Datos de Identificación de tareas

Centro de Ciencias Básicas

Materia: **Ecuaciones Diferenciales**

Tarea IV

Análisis Cualitativo

Ingeniería en Computación Inteligente Semestre 5° A

Alumno: Jose Luis Sandoval Perez **ID:261731**

Profesor: **Jaime Salvador Medina González**

Fecha de entrega: 08/10/2023

Tarea IV

Análisis Cualitativo

① Efectúe el análisis cualitativo de las soluciones de las siguientes ecuaciones diferenciales autónomas y clasifique las soluciones de equilibrio en estables, inestables o semi-estables

a) $\frac{dy}{dx} = y^2 - 16$

① Identificar $F(y)$

$$\frac{dy}{dx} = \underbrace{y^2 - 16}_{F(y)} \qquad F'(y) = 2y$$

② Puntos de inflexión (posibles) y de equilibrio

→ Puntos de equilibrio

$F(y) = 0$

$y^2 - 16 = 0$

$(y-4)(y+4) = 0$

$y - 4 \qquad y + 4 = 0$

$y_1 = 4 \qquad y_2 = -4$

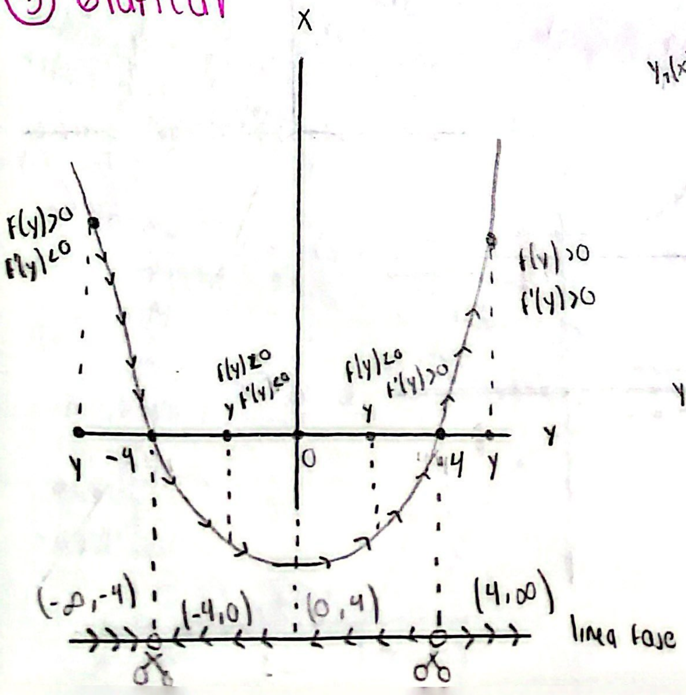
→ Posibles puntos de inflexión

$F'(y) = 0 \longrightarrow F''(y) = 2$

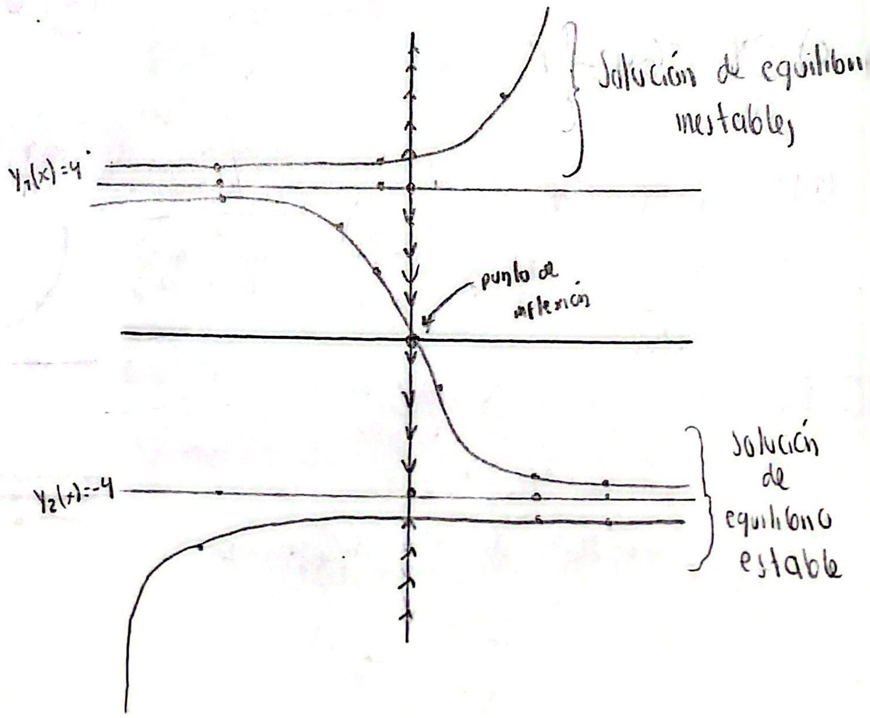
$2y = 0$

$y = \frac{0}{2} = 0$

③ Graficar



④ Comportamiento de la ED



b) $\frac{dy}{dx} = y^2 - 4y$

① Identificar $f(y)$

$$\frac{dy}{dx} = \underbrace{y^2 - 4y}_{f(y)} \qquad f'(y) = 2y - 4$$

② Puntos de equilibrio y posibles puntos de inflexión

→ Puntos de equilibrio

$f(y) = 0$

$y^2 - 4y = 0$

$y(y-4) = 0$

$y_1 = 0 \quad y - 4 = 0$

$y_2 = 4$

→ Posibles puntos de inflexión

$f'(y) = 0$

$2y - 4 = 0$

$2y = 4$

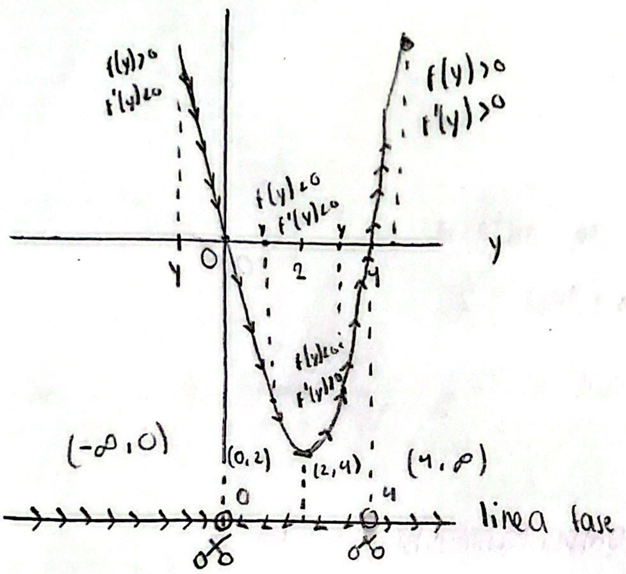
$y = 4/2$

$y = 2$

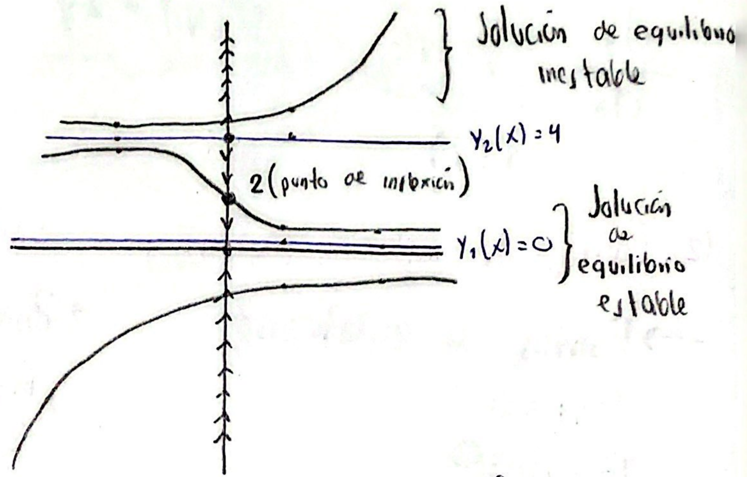
$f''(y) = 2$

$f''(y) > 0$

③ Graficar



④ Comportamiento



c) $\frac{dv}{dt} = 6v - v^2$

① Identificar $f(v)$

$$\frac{dv}{dt} = \underbrace{6v - v^2}_{f(v)} \qquad f'(v) = 6 - 2v$$

② Puntos de equilibrio y posibles puntos de inflexión

$f(v) = 0$

$6v - v^2 = 0$

$v(6 - v) = 0$

$v_1 = 0 \quad 6 - v = 0$

$6 = v_2$

$f'(v) = 0$

$6 - 2v = 0$

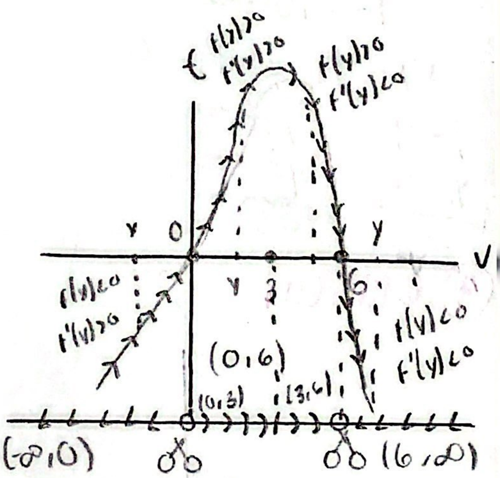
$6 = 2v$

$\frac{6}{2} = v$

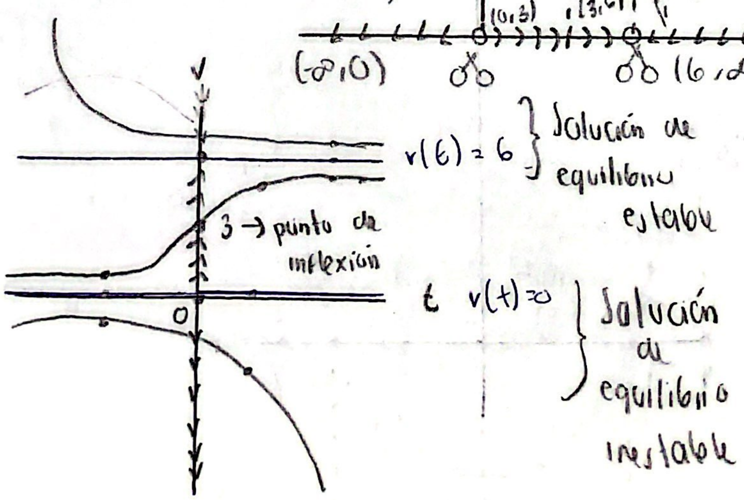
$v = 3$

$f''(v) = -2$

③ Graficar



④ Comportamiento



d) $\frac{dy}{dx} + 2y = 5 = \frac{dy}{dx} = 5 - 2y$

① Identificar $f(y)$

$$\frac{dy}{dx} = \underbrace{5 - 2y}_{f(y)} \qquad f'(y) = -2$$

② Puntos de equilibrio y posibles puntos de inflexión

$f(y) = 0$

$5 - 2y = 0$

$5 = 2y$

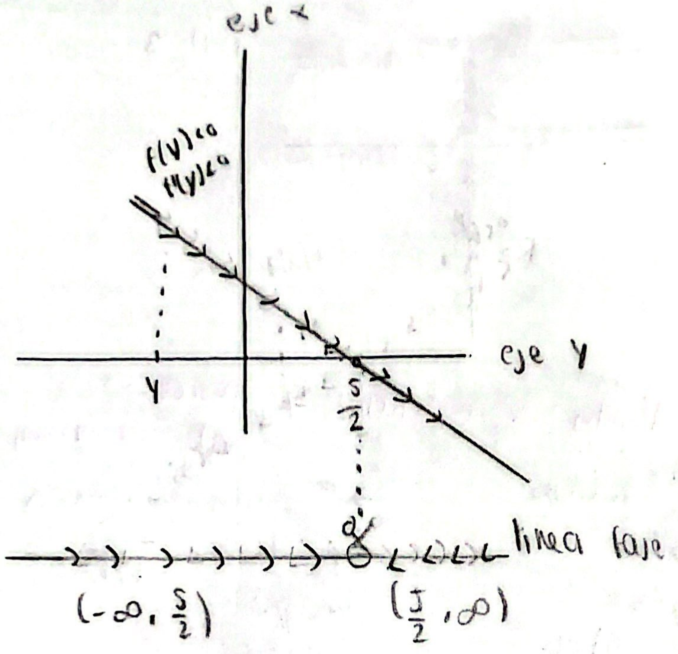
$\frac{5}{2} = y_1$

$f'(y) = 0$

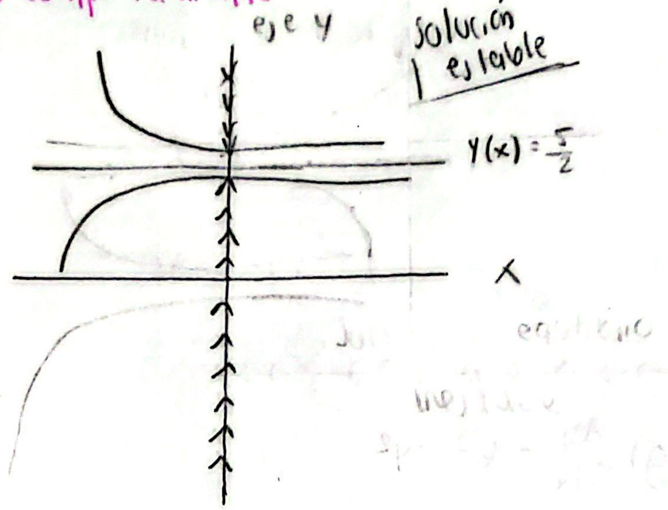
$\underbrace{-2 = 0}$

Imposible no hay punto de inflexión

③ Graficar



④ Comportamiento



e) $\frac{dy}{dx} = -y^2$

① Identificar $f(y)$

$$\frac{dy}{dx} = \underbrace{-y^2}_{f(y)} \qquad f'(y) = -2y$$

② Puntos de equilibrio y posibles puntos de inflexión

$f(y) = 0$

$-y^2 = 0$

$-(-y^2) = -(0)$

$y^2 = 0$

$\sqrt{y^2} = \sqrt{0}$

$y = 0$

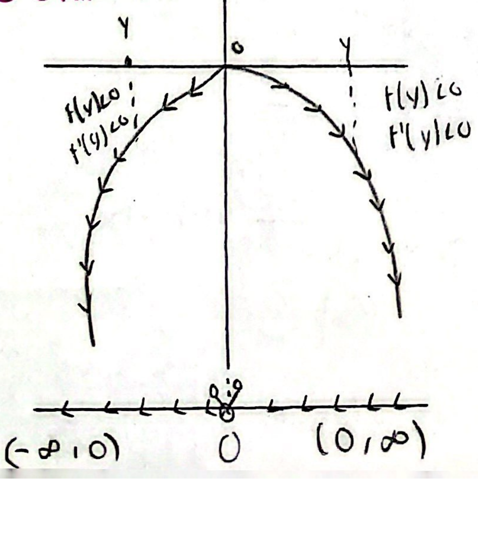
$f'(y) = 0 \qquad f''(y) = -2$

$-2y = 0$

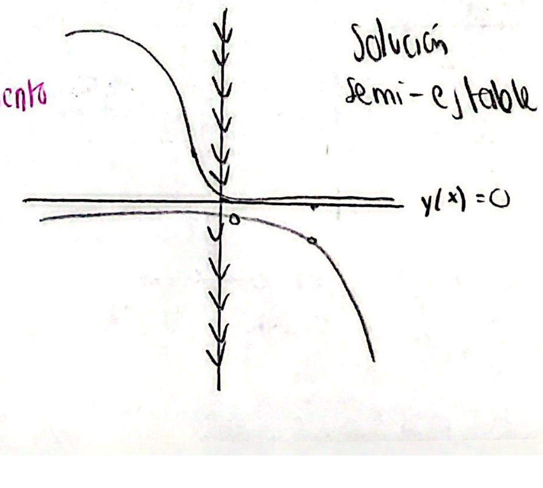
$y = \frac{0}{-2}$

$y = 0$

③ Graficar



④ Comportamiento



Scanned with CamScanner

f) $\frac{dy}{dx} = y^2 - 6y + 9$

① Identificar $f(y)$

$\frac{dy}{dx} = \underbrace{y^2 - 6y + 9}_{f(y)}$ $\quad f'(y) = 2y - 6$

② Puntos de equilibrio y posibles puntos de inflexión

→ P. Equilibrio

$f(y) = 0$

$y^2 - 6y + 9 = 0$

$(y-3)(y-3)$

$y-3=0 \quad y-3=0$

$y_1 = 3 \quad y_2 = 3$

→ P. Punto de inflexión

$f'(y) = 0$

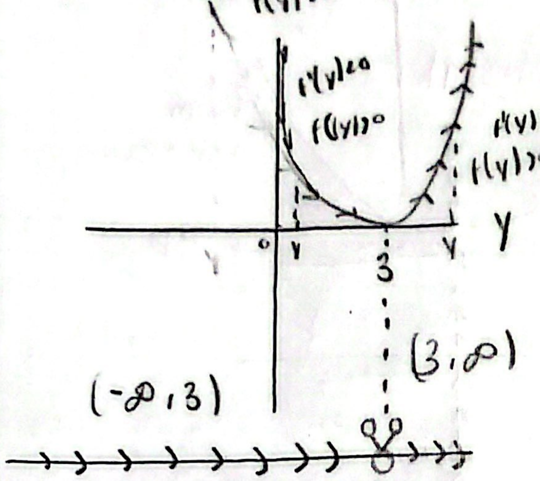
$2y - 6 = 0$

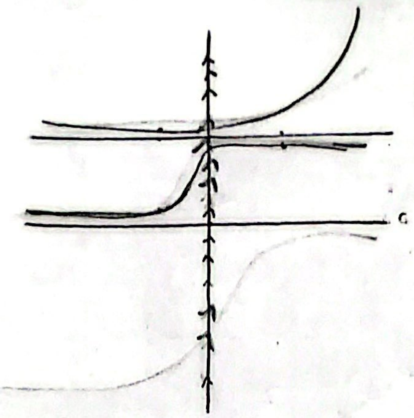
$2y = 6$

$y = \frac{6}{2}$

$y = 3$

③ Graficar





Solución semi-estable

$f(y) = 3$

g) $\frac{dy}{dx} = 6^2 - y^2 =$

① Encontrar $f(y)$

$\frac{dy}{dx} = \underbrace{6^2 - y^2}_{f(y)}$ $\quad f'(y) = 26 - 2y$

6

$6 - 2y$

② Puntos de equilibrio y posibles puntos de inflexión

→ P. Equilibrio

$f(y) = 0$

$6^2 - y^2 = 0$

$(6-y)(6+y) = 0$

$y_1 = 6 \quad y_2 = -6$

→ P. Puntos de inflexión

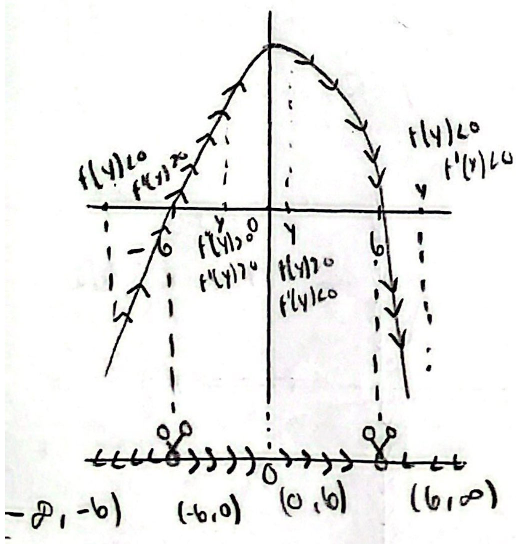
$f'(y) = 0 \quad f''(y) = -2$

$-2y = 0$

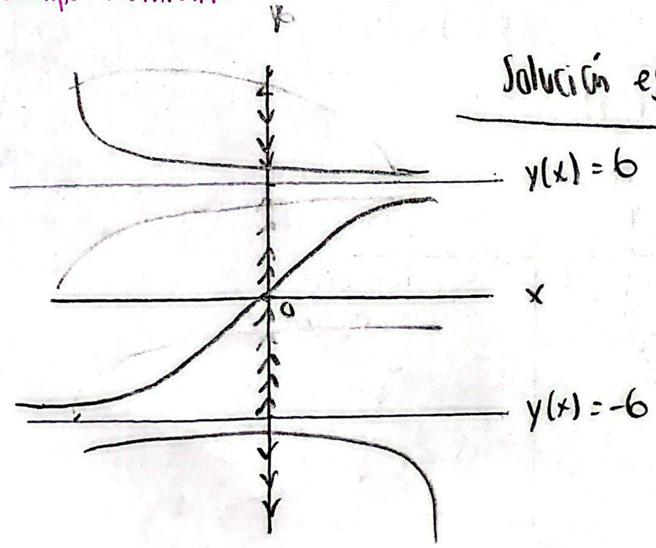
$y = \frac{0}{2}$

$y = 0$

③ Graficar



④ Comportamiento



Solución estable

h) $\frac{dx}{dt} = ab - bx \quad f(0) = ab$

① Identificar f(y)

$\frac{dx}{dt} = \underbrace{ab - bx}_{f(y)} = b(a-x) \qquad f'(x) = -b$

② Posibles puntos de inflexión y equilibrio

→ P. Equilibrio

$f(y) = 0$

$ab - bx = 0$

$ab = bx$

$\frac{ab}{\cancel{b}} = x$

$x = a$

→ P. Inflexión

$f'(x) = 0$

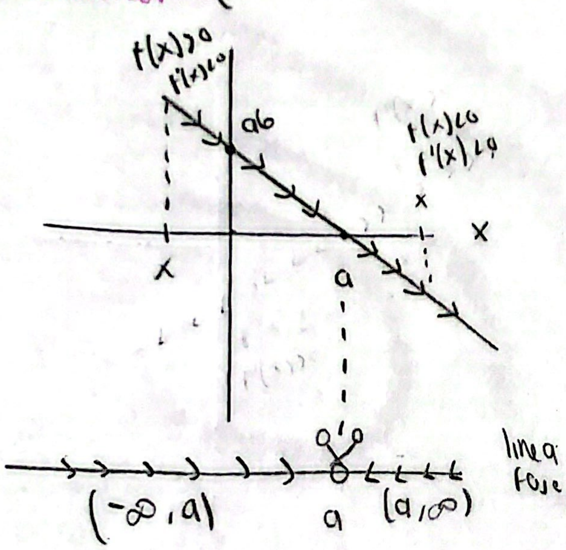
$-b = 0$

$-(-b) = -(0)$

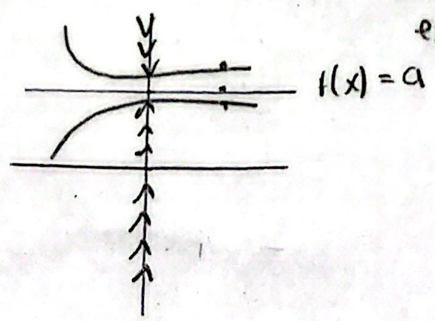
$\underbrace{b = 0}$

Imposible

③ Graficar



④ Comportamiento



i) $\frac{dy}{dx} = ay - by^2$

① Identificar f(y)

$\frac{dy}{dx} = \underbrace{ay - by^2}_{f(y)} \qquad f'(y) = a - 2by$

② Puntos de equilibrio y posibles puntos de inflexión

→ Puntos de equilibrio

$f(y) = 0$

$ay - (by^2) = 0$

$y(a - by) = 0$

$y_1 = 0 \qquad a - by = 0$

$a = by$

$\frac{a}{b} = y$

→ Posibles Puntos de inflexión

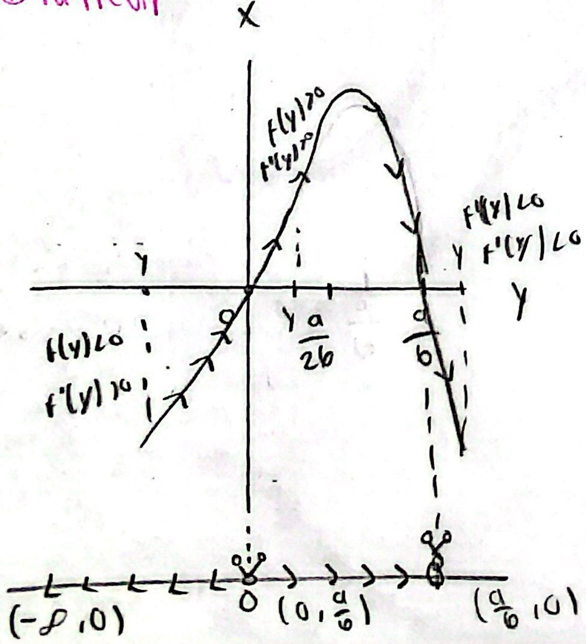
$f'(x) = 0 \qquad f''(x) = -2b$ concava

$a - 2by = 0$

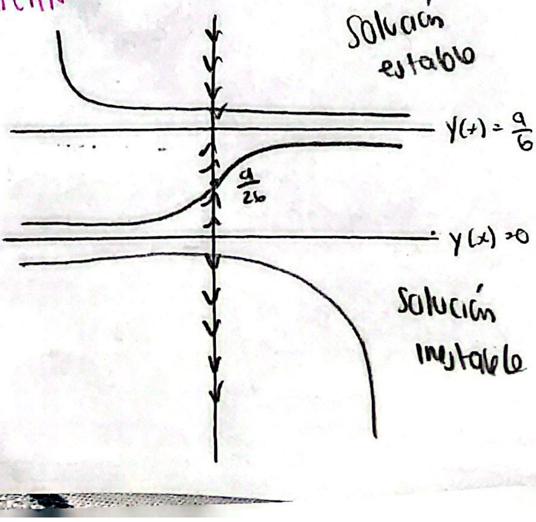
$2by = a$

$y = \frac{a}{2b}$

③ Graficar



④ Comportamiento



Scanned with CamScanner