paso de parámetros bidireccional)

- **Unificar** dos expresiones A y B consiste en encontrar una **sustitución** para sus variables que los hace idénticas.
- Informalmente:

	X	c	$f(t_1,\ldots,t_n)$
X′	Sí, $\{X/X'\}$	Sí, $\{X'/c\}$	Sí, $\{X'/ f(t_1,\ldots,t_n)\}$
c′	Sí, $\{X/c'\}$	Sólo si c=c′	No
$f'(t'_1,\ldots,t'_m)$	Sí, $\{X/ f'(t'_1,\ldots,t'_m)\}$	No	Sólo si f=f′, n=m y cada ti unifica con t′i

1. dos expresiones con diferente símbolo principal o número de argumentos no se pueden unificar
2. una variable no se puede enlazar a un término que contenga dicha variable (crearíamos un término infinito). Esto se conoce como "occur check".

Unificación (paso de parámetros bidireccional)

- Ejemplo:

A **unifica**	**con** B	**usando** θ
$vuela(piolin)$	$vuela(piolin)$	$\{\}$
X	Y	$\{X/Y\}$
X	a	$\{X/a\}$
$f(X, g(t))$	$f(m(h), g(M))$	$\{X/m(h),\ M/t\}$
$f(X, g(t))$	$f(m(h), t(M))$	imposible (1)
$f(X, X)$	$f(Y, h(Y))$	imposible (2)

Unificación de listas

- Ejemplos:

  [a,b] unifica con [X | R] usando {X/a, R/[b]}

  [a] unifica con [X | R] usando {X/a, R/[]}

  [a | X] unifica con [Y,b,c] usando {Y/a, X/[b,c]}

  [a] y [X,Y | R] no unifican

  [] y [X] no unifican

MGU (unificador más general)

- Durante la ejecución de un programa, necesitamos calcular el **MGU** entre los átomos del objetivo y las cabezas de las cláusulas

¿Cómo se calcula el mgu? (I)

- Dadas dos expresiones, t_1 y t_2, si una de ellas es una variable, por ejemplo, t_1 es X:
  - devolvemos como mgu $\{X/t_2\}$
  - excepción 1: si $t_1 = t_2 = X$, el mgu es { } (sustitución vacía)
  - excepción 2: si t_2 no es una variable, y X aparece en t_2, fallo! (no existe el mgu)

Nota: si se trata de variables diferentes, por ejemplo X e Y, el mgu puede ser tanto {X/Y} como {Y/X}, ambos son válidos.

MGU (unificador más general)

- Durante la ejecución de un programa, necesitamos calcular el **MGU** entre los átomos del objetivo y las cabezas de las cláusulas

¿Cómo se calcula el mgu? (II)

- Si las expresiones tienen la forma $p(t_1,\ldots,t_n)$ y $q(s_1,\ldots,s_m)$
  - comprobamos que $p=q$ y $n=m$ (si no, fallo)
  - recorremos los términos de izquierda a derecha, realizando la unificación de t_i y s_i con este mismo algoritmo para $i=1,\ldots,n$
  - cada unificador θ_i calculado para t_i y s_i, se debe aplicar a todos los $t_1,\ldots, t_n, s_1,\ldots, s_m$ antes de seguir con la unificación de t_{i+1} y s_{i+1} , así como a los términos de los mgu's calculados anteriormente
  - si alguna unificación falla, terminamos con fallo
  - si llegamos al final sin fallo (las 2 expresiones serán ahora iguales), la unión de todos los θ_i es el MGU de las expresiones

MGU (unificador más general): Ejemplo

- ¿Cuál es el MGU de p([X,c], X) y p([f(Y)|R], f(a))?

1. Ponemos las listas en el mismo formato:

   p([X|[c]], X) y p([f(Y)|R], f(a))

2. El predicado y su aridad (núm de argumentos) coinciden, así que comenzamos a calcular unificadores de izquierda a derecha:

   p([X|[c]], X)

   p([f(Y)|R], f(a))

1er argumento: ¿unifican [X|[c]] y [f(Y)|R]? Sí, con {X/f(Y),R/[c]}

MGU (unificador más general): Ejemplo

- ¿Cuál es el MGU de p([X,c], X) y p([f(Y)|R], f(a))?

1. Ponemos las listas en el mismo formato:

   p([X|[c]], X) y p([f(Y)|R], f(a))

2. El predicado y su aridad (núm de argumentos) coinciden, así que comenzamos a calcular unificadores de izquierda a derecha:

   p([X|[c]], X) => p([f(Y)|[c]], f(Y))

   p([f(Y)|R], f(a)) => p([f(Y)|[c]], f(a))

   {X/f(Y),R/[c]}

Ahora aplicamos {X/f(Y),R/[c]} a todos los términos

MGU (unificador más general): Ejemplo

- ¿Cuál es el MGU de p([X,c], X) y p([f(Y)|R], f(a))?

1. Ponemos las listas en el mismo formato:

   p([X|[c]], X) y p([f(Y)|R], f(a))

2. El predicado y su aridad (núm de argumentos) coinciden, así que comenzamos a calcular unificadores de izquierda a derecha:

   p([X|[c]], X) => p([f(Y)|[c]], f(Y))

   p([f(Y)|R], f(a)) => p([f(Y)|[c]], f(a))

   {X/f(Y),R/[c]}

2° argumento: ¿unifican f(Y) y f(a)? Sí, con {Y/a}

MGU (unificador más general): Ejemplo

- ¿Cuál es el MGU de p([X,c], X) y p([f(Y)|R], f(a))?

1. Ponemos las listas en el mismo formato:

   p([X|[c]], X) y p([f(Y)|R], f(a))

2. El predicado y su aridad (núm de argumentos) coinciden, así que comenzamos a calcular unificadores de izquierda a derecha:

   p([X|[c]], X) => p([f(Y)|[c]], f(Y)) => p([f(a)|[c]], f(a))

   p([f(Y)|R], f(a)) => p([f(Y)|[c]], f(a)) => p([f(a)|[c]], f(a))

   {X/f(a),R/[c]} {Y/a}

Ahora aplicamos {Y/a} a todos los términos

(incluyendo el mgu calculado anteriormente)

MGU (unificador más general): Ejemplo

- ¿Cuál es el MGU de p([X,c], X) y p([f(Y)|R], f(a))?

1. Ponemos las listas en el mismo formato:

   p([X|[c]], X) y p([f(Y)|R], f(a))

2. El predicado y su aridad (núm de argumentos) coinciden, así que comenzamos a calcular unificadores de izquierda a derecha:

   p([X|[c]], X) => p([f(Y)|[c]], f(Y)) => p([f(a)|[c]], f(a))

   p([f(Y)|R], f(a)) => p([f(Y)|[c]], f(a)) => p([f(a)|[c]], f(a))

   {X/f(a),R/[c]} {Y/a}

El MGU es {X/f(a),R/[c]} U {Y/a} = {X/f(a), R/[c], Y/a}

Cálculo del MGU: método alternativo

Algoritmo de Unificación:

Para unificar un par de expresiones $\mathbf{p(t_1,\ldots,t_n)}$ y $\mathbf{q(s_1,\ldots,s_m)}$

1. Se comprueba que son compatibles, es decir $\mathbf{p=q \wedge n=m}$

   (si no, **parar con fallo**)
2. Se forma el conjunto de ecuaciones $\mathbf{\{t_1=s_1,\ldots,t_n=s_n\}}$
3. Se transforma usando las **reglas de unificación** hasta obtener un fallo o un conjunto $\{X_1=s_1,\ldots,X_k=s_k\}$ tal que aplicándole cualquier regla no cambia.
4. En caso de éxito el unificador más general (mgu) es la sustitución: $\mathbf{\{X_1/s_1,\ldots,X_k/s_k\}}$

MGU: reglas de unificación

Reglas de la unificación: Se selecciona una ecuación cualquiera del conjunto y se aplica la regla que corresponda a la forma de la ecuación seleccionada:

(i) $f(s1,...,sn)=f(t1,...,tn),\ n\geq 0 \Rightarrow$ **reemplazar por** $s1=t1,\ ...,\ sn=tn$

(ii) $f(s1,...,sn)=g(t1,...,tm)$, **$f\neq g$**, $n,m \geq 0 \Rightarrow$ **parar con fallo**

(iii) $(X=X) \Rightarrow$ **borrar la ecuación**

(iv) $(t=X),\ t \notin V \Rightarrow$ **reemplazar por** $(X=t)$

(v) $(X=t),\ X \neq t$ *si X ocurre en t $\Rightarrow$ **parar con fallo** %occur-check

* si no $\Rightarrow$ **aplicar {X/t} al resto de ecuaciones**

pero sin eliminar el (X=t)

MGU: ejemplo

Ejemplo: encontrar el mgu de

is_tree(tree(Y,2,empty)) e is_tree(tree(Z,X,Z))

1. Son compatibles
2. Conjunto de ecuaciones inicial: {tree(Y,2,empty)=tree(Z,X,Z)}
3. Secuencia de transformación

{tree(Y,2,empty)=tree(Z,X,Z)}
⇓ (i)
{Y=Z, 2=X, empty=Z}
⇓ (iv)
{Y=Z, X=2, empty=Z}
⇓(iv)
{Y=Z, X=2, Z=empty}
⇓(v)
{Y=empty, X=2, Z=empty}

4. El mgu es {Y/empty, X/2, Z/empty}

Ejercicios MGU

- ¿Cuál es el MGU de

  p(f(X, b), Z) y p(f(a, Y), g(c)) ?

- ¿Cuál es el MGU de

  p([a,X], Y) y p([H|R], b) ?

- ¿Cuál es el MGU de

  p(f(X),b,X) y p(f(a),Y,b) ?

3. El modelo de computación de la programación lógica: Resolución

Dado un programa lógico P y un objetivo ?-$A_1,\ldots,A_m$,

- **si** el programa contiene una cláusula A :- B_1, .., B_n (cuyas variables han sido renombradas para evitar conflictos de unificación)

  y la cabeza A unifica con A_1, con mgu σ

  entonces la regla de resolución genera el siguiente nuevo objetivo

$$\frac{\begin{array}{l} A \text{ :- } B_1,\ldots, B_n \\ \text{?- } A_1, A_2,\ldots,A_m \end{array}}{\text{?- } (B_1,\ldots, B_n, A_2,\ldots, A_m)\sigma}$$

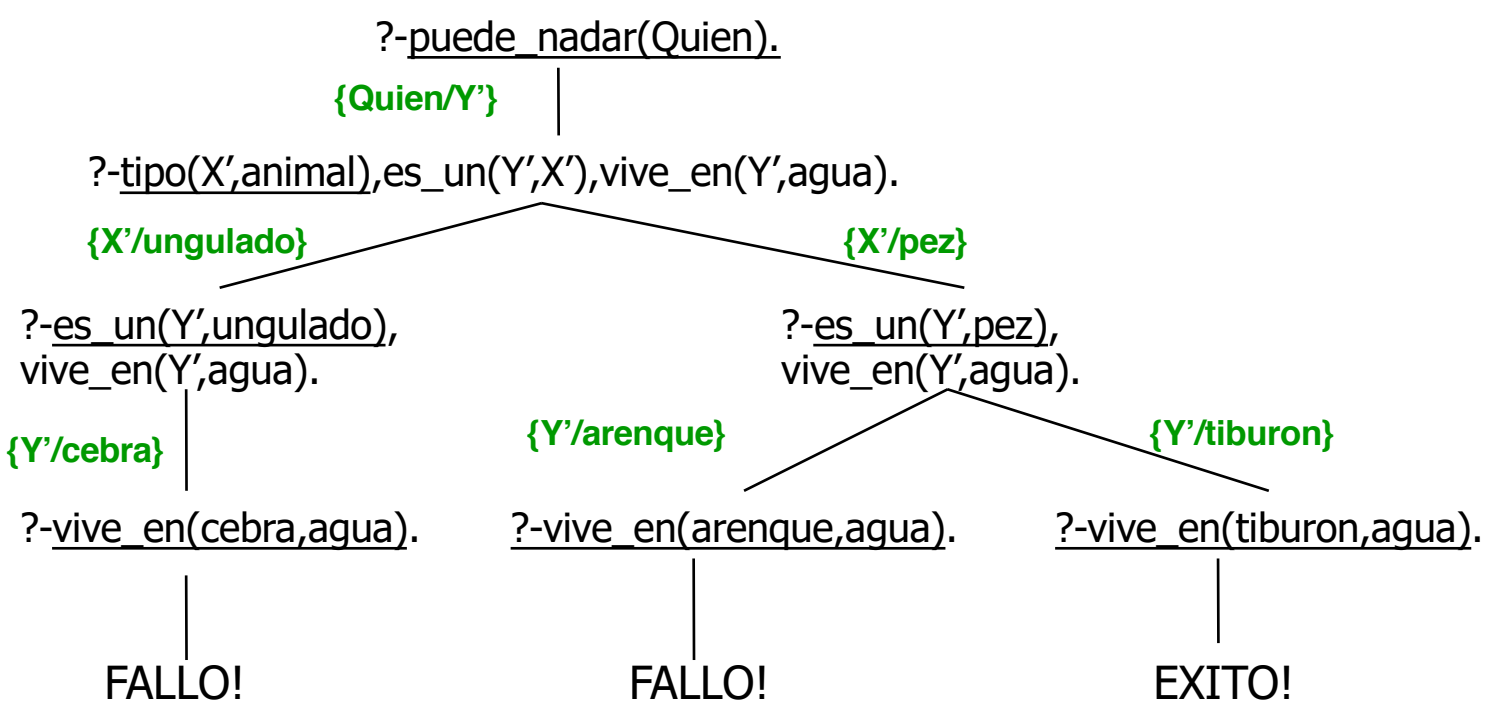
- La aplicación sucesiva de esta regla genera un **árbol de búsqueda**
- Una computación o **derivación** es una secuencia encadenada de pasos de resolución y se corresponde con cada una de las ramas del árbol.

Árbol de Búsqueda

```
tipo(ungulado,animal).
tipo(pez,animal).
es_un(cebra,ungulado).
es_un(arenque,pez).
es_un(tiburon,pez).

vive_en(cebra,tierra).
vive_en(rana,tierra).
vive_en(rana,agua).
vive_en(tiburon,agua).

puede_nadar(Y):-
    tipo(X,animal),
    es_un(Y,X),
    vive_en(Y,agua).
```



El modelo de computación de la programación lógica

Tipos de computación

- ***Finita*:** la computación termina en un número finito de pasos.

  Distinguimos dos tipos de computaciones finitas:

  - ***De fallo:*** ninguna cláusula unifica con el átomo seleccionado A_1
  - ***De éxito*:** termina en la cláusula vacía (?-).

    También se les llama **refutación**.

    Cada rama de éxito produce una respuesta computada que se obtiene componiendo la secuencia de los mgu's calculados a lo largo de la rama (restringiéndolo después a las variables del objetivo inicial).

- ***Infinita*:** en cualquier objetivo de la secuencia, el átomo seleccionado A_1 unifica con (una variante de) una cláusula del programa

Tipos de derivaciones

INFINITA

{p(f(X)) :– p(X).}

?– **p(X)**
⇓{X/f(X')}
?–**p(X')**
⇓{X' /f(X' ')}
?–**p(X' ')**
⇓{X' ' /f(X' ' ')}
?–**p(X' ' ')**
⇓ *(∞)*

DE FALLO

{p(0) :– q(X).}

?–**p(Z)**
⇓{Z/0}
?–**q(X')**
⇓ ***fallo***

DE ÉXITO

{p(0) :– q(X).
q(1).}

?–**p(Z)**
⇓{Z/0}
?–**q(X')**
⇓{X'/1}
'?–' ***éxito!***

La importancia del renombramiento (1/3)

Ejemplo :

```
p(f(Z)) :- q(Z).
q(Y) :- r(X).
r(a).
```

```
?- p(X)
⇓          {X/f(Z)}
?- q(Z)
⇓          {Z/Y}
?- r(X)
⇓          {X/a}
?-
```

incorrecto pues X queda enlazada en la misma derivación a dos términos distintos

La importancia del renombramiento (2/3)

Ejemplo :

p(f(X)) :- q(X).

q(a).

?- p(X)

⇓ {X/f(X)} occur-check!!

?- q(X)

⇓

…

Aquí podríamos concluir que la derivación falla (ya que el MGU falla debido al occur-check), lo que no es correcto.

Si renombramos las variables de "p(f(X)) :- q(X)." sí existe una derivación de éxito que computa la respuesta {X/f(a)}.

La importancia del renombramiento (3/3)

Ejercicio: ¿Cuál es la respuesta al objetivo

?-p(X).

con respecto al siguiente programa?

```
r(0).
p(Y)  :- q.
q  :- r(Y).
```

A. {X/0, Y'/0}
B. {X/Y'}
C. {X/0}
D. {Y'/0}

```
?-p(X). -> p(Y').      {X/Y'}
    |
    V
?-p(Y'). -> q().
    |
    V
?-q(). -> r(Y'').
    |
    V
?-r(Y''). -> r(0).     {Y''/0}

MGU : {X/Y', Y''/0}
```

Y' no es Y'' porque pertenecen a reglas distintas

Búsqueda Predefinida

La regla de búsqueda determina:

1) El orden en que se ensayan las cláusulas del programa y,
2) La estrategia con que se recorre el árbol resultante.

Hay dos estrategias fundamentales:

* *Profundidad*: se pierde la completitud del procedimiento de resolución SLD.
* *Anchura*: se recorre el árbol por niveles. Se mantiene la completitud, aunque es muy costosa.

PROLOG: búsqueda predefinida automática

1) top-down,
2) búsqueda en profundidad con vuelta atrás (backtracking).

Ejercicio

- Calcula el árbol de búsqueda del objetivo

```
?- pair(Person1,Person2).
```

con respecto al siguiente programa:

```
editor(zenspider, emacs).
editor(drbrain, vim).
editor(phiggins, vim).
editor(tenderlove, vim).

pair(Person1,Person2) :- editor(Person1, Editor),
                         editor(Person2, Editor),
                         Person1\==Person2.
```

Ejercicio

- Calcula el árbol de búsqueda del objetivo

```
?- length([1,2],L).
```

con respecto a este programa lógico

```
length ([], 0).
length ([_|T], N) :- length(T, N1),
                     N is N1+1.
```

4. Algunas cuestiones prácticas

Aplicaciones de la PL

- Verificación de software y hardware
- Certificación de programas
- Prototipado automático
- Ingeniería del software automática (depuración automática, síntesis de programas a partir de especificaciones, transformación de programas,…)
- Modelización en Sistemas de Información y Bases de Datos
- Problemas de Aprendizaje
- Robótica y Planificación
- Sistemas Expertos
- Tratamiento de Lenguaje Natural

LTP: Bibliografía

BÁSICA

- Pascual Julián Iranzo, María Alpuente Frasnedo. *Programación lógica: teoría y práctica*. Prentice-Hall International (Pearson Educación), 2009.
- W.F. Clocksin, C.S. Mellish. *Programación en PROLOG* (tr. por: Juan Alberto Alonso Martín). Editorial Gustavo Gili, S.A.2. ed.(10/1993). 5ª Edición en inglés 2003.

ADICIONAL

- Krzysztof R. Apt, *From logic programming to Prolog*. Prentice Hall, 1997.
- Leon Sterling. *The art of Prolog : Advanced programming techniques*. MIT Press, 1997.