FÍSICA

GIANCOLI

Sexta edición

Volumen 1

PEARSON
Prentice Hall®

Constantes fundamentales

Cantidad	Símbolo	Valor aproximado	Mejor valor actual†
Rapidez de la luz en el vacío	c	$3.00 \times 10^8\ \mathrm{m/s}$	$2.99792458 \times 10^8\ \mathrm{m/s}$
Constante gravitacional	G	$6.67 \times 10^{-11}\ \mathrm{N \cdot m^2/kg^2}$	$6.6742(10) \times 10^{-11}\ \mathrm{N \cdot m^2/kg^2}$
Número de Avogadro	N_A	$6.02 \times 10^{23}\ \mathrm{mol^{-1}}$	$6.0221415(10) \times 10^{23}\ \mathrm{mol^{-1}}$
Constante de gas	R	$8.314\ \mathrm{J/mol \cdot K} = 1.99\ \mathrm{cal/mol \cdot K} = 0.0821\ \mathrm{L \cdot atm/mol \cdot K}$	$8.314472(15)\ \mathrm{J/mol \cdot K}$
Constante de Boltzmann	k	$1.38 \times 10^{-23}\ \mathrm{J/K}$	$1.3806505(24) \times 10^{-23}\ \mathrm{J/K}$
Carga del electrón	e	$1.60 \times 10^{-19}\ \mathrm{C}$	$1.60217653(14) \times 10^{-19}\ \mathrm{C}$
Constante Stefan-Boltzmann	σ	$5.67 \times 10^{-8}\ \mathrm{W/m^2 \cdot K^4}$	$5.670400(40) \times 10^{-8}\ \mathrm{W/m^2 \cdot K^4}$
Permitividad del espacio libre	$\epsilon_0 = (1/c^2\mu_0)$	$8.85 \times 10^{-12}\ \mathrm{C^2/N \cdot m^2}$	$8.854187817\ldots \times 10^{-12}\ \mathrm{C^2/N \cdot m^2}$
Permeabilidad del espacio libre	μ_0	$4\pi \times 10^{-7}\ \mathrm{T \cdot m/A}$	$1.2566370614\ldots \times 10^{-6}\ \mathrm{T \cdot m/A}$
Constante de Planck	h	$6.63 \times 10^{-34}\ \mathrm{J \cdot s}$	$6.6260693(11) \times 10^{-34}\ \mathrm{J \cdot s}$
Masa en reposo del electrón	m_e	$9.11 \times 10^{-31}\ \mathrm{kg} = 0.000549\ \mathrm{u} = 0.511\ \mathrm{MeV}/c^2$	$9.1093826(16) \times 10^{-31}\ \mathrm{kg} = 5.4857990945(24) \times 10^{-4}\ \mathrm{u}$
Masa en reposo del protón	m_p	$1.6726 \times 10^{-27}\ \mathrm{kg} = 1.00728\ \mathrm{u} = 938.3\ \mathrm{MeV}/c^2$	$1.67262171(29) \times 10^{-27}\ \mathrm{kg} = 1.00727646688(13)\ \mathrm{u}$
Masa en reposo del neutrón	m_n	$1.6749 \times 10^{-27}\ \mathrm{kg} = 1.008665\ \mathrm{u} = 939.6\ \mathrm{MeV}/c^2$	$1.67492728(29) \times 10^{-27}\ \mathrm{kg} = 1.00866491560(55)\ \mathrm{u}$
Unidad de masa atómica		$1.6605 \times 10^{-27}\ \mathrm{kg} = 931.5\ \mathrm{MeV}/c^2$	$1.66053886(28) \times 10^{-27}\ \mathrm{kg} = 931.494043(80)\ \mathrm{MeV}/c^2$

† CODATA (12/03), Peter J. Mohr y Barry N. Taylor, National Institute of Standards and Technology. Los números entre paréntesis indican incertidumbres experimentales de una desviación estándar en los dígitos finales. Los valores sin paréntesis son exactos (es decir, son cantidades definidas).

Otros datos útiles

Equivalente en joule (1 cal)		$4.186\ \mathrm{J}$
Cero absoluto (0 K)		$-273.15°\mathrm{C}$
Aceleración de la gravedad en la superficie de la Tierra (prom.)		$9.80\ \mathrm{m/s^2}\ (= g)$
Rapidez del sonido en el aire		$343\ \mathrm{m/s}$
Densidad del aire (seco)		$1.29\ \mathrm{kg/m^3}$
Tierra:	Masa	$5.98 \times 10^{24}\ \mathrm{kg}$
	Radio (medio)	$6.38 \times 10^3\ \mathrm{km}$
Luna:	Masa	$7.35 \times 10^{22}\ \mathrm{kg}$
	Radio (medio)	$1.74 \times 10^3\ \mathrm{km}$
Sol:	Masa	$1.99 \times 10^{30}\ \mathrm{kg}$
	Radio (medio)	$6.96 \times 10^5\ \mathrm{km}$
Distancia Tierra-Sol (media)		$149.6 \times 10^6\ \mathrm{km}$
Distancia Tierra-Luna (media)		$384 \times 10^3\ \mathrm{km}$

El alfabeto griego

Alfa	Α	α	Nu	Ν	ν
Beta	Β	β	Xi	Ξ	ξ
Gamma	Γ	γ	Omicron	Ο	o
Delta	Δ	δ	Pi	Π	π
Epsilon	Ε	ε	Rho	Ρ	ρ
Zeta	Ζ	ζ	Sigma	Σ	σ
Eta	Η	η	Tau	Τ	τ
Theta	Θ	θ	Upsilon	Υ	υ
Iota	Ι	ι	Phi	Φ	ϕ, φ
Kappa	Κ	κ	Chi	Χ	χ
Lambda	Λ	λ	Psi	Ψ	ψ
Mu	Μ	μ	Omega	Ω	ω

Valores de algunos números

$\pi = 3.1415927$	$\sqrt{2} = 1.4142136$	$\ln 2 = 0.6931472$	$\log_{10} e = 0.4342945$
$e = 2.7182818$	$\sqrt{3} = 1.7320508$	$\ln 10 = 2.3025851$	$1\ \mathrm{rad} = 57.2957795°$

Signos y símbolos matemáticos

$\propto$	es proporcional a	$\leq$	es menor que o igual a
$=$	es igual a	$\geq$	es mayor que o igual a
$\approx$	es aproximadamente igual a	$\sum$	suma de
$\neq$	no es igual a	$\bar{x}$	valor promedio de x
$>$	es mayor que	Δx	cambio en x
$\gg$	es mucho mayor que	$\Delta x \to 0$	Δx tiende a cero
$<$	es menor que	$n!$	$n(n-1)(n-2)\ldots(1)$
$\ll$	es mucho menor que		

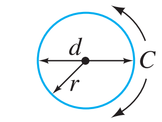
Propiedades del agua

Densidad (4°C)	$1.000\ \mathrm{kg/m^3}$
Calor de fusión (0°C)	$333\ \mathrm{kJ/kg}$ (80 kcal/kg)
Calor de vaporización (100°C)	$2260\ \mathrm{kJ/kg}$ (539 kcal/kg)
Calor específico (15°C)	$4186\ \mathrm{J/kg \cdot C°}$ (1.00 kcal/kg·C°)
Índice de refracción	1.33

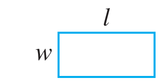
Fórmulas geométricas útiles. Áreas, volúmenes

Circunferencia de círculo $C = \pi d = 2\pi r$

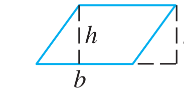
Área de círculo $A = \pi r^2 = \dfrac{\pi d^2}{4}$



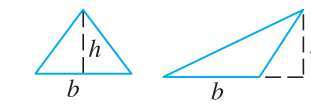
Área de rectángulo $A = lw$



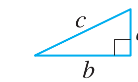
Área de paralelogramo $A = bh$



Área de triángulo $A = \frac{1}{2} hb$

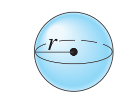


Triángulo rectángulo (Pitágoras) $c^2 = a^2 + b^2$

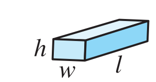


Esfera: área superficial $A = 4\pi r^2$

volumen $V = \frac{4}{3}\pi r^3$

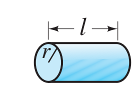


Sólido rectangular: volumen $V = lwh$



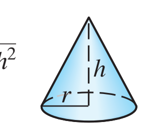
Cilindro (recto): área superficial $A = 2\pi rl + 2\pi r^2$

volumen $V = \pi r^2 l$



Cono circular recto: área superficial $A = \pi r^2 + \pi r\sqrt{r^2 + h^2}$

volumen $V = \frac{1}{3}\pi r^2 h$



Exponentes [Véase apéndice A-2 para detalles]

$(a^n)(a^m) = a^{n+m}$ [Ejemplo: $(a^3)(a^2) = a^5$]

$(a^n)(b^n) = (ab)^n$ [Ejemplo: $(a^3)(b^3) = (ab)^3$]

$(a^n)^m = a^{nm}$ [Ejemplo: $(a^3)^2 = a^6$; Ejemplo: $(a^{\frac{1}{4}})^4 = a$]

$a^{-1} = \dfrac{1}{a}$ $\quad a^{-n} = \dfrac{1}{a^n}$ $\quad a^0 = 1$

$a^{\frac{1}{2}} = \sqrt{a}$ $\quad a^{\frac{1}{4}} = \sqrt{\sqrt{a}}$

$(a^n)(a^{-m}) = \dfrac{a^n}{a^m} = a^{n-m}$ [Ej.: $(a^5)(a^{-2}) = a^3$]

$\dfrac{a^n}{b^n} = \left(\dfrac{a}{b}\right)^n$

Fórmula cuadrática [apéndice A-4]

La ecuación con incógnita x en la forma

$ax^2 + bx + c = 0,$

tiene soluciones

$$x = \frac{-b \pm \sqrt{b^2 - 4ac}}{2a}.$$

Logaritmos [apéndice A-8; tabla p. A-11]

Si $y = 10^x$, entonces $x = \log_{10} y = \log y$.

Si $y = e^x$, entonces $x = \log_e y = \ln y$.

$\log(ab) = \log a + \log b$

$\log\left(\dfrac{a}{b}\right) = \log a - \log b$

$\log a^n = n \log a$

Expansión binomial [apéndice A-5]

$$(1 + x)^n = 1 + nx + \frac{n(n-1)}{2 \cdot 1}x^2 + \frac{n(n-1)(n-2)}{3 \cdot 2 \cdot 1}x^3 + \cdots \quad [\text{para } x^2 < 1]$$

$\approx 1 + nx \quad$ si $x \ll 1$

[Ejemplo: $(1 + 0.01)^3 \approx 1.03$]

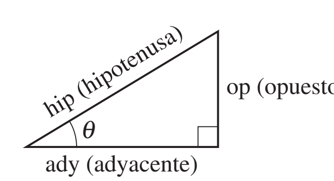
[Ejemplo: $\dfrac{1}{\sqrt{0.99}} = \dfrac{1}{\sqrt{1 - 0.01}} = (1 - 0.01)^{-\frac{1}{2}} \approx 1 - \left(-\frac{1}{2}\right)(0.01) \approx 1.005$]

Fracciones

$\dfrac{a}{b} = \dfrac{c}{d}$ es lo mismo que $ad = bc$

$$\frac{\left(\dfrac{a}{b}\right)}{\left(\dfrac{c}{d}\right)} = \frac{ad}{bc}$$

Fórmulas trigonométricas [apéndice A-7]



$\text{sen}\,\theta = \dfrac{\text{op}}{\text{hip}}$

$\cos\theta = \dfrac{\text{ady}}{\text{hip}}$

$\tan\theta = \dfrac{\text{op}}{\text{ady}}$

$\text{ady}^2 + \text{op}^2 = \text{hip}^2$ (Teorema de Pitágoras)

$\tan\theta = \dfrac{\text{sen}\,\theta}{\cos\theta}$

$\text{sen}^2\theta + \cos^2\theta = 1$

$\text{sen}\,2\theta = 2\,\text{sen}\,\theta\cos\theta$

$\cos 2\theta = (\cos^2\theta - \text{sen}^2\theta) = (1 - 2\,\text{sen}^2\theta) = (2\cos^2\theta - 1)$

$\text{sen}(180° - \theta) = \text{sen}\,\theta \qquad \cos(180° - \theta) = -\cos\theta$

$\left.\begin{array}{l}\text{sen}(90° - \theta) = \cos\theta \\ \cos(90° - \theta) = \text{sen}\,\theta\end{array}\right\} [0 < \theta < 90°]$

$\text{sen}\,\frac{1}{2}\theta = \sqrt{(1 - \cos\theta)/2} \qquad \cos\frac{1}{2}\theta = \sqrt{(1 + \cos\theta)/2}$

$\text{sen}\,\theta \approx \theta$ [para pequeños $\theta \lesssim 0.2$ rad]

$\cos\theta \approx 1 - \dfrac{\theta^2}{2}$ [para pequeños $\theta \lesssim 0.2$ rad]

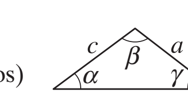
$\text{sen}(A \pm B) = \text{sen}\,A\cos B \pm \cos A\,\text{sen}\,B$

$\cos(A \pm B) = \cos A\cos B \mp \text{sen}\,A\,\text{sen}\,B$

Para cualquier triángulo:

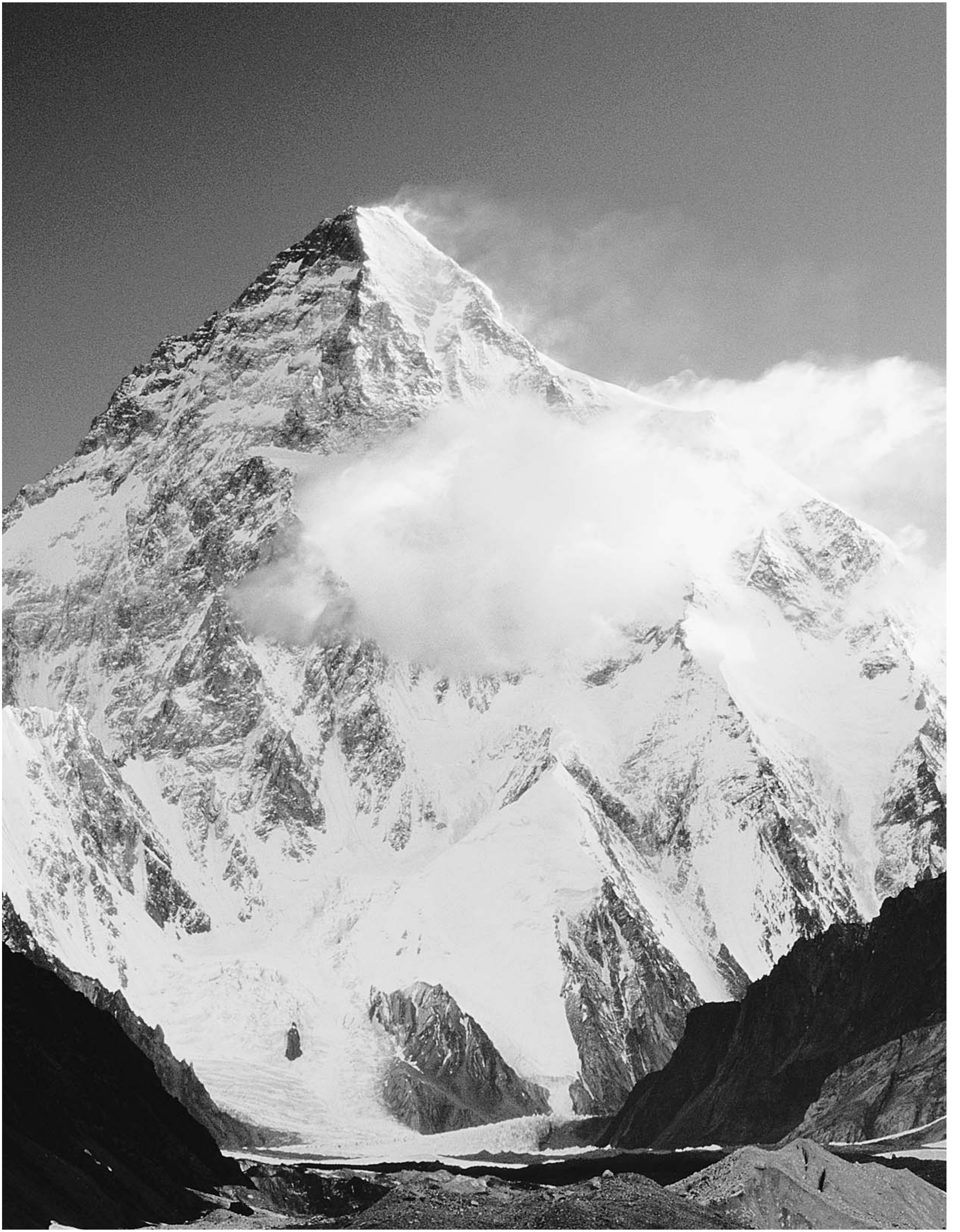
$c^2 = a^2 + b^2 - 2ab\cos\gamma$ (ley de cosenos)

$\dfrac{\text{sen}\,\alpha}{a} = \dfrac{\text{sen}\,\beta}{b} = \dfrac{\text{sen}\,\gamma}{c}$ (ley de senos)



FÍSICA

PRINCIPIOS CON APLICACIONES



FÍSICA

PRINCIPIOS CON APLICACIONES

SEXTA EDICIÓN

Volumen 1

DOUGLAS C. GIANCOLI

TRADUCCIÓN:
Víctor Campos Olguín
Traductor profesional

REVISIÓN TÉCNICA:
Agustín Vázquez Sánchez
Instituto Tecnológico y de Estudios Superiores de Monterrey
Campus Estado de México

Alberto Lima Sánchez
Profesor de Física
Preparatoria-Universidad La Salle

Tufik Zambrano
Profesor de Física
Gimnasio La Fontana
Bogotá, Colombia

José Vicente Contreras Julio
Profesor de Física y Matemáticas
Sección Bachillerato
Gimnasio Británico
Bogotá, Colombia

Sebastián Torrez Gutiérrez
Profesor de Física
Colegio Jordán de Sajonia
Bogotá, Colombia

Hernando Julio Garrido Insignares
Profesor de Física
Instituto Técnico Central
Bogotá, Colombia

PEARSON Educación®

México • Argentina • Brasil • Colombia • Costa Rica • Chile • Ecuador
España • Guatemala • Panamá • Perú • Puerto Rico • Uruguay • Venezuela

Datos de catalogación bibliográfica

GIANCOLI, C. DOUGLAS

FÍSICA. Principios con aplicaciones. Volumen 1
Sexta edición

PEARSON EDUCACIÓN, México, 2006

ISBN: 970-26-0776-0
Área: Universitarios

Formato: 21 × 27 cm Páginas: 336

ISBN 0-13-060620-0

Edición en español
Editor: Enrique Quintanar Duarte
e-mail: enrique.quintanar@pearsoned.com
Editor de desarrollo: Felipe Hernández Carrasco
Supervisor de producción: José D. Hernández Garduño

Edición en inglés:

Editor-in-Chief, Science: John Challice
Senior Acquisitions Editor: Erik Fahlgren
Senior Development Editor: Karen Karlin
Vice President of Production and Manufacturing: David Riccardi
Executive Managing Editor: Kathleen Schiaparelli
Senior Production Editor: Susan Fisher
Production Editor: Chirag Thakkar
Manufacturing Manager: Trudy Pisciotti
Manufacturing Buyer: Alan Fischer
Managing Editor, Audio and Visual Assets: Patricia Burns
AV Project Managers: Adam Velthaus and Connie Long
Assistant Managing Editor, Science Media: Nicole Bush
Associate Editor: Christian Botting
Media Editor: Michael J. Richards
Director of Creative Services: Paul Belfaanti
Advertising and Promotions Manager: Elise Schneider
Creative Director: Carole Anson
Art Director: Maureen Eide
Illustration: Artworks
Marketing Manager: Mark Pfaltzgraff
Editor-in-Chief of Development: Carol Trueheart
Director, Image Research Center: Melinda Reo
Photo Research: Mary Teresa Giancoli and Jerry Marshall
Manager, Rights and Permissions: Cynthia Vincenti
Copy Editor: Jocelyn Phillips
Indexer: Steele/Katigbak
Editorial Assistant: Andrew Sobel
Composition: Emilcomp srl / Prepare Inc.

SEXTA EDICIÓN, 2006

Cámara Nacional de la Industria Editorial Mexicana. Reg. núm. 1031

PEARSON
Educación ®

ISBN 970-26-0776-0

Impreso en México. *Printed in Mexico.*

1 2 3 4 5 6 7 8 9 0 - 09 08 07 06

Contenido

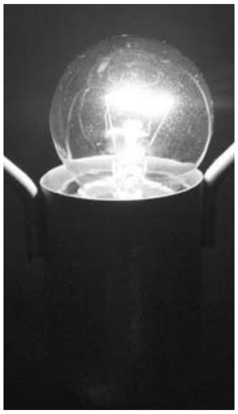
11 VIBRACIONES Y ONDAS 286

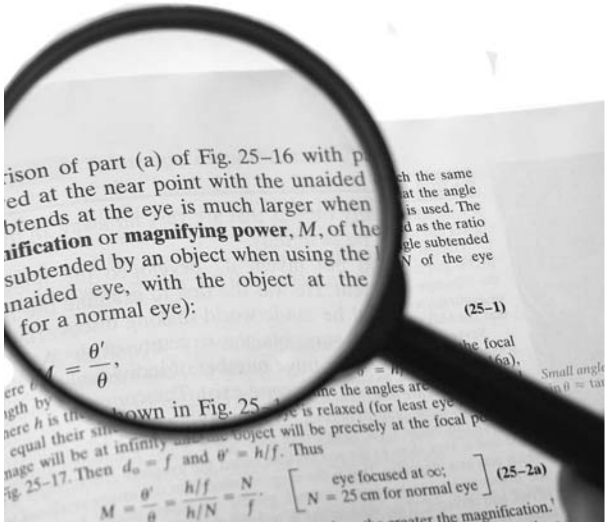
12 SONIDO 322

13 TEMPERATURA Y TEORÍA CINÉTICA 352

14 CALOR 384

15 LAS LEYES DE LA TERMODINÁMICA 408




rison of part (a) of Fig. 25–16 with
ed at the near point with the unaided
btends at the eye is much larger when
nification or magnifying power, M, of the
subtended by an object when using the
naided eye, with the object at the
for a normal eye):
(25–1)
(25–2a)
eye focused at ∞;
N = 25 cm for normal eye

APLICACIONES A LA BIOLOGÍA Y LA MEDICINA

APLICACIONES A OTROS CAMPOS Y A LA VIDA COTIDIANA

RECUADROS DE RESOLUCIÓN DE PROBLEMAS

PREFACIO

Ver el mundo a través de ojos que saben física

Este libro fue escrito para los estudiantes. Pretende brindar una comprensión profunda de los conceptos básicos de la física en todos sus aspectos, desde la mecánica hasta la física moderna. Su meta es explicar la física de una forma sencilla e interesante que sea accesible y clara, y enseñar a los estudiantes a anticipar sus necesidades y dificultades sin una simplificación excesiva. Un segundo objetivo es mostrarles cuán útil es la física en sus propias vidas y en sus futuras profesiones por medio de aplicaciones interesantes. Además, se ha puesto especial énfasis en explicar técnicas y enfoques para resolver problemas.

El texto está especialmente diseñado para que los estudiantes tomen un curso de un año de introducción a la física que se base en álgebra y trigonometría, pero no en cálculo. Muchos de estos estudiantes están especializándose en biología o inscritos en un curso propedéutico para medicina, y otros tal vez estudien arquitectura, tecnología, ciencias de la Tierra o ciencias ambientales. Muchas aplicaciones en esos campos tienen la intención de responder a la pregunta común de los estudiantes: "¿Por qué debo estudiar física?" La respuesta es que la física resulta fundamental para una comprensión plena de esas especialidades, y aquí ellos verán de qué forma. La física lo es todo en el mundo cotidiano. La meta de este libro es ayudar a los estudiantes "a ver el mundo a través de ojos que saben física".

Algunas de las nuevas características en esta sexta edición son: **1.** Ejercicios dentro del texto para que los estudiantes verifiquen su comprensión; **2.** nuevos párrafos para hacer el planteamiento de los ejemplos trabajados; **3.** nuevos ejemplos que siguen paso a paso cada uno de los Recuadros de Resolución de Problemas; y **4.** nuevas aplicaciones, como las detalladas descripciones basadas en la física de las pantallas de cristal líquido (LCD), las cámaras digitales (con CCD) y la extensa cobertura de los dispositivos eléctricos y su manejo seguro. Éstos y otros aspectos se resaltan más adelante. ◀ NUEVO

La física y cómo entenderla

He evitado el árido, dogmático y común enfoque de tratar primero los temas de manera formal y abstracta, para sólo después relacionar el material con la propia experiencia de los estudiantes. Mi enfoque parte del reconocimiento de que la física es una descripción de la realidad, de modo que cada tema se inicia con observaciones y experiencias concretas con las que los estudiantes están familiarizados. Luego se procede a hacer generalizaciones y a exponer el tema de manera más formal. Esto no sólo hace que el material sea más interesante y fácil de comprender, también está más cerca de la forma en que en realidad se practica la física.

Se ha hecho un gran esfuerzo para no dirigir demasiado a los estudiantes a leer los primeros capítulos. Primero se tiene que aprender lo básico; más adelante se explicarán muchos otros aspectos, cuando los estudiantes estén más preparados. Si no se les abruma con demasiados detalles, en especial al principio, es más probable que consideren que la física es interesante, divertida y útil, y aquellos que tenían miedo de la materia olvidarán su temor.

Las *grandes leyes de la física* están enmarcadas en una pantalla y van acompañadas de una nota marginal en letras mayúsculas encerrada en un rectángulo. Todas las ecuaciones importantes aparecen junto a un número para distinguirlas de las menos útiles. Para ayudar a dejar en claro cuáles ecuaciones son generales y cuáles no lo son, las limitaciones de las ecuaciones importantes se presentan en corchetes junto a la ecuación, como en

$$x = x_0 + v_0 t + \tfrac{1}{2}at^2. \qquad \text{[aceleración constante]}$$

Las *matemáticas* en ocasiones constituyen un obstáculo para la comprensión del estudiante. Por eso, el libro describe todos los pasos que se siguen en la deducción de una fórmula. Las herramientas matemáticas importantes, como la suma de vectores y la trigonometría, se incorporan donde se requieren por primera vez en el texto, así que se presentan en un contexto particular y no en un aterrador capítulo de introducción. Los apéndices contienen un repaso de álgebra y geometría (más unos cuantos temas avanzados: marcos de referencia en rotación, fuerzas inerciales, efecto Coriolis; capacidades caloríficas de los gases y equipartición de energía; transformaciones de Lorentz). Las unidades del Sistema Internacional (SI) se emplean de principio a fin. Otras unidades métricas y británicas se definen con propósitos informativos.

El capítulo 1 no es desechable. Es fundamental para la física darse cuenta de que toda medición tiene un grado de *incertidumbre*, y que las cifras significativas lo reflejan. Convertir unidades y ser capaz de hacer *estimaciones* rápidas también es básico. Los aspectos culturales al comienzo del capítulo 1 amplían la comprensión del mundo de una persona, mas no tienen que ser cubiertos en clase.

Las múltiples *aplicaciones* en ocasiones sólo sirven como ejemplos de principios físicos. Otras se tratan en profundidad. Se han seleccionado cuidadosamente para integrarlas en el texto, de modo que no interfieran con el desarrollo de la física, sino más bien que la iluminen. Para facilitar la detección de las aplicaciones, aparece una nota de física aplicada al margen.

Las fotografías que abren cada capítulo, algunas de las cuales tienen vectores sobrepuestos, se han elegido de modo que el texto que las acompaña sea una especie de resumen del capítulo.

Algunos de los **nuevos** aspectos de física y pedagogía en esta sexta edición son:

Mayor claridad: Ningún tema, ningún párrafo en este libro se han pasado por alto en la búsqueda por mejorar la claridad de la presentación. Se han realizado muchos cambios y aclaraciones, algunos de ellos pequeños y otros no tanto. Se eliminaron frases y oraciones que pudieran detener el argumento principal: se trata de exponer lo esencial al principio y explicar los detalles después.

NUEVO ▶ ***Notación vectorial, flechas:*** Los símbolos para cantidades vectoriales en el texto y las figuras ahora tienen una pequeña flecha sobre ellos, de modo que son similares a lo que el profesor escribe a mano durante su clase. Las letras todavía son las tradicionales negritas; por ejemplo, se utiliza $\vec{\mathbf{v}}$ para velocidad y $\vec{\mathbf{F}}$ para fuerza.

NUEVO ▶ ***Ejercicios*** dentro del texto, para que los estudiantes comprueben su comprensión. Las respuestas se proporcionan al final del capítulo.

NUEVO ▶ ***Ejemplos paso a paso***, después de un Recuadro de Resolución de Problemas, como se explica en la página xvii.

Los ***ejemplos conceptuales*** no son una característica nueva, pero hay algunos ejemplos que sí lo son.

Ejemplos modificados: Más pasos matemáticos se explican detalladamente y se agregan muchos ejemplos nuevos (véase la página xvii).

Diseño de la página: Derivaciones completas. Se ha puesto mucha atención, incluso más que en la edición anterior, en cómo está formateada cada página. Se ha realizado un gran esfuerzo para mantener las deducciones y los argumentos importantes en páginas enfrentadas. Entonces, los estudiantes no tendrán que voltear la página hacia atrás o hacia delante. A lo largo del libro los lectores verán ante ellos, en dos páginas enfrentadas, una importante rebanada de física.

NUEVO ▶ ***Subtítulos:*** Muchas de las secciones dentro de un capítulo ahora están divididas en apartados, lo que separa los temas en “trozos” más manejables. Ello permite hacer “pausas” para que los estudiantes descansen o recuperen el aliento.

Notas marginales: Precaución. Las notas marginales, en azul, puntualizan muchos temas y hacen las veces de subrayado ayudando a localizar los temas en revisión. También puntualizan aplicaciones y sugerencias para resolver problemas. Un nuevo título, el de PRECAUCIÓN, indica posibles malas interpretaciones analizadas en el texto adyacente. ◀ NUEVO

Eliminaciones. Para evitar que el libro sea demasiado largo, y también para reducir la carga sobre los estudiantes en temas más avanzados, muchos temas se recortaron o simplificaron, y unos cuantos se eliminaron.

Nuevos temas de física y principales revisiones

He aquí una lista de los principales cambios o adiciones, pero existen muchos otros:

Se usa más la simetría, incluso para resolver problemas
Análisis dimensional, opcional (cap. 1) ◀ NUEVO
Más gráficas en cinemática (cap. 2)
Eficiencia de máquinas (cap. 6, 15)
Principio trabajo-energía y conservación de energía: nuevo apartado (cap. 6); con enfoque hacia la termodinámica (cap. 15) y la electricidad (cap. 17)
Fuerza sobre una pelota de tenis por medio de una raqueta (cap. 7) ◀ NUEVO
Alas de aviones, bolas curvas, navegación y otras aplicaciones del principio de Bernoulli, mejorado y aclarado con material nuevo (cap. 10) ◀ NUEVO
Distinción de interferencia de ondas en espacio y tiempo (pulsos) (cap. 11)
Corrimiento Doppler de la luz (ahora cap. 12)
Radio de estrella gigante (cap. 14) ◀ NUEVO
Primera ley de la termodinámica reescrita y extendida, mejor relacionada con el principio trabajo-energía y la conservación de la energía (cap. 15)
Agotamiento de recursos energéticos (cap. 15)
Clasificación SEER (cap. 15) ◀ NUEVO
Separación de carga en no conductores (cap. 16) ◀ NUEVO
Ley de Gauss, opcional (cap. 16) ◀ NUEVO
Fotocopiadoras e impresoras de computadora (cap. 16) ◀ NUEVO
Direcciones de fuerza y campos eléctricos más enfatizados (cap. 16, 17)
Potencial eléctrico mejor relacionado con el trabajo, más detalle (cap. 17)
Efecto dieléctrico sobre capacitor con y sin conexión a voltaje más otros detalles (cap. 17) ◀ NUEVO
Derivación del capacitor de placas paralelas, opcional (cap. 17) ◀ NUEVO
Riesgos eléctricos, conexión a tierra, seguridad, interruptores de corriente: extendido con mucho material nuevo (cap. 17, 18, 19 especialmente, 20, 21) ◀ NUEVO
Corriente eléctrica, malas interpretaciones discutidas en el capítulo 18 ◀ NUEVO
Superconductividad actualizada (cap. 18)
Voltaje terminal y fem reorganizados, con mayor detalle (cap. 19)
Materiales magnéticos recortados (cap. 20)
Reglas de la mano derecha resumidas en una tabla (cap. 20) ◀ NUEVO
Leyes de Faraday y Lenz extendidas (cap. 21)
Circuitos CA acortados (cap. 21), desplazamiento de corriente minimizado (cap. 22)
Presión de radiación y cantidad de movimiento de ondas EM (cap. 22) ◀ NUEVO
Calores específicos de gases, equipartición de energía (apéndices) ◀ NUEVO

Resolución de problemas, con enfoques nuevos y mejorados

Ser capaz de resolver problemas es una técnica valiosa en general. Resolver problemas también es una manera efectiva de comprender la física con mayor profundidad. He aquí algunas de las formas que usa este libro para ayudar a los estudiantes a resolver con éxito los problemas.

Recuadros de resolución de problemas, en total unos 20, se encuentran a lo largo del libro (hay un lista en la página xiii). Cada uno de ellos subraya una aproximación paso a paso para resolver problemas en general, o de manera específica, para el material que se está estudiando. Los mejores estudiantes encontrarán que estos "recuadros" son innecesarios (pueden saltarlos), pero muchos los encontrarán útiles como recordatorios de la aproximación general y de los pasos que conviene seguir para resolver problemas. El Recuadro de Resolución de Problemas general de la sección 4-9 está colocado ahí, después de que los estudiantes han tenido cierta experiencia en lidiar con los problemas, de modo que estarán motivados para leerlo con cuidadosa atención. Si se desea, la sección 4-9 puede cubrirse con antelación. No se pretende que los Recuadros de Resolución de Problemas sean una prescripción, sino más bien una guía. Por eso, en ocasiones siguen a los ejemplos para servir como un resumen para uso futuro.

Las ***secciones de resolución de problemas*** (como las secciones 2-6, 3-6, 4-7, 6-7, 8-6 y 13-8) intentan proporcionar entrenamiento adicional en áreas donde la resolución de problemas es especialmente importante.

Ejemplos: Los ejemplos trabajados, cada uno con un título para fácil referencia, caen en cuatro categorías:

1. La mayoría son ejemplos trabajados regulares que sirven como "problemas de práctica". Se agregaron algunos nuevos, unos cuantos de la edición anterior se eliminaron y muchos se trabajaron otra vez para ofrecer mayor claridad, más pasos matemáticos, más de "por qué se hace de esta forma"; con el nuevo párrafo de planteamiento hay mayor análisis del razonamiento y el enfoque. La meta es "pensar en voz alta" con los estudiantes, y conducirlos a desarrollar su perspicacia. El nivel de dificultad de los ejemplos trabajados para la mayoría de los temas aumenta gradualmente, de modo que los más complicados se presentan junto con los problemas más difíciles al final de cada capítulo. Muchos ejemplos ofrecen relevantes aplicaciones a diversos campos y a la vida diaria.

NUEVO ▶ **2.** ***Ejemplos paso a paso:*** Después de muchos de los Recuadros de Resolución de Problemas, el siguiente ejemplo está elaborado paso a paso siguiendo el procedimiento del recuadro precedente, sólo para mostrar a los estudiantes cómo utilizarlo. Tales soluciones son largas y en ocasiones redundantes, así que sólo se incluye un ejemplo trabajado de esta forma.

3. Los ***ejemplos de estimación,*** aproximadamente un 10% del total, pretenden desarrollar las habilidades para realizar estimaciones de orden de magnitud, aun cuando los datos sean escasos cuando el estudiante jamás hubiera pensado que era posible un resultado. Vea, en la sección 1-7, los ejemplos del 1-6 al 1-9.

4. ***Ejemplos conceptuales:*** Cada uno es una breve pregunta socrática que tiene la intención de estimular al estudiante a contestar antes de leer la respuesta proporcionada.

NUEVO ▶ ***Párrafo de PLANTEAMIENTO:*** Ahora todos los ejemplos numéricos trabajados tienen un breve párrafo de introducción, antes de la solución, que da el enfoque e indica los pasos que conviene seguir para resolver el problema.

NUEVO ▶ ***NOTA:*** Ahora muchos ejemplos tienen una breve "nota" después de la solución, a veces para remarcar la solución misma, en ocasiones para mencionar una aplicación, otras veces para proporcionar un enfoque alterno para resolver el problema. Estos nuevos párrafos de Nota permiten que el estudiante sepa que la solución se completó, y que ahora se menciona un(os) tema(s) relacionado(s).

NUEVO ▶ ***Ejemplos adicionales:*** Algunos temas de física requieren muchos diferentes ejemplos trabajados para quedar claros. Pero tantos en línea tal vez resulten abrumadores para algunos estudiantes. En esos lugares, el subtítulo "Ejemplo(s) Adicional(es)" tiene la intención de sugerir a los estudiantes que podrían saltarse estos ejemplos en una primera lectura. Cuando los incluyan durante una segunda lectura del capítulo, seguramente les ayudarán a aumentar su habilidad para resolver un mayor rango de problemas.

Los ***ejercicios*** dentro del texto, después de un ejemplo o de la deducción de una fórmula, brindan a los estudiantes una oportunidad de entender si comprenden lo suficiente como para responder una pregunta simple o realizar un cálculo sencillo. Las respuestas se proporcionan al final de la última página de cada capítulo.

◀ NUEVO

Los ***problemas*** al final de cada capítulo aumentaron en calidad y cantidad. Algunos de los problemas de la edición anterior se sustituyeron o se volvieron a escribir para hacerlos más claros, y/o se les cambiaron sus valores numéricos. Cada capítulo contiene un gran grupo de problemas ordenados por sección y graduados de acuerdo con la dificultad (aproximada): los problemas de nivel I son simples, diseñados para brindar confianza a los estudiantes; los del nivel II son problemas "normales", que implican mayor desafío y con frecuencia la combinación de dos conceptos diferentes; los del nivel III son los más complejos y se pretende que sean problemas de "créditos adicionales", que desafiarán incluso a los estudiantes más aventajados. El ordenamiento por número de sección es para ayudar a los profesores a elegir qué material quieren enfatizar, y significa que esos problemas dependen del material incluido hasta esa sección; en ocasiones, también se considera material presentado con anterioridad.

Los ***problemas generales*** no están clasificados y se agrupan en conjunto al final de cada capítulo; representan tal vez el 30% de todos los problemas. Los problemas generales no necesariamente son más difíciles, pero tienen más probabilidad de hacer referencia a material de capítulos anteriores. Son útiles para los profesores que quieren ofrecer a los estudiantes unos cuantos problemas sin la pista de a qué sección deben remitirse o sobre el grado de dificultad.

Las ***preguntas***, también al final de cada capítulo, son de carácter conceptual. Ayudan a los estudiantes a usar y aplicar los principios y conceptos y, por tanto, a profundizar en su comprensión (o les permiten saber qué necesitan estudiar más).

Asignación de problemas

Sugiero que los profesores asignen un número significativo de problemas de los niveles I y II, así como un pequeño número de problemas generales, y reservar los problemas del nivel III sólo como "créditos adicionales" para estimular a los mejores estudiantes. Aunque la mayoría de los problemas del nivel I parecen sencillos, ayudarán a los alumnos a desarrollar confianza, una parte importante del aprendizaje, especialmente en física. Al final del libro se proporcionan las respuestas a los problemas con número impar.

Organización

El perfil general de esta nueva edición conserva un orden tradicional de los temas: mecánica (capítulos del 1 al 9); fluidos, vibraciones, ondas y sonido (capítulos del 10 al 12); teoría cinética y termodinámica (capítulos del 13 al 15); electricidad y magnetismo (capítulos del 16 al 22). Aquí casi todos los temas que se incluyen en los cursos de introducción a la física.

La tradición de comenzar con mecánica es sensata porque, históricamente, se desarrolló primero y porque buena parte de la física depende de ella. Dentro de la mecánica existen muchas formas de ordenar los temas, y este libro permite considerable flexibilidad. En particular, prefiero presentar estática después de dinámica, en parte porque muchos estudiantes tienen problemas con el concepto de fuerza sin movimiento. Más aún, la estática es un caso especial de la dinámica: se estudia para que uno logre evitar que las estructuras se vuelvan dinámicas (es decir, se caigan). No obstante, la estática (capítulo 9) podría estudiarse antes, luego de una breve introducción a los vectores. Otra opción es la luz, la cual aparece tras electricidad y magnetismo y de las ondas EM. Pero la luz podría estudiarse inmediatamente después de la ondas (capítulo 11).

No es necesario dar el mismo peso a todos los capítulos. Mientras que los capítulos 4 y 21 podrían requerir $1\frac{1}{2}$ o 2 semanas de cobertura, los capítulos 12 y 22 quizá necesiten sólo 1 semana o incluso menos. Puesto que el capítulo 11 se ocupa de las ondas estacionarias, el 12 podría dejarse para lectura de los estudiantes si se tiene poco tiempo de clase disponible.

El libro contiene más material del que es posible cubrir en la mayoría de los cursos de un año, aunque hay gran flexibilidad para elegir los temas. Las secciones marcadas con asterisco (*) se consideran opcionales. Contienen material de física ligeramente más avanzado (material que rara vez se incluye en los cursos típicos) y/o aplicaciones interesantes. Esas secciones no contienen material necesario para los capítulos ulteriores, si acaso para las secciones opcionales posteriores. No todas las secciones sin estrella deben ser cubiertas; sigue existiendo considerable flexibilidad en la elección del material. Para un curso breve, podría eliminarse todo el material opcional, así como buena parte de los capítulos 10, 12, 19 y 22, y tal vez partes seleccionadas de los capítulos 7, 8, 9, 15 y 21. Los temas no cubiertos en clase servirán de aliciente para el posterior estudio de los alumnos.

Nuevas aplicaciones

Las aplicaciones relevantes de la física a diversos campos, como la biología, la medicina, la arquitectura, y a la vida cotidiana son una fuerte característica de este libro. Las aplicaciones son interesantes por ellas mismas, además de que responden a la pregunta de los estudiantes: "¿Por qué debo estudiar física?" Se agregaron nuevas aplicaciones. He aquí algunas de ellas (véase la lista después de la tabla de contenido, en las páginas xiii y xiv).

TODAS SON NUEVAS ▶

Seguridad en el manejo de la electricidad; riesgos y diversos tipos de interruptores de corriente y de circuito (caps. 17, 18, 19, 20, 21)
Máquinas fotocopiadoras (cap. 16)
Impresoras de inyección de tinta y láser (cap. 16)
Los picos más altos del mundo (conversión de unidades, cap. 1)
Detectores de metales en los aeropuertos (cap. 21)
Usos de los capacitores (cap. 17)
Clasificación SEER (cap. 15)
Bola curva (cap. 10)
Paso de corriente a un automóvil (cap. 19)
Circuitos *RC* en marcapasos, señales de vuelta, limpiadores (cap. 19)
Voltímetros digitales (cap. 19)

Gracias

Más de 50 profesores de física aportaron información y retroalimentación directa en cada aspecto del texto: organización, contenido, figuras y sugerencias para nuevos ejemplos y problemas. A continuación se mencionan los revisores de esta sexta edición. Con cada uno de ellos tengo una deuda de gratitud:

Zaven Altounian (McGill University)
David Amadio (Cypresss Falls Senior High School)
Andrew Bacher (Indiana University)
Rama Bansil (Boston University)
Mitchell C. Begelman (University of Colorado)
Cornelius Bennhold (George Washington University)
Mike Berger (Indiana University)
George W. Brandenburg (Harvard University)
Robert Coakley (University of Southern Maine)
Renee D. Diehl (Penn State University)
Kathryn Dimiduk (University of New Mexico)
Leroy W. Dubeck (Temple University)
Andrew Duffy (Boston University)
John J. Dykla (Loyola University Chicago)
John Essick (Reed College)
David Faust (Mt. Hood Community College)
Gerald Feldman (George Washington University)
Frank A. Ferrone (Drexel University)
Alex Filippenko (University of California, Berkeley)
Richard Firestone (Lawrence Berkeley Lab)
Theodore Gotis (Oakton Community College)
J. Erik Hendrickson (University of Wisconsin, Eau Claire)
Laurent Hodges (Iowa State University)
Brian Houser (Eastern Washington University)
Brad Johnson (Western Washington University)
Randall S. Jones (Loyola College of Maryland)
Joseph A. Keane (St. Thomas Aquinas College)
Arthur Kosowsky (Rutgers University)
Amitabh Lath (Rutgers University)
Paul L. Lee (California State University, Northridge)
Jerome R. Long (virginia Tech)
Mark Lucas (Ohio University)
Dan MacIsaac (Northern Arizona University)
William W. McNairy (Duke University)
Laszlo Mihaly (SUNY Stony Brook)
Peter J. Mohr (NIST)
Lisa K. Morris (Washington State University)
Paul Morris (Abilene Christian University)
Hon-Kie Ng (Florida State University)
Mark Oreglia (University of Chicago)
Lyman Page (Princeton University)
Bruce Partridge (Haverford College)
R. Daryl Pedigo (University of Washington)
Robert Pelcovits (Brown University)
Alan Pepper (Campbell School, Adelaide, Australia)
Kevin T. Pitts (University of Illinois)

Steven Pollock (University of Colorado, Boulder)
W. Steve Quon (Ventura College)
Michele Rallis (Ohio State University)
James J. Rhyne (University of Missouri, Columbia)
Paul L. Richards (University of California, Berkeley)
Dennis Rioux (University of Wisconsin, Oshkosh)
Robert Ross (University of Detroit, Mercy)
Roy S. Rubins (University of Texas, Arlington)
Wolfgang Rueckner (Harvard University Extension)
Randall J. Scalise (Southern Methodist University)
Arthur G. Schmidt (Northwestern University)
Cindy Schwarz (Vassar College)
Bartlett M. Sheinberg (Houston Community College)
J. L. Shinpaugh (East Carolina University)
Ross L. Spencer (Brigham Young University)
Mark Sprague (East Carolina University)
Michael G. Strauss (University of Oklahoma)
Chun Fu Su (Mississippi State University)
Ronald G. Taback (Youngstown State University)
Leo H. Takahashi (Pennsylvania State University, Beaver)
Raymond C. Turner (Clemson University)
Robert C. Webb (Texas A&M University)
Arthur Wiggins (Oakland Community College)
Stanley Wojcicki (Stanford University)
Edward L. Wright (University of California, Los Angeles)
Andrzej Zieminski (Indiana University)

También estoy agradecido con aquellos otros físicos revisores de ediciones anteriores:

David A. Aaron (South Dakota State University)
Narahari Achar (Memphis State University)
William T. Achor (Western Maryland College)
Arthur Alt (College of Great Falls)
John Anderson (University of Pittsburgh)
Subhash Antani (Edgewood College)
Atam P. Arya (West Virginia University)
Sirus Aryainejad (Eastern Illinois University)
Charles R. Bacon (Ferris State University)
Arthur Ballato (Brookhaven National Laboratory)
David E. Bannon (Chemeketa Community Colllege)
Gene Barnes (California State University, Sacramento)
Isaac Bass
Jacob Becher (Old Dominion University)
Paul A. Bender (Washington State University)
Michael S. Berger (Indiana University)
Donald E. Bowen (Stephen F. Austin University)
Joseph Boyle (Miami-Dade Community College)
Peter Brancazio (Brooklyn College, CUNY)
Michael E. Browne (University of Idaho)
Michael Broyles (Collin County Community College)
Anthony Buffa (California Polytechnic State University)
David Bushnell (Northern Illinois University)
Neal M. Cason (University of Notre Dame)
H. R. Chandrasekhar (University of Missouri)
Ram D. Chaudhari (SUNY, Oswego)
K. Kelvin Cheng (Texas Tech University)
Lowell O. Christensen (American River College)
Mark W. Plano Clark (Doane College)
Irvine G. Clator (UNC, Wilmington)
Albert C. Claus (Loyola University of Chicago)
Scott Cohen (Portland State University)
Lawrence Coleman (University of California, Davis)
Lattie Collins (East Tennessee State University)
Sally Daniels (Oakland University)
Jack E. Denson (Mississippi State University)
Waren Deshotels (Marquette University)
Eric Dietz (California State University, Chico)
Frank Drake (University of California, Santa Cruz)
Paul Draper (University of Texas, Arlington)
Miles J. Dressser (Washington State University)
Ryan Droste (The College of Charleston)
F. Eugene Dunnam (University of Florida)
Len Feuerhelm (Okalhoma Christian University)
Donald Foster (Wichita State University)
Gregory E. Francis (Montana State University)
Philip Gash (California State University, Chico)
J. David Gavenda (University of Texas, Austin)
Simon George (California State University, Long Beach)
James Gerhart (University of Washington)
Bernard Gerstman (Florida International University)
Charles Glashausser (Rutgers University)
Grant W. Hart (Brigham Young University)
Hershel J. Hausman (Ohio State University)
Melissa Hill (Marquette University)
Mark Hillery (Hunter College)
Hans Hochheimer (Colorado State University)
Joseph M. Hoffman (Frostburg State University)
Peter Hoffman-Pinther (University of Houston, Downtown)
Alex Holloway (University of Nebraska, Omaha)
Fred W. Inman (Mankato State University)
M. Azad Islan (SUNY, Potsdam)
James P. Jacobs (University of Montana)
Larry D. Johnson (Northeast Louisiana University)
Gordon Jones (Mississippi State University)
Rex Joyner (Indiana Institute of Technology)
Sina David Kaviani (El Camino College)
Kirby W. Kemper (Florida State University)
Sanford Kern (Colorado State University)
James E. Kettler (Ohio University, Eastern Campus)
James R. Kirk (Edinboro University of Pennsylvania)
Alok Kuman (SUNY, Oswego)
Sung Kyu Kim (Macalester College)
Amer Lahamer (Berea College)
Clement Y. Lam (North Harris College)
David Lamp (Texas Tech University)
Peter Landry (McGill University)
Michael Lieber (University of Arkansas)
Bryan H. Long (Columbia State College)
Michael C. LoPresto (Henry Ford Community College)
James Madsen (University of Wisconsin, River Falls)
Ponn Mahes (Winthrop University)
Robert H. March (University of Wisconsin, Madison)
David Markowitz (University of Connecticut)
Daniel J. McLaughlin (University of Hartford)
E. R. Menzel (Texas Tech University)
Robert Messina
David Mills (College of the Redwoods)
George K. Miner (University of Dayton)
Victor Montemeyer (Middle Tennessee State University)
Marina Morrow (Lansing Community College)
Ed Nelson (University of Iowa)
Dennis Nemeschansky (USC)
Gregor Novak (Indiana University/Purdue University)

Roy J. Peterson (University of Colorado, Boulder)
Frederck M. Phelps (Central Michigan University)
Brian L. Pickering (Laney College)
T. A. K. Pillai (University of Wisconsin, La Crosse)
John Polo (Edinboro University of Pennsylvania)
Michael Ram (University of Buffalo)
John Reading (Texas A&M University)
David Reid (Eastern Michigan University)
Charles Richardson (University of Arkansas)
William Riley (Ohio State University)
Larry Rowan (University of North Carolina)
D. Lee Rutledge (Oklahoma State University)
Hajime Sakai (University of Massachusetts, Amberst)
Thoma Sayetta (East Carolina University)
Neil Schiller (Ocean County College)
Ann Schmiedekamp (Pennsylvania State University, Ogontz)
Juergen Schroeer (Illinois State University)
Mark Semon (Bates College)
James P. Sheerin (Eastern Michigan University)
Eric Sheldon (University of Massachusetts, Lowell)
K. Y. Shen (California State University, Long Beach)
Marc Sher (College of William and Mary)
Joseph Shinar (Iowa State University)
Thomas W. Sills (Wilbur Wright College)
Anthony A. Siluidi (Kent State University)
Michael A. Simon (Housatonic Community College)
Upindranath Singh (Embry-Riddle)
Michael I. Sobel (Brooklyn College)
Donald Sparks (Los Angeles Pierce College)
Thor F. Stromberg (New Mexico State University)
James F. Sullivan (University of Cincinnati)
Kenneth Swinney (Bevill State Community College)
Harold E. Taylor (Stockton State University)
John E. Teggins (Auburn University en Montgomery)
Colin Terry (Ventura College)
Michael Thoennessen (Michigan State University)
Kwok Yeung Tsang (Georgia Institute of Technology)
Jagdish K. Tuli (Brookhaven National Laboratory)
Paul Urone (CSU, Sacramento)
Linn D. Van Woerkom (Ohio State University)
S. L. Varghese (University of Southern Alabama)
Jearl Walker (Cleveland State University)
Robert A. Walking (University of Southern Maine)
Jai-Ching Wang (Alabama A&M University)
Thomas A. Weber (Iowa State University)
John C. Wells (Tennessee Technological)
Gareth Williams (San Jose State University)
Wendall S. Williams (Case Western Reserve University)
Jerry Wilson (Metropolitan State College at Denver)
Lowell Wood (University of Houston)
David Wright (Tidewater Community College)
Peter Zimmerman (Louisiana State University)

Debo un agradecimiento especial a los profesores Bob Davis y J. Erik Hendrickson, por mucha información valiosa, y en especial por trabajar todos los problemas y producir el Manual de soluciones con todas las respuestas a los problemas y las preguntas, así como por proporcionar las respuestas a los problemas de número impar al final de este libro. Gracias, asimismo, al equipo que dirigen (profesores David Curott, Bryan Long y Richard Louie, quienes también trabajaron todos los problemas y preguntas; cada uno de ellos verificó a los demás).

Estoy agradecido con los profesores Robert Coakley, Lisa Morris, Kathryn Dimiduk, Robert Pelcovits, Raymond Turner, Cornelius Bennhold, Gerald Feldman, Alan Pepper, Michael Strauss y Zaven Altounian, quienes inspiraron muchos de los ejemplos, preguntas, problemas y aclaraciones significativos.

En especial, quiero agradecer a los profesores Howard Shugart, Chris McKee y a muchos otros del Departamento de Física de University of California, Berkeley, por las discusiones útiles y por su hospitalidad. Gracias también al profesor Tito Arecchi y a otros en el Istituto Nazionale di Ottica, Florencia, Italia.

Finalmente, debo agradecer a toda la gente de Prentice Hall, con quienes he trabajado en este proyecto, especialmente a Paul Corey, Erik Fahlgren, Andrew Sobel, Chirag Thakkar, John Challice y sobre todo a las altamente profesionales y maravillosamente dedicadas Karen Karlin y Susan Fisher. La responsabilidad final de todos los errores recae sobre mí. Doy la bienvenida a comentarios, correcciones y sugerencias* tan pronto como sea posible para beneficiar a los estudiantes con la siguiente reimpresión.

D.C.G.

* Favor de enviar a:

Correo electrónico: physics_service@prenhall.com

o por correo postal: Physics Editor
Prentice Hall Inc.
One Lake Street
Upper Saddle River, NJ 07458

Complementos y medios audiovisuales disponibles

Complementos para el estudiante

Compañero de bolsillo del estudiante (0-13-035249-7)
de Biman Das (SUNY-Potsdam)
Este libro en presentación rústica de 5” × 7” contiene un resumen de *Física: Principios con aplicaciones*, sexta edición, que incluye conceptos clave, ecuaciones, consejos y sugerencias.

Guía de estudio del estudiante con soluciones seleccionadas (volumen I: 0-13-035239-X, volumen II: 0-13-146557-0)
de Joseph Boyle (Miami-Dade Community College)
Esta guía de estudio contiene explicaciones generales, ejercicios, frases y términos clave, exámenes para estudio, preguntas para revisión y soluciones a problemas de fin de capítulo seleccionados.

Matemáticas para física universitaria (0-13-141427-5)
de Biman Das (SUNY-Potsdam)
Este texto, para estudiantes que necesitan ayuda con las herramientas matemáticas necesarias, muestra cómo las matemáticas se aplican directamente a la física, y explica cómo superar la ansiedad matemática.

Ejercicios de clasificación en física, edición del estudiante (0-13-144851-X)
de Thomas L. O’Kuma (Lee College), David P. Maloney (Indiana University-Purdue University, Fort Wayne) y Curtis J. Hieggelke (Joliet Junior College)
Las actividades de clasificación son un innovador tipo de ejercicio conceptual que pide a los estudiantes realizar juicios comparativos acerca de variaciones sobre una situación física particular. Este complemento incluye aproximadamente 200 ejercicios de clasificación que cubren toda la física clásica, excepto la óptica.

PH GradeAssist: Guía de inicio rápido del estudiante (0-13-141926-9)
Esta guía de estudio (con código de acceso) contiene información acerca de cómo registrar y usar el PH GradeAssist.

Física interactiva: libro de trabajo, segunda edición (0-13-067108-8)
de Cindy Schwarz (Vassar College), John Ertel (Naval Academy), MSC.Software
Este paquete con libro de trabajo y CD-ROM híbrido fue diseñado para ayudar a los estudiantes a visualizar y trabajar con problemas físicos específicos por medio de simulaciones creadas a partir de archivos de física interactiva. Cuarenta problemas de diversa dificultad requieren que los estudiantes efectúen predicciones, cambien variables, corran y visualicen movimiento en la pantalla de la computadora. El libro de trabajo/guía de estudio que lo acompaña proporciona instrucciones, un repaso de física, sugerencias y preguntas. El CD-ROM contiene todo lo que los estudiantes necesitan para correr las simulaciones.

Physlet® Physics (0-13-101969-4)
de Wolfgang Christian y Mario Belloni (Davidson College)
Este paquete de CD-ROM y texto tiene más de 800 *applets* Java interactivos listos para correr, que muchos profesores de física han adoptado. No se requiere ni servidor Web ni conexión a Internet.

MCAT Physics: Guía de estudio (0-13-627951-1)
de Joseph Boone (California Polytechnic State University-San Luis Obispo)
Esta guía de estudio MCAT incluye repaso a profundidad, problemas prácticos y preguntas de repaso.

Complementos para el profesor

Test Item File (0-13-047311-1)
Este banco de pruebas contiene aproximadamente 2800 preguntas de opción múltiple, verdadero o falso, de respuesta corta y de ensayo, de las cuales cerca del 25% son de carácter conceptual. Todas las preguntas están clasificadas por nivel de dificultad y referidas a la correspondiente sección de este libro. El Test Item File también está disponible en formato electrónico, en CD-ROM, en el Centro de Recursos del Instructor.

Manual de soluciones del instructor
(volumen I: 0-13-035237-3, volumen II: 0-13-141545-X)
de Bob Davis (Taylor University) y J. Erik Hendrickson (University of Wisconsin-Eau Claire)
El manual de soluciones contiene soluciones trabajadas y detalladas de todos los problemas de fin de capítulo en este libro, así como respuestas a las preguntas. Están disponibles versiones electrónicas, en CD-ROM, en el Centro de Recursos del Instructor para profesores con Microsoft Word o software compatible con Word.

Manual de recursos del instructor (0-13-035251-9)
de Katherine Whatley (University of North Carolina-Asheville)
Este manual contiene esquemas de clases, notas, sugerencias de demostración, lecturas sugeridas y otros recursos de enseñanza.

Centro de recursos del instructor en cd-rom (0-13-035246-2)
Este conjunto de dos CD contiene todas las ilustraciones y tablas del texto en formatos JPEG, Microsoft PowerPoint™ y Adobe PDF. Los profesores pueden tener vistas previas y secuencias de imágenes, realizar búsquedas por palabra clave, agregar notas de clase e incorporar sus propios recursos digitales. También contiene un TestGenerator, un programa fácil de usar que es posible poner en red para crear pruebas que van de los acertijos cortos a extensos exámenes. Los profesores pueden usar el editor de preguntas para modificar las preguntas o los problemas existentes, que incluyen versiones algorítmicas, o crear nuevos. Los CD también contienen clases adicionales en PowerPoint, más versiones electrónicas del Manual de Recursos del Instructor, del Manual de Soluciones del Instructor, y preguntas y problemas de fin de capítulo para este libro.

Paquete de transparencias (0-13-035245-4)
El paquete incluye aproximadamente 400 transparencias a todo color de imágenes y tablas de este libro.

Video "Física que puedes ver" (0-205-12393-7)
Este video contiene once demostraciones físicas clásicas, cada una con duración de 2 a 5 minutos.

Sistemas de administración de curso

WebCT y Blackboard permiten a los profesores asignar y calificar tareas en línea, administrar su lista de alumnos y su libro de calificaciones, y colocar documentos relacionados con el curso.
Los cartuchos para WebCT y Blackboard son específicos de texto e incluyen:

Herramientas de *enseñanza justo a tiempo*: calentamientos, rompecabezas y aplicaciones, por Gregor Novak y Andrew Gavrin (Indiana University-Purdue University, Indianapolis)
Ejercicios de clasificación por Thomas L. O'Kuma (Lee College), David P. Maloney (Indiana University-Purdue University, Fort Wayne) y Curtis J. Hieggelke (Joliet Junior College)
Physlet® Problems por Wolfgang Christian y Mario Belloni (Davidson College)
Problemas de práctica de algoritmos por Carl Adler (East Carolina University)
Guía de estudio MCAT con preguntas de "Kaplan Test Prep and Admissions"

Companion Website (http://physics.prenhall.com/giancolippa)
Este sitio contiene problemas prácticos, objetivos, preguntas prácticas, destinos y aplicaciones con vínculos a sitios relacionados. Los problemas y las preguntas prácticos son calificados por computadora, y los resultados pueden ser enviados automáticamente por correo electrónico al profesor.

Sistemas de tareas en línea

ph GradeAssist (www.prenhall.com/phga)
PH GradeAssist (PHGA) es el sistema de tareas en línea de Prentice Hall. Incluye contenido asociado con materiales de enseñanza justo a tiempo, Physlet Problems, preguntas conceptuales y cuantitativas, y cientos de problemas de fin de capítulo de este libro. Muchos de los problemas de fin de capítulo tienen una variante generada de manera algorítmica. Permite a los profesores editar las preguntas, crear nuevas y contro-

lar parámetros importantes, tales como cuánto vale una pregunta y cuándo un estudiante puede tomar una prueba.

PH GradeAssist: Guía de inicio rápido del instructor (0-13-141927-7)
Esta guía (con código de acceso) ayuda a los instructores a registrarse para usar el PH GradeAssist.

WebAssign (www.webassign.net)
WebAssign es un sistema en línea alojado nacionalmente que permite a los profesores crear, colocar, recopilar, calificar y registrar tareas a partir de una base de datos, lista para usar, de problemas y preguntas de este libro.

CAPA y LON-CAPA
Enfoque Personalizado Asistido por Computadora (CAPA, por sus siglas en inglés) es un sistema en línea alojado localmente que permite a los profesores crear, colocar, recopilar, calificar y registrar tareas a partir de una base de datos, lista para usar, de problemas y preguntas de este libro. La Red de Aprendizaje en Línea con un Enfoque Personalizado Asistido por Computadora (LON-CAPA, por sus siglas en inglés) es un sistema integrado para aprendizaje y asignación en línea. Consiste en un sistema de administración del curso, un sistema individualizado de tareas y calificación automática, una colección de datos y un sistema de extracción de datos, así como un sistema de entrega de contenido que proporcionará vías de acceso hacia y desde la National STEM Digital Library del NSF.

NOTAS A LOS ESTUDIANTES (Y PROFESORES) ACERCA DEL FORMATO

1. Las secciones marcadas con asterisco (*) se consideran opcionales. Pueden omitirse sin interrumpir el flujo principal de los temas. Ningún material posterior depende de ellas, a excepción de algunas secciones posteriores señaladas, también con asterisco. Será divertido leerlas.
2. Se usan las convenciones comunes: los símbolos para cantidades (como m para masa) aparecen en itálicas, mientras que las unidades (como m para metro) aparecen en redondas. Los símbolos para vectores se presentan en negritas con una pequeña flecha encima: $\vec{\mathbf{F}}$.
3. Pocas ecuaciones son válidas en todas las situaciones. Cuando resulte práctico, las limitaciones de las ecuaciones importantes se establecen en corchetes a continuación de la ecuación. Las ecuaciones que representan las grandes leyes de la física se presentan en una pantalla, al igual que algunas otras ecuaciones indispensables.
4. El número de cifras significativas (sección 1-4) no se debe suponer mayor o menor que lo indicado: si un número es establecido como 6, por ejemplo, con sus unidades, ello significa que es 6 y no 6.0 o 6.00.
5. Al final de cada capítulo se incluye un conjunto de preguntas que los estudiantes deben tratar de responder (por ellos mismos, al menos). Después, se incluyen problemas que están clasificados como de niveles I, II o III, de acuerdo con la dificultad estimada, siendo los problemas del nivel I los más sencillos. Los del nivel II son problemas normales y los de nivel III son para "créditos adicionales". Estos problemas clasificados están ordenados por sección, pero los problemas para una sección dada también pueden depender de material estudiado con anterioridad. Sigue un grupo de problemas generales que no están ordenados por sección ni clasificados por dificultad. Las preguntas y los problemas que se relacionan con secciones opcionales tienen un asterisco (*). Al final del libro se ofrecen las respuestas a los problemas con número non.
6. Ser capaz de resolver problemas es una parte esencial del aprendizaje de la física, y representa un poderoso medio para entender los conceptos y principios. Este libro contiene muchos auxiliares para resolver problemas: *a*) ejemplos trabajados y sus soluciones en el texto, (resaltados con una línea vertical en el margen) que hay que estudiar como una parte integral del texto; *b*) algunos de los ejemplos trabajados son ejemplos de estimación, que muestran cómo se obtienen resultados aproximados, incluso cuando los datos proporcionados son escasos (véase la sección 1-7); *c*) "Recuadros de resolución de problemas" especiales colocados a lo largo del texto para sugerir un enfoque paso a paso a la resolución de problemas para un tema particular. Pero no hay que quedarse con la idea de que cada tema tiene sus propias "técnicas", porque las bases permanecen iguales; a algunos de estos recuadros les sigue un ejemplo que está resuelto mediante el seguimiento explícito de los pasos sugeridos; *d*) secciones especiales de resolución de problemas; *e*) notas marginales de "Resolución de problemas" (véase el punto 9 más adelante), que se refieren a sugerencias para resolver problemas dentro del texto; *f*) ejercicios dentro del texto que es conveniente trabajar inmediatamente y luego comparar la respuesta con la que se proporciona al final de la última página de ese capítulo; *g*) los problemas mismos al final de cada capítulo (punto 5 anterior).
7. Los ejemplos conceptuales precisamente son más conceptuales que numéricos. Cada uno plantea una o dos preguntas, que tienen la finalidad de hacer pensar al estudiante para encontrar la respuesta. Es recomendable darse un poco de tiempo para hallar la respuesta antes de leer la respuesta ofrecida.
8. Los subtítulos de "Ejemplos adicionales" contienen ejemplos que el estudiante podría saltarse en una primera lectura, en caso de que se sienta abrumado. Pero uno o dos días más tarde, al leer el capítulo una segunda vez, también hay que intentar trabajar estos ejemplos, porque ayudarán a mejorar la habilidad para resolver un amplio rango de problemas.
9. Notas marginales: Las breves notas en el margen de casi cada página están impresas en azul y son de cinco tipos: *a*) notas ordinarias (la mayoría), que sirven como una especie de subrayado del texto y ayudarán, más tarde, a localizar conceptos y

ecuaciones importantes; *b*) notas que se refieren a las grandes leyes y los principios de la física, que están en letras mayúsculas y en un recuadro para resaltarlas; *c*) notas que se refieren a una sugerencia o técnica de resolución de problemas tratadas en el texto, que se identifican por el título "Resolución de problemas"; *d*) notas que se refieren a una aplicación de la física en el texto o a un ejemplo, y que aparecen bajo el título "Física aplicada"; *e*) notas de "Precaución" que puntualizan una posible mala interpretación, definida con claridad en el texto adyacente.

10. En los apéndices se encuentran un repaso matemático más algunos temas adicionales. En las cubiertas interiores se incluyen datos útiles, factores de conversión y fórmulas matemáticas.

Agradecimientos

Agradecemos a todos los profesores que han sido leales usuarios y han impartido la materia de física en los países de habla hispana con el apoyo del reconocido libro de Giancoli. Sus valiosos comentarios han servido para enriquecer el desarrollo de la actual edición. Esperamos que con el uso de este texto cumplan satisfactoriamente los objetivos del programa del curso y preparen a sus alumnos para enfrentar los retos actuales dentro del ámbito de las ciencias. En especial, deseamos agradecer el apoyo y la retroalimentación que nos han dado los siguientes profesores:

COLOMBIA

Abraham Lincoln
Clara Ortiz

Anglo Americano
Miguel Tolosa

Cardenal Paccelly
Jenny Correa

Emmanuel d'Alzon
Francisco Ruggiero

Gimnasio del Norte
Luis Eduardo Cano

María Mazzarello
Diana Medina

San Jorge de Inglaterra
Nelson Roby

MÉXICO

Bachillerato Internacional
Víctor Gerardo Delgado

CIDEB
Margarita Nerio

Colego Arji
Nancy de Alba Bellizzia

Colegio Columbio
Eliseo García Sosa

Colegio Franco Inglés
Fernando Macías Martínez

Colegio Hebreo Tarbut
Esther Murrow

Colegio México – Bachillerato
María del Socorro García
Manuel Carrillo Ricaldi

Colegio Montaignac
Juana Velázquez

Colegio Rossland
Víctor Manuel Jiménez Romero

Colegio Simón Bolívar
Alejandro Jiménez
Rubén Darío Díaz Rojas

Colegio Unión
Martha Patricia Elingher

Colegio Vermont
Pastor Martínez

Escuela Internacional, S.C.
José Luis Juambelz

Escuela Nacional Preparatoria Plantel 6
Luis Fernando Terán Mendieta
José Arturo Mompala

I.E.S.Ch. Samuel León Brindis
Manuel de Jesús Arreola Ruiz

Instituto Mier y Pesado
Cayetano Andrade Zavala

Instituto Simón Bolívar
Isaac Galindo

ITESM Campus Querétaro
Jaime Salvador Castellanos

Preparatoria Cumbres
Enrique Barreto Trujano

Preparatoria Motolinía
Gerardo Zavala Rodríguez

Universidad del Valle de México
Ivonne Ibarra Silva

Universidad La Salle, A.C.
Alberto Lima

Universidad St John's
Margarito Rodríguez

Esta fotografía de la Tierra, mejorada en computadora, se tomó desde aproximadamente 36,000 km de distancia. Bajo las nubes, Norteamérica es claramente visible. Desde esta distancia el "cielo" es negro. Este capítulo comienza con el aprendizaje de algunos principios acerca de la ciencia y sus teorías, y acerca de medición y unidades. También se aprende cómo realizar estimaciones rápidas.

CAPÍTULO 1

Introducción, medición, estimación

La física es la más básica de las ciencias. Trata del comportamiento y la estructura de la materia. En general, el campo de la física se divide en *física clásica*, que incluye movimiento, fluidos, calor, sonido, luz, electricidad y magnetismo, y *física moderna*, que incluye los temas de relatividad, estructura atómica, materia condensada, física nuclear, partículas elementales, y cosmología y astrofísica. La mayor parte de estos temas se cubrirán en el presente libro, y se dará inicio con el movimiento (o mecánica, como se le llama con frecuencia). Pero, antes de comenzar con la física en sí, daremos un breve vistazo a cómo se practica en realidad esta actividad general llamada "ciencia", que incluye a la física.

1–1 La naturaleza de la ciencia

Por lo general, se considera que la meta principal de todas las ciencias, incluida la física, es la búsqueda de un determinado orden en las observaciones del mundo a nuestro alrededor. Muchas personas piensan que la ciencia es un proceso mecánico de recolección de datos y hechos e invención de teorías. Pero la labor científica no es tan simple. La ciencia es una actividad creativa que, en muchos aspectos, se asemeja a otras actividades de la mente humana.

FIGURA 1-1 Aristóteles es la figura central en lo alto de las escaleras (la figura a su lado es Platón) en este famoso retrato renacentista de *La escuela de Atenas*, pintado por Rafael alrededor de 1510. También en esta pintura, considerada una de las grandes obras maestras, están Euclides (es el que dibuja un círculo en la parte inferior derecha), Ptolomeo (en el extremo derecho, con un globo terráqueo), Pitágoras, Sócrates y Diógenes.

Observación y experimento

Un aspecto importante de la ciencia es la **observación** de los eventos, que incluye el diseño y realización de experimentos. Pero la observación requiere imaginación, ya que los científicos nunca pueden incluir todo lo que observan en una sola descripción. En consecuencia, los científicos deben emitir juicios acerca de lo que es relevante en sus observaciones y experimentos. Consideremos, por ejemplo, cómo dos grandes mentes, Aristóteles (384-322 a.C.; figura 1-1) y Galileo (1564-1642; figura 2-17), interpretaron el movimiento a lo largo de una superficie horizontal. Aristóteles notó que los objetos a los que se les daba un empujón inicial a lo largo del suelo (o sobre una mesa), siempre se desaceleraban y se detenían. En consecuencia, Aristóteles argumentó que el estado natural de un objeto es el reposo. Galileo, en su revisión del movimiento horizontal a principios de los años 1600, sugirió que, si se pudiera eliminar la fricción, un objeto al que se le diera un empujón inicial a lo largo de una superficie horizontal continuaría moviéndose indefinidamente sin detenerse. Galileo concluyó entonces que, para un objeto, era tan natural estar en movimiento como estar en reposo. Al desarrollar este nuevo enfoque, Galileo fundó la visión moderna del movimiento (capítulos 2, 3 y 4). Este salto se llevó a cabo de manera conceptual, sin eliminar en realidad la fricción.

El movimiento es tan natural como el reposo

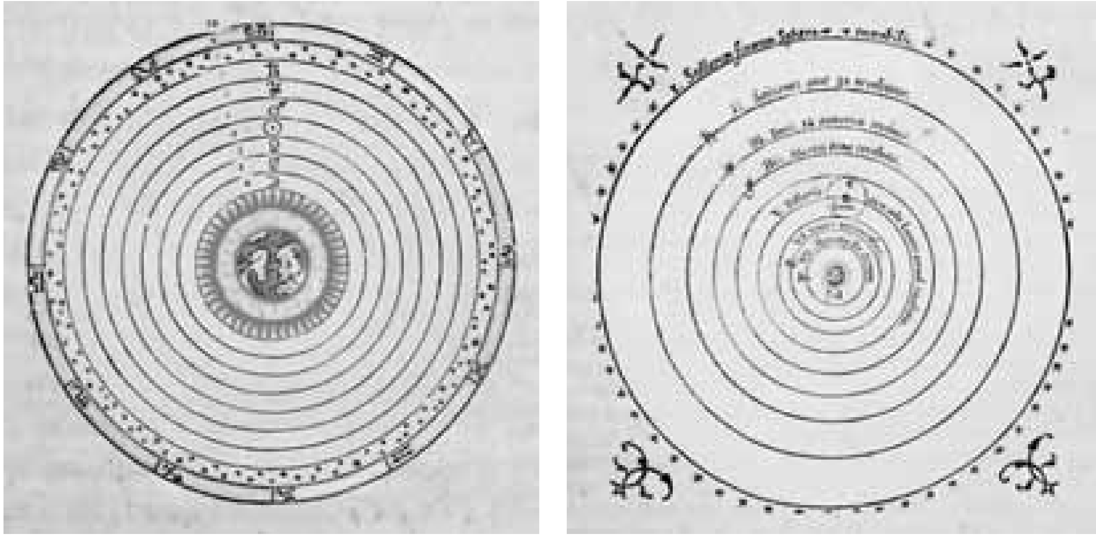
La observación, complementada con la experimentación y la medición, es una parte del proceso científico. La otra parte es el desarrollo o la creación de **teorías** que permitan explicar y darle un determinado orden a las observaciones. Las teorías nunca se derivan directamente de las observaciones; sin embargo, éstas siempre pueden ayudar a inspirar una teoría, y las teorías se aceptan o se rechazan con base en la observación y la experimentación.

Teorías

Las teorías son inspiraciones elaboradas en las mentes de los seres humanos. Por ejemplo, no se llegó a la idea de que la materia está constituida de átomos (la teoría atómica) a partir de la observación directa de los átomos, pues no es posible verlos directamente. La idea surgió de las mentes creativas. La teoría de la relatividad, la teoría electromagnética de la luz y la ley de Newton de la gravitación universal fueron, igualmente, el resultado de la imaginación humana.

Las grandes teorías de la ciencia se pueden comparar, al igual que los logros creativos, con las grandes obras de arte o la literatura. Pero, ¿cómo difiere la ciencia de estas otras actividades creativas? Una diferencia importante es que la ciencia requiere **pruebas** de sus teorías para ver si sus predicciones son corroboradas por el experimento. Pero las teorías no se “confirman” con las pruebas. Es importante tener en cuenta que ningún instrumento de medición es perfecto, y, por tanto, la confirmación exacta de una teoría no es posible. Además, no es factible probar una teoría para todos los posibles conjuntos de circunstancias. En consecuencia, una teoría nunca puede ser absolutamente “confirmada”. De hecho, la historia de la ciencia dice que las teorías que se han sostenido durante mucho tiempo pueden ser sustituidas por otras nuevas.

Puesta a prueba de una teoría



a) *b*)

FIGURA 1-2 *a*) Visión geocéntrica del universo propuesta por Ptolomeo. Observa en el centro los cuatro elementos de los antiguos: tierra, agua, aire (nubes alrededor de la Tierra) y fuego; luego los círculos, con símbolos respectivos, para la Luna, Mercurio, Venus, Sol, Marte, Júpiter, Saturno, las estrellas fijas y los signos del zodiaco. *b*) Una de las primeras representaciones de la visión heliocéntrica del universo propuesta por Copérnico, con el Sol en el centro. (Ver el capítulo 5.)

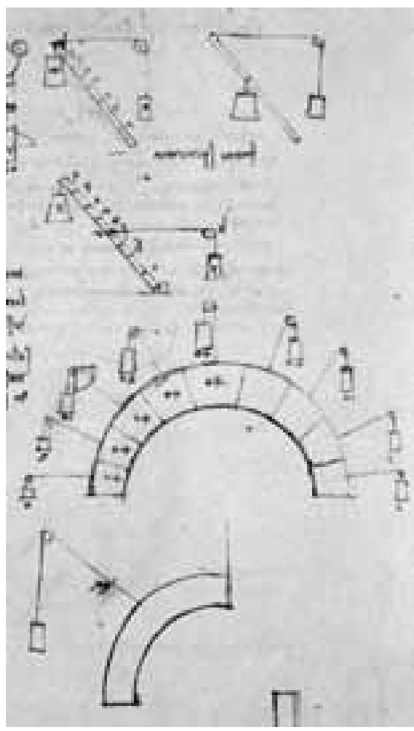
Aceptación de la teoría

En algunos casos, una nueva teoría es aceptada por los científicos porque sus predicciones se encuentran cuantitativamente en mejor concordancia con el experimento que aquellas predicciones de la teoría precedente. Pero, en muchos casos, una nueva teoría sólo es aceptada si explica un mayor *rango* de fenómenos de los que explica la anterior. Por ejemplo, la teoría de Copérnico del Universo centrado en el Sol (figura 1-2*b*), originalmente no fue más precisa que la teoría de Ptolomeo centrada en la Tierra (figura 1-2*a*) para predecir el movimiento de los cuerpos celestes (Sol, Luna, planetas). Pero la teoría de Copérnico tuvo consecuencias que la de Ptolomeo no tuvo, tales como predecir las fases "lunares" de Venus. Una teoría más simple y más rica, una que unifique y explique una mayor variedad de fenómenos, es más útil y bella para un científico. Y este aspecto, así como la concordancia cuantitativa, juega un papel fundamental en la aceptación de una teoría.

Un aspecto importante de cualquier teoría es qué tan bien predice los fenómenos de forma cuantitativa. Desde este punto de vista, una nueva teoría puede parecer un avance menor sobre la anterior. Por ejemplo, la teoría de Einstein de la relatividad ofrece predicciones que difieren muy poco de las teorías más antiguas de Galileo y Newton en casi todas las situaciones cotidianas. Sus predicciones son mejores especialmente en el caso extremo de velocidades muy altas cercanas a la de la luz. Pero la predicción cuantitativa no es el único resultado importante de una teoría. También la visión del mundo se ve afectada. Como resultado de la teoría de la relatividad de Einstein, por ejemplo, los conceptos de espacio y tiempo han sido completamente alterados, y se ha llegado a entender la masa y la energía como una sola entidad (mediante la famosa ecuación $E = mc^2$).

1–2 La física y su relación con otros campos

FIGURA 1-3 Estudio de Leonardo da Vinci (1452 – 1519) acerca de las fuerzas en las estructuras



Durante mucho tiempo, la ciencia era más o menos un todo unido conocido como filosofía natural. No fue sino hasta hace un siglo o dos que las distinciones entre la física y la química, e incluso las ciencias de la vida, se volvieron prominentes. De hecho, la clara distinción que ahora se observa entre las artes y las ciencias, tiene en sí misma sólo unos cuantos siglos de antigüedad. Entonces, no es de sorprender que el desarrollo de la física haya influido en otras disciplinas y al mismo tiempo haya recibido influencia de otros campos. Por ejemplo, los cuadernos de notas (figura 1-3)

a) *b*)

FIGURA 1-4 *a*) Este acueducto romano fue construido hace 2000 años y todavía está en pie. *b*) Colapso del Centro Cívico Hartford en 1978, a sólo dos años después de ser construido.

de Leonardo da Vinci, el gran artista, investigador e ingeniero del Renacimiento, contienen las primeras referencias a las fuerzas que actúan dentro de una estructura, una materia que en la actualidad se considera como física; pero entonces, como ahora, era un asunto con enorme relevancia para la arquitectura y la construcción.

El primer trabajo en electricidad que condujo al descubrimiento de la batería eléctrica y de la corriente eléctrica fue realizado por un fisiólogo del siglo XVIII, Luigi Galvani (1737-1798). Galvani notó la contracción de las piernas de las ranas en respuesta a una chispa eléctrica y después observó que los músculos se contraían cuando se ponían en contacto con dos metales diferentes (capítulo 18). Al principio, este fenómeno se conoció como “electricidad animal”, pero en poco tiempo fue claro que la corriente eléctrica misma podía existir en ausencia de un animal.

La física se aplica a muchos campos

La física se usa en muchos campos. Un zoólogo, por ejemplo, encuentra que la física es útil para entender cómo los perros de las praderas y otros animales pueden vivir bajo tierra sin sofocarse. Un terapeuta físico hará un trabajo más efectivo si está al tanto de los principios del centro de gravedad y la acción de las fuerzas dentro del cuerpo humano. El conocimiento de los principios operativos de la óptica y del equipo electrónico es de utilidad en varios campos. Los científicos de la vida y los arquitectos estarán interesados por igual en la naturaleza de la pérdida y la ganancia de calor en los seres humanos y la comodidad o incomodidad resultantes. Es posible que los propios arquitectos no tengan que calcular, por ejemplo, las dimensiones de las tuberías en un sistema de calentamiento o las fuerzas involucradas en una estructura dada para determinar si ésta permanecerá en pie (figura 1-4). Pero los arquitectos deben conocer los principios detrás de dichos análisis con la finalidad de realizar diseños realistas y comunicarse, de manera efectiva, con los consultores de ingeniería y otros especialistas. Desde el punto de vista estético o psicológico, los arquitectos también deben estar atentos a las fuerzas involucradas en una estructura, pues la inestabilidad, incluso si sólo es aparente, podría resultar incómoda para quienes viven o trabajan en esa estructura.

La lista de relaciones de la física con otros campos es extensa. En los capítulos que siguen se analizarán muchas de tales aplicaciones en la medida en que se avance hacia la meta principal de explicar la física básica.

1–3 Modelos, teorías y leyes

Modelos

Cuando los científicos intentan comprender un conjunto determinado de fenómenos, con frecuencia hacen uso de un **modelo**, el cual, en el sentido científico, es una especie de analogía o imagen mental de los fenómenos en términos de algo más con lo que ya se está familiarizado. Un ejemplo es el modelo ondulatorio de la luz. No podemos ver las ondas de luz como podemos ver las ondas en el agua. Pero es significativo pensar en la luz como si estuviese constituida por ondas, porque los experimentos indican que la luz se comporta, en muchos aspectos, como lo hace el agua.

El propósito de un modelo es proporcionar un cuadro mental o visual en el cual nos basamos cuando no se puede ver o entender lo que en realidad está sucediendo. Con frecuencia, los modelos nos ofrecen una comprensión más profunda: la analogía con un sistema conocido (por ejemplo, las ondas en el agua en el ejemplo anterior) sugiere nuevos experimentos a realizar y proporciona ideas acerca de qué otros fenómenos relacionados pueden ocurrir.

¿Cuál es la diferencia entre una teoría y un modelo? Por lo general, un modelo es relativamente simple y proporciona una similitud estructural con el fenómeno a ser estudiado. Una **teoría** es más amplia, más detallada y ofrece predicciones cuantitativamente comprobables, con frecuencia más precisas. Sin embargo, es importante no confundir un modelo o una teoría con el sistema real o con los fenómenos mismos.

Teorías (versus modelos)

Los científicos dan el título de **ley** a ciertas afirmaciones concisas pero generales acerca de cómo se comporta la naturaleza (por ejemplo, que la energía se conserva). En ocasiones, la afirmación toma la forma de una relación o ecuación entre cantidades (como en la segunda ley de Newton, $F = ma$).

Leyes

y

principios

Para tener el carácter de ley, una afirmación debe ser experimentalmente válida sobre un amplio rango de fenómenos observados. Para afirmaciones menos generales, se usa el término **principio** (como el principio de Arquímedes).

Las leyes científicas son diferentes de las leyes políticas, pues estas últimas son *prescriptivas*: dicen cómo nos debemos comportar. Las leyes científicas son *descriptivas*: no dicen cómo se *debe* comportar la naturaleza, sino más bien intentan describir cómo *se comporta* la naturaleza. Al igual que con las teorías, las leyes no se pueden poner a prueba en la infinita variedad de casos posibles. Así que no podemos estar seguros de que alguna ley es absolutamente verdadera. El término “ley” se usa cuando su validez se ha probado sobre un amplio rango de casos, y cuando están claramente comprendidas algunas de sus limitaciones y su rango de validez.

Normalmente, los científicos realizan su trabajo como si las leyes y teorías aceptadas fuesen verdaderas. Pero están obligados a mantener una mentalidad abierta en caso de que nueva información altere la validez de alguna ley o teoría dada.

1–4 Medición e incertidumbre; cifras significativas

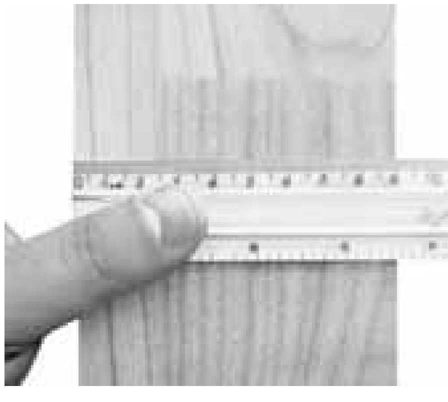
En la búsqueda por comprender el mundo que nos rodea, los científicos intentan desarrollar relaciones entre cantidades físicas susceptibles de medición.

Incertidumbre

Toda medición tiene una incertidumbre

Las medidas exactas y precisas son una parte importante de la física. Pero ninguna medición es absolutamente precisa. Existe una incertidumbre asociada con toda medición. Entre las fuentes más importantes de incertidumbre, distintas a los errores, están la exactitud limitada de todo instrumento de medición y la incapacidad para leer un instrumento más allá de cierta fracción de la división más pequeña mostrada. Por ejemplo, si se quiere utilizar una regla graduada en centímetros para medir el ancho de una tabla (figura 1-5), se puede afirmar que el resultado es preciso hasta aproximadamente 0.1 cm (1 mm), la división más pequeña en la regla, aunque la mitad de este valor también es una afirmación válida. La razón para esto es que es difícil para el observador estimar entre las divisiones más pequeñas. Más aún, quizá la regla misma no se fabricó pensando en una exactitud mayor que ésta.[†]

FIGURA 1-5 Medición del ancho de una tabla con una regla graduada en centímetros. La exactitud es de aproximadamente ± 1 mm.



[†] Existe una diferencia técnica entre “precisión” y “exactitud”. **Precisión**, en un sentido estricto, se refiere al carácter repetible de la medición con el uso de un instrumento dado. Por ejemplo, si mide el ancho de una tabla muchas veces y obtiene resultados como 8.81 cm, 8.85 cm, 8.78 cm, 8.82 cm (con estimaciones entre las marcas de 0.1 cm lo mejor posible en cada oportunidad), podría decir que las mediciones dan una *precisión* un poco mejor que 0.1 cm. La **exactitud** se refiere a cuán cerca del valor verdadero está una medición. Por ejemplo, si la regla que se muestra en la figura 1-5 estuviese fabricada con un error del 2%, la exactitud en la medición del ancho de la tabla (aproximadamente 8.8 cm) sería más o menos el 2% de 8.8 cm, o alrededor de ± 0.2 cm. Estimar la incertidumbre significa tomar en consideración tanto la exactitud como la precisión.

Establecimiento de la incertidumbre

Cuando se dan los resultados de una medición, es importante establecer la **incertidumbre estimada** en la medición. Por ejemplo, el ancho de una tabla se puede escribir como 8.8 ± 0.1 cm. El ± 0.1 cm ("más o menos 0.1 cm") representa la incertidumbre estimada en la medición, de modo que el ancho real se encontrará más probablemente entre 8.7 y 8.9 cm. La **incertidumbre porcentual** es simplemente la razón entre la incertidumbre y el valor medido, multiplicada por 100. Por ejemplo, si la medición es 8.8 y la incertidumbre de aproximadamente 0.1 cm, la incertidumbre porcentual es

$$\frac{0.1}{8.8} \times 100\% \approx 1\%$$

donde ≈ significa "es aproximadamente igual a".

Incertidumbre supuesta

Con frecuencia, la incertidumbre en un valor medido no se especifica de manera explícita. En tales casos, la incertidumbre, por lo general, se supone que es una o unas cuantas unidades en el último dígito especificado. Por ejemplo, si una longitud está dada como 8.8 cm, se supone que la incertidumbre es aproximadamente de 0.1 cm o 0.2 cm. En este caso, es importante que no se escriba 8.80 cm, porque esto implica una incertidumbre en el orden de 0.01 cm; ello supone que la longitud probablemente está entre 8.79 cm y 8.81 cm, cuando en realidad se supone que está entre 8.7 y 8.9 cm.

EJEMPLO CONCEPTUAL 1-1 **¿El diamante es suyo?** Una amiga le pide prestado su valioso diamante durante un día para mostrárselo a la familia. Usted está un poco preocupado, así que cuidadosamente pesa el diamante en una báscula que arroja una lectura de 8.17 gramos. La exactitud de la báscula, según se afirma, es de ± 0.05 gramos. Al día siguiente, de nuevo pesa el diamante que le han devuelto, y obtiene 8.09 gramos. ¿Es éste su diamante?

RESPUESTA Las lecturas de la báscula son mediciones y no necesariamente indican el valor "verdadero" de la masa. Cada medición pudo haber sido mayor o menor hasta por 0.05 gramos o algo así. La masa real de su diamante se encuentra, muy probablemente, entre 8.12 gramos y 8.22 gramos. La masa verdadera del diamante devuelto está, muy probablemente, entre 8.04 gramos y 8.14 gramos. Estos dos rangos se traslapan, así que no existe una razón verdadera para dudar de que el diamante devuelto sea el suyo, al menos con base en las lecturas de la báscula.

Cifras significativas

¿Cuáles dígitos son significativos?

A la cantidad de dígitos conocidos con certeza en un número se le denomina número de **cifras significativas**. Así, en el número 23.21 cm existen cuatro cifras significativas, y en el número 0.062 cm existen dos (los ceros en el último número son meros retenedores de espacio que muestran dónde va el punto decimal). En ocasiones, el número de cifras significativas no siempre es claro. Por ejemplo, en el número 80. ¿Hay una o dos cifras significativas? Si se dice que entre dos ciudades hay *aproximadamente* 80 km, sólo existe una cifra significativa (el 8), pues el cero es un mero retenedor de espacio. Si la distancia es *exactamente* de 80 km dentro de una exactitud de 1 o 2 km, entonces, el 80 tiene dos cifras significativas.[†] Si es precisamente 80 km, hasta dentro de ± 0.1 km, se escribe 80.0 km.

Cuando se realizan mediciones o cuando se efectúan cálculos, hay que evitar la tentación de conservar más dígitos en la respuesta final de los que están justificados. Por ejemplo, para calcular el área de un rectángulo de 11.3 cm por 6.8 cm, el resultado de la multiplicación sería 76.84 cm^2. Pero esta respuesta claramente no es exacta hasta 0.01 cm^2, dado que (si se usan los límites exteriores de la incertidumbre supuesta para cada medición) el resultado podría estar entre 11.2 cm × 6.7 cm = 75.04 cm^2 y 11.4 cm × 6.9 cm = 78.66 cm^2. En el mejor de los casos, se puede citar la respuesta como 77 cm^2, lo que implica una incertidumbre de aproximadamente 1 o 2 cm^2. Los otros dos dígitos (en el número 76.84 cm^2) se deben eliminar pues no son significativos. Como una regla general aproximada (es decir, en ausencia de una consideración detallada de incertidumbres), se puede decir que *el resultado final de una multiplicación o división debe tener sólo tantos dígitos como el número con el menor número de cifras significativas utilizado en el cálculo.* En el ejemplo, 6.8 cm tiene el menor número de cifras significativas, es decir, dos. Por lo tanto, hay que redondear el resultado de 76.84 cm^2 a 77 cm^2.

RESOLUCIÓN DE PROBLEMAS

El número de cifras significativas en el resultado final debe ser el mismo que el valor de entrada menos significativo.

[†] Si el 80 tiene dos cifras significativas, algunas personas prefieren escribirlo como 80., con un punto decimal. Por lo general esto no se hace, así que el número de cifras significativas en 80 resulta ambiguo a menos que se diga algo acerca de él como "aproximadamente" (lo que significa 80 ± 10), o "muy cercanamente", o "precisamente" (que significa 80 ± 1).

EJERCICIO A El área de un rectángulo de 4.5 cm por 3.25 cm, está reportada correctamente por *a*) 14.625 cm^2; *b*) 14.63 cm^2; *c*) 14.6 cm^2; d) 15 cm^2.

Cuando se suman o restan números, el resultado final no es más exacto que el menor número exacto usado. Por ejemplo, el resultado de sustraer 0.57 de 3.6 es 3.0 (y no 3.03).

Cuando se usa una calculadora, se debe tener en mente que quizá no todos los dígitos que produce sean significativos. Cuando se divide 2.0 entre 3.0, la respuesta adecuada es 0.67, y no un número como 0.666666666. Los dígitos no se deben citar en un resultado a menos que sean cifras verdaderamente significativas. Sin embargo, para obtener un resultado más exacto, normalmente se debe *conservar una o más cifras significativas adicionales a lo largo del cálculo, y redondearlo sólo en el resultado final.* (Con una calculadora, es posible conservar todos los dígitos en los resultados intermedios). Observe también que, a veces, las calculadoras proporcionan muy pocas cifras significativas. Por ejemplo, cuando se multiplica 2.5 × 3.2, una calculadora puede dar la respuesta simplemente como 8. Pero la respuesta es buena a dos cifras significativas, así que la respuesta adecuada es 8.0. Observe la figura 1-6.

PRECAUCIÓN

Las calculadoras se equivocan con las cifras significativas

RESOLUCIÓN DE PROBLEMAS

Hay que reportar sólo el número adecuado de cifras significativas en el resultado final. Además, hay que conservar los dígitos adicionales durante el cálculo.

a) *b*)

FIGURA 1-6 Estas dos calculadoras muestran el número equivocado de cifras significativas. En *a*), 2.0 se dividió entre 3.0. El *resultado* final correcto sería 0.67. En *b*), 2.5 se *multiplicó* por 3.2. El resultado correcto es 8.0.

EJERCICIO B ¿0.00324 y 0.00056 tienen el mismo número de cifras significativas?

Se debe tener cuidado de no confundir las cifras significativas con el número de lugares decimales.

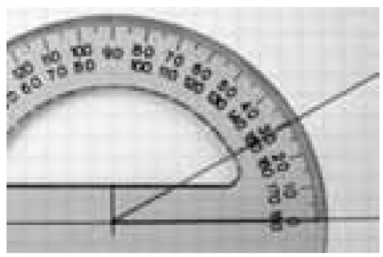
EJERCICIO C Para cada uno de los números siguientes, establecer el número de cifras significativas y el número de lugares decimales: *a*) 1.23; *b*) 0.123; *c*) 0.0123.

EJEMPLO CONCEPTUAL 1-2 **Cifras significativas.** Con el uso de un transportador (figura 1-7), mida un ángulo de 30°. *a*) ¿Cuántas cifras significativas se deben citar en esta medición? *b*) Use una calculadora para encontrar el coseno del ángulo medido.

RESPUESTA *a*) Si observa un transportador, se ve que la precisión con la que se puede medir un ángulo es de aproximadamente un grado (ciertamente no 0.1°). Así que se pueden citar dos cifras significativas, a saber, 30° (no 30.0°). *b*) Si se ingresa cos 30° en una calculadora, se obtiene un número como 0.866025403. Sin embargo, se sabe que el ángulo que se ingresó sólo tiene dos cifras significativas, así que su coseno está correctamente representado por 0.87; es decir, se debe redondear la respuesta a dos cifras significativas.

NOTA Las funciones trigonométricas como el coseno se tratan en el capítulo 3.

FIGURA 1-7 Ejemplo 1-2. Un transportador que se usa para medir un ángulo.



Notación científica

Comúnmente, los números se escriben como "potencias de 10" o notación "científica"; por ejemplo, 36,900 se escribe como 3.69×10^4, y 0.0021 como 2.1×10^{-3}. Una ventaja de la notación científica (analizada en el apéndice A) es que permite que el número de cifras significativas se exprese con claridad. Por ejemplo, no es claro si 36,900 tiene tres, cuatro o cinco cifras significativas. Con la notación en potencias de 10 se evita la ambigüedad: si el número se conoce hasta una exactitud de tres cifras significativas, se escribe 3.69×10^4, pero si se conoce a cuatro, se escribe 3.690×10^4.

* Error porcentual

La regla de las cifras significativas sólo es aproximada y, en algunos casos, subestima la precisión de la respuesta. Supongamos, por ejemplo, que se divide 97 entre 92:

$$\frac{97}{92} = 1.05 \approx 1.1.$$

Tanto 97 como 92 tienen dos cifras significativas, así que la regla dice que la respuesta se debe proporcionar como 1.1. Pero los números 97 y 92 implican ambos una exactitud de aproximadamente $\pm$ 1 si no se establece otra incertidumbre. Ahora 92 $\pm$ 1 y 97 $\pm$ 1 implican una exactitud del 1% ($1/92 \approx 0.01 = 1\%$). Pero el resultado final a dos cifras significativas es 1.1, con una incertidumbre implicada de $\pm$ 0.1, que es una incertidumbre de $0.1/1.1 \approx 0.1 \approx 10\%$. En este caso es mejor dar la respuesta como 1.05 (que tiene tres cifras significativas). ¿Por qué? Porque 1.05 implica una incertidumbre de $\pm$ 0.01, que es $0.01/1.05 \approx 0.01 \approx 1\%$, tal como la incertidumbre en los números originales, 92 y 97.

SUGERENCIA: Use la regla de las cifras significativas, pero considere también el porcentaje de incertidumbre, y añada un dígito si ello brinda una estimación más realista de la incertidumbre.

1–5 Unidades, estándares y el Sistema Internacional (SI)

La medición de cualquier cantidad se hace en relación con un estándar particular o **unidad**, y esta unidad se debe especificar junto con el valor numérico de la cantidad. Por ejemplo, la longitud se puede medir en unidades tales como pulgadas, pies o millas, o en el sistema métrico en centímetros, metros o kilómetros. Especificar que la longitud de un objeto particular es de 18.6 no tiene sentido. Se *debe* proporcionar la unidad; es claro que 18.6 metros es muy diferente de 18.6 pulgadas o 18.6 milímetros.

Para cualquier unidad que se utilice, como el metro para distancia o el segundo para tiempo, es necesario determinar un **estándar** o patrón de referencia que defina exactamente cuán largo es un metro o un segundo. Es importante que los estándares que se elijan sean fácilmente reproducibles, de modo que cualquiera que necesite realizar una medición muy exacta pueda referirse al estándar en el laboratorio.

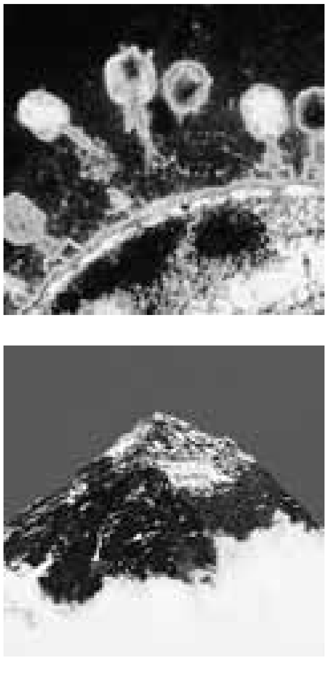
Longitud

Estándar de longitud (metro)

El primer estándar verdaderamente internacional fue el **metro** (abreviado m), establecido como el estándar de **longitud** por la Academia de Ciencias de Francia en la década de 1790. Originalmente, el metro estándar se eligió como un diezmillonésimo de la distancia que existe entre el ecuador terrestre y cualquiera de los polos,† y se elaboró una barra de platino para representar esta longitud. (Un metro es, aproximadamente, la distancia desde la punta de la nariz hasta la punta del dedo de una persona promedio, con el brazo y la mano estirados hacia un lado). En 1889, el metro se definió con más precisión como la distancia entre dos marcas finamente señaladas en una barra de aleación de platino e iridio. En 1960, para ofrecer mayor precisión y facilitar su reproducción, el metro se redefinió como 1,650,763.73 longitudes de onda de una particular luz anaranjada emitida por el gas criptón 86. En 1983, el metro fue nuevamente definido, esta vez en términos de la rapidez de la luz (cuyo mejor valor medido en términos de la anterior definición del metro era de 299,792,458 m/s, con una incertidumbre de 1 m/s). La nueva definición se lee: "El metro es la longitud de la trayectoria recorrida por la luz en el vacío durante un intervalo de tiempo de 1/299,792,458 de un segundo."‡

Las unidades británicas de longitud (pulgada, pie, milla) ahora se definen en términos del metro. La pulgada (que se designa como *inch* o in, por su nombre en inglés) se define precisamente como 2.54 centímetros (cm; 1 cm = 0.01 m). En los forros de este libro se proporcionan otros factores de conversión. La tabla 1-1 presenta algunas longitudes típicas, desde muy pequeñas hasta muy largas, redondeadas a la potencia de 10 más cercana. Observe también la figura 1-8.

FIGURA 1-8 Algunas longitudes: *a*) virus (aproximadamente 10^{-7} m de longitud) que atacan a una célula; *b*) la altitud del monte Everest es del orden de 10^4 m (8850 m, para ser precisos).



a)

b)

TABLA 1-1 Algunas longitudes y distancias características (orden de magnitud)

Longitud (o distancia)	metros (aproximados)
Neutrón o protón (radio)	10^{-15} m
Átomo	10^{-10} m
Virus [figura 1-8*a*]	10^{-7} m
Hoja de papel (grosor)	10^{-4} m
Ancho de dedo	10^{-2} m
Longitud de campo de fútbol	10^{2} m
Altitud del monte Everest [figura 1-8*b*]	10^{4} m
Diámetro de la Tierra	10^{7}
De la Tierra al Sol	10^{11} m
De la Tierra a la estrella más cercana	10^{16} m
De la Tierra a la galaxia más cercana	10^{22} m
De la Tierra a la galaxia visible más lejana	10^{26} m

† Mediciones modernas de la circunferencia de la Tierra revelan que la longitud estimada está equivocada por aproximadamente un cincuentavo de 1%. ¡Nada mal!

‡ La nueva definición del metro tiene el efecto de proporcionar a la rapidez de la luz el valor exacto de 299,792,458 m/s.

TABLA 1-2 Algunos intervalos de tiempo característicos

Intervalo de tiempo	Segundos (aproximados)
Tiempo de vida de partícula subatómica muy inestable	10^{-23} s
Tiempo de vida de elementos radiactivos	10^{-22} s a 10^{28} s
Tiempo de vida del muón	10^{-6} s
Tiempo entre latidos cardiacos humanos	10^{0} s (= 1 s)
Un día	10^{5} s
Un año	3×10^{7} s
Vida humana	2×10^{9} s
Longitud de la historia registrada	10^{11} s
Humanos en la Tierra	10^{14} s
Vida en la Tierra	10^{17} s
Edad del Universo	10^{18} s

TABLA 1-3 Algunas masas

Objeto	Kilogramos (aproximados)
Electrón	10^{-30} kg
Protón, neutrón	10^{-27} kg
Molécula de DNA	10^{-17} kg
Bacteria	10^{-15} kg
Mosquito	10^{-5} kg
Ciruela	10^{-1} kg
Humano	10^{2} kg
Barco	10^{8} kg
Tierra	6×10^{24} kg
Sol	2×10^{30} kg
Galaxia	10^{41} kg

Tiempo

La unidad estándar de **tiempo** es el **segundo** (s). Durante muchos años, el segundo se definió como 1/86,400 de un día solar medio. En la actualidad, el segundo estándar se define más exactamente en términos de la frecuencia de la radiación emitida por átomos de cesio cuando pasan entre dos estados particulares. [Específicamente, un segundo se define como el tiempo que se requiere para 9,192,631,770 periodos de esta radiación.] Por definición, en un minuto (min) existen 60 s y en una hora (h) existen 60 minutos. En la tabla 1-2 se presenta una variedad de intervalos de tiempo medidos, redondeados a la potencia de 10 más cercana.

Masa

La unidad estándar de **masa** es el **kilogramo** (kg). La masa estándar es un cilindro particular de platino-iridio, que se conserva en la Oficina Internacional de Pesos y Medidas cerca de París, Francia, cuya masa está definida exactamente como 1 kg. En la tabla 1-3 se presentan varias masas. [Para propósitos prácticos, 1 kg pesa aproximadamente 2.2 libras en la Tierra.]

Cuando se trata con átomos y moléculas, por lo general se usa la **unidad de masa atómica unificada** (u). En términos del kilogramo,

$$1 \text{ u} = 1.6605 \times 10^{-27} \text{ kg}.$$

Las definiciones de otras unidades estándar para otras cantidades se proporcionarán conforme se les encuentre en capítulos posteriores.

Prefijos de unidad

En el sistema métrico, las unidades más grandes y más pequeñas se definen como múltiplos de 10 a partir de la unidad estándar, y esto hace que los cálculos sean particularmente sencillos. Así, 1 kilómetro (km) es 1000 m, 1 centímetro es $\frac{1}{100}$ m, 1 milímetro (mm) es $\frac{1}{1000}$ m o $\frac{1}{10}$ cm, etcétera. Los prefijos "centi", "kilo" y otros se mencionan en la tabla 1-4 y se aplican no sólo a unidades de longitud, sino a unidades de volumen, masa o cualquier otra unidad métrica. Por ejemplo, un centilitro (cL) es $\frac{1}{100}$ litro (L), y un kilogramo (kg) equivale a 1000 gramos (g).

TABLA 1-4 Prefijos métricos (SI)

Prefijo	Abreviatura	Valor
yotta	Y	10^{24}
zetta	Z	10^{21}
exa	E	10^{18}
peta	P	10^{15}
tera	T	10^{12}
giga	G	10^{9}
mega	M	10^{6}
kilo	k	10^{3}
hecto	h	10^{2}
deca	da	10^{1}
deci	d	10^{-1}
centi	c	10^{-2}
mili	m	10^{-3}
micro†	m	10^{-6}
nano	n	10^{-9}
pico	p	10^{-12}
femto	f	10^{-15}
atto	a	10^{-18}
zepto	z	10^{-21}
yocto	y	10^{-24}

† μ es la letra griega "mu".

Sistemas de unidades

Cuando se lidia con las leyes y ecuaciones de la física es muy importante usar un conjunto consistente de unidades. A lo largo de los años se han utilizado varios sistemas de unidades. En la actualidad, el más importante es el **Système International** (Sistema Internacional, en francés), que se abrevia SI. En unidades del SI, el estándar de longitud es el metro, el estándar para tiempo es el segundo y el estándar para la masa es el kilogramo. Este sistema solía llamarse sistema MKS (metro-kilogramo-segundo).

Un segundo sistema métrico es el **sistema cgs**, en el cual las unidades estándar de longitud, masa y tiempo son, respectivamente, centímetro, gramo y segundo, como se abrevian en el título. El **sistema de ingeniería británico** tomó como sus estándares el pie para longitud, la libra para fuerza y el segundo para tiempo.

RESOLUCIÓN DE PROBLEMAS

Utilice siempre un conjunto consistente de unidades.

Unidades SI

TABLA 1-5 Cantidades y unidades básicas del SI

Cantidad	Unidad	Abreviatura de unidad
Longitud	metro	m
Tiempo	segundo	s
Masa	kilogramo	kg
Corriente eléctrica	ampere	A
Temperatura	kelvin	K
Cantidad de sustancia	mol	mol
Intensidad luminosa	candela	cd

Las unidades SI son las más empleadas actualmente en el trabajo científico. Así que, en este libro, se usarán casi de manera exclusiva unidades SI, aunque se proporcionarán las unidades cgs y británicas para varias cantidades cuando se considere pertinente.

Cantidades básicas frente a derivadas

Las cantidades físicas se dividen en dos categorías: cantidades *básicas* y cantidades *derivadas*. Las unidades correspondientes a dichas cantidades se llaman *unidades básicas* y *unidades derivadas*. Una **cantidad básica** se define en términos de un estándar. Los científicos, en favor de la simplicidad, desean el menor número posible de cantidades básicas consistentes con una descripción completa del mundo físico. Este número resulta ser siete, y las que se usan en el SI se proporcionan en la tabla 1-5. Todas las otras cantidades se definen en términos de estas siete cantidades básicas,† y por tanto se conocen como **cantidades derivadas**. Un ejemplo de cantidad derivada es la rapidez, que se define como la razón entre la distancia recorrida y el tiempo que toma viajar dicha distancia. Una tabla en los forros de este libro menciona muchas cantidades derivadas y sus unidades en términos de unidades básicas. Para definir cualquier cantidad, ya sea básica o derivada, se especifica una regla o procedimiento, que recibe el nombre de **definición operativa**.

1–6 Conversión de unidades

Cualquier cantidad que se mida, como una longitud, una rapidez o una corriente eléctrica, consta de un número *y* una unidad. Con frecuencia se proporciona una cantidad en un conjunto de unidades, pero se le quiere expresar en otro conjunto de unidades. Por ejemplo, supongamos que se mide una tabla de 21.5 pulgadas de ancho, y que se desea expresar esta medición en centímetros. Debemos usar un **factor de conversión**, que en este caso es

$$1 \text{ in} = 2.54 \text{ cm}$$

o, escrito en otra forma,

$$1 = 2.54 \text{ cm/in}.$$

Dado que multiplicar por uno no cambia nada, el ancho de la tabla, en cm, es

$$21.5 \text{ inches} = (21.5 \cancel{\text{in}}) \times \left(2.54 \frac{\text{cm}}{\cancel{\text{in}}}\right) = 54.6 \text{ cm}.$$

Note cómo se cancelan las unidades (en este caso, pulgadas). En los forros de este libro se encuentra una tabla que contiene varias conversiones de unidades. Tomemos algunos ejemplos.

FIGURA 1-9 La segunda cumbre más alta del mundo, el K2, cuya cima se considera la más difícil de las montañas de 8000 m. El K2 se ve aquí desde el norte (China). La portada del libro muestra al K2 desde el sur (Pakistán). Ejemplo 1-3.

FÍSICA APLICADA

Las cumbres más altas del mundo

EJEMPLO 1-3 Las cumbres de 8000 m. A las 14 cumbres más altas del mundo (figura 1-9 y tabla 1-6) se les conoce como los "ochomiles", lo que significa que sus cimas están por encima de los 8000 m sobre el nivel del mar. ¿Cuál es la elevación, en pies, de una cumbre de 8000 m?

PLANTEAMIENTO Simplemente se va convertir metros a pies, para lo cual se debe comenzar con el factor de conversión 1 in = 2.54 cm, que es exacto. Esto es, 1 in = 2.5400 cm para cualquier número de cifras significativas.

SOLUCIÓN Un pie es igual a 12 in, así que se escribe

$$1 \text{ ft} = (12 \cancel{\text{in}}) \left(2.54 \frac{\text{cm}}{\cancel{\text{in}}}\right) = 30.48 \text{ cm} = 0.3048 \text{ m}.$$

Las unidades se cancelan (como se indica al tacharlas con una diagonal) y el resultado es exacto. Esta ecuación se reescribe para encontrar el número de pies en 1 metro:

†Las únicas excepciones son para ángulo (radianes; ver el capítulo 8) y ángulo sólido (estereorradián). No se ha logrado un acuerdo general acerca de si éstas son cantidades base o derivadas.

$$1\text{ m} = \frac{1\text{ ft}}{0.3048} = 3.28084\text{ ft}.$$

Esta ecuación se multiplica por 8,000.0 (para obtener cinco cifras significativas):

$$8{,}000.0\text{ m} = (8{,}000.0\,\cancel{\text{m}})\left(3.28084\,\frac{\text{ft}}{\cancel{\text{m}}}\right) = 26{,}247\text{ ft}.$$

Una elevación de 8000 m está a 26,247 ft sobre el nivel del mar.

NOTA Toda la conversión se pudo haber hecho en una línea:

$$8000\text{ m} = (8000\,\cancel{\text{m}})\left(\frac{100\,\cancel{\text{cm}}}{1\,\cancel{\text{m}}}\right)\left(\frac{1\,\cancel{\text{in}}}{2.54\,\cancel{\text{cm}}}\right)\left(\frac{1\text{ ft}}{12\,\cancel{\text{in}}}\right) = 26{,}247\text{ ft}.$$

La clave es multiplicar los factores de conversión, cada uno igual a uno (= 1.0000), y asegurarse de que las unidades se cancelen.

TABLA 1-6 Las cumbres de 8000 m

Cumbre	Altitud (m)
Everest	8850
K2	8611
Kangchenjunga	8586
Lhotse	8516
Makalu	8462
Cho Oyu	8201
Dhaulagiri	8167
Manaslu	8156
Nanga Parbat	8125
Annapurna	8091
Gasherbrum I	8068
Broad Peak	8047
Gasherbrum II	8035
Shisha Pangma	8013

EJERCICIO D En el mundo sólo existen 14 cumbres de ocho mil metros (ejemplo 1-3) y sus nombres y elevaciones se proporcionan en la tabla 1-6. Todas ellas están en la cordillera del Himalaya, que abarca India, Pakistán, Tibet y China. Determinar la elevación, en pies, de las tres cumbres más altas del mundo.

EJEMPLO 1-4 **Área de un chip semiconductor.** Un chip de silicio tiene una área de 1.25 pulgadas cuadradas. Exprese esto en centímetros cuadrados.

PLANTEAMIENTO Se utiliza el mismo factor de conversión, 1 in = 2.54 cm, pero esta vez se tiene que usar dos veces.

SOLUCIÓN Puesto que 1 in = 2.54 cm, entonces 1 in^2 = (2.54 cm)^2 = 6.45 cm^2. De este modo

$$1.25\text{ in}^2 = (1.25\text{ in}^2)\left(2.54\,\frac{\text{cm}}{\text{in}}\right)^2 = (1.25\,\cancel{\text{in}}^2)\left(6.45\,\frac{\text{cm}}{\cancel{\text{in}}^2}\right) = 8.06\text{ cm}^2.$$

EJEMPLO 1-5 **Rapidez.** El límite de rapidez establecido en una carretera es de 55 millas por hora (mi/h o mph). Exprese esta rapidez *a*) en metros por segundo (m/s) y *b*) en kilómetros por hora (km/h).

PLANTEAMIENTO Se utiliza de nuevo el factor de conversión 1 in = 2.54 cm, teniendo en cuenta que existen 5280 pies en una milla y 12 pulgadas en un pie; además, una hora contiene $(60\text{ min/h}) \times (60\text{ s/min}) = 3600\text{ s/h}$.

SOLUCIÓN *a*) 1 milla se escribe como

$$1\text{ mi} = (5280\,\cancel{\text{ft}})\left(12\,\frac{\cancel{\text{in}}}{\cancel{\text{ft}}}\right)\left(2.54\,\frac{\cancel{\text{cm}}}{\cancel{\text{in}}}\right)\left(\frac{1\text{ m}}{100\,\cancel{\text{cm}}}\right) = 1609\text{ m}.$$

Factores de conversión = 1

Note que cada factor de conversión es igual a uno. También se sabe que 1 hora contiene 3600 s, así que

$$55\,\frac{\text{mi}}{\text{h}} = \left(55\,\frac{\cancel{\text{mi}}}{\cancel{\text{h}}}\right)\left(1609\,\frac{\text{m}}{\cancel{\text{mi}}}\right)\left(\frac{1\,\cancel{\text{h}}}{3600\text{ s}}\right) = 25\,\frac{\text{m}}{\text{s}},$$

donde se redondeó a dos cifras significativas.

(*b*) Ahora se considera que 1 mi = 1609 m = 1.609 km; entonces

$$55\,\frac{\text{mi}}{\text{h}} = \left(55\,\frac{\cancel{\text{mi}}}{\text{h}}\right)\left(1.609\,\frac{\text{km}}{\cancel{\text{mi}}}\right) = 88\,\frac{\text{km}}{\text{h}}.$$

NOTA Estas conversiones de unidades son muy útiles, por lo que aparecen en la tabla de los forros de este libro.

EJERCICIO E ¿Un conductor que viaja a 15 m/s en una zona de 35 mi/h estaría superando el límite de rapidez?

RESOLUCIÓN DE PROBLEMAS

La conversión de unidades está equivocada si las unidades no se cancelan.

Cuando hay que cambiar unidades, se evitarán los errores en el uso de los factores de conversión al comprobar que las unidades se cancelan de manera adecuada. Por ejemplo, en la conversión de 1 mi a 1609 m del ejemplo 1-5 *a*), si se hubiese usado incorrectamente el factor $\left(\frac{100\text{ cm}}{1\text{ m}}\right)$ en lugar de $\left(\frac{1\text{ m}}{100\text{ cm}}\right)$, las unidades centímetro no se hubieran cancelado; no se habría terminado con metros.

1–7 Orden de magnitud: estimación rápida

En ocasiones sólo interesa un valor aproximado para una cantidad, ya sea porque un cálculo exacto tomaría más tiempo del que vale la pena o porque se requerirían datos adicionales que no están disponibles. En otros casos, tal vez se quiere hacer una estimación simple con la finalidad de verificar un cálculo exacto hecho en una calculadora, para asegurarnos de que no hubo error al ingresar los números.

RESOLUCIÓN DE PROBLEMAS
Cómo hacer una estimación aproximada

Una estimación aproximada se realiza al redondear todos los números a una cifra significativa y su respectiva potencia de 10 (más cercana), y después de que el cálculo se realiza, de nuevo sólo se conserva una cifra significativa. A tal estimación se le conoce como **estimación del orden de magnitud** y puede ser exacta dentro de un factor de 10, y a menudo mejor. De hecho, la frase "orden de magnitud" a veces se usa para hacer referencia simplemente a la potencia de 10.

Para tener una idea de cuán útil y poderosa puede ser una estimación aproximada, se presentan unos cuantos "ejemplos resueltos".

FÍSICA APLICADA
Estimación del volumen (o masa) de un lago; véase también la figura 1-10.

EJEMPLO 1-6 ESTIMACIÓN **Volumen de un lago.** Estime la cantidad de agua que existe en un lago determinado (figura 1-10*a*), cuya forma es aproximadamente circular, tiene casi 1 km de diámetro y se supone que tiene una profundidad promedio de más o menos 10 m.

PLANTEAMIENTO Ningún lago es un círculo perfecto, ni se puede esperar que los lagos tengan un fondo perfectamente plano. Aquí sólo se está haciendo una estimación. Para estimar el volumen, se utilizará un modelo simple del lago como un cilindro: se multiplica la profundidad promedio del lago por su área superficial aproximadamente circular, como si el lago fuese un cilindro (figura 1-10*b*).

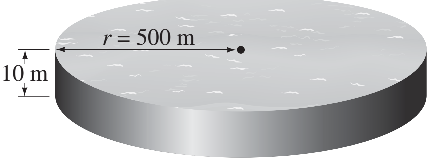
SOLUCIÓN El volumen V de un cilindro es el producto de su altura h por el área de su base: $V = hpr^2$, donde r es el radio de la base circular.† El radio r es $\frac{1}{2}$ km = 500 m, así que el volumen es aproximadamente

$$V = h\pi r^2 \approx (10\,\text{m}) \times (3) \times \left(5 \times 10^2\,\text{m}\right)^2 \approx 8 \times 10^6\,\text{m}^3 \approx 10^7\,\text{m}^3,$$

donde π se redondeó a 3. Así que el volumen está en el orden de 10^7 m^3, es decir, 10 millones de metros cúbicos. En atención a todas las estimaciones que se realizaron en este cálculo, probablemente es mejor citar la estimación del orden de magnitud (10^7 m^3) que la cifra 8×10^6 m^3.

†Las fórmulas para volumen, área, etcétera, se encuentran en los forros de este libro.


a)



b)

FIGURA 1-10 Ejemplo 1-6 *a*) ¿Cuánta agua hay en este lago? (La fotografía es de uno de los lagos Rae en la Sierra Nevada de California.) *b*) Modelo del lago como un cilindro. [Se puede ir un paso más allá y estimar la masa o peso de este lago. Más tarde se verá que el agua tiene una densidad de 1000 kg/m^3, así que este lago tiene una masa de aproximadamente (10^3 kg/m^3)(10^7 m^3) $\approx 10^{10}$ kg, que es alrededor de 10 mil millones de kg o 10 millones de toneladas métricas. (Una tonelada métrica es 1000 kg, más o menos 2200 lbs, ligeramente más que una tonelada británica, 2000 lbs.)].

NOTA Para expresar el resultado en galones estadounidenses, se recurre a la tabla que aparece en los forros del libro, donde se ve que 1 litro $= 10^{-3}\,\mathrm{m}^3 \approx \frac{1}{4}$ galón. Por tanto, el lago contiene $\left(10^7\,\mathrm{m}^3\right)\left(1\text{ galón}/4 \times 10^{-3}\,\mathrm{m}^3\right) \approx 2 \times 10^9$ galones de agua.

EJEMPLO 1-7 ESTIMACIÓN **Grosor de una página.** Estime el grosor de una página de este libro.

PLANTEAMIENTO Al principio tal vez se piense que se necesita un dispositivo de medición especial, un micrómetro (figura 1-11), para medir el grosor de una página, pues es evidente que una regla ordinaria no lo haría. Pero puede usarse un truco o, para ponerlo en términos físicos, hacer uso de una *simetría*: se supone de manera razonable que todas las páginas de este libro son iguales en grosor.

SOLUCIÓN Es posible usar una regla para medir cientos de páginas al mismo tiempo. Si mide el grosor de las primeras 500 páginas de un libro (de la página 1 a la página 500), obtendrá algo como 1.5 cm. Note que 500 páginas contadas atrás y adelante son 250 piezas de papel separadas. Así que una página debe tener un grosor de más o menos

$$\frac{1.5\text{ cm}}{250\text{ páginas}} \approx 6 \times 10^{-3}\text{ cm} = 6 \times 10^{-2}\text{ mm},$$

o menos de un décimo de un milímetro (0.1 mm).

➥ RESOLUCIÓN DE PROBLEMAS

Hay que utilizar simetría siempre que sea posible.

FIGURA 1-11 Ejemplo 1-7. Un micrómetro, que se usa para medir pequeños grosores.

EJEMPLO 1-8 ESTIMACIÓN **Número total de latidos cardiacos.** Estime el número total de latidos que un corazón humano común realiza a lo largo de una vida.

PLANTEAMIENTO Un característico ritmo cardiaco en reposo es de 70 latidos/min. Pero durante el ejercicio es mucho mayor. Un promedio razonable es de 80 latidos/min.

SOLUCIÓN Si una persona promedio vive 70 años $\approx 2 \times 10^9$ s (tabla 1-2),

$$\left(80\,\frac{\text{latidos}}{\text{min}}\right)\left(\frac{1\text{ min}}{60\text{ s}}\right)\left(2 \times 10^9\text{ s}\right) \approx 3 \times 10^9,$$

o 3 mil millones.

A continuación se da un ejemplo simple de la utilidad de un diagrama para realizar una estimación. Jamás podría enfatizarse lo suficiente la importancia de dibujar un diagrama cuando se intenta resolver un problema físico.

EJEMPLO 1-9 ESTIMACIÓN **Altura por triangulación.** Estime la altura del edificio que se muestra en la figura 1-12, por "triangulación", con la ayuda de un poste de parada de autobús y una amiga.

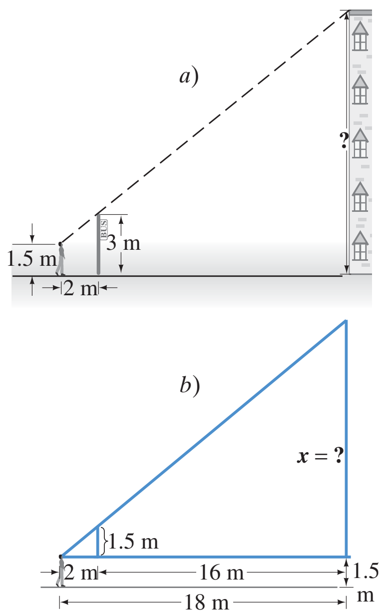
PLANTEAMIENTO Cuando su amiga está junto al poste, se estima que la altura de este último es de 3 m. Aléjese hasta que la parte superior del poste esté en línea con la parte superior del edificio (figura 1-12*a*). Usted mide 5 pies y 6 pulgadas de alto, así que sus ojos están aproximadamente a 1.5 m sobre el suelo. Su amiga es más alta, y cuando ella estira los brazos, una mano lo toca a usted y la otra toca al poste, así que se puede estimar dicha distancia en 2 m (figura 1-12*a*). Al cubrir la distancia desde el poste hasta la base de edificio con grandes pasos de 1 m de largo, se obtiene un total de 16 pasos o 16 m.

SOLUCIÓN Dibuje, a escala, el diagrama que se muestra en la figura 1-12*b*, y use las mediciones anteriores. Directamente del diagrama mida el último lado del triángulo que es más o menos $x = 13$ m. De manera alternativa, podrían utilizarse triángulos semejantes para obtener la altura x:

$$\frac{1.5\text{ m}}{2\text{ m}} = \frac{x}{18\text{ m}}, \quad \text{así} \quad x \approx 13\tfrac{1}{2}\text{ m}.$$

Finalmente, agregue la altura de sus ojos, que es 1.5 m sobre el suelo, para obtener el resultado final: el edificio tiene aproximadamente 15 m de alto.

FIGURA 1-12 Ejemplo 1-9. ¡Los diagramas son realmente útiles!



Otra técnica de estimación, famosa porque Enrico Fermi la planteó a sus estudiantes de física, consiste en estimar el número de afinadores de piano en una ciudad, como Chicago o San Francisco. Para obtener una estimación aproximada del orden de magnitud del número de afinadores en la actualidad en San Francisco, una ciudad de más o menos 700,000 habitantes, se puede proceder a estimar el número de pianos en funcionamiento, la frecuencia con la que se afina un piano y el número de pianos que puede afinar un afinador. Para estimar el número de pianos en San Francisco, hay que considerar que no todos sus habitantes tienen un piano. Si suponemos que una familia de cada tres tiene ese instrumento, correspondería un piano por 12 personas, en caso de que una familia promedio sea de cuatro integrantes. Como un orden de magnitud, pensemos que hay un piano por cada 10 personas. Esto ciertamente es más razonable que uno por 100 personas, o uno por cada persona, así que se procede con la estimación de que una persona de 10 tiene un piano, lo que significa que hay más o menos 70,000 pianos en San Francisco. Ahora, un afinador necesita una hora o dos para afinar un piano. Así que se estima que un afinador afina cuatro o cinco pianos al día. A un piano se le debe afinar cada seis meses o cada año; consideremos esta última estimación. Un afinador que trabaja en cuatro pianos al día, cinco días a la semana, 50 semanas al año, afina más o menos 1000 pianos anualmente. Así que San Francisco, con sus (muy) aproximados 70,000 pianos, necesita alrededor de 70 afinadores. Ésta, desde luego, es sólo una estimación simple,[†] que nos dice que deben existir mucho más de 10 afinadores y seguramente no tantos como 1000. Por otra parte, si se tratara de estimar el número de mecánicos de automóviles, ¡el resultado sería bastante diferente!

RESOLUCIÓN DE PROBLEMAS
Estimación de cuántos afinadores de piano existen en una ciudad

* 1–8 Dimensiones y análisis dimensional[‡]

Cuando se habla de las **dimensiones** de una cantidad, se hace referencia al tipo de unidades o cantidades básicas que la constituyen. Las dimensiones de área, por ejemplo, siempre son longitud al cuadrado, abreviadas $[L^2]$, con el uso de corchetes; las unidades pueden ser metros cuadrados, pies cuadrados, cm^2, etcétera. La velocidad, por otra parte, se mide en unidades de km/h, m/s o mi/h, pero las dimensiones siempre son una longitud $[L]$ dividida por un tiempo $[T]$; esto es, $[L/T]$.

La fórmula para una cantidad puede ser diferente en varios casos, pero las dimensiones siguen siendo las mismas. Por ejemplo, el área de un triángulo de base b y altura h es $A = \frac{1}{2}bh$, mientras que el área de un círculo de radio r es $A = \pi r^2$. Las fórmulas son diferentes en los dos casos, pero las dimensiones de área en ambos casos son las mismas: $[L^2]$.

Cuando se especifican las dimensiones de una cantidad, por lo general se hace en términos de cantidades básicas, no de cantidades derivadas. Por ejemplo, la fuerza, que, como se verá más adelante, tiene las mismas unidades que masa $[M]$ por aceleración $[L/T^2]$, tiene dimensiones de $[ML/T^2]$.

Análisis dimensional

Las dimensiones se usan como auxiliares al trabajar relaciones, y a tal procedimiento se le conoce como **análisis dimensional**.[§] Una técnica útil es el uso de dimensiones para comprobar si una relación es *incorrecta*. Aquí se aplica una regla simple: las cantidades se suman o se restan sólo si tienen las mismas dimensiones (no se suman centímetros con horas). Esto implica que las cantidades a cada lado de un signo igual deben tener las mismas dimensiones. (En cálculos numéricos, las unidades también deben ser las mismas en ambos lados de una ecuación).

Por ejemplo, cuando se obtiene la ecuación $v = v_0 + \frac{1}{2}at^2$, donde v es la velocidad de un objeto después de un tiempo t, v_0 es la rapidez inicial del objeto y el objeto experimenta una aceleración a. Realicemos una comprobación dimensional para

[†]Una revisión de un directorio telefónico de San Francisco (llevada a cabo después de este cálculo) revela alrededor de 50 listas. Cada una de éstas emplea a más de un afinador, pero, por otra parte, cada una también realiza reparaciones aparte de las afinaciones. En cualquier caso, la estimación es razonable.

[‡]Algunas secciones de este libro, como la presente, se pueden considerar *opcionales* a discreción del profesor. Se recomienda ver el prefacio para más detalles.

[§]Las técnicas descritas en los siguientes párrafos parecerán más significativas después de que haya estudiado unos cuantos capítulos de este libro. Leer esta sección ahora le proporcionará un panorama de la materia, y luego podrá regresar a ella cuando lo necesite más tarde.

ver si esta ecuación es correcta; note que los factores numéricos, como el $\frac{1}{2}$ aquí, no afectan las comprobaciones dimensionales. Al recordar que las dimensiones de rapidez son $[L/T]$ y (como se verá en el capítulo 2) las dimensiones de aceleración son $[L/T^2]$, se escribe una ecuación dimensional del modo siguiente:

$$\left[\frac{L}{T}\right] \stackrel{?}{=} \left[\frac{L}{T}\right] + \left[\frac{L}{T^2}\right][T^2]$$

$$\stackrel{?}{=} \left[\frac{L}{T}\right] + [L].$$

Las dimensiones son incorrectas: en el lado derecho se tiene la suma de cantidades cuyas dimensiones no son las mismas. Por tanto, se concluye que se cometió un error al deducir la ecuación original.

Si tal comprobación dimensional resulta correcta, ello no prueba que la ecuación sea correcta. Por ejemplo, un factor numérico adimensional (como $\frac{1}{2}$ o 2π) podría estar equivocado. Por tanto, una comprobación dimensional sólo indica cuándo está equivocada una relación, pero no indica si es completamente correcta.

El análisis dimensional también se usa como una comprobación rápida de una ecuación de la que no se está seguro. Por ejemplo, supongamos que no se recuerda si la ecuación para el periodo T (el tiempo para efectuar un balanceo de ida y vuelta) de un péndulo simple de longitud l es $T = 2\pi\sqrt{l/g}$ o $T = 2\pi\sqrt{g/l}$, donde g es la aceleración de la gravedad y, al igual que todas las aceleraciones, tiene dimensiones $[L/T^2]$. (La fórmula correcta se deducirá en el capítulo 11; lo que importa aquí es el olvido de una persona acerca de si la fórmula contiene l/g o g/l). Una comprobación dimensional muestra que la primera (l/g) es correcta:

$$[T] = \sqrt{\frac{[L]}{[L/T^2]}} = \sqrt{[T^2]} = [T],$$

mientras que la última (g/l) no lo es:

$$[T] \neq \sqrt{\frac{[L/T^2]}{[L]}} = \sqrt{\frac{1}{[T^2]}} = \frac{1}{[T]}.$$

Note que la constante 2π no tiene dimensiones y por lo mismo no se puede comprobar con el uso del análisis de dimensiones.

Resumen

[El resumen que aparece al final de cada capítulo en este libro proporciona un breve panorama de las principales ideas contenidas en él. El resumen *no sirve* para ofrecer una comprensión del material, lo que sólo es posible lograr mediante la lectura detallada del capítulo].

La física, al igual que otras ciencias, es una empresa creativa. No es simplemente una colección de hechos. Las **teorías** importantes se crean con la idea de explicar las **observaciones**. Para ser aceptadas, las teorías se "ponen a prueba" mediante la comparación de sus predicciones con los resultados de experimentos reales. En general, una teoría no se "prueba" en un sentido absoluto.

Con frecuencia, los científicos diseñan modelos de fenómenos físicos. Un **modelo** es una especie de cuadro o analogía que ayuda a describir los fenómenos en términos de algo ya conocido. Una **teoría**, con frecuencia desarrollada a partir de un modelo, por lo general es más profunda y más compleja que un modelo simple.

Una **ley** científica es una afirmación concisa, a veces expresada en la forma de una ecuación, que describe cuantitativamente un amplio rango de fenómenos.

Las **mediciones** juegan un papel crucial en la física, pero nunca son perfectamente precisas. Es importante especificar la **incertidumbre** de una medición, ya sea mediante su establecimiento directo con el uso de la notación $\pm$, y/o al conservar sólo el número correcto de **cifras significativas**.

Las cantidades físicas siempre se especifican en relación con un estándar particular o **unidad**, y la unidad empleada siempre debe estar establecida. El conjunto de unidades comúnmente aceptadas en la actualidad es el **Système International** (SI), en el que las unidades estándar de longitud, masa y tiempo son **metro**, **kilogramo** y **segundo**.

Cuando se hace una conversión de unidades, hay que comprobar todos los **factores de conversión** para la cancelación correcta de unidades.

La realización de **estimaciones del orden de magnitud** es una técnica muy útil en la ciencia, así como en la vida cotidiana.

[*Las **dimensiones** de una cantidad se refieren a la combinación de cantidades básicas que la comprenden. La velocidad, por ejemplo, tiene dimensiones de [longitud/tiempo] o $[L/T]$. Trabajar sólo con las dimensiones de las diversas cantidades en una relación dada (técnica que se conoce como **análisis dimensional**) hace posible comprobar la forma correcta de una relación].

Preguntas

1. ¿Cuáles son las ventajas e inconvenientes de usar el pie de una persona como estándar? Considere tanto *a*) el pie de una persona en particular como *b*) el pie de cualquier persona. Es importante tener en mente que es ventajoso que los estándares fundamentales sean accesibles (con los que sea fácil realizar comparaciones), invariables (es decir, que no cambien), indestructibles y reproducibles.
2. Cuando se viaja por carretera en las montañas, se ven señales de altitudes en las que se lee "914 m (3000 ft)". Los críticos del sistema métrico afirman que los números que muestran el sistema métrico son más complicados. ¿Cómo se pueden modificar tales señales para que sean más consistentes con un cambio hacia el sistema métrico?
3. ¿Por qué es incorrecto pensar que cuantos más dígitos se utilicen en una respuesta, más exacta es?
4. ¿Qué está equivocado en esta señal de la carretera?
   Memphis 7 mi (11.263 km)
5. Para que una respuesta esté completa, es necesario especificar las unidades. ¿Por qué?
6. Discuta cómo se puede usar la noción de simetría para estimar el número de canicas en una jarra de 1 litro.
7. El radio de una rueda es de 4.16 cm. Si se multiplica por 2 para obtener el diámetro, ¿el resultado se debe escribir como 8 cm o como 8.32 cm? Justifique su respuesta.
8. Exprese el seno de 30.0° con el número correcto de cifras significativas.
9. Una receta para suflé especifica que la medición de los ingredientes debe ser exacta, o el suflé no se levantará. La receta pide seis huevos grandes. El tamaño de los huevos "grandes" varía en un 10%, de acuerdo con las especificaciones del Departamento de Agricultura de Estados Unidos. ¿Qué quiere decir con esto acerca de cuán exactas deben ser las mediciones de los otros ingredientes?
10. Elabore una lista con suposiciones útiles para estimar el número de mecánicos de automóviles en *a*) San Francisco, *b*) su ciudad, y luego realice las estimaciones.

Problemas

[Los problemas al final de cada capítulo están clasificados como I, II o III, de acuerdo con la dificultad estimada, siendo los problemas I los más sencillos. Los problemas de nivel III se presentan especialmente como un reto para los mejores estudiantes, para la obtención de "créditos adicionales". Los problemas están ordenados por sección, lo que significa que el lector debe haber leído incluso dicha sección, mas no sólo dicha sección, pues, con frecuencia, los problemas dependen del material anterior. Además, cada capítulo tiene un grupo de problemas generales que no están clasificados ni ordenados por número de sección].

1–4 Medición e incertidumbre; cifras significativas

(*NOTA:* En los problemas, se supone que un número como 6.4 es exacto hasta $\pm$ 0.1; y que 950 es $\pm$ 10 a menos que se diga que es "precisamente" o "muy cercanamente" 950, en cuyo caso se supone 950 $\pm$ 1).

1. (I) Se cree que la edad del Universo es de aproximadamente 14 mil millones de años. Suponiendo dos cifras significativas, escriba esta cantidad en potencias de 10 en *a*) años, *b*) segundos.
2. (I) ¿Cuántas cifras significativas tiene cada uno de los siguientes números: *a*) 214, *b*) 81.60, *c*) 7.03, *d*) 0.03, *e*) 0.0086, *f*) 3236 y *g*) 8700?
3. (I) Escriba los números siguientes en notación de potencias de 10: *a*) 1.156, *b*) 21.8, *c*) 0.0068, *d*) 27.635, *e*) 0.219 y *f*) 444.
4. (I) Escriba completos los números siguientes, con el número correcto de ceros: *a*) 8.69×10^4, *b*) 9.1×10^3, *c*) 8.8×10^{-1}, *d*) 4.76×10^2 y *e*) 3.62×10^{-5}.
5. (II) ¿Cuál es, aproximadamente, la incertidumbre porcentual para la medición dada como 1.57 m^2?
6. (II) ¿Cuál es la incertidumbre porcentual en la medición 3.76 $\pm$ 0.25 m?
7. (II) Los intervalos de tiempo medidos con un cronómetro generalmente tienen una incertidumbre de aproximadamente 2 s, a causa del tiempo de reacción del humano en los momentos de arrancar y detener. ¿Cuál es la incertidumbre porcentual de una medición tomada a mano de *a*) 5 s, *b*) 50 s, *c*) 5 min?
8. (II) Sume $(9.2 \times 10^3 \text{ s}) + (8.3 \times 10^4 \text{ s}) + (0.008 \times 10^6 \text{ s})$.
9. (II) Multiplique 2.079×10^2 m por 0.082×10^{-1}, tomando en cuenta las cifras significativas.
10. (III) ¿Cuál es el área, y su incertidumbre aproximada, de un círculo de 3.8×10^4 cm de radio?
11. ¿Cuál es, aproximadamente, la incertidumbre porcentual en el volumen de un balón de playa esférico cuyo radio es $r = 2.86 \pm 0.09$ m?

1–5 y 1–6 Unidades, estándares, SI, conversión de unidades

12. (I) Escriba lo siguiente como números (decimales) completos con unidades estándar: *a*) 286.6 mm, *b*) 85 μV, *c*) 760 mg, *d*) 60.0 ps, *e*) 22.5 fm, *f*) 2.50 gigavolts.
13. (I) Exprese lo siguiente con el uso de prefijos de la tabla 1-4: *a*) 1×10^6 volts, *b*) 2×10^{-6} metros, *c*) 6×10^3 días, *d*) 18×10^2 dólares y *e*) 8×10^{-9} piezas.
14. (I) Determine su propia altura en metros y su masa en kg.
15. (I) El Sol, en promedio, está a 93 millones de millas de la Tierra. ¿Cuántos metros es esto? Expresarlo *a*) con el uso de potencias de 10 y *b*) con el uso de prefijos métricos.
16. (II) ¿Cuál es el factor de conversión entre *a*) ft^2 y yd^2, *b*) m^2 y ft^2?
17. (II) Un avión viaja a 950 km/h. ¿Cuánto le toma viajar 1.00 km?
18. (II) Un átomo común tiene un diámetro aproximado de 1.0×10^{-10} m. *a*) ¿Cuánto es esto en pulgadas? *b*) ¿Aproximadamente cuántos átomos hay a lo largo de una línea de 1.0 cm?
19. (II) Exprese la suma siguiente con el número correcto de cifras significativas: 1.80 m + 142.5 cm + 5.34×10^5 μm.
20. (II) Determine el factor de conversión entre *a*) km/h y mi/h, *b*) m/s y ft/s y *c*) km/h y m/s.
21. (II) ¿Cuánto más larga (en porcentaje) es una carrera de una milla que una carrera de 1500 m ("la milla métrica")?
22. Un *año luz* es la distancia que la luz recorre en un año (con una rapidez = 2.998×10^8 m/s). *a*) ¿Cuántos metros hay en 1.0 años luz? *b*) Una unidad astronómica (UA) es la distancia promedio desde el Sol a la Tierra, 1.50×10^8 km. ¿Cuántas UA hay en 1.00 años luz? *c*) ¿Cuál es la rapidez de la luz en UA/h?
23. (III) El diámetro de la Luna es de 3480 km. *a*) ¿Cuál es el área superficial? *b*) ¿Cuántas veces es más grande el área superficial de la Tierra?

1–7 Estimación del orden de magnitud

(*Nota:* Recuerde que, para las estimaciones simples, sólo se necesitan números redondeados, tanto como datos de entrada para los cálculos como para los resultados finales).

24. (I) Estime el orden de magnitud (potencia de 10) de: *a*) 2800, *b*) 86.30×10^2, *c*) 0.0076 y *d*) 15.0×10^8.

25. (II) Estime cuántos libros se pueden almacenar en una biblioteca universitaria con 3500 metros cuadrados de espacio de planta. Hay ocho anaqueles de alto, que tienen libros en ambos lados, con corredores de 1.5 m de ancho. Los libros tienen, en promedio, el tamaño de éste.

26. (II) Estime cuántas horas le tomaría a un deportista correr (a 10 km/h) a través de Estados Unidos, de Nueva York a California.

27. (II) Estime cuánto le tomaría a una persona podar un campo de fútbol con el uso de una podadora doméstica ordinaria (figura 1-13). La podadora se mueve con una rapidez de 1 km/h y tiene un ancho de 0.5 m.

FIGURA 1-13 Problema 27.

28. (II) Estime el número de litros de agua que un humano bebe durante su vida.

29. (II) Realice una estimación simple del volumen de su cuerpo (en cm^3).

30. (II) Realice una estimación simple, para una casa común de los suburbios, del porcentaje de su área de pared exterior que constituye el área de la ventana.

31. (III) El hule viejo de las llantas ingresa generalmente a la atmósfera en forma de partículas contaminantes. Estime cuánto hule (en kg) se va al aire en Estados Unidos cada año. Para comenzar, una buena estimación de la profundidad del dibujo de la llanta es de 1 cm cuando es nueva, y la densidad del hule es de aproximadamente 1200 kg/m^3.

* 1–8 Dimensiones

* **32.** (II) La rapidez, v, de un objeto está dada por la ecuación $v = At^3 - Bt$, donde t se refiere al tiempo. ¿Cuáles son las dimensiones de A y B?

* **33.** (II) Tres estudiantes deducen las siguientes ecuaciones en las que x se refiere a la distancia recorrida, v a la rapidez, a a la aceleración (m/s^2) y t al tiempo, y el subíndice ($_0$) representa una cantidad en el tiempo $t = 0$: *a*) $x = vt^2 + 2at$, *b*) $x = v_0 t + \frac{1}{2}at^2$, y *c*) $x = v_0 t + 2at^2$. ¿Cuál de estas ecuaciones podría ser correcta, de acuerdo con una comprobación dimensional?

Problemas generales

34. Los satélites de posicionamiento global (GPS) se usan para determinar posiciones con gran exactitud. El sistema funciona mediante la determinación de la distancia entre el observador y cada uno de los diversos satélites que orbitan la Tierra. Si uno de los satélites está a una distancia de 20,000 km de usted, ¿qué exactitud porcentual se requiere en la distancia si se desea una incertidumbre de dos metros? ¿Cuántas cifras significativas es necesario tener en la distancia?

35. Los chips de computadora (figura 1-14) se graban en obleas de silicio circular que tienen un grosor de 0.60 mm, que se rebanan de un cristal de silicio cilíndrico sólido de 30 cm de longitud. Si cada oblea alberga 100 chips, ¿cuál es el número máximo de chips que se pueden producir a partir de un cilindro completo?

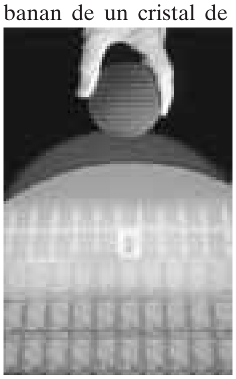


FIGURA 1-14 Problema 35. La oblea sostenida por la mano (arriba) se muestra abajo, agrandada e iluminada mediante luz coloreada. Son visibles las hileras de circuitos integrados (chips).

36. *a*) ¿Cuántos segundos hay en 1.00 año? *b*) ¿Cuántos nanosegundos hay en 1.00 año? *c*) ¿Cuántos años hay en 1.00 segundo?

37. El pulmón de un humano adulto común contiene aproximadamente 300 millones de pequeñas cavidades llamadas alvéolos. Estime el diámetro promedio de un solo alvéolo.

38. Una hectárea se define como 10^4 m^2. Un acre es 4×10^4 ft^2. ¿Cuántos acres hay en una hectárea?

39. Use la tabla 1-3 para estimar el número total de protones o neutrones en *a*) una bacteria, *b*) una molécula de DNA, *c*) el cuerpo humano, *d*) la galaxia.

40. Estime el número de galones de gasolina consumidos al año por el total de todos los conductores de automóviles en Estados Unidos.

41. Estime el número de bolas de chicle en la máquina de la figura 1-15.

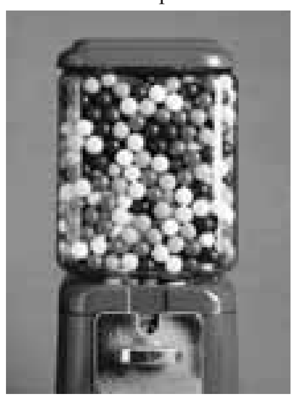


FIGURA 1-15 Problema 41. Estime el número de bolas de chicle en la máquina.

42. Una familia promedio de cuatro miembros utiliza alrededor de 1200 litros (unos 300 galones) de agua por día. (Un litro = 1000 cm^3). ¿Cuánta profundidad perdería un lago por año si cubriera uniformemente un área de 50 kilómetros cuadrados y abasteciera a una ciudad local con una población de 40,000 personas? Considere sólo los usos de la población y desprecie la evaporación y cosas parecidas.

43. ¿Qué tan grande es una tonelada? Es decir, ¿cuál es el volumen de algo que pesa una tonelada? Para ser específico, estime el diámetro de una roca de 1 ton, pero primero suponga lo siguiente: ¿tendrá 1 pie de ancho, 3 pies o el tamaño de un automóvil? [*Sugerencia:* Considere que la roca tiene una masa por volumen aproximadamente 3 veces la del agua, que es de 1 kg por litro (10^3 cm^3) o 62 lb por pie cúbico.]

44. Una fuerte tormenta vierte 1.0 cm de lluvia sobre una ciudad de 5 km de ancho y 8 km de largo en un periodo de 2 h. ¿Cuántas toneladas métricas (1 ton métrica = 10^3 kg) de agua caen en la ciudad? [1 cm^3 de agua tiene una masa de 1 gram = 10^{-3} kg]. ¿Cuántos galones de agua es esto?

45. Sostenga un lápiz frente a sus ojos en una posición en la que su lado romo apenas tape la Luna. (figura 1-16). Realice las mediciones apropiadas para estimar el diámetro de la Luna, dado que la distancia de la Tierra a la Luna es de 3.8×10^5 km.

FIGURA 1-16 Problema 45. ¿Qué tan grande es la Luna?

46. Estime cuántos días le tomaría a usted caminar alrededor del mundo, suponiendo que camina 10 h diarias a 4 km/h.

47. Se ordenó que el arca de Noé tuviese 300 codos de largo, 50 codos de ancho y 30 de alto. El codo era una unidad de medida igual a la longitud de un antebrazo humano, desde el codo hasta la punta del dedo más largo. Exprese las dimensiones del arca de Noé en metros y estime su volumen (m^3).

48. Un litro (1000 cm^3) de aceite se derrama en un lago de aguas tranquilas. Si el aceite se dispersa de manera uniforme hasta formar una película de aceite apenas del grosor de una molécula, con las moléculas adyacentes apenas en contacto, estime el diámetro de la película de aceite. Suponga que las moléculas de aceite tienen un diámetro de 2×10^{-10} m.

49. Julia acampa junto a un río ancho y se pregunta cuál es su anchura. Ubica una gran roca en el banco directamente al frente de ella a través del río. Luego camina corriente arriba hasta que juzga que el ángulo entre ella y la roca, a la que todavía ve con claridad, es ahora de 30° corriente abajo (figura 1-17). Julia determina que su paso es de aproximadamente una yarda de largo. La distancia de vuelta hacia su campamento es de 120 pasos. ¿Aproximadamente cuán ancho, tanto en yardas como en metros, es el río?

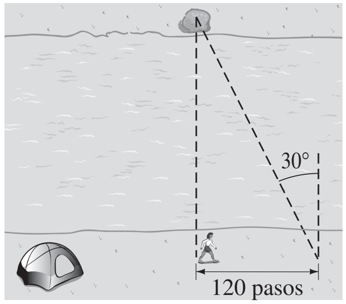


FIGURA 1-17 Problema 49.

50. Un fabricante de relojes afirma que sus relojes ganan o pierden no más de 8 segundos al año. ¿Qué tan exactos son sus relojes? Exprese el resultado como porcentaje.

51. El diámetro de la Luna es de 3480 km. ¿Cuál es su volumen? ¿Cuántas lunas se necesitarían para crear un volumen igual al de la Tierra?

52. Un angstrom (símbolo Å) es una unidad de longitud, que se define como 10^{-10} m, que está en el orden del diámetro de un átomo. *a*) ¿Cuántos nanómetros hay en 1.0 angstrom? *b*) ¿Cuántos femtometros o fermis (la unidad común de longitud en física nuclear) hay en 1.0 angstrom? *c*) ¿Cuántos angstroms hay en 1.0 metro? *d*) ¿Cuántos angstroms hay en 1.0 año luz? (Vea el problema 22).

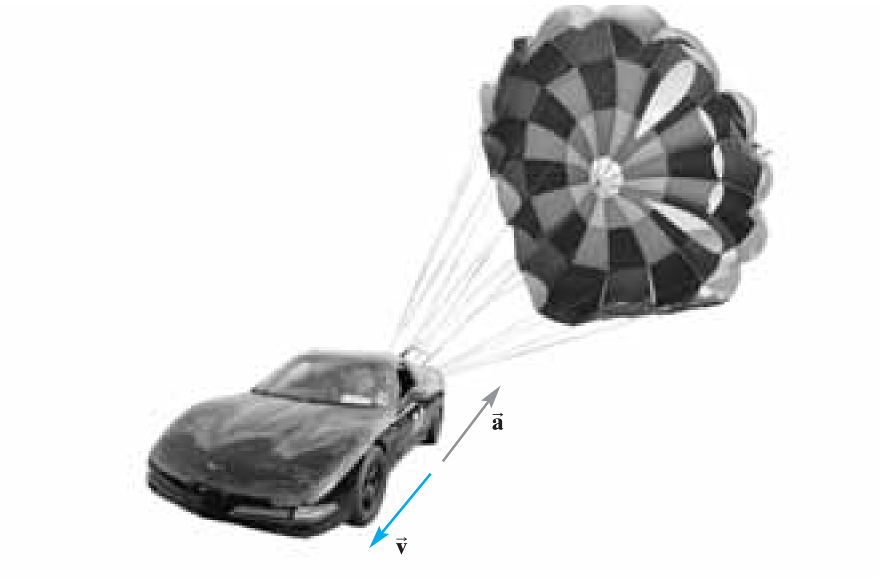
53. Determine la incertidumbre porcentual en θ y en sen θ cuando *a*) $\theta = 15.0° \pm 0.5°$, *b*) $\theta = 75.0° \pm 0.5°$.

54. Si usted comenzó a caminar a lo largo de una de las líneas de longitud de la Tierra y siguió hasta que hubo un cambio de latitud en un minuto de arco (existen 60 minutos por grado), ¿qué tan lejos habrá caminado usted (en millas)? A esta distancia se le llama "milla náutica".

Respuestas a los ejercicios

A: (d).
B: No: 3, 2.
C: Los tres tienen tres cifras significativas, aunque el número de lugares decimales es *a*) 2, *b*) 3, *c*) 4.
D: Everest, 29,035 ft; K2, 28,251 ft; Kangchenjunga, 28,169 ft.
E: No: 15 m/s ≈ 34 mi/h.

Un automóvil deportivo ha soltado un paracaídas para reducir rápidamente su rapidez. Las direcciones de la velocidad y la aceleración del automóvil se muestran mediante las flechas de color azul ($\vec{\mathbf{v}}$) y gris ($\vec{\mathbf{a}}$). El movimiento se describe mediante los conceptos de velocidad y aceleración. Aquí se observa que, a veces, la aceleración ($\vec{\mathbf{a}}$) puede estar en dirección opuesta a la velocidad $\vec{\mathbf{v}}$. También se examinará en detalle el movimiento con aceleración constante, que incluye el movimiento vertical de los objetos que caen bajo la acción de la gravedad.



CAPÍTULO 2

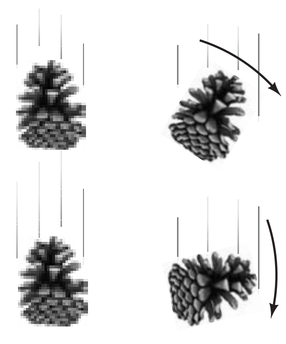
Descripción del movimiento: cinemática en una dimensión

El movimiento de los objetos (pelotas de béisbol, automóviles, trotadores e incluso el Sol y la Luna) es una parte evidente de la vida cotidiana. No fue sino hasta los siglos XVI y XVII que se estableció la comprensión moderna del movimiento. Muchos individuos contribuyeron a esta comprensión, en particular Galileo Galilei (1564-1642) e Isaac Newton (1642-1727).

El estudio del movimiento de objetos, y los conceptos afines de fuerza y energía, constituyen el campo de la física llamado **mecánica**. En general, la mecánica se divide en dos partes: **cinemática**, que es la descripción de cómo se mueven los objetos, y **dinámica**, que estudia la fuerza y las causas que provocan que los objetos se muevan como lo hacen. Este capítulo y el siguiente están dedicados a estudiar la cinemática.

Por ahora sólo se tratarán los objetos que se mueven sin rotación (figura 2-1*a*). A tal movimiento se le conoce como **movimiento de traslación**. En este capítulo el enfoque estará en la descripción de un objeto que se mueve a lo largo de una trayectoria en línea recta, que es un movimiento de traslación unidimensional. En el capítulo 3 se describirá el movimiento de traslación en dos (o tres) dimensiones a lo largo de trayectorias que no son rectas. (La rotación, como la de la figura 2-1*b*, se verá en el capítulo 8.)

Con frecuencia se usará el concepto, o *modelo*, de una **partícula** idealizada, que se considera un punto matemático y que no tiene extensión espacial (es decir, que no tiene tamaño). Una partícula sólo puede experimentar movimiento de traslación. El modelo de una partícula es útil en muchas situaciones reales donde se tenga interés sólo en el movimiento de traslación y en las que el tamaño del objeto no sea significativo. Por ejemplo, para muchos propósitos, podríamos considerar como una partícula una bola de billar, o incluso una nave espacial que viaja hacia la Luna.



a)   *b*)

FIGURA 2–1 La piña en *a*) sólo experimenta traslación conforme cae, mientras que en *b*) está en rotación y, al mismo tiempo, en traslación.

2–1 Marcos de referencia y desplazamiento

Todas las mediciones se realizan en relación con un marco de referencia.

Cualquier medición de posición, distancia o rapidez se debe realizar con respecto a un **marco de referencia**. Por ejemplo, supongamos que mientras usted está sentado en un tren que viaja a 80 km/h, una persona pasa caminando por su lado hacia el frente del tren con una rapidez de 5 km/h (figura 2-2). Estos 5 km/h son la rapidez de la persona con respecto al tren como marco de referencia. Con respecto al suelo, dicha persona se mueve con una rapidez de 80 km/h + 5 km/h = 85 km/h. Siempre es importante especificar el marco de referencia cuando se establece una rapidez. En la vida cotidiana, generalmente se da por sentado que la medición se hace "con respecto a la Tierra"; pero siempre que exista alguna posibilidad de confusión, habrá que especificar el marco de referencia.

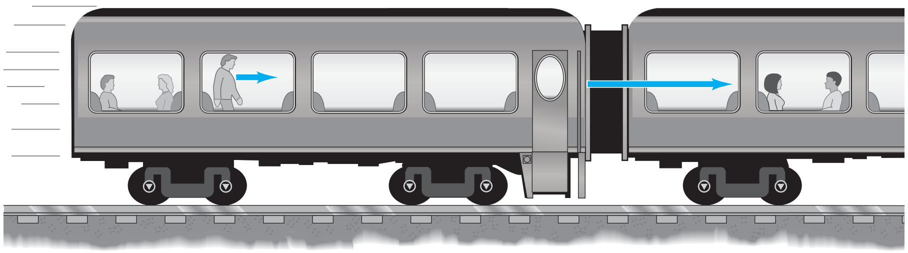


FIGURA 2–2 Una persona camina hacia el frente de un tren a 5 km/h. El tren se mueve a 80 km/h con respecto al suelo, así que la rapidez de la persona que camina, con respecto al suelo, es de 85 km/h.

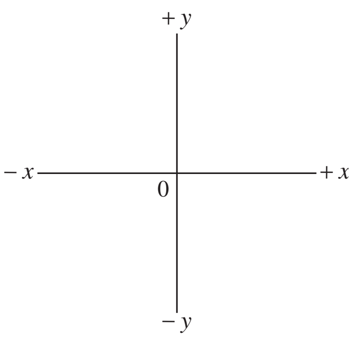


FIGURA 2–3 Conjunto estándar de ejes coordenados *xy*.

Cuando se estudia el movimiento de un objeto, es importante especificar no sólo la rapidez, sino también la dirección del movimiento. En general, una dirección se especifica mediante las palabras norte, este, sur, oeste, "arriba" o "abajo". En física, con frecuencia se dibuja un conjunto de **ejes coordenados**, como se muestra en la figura 2-3, para representar un marco de referencia. Siempre se puede colocar el origen en 0, y las direcciones de los ejes *x* y *y*, según convenga. Los ejes *x* y *y* siempre son perpendiculares entre sí. Los objetos ubicados a la derecha del origen de coordenadas (0) en el eje *x* tienen una coordenada *x* que, por lo general, se elige como positiva; los objetos a la izquierda del 0 tienen entonces una coordenada *x* negativa. La posición a lo largo del eje *y* normalmente se considera positiva cuando está sobre el 0, y negativa cuando está por debajo del 0, aunque es posible utilizar la convención inversa, si se juzga pertinente. Cualquier punto en el plano puede especificarse mediante sus coordenadas *x* y *y*. En tres dimensiones, se agrega un eje *z* perpendicular a los ejes *x* y *y*.

Para el movimiento unidimensional, generalmente se elige el eje *x* como la línea a lo largo de la cual se lleva a cabo el movimiento. Entonces, la **posición** de un objeto en cualquier momento está dada por su coordenada *x*. Si el movimiento es vertical, como para los objetos que caen, por lo general se usa el eje *y*.

Desplazamiento

Es necesario hacer una distinción entre la *distancia* que ha recorrido un objeto y su **desplazamiento**, que se define como el *cambio de posición* de un objeto. Es decir, *el desplazamiento se refiere a qué tan lejos está el objeto de su punto de partida o de un punto de referencia determinado*. Para comprender la distinción entre distancia total y desplazamiento, imagínese a una persona que camina 70 m hacia el este y luego da la vuelta y camina de regreso (oeste) una distancia de 30 m (figura 2-4). La *distancia* total recorrida es 100 m, pero el *desplazamiento* sólo es de 40 m, ya que la persona ahora está sólo a 40 m del punto de partida.

PRECAUCIÓN

El desplazamiento puede no ser igual a la distancia total recorrida.

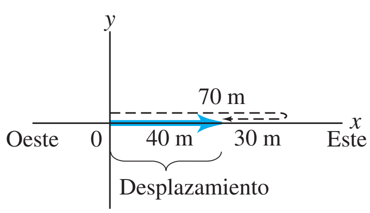


FIGURA 2–4 Una persona camina 70 m al este, luego 30 m al oeste. La distancia total recorrida es de 100 m (la trayectoria se muestra punteada en negro); pero el desplazamiento, mostrado como una flecha azul, es de 40 m hacia el este.

El desplazamiento es una cantidad que tiene tanto magnitud como dirección. A tales cantidades se les llama **vectores** y se representan mediante flechas en diagramas. Por ejemplo, en la figura 2-4, la flecha azul representa el desplazamiento cuya magnitud es 40 m y cuya dirección es hacia la derecha (este).

En el capítulo 3 se estudiarán los vectores con más detalle. Por ahora, trataremos sólo el movimiento en una dimensión, a lo largo de una línea. En este caso, los vectores que apuntan en una dirección tendrán un signo positivo, mientras que los vectores que apunten en la dirección opuesta tendrán un signo negativo, junto a su magnitud.

Considere el movimiento de un objeto durante un intervalo de tiempo particular. Suponga que en algún tiempo inicial, t_1, el objeto está en el eje x en la posición x_1 en el sistema coordenado mostrado en la figura 2-5. En algún tiempo posterior, t_2, el objeto se ha movido a la posición x_2. El desplazamiento del objeto es $x_2 - x_1$, y está representado mediante la flecha que apunta hacia la derecha en la figura 2-5. Es conveniente escribir

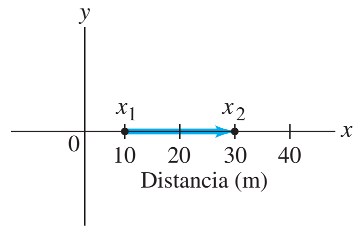


FIGURA 2–5 La flecha representa el desplazamiento $x_2 - x_1$. Las distancias están en metros.

$$\Delta x = x_2 - x_1,$$

donde el símbolo Δ (letra griega delta) significa "cambio en". Entonces Δx significa "el cambio en x" o "cambio en la posición", que es el desplazamiento. Note que el "cambio en" cualquier cantidad significa el valor final de dicha cantidad, menos el valor inicial.

Δ significa el valor final menos el valor inicial.

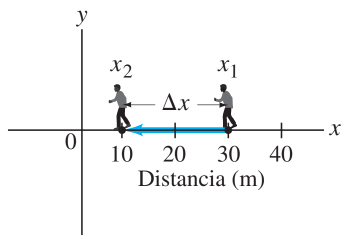
Por ejemplo, si $x_1 = 10.0$ m y $x_2 = 30.0$ m. Entonces

$$\Delta x = x_2 - x_1 = 30.0\text{ m} - 10.0\text{ m} = 20.0\text{ m},$$

así que el desplazamiento es de 20.0 m en la dirección positiva, como en la figura 2-5.

Considere ahora un objeto que se mueve hacia la izquierda, como se indica en la figura 2-6. Aquí la persona, que se considera como el objeto, parte de $x_1 = 30.0$ m y camina hacia la izquierda hacia el punto $x_2 = 10.0$ m. En este caso,

FIGURA 2–6 Para el desplazamiento $\Delta x = x_2 - x_1 = 10.0\text{ m} - 30.0\text{ m}$, el vector desplazamiento apunta hacia la izquierda.



$$\Delta x = x_2 - x_1 = 10.0\text{ m} - 30.0\text{ m} = -20.0\text{ m},$$

y la flecha azul que representa al vector desplazamiento apunta hacia la izquierda. El desplazamiento es de 20.0 m en la dirección negativa. Este ejemplo ilustra que, para el movimiento unidimensional a lo largo del eje x, un vector que apunta hacia la derecha tiene un signo positivo, mientras que un vector que apunta hacia la izquierda tiene un signo negativo.

2–2 Velocidad promedio

Considere un corredor de velocidad, un caballo en pleno galope, un Ferrari que se desplaza a gran velocidad o un cohete disparado al espacio. El aspecto más obvio de su movimiento es qué tan rápido se mueven, lo que sugiere la necesidad de conocer la diferencia entre rapidez y velocidad.

El término "rapidez" se refiere a qué tan lejos viaja un objeto en un intervalo de tiempo dado, sin importar la dirección. Si un auto recorre 240 kilómetros (km) en 3 horas (h), se dice que su rapidez promedio fue de 80 km/h. En general, la **rapidez promedio** de un objeto se define como *la distancia total recorrida a lo largo de su trayectoria, dividida por el tiempo que le toma recorrer esta distancia:*

$$\text{rapidez promedio} = \frac{\text{distancia recorrida}}{\text{tiempo transcurrido}}. \qquad \textbf{(2–1)}$$

Rapidez promedio

Los términos "velocidad" y "rapidez" con frecuencia se utilizan indistintamente en el lenguaje cotidiano. Pero en física existe una distinción entre los dos términos. La rapidez simplemente es un número positivo, con unidades. La **velocidad**, por otra parte, se usa para indicar tanto la *magnitud* (valor numérico) de qué tan rápido se mueve un objeto como la *dirección* en la que se mueve. (Por tanto, la velocidad es un vector.) Existe una segunda diferencia entre rapidez y velocidad; la **velocidad promedio** se define en términos de *desplazamiento*, en lugar de distancia total recorrida:

Velocidad

$$\text{velocidad promedio} = \frac{\text{desplazamiento}}{\text{tiempo transcurrido}} = \frac{\text{posición final} - \text{posición inicial}}{\text{tiempo transcurrido}}.$$

Velocidad promedio

PRECAUCIÓN

La rapidez promedio no necesariamente es igual a la magnitud de la velocidad promedio.

La rapidez promedio y la velocidad promedio tienen la misma magnitud cuando todo el movimiento se da en una dirección. En otros casos, pueden diferir: recuerde la caminata descrita anteriormente, en la figura 2-4, donde una persona caminó 70 m al este y luego 30 m al oeste. La distancia total recorrida fue 70 m + 30 m = 100 m, pero el desplazamiento fue de 40 m. Supongamos que esta caminata tardó 70 s en completarse. Entonces, la rapidez promedio fue:

$$\frac{\text{distancia}}{\text{tiempo transcurrido}} = \frac{100\text{ m}}{70\text{ s}} = 1.4\text{ m/s}.$$

Por otra parte, la magnitud de la velocidad promedio fue:

$$\frac{\text{distancia}}{\text{tiempo transcurrido}} = \frac{40\text{ m}}{70\text{ s}} = 0.57\text{ m/s}.$$

Esta diferencia entre la rapidez y la magnitud de la velocidad puede ocurrir cuando se calculan valores *promedio*.

Para comprender el movimiento unidimensional de un objeto en general, supongamos que, en algún momento en el tiempo, t_1, el objeto está en el eje x en la posición x_1 en un sistema coordenado, y en algún tiempo posterior, t_2, está en la posición x_2. El tiempo transcurrido es $t_2 - t_1$; durante este intervalo de tiempo el desplazamiento del objeto es $\Delta x = x_2 - x_1$. Entonces la velocidad promedio, definida como *el desplazamiento dividido por el tiempo transcurrido*, es

Velocidad promedio

$$\bar{v} = \frac{x_2 - x_1}{t_2 - t_1} = \frac{\Delta x}{\Delta t}, \qquad \textbf{(2–2)}$$

donde v representa la velocidad y la barra ($^{-}$) sobre la v es un símbolo estándar que significa "promedio".

El **tiempo transcurrido**, o **intervalo de tiempo**, $t_2 - t_1$, es el tiempo que ha pasado durante el periodo de observación elegido.

RESOLUCIÓN DE PROBLEMAS

Los signos + o − definen la dirección del movimiento lineal.

Para el caso frecuente del eje $+x$ hacia la derecha, note que, si x_2 es menor que x_1, el objeto se mueve hacia la izquierda, y entonces $\Delta x = x_2 - x_1$ es menor que cero. El signo del desplazamiento, y por tanto de la velocidad promedio, indica la dirección: la velocidad promedio es positiva para un objeto que se mueve hacia la derecha a lo largo del eje $+x$ y negativa cuando el objeto se mueve hacia la izquierda. La dirección de la velocidad promedio siempre es la misma que la dirección del desplazamiento.

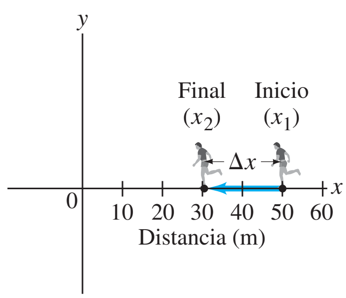


FIGURA 2–7 Ejemplo 2-1. Una persona corre desde $x_1 = 50.0$ m hasta $x_2 = 30.5$ m. El desplazamiento es de -19.5 m.

EJEMPLO 2–1 Velocidad promedio del corredor. La posición de un corredor como función del tiempo se grafica conforme se mueve a lo largo del eje x de un sistema coordenado. Durante un intervalo de tiempo de 3.00 s, la posición del corredor cambia de $x_1 = 50.0$ m a $x_2 = 30.5$ m, como se aprecia en la figura 2-7. ¿Cuál fue la velocidad promedio del corredor?

PLANTEAMIENTO Se necesita encontrar la velocidad promedio, que equivale al desplazamiento dividido por el tiempo transcurrido.

SOLUCIÓN El desplazamiento es $\Delta x = x_2 - x_1 = 30.5\text{ m} - 50.0\text{ m} = -19.5$ m. El tiempo transcurrido, o intervalo de tiempo, es $\Delta t = 3.00$ s. La velocidad promedio es

$$\bar{v} = \frac{\Delta x}{\Delta t} = \frac{-19.5\text{ m}}{3.00\text{ s}} = -6.50\text{ m/s}.$$

El desplazamiento y la velocidad promedio son negativos, lo que indica que el corredor se mueve hacia la izquierda a lo largo del eje x, como señala la flecha en la figura 2-7. Por tanto, puede decirse que la velocidad promedio del corredor es de 6.50 m/s hacia la izquierda.

EJEMPLO 2–2 Distancia que recorre un ciclista. ¿Qué tan lejos llega una ciclista en 2.5 h a lo largo de un camino recto si su velocidad promedio es de 18 km/h?

PLANTEAMIENTO Se proporcionan la velocidad promedio y el intervalo de tiempo (= 2.5 h). Se requiere encontrar la distancia recorrida, así que se resuelve la ecuación 2-2 para Δx.

SOLUCIÓN Se rescribe la ecuación 2-2 como $\Delta x = \bar{v}\,\Delta t$, y se obtiene,

$$\Delta x = \bar{v}\,\Delta t = (18\text{ km/h})(2.5\text{ h}) = 45\text{ km}.$$

2–3 Velocidad instantánea

Al conducir un automóvil 150 km a lo largo de un camino recto en una dirección durante 2.0 h, la velocidad promedio es de 75 km/h. Sin embargo, es poco probable que esta velocidad sea 75 km/h en cada instante. Para lidiar con esta situación es necesario el concepto de *velocidad instantánea*, que es la velocidad en cualquier instante de tiempo. (Se representa con un número y sus unidades, tal como es indicada por un velocímetro; figura 2-8.) Con más precisión, la **velocidad instantánea** en cualquier momento se define como *la velocidad promedio durante un intervalo de tiempo infinitesimalmente corto*. Esto es, si se comienza con la ecuación 2-2,

$$\bar{v} = \frac{\Delta x}{\Delta t},$$

la velocidad instantánea se define como la velocidad promedio mientras se deja que Δt se vuelva extremadamente pequeño, tendiendo a cero. La definición de velocidad instantánea, v, para movimiento unidimensional se escribe como

$$v = \lim_{\Delta t \to 0} \frac{\Delta x}{\Delta t}. \tag{2–3}$$

Velocidad instantánea

La notación $\lim_{\Delta t \to 0}$ significa que la razón $\Delta x/\Delta t$ será evaluada en el límite cuando Δt tiende a 0.

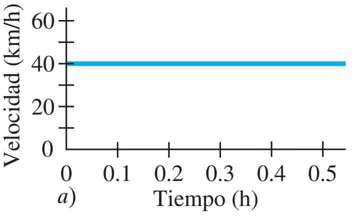
Para la velocidad instantánea se usa el símbolo v, mientras que para la velocidad promedio se usa $\bar{v}$, con una barra. En el resto de este libro, cuando se use el término "velocidad", se referirá a velocidad instantánea. Cuando se quiera hablar de la velocidad promedio, esto se indicará mediante la palabra "promedio".

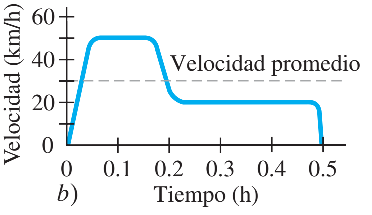
Es importante hacer notar que la rapidez *instantánea* siempre es igual a la magnitud de la velocidad instantánea. ¿Por qué? Porque la distancia y la magnitud del desplazamiento se vuelven los mismos cuando se convierten en infinitesimalmente pequeños.

Si un objeto se mueve con una velocidad uniforme (esto es, constante) durante un intervalo de tiempo determinado, entonces su velocidad instantánea en cualquier instante es la misma que su velocidad promedio (figura 2-9*a*). Pero en muchas situaciones, éste no es el caso. Por ejemplo, un automóvil puede partir del reposo, aumentar su rapidez a 50 km/h, conservar dicha rapidez durante un tiempo, luego frenar a 20 km/h en un congestionamiento de tránsito y finalmente detenerse en su destino luego de recorrer un total de 15 km en 30 min. Este viaje está representado en la gráfica de la figura 2-9*b*. En la gráfica también se indica la velocidad promedio (línea punteada), que es $\bar{v} = \Delta x/\Delta t = 15\ \text{km}/0.50\ \text{h} = 30\ \text{km/h}$.

FIGURA 2–8 El velocímetro del auto muestra mi/h en números grandes y km/h en pequeños.

FIGURA 2–9 Velocidad de un automóvil como función del tiempo: *a*) a velocidad constante; *b*) con velocidad variable.





2–4 Aceleración

Se dice que un objeto está acelerando cuando su velocidad cambia. Por ejemplo, un automóvil cuya velocidad aumenta desde cero hasta 80 km/h, está acelerando. La aceleración especifica qué tan rápido es el cambio en la velocidad de un objeto.

La **aceleración promedio** se define como el cambio en la velocidad dividido por el tiempo que le toma realizar este cambio:

$$\text{aceleración promedio} = \frac{\text{cambio de velocidad}}{\text{tiempo transcurrido}}.$$

En símbolos, la aceleración promedio, $\bar{a}$, durante un intervalo de tiempo $\Delta t = t_2 - t_1$ durante el cual la velocidad cambia por $\Delta v = v_2 - v_1$, se define como

$$\bar{a} = \frac{v_2 - v_1}{t_2 - t_1} = \frac{\Delta v}{\Delta t}. \tag{2–4}$$

Aceleración promedio

La aceleración también es un vector, pero para un movimiento unidimensional, sólo se necesita usar un signo de más o de menos para indicar la dirección relativa a un sistema coordenado elegido.

La **aceleración instantánea**, a, se define en analogía con la velocidad instantánea, para cualquier instante específico:

Aceleración instantánea

$$a = \lim_{\Delta t \to 0} \frac{\Delta v}{\Delta t}. \tag{2–5}$$

Aquí, Δv es el cambio muy pequeño en la velocidad durante el muy corto intervalo de tiempo Δt.

EJEMPLO 2–3 **Aceleración promedio.** Un automóvil acelera a lo largo de un camino recto desde el reposo hasta 75 km/h en 5.0 s, figura 2-10. ¿Cuál es la magnitud de su aceleración promedio?

En reposo significa $v = 0$

PLANTEAMIENTO La aceleración promedio es el cambio en la velocidad dividido por el tiempo transcurrido, 5.0 s. El automóvil parte del reposo, así que $v_1 = 0$. La velocidad final es $v_2 = 75$ km/h.

SOLUCIÓN A partir de la ecuación 2-4, la aceleración promedio es

$$\bar{a} = \frac{v_2 - v_1}{t_2 - t_1} = \frac{75\,\text{km/h} - 0\,\text{km/h}}{5.0\,\text{s}} = 15\,\frac{\text{km/h}}{\text{s}}.$$

Esto se lee como “quince kilómetros por hora por segundo” y significa que, en promedio, la velocidad cambió 15 km/h durante cada segundo. Esto es, si se supone que la aceleración fue constante, durante el primer segundo la velocidad del automóvil aumentó desde cero hasta 15 km/h. Durante el siguiente segundo, su velocidad aumentó otros 15 km/h, y alcanzó una velocidad de 30 km/h en $t = 2.0$ s, etcétera (figura 2-10).

NOTA El resultado contiene dos unidades de tiempo diferentes: horas y segundos. En general, es preferible usar sólo segundos. Para hacer esto hay que convertir km/h a m/s (sección 1-6 y ejemplo 1-5):

$$75\,\text{km/h} = \left(75\,\frac{\cancel{\text{km}}}{\cancel{\text{h}}}\right)\left(\frac{1000\,\text{m}}{1\,\cancel{\text{km}}}\right)\left(\frac{1\,\cancel{\text{h}}}{3600\,\text{s}}\right) = 21\,\text{m/s}.$$

Entonces

$$\bar{a} = \frac{21\,\text{m/s} - 0.0\,\text{m/s}}{5.0\,\text{s}} = 4.2\,\frac{\text{m/s}}{\text{s}} = 4.2\,\frac{\text{m}}{\text{s}^2}.$$

Las unidades para aceleración casi siempre se escriben como m/s^2 (metros por segundo al cuadrado), como ya se hizo, en lugar de m/s/s. Esto es posible porque

$$\frac{\text{m/s}}{\text{s}} = \frac{\text{m}}{\text{s}\cdot\text{s}} = \frac{\text{m}}{\text{s}^2}.$$

De acuerdo con el cálculo en el ejemplo 2-3, la velocidad cambió en promedio por 4.2 m/s durante cada segundo, para un cambio total de 21 m/s durante los 5.0 s.

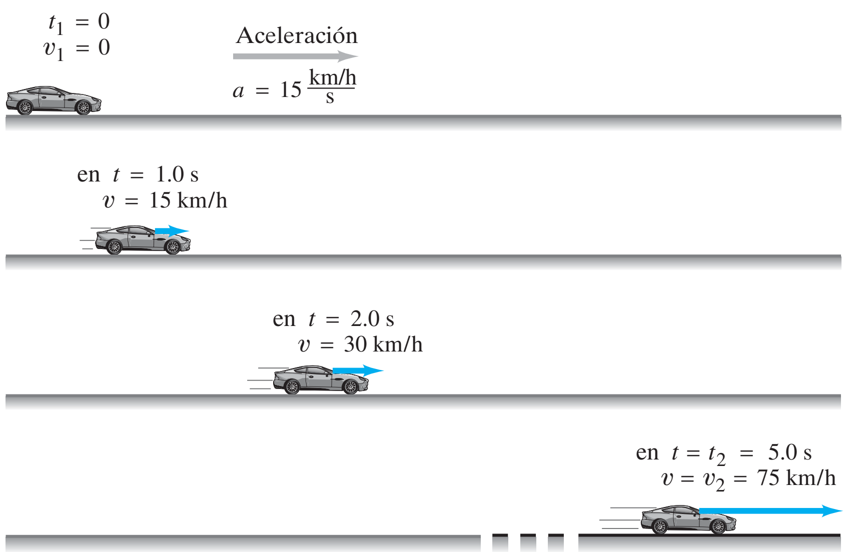


FIGURA 2–10 Ejemplo 2-3. El automóvil se ilustra al principio con $v_1 = 0$ en $t_1 = 0$. El automóvil se muestra tres veces más, en $t = 1.0$ s, $t = 2.0$ s y al final del intervalo de tiempo, $t_2 = 5.0$ s. Se supone que la aceleración es constante e igual a 15 km/h/s. Las flechas azules representan los vectores velocidad; la longitud de cada flecha representa la magnitud de la velocidad en dicho momento. El vector aceleración es la flecha gris. Las distancias no están a escala.

Hay que hacer notar que *la aceleración indica qué tan rápido cambia la velocidad*, mientras que *la velocidad indica qué tan rápido cambia la posición*.

PRECAUCIÓN
Distinción entre velocidad y aceleración

EJEMPLO CONCEPTUAL 2–4 **Velocidad y aceleración.** *a*) Si la velocidad de un objeto es cero, ¿significa que la aceleración es cero? *b*) Si la aceleración es cero, ¿significa que la velocidad es cero? Piense en algunos ejemplos.

PRECAUCIÓN
Si v o a es cero, ¿el otro también es cero?

RESPUESTA Una velocidad cero no necesariamente significa que la aceleración es cero, ni una aceleración cero significa que la velocidad es cero. *a*) Por ejemplo, cuando se coloca el pie sobre el acelerador de un automóvil que está en reposo, la velocidad parte desde cero, pero la aceleración no es cero dado que cambia la velocidad del auto. (¿De qué otra forma un automóvil podría marchar hacia adelante si no cambiara la velocidad, es decir, si no acelerara?) *b*) Mientras se viaja a lo largo de una carretera recta con una velocidad constante de 100 km/h, la aceleración es cero: $a = 0$, $v \neq 0$.

EJERCICIO A La publicidad de un automóvil menciona que va desde cero hasta 60 mi/h en 6.0 s. ¿Qué dice esto acerca del automóvil: *a*) que es rápido (alta rapidez); o *b*) que acelera bien?

EJEMPLO 2–5 **Un carro que frena.** Un automóvil se mueve hacia la derecha a lo largo de una carretera recta, que se elige como el eje *x* positivo (figura 2-11). Luego el conductor acciona los frenos. Si la velocidad inicial (cuando el conductor acciona los frenos) es $v_1 = 15.0$ m/s, y le toma 5.0 s frenar a $v_2 = 5.0$ m/s, ¿cuál fue la aceleración promedio del automóvil?

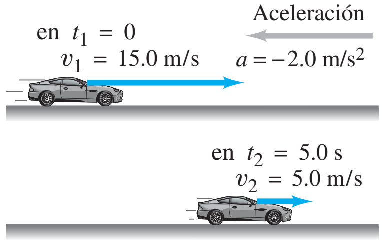


FIGURA 2–11 Ejemplo 2-5, que muestra la posición del automóvil en los tiempos t_1 y t_2, así como su velocidad representada por las flechas azules. El vector aceleración (gris) apunta hacia la izquierda conforme el automóvil frena mientras se mueve hacia la derecha.

PLANTEAMIENTO Se proporcionan las velocidades inicial y final y el tiempo transcurrido, así que $\bar{a}$ se calcula con la ayuda de la ecuación 2-4.

SOLUCIÓN Se emplea la ecuación 2-4 y el tiempo inicial se designa como $t_1 = 0$; entonces $t_2 = 5.0$ s. (Note que la elección de $t_1 = 0$ no afecta el cálculo de $\bar{a}$ porque en la ecuación 2-4 sólo aparece $\Delta t = t_2 - t_1$.) Entonces

$$\bar{a} = \frac{5.0\ \text{m/s} - 15.0\ \text{m/s}}{5.0\ \text{s}} = -2.0\ \text{m/s}^2.$$

El signo negativo aparece porque la velocidad final es menor que la velocidad inicial. En este caso, la dirección de la aceleración es hacia la izquierda (en la dirección *x* negativa), aun cuando la velocidad siempre apunta hacia la derecha. Se dice que la aceleración es de 2.0 m/s^2 hacia la izquierda, y en la figura 2-11 se muestra con una flecha gris.

Desaceleración

Cuando un objeto disminuye su velocidad, a veces se dice que está **desacelerando**. Pero hay que ser cautelosos: desaceleración *no* significa necesariamente que la aceleración sea negativa. Para un objeto que se mueve hacia la derecha a lo largo del eje *x* positivo y frena (como en la figura 2-11), la aceleración *es* negativa. Pero el mismo automóvil que se mueve hacia la izquierda (*x* decreciente), y frena, tiene aceleración positiva que apunta hacia la derecha, como muestra la figura 2-12. Siempre que la magnitud de la velocidad disminuye, existe desaceleración, y entonces la velocidad y la aceleración apuntan en direcciones opuestas.

PRECAUCIÓN
Desaceleración significa que la magnitud de la velocidad disminuye; no necesariamente significa que a sea negativa.

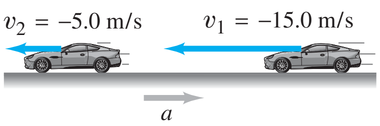


FIGURA 2–12 El automóvil del ejemplo 2-5, que ahora se mueve hacia la *izquierda* y desacelera. La aceleración es

$$a = \frac{v_2 - v_1}{\Delta t} = \frac{-5.0\ \text{m/s} - (-15.0\ \text{m/s})}{5.0\ \text{s}} = \frac{-5.0\ \text{m/s} + 15.0\ \text{m/s}}{5.0\ \text{s}} = +2.0\ \text{m/s}.$$

EJERCICIO B Un automóvil se mueve a lo largo del eje *x*. ¿Cuál es el signo de la aceleración del automóvil si se mueve en la dirección *x* positiva con *a*) rapidez creciente o *b*) rapidez decreciente? ¿Cuál es el signo de la aceleración si el automóvil se mueve en la dirección negativa con *c*) rapidez creciente o *d*) rapidez decreciente?

2–5 Movimiento con aceleración constante

Sea a = constante

Con frecuencia se presentan situaciones prácticas en las que la aceleración es constante o casi constante. Ahora examinemos esta situación cuando la aceleración es constante y el movimiento es en línea recta. En este caso, las aceleraciones instantánea y promedio son iguales.

A continuación se utilizarán las definiciones de velocidad y aceleración para deducir un conjunto de ecuaciones extremadamente útiles que relacionan x, v, a y t cuando a es constante, lo que permite determinar cualquiera de estas variables si se conocen las otras.

x (en $t = 0$) $= x_0$
v (en $t = 0$) $= v_0$
t = tiempo transcurrido

Para simplificar la notación, se toma el tiempo inicial como cero, y se le llama t_0: $t_1 = t_0 = 0$. (Esto equivale efectivamente a iniciar un cronómetro en t_0.) Entonces, se deja que $t_2 = t$ sea el tiempo transcurrido. La posición inicial (x_1) y la velocidad inicial (v_1) de un objeto ahora estarán representadas por x_0 y v_0, puesto que representan x y v en $t = 0$. En el tiempo t, la posición y la velocidad se llamarán x y v (en lugar de x_2 y v_2). La velocidad promedio durante el intervalo de tiempo $t - t_0$ será (ecuación 2-2)

$$\bar{v} = \frac{x - x_0}{t - t_0} = \frac{x - x_0}{t}$$

pues se eligió $t_0 = 0$. La aceleración, que se supone constante en el tiempo, es (ecuación 2-4)

Relación de v con a y t (a = constante, t = tiempo transcurrido).

$$a = \frac{v - v_0}{t}.$$

Un problema común consiste en determinar la velocidad de un objeto después de cualquier tiempo transcurrido t, cuando se proporciona la aceleración constante del objeto. Tales problemas se resuelven al despejar v en la última ecuación, para obtener:

$$v = v_0 + at. \qquad \text{[aceleración constante]} \quad \textbf{(2–6)}$$

Por ejemplo, se sabe que la aceleración de una motocicleta particular es de $4.0\ \mathrm{m/s^2}$, y se necesita determinar qué tan rápido irá después de un tiempo transcurrido t = 6.0 s cuando parte desde el reposo ($v_0 = 0$ en $t_0 = 0$). En $t = 6.0$ s, la velocidad será $v = at = (4.0\ \mathrm{m/s^2})(6.0\ \mathrm{s}) = 24\ \mathrm{m/s}$.

A continuación, se muestra cómo calcular la posición de un objeto después de un tiempo t cuando experimenta aceleración constante. La definición de velocidad promedio (ecuación 2-2) es $\bar{v} = (x - x_0)/t$, que se rescribe como

$$x = x_0 + \bar{v}t. \qquad \textbf{(2–7)}$$

Puesto que la velocidad aumenta a una tasa uniforme, la velocidad promedio, $\bar{v}$, estará a la mitad entre las velocidades inicial y final:

PRECAUCIÓN
Velocidad promedio, pero sólo si a = constante

$$\bar{v} = \frac{v_0 + v}{2}. \qquad \text{[aceleración constante]} \quad \textbf{(2–8)}$$

(Cuidado: La ecuación 2-8 no necesariamente es válida si la aceleración no es constante.) Se combinan las dos últimas ecuaciones con la ecuación 2-6 y se obtiene

$$\begin{aligned} x &= x_0 + \bar{v}t = x_0 + \left(\frac{v_0 + v}{2}\right)t \\ &= x_0 + \left(\frac{v_0 + v_0 + at}{2}\right)t \end{aligned}$$

o

$$x = x_0 + v_0 t + \tfrac{1}{2}at^2. \qquad \text{[aceleración constante]} \quad \textbf{(2–9)}$$

Relación de x con a y t (a = constante).

Las ecuaciones 2-6, 2-8 y 2-9 son tres de las cuatro ecuaciones más útiles para el movimiento con aceleración constante. Se deduce ahora la cuarta ecuación, que es útil en situaciones donde se conoce el tiempo t. Se comienza con la ecuación 2-7 y se sustituye con la ecuación 2-8:

$$x = x_0 + \bar{v}t = x_0 + \left(\frac{v + v_0}{2}\right)t.$$

A continuación, se despeja t de la ecuación 2-6 y se obtiene

$$t = \frac{v - v_0}{a},$$

y, al sustituir esto en la ecuación anterior, se tiene

$$x = x_0 + \left(\frac{v + v_0}{2}\right)\left(\frac{v - v_0}{a}\right) = x_0 + \frac{v^2 - v_0^2}{2a}.$$

Se despeja v^2 y se obtiene

$$v^2 = v_0^2 + 2a(x - x_0), \qquad \text{[aceleración constante]} \quad \textbf{(2–10)}$$

Relación de v con a y x (a = constante)

que es la útil ecuación buscada.

Ahora tenemos cuatro ecuaciones que relacionan posición, velocidad, aceleración y tiempo, cuando la aceleración a es constante. Estas ecuaciones cinemáticas se dejan aquí para referencia futura (la pantalla sombreada enfatiza su utilidad):

$$v = v_0 + at \qquad [a = \text{constante}] \quad \textbf{(2–11a)}$$

$$x = x_0 + v_0 t + \tfrac{1}{2}at^2 \qquad [a = \text{constante}] \quad \textbf{(2–11b)}$$

$$v^2 = v_0^2 + 2a(x - x_0) \qquad [a = \text{constante}] \quad \textbf{(2–11c)}$$

$$\bar{v} = \frac{v + v_0}{2}. \qquad [a = \text{constante}] \quad \textbf{(2–11d)}$$

Ecuaciones cinemáticas para aceleración constante (que serán muy útiles).

Estas útiles ecuaciones son válidas únicamente cuando a es constante. En muchos casos es posible establecer $x_0 = 0$, y esto simplifica las ecuaciones anteriores. Es importante hacer notar que x representa posición, no distancia, que $x - x_0$ es el desplazamiento y que t es el tiempo transcurrido.

EJEMPLO 2–6 Diseño de pistas de aterrizaje de aeropuertos. Vamos a suponer que se está trabajando en el diseño de un aeropuerto para aviones pequeños. Los aviones que usen este campo aéreo deberán alcanzar una rapidez de al menos 27.8 m/s (100 km/h) antes de despegar, y un tipo particular de avión puede acelerar a 2.00 m/s². *a*) Si la pista tiene 150 m de largo, ¿este avión en particular puede alcanzar la rapidez requerida para el despegue? *b*) Si no, ¿qué longitud mínima debe tener la pista?

FÍSICA APLICADA

Diseño de aeropuertos

PLANTEAMIENTO La aceleración del avión está dada como constante ($a = 2.00$ m/s²), así que se utilizarán las ecuaciones cinemáticas para aceleración constante. En *a*) se afirma que el avión recorre una distancia de 150 m. El avión parte del reposo, así que $v_0 = 0$ y se toma $x_0 = 0$. Se quiere encontrar su velocidad, para determinar si será al menos de 27.8 m/s. Queremos encontrar v cuando se proporcionan los siguientes datos:

Datos conocidos	Se busca
$x_0 = 0$	v
$v_0 = 0$	
$x = 150\text{ m}$	
$a = 2.00\text{ m/s}^2$	

SOLUCIÓN *a*) De las cuatro ecuaciones anteriores, la ecuación 2-11c proporcionará v cuando se conozca v_0, a, x y x_0:

$$\begin{aligned} v^2 &= v_0^2 + 2a(x - x_0) \\ &= 0 + 2(2.0\text{ m/s}^2)(150\text{ m}) = 600\text{ m}^2/\text{s}^2 \\ v &= \sqrt{600\text{ m}^2/\text{s}^2} = 24.5\text{ m/s}. \end{aligned}$$

Esta longitud de pista *no* es suficiente para alcanzar la velocidad deseada.

b) Ahora se pretende encontrar la longitud mínima de la pista, $x - x_0$, dados v = 27.8 m/s y a = 2.00 m/s². Así que se recurre de nuevo a la ecuación 2-11c, pero ahora escrita como

$$(x - x_0) = \frac{v^2 - v_0^2}{2a} = \frac{(27.8\text{ m/s})^2 - 0}{2(2.0\text{ m/s}^2)} = 193\text{ m}.$$

Una pista de 200 m es más apropiada para este avión.

RESOLUCIÓN DE PROBLEMAS

Las ecuaciones 2-11 son válidas sólo cuando la aceleración es constante, lo que se supone en este ejemplo.

2–6 Resolución de problemas

Antes de resolver más ejemplos, es conveniente precisar cómo plantear la solución de un problema. Primero, es importante notar que la física *no* es un repertorio de ecuaciones para memorizar. (De hecho, más que memorizar las útiles ecuaciones 2-11, es mejor comprender cómo deducirlas a partir de las definiciones de velocidad y aceleración, como se hizo anteriormente.) El simple hecho de buscar una ecuación que funcione puede conducir a un resultado equivocado y seguramente no nos ayudará a entender la física. Un mejor enfoque consiste en usar el siguiente procedimiento (general), que se ha colocado en un recuadro especial. (A lo largo del libro se encontrarán otros recuadros que ayudan en la resolución de problemas).

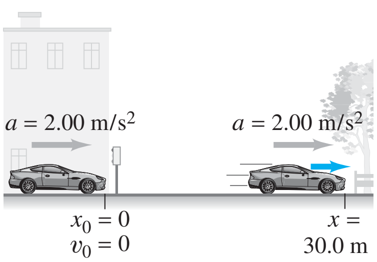
RESOLUCIÓN DE PROBLEMAS

1. Lea y **vuelva a leer** todo el problema cuidadosamente antes de intentar resolverlo.
2. Decida qué **objeto** (u objetos) se va(n) a estudiar y durante qué **intervalo de tiempo**. Con frecuencia se puede elegir el tiempo inicial como $t = 0$.
3. **Dibuje un diagrama** o cuadro de la situación, con ejes coordenados siempre que sea posible. [Se puede colocar donde se quiera el origen de las coordenadas y los ejes para hacer más sencillos los cálculos. Elija cuál dirección es positiva y cuál es negativa. Por lo general, se elige como positivo el eje x hacia la derecha].
4. Escriba qué cantidades son “**conocidas**” o “dadas” y luego qué se *quiere* conocer. Considere cantidades tanto al principio como al final del intervalo de tiempo elegido. Es posible que se necesite “traducir” el lenguaje establecido en términos físicos, como, por ejemplo, “parte del reposo” significa $v_0 = 0$.
5. Piense acerca de cuáles **principios de física** se aplican en este problema. Use el sentido común y sus propias experiencias. Luego planee una aproximación al problema.
6. Considere cuáles **ecuaciones** (y/o definiciones) relacionan las cantidades implicadas. Antes de usarlas, asegúrese de que su **rango de validez** corresponde al problema (por ejemplo, las ecuaciones 2-11 son válidas sólo cuando la aceleración es constante). Si se encuentra una ecuación aplicable que implica sólo cantidades conocidas y una incógnita determinada, se debe resolver algebraicamente la ecuación para esa incógnita. En muchas casos se requieren varios cálculos secuenciales, o una combinación de ecuaciones. Con frecuencia es preferible resolver algebraicamente para la incógnita deseada antes de ponerle valores numéricos.
7. Efectúe el **cálculo** si se trata de un problema numérico. Conserve uno o dos dígitos adicionales durante los cálculos, pero ajuste la(s) respuesta(s) final(es) al número correcto de cifras significativas (sección 1-4).
8. Piense cuidadosamente en torno al resultado que obtuvo: ¿es **razonable**? ¿Tiene sentido de acuerdo con su intuición y experiencia? Una buena comprobación es realizar una rápida **estimación** con el uso de potencias de 10, como se explicó en la sección 1-7. Con frecuencia, al *principio* de un problema numérico, es preferible hacer alguna estimación porque esto ayudará a enfocar la atención en encontrar una ruta hacia su solución.
9. Un aspecto muy importante de la resolución de problemas es el de conservar la pista de las **unidades**. Un signo igual implica que las unidades en cada lado deben ser las mismas, tal como deben ser los números. Si las unidades no están equilibradas, no hay duda de que se ha cometido un error. Esto sirve como una **comprobación** de la solución (sólo indica si la solución está equivocada, no si es correcta). Además, recuerde emplear siempre un conjunto consistente de unidades.

RESOLUCIÓN DE PROBLEMAS

“Parte del reposo” significa $v = 0$ en $t = 0$ [es decir: $v_0 = 0$].

FIGURA 2–13 Ejemplo 2-7.



EJEMPLO 2–7 Aceleración de un automóvil. ¿Cuánto tiempo le toma a un automóvil cruzar una intersección de 30.0 m de ancho después de que la luz del semáforo cambia a verde, si el automóvil acelera de manera constante desde el reposo a unos 2.00 m/s^2?

PLANTEAMIENTO Seguiremos el recuadro de resolución de problemas, paso a paso.

SOLUCIÓN

1. **Lea de nuevo** el problema. Asegúrese de entender qué es lo que se pide (en este caso, un tiempo).
2. El **objeto** bajo estudio es el automóvil. Se necesita elegir el **intervalo de tiempo** durante el cual se observa el movimiento del automóvil: elija $t = 0$, el tiempo inicial, como el momento en que el automóvil comienza a acelerar desde el reposo ($v_0 = 0$); el tiempo t es el instante en que el auto ha recorrido los 30.0 m de ancho de la intersección.
3. **Dibuje un diagrama**. La situación se representa en la figura 2-13, donde el automóvil se mueve a lo largo del eje x positivo. Se elige $x_0 = 0$ en la defensa delantera del auto antes de que comience a moverse.

4. Los datos “**conocidos**” y los que “se buscan” se muestran en la tabla al margen, y se elige $x_0 = 0$. Recuerde que la expresión “parte del reposo” significa $v = 0$ en $t = 0$; esto es, $v_0 = 0$.

Datos conocidos	Se busca
$x_0 = 0$	t
$x = 30.0\ \text{m}$	
$a = 2.00\ \text{m/s}^2$	
$v_0 = 0$	

5. Tenga en cuenta los principios de la **física**. En este caso, el movimiento tiene lugar con aceleración constante, así que se pueden usar las ecuaciones cinemáticas (ecuaciones 2-11).
6. Determine las **ecuaciones** adecuadas. En este caso, se requiere encontrar el tiempo, y se conoce la distancia y la aceleración; la ecuación 2-11b es perfecta puesto que la única incógnita es t. Al establecer $v_0 = 0$ y $x_0 = 0$ en la ecuación 2-11b ($x = x_0 + v_0 t + 1at^2$), se resuelve para t:

$$x = \tfrac{1}{2}at^2,$$

$$t^2 = \frac{2x}{a},$$

así que

$$t = \sqrt{\frac{2x}{a}}.$$

7. Efectúe el **cálculo**:

$$t = \sqrt{\frac{2x}{a}} = \sqrt{\frac{2(30.0\ \text{m})}{2.00\ \text{m/s}^2}} = 5.48\ \text{s}.$$

Ésta es la respuesta. Note que las unidades resultan correctas.

8. El carácter **razonable** de la respuesta se comprueba al calcular la velocidad final $v = at = (2.00\ \text{m/s}^2)(5.48\ \text{s}) = 10.96\ \text{m/s}$, y luego al encontrar $x = x_0 + \bar{v}t = 0 + (10.96\ \text{m/s} + 0)(5.48\ \text{s}) = 30.0\ \text{m}$, que es la distancia dada.
9. Compruebe que las **unidades** concuerden perfectamente (segundos).

NOTA En los pasos 6 y 7, cuando se toma la raíz cuadrada, debería haberse escrito $t = \pm\sqrt{2x/a} = \pm 5.48\ \text{s}$. Matemáticamente existen dos soluciones. Pero la segunda solución, $t = -5.48$ s, es un tiempo anterior al intervalo de tiempo elegido y físicamente no tiene sentido. Se dice que es “físicamente imposible” y se le ignora.

RESOLUCIÓN DE PROBLEMAS
Compruebe la respuesta.

En el ejemplo 2-7 se siguieron explícitamente los pasos del recuadro de resolución de problemas. En ejemplos venideros se usará el “planteamiento” y la “solución” habituales para evitar complicaciones.

FÍSICA APLICADA
Seguridad automovilística: bolsas de aire.

EJEMPLO 2–8 ESTIMACIÓN Bolsas de aire. Supongamos que se quiere diseñar un sistema de bolsa de aire que proteja al conductor en una colisión frontal a una rapidez de 100 km/h (60 mph). Estime qué tan rápido se debe inflar la bolsa de aire (figura 2-14) para proteger efectivamente al conductor. ¿Cómo ayuda al conductor el uso de un cinturón de seguridad?

FIGURA 2–14 Una bolsa de aire que se despliega en el impacto. Ejemplo 2-8.

PLANTEAMIENTO Se supone que la aceleración es aproximadamente constante, así que se utilizarán las ecuaciones 2-11. Tanto la ecuación 2-11a como la 2-11b contienen t, la incógnita deseada. Ambas contienen a, así que primero se debe encontrar a, lo que se consigue con la ecuación 2-11c si se conoce la distancia x sobre la que el automóvil se comprime al colisionar. Una estimación aproximada estaría alrededor de 1 metro. Se elige iniciar el intervalo de tiempo en el instante del impacto, con el automóvil moviéndose a $v_0 = 100$ km/h, y terminar cuando el auto llega al reposo ($v = 0$) después de recorrer 1 m.

SOLUCIÓN Se convierte la rapidez inicial dada a unidades SI: 100 km/h = 100×10^3 m/3600 s = 28 m/s. Entonces se encuentra la aceleración a partir de la ecuación 2-11c:

$$a = -\frac{v_0^2}{2x} = -\frac{(28\ \text{m/s})^2}{2.0\ \text{m}} = -390\ \text{m/s}^2.$$

Esta enorme aceleración tiene lugar en un tiempo dado por (ecuación 2-11a):

$$t = \frac{v - v_0}{a} = \frac{0 - 28\ \text{m/s}}{-390\ \text{m/s}^2} = 0.07\ \text{s}.$$

Para que sea efectiva, la bolsa de aire debería inflarse en un menor tiempo.

¿Qué hace la bolsa de aire? Dispersa la fuerza sobre una área grande del pecho (para evitar que el pecho se perfore con el volante). El cinturón de seguridad mantiene a la persona en una posición estable contra la bolsa de aire que se expande.

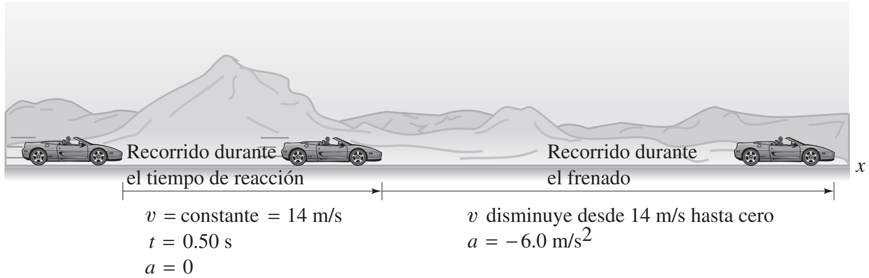


FIGURA 2–15 Ejemplo 2-9: distancia en que se detiene un automóvil que frena.

FÍSICA APLICADA
Distancias de frenado

EJEMPLO 2–9 **ESTIMACIÓN** **Distancias de frenado.** Estime la distancia mínima de frenado de un automóvil, un factor importante para la seguridad y el diseño del tránsito. El problema se resuelve mejor en dos partes, es decir, en dos intervalos de tiempo separados. **1.** El primer intervalo de tiempo comienza cuando el conductor decide accionar los frenos y termina cuando el pie toca el pedal de freno. Éste es el "tiempo de reacción" durante el cual la rapidez es constante, así que $a = 0$. **2.** El segundo intervalo de tiempo es el periodo de frenado real cuando el vehículo frena ($a \neq 0$) y llega a detenerse. La distancia de frenado depende del tiempo de reacción del conductor, de la rapidez inicial del automóvil (la rapidez final es cero) y la aceleración del automóvil. En un camino seco y con llantas en buen estado, unos frenos seguros pueden desacelerar un automóvil a una tasa aproximada de 5 m/s^2 a 8 m/s^2. Calcule la distancia de frenado total para una velocidad inicial de 50 km/h (14 m/s ≈ 31 mi/h) y suponga que la aceleración del automóvil es de –6.0 m/s^2 (el signo menos aparece porque la velocidad se toma en la dirección x positiva y su magnitud disminuye). El tiempo de reacción para conductores normales varía quizá desde 0.3 s hasta aproximadamente 1.0 s; considere que es de 0.50 s.

PLANTEAMIENTO Durante el "tiempo de reacción" (parte 1), el automóvil se mueve con rapidez constante de 14 m/s, así que $a = 0$. Una vez que los frenos se aplican (parte 2), la aceleración es $a = -6.0\ \mathrm{m/s^2}$ y es constante en este intervalo de tiempo. Para ambas partes, a es constante, así que se utilizarán las ecuaciones 2-11.

Parte 1: Tiempo de reacción

Datos conocidos	Se busca
$t = 0.50\ \mathrm{s}$	x
$v_0 = 14\ \mathrm{m/s}$	
$v = 14\ \mathrm{m/s}$	
$a = 0$	
$x_0 = 0$	

SOLUCIÓN Parte 1. Se toma $x_0 = 0$ para la primera parte del problema, en la que el automóvil viaja con una rapidez constante de 14 m/s durante el intervalo de tiempo cuando el conductor reacciona (0.50 s). Vea la figura 2-15 y la tabla al margen. Para encontrar x, la posición del automóvil en $t = 0.50$ s (cuando se aplican los frenos), no es posible usar la ecuación 2-11c porque x se multiplica por a, que es cero. Pero la ecuación 2-11b funciona:

$$x = v_0 t + 0 = (14\ \mathrm{m/s})(0.50\ \mathrm{s}) = 7.0\ \mathrm{m}.$$

Por ende, el automóvil recorre 7.0 m durante el tiempo de reacción del conductor, hasta el momento en que los frenos se aplican. Este resultado se usará como entrada a la parte 2.

Parte 2. Ahora se considerará el segundo intervalo de tiempo, durante el que los frenos se aplican y el automóvil llega al reposo. Se tiene una posición inicial $x_0 = 7.0$ m (resultado de la parte 1) y otras variables que se muestran en la tabla al margen. La ecuación 2-11a no contiene x; la ecuación 2-11b contiene x pero también la incógnita t. La ecuación 2-11c, $v^2 - v_0^2 = 2a(x - x_0)$, resulta adecuada; después de establecer $x_0 = 7.0$ m, se resuelve para x, la posición final del automóvil (cuando se detiene):

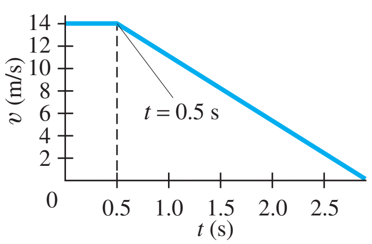
Parte 2: Frenado

Datos conocidos	Se busca
$x_0 = 7.0\ \mathrm{m}$	x
$v_0 = 14\ \mathrm{m/s}$	
$v = 0$	
$a = -6.0\ \mathrm{m/s^2}$	

$$\begin{aligned} x &= x_0 + \frac{v^2 - v_0^2}{2a} \\ &= 7.0\ \mathrm{m} + \frac{0 - (14\ \mathrm{m/s})^2}{2(-6.0\ \mathrm{m/s^2})} = 7.0\ \mathrm{m} + \frac{-196\ \mathrm{m^2/s^2}}{-12\ \mathrm{m/s^2}} \\ &= 7.0\ \mathrm{m} + 16\ \mathrm{m} = 23\ \mathrm{m}. \end{aligned}$$

El automóvil recorrió 7.0 m mientras el conductor reaccionaba y otros 16 m durante el periodo de frenado antes de llegar al alto total. La distancia total recorrida fue entonces de 23 m. La figura 2-16 muestra una gráfica de v contra t: v es constante desde $t = 0$ hasta $t = 0.50$ s y disminuye linealmente, hasta cero, después de $t = 0.50$ s.

FIGURA 2–16 Ejemplo 2-9. Gráfica de v contra t.



NOTA A partir de la ecuación anterior para x, se observa que la distancia de frenado, después de que se accionan los frenos ($= x - x_0$), aumenta con el *cuadrado* de la rapidez inicial, no sólo linealmente con la rapidez. Si se viaja dos veces más rápido, tomará cuatro veces la distancia para detenerse.

El análisis del movimiento que se ha realizado en este capítulo es básicamente algebraico. A veces también es útil usar una interpretación gráfica; vea la sección opcional 2-8.

2–7 Caída libre de objetos

Uno de los ejemplos más comunes de movimiento uniformemente acelerado es el de un objeto al que se deja caer libremente cerca de la superficie de la Tierra. El hecho de que un objeto que cae está en aceleración no es tan obvio al principio. Por otra parte, hay que evitar pensar, como se creyó ampliamente hasta la época de Galileo Galilei (figura 2-17), que los objetos pesados caen más rápidamente que los objetos ligeros y que la rapidez de la caída es proporcional al peso del objeto.

FIGURA 2–17 Galileo Galilei (1564–1642).

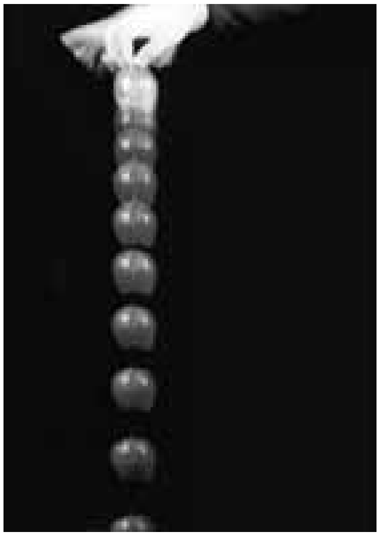
PRECAUCIÓN

La rapidez de un objeto que cae NO es proporcional a su masa o peso.

Para el análisis de los objetos que caen, Galileo utilizó una nueva y creativa técnica de imaginar lo que ocurriría en casos idealizados (simplificados). Para la caída libre, él postuló que todos los objetos caerían con *la misma aceleración constante* en ausencia de aire u otra resistencia. Él demostró que este postulado predecía que para un objeto que caía desde el reposo, la distancia recorrida sería proporcional al cuadrado del tiempo (figura 2-18); esto es: $d \propto t^2$. Esto se ve a partir de la ecuación 2-11b, pero Galileo fue el primero en establecer esta relación matemática. [Entre las grandes contribuciones de Galileo a la ciencia está el establecimiento de tales relaciones matemáticas, y la insistencia en las consecuencias experimentales específicas cuantitativamente comprobables, como $d \propto t^2$.]

Para apoyar su afirmación de que los objetos que caen aumentan su rapidez conforme caen, Galileo utilizó un argumento muy ingenioso: cuando se suelta una piedra pesada desde una altura de 2 m, clavará una estaca en el suelo mucho más profundamente de lo que lo hará la misma piedra cuando se suelta desde una altura de sólo 0.2 m. Es claro que la piedra debe moverse más rápidamente en el primer caso.

FIGURA 2–18 Fotografía estroboscópica de una manzana que cae, a iguales intervalos de tiempo. La manzana cae una distancia mayor durante cada intervalo sucesivo, lo que significa que está acelerando.

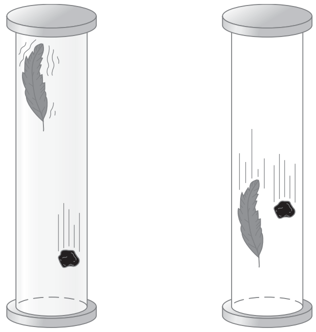


Galileo también afirmó que *todos* los objetos, ligeros o pesados, caen con la *misma* aceleración, al menos en ausencia de aire. Si se sostiene una pieza de papel horizontalmente en una mano y un objeto más pesado (por ejemplo, una pelota de béisbol) en la otra y se liberan al mismo tiempo como en la figura 2-19*a*, el objeto más pesado alcanzará el suelo primero. Pero si se repite el experimento, esta vez con el papel arrugado en forma de una pequeña pelota (figura 2-19*b*), se verá que los dos objetos llegan al suelo casi al mismo tiempo.

Galileo estaba seguro de que el aire actúa como una resistencia para la caída de los objetos muy ligeros que tienen un área superficial relativamente grande. Pero en muchas circunstancias esta resistencia del aire es despreciable. En una cámara a la que se ha extraído el aire, incluso los objetos ligeros, como una pluma o una pieza de papel sostenida horizontalmente, caerán con la misma aceleración que cualquier otro objeto (figura 2-20). Tal demostración en el vacío no fue posible en la época de Galileo, lo que hace más grandes sus logros. Comúnmente, a Galileo se le llama el "padre de la ciencia moderna", no sólo por los conocimientos que aportó (descubrimientos astronómicos, inercia, caída libre), sino también por su estilo o enfoque científico (idealización y simplificación, enunciación matemática de la teoría, teorías que tienen consecuencias verificables y experimentos para probar las predicciones teóricas).

a) *b*)

FIGURA 2–19 *a*) Una pelota y una pieza ligera de papel se sueltan al mismo tiempo. *b*) Se repite el experimento, pero ahora con el papel arrugado en forma de pelota.



a) *b*)

FIGURA 2–20 Una piedra y una pluma se sueltan simultáneamente *a*) en aire y *b*) en un vacío.

La contribución específica de Galileo a la comprensión del movimiento de los objetos que caen se resume del modo siguiente:

Hipótesis de Galileo: la caída libre es con aceleración constante g.

En una ubicación específica de la Tierra y en ausencia de resistencia del aire, todos los objetos caen con la misma aceleración constante.

A esta aceleración se le llama la **aceleración debida a la gravedad** de la Tierra y se le designa con el símbolo g. Su magnitud es aproximadamente

Aceleración debida a la gravedad

$$g = 9.80 \text{ m/s}^2. \qquad \text{[en la superficie de la Tierra]}$$

En unidades inglesas, g es aproximadamente 32 ft/s^2. En realidad, g varía ligeramente de acuerdo con la latitud y la elevación, pero estas variaciones son tan pequeñas que, para la mayoría de los propósitos, se les ignorará. Por lo general, los efectos de la resistencia del aire son pequeños, y en la mayor parte de los casos se les despreciará. Sin embargo, si la velocidad aumenta, la resistencia del aire será apreciable incluso en un objeto razonablemente pesado.† La aceleración debida a la gravedad es un vector, como lo es cualquier aceleración, y su dirección es hacia el centro de la Tierra.

Cuando se trata con objetos en caída libre se pueden utilizar las ecuaciones 2-11, sólo que en lugar de a se emplea el valor de g que se dio anteriormente. Además, como el movimiento es vertical, se sustituye y en lugar de x, y y_0 en lugar de x_0. Se considera que $y_0 = 0$ a menos que se especifique de otra forma. *El hecho de elegir y como positivo en la dirección hacia arriba o en la dirección hacia abajo es arbitrario, pero hay que ser consistentes con ello a lo largo de la solución de un problema.*

RESOLUCIÓN DE PROBLEMAS
Se elige y como positivo ya sea hacia arriba o hacia abajo.

EJEMPLO 2–10 **Caída desde una torre.** Supongamos que una bola se suelta ($v_0 = 0$) desde una torre de 70.0 m de alto. ¿Cuánto ha caído la bola después de un tiempo $t_1 = 1.00$ s, $t_2 = 2.00$ s y $t_3 = 3.00$ s?

"Soltar" significa $v_0 = 0$.

PLANTEAMIENTO Se toma y como positivo hacia abajo. Se desprecia cualquier resistencia del aire. Por tanto, la aceleración es $a = g = +9.80$ m/s^2, que es positivo porque se ha elegido abajo como positivo. Se establece $v_0 = 0$ y $y_0 = 0$. Se desea encontrar la posición y de la bola después de tres diferentes intervalos de tiempo. La ecuación 2-11b, con x sustituida por y, relaciona las cantidades dadas (t, a y v_0) con la incógnita y.

SOLUCIÓN Se establece $t = t_1 = 1.00$ s en la ecuación 2-11b:

$$\begin{aligned} y_1 &= v_0 t_1 + \tfrac{1}{2} a t_1^2 \\ &= 0 + \tfrac{1}{2} a t_1^2 = \tfrac{1}{2}(9.80 \text{ m/s}^2)(1.00 \text{ s})^2 = 4.90 \text{ m}. \end{aligned}$$

La bola ha caído una distancia de 4.90 m durante el intervalo de tiempo que va de $t = 0$ a $t_1 = 1.00$ s. De igual manera, después de 2.00 s ($= t_2$), la posición de la bola es

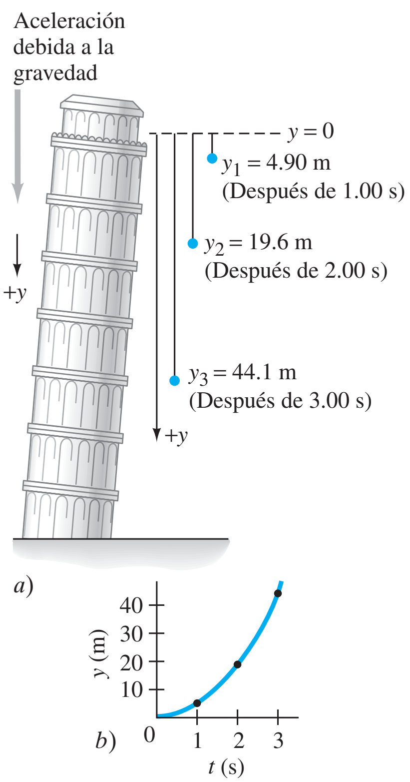
$$y_2 = \tfrac{1}{2} a t_2^2 = \tfrac{1}{2}(9.80 \text{ m/s}^2)(2.00 \text{ s})^2 = 19.6 \text{ m}.$$

Finalmente, después de 3.00 s ($= t_3$), la posición de la bola es (figura 2-21)

$$y_3 = \tfrac{1}{2} a t_3^2 = \tfrac{1}{2}(9.80 \text{ m/s}^2)(3.00 \text{ s})^2 = 44.1 \text{ m}.$$

NOTA Siempre que se diga "se suelta", significa que $v_0 = 0$.

FIGURA 2–21 Ejemplo 2-10. *a*) Un objeto se suelta desde una torre, cae con rapidez progresivamente mayor y cubre mayor distancia con cada segundo sucesivo. (Vea también la figura 2-18.) *b*) Gráfica de y contra t.



EJEMPLO 2–11 **Lanzamiento hacia abajo desde una torre.** Suponga que la bola en el ejemplo 2-10 se *lanza* hacia abajo con una velocidad inicial de 3.00 m/s, en lugar de haberse soltado. *a*) ¿Cuál sería entonces su posición después de 1.00 s y 2.00 s? *b*) ¿Cuál sería su rapidez después de 1.00 s y 2.00 s? Compare con la rapidez de una bola que se suelta.

PLANTEAMIENTO Esto se aborda de la misma forma que el ejemplo 2-10. De nuevo se emplea la ecuación 2-11b, pero ahora v_0 no es cero, sino $v_0 = 3.00$ m/s.

SOLUCIÓN *a*) En $t = 1.00$ s, la posición de la bola dada por la ecuación 2-11b es

$$y = v_0 t + \tfrac{1}{2} a t^2 = (3.00 \text{ m/s})(1.00 \text{ s}) + \tfrac{1}{2}(9.80 \text{ m/s}^2)(1.00 \text{ s})^2 = 7.90 \text{ m}.$$

En $t = 2.00$ s (intervalo de tiempo que va desde $t = 0$ hasta $t = 2.00$ s), la posición es

$$y = v_0 t + \tfrac{1}{2} a t^2 = (3.00 \text{ m/s})(2.00 \text{ s}) + \tfrac{1}{2}(9.80 \text{ m/s}^2)(2.00 \text{ s})^2 = 25.6 \text{ m}.$$

Como se esperaba, la bola cae más rápido cada segundo en comparación a como lo haría si se hubiese soltado con $v_0 = 0$.

† La rapidez de un objeto que cae en el aire (u otro fluido) no aumenta de manera indefinida. Si el objeto cae lo suficiente, alcanzará una velocidad máxima llamada **velocidad límite** debida a la resistencia del aire.

b) La velocidad se obtiene a partir de la ecuación 2-11a:

$$\begin{aligned} v &= v_0 + at \\ &= 3.00\,\text{m/s} + (9.80\,\text{m/s}^2)(1.00\,\text{s}) = 12.8\,\text{m/s} \qquad [\text{en } t_1 = 1.00\,\text{s}] \\ &= 3.00\,\text{m/s} + (9.80\,\text{m/s}^2)(2.00\,\text{s}) = 22.6\,\text{m/s}. \qquad [\text{en } t_2 = 2.00\,\text{s}] \end{aligned}$$

En el ejemplo 2-10, cuando la bola se soltó ($v_0 = 0$), el primer término (v_0) en estas ecuaciones fue cero, así que

$$\begin{aligned} v &= 0 + at \\ &= (9.80\,\text{m/s}^2)(1.00\,\text{s}) = 9.80\,\text{m/s} \qquad [\text{en } t_1 = 1.00\,\text{s}] \\ &= (9.80\,\text{m/s}^2)(2.00\,\text{s}) = 19.6\,\text{m/s}. \qquad [\text{en } t_2 = 2.00\,\text{s}] \end{aligned}$$

NOTA Tanto para el ejemplo 2-10 como para el 2-11, la rapidez aumenta linealmente en el tiempo por 9.80 m/s durante cada segundo. Pero la rapidez de la bola que se lanzó hacia abajo en cualquier momento siempre es 3.00 m/s (su rapidez inicial) más alta que la de una bola que se suelta.

EJEMPLO 2–12 **Bola lanzada hacia arriba, I.** Una persona lanza una bola *hacia arriba* en el aire con una velocidad inicial de 15.0 m/s. Calcule *a*) a qué altura llega y *b*) cuánto tiempo permanece la bola en el aire antes de regresar a su mano.

PLANTEAMIENTO Aquí no importa la acción de lanzamiento, sino sólo el movimiento de la bola *después* de que deja la mano del lanzador (figura 2-22) y hasta que regresa de nuevo a su mano. Se elige *y* positivo en la dirección hacia arriba y negativa en la dirección hacia abajo. (Ésta es una convención diferente a la que se utilizó en los ejemplos 2-10 y 2-11, y así se ilustran las opciones.) La aceleración debida a la gravedad tendrá un signo negativo, $a = -g = -9.80\,\text{m/s}^2$. Conforme la bola se eleva, su rapidez disminuye hasta que alcanza el punto más alto (B en la figura 2-22), donde su rapidez es cero durante un instante; luego desciende, con rapidez creciente.

SOLUCIÓN *a*) Se considera el intervalo de tiempo que va desde cuando la bola deja la mano del lanzador hasta que alcanza el punto más alto. Para determinar la altura máxima, se calcula la posición de la bola cuando su velocidad es igual a cero ($v = 0$ en el punto más alto). En $t = 0$ (punto A en la figura 2-22) se tiene $y_0 = 0$, $v_0 = 15.0$ m/s y $a = -9.80\,\text{m/s}^2$. En el tiempo *t* (altura máxima), $v = 0$, $a = -9.80\,\text{m/s}^2$ y se quiere encontrar *y*. Se utiliza la ecuación 2-11c, y se sustituye *x* con *y*: $v^2 = v_0^2 + 2ay$. Se resuelve esta ecuación para *y*:

$$y = \frac{v^2 - v_0^2}{2a} = \frac{0 - (15.0\,\text{m/s})^2}{2(-9.80\,\text{m/s}^2)} = 11.5\,\text{m}.$$

La bola alcanza una altura de 11.5 m sobre la mano.

b) Ahora hay que elegir un intervalo de tiempo diferente para calcular cuánto tiempo está la bola en el aire antes de regresar a la mano del lanzador. Este cálculo se realiza en dos partes: primero se determina el tiempo que se requiere para que la bola alcance su punto más alto y luego se determina el tiempo que le toma caer de vuelta hacia abajo. Sin embargo, es más simple considerar el intervalo de tiempo para todo el movimiento, desde A a B hasta C (figura 2-22) en un paso y utilizar la ecuación 2-11b. Esto es posible porque *y* (o *x*) representa la posición o el desplazamiento y no la distancia total recorrida. Por tanto, en los puntos A y C, $y = 0$. Se emplea la ecuación 2-11b con $a = -9.80\,\text{m/s}^2$ y se obtiene

$$\begin{aligned} y &= v_0 t + \tfrac{1}{2}at^2 \\ 0 &= (15.0\,\text{m/s})t + \tfrac{1}{2}(-9.80\,\text{m/s}^2)t^2. \end{aligned}$$

Esta ecuación se factoriza fácilmente (se factoriza una *t*):

$$(15.0\,\text{m/s} - 4.90\,\text{m/s}^2\,t)\,t = 0.$$

Existen dos soluciones:

$$t = 0 \qquad \text{y} \qquad t = \frac{15.0\,\text{m/s}}{4.90\,\text{m/s}^2} = 3.06\,\text{s}.$$

La primera solución ($t = 0$) corresponde al punto inicial (A) en la figura 2-22, cuando primero se lanza la bola desde $y = 0$. La segunda solución, $t = 3.06$ s, corresponde al punto C, cuando la bola ha regresado a $y = 0$. Por tanto, la bola está en el aire 3.06 s.

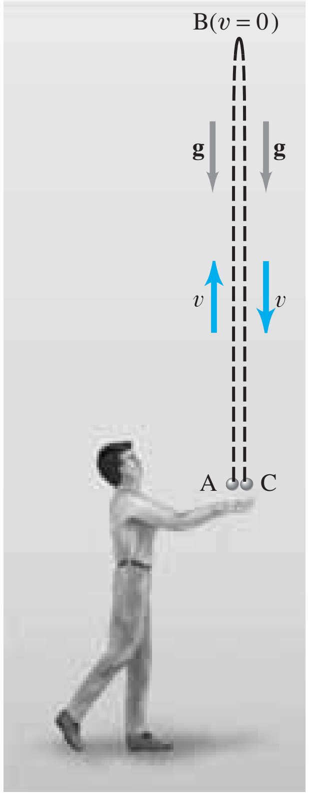


FIGURA 2–22 Un objeto que se lanza al aire deja la mano del lanzador en A, alcanza su altura máxima en B y regresa a la posición original en C. Ejemplos 2-12, 2-13, 2-14 y 2-15.

En este ejemplo no se consideró la acción del lanzamiento. ¿Por qué? Porque durante el lanzamiento la mano del lanzador está en contacto con la bola y la acelera a una tasa desconocida: la aceleración *no* es g. Se considera sólo el tiempo cuando la bola está en el aire y la aceleración es igual a g.

PRECAUCIÓN

Las ecuaciones cuadráticas tienen dos soluciones. A veces sólo una corresponde a la realidad, a veces ambas.

Toda ecuación cuadrática (donde la variable está al cuadrado) matemáticamente produce dos soluciones. En física, a veces sólo una solución corresponde a la situación real, como en el ejemplo 2-7, en cuyo caso se ignora la solución "físicamente imposible". Pero en el ejemplo 2-12, ambas soluciones a la ecuación en t^2 son físicamente significativas: $t = 0$ y $t = 3.06$ s.

PRECAUCIÓN

1. Velocidad y aceleración no siempre están en la misma dirección; la aceleración (de la gravedad) siempre apunta hacia abajo.
2. $a \neq 0$ incluso en el punto más alto de una trayectoria.

EJEMPLO CONCEPTUAL 2–13 Dos posibles equivocaciones. Proporcione ejemplos para mostrar el error en estas dos equivocaciones comunes: **1.** Que la aceleración y la velocidad siempre están en la misma dirección y **2.** que un objeto lanzado hacia arriba tiene aceleración cero en el punto más alto (B en la figura 2-22).

RESPUESTA Ambos enunciados son incorrectos: **1.** La velocidad y la aceleración *no* necesariamente están en la misma dirección. Cuando la bola en el ejemplo 2-12 se mueve hacia arriba, su velocidad es positiva (hacia arriba), mientras que la aceleración es negativa (hacia abajo). **2.** En el punto más alto (B en la figura 2-22), la bola tiene velocidad cero durante un instante. ¿La aceleración también es cero en este punto? No. La velocidad cerca de lo alto del arco apunta hacia arriba, entonces se vuelve cero (para el tiempo cero) en el punto más alto, y luego apunta hacia abajo. La gravedad no deja de actuar, así que $a = -g = -9.80 \text{ m/s}^2$ incluso ahí. Pensar que $a = 0$ en el punto B conduciría a la conclusión de que, al alcanzar el punto B, la bola permanecería ahí: si la aceleración (= tasa de cambio de velocidad) fuese cero, la velocidad permanecería en cero en el punto más alto, y la bola permanecería ahí sin caer. En suma, la aceleración de la gravedad siempre apunta hacia abajo, a la Tierra, aun cuando el objeto se mueva hacia arriba.

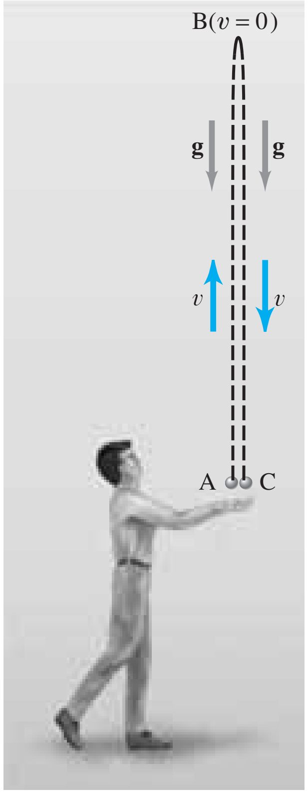


FIGURA 2–22 (Repetida para los ejemplos 2-13, 2-14 y 2-15.)

EJEMPLO 2–14 Bola lanzada hacia arriba, II. De nuevo se considera la bola lanzada hacia arriba del ejemplo 2-12 para realizar más cálculos. Calcule *a*) cuánto tarda la bola en alcanzar la altura máxima (punto B en la figura 2-22) y *b*) la velocidad de la bola cuando regresa a la mano del lanzador (punto C).

PLANTEAMIENTO Se supone de nuevo que la aceleración es constante, así que las ecuaciones 2-11 son válidas. Se tiene la altura de 11.5 m a partir del ejemplo 2-12. De nuevo, se toma y como positiva hacia arriba.

SOLUCIÓN *a*) Se considera el intervalo de tiempo entre el lanzamiento ($t = 0$, $v_0 = 15.0$ m/s) y lo alto de la trayectoria ($y = +11.5$ m, $v = 0$ y se quiere encontrar t). La aceleración es constante en $a = -g = -9.80 \text{ m/s}^2$. Las ecuaciones 2-11a y 2-11b contienen el tiempo t con otras cantidades conocidas. Se emplea la ecuación 2-11a con $a = -9.80 \text{ m/s}^2$, $v_0 = 15.0$ m/s y $v = 0$:

$$v = v_0 + at;$$

al establecer $v = 0$ y resolver para t se obtiene

$$t = -\frac{v_0}{a} = -\frac{15.0 \text{ m/s}}{-9.80 \text{ m/s}^2} = 1.53 \text{ s}.$$

Esto es sólo la mitad del tiempo que le toma a la bola ir hacia arriba y caer de vuelta a su posición original [3.06 s, calculados en la parte *b*) del ejemplo 2-12]. Por tanto, le toma el mismo tiempo alcanzar la altura máxima que caer de vuelta al punto de partida.

b) Ahora se considera el intervalo de tiempo desde el lanzamiento ($t = 0$, $v_0 = 15.0$ m/s) hasta el regreso de la bola a la mano, lo que ocurre en $t = 3.06$ s (calculado en el ejemplo 2-12), y se desea encontrar v cuando $t = 3.06$ s:

$$v = v_0 + at = 15.0 \text{ m/s} - (9.80 \text{ m/s}^2)(3.06 \text{ s}) = -15.0 \text{ m/s}.$$

Note la simetría: la rapidez en cualquier altura es la misma cuando el objeto va hacia arriba que cuando va hacia abajo (pero la dirección es opuesta).

NOTA La bola tiene la misma magnitud de velocidad cuando regresa al punto de partida que la que tenía inicialmente, pero en la dirección opuesta (éste es el significado del signo negativo). Por ende, como se deduce de la parte *a*), el movimiento es simétrico en torno a la altura máxima.

EJERCICIO C Dos bolas se lanzan desde un risco. Una se lanza directamente hacia arriba, la otra directamente hacia abajo. Ambas tienen la misma rapidez inicial y las dos golpean el suelo debajo del risco. ¿Cuál bola golpea el suelo con la mayor rapidez: *a*) la bola lanzada hacia arriba, *b*) la bola lanzada hacia abajo o *c*) ambas caen con igual rapidez? Ignore la resistencia del aire [*Sugerencia:* Vea el resultado del ejemplo 2-14, parte *b*).]

Con frecuencia, la aceleración de los objetos como cohetes y aviones rápidos se proporciona como múltiplos de $g = 9.80\ \mathrm{m/s^2}$. Por ejemplo, un avión que sale de una picada y acelera a 3.00 g tendría una aceleración de $(3.00)(9.80\ \mathrm{m/s^2}) = 29.4\ \mathrm{m/s^2}$.

Aceleración expresada en términos de g

EJERCICIO D Si se dice que un automóvil acelera a 0.50 g, ¿cuál es su aceleración en $\mathrm{m/s^2}$?

Ejemplo adicional. Uso de la fórmula cuadrática

EJEMPLO 2–15 **Bola lanzada hacia arriba, III**. Para la bola del ejemplo 2-14, calcule en qué tiempo t la bola pasa un punto a 8.00 m sobre la mano de la persona.

PLANTEAMIENTO Se elige el intervalo de tiempo desde el lanzamiento ($t = 0$, $v_0 = 15.0\ \mathrm{m/s}$) hasta el tiempo t (a determinar) cuando la bola está en la posición $y = 8.00\ \mathrm{m}$, mediante la ecuación 2-11b.

SOLUCIÓN Se busca t, dados $y = 8.00\ \mathrm{m}$, $y_0 = 0$, $v_0 = 15.0\ \mathrm{m/s}$ y $a = -9.80\ \mathrm{m/s^2}$. Utilice la ecuación 2-11b:

$$y = y_0 + v_0 t + \tfrac{1}{2}at^2$$

$$8.00\ \mathrm{m} = 0 + (15.0\ \mathrm{m/s})\,t + \tfrac{1}{2}\left(-9.80\ \mathrm{m/s^2}\right)t^2.$$

➥ RESOLUCIÓN DE PROBLEMAS
Uso de la fórmula cuadrática

Para resolver cualquier ecuación cuadrática de la forma $at^2 + bt + c = 0$, donde a, b y c son constantes (aquí, a *no* es la aceleración), se usa la **fórmula cuadrática** (apéndice A-4):

$$t = \frac{-b \pm \sqrt{b^2 - 4ac}}{2a}.$$

Se escribe la ecuación y que se propuso unas líneas arriba en la forma estándar $at^2 + bt + c = 0$:

$$\left(4.90\ \mathrm{m/s^2}\right)t^2 - (15.0\ \mathrm{m/s})\,t + (8.00\ \mathrm{m}) = 0.$$

De este modo, el coeficiente a es $4.90\ \mathrm{m/s^2}$, b es $-15.0\ \mathrm{m/s}$ y c es 8.00 m. Al poner estos valores en la fórmula cuadrática se obtiene

$$t = \frac{15.0\ \mathrm{m/s} \pm \sqrt{(15.0\ \mathrm{m/s})^2 - 4\left(4.90\ \mathrm{m/s^2}\right)(8.00\ \mathrm{m})}}{2\left(4.90\ \mathrm{m/s^2}\right)},$$

lo que da como resultado $t = 0.69\ \mathrm{s}$ y $t = 2.37\ \mathrm{s}$. ¿Ambas soluciones son válidas? Sí, porque la bola pasa $y = 8.00\ \mathrm{m}$ cuando va hacia arriba ($t = 0.69\ \mathrm{s}$) y de nuevo cuando baja ($t = 2.37\ \mathrm{s}$).

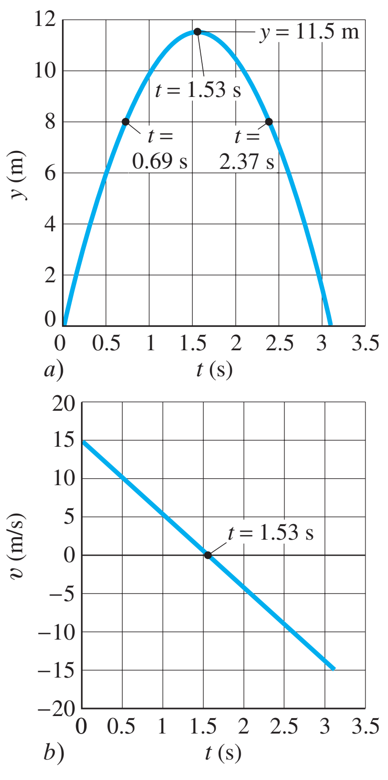


FIGURA 2–23 Gráficas de *a*) y contra t, *b*) v contra t para una bola lanzada hacia arriba. Ejemplos 2-12, 2-14 y 2-15.

Para algunas personas, las gráficas son de gran ayuda en la comprensión de problemas de física. La figura 2-23 muestra gráficas de y contra t y de v contra t para la bola lanzada hacia arriba en la figura 2-22, e incorpora los resultados de los ejemplos 2-12, 2-14 y 2-15. En la siguiente sección se explicarán algunas propiedades útiles de las gráficas.

En este libro se usará mucho la palabra "vertical". ¿Qué significa esto? (Intente responder antes de seguir leyendo.) Vertical se define como la línea a lo largo de la que cae un objeto. O, si se suspende una pequeña esfera al final de una cuerda, esta última representa una línea vertical (a veces llamada *línea de plomada*).

EJERCICIO E ¿Qué significa *horizontal*?

* 2–8 Análisis gráfico del movimiento lineal†

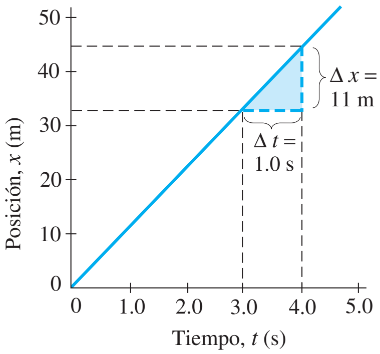


FIGURA 2–24 Gráfica de posición contra tiempo para un objeto que se mueve con una velocidad uniforme de 11 m/s.

La figura 2-9 mostraba la gráfica de la velocidad de un automóvil contra el tiempo para dos casos de movimiento lineal: *a*) velocidad constante y *b*) un caso particular en el que variaba la magnitud de la velocidad. También es útil graficar, o "diagramar", la posición x (o y) como una función del tiempo, como se hizo en la figura 2-23*a*. El tiempo t se considera la variable independiente y se mide a lo largo del eje horizontal. La posición, x, la variable dependiente, se mide a lo largo del eje vertical.

Vamos a elaborar una gráfica de x contra t y elegimos que, en $t = 0$, la posición es $x_0 = 0$. Primero se considera un automóvil que se mueve con una velocidad constante de 40 km/h, que es equivalente a 11 m/s. La ecuación 2-11b dice que $x = vt$, y se observa que x aumenta por 11 m cada segundo. En consecuencia, la posición aumenta linealmente en el tiempo, así que la gráfica de x contra t es una línea recta, como se muestra en la figura 2-24. Cada punto de esta línea recta indica la posición del automóvil en un tiempo determinado. Por ejemplo, en $t = 3.0$ s, la posición es 33 m, y en $t = 4.0$ s, $x = 44$ m, como indican las líneas punteadas. El triángulo pequeño (sombreado) en la gráfica indica la **pendiente** de la línea recta, que se define como el cambio en la variable dependiente (Δx) dividido por el correspondiente cambio en la variable independiente (Δt):

$$\text{pendiente} = \frac{\Delta x}{\Delta t}.$$

Velocidad = pendiente de la gráfica de x contra t.

Puede verse, con el uso de la definición de velocidad promedio (ecuación 2-2), que la *pendiente de la gráfica de x contra t es igual a la velocidad*. Y, como se aprecia en el triángulo pequeño en la gráfica, $\Delta x/\Delta t = (11\text{ m})/(1.0\text{ s}) = 11\text{ m/s}$, que es la velocidad dada.

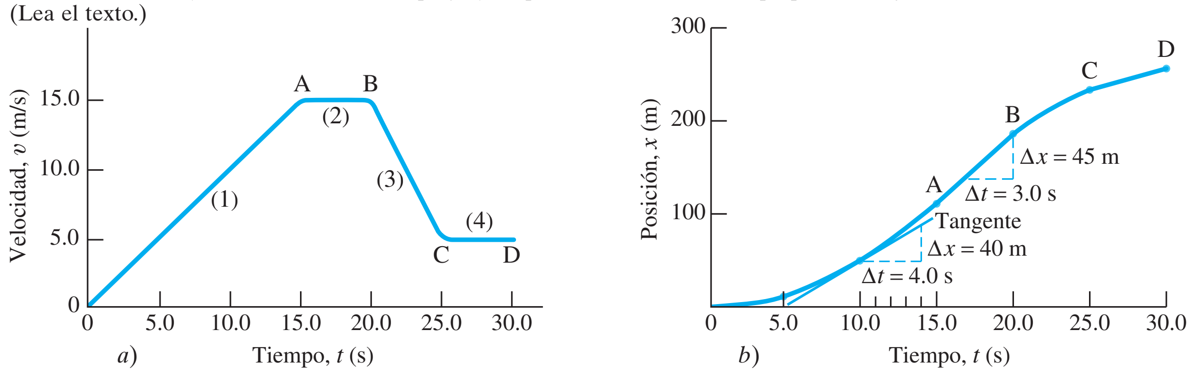
La pendiente de la gráfica de x contra t en todas partes es igual si la velocidad es constante, como en la figura 2-24. Pero si la velocidad cambia, como en la figura 2-25*a*, la pendiente de la gráfica de x contra t también varía. Considere, por ejemplo, un automóvil que **1.** acelera uniformemente desde el reposo hasta 15 m/s en 15 s, después de lo cual **2.** permanece con una velocidad constante de 15 m/s durante los siguientes 5.0 s. **3.** Durante los siguientes 5.0 s, el automóvil frena uniformemente hasta 5.0 m/s y luego **4.** permanece con esta velocidad constante. Esta velocidad, como función del tiempo, se muestra en la gráfica de la figura 2-25*a*. Para construir la gráfica de x contra t, se puede utilizar la ecuación 2-11b ($x = x_0 + v_0 t + \frac{1}{2}at^2$) con aceleración constante para el intervalo de $t = 0$ hasta $t = 15$ s y para el de $t = 20$ s hasta $t = 25$ s; para el periodo de velocidad constante, de $t = 15$ s hasta $t = 20$ s, y después de $t = 25$ s, se establece $a = 0$. El resultado es la gráfica de x contra t de la figura 2-25*a*.

Pendiente de una curva

Desde el origen hasta el punto A, la gráfica de x contra t (figura 2-25*b*) no es una línea recta, sino una curva. La **pendiente** de una curva en cualquier punto se define como la *pendiente de la tangente a la curva en dicho punto*. (La *tangente* es una línea recta que se dibuja de modo que toque la curva sólo en dicho punto, pero que no pase a través de o por la curva.) Por ejemplo, en la figura 2-25*b* está dibujada la

† Algunas secciones de este libro, como la presente, se consideran *opcionales* a discreción del profesor. Se recomienda leer el prefacio para más detalles.

FIGURA 2–25 *a*) Velocidad contra tiempo y *b*) desplazamiento contra tiempo para un objeto con velocidad variable. (Lea el texto.)



tangente a la curva de x contra t en el tiempo $t = 10.0$ s. Hay un triángulo dibujado con Δt elegido como 4.0 s; Δx se mide a partir de la gráfica para este Δt elegido y se encuentra que es de 40 m. Por tanto, la pendiente de la curva en $t = 10.0$ s, que es igual a la velocidad instantánea en dicho instante, es $v = \Delta x/\Delta t = 40 \text{ m}/4.0 \text{ s} = 10 \text{ m/s}$.

En la región entre A y B (figura 2-25*b*), la gráfica de x contra t es una línea recta porque la pendiente (igual a la velocidad) es constante. Se puede medir la pendiente con el uso del triángulo que se muestra para el intervalo de tiempo entre $t = 17$ s y $t = 20$ s, donde el aumento en x es de 45 m: $\Delta x/\Delta t = 45 \text{ m}/3.0 \text{ s} = 15 \text{ m/s}$.

La pendiente de una gráfica de x contra t en cualquier punto es $\Delta x/\Delta t$ y, por tanto, es igual a la velocidad del objeto descrito en ese momento. De manera similar, la pendiente en cualquier punto de una gráfica de v contra t es $\Delta v/\Delta t$ y así (por la ecuación 2-4) es igual a la aceleración en ese momento.

Supongamos que se nos proporciona la gráfica de x contra t de la figura 2-25*b*. Podríamos medir las pendientes en varios puntos y graficar dichas pendientes como función del tiempo. Como la pendiente es igual a la velocidad, ¡entonces podríamos reconstruir la gráfica de v contra t! En otras palabras, dada la gráfica de x contra t, es posible determinar la velocidad como una función del tiempo mediante el uso de métodos gráficos, en lugar de usar ecuaciones. Esta técnica es particularmente útil cuando la aceleración no es constante, porque entonces no es posible usar las ecuaciones 2-11.

Si, en lugar de ello, se nos proporciona la gráfica de v contra t, como en la figura 2-25*a*, es posible determinar la posición, x, como función del tiempo con el uso de un procedimiento gráfico, lo que se ilustra al aplicarlo a la gráfica de v contra t de la figura 2-25*a*. Se divide el intervalo de tiempo total en subintervalos, como se muestra en la figura 2-26*a*, donde sólo se ilustran seis de ellos (mediante líneas verticales punteadas). En cada intervalo, se dibuja una línea punteada *horizontal* para indicar la velocidad promedio durante tal intervalo de tiempo. Por ejemplo, en el primer intervalo, la velocidad se incrementa a una tasa constante desde cero hasta 5.0 m/s, así que $\bar{v} = 2.5$ m/ s; y en el cuarto intervalo la velocidad es una constante de 15 m/s, así que $\bar{v} = 15$ m/ s (en la figura 2-26*a* no se muestra ninguna línea punteada horizontal porque coincide con la curva misma). El desplazamiento (cambio en la posición) durante cualquier subintervalo es $\Delta x = \bar{v}\ \Delta t$. Por tanto, el desplazamiento durante cada subintervalo es igual al producto de $\bar{v}$ y Δt, que es sólo el *área del rectángulo* (altura × base = $\bar{v} \times \Delta t$), que se muestra sombreado, para dicho intervalo. El desplazamiento total después de 25 s, será la suma de las áreas de los primeros cinco rectángulos.

Si la velocidad varía de manera considerable, resultará difícil estimar $\bar{v}$ a partir de la gráfica. Para reducir esta dificultad, se divide el intervalo de tiempo en muchos más subintervalos (pero más estrechos), de modo que cada Δt sea más pequeño, como se muestra en la figura 2-26*b*. Más intervalos proporcionan una mejor aproximación. Idealmente, podría hacerse que Δt tienda a cero; esto conduce a las técnicas de cálculo integral, que no se explicarán aquí. De todos modos, el resultado es que *la magnitud del desplazamiento total entre dos tiempos cualesquiera es igual al área bajo la gráfica de v contra t entre esos dos tiempos*.

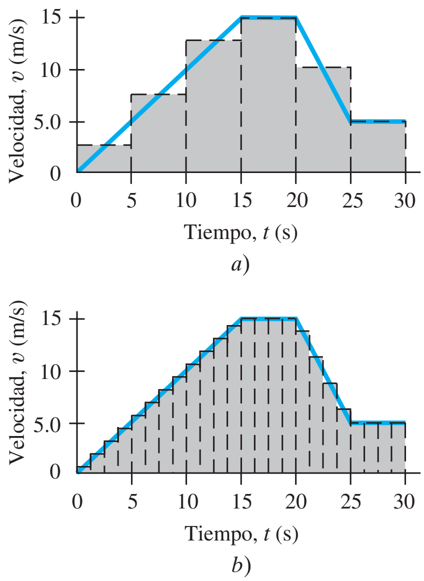


FIGURA 2–26 La determinación del desplazamiento a partir de la gráfica de v contra t se realiza al calcular áreas.

Magnitud del desplazamiento = área bajo la gráfica de v contra t

EJEMPLO 2–16 **Desplazamiento con el uso de la gráfica de *v* contra *t*.** Una sonda espacial acelera uniformemente desde 50 m/s en $t = 0$ hasta 150 m/s en $t = 10$ s. ¿Cuánto se movió entre $t = 2.0$ s y $t = 6.0$ s?

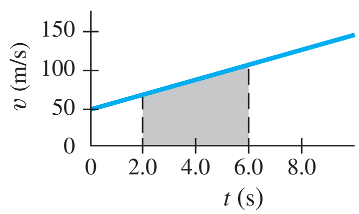
PLANTEAMIENTO Se dibuja una gráfica de v contra t como la que se reproduce en la figura 2-27. Se necesita calcular el área de la región sombreada, que es un trapezoide. El área será el promedio de las alturas (en unidades de velocidad) por el ancho (que es 4.0 s).

SOLUCIÓN La aceleración es $a = (150 \text{ m/s} - 50 \text{ m/s})/10 \text{ s} = 10 \text{ m/s}^2$. Con el uso de la ecuación 2-11a, o la figura 2-27, en $t = 2.0$ s, $v = 70$ m/s; y en $t = 6.0$ s, $v = 110$ m/s. Por tanto, el área $\bar{v} \times \Delta t$), que es igual a Δx, es

$$\Delta x = \left(\frac{70 \text{ m/s} + 110 \text{ m/s}}{2}\right)(4.0 \text{ s}) = 360 \text{ m}.$$

NOTA Para este caso de aceleración constante, se pueden usar las ecuaciones 2-11 y se obtendría el mismo resultado.

FIGURA 2–27 Ejemplo 2-16. El área sombreada representa la magnitud del desplazamiento durante el intervalo de tiempo desde $t = 2.0$ s hasta $t = 6.0$ s.



En casos donde la aceleración no es constante, el área se puede obtener al contar cuadrados en papel gráfico.

Resumen

[El resumen que aparece al final de cada capítulo de este libro proporciona un breve panorama de las principales ideas contenidas en él. El resumen *no sirve* para ofrecer una comprensión del material, lo que sólo se logra mediante la lectura detallada del capítulo.]

La **cinemática** trata de la descripción de cómo se mueven los objetos. La descripción del movimiento de cualquier objeto siempre debe proporcionarse en relación con algún **marco de referencia** particular.

El **desplazamiento** es el cambio en la posición de un objeto.

La **rapidez promedio** es la distancia recorrida dividida por el tiempo transcurrido o intervalo de tiempo, Δt, el periodo de tiempo sobre el que se elige efectuar las observaciones. La **velocidad promedio** de un objeto sobre un intervalo de tiempo particular Δt es su desplazamiento Δx durante dicho intervalo de tiempo, dividido entre Δt:

$$\bar{v} = \frac{\Delta x}{\Delta t}. \qquad (2\text{–}2)$$

La **velocidad instantánea**, cuya magnitud es la misma que la de la *rapidez instantánea*, se define como la velocidad promedio tomada sobre un intervalo de tiempo infinitesimalmente corto.

La aceleración es el cambio de velocidad por unidad de tiempo. La **aceleración promedio** de un objeto sobre un intervalo de tiempo Δt es

$$\bar{a} = \frac{\Delta v}{\Delta t}, \qquad (2\text{–}4)$$

donde Δv es el cambio de velocidad durante el intervalo de tiempo Δt. La **aceleración instantánea** es la aceleración promedio tomada sobre un intervalo de tiempo infinitesimalmente corto.

Si un objeto tiene la posición x_0 y una velocidad v_0 en el tiempo $t = 0$ y se mueve en una línea recta con aceleración constante, la velocidad v y la posición x en un tiempo posterior t están relacionados con la aceleración a, la posición inicial x_0 y la velocidad inicial v_0 mediante las ecuaciones 2-11:

$$\begin{aligned} v &= v_0 + at, & x &= x_0 + v_0 t + \tfrac{1}{2}at^2, \\ v^2 &= v_0^2 + 2a(x - x_0), & \bar{v} &= \frac{v + v_0}{2}. \end{aligned} \qquad (2\text{–}11)$$

Los objetos que se mueven verticalmente cerca de la superficie de la Tierra, ya sea que caigan o hayan sido proyectados verticalmente hacia arriba o hacia abajo, se mueven con la **aceleración debida a la gravedad**, constante y descendente, cuyo valor es $g = 9.80\ \mathrm{m/s^2}$, si se ignora la resistencia del aire. Las ecuaciones 2-11 para aceleración constante se aplican a los objetos que se mueven hacia arriba o hacia abajo libremente cerca de la superficie de la Tierra.

[*La pendiente de una curva en cualquier punto sobre una gráfica es la pendiente de la tangente a la curva en dicho punto. Si la gráfica es x contra t, la pendiente es $\Delta x/\Delta t$ y es igual a la velocidad en dicho punto. El área bajo una gráfica de v contra t es igual a la magnitud del desplazamiento entre dos tiempos diferentes que se han elegido.]

Preguntas

1. ¿Qué mide el velocímetro de un automóvil: rapidez, velocidad o ambos?
2. ¿Un objeto puede tener una rapidez variable si su velocidad es constante? Si es así, proporcione ejemplos.
3. Cuando un objeto se mueve con velocidad constante, ¿su velocidad promedio durante cualquier intervalo de tiempo difiere de su velocidad instantánea en cualquier instante?
4. En las carreras de *dragsters*, ¿es posible que un automóvil que cruce la línea final con la mayor rapidez pierda la carrera? Explique su respuesta.
5. Si un objeto tiene una rapidez mayor que un segundo objeto, ¿el primero necesariamente tiene una mayor aceleración? Explique su respuesta con el uso de ejemplos.
6. Compare la aceleración de una motocicleta que acelera desde 80 km/h hasta 90 km/h con la aceleración de una bicicleta que acelera desde el reposo hasta 10 km/h en el mismo tiempo.
7. ¿Un objeto puede tener una velocidad hacia el norte y una aceleración hacia el sur? Explique su respuesta.
8. ¿La velocidad de un objeto puede ser negativa cuando su aceleración es positiva? ¿Y qué hay de lo contrario?
9. Proporcione un ejemplo en el cual la velocidad y la aceleración sean negativas.
10. Dos automóviles salen lado a lado de un túnel. El automóvil A viaja con una rapidez de 60 km/h y tiene una aceleración de 40 km/h/min. El automóvil B tiene una rapidez de 40 km/h y una aceleración de 60 km/h/min. ¿Cuál automóvil rebasa al otro al salir del túnel? Explique su razonamiento.
11. ¿Un objeto puede aumentar su rapidez mientras disminuye su aceleración? Si es así, proporcione un ejemplo. Si no, explique por qué.
12. Un jugador de béisbol batea un *foul* recto (la pelota es lanzada hacia arriba) en el aire. La pelota deja el bate con una rapidez de 120 km/h. En ausencia de resistencia del aire, ¿cuál será la rapidez de la pelota cuando la atrape el *catcher*?
13. Conforme un objeto en caída libre aumenta su rapidez, ¿qué ocurre con su aceleración debida a la gravedad. Aumenta, disminuye o permanece igual?
14. ¿Cómo estimaría la altura máxima a la que usted podría lanzar una bola verticalmente hacia arriba? ¿Cómo estimaría la rapidez máxima que usted podría proporcionarle?
15. Usted viaja desde el punto A hasta el punto B en un automóvil que se mueve con una rapidez constante de 70 km/h. Luego viaja la misma distancia desde el punto B hasta otro punto C, con una rapidez constante de 90 km/h. ¿La rapidez promedio para todo el viaje desde A hasta C es de 80 km/h? Explique por qué sí o por qué no.
16. En una demostración durante una conferencia, una cuerda vertical de 3.0 m de largo que tiene amarrados 10 tornillos a intervalos iguales se suelta desde el techo del salón de conferencias. La cuerda cae en una placa de lámina, y la clase escucha el tintineo de cada tornillo conforme golpea la placa. Los sonidos no ocurrirán a iguales intervalos de tiempo. ¿Por qué? ¿El tiempo entre tintineos aumentará o disminuirá cerca del final de la caída? ¿Cómo amarraría usted los tornillos de modo que los tintineos ocurran a intervalos iguales?
17. Cuál de estos movimientos *no* tiene aceleración constante: una roca que cae desde un risco, un elevador que asciende desde el segundo piso hasta el quinto con paradas durante el trayecto, un plato que descansa sobre una mesa.
18. Un objeto que se lanza verticalmente hacia arriba regresará a su posición original con la misma rapidez que tenía en un principio, si la resistencia del aire es despreciable. Si la resistencia del aire es apreciable, ¿este resultado se alterará y, si es así, cómo? [*Sugerencia:* Tenga en cuenta que la aceleración debida a la resistencia del aire siempre está en dirección opuesta al movimiento.]
19. ¿Un objeto puede tener velocidad cero y aceleración distinta de cero al mismo tiempo? Proporcione ejemplos.
20. ¿Un objeto puede tener aceleración cero y velocidad distinta de cero al mismo tiempo? Proporcione ejemplos.

* **21.** Describa con palabras el movimiento graficado en la figura 2-28, en términos de v, a, etcétera. [*Sugerencia:* Primero intente duplicar el movimiento graficado caminando o moviendo la mano.]

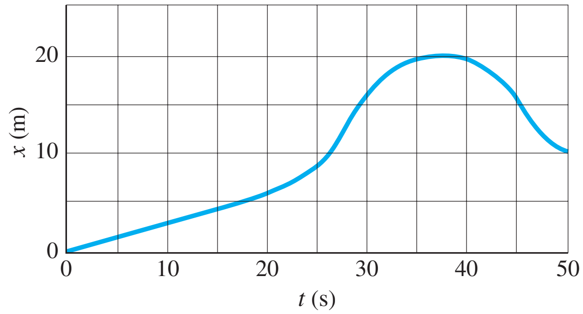


FIGURA 2–28 Pregunta 21, problemas 50, 51 y 55.

* **22.** Describa con palabras el movimiento del objeto graficado en la figura 2-29.

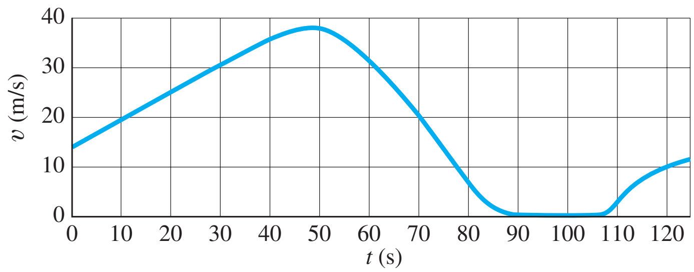


FIGURA 2–29 Pregunta 22, problemas 49 y 54.

Problemas

[Los problemas al final de cada capítulo están clasificados como I, II o III, de acuerdo con la dificultad estimada, siendo los problemas I los más sencillos. Los problemas del nivel III se presentan especialmente como un reto para los mejores estudiantes. Los problemas están ordenados por sección, lo que significa que el estudiante debe haber leído incluso hasta dicha sección, mas no sólo dicha sección, pues, con frecuencia, los problemas dependen de material anterior. Además, se presenta un conjunto de problemas generales que no están clasificados ni ordenados por número de sección.]

2-1 a 2-3 Rapidez y velocidad

1. (I) ¿Cuál debe ser la rapidez promedio de un automóvil para viajar 235 km en 3.25 h?

2. (I) Un ave puede volar a 25 km/h. ¿Cuánto tiempo le toma volar 15 km?

3. (I) Si usted conduce a 110 km/h a lo largo de un camino recto y mira a un lado durante 2.0 s, ¿qué distancia ha avanzado durante este periodo de falta de atención?

4. (I) Convierta 35 mi/h a *a*) km/h, *b*) m/s y *c*) ft/s.

5. (I) Una bola que rueda por el piso se mueve desde $x_1 = 3.4$ cm hasta $x_2 = -4.2$ cm durante el intervalo de tiempo desde $t_1 = 3.0$ s hasta $t_2 = 6.1$ s. ¿Cuál es su velocidad promedio?

6. (II) Una partícula en $t_1 = -20.0$ s está en $x_1 = 3.4$ cm y en $t_2 = 4.5$ s está en $x_2 = 8.5$ cm. ¿Cuál es su velocidad promedio? ¿Se puede calcular su rapidez promedio a partir de estos datos?

7. (II) Usted conduce a su casa desde la escuela a unos 95 km/h constantes durante 130 km. Entonces comienza a llover y baja la velocidad hasta 65 km/h. Llega a casa después de conducir 3 horas y 20 minutos. *a*) ¿Qué tan lejos está su casa de la escuela? *b*) ¿Cuál fue la rapidez promedio?

8. (II) De acuerdo con una regla empírica, hay cinco segundos entre un relámpago y el trueno siguiente, proporcione la distancia hasta el relámpago en millas. Si se supone que el rayo de luz llega esencialmente sin tiempo alguno, estime la rapidez del sonido en m/s a partir de esta regla.

9. (II) Una persona trota ocho vueltas completas alrededor de una pista de un cuarto de milla en un tiempo total de 12.5 min. Calcule *a*) la rapidez promedio y *b*) la velocidad promedio, en m/s.

10. (II) Un caballo que trota a buen paso alejándose de su entrenador en una línea recta, se aleja 116 m en 14.0 s. Luego da la vuelta abruptamente y galopa la mitad del camino de regreso en 4.8 s. Calcule *a*) su rapidez promedio y *b*) su velocidad promedio durante todo el viaje; considere "alejándose de su entrenador" como la dirección positiva.

11. (II) Dos locomotoras se aproximan una a la otra en vías paralelas. Cada una tiene una rapidez de 95 km/h con respecto al suelo. Si inicialmente están separadas 8.5 km, ¿cuánto tiempo pasará antes de que se alcancen? (Figura 2-30).

FIGURA 2–30 Problema 11.

12. (II) Un automóvil que va a 88 km/h está 110 m detrás de un camión que va a 75 km/h. ¿Cuánto tiempo le tomará al automóvil alcanzar al camión?

13. (II) Un avión viaja 3100 km con una rapidez de 790 km/h y luego encuentra un viento de cola que aumenta su rapidez hasta 990 km/h durante los siguientes 2800 km. ¿Cuál fue el tiempo total del viaje? ¿Cuál fue la rapidez promedio del avión para este viaje? [*Sugerencia:* Piense cuidadosamente antes de usar la ecuación 2-11d.]

14. (II) Calcule la rapidez promedio y la velocidad promedio de un viaje redondo completo en el que los 250 km de ida se cubren a 95 km/h, seguidos por un descanso de 1.0 hora, y los 250 km de regreso se cubren a 55 km/h.

15. (III) Una bola de boliche se desliza con rapidez constante y golpea los pinos al final de la pista de 16.5 m de largo. El jugador escucha el sonido de la bola al golpear los pinos 2.50 s después de haber soltado la bola. ¿Cuál es la rapidez de la bola? La rapidez del sonido es de 340 m/s.

2-4 Aceleración

16. (I) Un automóvil deportivo acelera desde el reposo hasta 95 km/h en 6.2 s. ¿Cuál es su aceleración promedio en m/s^2?

17. (I) Una velocista acelera desde el reposo hasta 10.0 m/s en 1.35 s. ¿Cuál es su aceleración *a*) en m/s^2 y *b*) en km/h^2?

18. (II) En una autopista, un automóvil particular es capaz de una aceleración de aproximadamente 1.6 m/s^2. A esta tasa, ¿cuánto le toma acelerar desde 80 km/h hasta 110 km/h?

19. (II) Un automóvil deportivo que se mueve a rapidez constante viaja 110 m en 5.0 s. Si entonces frena y llega a detenerse en 4.0 s, ¿cuál es su aceleración en m/s^2? Exprese la respuesta en términos de "g", donde 1.00 g = 9.80 m/s^2.

20. (III) La posición de un automóvil de carreras, que parte desde el reposo en $t = 0$ y se mueve en línea recta, está dada como función del tiempo en la siguiente tabla. Estime *a*) su velocidad y *b*) su aceleración como función del tiempo. Muestre cada una en una tabla y sobre una gráfica.

t (s)	0	0.25	0.50	0.75	1.00	1.50	2.00	2.50
x (m)	0	0.11	0.46	1.06	1.94	4.62	8.55	13.79
t (s)	3.00	3.50	4.00	4.50	5.00	5.50	6.00	
x (m)	20.36	28.31	37.65	48.37	60.30	73.26	87.16	

2-5 y 2-6 Movimiento con aceleración constante

21. (I) Un automóvil acelera desde 13 m/s hasta 25 m/s en 6.0 s. ¿Cuál fue su aceleración? ¿Qué tan lejos viajó en este tiempo? Se supone que la aceleración es constante.

22. (I) Un automóvil frena desde 23 m/s hasta el reposo en una distancia de 85 m. ¿Cuál fue su aceleración, que se supone constante?

23. (I) Un avión ligero debe alcanzar una rapidez de 33 m/s para despegar. ¿Cuál debe ser la longitud de una pista si la aceleración (constante) es de 3.0 m/s^2?

24. (II) Una velocista de categoría mundial puede salir corriendo desde la marca de salida hasta alcanzar la rapidez tope (de aproximadamente 11.5 m/s) en los primeros 15.0 m de la carrera. ¿Cuál es la aceleración promedio de esta velocista y cuánto le toma alcanzar dicha rapidez?

25. (II) Un automóvil frena uniformemente desde una rapidez de 21.0 m/s hasta el reposo en 6.00 s. ¿Qué distancia recorrió en ese tiempo?

26. (II) Al llegar a detenerse, un automóvil deja marcas de derrape de 92 m de largo sobre una autopista. Si se supone una desaceleración de 7.00 m/s^2, estime la rapidez del automóvil justo antes de frenar.

27. (II) Un automóvil que va a 85 km/h golpea un árbol. La parte frontal del automóvil se comprime y el conductor llega a detenerse después de viajar 0.80 m. ¿Cuál fue la aceleración promedio del conductor durante la colisión? Exprese la respuesta en términos de "g", donde 1.00 g = 9.80 m/s^2.

28. (II) Determine las distancias de frenado para un automóvil con una rapidez inicial de 95 km/h y un tiempo de reacción humana de 1.0 s, para una aceleración de *a*) $a = -4.0$ m/s^2; *b*) $a = -8.0$ m/s^2.

29. (III) Demuestre que la ecuación para la distancia de frenado de un automóvil es $d_S = v_0 t_R - v_0^2/(2a)$, donde v_0 es la rapidez inicial del automóvil, t_R es el tiempo de reacción del conductor y a es la aceleración constante (y es negativa).

30. (III) Un automóvil está detrás de un camión que va a 25 m/s sobre la autopista. El conductor del automóvil busca una oportunidad para rebasarlo, y estima que su auto puede acelerar a 1.0 m/s^2. Tenga en cuenta que tiene que cubrir los 20 m de largo del camión, más 10 m de espacio libre atrás de éste y 10 m más al frente del mismo. En el carril contrario, ve que otro automóvil se aproxima, y que probablemente también viaja a 25 m/s. El conductor estima que el automóvil está aproximadamente a 400 m de distancia. ¿Debe intentar rebasar? Proporcione detalles.

31. (III) Un corredor espera completar la carrera de 10,000 m en menos de 30.0 min. Después de exactamente 27.0 min, todavía le faltan por recorrer 1100 m. ¿Durante cuántos segundos debe entonces el corredor acelerar a 0.20 m/s^2 con la finalidad de lograr el tiempo deseado?

32. (III) Una dama que conduce su automóvil a 45 km/h se aproxima a una intersección justo cuando la luz del semáforo cambia a amarillo. Ella sabe que la luz amarilla tarda sólo 2.0 s antes de cambiar a rojo, y que está a 28 m de distancia del lado cercano de la intersección (figura 2-31). ¿Deberá intentar detenerse o aumentar la rapidez para cruzar la intersección antes de que la luz cambie a roja? La intersección tiene 15 m de ancho. La desaceleración máxima de su automóvil es de –5.8 m/s^2, mientras que lo puede acelerar desde 45 km/h hasta 65 km/h en 6.0 s. Ignore la longitud del automóvil y el tiempo de reacción.

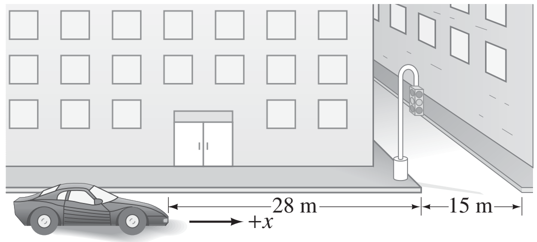


FIGURA 2–31 Problema 32.

2-7 Caída libre de cuerpos [la resistencia del aire se considera despreciable]

33. (I) Una piedra se suelta desde lo alto de un risco. La piedra golpea el suelo después de 3.25 s. ¿Cuál es la altura del risco?

34. (I) Si un automóvil rueda suavemente ($v_0 = 0$) cayendo de un risco vertical, ¿cuánto tiempo le toma alcanzar 85 km/h?

35. (I) Estime *a*) ¿cuánto tiempo le toma a King Kong caer recto hacia abajo desde lo alto del Empire State (380 m de alto) y *b*) su velocidad justo antes de "aterrizar"?

36. (II) Una pelota de béisbol es bateada hacia arriba en una trayectoria casi recta con una rapidez de 22 m/s. *a*) ¿Qué tan alto llega? *b*) ¿Cuánto tiempo está en el aire?

37. (II) Un beisbolista atrapa una bola 3.0 s después de lanzarla verticalmente hacia arriba. ¿Con qué rapidez la lanzó y qué altura alcanzó?

38. (II) Un objeto parte del reposo y cae bajo la influencia de la gravedad. Dibuje gráficas de *a*) su rapidez y *b*) la distancia que ha caído, como función del tiempo, desde $t = 0$ hasta $t =$ 5.00 s. Ignore la resistencia del aire.

39. (II) Un helicóptero asciende verticalmente con una rapidez de 5.20 m/s. A una altitud de 125 m, una persona suelta un paquete desde una ventanilla. ¿Cuánto tiempo tarda el paquete en llegar al suelo? [*Sugerencia:* Considere que la rapidez inicial del paquete es igual a la del helicóptero].

40. (II) Para un objeto que cae libremente desde el reposo, demuestre que la distancia recorrida durante cada segundo sucesivo aumenta en la razón de enteros nones sucesivos (1, 3, 5, etcétera). Esto lo demostró por primera ocasión Galileo (figuras 2-18 y 2-21).

41. (II) Si se desprecia la resistencia del aire, demuestre (algebraicamente) que una bola lanzada de manera vertical hacia arriba con una rapidez v_0 tendrá la misma rapidez, v_0, cuando regrese de vuelta al punto de partida.

42. (II) Una piedra es lanzada verticalmente hacia arriba con una rapidez de 18.0 m/s. *a*) ¿Qué rapidez lleva cuando alcanza una altura de 11.0 m? *b*) ¿Cuánto tiempo se requiere para alcanzar esta altura? *c*) ¿Por qué existen dos respuestas para *b*)?

43. (III) Estime el tiempo entre cada fotografía de la manzana en la figura 2-18 (o número de fotografías por segundo). Supongamos que la manzana tiene unos 10 cm de diámetro. [*Sugerencia:* Use dos posiciones de la manzana, pero no tenga en cuenta las imágenes borrosas en lo alto de la serie].

44. (III) Una piedra que cae tarda 0.28 s en pasar frente a una ventana de 2.2 m de alto (figura 2-32). ¿Desde qué altura sobre lo alto de la ventana cayó la piedra?

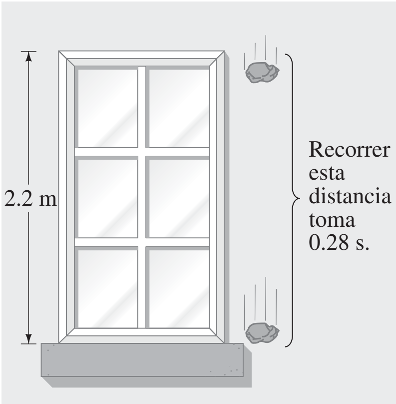


FIGURA 2–32 Problema 44.

45. (III) Una roca se suelta desde un risco junto al mar, y el sonido de su golpe en el agua se escucha 3.2 s después. Si la rapidez del sonido es de 340 m/s, ¿cuál es la altura del risco?

46. (III) Suponga que se ajusta la boquilla de una manguera de jardín para obtener un chorro fuerte de agua. Se apunta con la boquilla verticalmente hacia arriba a una altura de 1.5 m sobre el suelo (figura 2-33). Cuando se mueve rápidamente la boquilla alejándola de la vertical, se escucha el agua que golpea el suelo junto a usted 2.0 s después. ¿Cuál es la rapidez del agua al salir de la boquilla?

FIGURA 2–33 Problema 46.

47. (III) Una piedra es lanzada verticalmente hacia arriba con una rapidez de 12.0 m/s desde el extremo de un risco de 70.0 m de alto (figura 2-34). *a*) ¿Cuánto tiempo después alcanza el fondo del risco? *b*) ¿Cuál es su rapidez justo antes de golpear el fondo? *c*) ¿Qué distancia total recorrió?

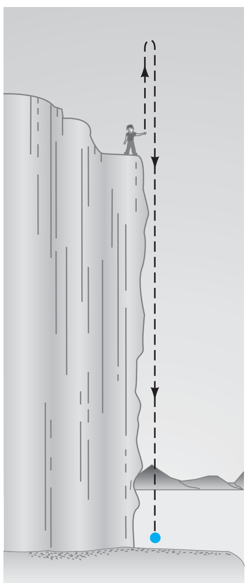


FIGURA 2–34 Problema 47.

48. (III) Por una ventana, a 28 m sobre la calle, se ve pasar hacia arriba una pelota de béisbol con una rapidez vertical de 13 m/s. Si la pelota fue lanzada desde la calle, ¿*a*) cuál fue su rapidez inicial, *b*) qué altitud alcanza, *c*) cuándo fue lanzada y *d*) cuándo alcanza la calle de nuevo?

* 2-8 Análisis gráfico

* 49. (I) La figura 2-29 muestra la velocidad de un tren como función del tiempo. *a*) ¿En qué tiempo su velocidad fue mayor? *b*) ¿Durante cuáles periodos, si existe alguno, la velocidad fue constante? *c*) ¿Durante cuáles periodos, si existe alguno, la aceleración fue constante? *d*) ¿Cuándo fue mayor la magnitud de la aceleración?

* 50. (II) En la figura 2-28 se grafica la posición de un conejo a lo largo de un túnel recto como función del tiempo. ¿Cuál es su velocidad instantánea *a*) en $t = 10.0$ s y *b*) en $t = 30.0$ s? ¿Cuál es su velocidad promedio *c*) entre $t = 0$ y $t = 5.0$ s, *d*) entre $t = 25.0$ s y $t = 30.0$ s, y *e*) entre $t = 40.0$ s y $t = 50.0$ s?

* 51. (II) En la figura 2-28, *a*) ¿durante cuáles periodos de tiempo, si existe alguno, la velocidad es constante? *b*) ¿En qué tiempo la velocidad es más grande? *c*) ¿En qué tiempo, si existe alguno, la velocidad es cero? *d*) ¿El objeto se mueve en una dirección o en ambas direcciones durante el tiempo mostrado?

* 52. (II) Cierto tipo de automóvil acelera aproximadamente como se muestra en la gráfica velocidad-tiempo de la figura 2-35. (Los breves puntos planos en la curva representan cambios de velocidad.) *a*) Estime la aceleración promedio del automóvil en la segunda velocidad y en la cuarta. *b*) Estime qué tan lejos ha viajado el automóvil mientras se encuentra en cuarta.

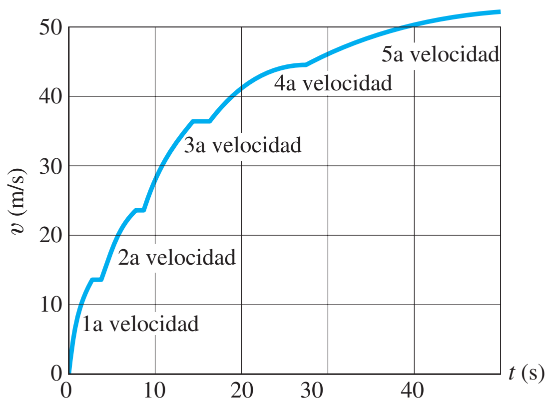


FIGURA 2–35 Problemas 52 y 53. La velocidad de un automóvil como función del tiempo, partiendo desde el reposo. Los saltos en la curva representan cambios de velocidades.

* 53. (II) Estime la aceleración promedio del automóvil en el problema anterior (figura 2-35) cuando está en *a*) primera, *b*) tercera y *c*) quinta. *d*) ¿Cuál es su aceleración promedio a través de las primeras cuatro velocidades?

* 54. (II) En la figura 2-29, estime la distancia que el objeto ha recorrido durante *a*) el primer minuto y *b*) el segundo minuto.

* 55. (II) Construya la gráfica de v contra t para el objeto cuyo desplazamiento como función del tiempo se proporciona en la figura 2-28.

* **56.** (II) La figura 2-36 es una gráfica de posición contra tiempo para el movimiento de un objeto a lo largo del eje x. Considere el intervalo de tiempo que va desde A hasta B. *a*) ¿El objeto se mueve en la dirección positiva o en la negativa? *b*) ¿El objeto aumenta su rapidez o la disminuye? *c*) ¿La aceleración del objeto es positiva o negativa? Considere ahora el intervalo de tiempo que va desde D hasta E. *d*) ¿El objeto se mueve en la dirección positiva o en la negativa? *e*) ¿El objeto aumenta su rapidez o la disminuye? *f*) ¿La aceleración del objeto es positiva o negativa? *g*) Por último, responda estas mismas tres preguntas para el intervalo de tiempo que va desde C hasta D.

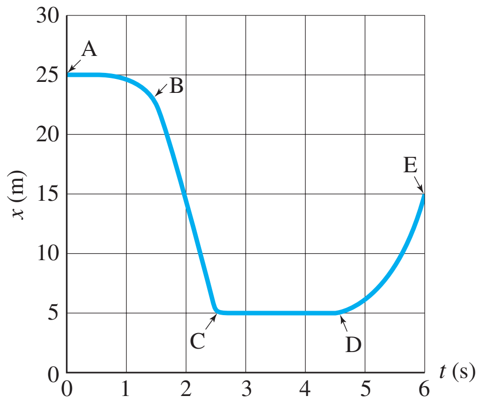


FIGURA 2–36 Problema 56.

Problemas generales

57. Una persona salta desde la ventana de un cuarto piso, 15.0 m hacia arriba de la red de seguridad de los bomberos. La sobreviviente estira la red 1.0 m antes de llegar al reposo (figura 2-37). *a*) ¿Cuál fue la desaceleración promedio experimentada por la sobreviviente cuando fue frenada hasta el reposo por la red? *b*) ¿Qué haría usted para hacer "más segura" la red (es decir, para generar una desaceleración menor): tensaría o aflojaría la red? Explique su respuesta.

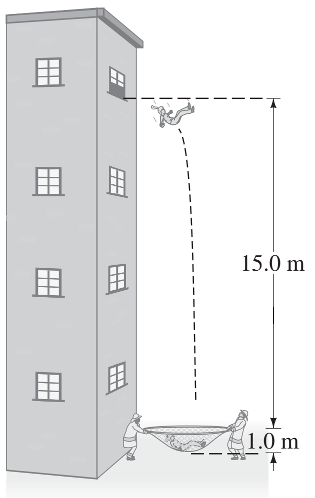


FIGURA 2–37 Problema 57.

58. La aceleración debida a la gravedad en la Luna es aproximadamente un sexto de lo que es en la Tierra. Si en la Luna un objeto se lanza verticalmente hacia arriba, ¿cuántas veces más alto llegará en relación con lo que lo haría en la Tierra, si suponemos la misma velocidad inicial?

59. Una persona sujetada adecuadamente mediante un cinturón de seguridad sobre los hombros, tiene una buena oportunidad de sobrevivir a una colisión automovilística si la desaceleración no supera los 30 "g" ($1.0\ g = 9.8\ \mathrm{m/s^2}$). Si se supone una desaceleración uniforme de este valor, calcule la distancia sobre la que el extremo frontal del auto se debe diseñar para colapsarse, si un choque lleva al automóvil al reposo desde 100 km/h.

60. El agente Bond está de pie sobre un puente, a 12 m sobre la carretera justo debajo de él, y sus perseguidores se están acercando peligrosamente. Bond observa un camión de plataforma que se aproxima a 25 m/s. Sus cálculos se basan en la certeza de que los postes de teléfono que el camión va pasando están separados 25 m uno de otro. La plataforma del camión está a 1.5 m sobre el camino, y Bond rápidamente calcula a cuántos postes de distancia debe estar el camión cuando salte desde el puente hacia el camión para tratar de escapar. ¿Cuántos postes son?

61. Un fabricante de automóviles prueba sus vehículos para colisiones frontales, colgándolos de una grúa y luego soltándolos desde cierta altura. *a*) Demuestre que la rapidez justo antes de que el automóvil golpee el suelo, después de caer desde el reposo una distancia vertical H, está dada por $\sqrt{2\,g\,H}$. ¿Qué altura corresponde a una colisión *b*) a 60 km/h, *c*) a 100 km/h?

62. Cada año la Tierra recorre aproximadamente 10^9 km conforme recorre su órbita alrededor del Sol. ¿Cuál es la rapidez promedio de la Tierra en km/h?

63. Un tren de 95 m de largo comienza a acelerar uniformemente desde el reposo. El frente del tren tiene una rapidez de 25 m/s cuando pasa a un trabajador que se encuentra a 180 m de donde partió el frente del tren. ¿Cuál será la rapidez del último carro cuando pase al trabajador? (figura 2-38.)

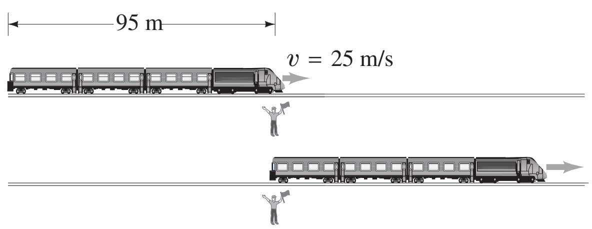


FIGURA 2–38 Problema 63.

64. Una persona salta desde un trampolín situado a 4.0 m sobre la superficie del agua, en una alberca profunda. El movimiento descendente de la persona se detiene 2.0 m debajo de la superficie del agua. Estime la desaceleración promedio de la persona mientras está bajo el agua.

65. En el diseño de un sistema de tránsito rápido, es necesario equilibrar la rapidez promedio de un tren contra la distancia entre paradas. Cuantas más paradas existan, más lenta es la rapidez promedio del tren. Para tener una idea de este problema, calcule el tiempo que le toma a un tren realizar un viaje de 9.0 km en dos situaciones: *a*) las estaciones en las que los trenes se deben detener están separadas 1.8 km (un total de 6 estaciones, incluyendo las de los extremos); y *b*) las estaciones están separadas 3.0 km (4 estaciones en total). Supongamos que en cada estación el tren acelera a una tasa de $1.1\ \mathrm{m/s^2}$ hasta que alcanza 90 km/h, luego permanece con esta rapidez hasta que se aplican los frenos para llegar a la siguiente estación, momento en que desacelera a $-2.0\ \mathrm{m/s^2}$. Se supone que en cada estación intermedia se detiene durante 20 s.

66. Los pelícanos pliegan sus alas y caen libremente en línea recta hacia abajo cuando se zambullen para atrapar peces. Supongamos que un pelícano comienza su caída desde una altura de 16.0 m y que no puede cambiar su trayectoria una vez que la inicia. Si a un pez le toma 0.20 s realizar una acción evasiva, ¿a qué altura mínima debe observar al pelícano para poder escapar? Se considera que el pez está en la superficie del agua.

67. Al dar un *putt*, un golfista planea la fuerza con la que debe golpear la bola de modo que ésta se detenga a una corta distancia del hoyo, como 1.0 m antes o después, en caso de que el *putt* falle. Lograr esto desde una posición colina arriba (es decir, dar el *putt* hacia abajo, figura 2-39) es más difícil que hacerlo desde una posición colina abajo. Para ver por qué, suponga que en un campo de golf particular, la bola desacelera de manera constante a $2.0\ m/s^2$ cuando va colina abajo, y desacelera de manera constante a $3.0\ m/s^2$ cuando va colina arriba. Pensemos en una posición colina arriba a 7.0 m del hoyo. Calcule el rango permisible de velocidades iniciales que se pueden impartir a la bola de modo que ésta se detenga en el rango comprendido entre 1.0 m antes y 1.0 m después del hoyo. Haga lo mismo para una posición colina abajo que se encuentra a 7.0 m del hoyo. Con estos resultados, ¿qué sugiere que el *putt* colina abajo es más difícil?

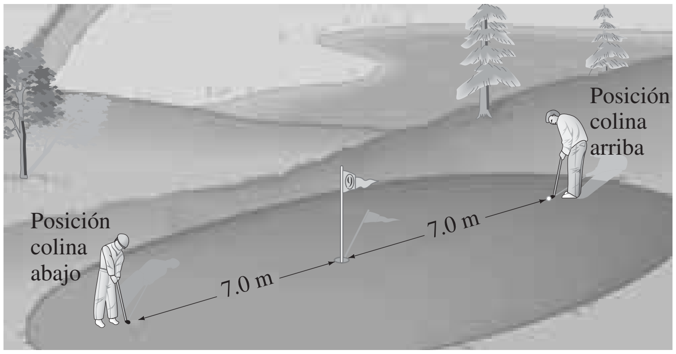


FIGURA 2–39 Problema 67. Golf el miércoles por la mañana.

68. Un fugitivo intenta subir a un tren carguero que viaja a una rapidez constante de 6.0 m/s. Justo cuando un vagón vacío y abierto pasa junto a él, el fugitivo parte desde el reposo y acelera a $a = 4.0\ m/s^2$ hasta su rapidez máxima de 8.0 m/s. *a*) ¿Cuánto tiempo le toma alcanzar el vagón? *b*) ¿Cuál es la distancia recorrida para alcanzarlo?

69. Una piedra se deja caer desde el techo de un edificio alto. Una segunda piedra se deja caer 1.50 s después. ¿Qué distancia separará a las piedras cuando la segunda haya alcanzado una rapidez de 12.0 m/s?

70. Un piloto de autos de carreras debe promediar 200.0 km/h durante el curso de una prueba de tiempo que dura 10 vueltas. Si las primeras nueve vueltas las realizó a 198.0 km/h, ¿qué rapidez promedio debe mantener durante la última vuelta?

71. Un ciclista en el Tour de Francia supera un paso de montaña cuando se mueve a 18 km/h. En el fondo, 4.0 km más adelante, su rapidez es de 75 km/h. ¿Cuál fue su aceleración promedio (en m/s^2) mientras bajaba la montaña?

72. Dos niños brincan en dos trampolines. El primer niño rebota una y media veces más alto que el segundo. La rapidez inicial del segundo niño es de 5.0 m/s. *a*) Encuentre la altura máxima que alcanza el segundo niño. *b*) ¿Cuál es la rapidez inicial del primer niño? *c*) ¿Cuánto tiempo estuvo en el aire el primer niño?

73. Un automóvil que viaja a 95 km/h adelanta a un tren de 1.10 km de largo que viaja en la misma dirección en una vía paralela a la carretera. Si la rapidez del tren es de 75 km/h, ¿cuánto tiempo le toma al automóvil rebasarlo y qué distancia habrá recorrido el auto en este tiempo? (figura 2-40). ¿Cuáles son los resultados si el automóvil y el tren viajan en direcciones opuestas?

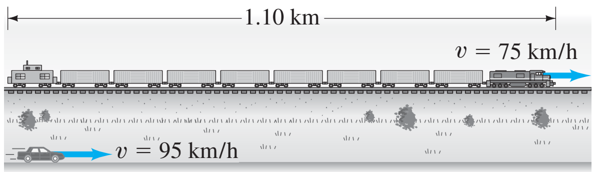


FIGURA 2–40 Problema 73.

74. Un pitcher de béisbol lanza una pelota con una rapidez de 44 m/s. Al lanzar la pelota, el pitcher la acelera a lo largo de un desplazamiento aproximado de 3.5 m, que va desde atrás de su cuerpo hasta el punto donde la suelta (figura 2-41). Estime la aceleración promedio de la bola durante el movimiento de lanzamiento.

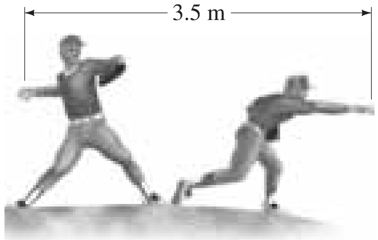


FIGURA 2–41 Problema 74.

75. Un cohete se eleva verticalmente, desde el reposo, con una aceleración de $3.2\ m/s^2$ hasta que se le acaba el combustible a una altitud de 1200 m. Después de este punto, su aceleración es la de la gravedad, hacia abajo. *a*) ¿Cuál es la velocidad del cohete cuando se le acaba el combustible? *b*) ¿Cuánto tiempo le toma alcanzar este punto? *c*) ¿Qué altitud máxima alcanza el cohete? *d*) ¿Cuánto tiempo (total) le toma alcanzar la altitud máxima? *e*) ¿Con qué velocidad el cohete golpea la Tierra? *f*) ¿Cuánto tiempo (en total) está en el aire?

76. Considere una calle como la que se ilustra en la figura 2-42. Cada intersección tiene una señal de tráfico (semáforo), y el límite de rapidez es de 50 km/h. Suponga que usted conduce desde el oeste a la rapidez límite. Cuando está a 10 m de la primera intersección, todas las luces cambian a verde. Las luces están en verde durante 13 s cada una. *a*) Calcule el tiempo necesario para alcanzar el tercer semáforo. ¿Se pueden pasar las tres luces sin detenerte? *b*) Otro auto estaba detenido en la primera luz cuando todas las luces cambiaron a verde. Este automóvil acelera a la tasa de $2.0\ m/s^2$ hasta la rapidez límite. ¿El segundo automóvil puede pasar las tres luces sin detenerse?

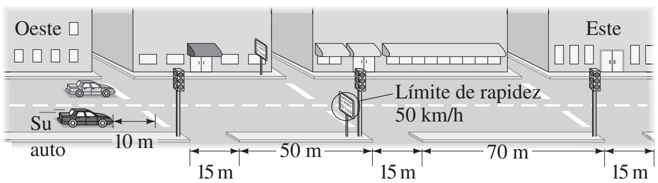


FIGURA 2–42 Problema 76.

77. Una patrulla en reposo, que es rebasada por un conductor que excede el límite de velocidad y viaja a unos 120 km/h, acelera para iniciar la persecución. El oficial de policía, que mantiene una aceleración constante, alcanza al conductor en 750 m. *a*) Dibuje cualitativamente la gráfica de posición contra tiempo de ambos autos, desde el punto de partida de la patrulla hasta el punto en que alcanza al infractor. Calcule *b*) el tiempo que le toma a la patrulla adelantar al infractor, *c*) la aceleración requerida por la patrulla y *d*) la rapidez de la patrulla en el punto de alcance.

78. Una piedra se deja caer desde el techo de un edificio; 2.00 s después de eso, una segunda piedra es lanzada hacia abajo con una rapidez inicial de 25.0 m/s, y las dos piedras tocan tierra al mismo tiempo. *a*) ¿Cuánto tiempo le toma a la primera piedra llegar al suelo? *b*) ¿Qué tan alto es el edificio? *c*) ¿Cuál es la rapidez de cada una de las dos piedras justo antes de golpear el suelo?

79. Dos piedras se lanzan verticalmente hacia arriba al mismo tiempo. La primera piedra se lanza con una velocidad inicial de 11.0 m/s desde un balcón en el piso 12 de un edificio y golpea el suelo luego de 4.5 s. ¿Con qué velocidad inicial se debe lanzar la segunda piedra desde un balcón del piso 4, de modo que golpee el suelo al mismo tiempo que la primera piedra? Realice suposiciones simples, por ejemplo, que los pisos son de la misma altura.

80. Si no hubiese resistencia del aire, ¿cuánto tiempo le tomaría a una paracaidista en caída libre lanzarse desde un avión a 3200 m hasta una altitud de 350 m, donde ella jalaría la cuerda para liberar el paracaídas? ¿Cuál sería su rapidez a 350 m? (En realidad, la resistencia del aire restringirá su rapidez hasta tal vez 150 km/h.)

81. Un restaurante de comida rápida usa una banda transportadora para enviar las hamburguesas a través de una máquina freidora. Si la máquina tiene 1.1 m de largo y las hamburguesas requieren 2.5 min para freírse, ¿con qué rapidez debe viajar la banda transportadora? Si las hamburguesas están separadas 15 cm, ¿cuál es la tasa de producción de hamburguesas (en hamburguesas/min)?

82. Guillermo lanza una bola verticalmente con una rapidez 1.5 veces mayor que José. ¿Cuántas veces más alto subirá la bola de Guillermo en comparación con la de José?

83. Usted está de pie en lo alto de un risco y un amigo suyo está de pie en el suelo. Suelta una bola desde el reposo y ve que le toma 1.2 s golpear el suelo. Entonces su amigo levanta la bola y la lanza hacia arriba, hacia usted, de modo que llega justo al reposo en su mano. ¿Cuál es la rapidez con la que su amigo lanzó la bola?

84. Se pide a dos estudiantes que encuentren la altura de un edificio particular usando un barómetro. En lugar de usar el barómetro como un dispositivo para medir la altura, lo llevan hasta el techo y lo sueltan, mientras cronometran (miden el tiempo) su caída. Uno de los estudiantes reporta un tiempo de caída de 2.0 s, y el otro, 2.3 s. ¿Cuánta diferencia en la estimación de la altura del edificio provocan los 0.3 s?

* **85.** La figura 2-43 muestra la gráfica de posición contra tiempo de dos bicicletas, A y B. *a*) ¿Existe algún instante en el que las dos bicicletas tengan la misma velocidad? *b*) ¿Cuál bicicleta tiene la aceleración más grande? *c*) ¿En qué instante(s) las bicicletas se rebasan una a la otra? ¿Cuál bicicleta rebasa a la otra? *d*) ¿Cuál bicicleta tiene la velocidad instantánea más alta? *e*) ¿Cuál bicicleta tiene la velocidad promedio más alta?

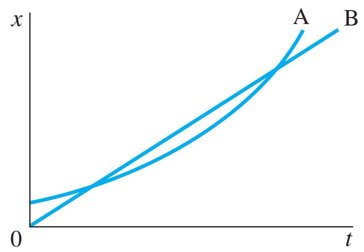
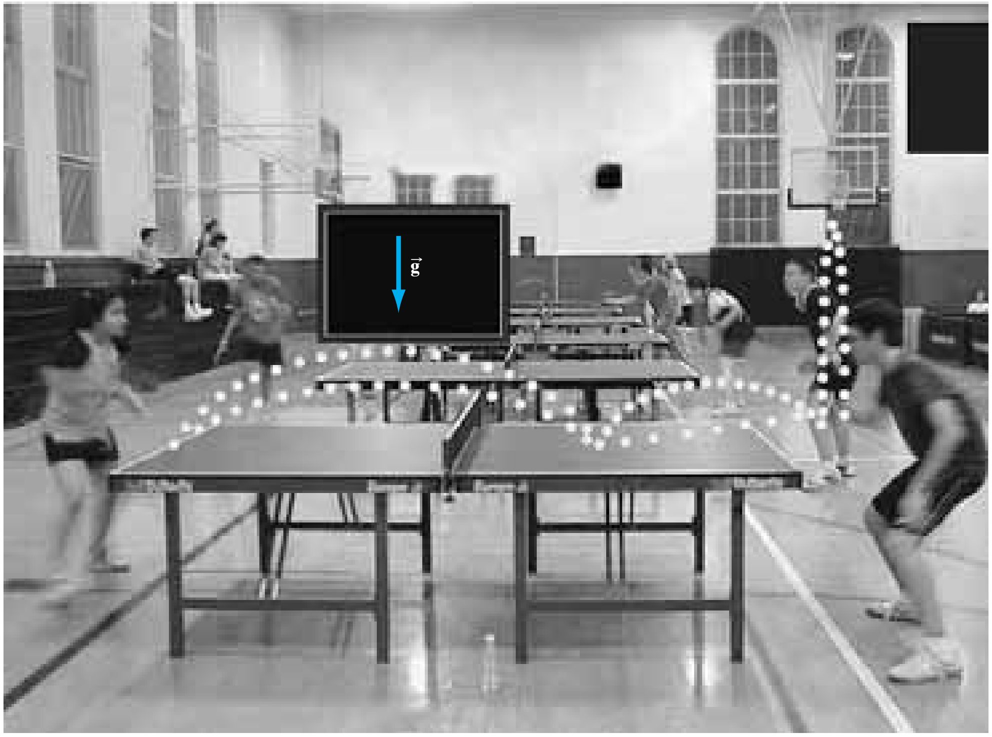


FIGURA 2–43 Problema 85.

Respuestas a los ejercicios

A: (*b*).
B: (*a*) +; (*b*) −; (*c*) −; (*d*) +.
C: (*c*).
D: 4.9 m/s^2.
E: Aquel plano en el que una bola lisa no rodará; o perpendicular a la vertical.

Esta fotografía estroboscópica de una pelota de ping pong muestra ejemplos de movimiento en dos dimensiones. Los arcos que describe la pelota de ping pong son parábolas que representan "movimiento de proyectiles". Galileo analizó el movimiento de proyectiles en sus componentes horizontal y vertical; la flecha azul representa la aceleración descendente de la gravedad, $\vec{\mathbf{g}}$. En este capítulo se estudiará cómo manipular y sumar vectores. Además de analizar el movimiento de proyectiles, también se explicará cómo trabajar con la velocidad relativa.



CAPÍTULO 3

Cinemática en dos dimensiones; vectores

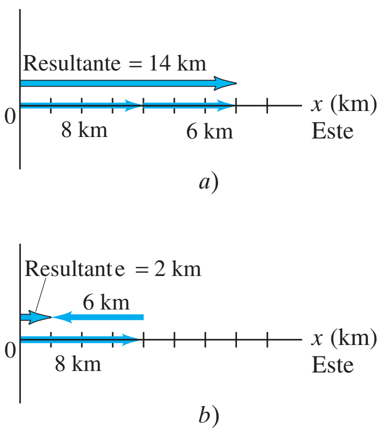
En el capítulo 2 se analizó el movimiento a lo largo de una línea recta. Ahora se estudiará el movimiento de objetos que se desplazan en trayectorias en dos (o tres) dimensiones. En particular, se analizará un importante tipo de movimiento conocido como *movimiento de proyectil*, que es el que realizan los objetos proyectados hacia fuera cerca de la superficie de la Tierra, como las pelotas de béisbol y de golf, los balones de fútbol y otros proyectiles. Antes de comenzar el estudio del movimiento en dos dimensiones, primero será necesario presentar una nueva herramienta, los vectores, y se aprenderá también cómo sumarlos.

3–1 Vectores y escalares

En el capítulo 2 se mencionó que el término *velocidad* se refiere no sólo a qué tan rápido se mueve algo, sino también a su dirección. Una cantidad como la velocidad, que tiene tanto *dirección* como *magnitud*, es una cantidad **vectorial**. Otras cantidades que también son vectores son el desplazamiento, la fuerza y la cantidad de movimiento. Sin embargo, muchas cantidades no tienen dirección asociada con ellas, como la masa, el tiempo y la temperatura. A ellas se les especifica completamente mediante un número y unidades. A tales cantidades se les llama cantidades **escalares**.

FIGURA 3–1 Un automóvil que viaja sobre una carretera. Las flechas azules representan el vector velocidad en cada posición.

FIGURA 3–2 Combinación de vectores en una dimensión.



Dibujar un diagrama de una situación física particular siempre resulta útil en física, y esto es especialmente cierto cuando se trata con vectores. En un diagrama, cada vector se representa mediante una flecha, que siempre se dibuja de modo que apunte en la dirección de la cantidad vectorial que representa. La longitud de la flecha debe ser proporcional a la magnitud de la cantidad vectorial. Por ejemplo, en la figura 3-1, las flechas azules se dibujaron como representación de la velocidad de un automóvil en varios lugares conforme éste toma una curva. La magnitud de la velocidad en cada punto se puede medir a partir de la figura 3-1 si se toma la medida la longitud de la flecha correspondiente y se utiliza la escala que se muestra (1 cm = 90 km/h).

En este libro, cuando se escriba el símbolo para un vector, siempre se usará el tipo negrita, con una pequeña flecha sobre el símbolo. Por lo tanto, para la velocidad, se escribe $\vec{\mathbf{v}}$. Si sólo interesa la magnitud del vector, simplemente se escribirá v, en cursiva, como se hace para otros símbolos.

3–2 Suma de vectores: métodos gráficos

Puesto que los vectores son cantidades que tienen tanto dirección como magnitud, se deben sumar en una forma especial. En este capítulo, se tratará principalmente con vectores de desplazamiento, por lo que ahora se usará el símbolo $\vec{\mathbf{D}}$, y con vectores de velocidad, $\vec{\mathbf{v}}$. Pero los resultados se aplicarán a otros vectores que aparecerán más adelante.

Para sumar escalares, se usa la aritmética simple, que también se emplea para sumar vectores, si están en la misma dirección. Por ejemplo, si una persona camina 8 km al este en un día, y 6 km al este el día siguiente, la persona estará a 8 km + 6 km = 14 km al este del punto de origen. Se dice que el desplazamiento *neto* o *resultante* es de 14 km hacia el este (figura 3-2*a*). Por otra parte, si la persona camina 8 km al este el primer día, y 6 km al oeste (en dirección contraria) el segundo día, entonces la persona terminará a 2 km del origen (figura 3-2*b*), de modo que el desplazamiento resultante es de 2 km al este. En este caso, el desplazamiento resultante se obtiene con una resta: 8 km − 6 km = 2 km.

Pero la aritmética simple no puede aplicarse cuando los dos vectores no están a lo largo de la misma línea. Por ejemplo, suponga que una persona camina 10.0 km al este y luego camina 5.0 km al norte. Estos desplazamientos se pueden representar en una gráfica en la que el eje y positivo apunta hacia el norte y el eje x positivo hacia el este (figura 3-3). En esta gráfica, se dibuja una flecha, con etiqueta $\vec{\mathbf{D}}_1$, para representar el vector del desplazamiento de 10.0 km al este. Luego se dibuja una segunda flecha, $\vec{\mathbf{D}}_2$, para representar el desplazamiento de 5.0 km al norte. Ambos vectores se dibujan a escala, como en la figura 3-3.

Después de dar este paseo, la persona está a 10.0 km al este y a 5.0 km al norte del punto de origen. El **desplazamiento resultante** está representado con la flecha etiquetada $\vec{\mathbf{D}}_R$ de la figura 3-3. Con la ayuda de una regla y un transportador, se puede hacer una medición sobre este diagrama para determinar que la persona está a 11.2 km del origen en un ángulo $\theta = 27°$ al norte del este. En otras palabras, el vector de desplazamiento resultante tiene una magnitud de 11.2 km y forma un ángulo $\theta = 27°$ con el eje x positivo. En este caso, la magnitud (longitud) de $\vec{\mathbf{D}}_R$ también se obtiene con el uso del teorema de Pitágoras, dado que D_1, D_2 y D_R forman un triángulo rectángulo con D_R como la hipotenusa. Por tanto

$$D_R = \sqrt{D_1^2 + D_2^2} = \sqrt{(10.0\text{ km})^2 + (5.0\text{ km})^2} = \sqrt{125\text{ km}^2} = 11.2\text{ km}.$$

Desde luego, el teorema de Pitágoras sólo se utiliza cuando los vectores son *perpendiculares* entre sí.

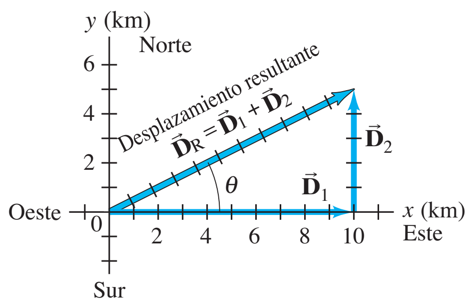


FIGURA 3–3 Una persona camina 10.0 km al este y luego 5.0 km al norte. Estos dos desplazamientos se representan mediante los vectores $\vec{\mathbf{D}}_1$ y $\vec{\mathbf{D}}_2$, que se muestran como flechas. También se muestra el vector de desplazamiento resultante, $\vec{\mathbf{D}}_R$, que es el vector suma de $\vec{\mathbf{D}}_1$ y $\vec{\mathbf{D}}_2$. Al medir sobre la gráfica con una regla y un transportador, se sabe que $\vec{\mathbf{D}}_R$ tiene una magnitud de 11.2 km y apunta en un ángulo $\theta = 27°$ al norte del este.

El vector desplazamiento resultante, $\vec{\mathbf{D}}_R$, es la suma de los vectores $\vec{\mathbf{D}}_1$ y $\vec{\mathbf{D}}_2$. Esto es

Ecuación vectorial

$$\vec{\mathbf{D}}_R = \vec{\mathbf{D}}_1 + \vec{\mathbf{D}}_2.$$

Ésta es una ecuación *vectorial*. Una característica importante que se manifiesta al sumar dos vectores que no están a lo largo de la misma línea es que la magnitud del vector resultante no es igual a la suma de las magnitudes de los dos vectores separados, sino que es más pequeña que su suma:

$$D_R < D_1 + D_2. \qquad \text{[vectores que no están a lo largo de la misma línea]}$$

En el ejemplo (figura 3-3), $D_R = 11.2$ km, mientras que $D_1 + D_2$ es igual a 15 km. También hay que hacer notar que no puede establecerse $\vec{\mathbf{D}}_R$, igual a 11.2 km, porque se trata de una ecuación vectorial y 11.2 km sólo es una parte del vector resultante, su magnitud. Sin embargo, podría escribirse algo como lo siguiente: $\vec{\mathbf{D}}_R = \vec{\mathbf{D}}_1 + \vec{\mathbf{D}}_2 = (11.2 \text{ km}, 27° \text{ N del E})$.

EJERCICIO A ¿En qué condiciones la magnitud del vector resultante anterior puede ser $D_R = D_1 + D_2$?

La figura 3-3 ilustra las reglas generales para sumar gráficamente dos vectores, sin importar qué ángulos formen, para obtener su resultante. Las reglas son las siguientes:

Método punta y origen de suma de vectores

1. En un diagrama, dibuje a escala uno de los vectores, al que se llama $\vec{\mathbf{D}}_1$.
2. A continuación, dibuje el segundo vector, $\vec{\mathbf{D}}_2$, a escala, colocando su origen en la punta del primer vector y asegúrese de que su dirección sea correcta.
3. La flecha que se dibuja desde el origen del primer vector hasta la punta del segundo vector representa la *suma*, o **resultante**, de los dos vectores.

La longitud del vector resultante representa su magnitud. Note que los vectores se pueden trasladar paralelos a ellos mismos (conservando la misma longitud y ángulo) para lograr estas manipulaciones. Con una regla se mide la longitud del resultante y se compara con la escala. Los ángulos se miden con un transportador. Este método se conoce como el **método punta y origen de suma de vectores**.

No es importante el orden en que se sumen los vectores. Por ejemplo, un desplazamiento de 5.0 km al norte, al que se suma un desplazamiento de 10.0 km al este, produce un resultante de 11.2 km y un ángulo $\theta = 27°$ (figura 3-4), lo mismo que cuando se suman en orden inverso (figura 3-3). Esto es,

$$\vec{\mathbf{V}}_1 + \vec{\mathbf{V}}_2 = \vec{\mathbf{V}}_2 + \vec{\mathbf{V}}_1.$$

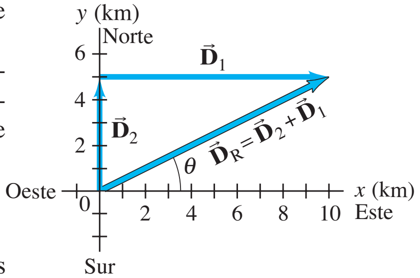
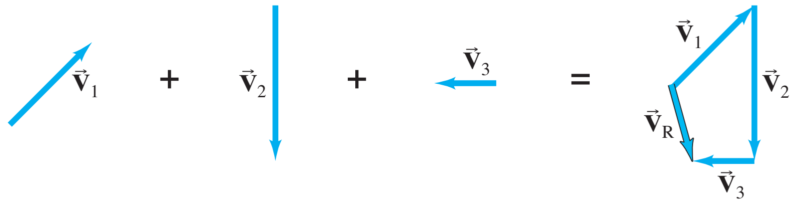


FIGURA 3–4 Si los vectores se suman en orden inverso, el resultante es el mismo. (Compare con la figura 3-3).

El método punta y origen de suma de vectores se puede aplicar a tres o más vectores. El resultante se dibuja desde el origen del primer vector hasta la punta del último que se suma. En la figura 3-5 se muestra un ejemplo; los tres vectores podrían representar desplazamientos (noreste, sur, oeste) o tal vez tres fuerzas. Compruebe si obtiene el mismo resultante sin importar el orden en el que sume los tres vectores.

FIGURA 3–5 El resultante de tres vectores: $\vec{\mathbf{V}}_R = \vec{\mathbf{V}}_1 + \vec{\mathbf{V}}_2 + \vec{\mathbf{V}}_3$.



Método del paralelogramo de suma de vectores

Una segunda forma de sumar dos vectores es el **método del paralelogramo**, que es completamente equivalente al de punta y origen. En este método, los dos vectores se dibujan partiendo de un mismo origen, y se construye un paralelogramo con el uso de estos dos vectores como lados adyacentes, como se ilustra en la figura 3-6*b*. El resultante es la diagonal que se dibuja desde el origen común. En la figura 3-6*a* se muestra el método punta y origen , y es claro que ambos métodos producen el mismo resultado.

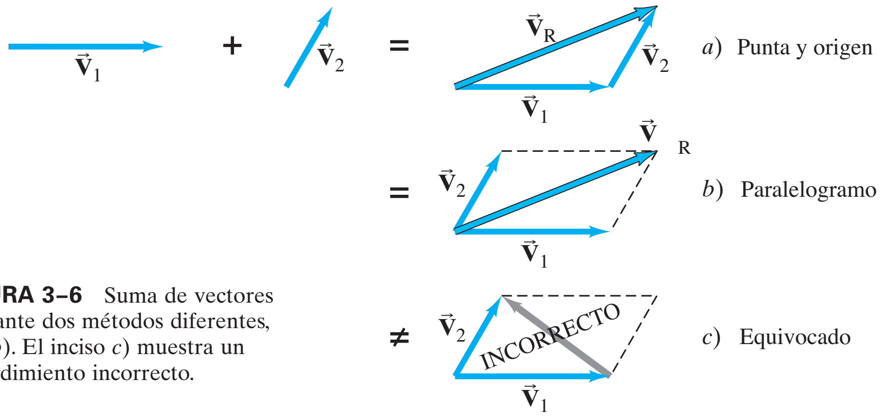


FIGURA 3–6 Suma de vectores mediante dos métodos diferentes, *a*) y *b*). El inciso *c*) muestra un procedimiento incorrecto.

PRECAUCIÓN

Asegúrese de usar la diagonal correcta en el paralelogramo para obtener el resultante.

Un error común es dibujar el vector suma como la diagonal que corre entre las puntas de los dos vectores, como en la figura 3-6*c*. *Esto es incorrecto:* esa flecha no representa la suma de los dos vectores. (De hecho, representa su diferencia, $\vec{\mathbf{V}}_2 - \vec{\mathbf{V}}_1$, como se explicará en la siguiente sección).

EJEMPLO CONCEPTUAL 3–1 **Rango de longitudes vectoriales.** Se tienen dos vectores, cada uno con una longitud de 3.0 unidades. ¿Cuál es el rango de posibles longitudes para el vector que representa la suma de los dos?

RESPUESTA La suma puede tomar cualquier valor desde 6.0 (= 3.0 + 3.0), donde los vectores apuntan en la misma dirección, hasta 0 (= 3.0 – 3.0), cuando los vectores son antiparalelos.

EJERCICIO B Si los dos vectores del ejemplo conceptual 3-1 son perpendiculares entre sí, ¿cuál es la longitud del vector resultante?

3–3 Resta de vectores y multiplicación de un vector por un escalar

Dado un vector $\vec{\mathbf{V}}$, el *negativo* de este vector $(-\vec{\mathbf{V}})$ se define como el vector con la misma magnitud que $\vec{\mathbf{V}}$ pero con dirección opuesta, figura 3-7. Sin embargo, hay que advertir que un vector nunca es negativo en el sentido de su magnitud; en otras palabras, la magnitud de todo vector es positiva. Más bien, el signo menos señala su dirección.

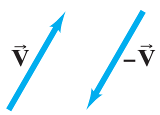


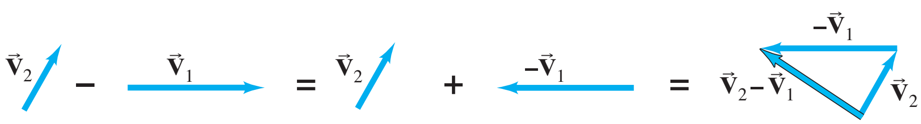
FIGURA 3–7 El negativo de un vector es un vector que tiene la misma longitud pero dirección opuesta.

Ahora puede definirse la resta de un vector de otro. La diferencia entre dos vectores $\vec{\mathbf{V}}_2 - \vec{\mathbf{V}}_1$ se define como

$$\vec{\mathbf{V}}_2 - \vec{\mathbf{V}}_1 = \vec{\mathbf{V}}_2 + (-\vec{\mathbf{V}}_1).$$

Esto es, la diferencia entre dos vectores es igual a la suma del primero más el negativo del segundo. De esta forma, es posible aplicar las reglas para suma de vectores como se muestra en la figura 3-8, empleando el método punta y origen.

FIGURA 3–8 Resta de dos vectores: $\vec{\mathbf{V}}_2 - \vec{\mathbf{V}}_1$.



Un vector $\vec{\mathbf{V}}$ se puede multiplicar por un escalar c. Este producto se define de modo que $c\vec{\mathbf{V}}$ tenga la misma dirección que $\vec{\mathbf{V}}$ y su magnitud sea cV. Esto es, la multiplicación de un vector por un escalar positivo c cambia la magnitud del vector por un factor c, pero no altera la dirección. Si c es un escalar negativo, la magnitud del producto $c\vec{\mathbf{V}}$ todavía es cV (sin el signo menos), pero la dirección es precisamente opuesta a la de $\vec{\mathbf{V}}$ (figura 3-9).

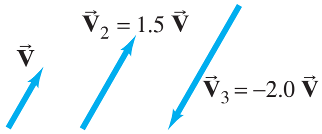


FIGURA 3–9 Al multiplicar un vector $\vec{\mathbf{V}}$ por un escalar c se obtiene un vector cuya magnitud es c veces mayor y está en la misma dirección que $\vec{\mathbf{V}}$ (o en la dirección opuesta si c es negativo).

3–4 Suma de vectores por medio de componentes

Sumar vectores gráficamente con el uso de una regla y un transportador, por lo general, no es un método suficientemente preciso, además de que no puede aplicarse cuando se tienen vectores en tres dimensiones. Por esa razón, ahora nos ocuparemos de un método más poderoso y preciso para sumar vectores. Aunque no hay que olvidar los métodos gráficos: siempre son útiles para visualizar, para comprobar las matemáticas y, por tanto, para obtener el resultado correcto.

Considere primero un vector $\vec{\mathbf{V}}$ que se encuentra en un plano particular y que se puede expresar como la suma de otros dos vectores, llamados **componentes** del vector original. Generalmente, se eligen los componentes que se encuentran a lo largo de dos direcciones perpendiculares. El proceso de encontrar los componentes se conoce como **descomposición del vector en sus componentes**. En la figura 3-10 se ilustra un ejemplo; el vector $\vec{\mathbf{V}}$ podría ser un vector de desplazamiento que apunta en un ángulo $\theta = 30°$ al norte del este, donde se ha elegido el eje x positivo hacia el este y el eje y positivo hacia el norte. Este vector $\vec{\mathbf{V}}$ se descompone en sus componentes x y y dibujando líneas punteadas desde la punta (A) del vector (líneas AB y AC) para hacerlas perpendiculares a los ejes x y y. Entonces las líneas 0B y 0C representan los componentes x y y de $\vec{\mathbf{V}}$, respectivamente, como se aprecia en la figura 3-10*b*. Dichos **vectores componentes** se escriben $\vec{\mathbf{V}}_x$ y $\vec{\mathbf{V}}_y$. Por lo general, los vectores componentes se representan como flechas, como los vectores, pero punteadas. Los *componentes escalares*, V_x y V_y, son números, con unidades, a los que se les antepone un signo positivo o negativo dependiendo de si apuntan a lo largo de los ejes x o y positivo o negativo. Como se observa en la figura 3-10, $\vec{\mathbf{V}}_x + \vec{\mathbf{V}}_y = \vec{\mathbf{V}}$, por el método del paralelogramo de suma de vectores.

Descomposición de un vector en componentes

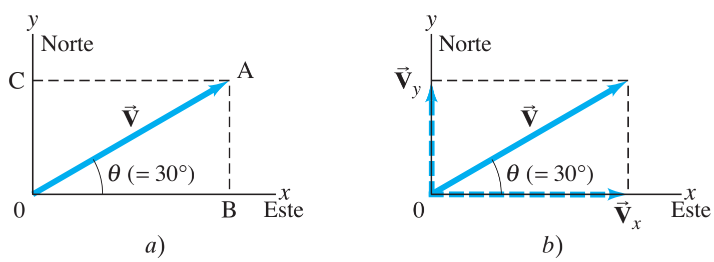


FIGURA 3–10 Descomposición de un vector $\vec{\mathbf{V}}$ en sus componentes a lo largo de un conjunto de ejes x y y elegidos arbitrariamente. Una vez que se encuentran los componentes, ellos representan al vector. Esto es, los componentes contienen tanta información como el vector mismo.

El espacio está constituido por tres dimensiones, y a veces es necesario descomponer un vector en componentes a lo largo de tres direcciones perpendiculares entre sí. En coordenadas rectangulares, los componentes son $\vec{\mathbf{V}}_x$, $\vec{\mathbf{V}}_y$ y $\vec{\mathbf{V}}_z$. La descomposición de un vector en tres dimensiones es meramente una extensión de la técnica anterior. En este libro el interés se centrará principalmente en situaciones en las que los vectores están en un plano, y todo lo que se necesitará serán dos componentes.

Para sumar vectores mediante el método de componentes, se necesita hacer uso de las funciones trigonométricas seno, coseno y tangente, que se repasan a continuación.

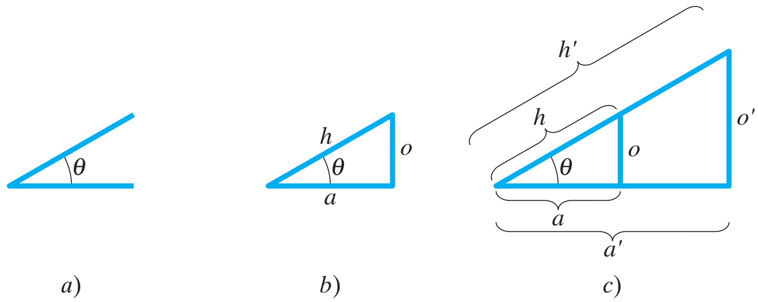


FIGURA 3–11 Si se comienza con un ángulo θ como en *a*), es posible construir triángulos rectángulos de diferentes tamaños, *b*) y *c*), pero la razón de las longitudes de los lados no depende del tamaño del triángulo.

Dado cualquier ángulo θ, como en la figura 3-11*a*, es posible construir un triángulo rectángulo dibujando una línea perpendicular a cualquiera de sus lados, como en la figura 3-11*b*. El lado más largo de un triángulo rectángulo, opuesto al ángulo recto, se llama hipotenusa, que se designa como h. El lado o cateto opuesto al ángulo θ se llama o y el cateto adyacente se designa como a. Sean h, o y a las representaciones de las longitudes de estos lados, respectivamente. Ahora, las tres funciones trigonométricas seno, coseno y tangente (abreviadas como sen, cos y tan), se definen en términos del triángulo rectángulo del modo siguiente:

Funciones trigonométricas definidas

$$\begin{aligned} \operatorname{sen}\theta &= \frac{\text{cateto opuesto}}{\text{hipotenusa}} = \frac{o}{h} \\ \cos\theta &= \frac{\text{cateto adyacente}}{\text{hipotenusa}} = \frac{a}{h} \\ \tan\theta &= \frac{\text{cateto opuesto}}{\text{cateto adyacente}} = \frac{o}{a}. \end{aligned} \tag{3–1}$$

Si el triángulo se hace más grande, pero se conservan los mismos ángulos, entonces las razones de la longitud de un cateto al otro, o de un cateto a la hipotenusa, permanecen iguales. Esto es, en la figura 3-11*c* se tiene: $a/h = a'/h'$; $o/h = o'/h'$; y $o/a = o'/a'$. En consecuencia, los valores de seno, coseno y tangente no dependen de cuán grande sea el triángulo; sólo dependen del tamaño del ángulo. Los valores de seno, coseno y tangente para diferentes ángulos se encuentran con una calculadora científica, o a partir de la tabla en el apéndice A.

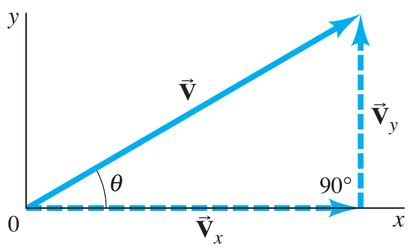
Una identidad trigonométrica útil es

$$\operatorname{sen}^2\theta + \cos^2\theta = 1 \tag{3–2}$$

que se deduce del teorema de Pitágoras ($o^2 + a^2 = h^2$, en la figura 3-11). Esto es:

$$\operatorname{sen}^2\theta + \cos^2\theta = \frac{o^2}{h^2} + \frac{a^2}{h^2} = \frac{o^2 + a^2}{h^2} = \frac{h^2}{h^2} = 1.$$

(Consulte también el apéndice A para conocer otros detalles acerca de las funciones e identidades trigonométricas).



$$\operatorname{sen}\theta = \frac{V_y}{V}$$
$$\cos\theta = \frac{V_x}{V}$$
$$\tan\theta = \frac{V_y}{V_x}$$
$$V^2 = V_x^2 + V_y^2$$

FIGURA 3–12 Cómo encontrar los componentes de un vector usando funciones trigonométricas.

El uso de las funciones trigonométricas para encontrar los componentes de un vector se ilustra en la figura 3-12, donde se considera que un vector y sus dos componentes forman un triángulo rectángulo. Entonces el seno, el coseno y la tangente se calculan como se indica en la figura. Si se multiplica la definición de sen $\theta = V_y/V$ por V en ambos lados, se obtiene

Componentes de un vector

$$V_y = V\operatorname{sen}\theta. \tag{3–3a}$$

De igual modo, a partir de la definición de cos θ, se obtiene

$$V_x = V\cos\theta. \tag{3–3b}$$

Note que θ se elige (por convención) como el ángulo que el vector forma con el eje x positivo.

Mediante las ecuaciones 3-3 se calcula V_x y V_y para cualquier vector, tal como se ilustra en la figura 3-10 o la figura 3-12. Suponga que $\vec{\mathbf{V}}$ representa un desplaza-

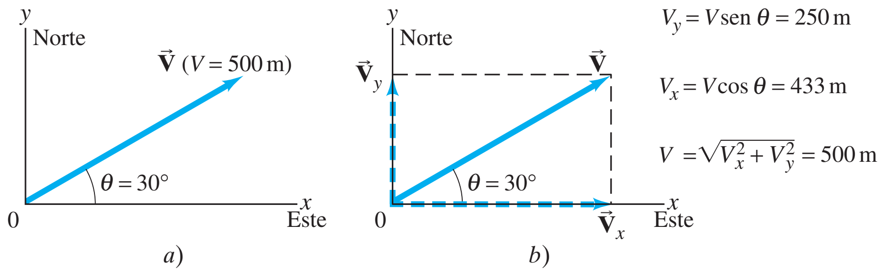


FIGURA 3–13 *a*) El vector $\vec{\mathbf{V}}$ representa un desplazamiento de 500 m en un ángulo de 30° al norte del este. *b*) Los componentes de $\vec{\mathbf{V}}$ son $\vec{\mathbf{V}}_x$ y $\vec{\mathbf{V}}_y$, cuyas magnitudes se especifican a la derecha.

miento de 500 m en una dirección de 30° al norte del este, como se muestra en la figura 3-13. Entonces $V = 500$ m. Con la ayuda de una calculadora o a partir de la consulta de tablas específicas, se sabe que sen 30° = 0.500 y cos 30° = 0.866. Entonces

$$V_x = V \cos\theta = (500\ \text{m})(0.866) = 433\ \text{m (este)},$$
$$V_y = V \operatorname{sen}\theta = (500\ \text{m})(0.500) = 250\ \text{m (norte)}.$$

Existen dos formas de especificar un vector en un sistema coordenado:

Dos formas de especificar un vector

1. Proporcionar sus componentes, V_x y V_y.
2. Proporcionar su magnitud V y el ángulo θ que forma con el eje x positivo.

Es posible cambiar de una descripción a otra mediante las ecuaciones 3-3 y, para lo contrario, mediante el teorema de Pitágoras† y la definición de tangente:

Componentes relacionados con magnitud y dirección

$$V = \sqrt{V_x^2 + V_y^2} \qquad \textbf{(3–4a)}$$

$$\tan\theta = \frac{V_y}{V_x} \qquad \textbf{(3–4b)}$$

como se observa en la figura 3-12.

Ahora se explicará cómo sumar vectores con el uso de componentes. El primer paso consiste en descomponer cada vector en sus componentes. A continuación se puede ver, con la ayuda de la figura 3-14, que la suma de dos vectores cualesquiera $\vec{\mathbf{V}}_1$ y $\vec{\mathbf{V}}_2$ para obtener un resultante, $\vec{\mathbf{V}} = \vec{\mathbf{V}}_1 + \vec{\mathbf{V}}_2$, implica que

Suma de vectores analíticamente (mediante componentes)

$$\begin{aligned} V_x &= V_{1x} + V_{2x} \\ V_y &= V_{1y} + V_{2y}. \end{aligned} \qquad \textbf{(3–5)}$$

Esto es, la suma de los componentes x es igual al componente x del resultante, y de igual modo para y. La validez de esta afirmación se puede verificar examinando con cuidado la figura 3-14. Pero note que se suman todos los componentes x para obtener el componente x del resultante; y que se suman todos los componentes y para obtener el componente y del resultante. *No* se suman componentes x con componentes y.

Si se desea conocer la magnitud y dirección del vector resultante, puede recurrirse a las ecuaciones 3-4.

†En tres dimensiones, el teorema de Pitágoras se convierte en $V = \sqrt{V_x^2 + V_y^2 + V_z^2}$, donde V_z es el componente a lo largo del tercer eje, o z.

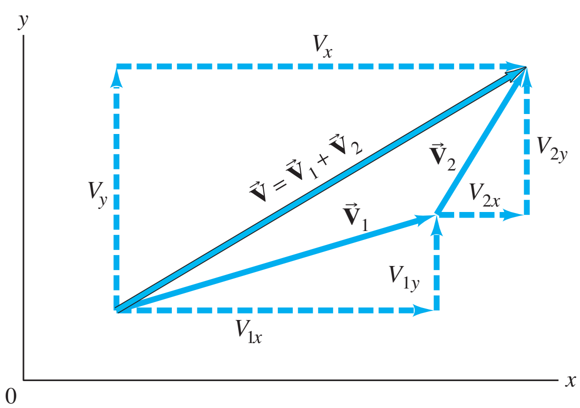


FIGURA 3–14 Los componentes de $\vec{\mathbf{V}} = \vec{\mathbf{V}}_1 + \vec{\mathbf{V}}_2$ son $V_x = V_{1x} + V_{2x}$ y $V_y = V_{1y} + V_{2y}$.

La elección de los ejes puede simplificar el esfuerzo requerido.

Los componentes de un vector dado serán diferentes para distintas elecciones de ejes coordenados. La elección de ejes coordenados siempre es arbitraria. Con frecuencia, el trabajo que implica la suma de vectores se reduce si se hace una buena elección de ejes; por ejemplo, al elegir que uno de los ejes esté en la misma dirección que uno de los vectores. Entonces dicho vector tendrá sólo un componente distinto de cero.

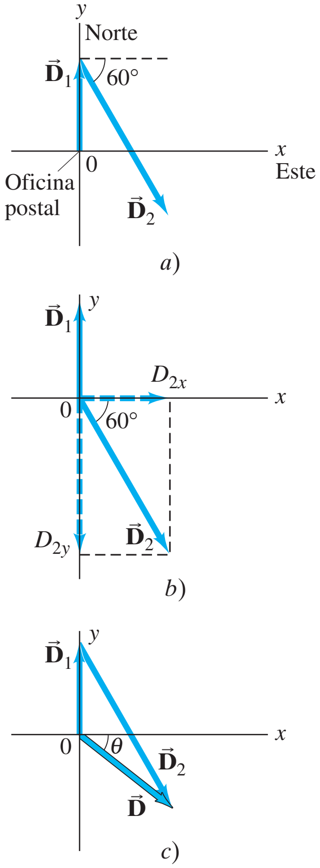


FIGURA 3–15 Ejemplo 3-2. *a*) Los dos vectores de desplazamiento, $\vec{D}_1$ y $\vec{D}_2$. *b*) $\vec{D}_2$ se descompone en sus componentes. *c*) $\vec{D}_1$ y $\vec{D}_2$ se suman gráficamente para obtener el resultante $\vec{D}$. En el ejemplo se explica el método de componentes para la suma de vectores.

EJEMPLO 3–2 **Desplazamiento del cartero.** Un cartero rural sale de la oficina postal y conduce 22.0 km en una dirección hacia el norte. Entonces conduce 47.0 km en una dirección a 60.0° al sur del este (figura 3-15*a*). ¿Cuál es su desplazamiento desde la oficina postal?

PLANTEAMIENTO Se descompone cada vector en sus componentes *x* y *y*. Se suman todos los componentes *x* y luego todos los componentes *y*, lo que proporcionará los componentes *x* y *y* del resultante. Se elige el eje *x* positivo hacia el este y el eje *y* positivo hacia el norte, pues ésas son las direcciones de brújula que se utilizan en la mayoría de los mapas.

SOLUCIÓN Se descompone cada vector desplazamiento en sus componentes, como se muestra en la figura 3-15*b*. Dado que $\vec{D}_1$ tiene 22.0 km de magnitud y apunta hacia el norte, sólo tiene un componente *y*:

$$D_{1x} = 0, \qquad D_{1y} = 22.0\text{ km}.$$

$\vec{D}_2$ tiene componentes *x* y *y*:

$$D_{2x} = +(47.0\text{ km})(\cos 60°) = +(47.0\text{ km})(0.500) = +23.5\text{ km}$$
$$D_{2y} = -(47.0\text{ km})(\text{sen } 60°) = -(47.0\text{ km})(0.866) = -40.7\text{ km}.$$

Note que D_{2y} es negativo porque este componente de vector apunta a lo largo del eje *y* negativo. El vector resultante, $\vec{D}$, tiene componentes:

$$D_x = D_{1x} + D_{2x} = \quad 0\text{ km} + \quad 23.5\text{ km} \quad = +23.5\text{ km}$$
$$D_y = D_{1y} + D_{2y} = 22.0\text{ km} + (-40.7\text{ km}) = -18.7\text{ km}.$$

Esto especifica completamente al vector resultante:

$$D_x = 23.5\text{ km}, \qquad D_y = -18.7\text{ km}.$$

También puede especificarse el vector resultante si se proporciona su magnitud y ángulo con el uso de las ecuaciones 3-4:

$$D = \sqrt{D_x^2 + D_y^2} = \sqrt{(23.5\text{ km})^2 + (-18.7\text{ km})^2} = 30.0\text{ km}$$

$$\tan\theta = \frac{D_y}{D_x} = \frac{-18.7\text{ km}}{23.5\text{ km}} = -0.796.$$

Una calculadora que tenga la tecla INV TAN, ARC TAN o TAN^{-1} da como resultado $\theta = \tan^{-1}(-0.796) = -38.5°$. El signo negativo significa $\theta = 38.5°$ debajo del eje *x*, figura 3-15*c*. De este modo, el desplazamiento resultante es de 30.0 km dirigidos a 38.5° en una dirección hacia el sureste.

NOTA Siempre hay que estar atentos al cuadrante en el que se encuentra el vector resultante. Una calculadora electrónica no proporciona esta información por completo, pero un buen diagrama sí lo hace.

RESOLUCIÓN DE PROBLEMAS

Identifique el cuadrante correcto dibujando con cuidado un diagrama.

Los signos de las funciones trigonométricas dependen de en qué "cuadrante" cae el ángulo: por ejemplo, la tangente es positiva en el primer cuadrante y en el tercero (desde 0° hasta 90°, y de 180° a 270°), pero es negativa en el segundo cuadrante y en el cuarto (apéndice A-7). La mejor forma de seguir la pista de los ángulos, y de verificar cualquier resultado vectorial, es dibujar siempre un diagrama vectorial. Un diagrama vectorial ofrece algo tangible para observar cuando se analiza un problema, y permite efectuar una comprobación de los resultados.

El siguiente recuadro de resolución de problemas no debe considerarse una receta. Más bien, se trata de un resumen de los pasos a seguir para pensar y adentrarse en el problema que se está tratando.

RESOLUCIÓN DE PROBLEMAS Suma de vectores

He aquí un breve resumen de cómo sumar dos o más vectores mediante el uso de componentes:

1. **Dibuje un diagrama**, sume los vectores gráficamente, ya sea por el método del paralelogramo o por el de punta y origen.
2. **Elija los ejes** x y y. Si es posible, elíjalos de tal forma que hagan el trabajo más sencillo. (Por ejemplo, elija un eje a lo largo de la dirección de uno de los vectores; de este modo dicho vector sólo tendrá un componente).
3. **Proceda a descomponer cada vector** en sus componentes x y y, y muestre cada componente a lo largo de su eje apropiado (x o y) como una flecha (punteada).
4. **Calcule cada componente** (cuando no se proporcione) con el uso de senos y cosenos. Si θ_1 es el ángulo que el vector $\vec{\mathbf{V}}_1$ forma con el eje x positivo, entonces:
$$V_{1x} = V_1 \cos\theta_1, \qquad V_{1y} = V_1 \operatorname{sen}\theta_1.$$
Ponga mucha atención a los **signos**: todo componente que apunte a lo largo del eje x o y negativo tiene un signo $-$.
5. **Sume** todos los **componentes** x para obtener el componente x del resultante. Haga lo mismo para y:
$$V_x = V_{1x} + V_{2x} + \text{otros cualesquiera}$$
$$V_y = V_{1y} + V_{2y} + \text{otros cualesquiera.}$$
Ésta es la respuesta: los componentes del vector resultante. Compruebe los signos para ver si corresponden al cuadrante que se muestra en el diagrama (punto 1).
6. Si quiere conocer la **magnitud y dirección** del vector resultante, utilice las ecuaciones 3-4:
$$V = \sqrt{V_x^2 + V_y^2}, \qquad \tan\theta = \frac{V_y}{V_x}.$$
El diagrama vectorial que ya dibujó le ayudará a obtener la posición correcta (cuadrante) del ángulo θ.

EJEMPLO 3–3 **Tres viajes cortos.** Un viaje en avión comprende tres etapas con dos escalas, como se muestra en la figura 3-16*a*. En la primera etapa el avión recorre 620 km hacia el este; en la segunda viaja 440 km hacia el sureste (45°); y en la tercera etapa recorre 550 km a 53° al sur del oeste, como se ilustra. ¿Cuál es el desplazamiento total del avión?

PLANTEAMIENTO Siga los pasos del recuadro de resolución de problemas anterior.

SOLUCIÓN

1. **Dibuje un diagrama** como el de la figura 3-16*a*, donde $\vec{\mathbf{D}}_1$, $\vec{\mathbf{D}}_2$ y $\vec{\mathbf{D}}_3$ representen las tres etapas del viaje, y $\vec{\mathbf{D}}_R$ sea el desplazamiento total del avión.
2. **Elija los ejes:** Éstos también se muestran en la figura 3-16*a*.
3. **Encuentre los componentes:** Es imperativo dibujar un buen diagrama. En la figura 3-16*b* se representan los componentes. En lugar de dibujar todos los vectores partiendo desde un origen común, como se hizo en la figura 3-15*b*, aquí se les dibuja al estilo "punta y origen", que es igual de válido y puede ser más sencillo de visualizar.
4. **Calcule los componentes:**
$$\begin{aligned}
\vec{\mathbf{D}}_1: D_{1x} &= +D_1 \cos 0^\circ = D_1 = 620\text{ km}\\
D_{1y} &= +D_1 \operatorname{sen} 0^\circ = 0\text{ km}\\
\vec{\mathbf{D}}_2: D_{2x} &= +D_2 \cos 45^\circ = +(440\text{ km})(0.707) = +311\text{ km}\\
D_{2y} &= -D_2 \operatorname{sen} 45^\circ = -(440\text{ km})(0.707) = -311\text{ km}\\
\vec{\mathbf{D}}_3: D_{3x} &= -D_3 \cos 53^\circ = -(550\text{ km})(0.602) = -331\text{ km}\\
D_{3y} &= -D_3 \operatorname{sen} 53^\circ = -(550\text{ km})(0.799) = -439\text{ km.}
\end{aligned}$$
A cada componente que en la figura 3-16*b* apunta en la dirección $-x$ o $-y$ se le ha dado un signo menos. Los componentes se describen en la tabla al margen.
5. **Sume los componentes:** Sume todos los componentes x y sume todos los componentes y para obtener los componentes x y y del resultante:
$$D_x = D_{1x} + D_{2x} + D_{3x} = 620\text{ km} + 311\text{ km} - 331\text{ km} = 600\text{ km}$$
$$D_y = D_{1y} + D_{2y} + D_{3y} = 0\text{ km} - 311\text{ km} - 439\text{ km} = -750\text{ km.}$$
Los componentes x y y son 600 km y -750 km, y apuntan respectivamente hacia el este y el sur. Ésta es una forma de proporcionar la respuesta.
6. **Magnitud y dirección:** La respuesta también se puede proporcionar como
$$D_R = \sqrt{D_x^2 + D_y^2} = \sqrt{(600)^2 + (-750)^2}\text{ km} = 960\text{ km}$$
$$\tan\theta = \frac{D_y}{D_x} = \frac{-750\text{ km}}{600\text{ km}} = -1.25, \qquad \text{entonces } \theta = -51^\circ.$$
Por tanto, el desplazamiento total tiene una magnitud de 960 km y apunta a 51° debajo del eje x (sur del este), como se aprecia en el bosquejo original, figura 3-16*a*.

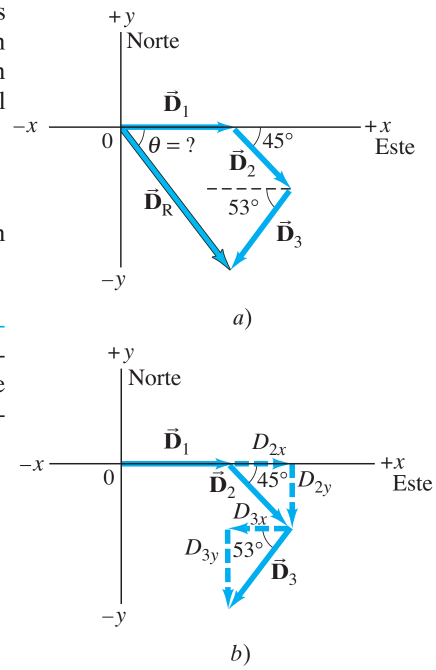


FIGURA 3–16 Ejemplo 3-3.

Vector	Componentes x (km)	y (km)
$\vec{\mathbf{D}}_1$	620	0
$\vec{\mathbf{D}}_2$	311	−311
$\vec{\mathbf{D}}_3$	−331	−439
$\vec{\mathbf{D}}_R$	600	−750

3–5 Movimiento de proyectiles

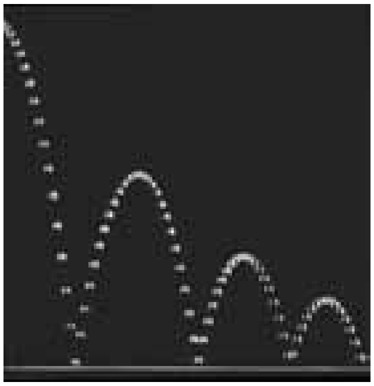


FIGURA 3–17 Esta fotografía estroboscópica de una bola que realiza una serie de rebotes muestra la característica trayectoria “parabólica” del movimiento de proyectiles.

En el capítulo 2 se estudió el movimiento de los objetos en una dimensión en términos de desplazamiento, velocidad y aceleración, incluido el movimiento meramente vertical de los cuerpos que caen experimentando aceleración debida a la gravedad. Ahora examinaremos el movimiento más general de los objetos que se mueven a través del aire en dos dimensiones cerca de la superficie de la Tierra, tales como una bola de golf, una pelota de béisbol que es lanzada o bateada, un balón de fútbol que es pateado y las balas que se disparan. Todos éstos son ejemplos de **movimiento de proyectiles** (figura 3-17), el cual se puede describir como si ocurriese en dos dimensiones. Aunque con frecuencia la resistencia del aire es importante, en muchos casos sus efectos pueden ignorarse, y en el análisis siguiente así se hará. Por ahora no interesa el proceso mediante el cual el objeto es lanzado o proyectado. Sólo se considerará su movimiento *después* de que es proyectado, y *antes* de que toque tierra o sea atrapado; es decir, se analizará el objeto proyectado sólo cuando está en movimiento libremente a través del aire y bajo la sola acción de la gravedad. Entonces, la aceleración del objeto es la debida a la gravedad, que actúa hacia abajo con magnitud $g = 9.80\ \text{m/s}^2$, y se supondrá constante.†

Movimientos horizontal y vertical analizados por separado

Galileo fue el primero en describir el movimiento de los proyectiles acertadamente. Él mostró que dicho movimiento se podría comprender analizando por separado los componentes horizontal y vertical del movimiento. Por conveniencia, se supone que el movimiento comienza en el tiempo $t = 0$ en el origen de un sistema coordenado xy (así que $x_0 = y_0 = 0$).

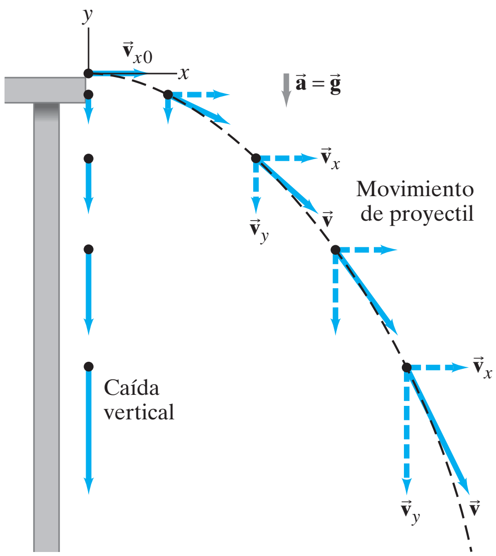


FIGURA 3–18 Movimiento de proyectil de una bola pequeña proyectada horizontalmente. La línea negra punteada representa la trayectoria del objeto. El vector velocidad $\vec{\mathbf{v}}$ en cada punto está en la dirección del movimiento, y por tanto, es tangente a la trayectoria. Los vectores de velocidad están representados por flechas continuas azules, y los componentes de la velocidad por flechas punteadas. (Para fines de comparación, a la izquierda se muestra un objeto que cae verticalmente partiendo del mismo punto; v_y es la misma para el objeto que cae y para el proyectil).

$\vec{\mathbf{v}}$ es tangente a la trayectoria.

Observemos una pelota (pequeña) que rueda del extremo de una mesa horizontal con una velocidad inicial en la dirección horizontal (x), v_{x0}. Observe la figura 3-18, donde, para fines de comparación, también se muestra un objeto que cae verticalmente. El vector velocidad $\vec{\mathbf{v}}$ a cada instante apunta en la dirección del movimiento de la pelota en dicho instante y siempre es tangente a la trayectoria. Siguiendo las ideas de Galileo, los componentes horizontal y vertical de la velocidad, v_x y v_y, se tratan por separado, luego se aplican las ecuaciones cinemáticas (ecuaciones de la 2-11a a la 2-11c) a los componentes x y y del movimiento.

Movimiento vertical (a_y = constante = $-g$)

Primero examinaremos el componente vertical (y) del movimiento. En el instante en que la bola deja lo alto de la mesa ($t = 0$), sólo tiene un componente x de velocidad. Una vez que la bola deja la mesa (en $t = 0$), experimenta una aceleración g verticalmente hacia abajo, la aceleración debida a la gravedad. Por tanto, v_y inicialmente es cero ($v_{y0} = 0$) pero aumenta de manera continua en la dirección hacia abajo (hasta que la bola golpea el suelo). Tomemos y como positivo hacia arriba. Entonces, $a_y = -g$ y, a partir de la ecuación 2-11a, se puede escribir $v_y = -gt$, pues se establece que $v_{y0} = 0$. El desplazamiento vertical está dado por $y = -\frac{1}{2}gt^2$.

† Esto se restringe a los objetos cuya distancia recorrida y altura máxima sobre la Tierra son pequeñas en comparación con el radio de ésta (6,400 km).

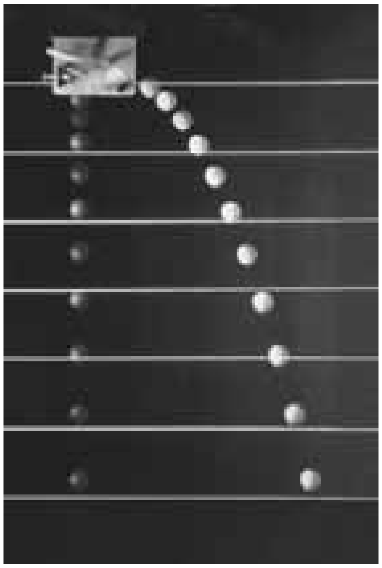


FIGURA 3–19 Fotografía estroboscópica que muestra las posiciones de dos bolas en iguales intervalos de tiempo. Una bola se suelta desde el reposo al mismo tiempo que la otra es proyectada horizontalmente hacia fuera. Se ve que la posición vertical de cada bola es la misma.

Movimiento horizontal ($a_x = 0, v_x = constante$)

Por otra parte, en la dirección horizontal, no existe aceleración (se ignora la resistencia del aire). Así que el componente horizontal de la velocidad, v_x, permanece constante, igual a su valor inicial, v_{x0}, y por ende tiene la misma magnitud en cada punto sobre la trayectoria. Entonces, el desplazamiento horizontal está dado por $x = v_{x0}t$. Los dos componentes vectoriales, $\vec{\mathbf{v}}_x$ y $\vec{\mathbf{v}}_y$, se suman vectorialmente en cualquier instante para obtener la velocidad $\vec{\mathbf{v}}$ en ese momento (esto es, para cada punto sobre la trayectoria), como se muestra en la figura 3-18.

Un resultado de este análisis, que Galileo mismo predijo, es que *un objeto proyectado horizontalmente alcanzará el suelo en el mismo tiempo que un objeto que se suelta verticalmente*. Esto es así porque los movimientos verticales son los mismos en ambos casos, como se aprecia en la figura 3-18. La figura 3-19 es una fotografía de exposición múltiple de un experimento que confirma esto.

EJERCICIO C Dos bolas que tienen diferente rapidez ruedan hacia fuera del extremo de una mesa horizontal al mismo tiempo. ¿Cuál golpea el suelo más pronto, la bola más rápida o la más lenta?

Objeto proyectado hacia arriba

Si un objeto se proyecta en un ángulo hacia arriba, como en la figura 3-20, el análisis es similar, excepto que ahora existe un componente vertical inicial de velocidad, v_{y0}. A causa de la aceleración descendente de la gravedad, v_y disminuye gradualmente con el tiempo hasta que el objeto alcanza el punto más alto en su trayectoria, punto en el que $v_y = 0$ ($v = v_x = v_{x0}$). A continuación, el objeto se mueve hacia abajo (figura 3-20) y v_y aumenta en la dirección descendente, como se muestra (es decir, se vuelve más negativa). Como antes, v_x, permanece constante.

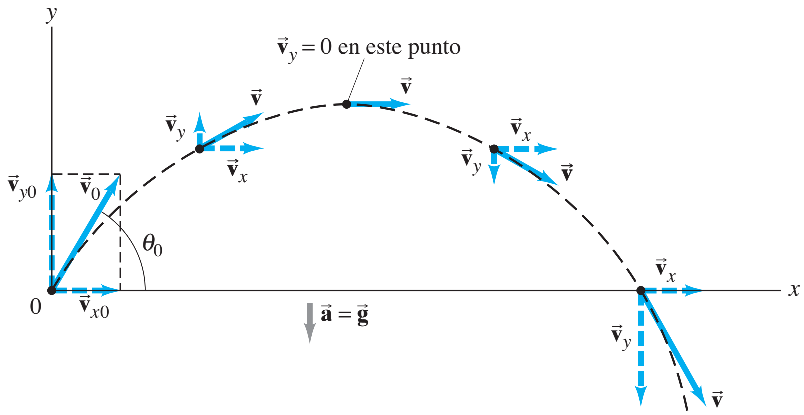


FIGURA 3–20 Trayectoria de un proyectil disparado con velocidad inicial $\vec{\mathbf{v}}_0$ en un ángulo θ con respecto a la horizontal. La trayectoria se muestra en negro, los vectores de la velocidad son las flechas continuas azules y los componentes de la velocidad son las flechas punteadas.

3–6 Resolución de problemas que implican el movimiento de proyectiles

Ahora se trabajará cuantitativamente a través de varios ejemplos de movimiento de proyectiles. Usaremos las ecuaciones cinemáticas (de la 2-11a a la 2-11c), por separado, para los componentes vertical y horizontal del movimiento. En la tabla 3-1 se muestran estas ecuaciones por separado para los componentes x y y del movimiento, para el caso general de movimiento bidimensional con aceleración constante. Note que x y y son los desplazamientos respectivos, que v_x y v_y son los componentes de la velocidad, y que a_x y a_y son los componentes de la aceleración, cada uno de los cuales es constante. El subíndice 0 significa "en $t = 0$".

TABLA 3–1 Ecuaciones cinemáticas generales para aceleración constante en dos dimensiones

componente x (horizontal)		componente y (vertical)
$v_x = v_{x0} + a_x t$	(ecuación 2-11a)	$v_y = v_{y0} + a_y t$
$x = x_0 + v_{x0} t + \frac{1}{2} a_x t^2$	(ecuación 2-11b)	$y = y_0 + v_{y0} t + \frac{1}{2} a_y t^2$
$v_x^2 = v_{x0}^2 + 2a_x(x - x_0)$	(ecuación 2-11c)	$v_y^2 = v_{y0}^2 + 2a_y(y - y_0)$

Es posible simplificar estas ecuaciones para el caso del movimiento de proyectiles porque puede establecerse que $a_x = 0$. Observe la tabla 3-2, en la que se supone que y es positiva hacia arriba, de modo que $a_y = -g = -9.80\ \text{m/s}^2$. Hay que hacer notar que si θ se elige en relación con el eje $+x$, como en la figura 3-20, entonces

$$v_{x0} = v_0 \cos\theta, \qquad \text{y} \qquad v_{y0} = v_0 \operatorname{sen}\theta.$$

RESOLUCIÓN DE PROBLEMAS
Elección del intervalo de tiempo

Al resolver problemas que implican el movimiento de proyectiles, debe considerarse un intervalo de tiempo durante el cual el objeto elegido esté en el aire, solamente influido por la gravedad. En estos casos no se considera el proceso de lanzamiento (o proyección), ni el tiempo después de que el objeto aterriza o es capturado, porque entonces actúan otras influencias sobre el objeto y ya no es posible establecer $\vec{\mathbf{a}} = \vec{\mathbf{g}}$.

TABLA 3–2 Ecuaciones cinemáticas para el movimiento de proyectiles (y positivo hacia arriba; $a_x = 0$, $a_y = -g = -9.80\ \text{m/s}^2$)

Movimiento horizontal ($a_x = 0$, $v_x =$ constante)		Movimiento vertical† ($a_y = -g =$ constante)
$v_x = v_{x0}$	(ecuación 2-11a)	$v_y = v_{y0} - gt$
$x = x_0 + v_{x0} t$	(ecuación 2-11b)	$y = y_0 + v_{y0} t - \frac{1}{2} g t^2$
	(ecuación 2-11c)	$v_y^2 = v_{y0}^2 - 2g(y - y_0)$

† Si y se toma como positiva hacia abajo, los signos menos ($-$) enfrente de g se convierten en signos $+$.

RESOLUCIÓN DE PROBLEMAS — Movimiento de proyectiles

Aquí también se aplica un enfoque para resolver problemas de la sección 2-6. La resolución de problemas que implican movimiento de proyectiles requiere creatividad y no se consigue sólo aplicando algunas reglas. Por supuesto, hay que evitar quedarse en el solo hecho de colocar números en las ecuaciones que parecen "funcionar".

1. Como siempre, **lea** con cuidado; **elija** el objeto (u objetos) que se va a analizar.
2. **Dibuje** con cuidado un **diagrama** que muestre lo que le ocurre al objeto.
3. **Elija** un origen y un **sistema coordenado** xy.
4. Decida el **intervalo de tiempo**, que para el movimiento de proyectiles sólo incluye el movimiento bajo el efecto de la gravedad, no lanzamientos ni aterrizajes. El intervalo de tiempo debe ser el mismo para los análisis de x y de y. Los movimientos x y y están conectados por el tiempo común.
5. **Examine** por separado los **movimientos** horizontal (x) y vertical (y). Si se indica la velocidad inicial, es posible que quiera analizarla en sus componentes x y y.
6. Elabore una lista con las cantidades **conocidas** y las **incógnitas**; elija $a_x = 0$ y $a_y = -g$ o $+g$, donde $g = 9.80\ \text{m/s}^2$, y utilice los signos $+$ o $-$ dependiendo de si elige y como positivo hacia arriba o hacia abajo. Recuerde que v_x nunca cambia a lo largo de la trayectoria, y que $v_y = 0$ en el punto más alto de cualquier trayectoria que regrese hacia abajo. La velocidad justo antes de aterrizar, por lo general, no es cero.
7. Piense durante un minuto antes de empezar a resolver las ecuaciones. Un poco de planeación supone un largo trecho. **Aplique** las **ecuaciones** relevantes (tabla 3-2) y combine ecuaciones si es necesario. Es posible que necesite combinar componentes de un vector para obtener su magnitud y dirección (ecuaciones 3-4).

EJEMPLO 3–4 **Huida en un risco.** Un doble de películas que conduce una motocicleta aumenta horizontalmente la rapidez y sale disparado de un risco de 50.0 m de alto. ¿A qué velocidad debe dejar el risco la motocicleta para aterrizar al nivel del suelo a 90.0 m de la base del risco, donde se encuentran las cámaras? Ignora la resistencia del aire.

PLANTEAMIENTO Seguiremos explícitamente los pasos del recuadro de resolución de problemas.

SOLUCIÓN

1. y **2. Lea, elija el objeto y dibuje un diagrama.** El objeto es la motocicleta y el conductor, tomados como una sola unidad. El diagrama se muestra en la figura 3-21.

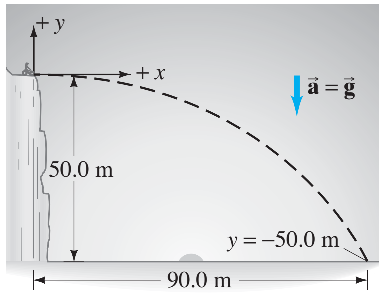


FIGURA 3–21 Ejemplo 3-4.

3. Elija un sistema coordenado. Se elige la dirección y positiva hacia arriba, con lo alto del risco como $y_0 = 0$. La dirección x es horizontal, con $x_0 = 0$ en el punto donde la motocicleta abandona el risco.

4. Elija un intervalo de tiempo. Elija que el intervalo de tiempo comience ($t = 0$) justo cuando la motocicleta deja lo alto del risco en la posición $x_0 = 0$, $y_0 = 0$; el intervalo de tiempo termina justo antes de que la motocicleta golpee el suelo.

5. Examine los movimientos *x* y *y*. En la dirección horizontal (x), la aceleración $a_x = 0$, de modo que la velocidad es constante. El valor de x cuando la motocicleta llega al suelo es $x = +90.0$ m. En la dirección vertical, la aceleración es la aceleración debida a la gravedad, $a_y = -g = -9.80\ \text{m/s}^2$. El valor de y cuando la motocicleta llega al suelo es $y = -50.0$ m. La velocidad inicial es horizontal y es la incógnita, v_{x0}; la velocidad vertical inicial es cero, $v_{y0} = 0$.

6. Elabore una lista con las cantidades conocidas y las incógnitas. Observe la tabla al margen. Note que, además de no conocer la velocidad horizontal inicial v_{x0} (que permanece constante hasta el aterrizaje), tampoco se conoce el tiempo t cuando la motocicleta llega al suelo.

Datos conocidos	Incógnitas
$x_0 = y_0 = 0$	v_{x0}
$x = 90.0$ m	t
$y = -50.0$ m	
$a_x = 0$	
$a_y = -g = -9.80\ \text{m/s}^2$	
$v_{y0} = 0$	

7. Aplique las ecuaciones relevantes. La motocicleta mantiene v_x constante mientras está en el aire. El tiempo que permanece en el aire está determinado por el movimiento y, cuando golpea el suelo. Así que primero hay que encontrar el tiempo que utiliza el movimiento y y luego usar este valor de tiempo en las ecuaciones x. Para encontrar cuánto le toma a la motocicleta llegar al suelo, emplearemos la ecuación 2-11b (tabla 3-2) para la dirección vertical (y) con $y_0 = 0$ y $v_{y0} = 0$:

$$\begin{aligned} y &= y_0 + v_{y0}t + \tfrac{1}{2}a_y t^2 \\ &= 0 + 0 + \tfrac{1}{2}(-g)t^2 \end{aligned}$$

o

$$y = -\tfrac{1}{2}gt^2.$$

Se resuelve para t y se establece que $y = -50.0$ m:

$$t = \sqrt{\frac{2y}{-g}} = \sqrt{\frac{2(-50.0\ \text{m})}{-9.80\ \text{m/s}^2}} = 3.19\ \text{s}.$$

Para calcular la velocidad inicial, v_{x0}, se utiliza de nuevo la ecuación 2-11b, pero esta vez para la dirección horizontal (x), con $a_x = 0$ y $x_0 = 0$:

$$\begin{aligned} x &= x_0 + v_{x0}t + \tfrac{1}{2}a_x t^2 \\ &= 0 + v_{x0}t + 0 \end{aligned}$$

o

$$x = v_{x0}t.$$

Entonces

$$v_{x0} = \frac{x}{t} = \frac{90.0\ \text{m}}{3.19\ \text{s}} = 28.2\ \text{m/s},$$

que es aproximadamente 100 km/h (alrededor de 60 mi/h).

NOTA En el intervalo de tiempo del movimiento de proyectiles, la única aceleración es g en la dirección y negativa. La aceleración en la dirección x es cero.

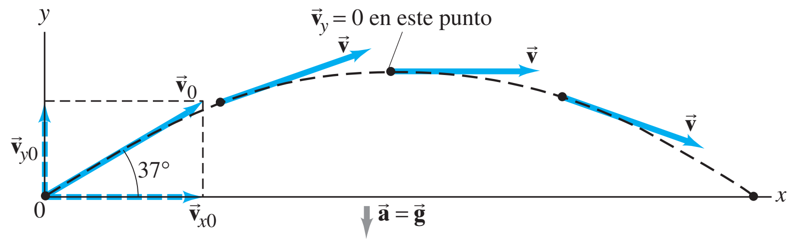


FIGURA 3–22 Ejemplo 3-5.

FÍSICA APLICADA
Deportes

EJEMPLO 3–5 Un balón de fútbol que se patea. Un jugador patea un balón de fútbol en un ángulo $\theta_0 = 37.0°$ con una velocidad de 20.0 m/s, como se muestra en la figura 3-22. Calcule *a*) la altura máxima, *b*) el tiempo transcurrido antes de que el balón golpee el suelo, *c*) a qué distancia golpea el suelo, *d*) el vector velocidad en la altura máxima y *e*) el vector aceleración en la altura máxima. Se supone que el balón pierde contacto con el pie al nivel del suelo; ignore la resistencia del aire y la rotación del balón.

PLANTEAMIENTO Esto parece difícil al principio, porque son muchas preguntas. Pero podemos lidiar con ellas una a la vez. Se toma la dirección y como positiva hacia arriba y los movimientos x y y se tratan por separado. De nuevo, el tiempo total en el aire se determina por el movimiento y. El movimiento x ocurre a velocidad constante. El componente y de la velocidad varía, inicialmente es positivo (hacia arriba), disminuye a cero en el punto más alto y luego se vuelve negativo conforme el balón cae.

SOLUCIÓN Se descompone la velocidad inicial en sus componentes (figura 3-22):

$$v_{x0} = v_0 \cos 37.0° = (20.0\,\mathrm{m/s})(0.799) = 16.0\,\mathrm{m/s}$$
$$v_{y0} = v_0 \operatorname{sen} 37.0° = (20.0\,\mathrm{m/s})(0.602) = 12.0\,\mathrm{m/s}.$$

a) Se considera un intervalo de tiempo que comience justo después de que el balón pierde contacto con el pie y hasta que alcanza su altura máxima. Durante este intervalo de tiempo, la aceleración es g hacia abajo. En la altura máxima, la velocidad es horizontal (figura 3-22), de modo que $v_y = 0$; y esto ocurre en un tiempo dado por $v_y = v_{y0} - gt$, con $v_y = 0$ (ecuación 2-11a en la tabla 3-2). Por tanto,

$$t = \frac{v_{y0}}{g} = \frac{(12.0\,\mathrm{m/s})}{(9.80\,\mathrm{m/s^2})} = 1.22\,\mathrm{s}.$$

A partir de la ecuación 2-11b, con $y_0 = 0$, se tiene

$$\begin{aligned} y &= v_{y0}t - \tfrac{1}{2}gt^2 \\ &= (12.0\,\mathrm{m/s})(1.22\,\mathrm{s}) - \tfrac{1}{2}(9.80\,\mathrm{m/s^2})(1.22\,\mathrm{s})^2 = 7.35\,\mathrm{m}. \end{aligned}$$

Alternativamente, podría haberse empleado la ecuación 2-11c, resolviendo para y y así obtener

$$y = \frac{v_{y0}^2 - v_y^2}{2g} = \frac{(12.0\,\mathrm{m/s})^2 - (0\,\mathrm{m/s})^2}{2(9.80\,\mathrm{m/s^2})} = 7.35\,\mathrm{m}.$$

La altura máxima es de 7.35 m.

b) Para encontrar el tiempo que le toma al balón regresar al suelo, se considerará un intervalo de tiempo diferente, que comienza en el momento en el que el balón pierde contacto con el pie ($t = 0$, $y_0 = 0$) y termina justo antes de que el balón toque el suelo ($y = 0$ de nuevo). Se emplea la ecuación 2-11b con $y_0 = 0$ y también se establece $y = 0$ (nivel del suelo):

$$\begin{aligned} y &= y_0 + v_{y0}t - \tfrac{1}{2}gt^2 \\ 0 &= 0 + (12.0\,\mathrm{m/s})t - \tfrac{1}{2}(9.80\,\mathrm{m/s^2})t^2. \end{aligned}$$

Esta ecuación se factoriza con facilidad:

$$\left[\tfrac{1}{2}(9.80\,\mathrm{m/s^2})t - 12.0\,\mathrm{m/s}\right]t = 0.$$

Existen dos soluciones, $t = 0$ (que corresponde al punto inicial, y_0) y

$$t = \frac{2(12.0\,\mathrm{m/s})}{(9.80\,\mathrm{m/s^2})} = 2.45\,\mathrm{s},$$

que es el tiempo de viaje total del balón.

NOTA El tiempo $t = 2.45$ s para todo el viaje es el doble de tiempo para alcanzar el punto más alto, calculado en *a*). Esto es, el tiempo para ir hacia arriba es igual al tiempo para regresar abajo al mismo nivel, pero sólo en ausencia de resistencia del aire.

Tiempo de subida = tiempo de bajada

c) La distancia total recorrida en la dirección x se encuentra al aplicar la ecuación 2-11b con $x_0 = 0$, $a_x = 0$, $v_{x0} = 16.0$ m/s:

$$x = v_{x0}t = (16.0\,\mathrm{m/s})(2.45\,\mathrm{s}) = 39.2\,\mathrm{m}.$$

d) En el punto más alto no existe componente vertical de la velocidad. Sólo existe el componente horizontal (que permanece constante a lo largo del vuelo), de modo que $v = v_{x0} = v_0 \cos 37.0° = 16.0$ m/s.

e) El vector aceleración es el mismo en el punto más alto que a lo largo del vuelo, que es de 9.80 m/s^2 hacia abajo.

NOTA El balón de fútbol se consideró como si fuese una partícula, y se ignoró su rotación. También se ignoró la resistencia del aire, que es considerable en un balón de fútbol que se encuentra en rotación, así que los resultados no son muy precisos.

EJERCICIO D Dos bolas se lanzan en el aire en ángulos diferentes, pero cada una alcanza la misma altura. ¿Cuál bola permanece más tiempo en el aire: la que se lanzó en el ángulo más inclinado o la que se lanzó en el ángulo menos inclinado?

EJEMPLO CONCEPTUAL 3–6 **¿Dónde cae la manzana?** Una niña se sienta en posición erguida en un carrito que se mueve hacia la derecha con una rapidez constante, como se ilustra en la figura 3-23. La niña extiende la mano y lanza una manzana hacia arriba en línea recta (desde su propio punto de vista, figura 3-23*a*), mientras que el carrito continúa avanzando hacia delante con rapidez constante. Si se desprecia la resistencia del aire, ¿la manzana caerá *a*) atrás del carrito, *b*) en el carrito o *c*) enfrente del carrito?

RESPUESTA La niña lanza la manzana hacia arriba en línea recta desde su propio marco de referencia con una velocidad inicial $\vec{\mathbf{v}}_{y0}$ (figura 3-23*a*). Pero cuando alguien más con una posición fija en el suelo ve la escena, se da cuenta de que la manzana también tiene un componente horizontal inicial de velocidad igual a la rapidez del carrito, $\vec{\mathbf{v}}_{x0}$. Por tanto, para una persona en el suelo, la manzana seguirá la trayectoria de un proyectil como se muestra en la figura 3-23*b*. La manzana no experimenta aceleración horizontal, así que $\vec{\mathbf{v}}_{x0}$ permanecerá constante e igual a la rapidez del carrito. Conforme la manzana sigue su arco, el carrito estará directamente debajo de la manzana en todo momento porque ambos tienen la misma velocidad horizontal. Cuando la manzana baje, caerá justo en la mano extendida de la niña. La respuesta es *b*).

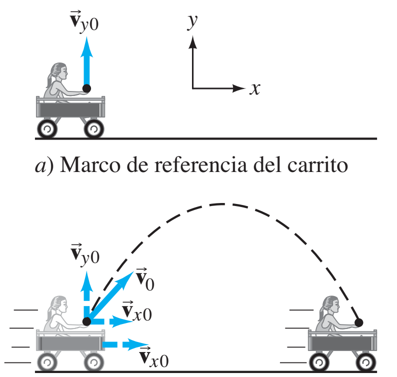


FIGURA 3–23 Ejemplo 3-6.

EJEMPLO CONCEPTUAL 3–7 **La estrategia equivocada.** Un niño que está en una pequeña colina apunta horizontalmente un juguete que lanza globos llenos de agua, justo hacia otro niño que está colgado de la rama de un árbol a una distancia d (figura 3-24). En el instante en el que se lanza el globo con agua, el segundo niño se suelta de la rama y cae del árbol, para esquivar el globo con agua. Demuestra si el niño hizo el movimiento equivocado. (Él no ha estudiado física todavía). Ignora la resistencia del aire.

RESPUESTA Tanto el globo con agua como el niño en el árbol comienzan a caer en el mismo instante, y en un tiempo t cada uno de ellos ha caído la misma distancia vertical $y = \frac{1}{2}gt^2$, como se observa la figura 3-19. En el tiempo que al globo con agua le toma recorrer la distancia horizontal d, el globo tendrá la misma posición y que el niño que cae. ¡Sorpresa! Si el niño hubiese permanecido en el árbol, habría evitado la humillación de ser mojado.

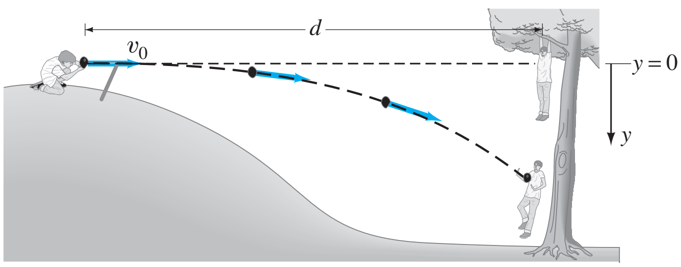
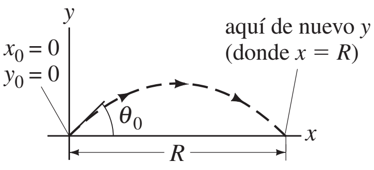


FIGURA 3–24 Ejemplo 3-7.

EJERCICIO E Un paquete se suelta desde un avión que vuela con velocidad constante paralelo al suelo. Si se ignora la resistencia del aire, el paquete *a*) caerá detrás del avión, *b*) permanecerá directamente debajo del avión hasta que golpee el suelo, *c*) se moverá hacia delante del avión, o *d*) todo depende de la rapidez del avión.

Rango horizontal de un proyectil

EJEMPLO 3–8 **Alcance en el nivel horizontal.** *a*) Deduzca una fórmula para el alcance horizontal R de un proyectil, en términos de su velocidad inicial v_0 y ángulo θ_0. El *alcance* horizontal se define como la distancia horizontal que el proyectil recorre antes de regresar a su altura original (que por lo general es el suelo); es decir, y (final) $= y_0$. Observe la figura 3-25*a*. *b*) Suponga que uno de los cañones de Napoleón tiene una velocidad de salida de la boca, v_0, de 60.0 m/s. ¿En qué ángulo se debe apuntar (ignora la resistencia del aire) para golpear un blanco ubicado a 320 m de distancia?



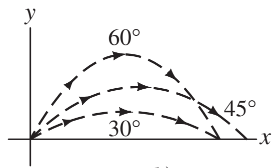


FIGURA 3–25 Ejemplo 3-8. *a*) El alcance R de un proyectil; *b*) por lo general existen dos ángulos θ_0 que darán el mismo alcance. ¿Puede demostrar que, si uno de los ángulos es θ_{01}, el otro es $\theta_{02} = 90° - \theta_{01}$?

PLANTEAMIENTO La situación es la misma que la del ejemplo 3-5, excepto que ahora no se proporcionan números en *a*). Trabajaremos algebraicamente las ecuaciones para obtener el resultado.

SOLUCIÓN *a*) Se establece $x_0 = 0$ y $y_0 = 0$ en $t = 0$. Después de que el proyectil recorre una distancia horizontal R, regresa al mismo nivel, y = 0, el punto final. Se elige el intervalo de tiempo que comienza ($t = 0$) justo después de que el proyectil es disparado y termina cuando regresa a la misma altura vertical. Para encontrar una expresión general para R, se establece tanto $y = 0$ como $y_0 = 0$ en la ecuación 2-11b para el movimiento vertical, con lo que se obtiene

$$y = y_0 + v_{y0}t + \tfrac{1}{2}a_y t^2$$

de modo que

$$0 = 0 + v_{y0}t - \tfrac{1}{2}gt^2.$$

Se resuelve para t, lo que arroja dos soluciones: $t = 0$ y $t = 2v_{y0}/g$. La primera solución corresponde al instante inicial de proyección y la segunda es el tiempo cuando el proyectil regresa a $y = 0$. Entonces el alcance, R, será igual a x en el momento en que t tenga este valor, que se coloca en la ecuación 2-11b para el movimiento *horizontal* ($x = v_{x0}t$, con $x_0 = 0$). En consecuencia se tiene:

$$R = x = v_{x0}t = v_{x0}\left(\frac{2v_{y0}}{g}\right) = \frac{2v_{x0}v_{y0}}{g} = \frac{2v_0^2 \operatorname{sen}\theta_0 \cos\theta_0}{g} \qquad [y = y_0]$$

donde está escrito $v_{x0} = v_0 \cos\theta_0$ y $v_{y0} = v_0 \operatorname{sen}\theta_0$. Éste es el resultado que se buscaba. Mediante la identidad trigonométrica $2 \operatorname{sen}\theta \cos\theta = \operatorname{sen} 2\theta$ (apéndice A o interior de la cubierta posterior), se reescribe como:

Fórmula de alcance
[y (final) $= y_0$]

$$R = \frac{v_0^2 \operatorname{sen} 2\theta_0}{g}. \qquad [y = y_0]$$

Se observa que el rango máximo, para una velocidad inicial dada v_0, se obtiene cuando sen 2θ toma su valor máximo de 1.0, lo que ocurre para $2\theta_0 = 90°$, de modo que

$$\theta_0 = 45° \text{ para el alcance máximo, y } R_{\text{máx}} = v_0^2/g.$$

[Cuando la resistencia del aire es importante, el alcance es menor para una v_0 dada, y el alcance máximo se obtiene en un ángulo más pequeño que 45°].

NOTA El alcance máximo aumenta por el cuadrado de v_0, así que al duplicar la velocidad de salida de la boca de un cañón aumentará su alcance máximo por un factor de 4.

b) Se coloca $R = 320$ m en la ecuación que se acaba de obtener y (suponiendo de manera irreal que no hay resistencia del aire) se resuelve para encontrar

$$\operatorname{sen} 2\theta_0 = \frac{Rg}{v_0^2} = \frac{(320\,\text{m})(9.80\,\text{m/s}^2)}{(60.0\,\text{m/s})^2} = 0.871.$$

Se requiere resolver para un ángulo θ_0 que esté entre 0° y 90°, lo que significa que $2\theta_0$ en esta ecuación puede ser tan grande como 180°. Por tanto, $2\theta_0 = 60.6°$ es una solución, pero $2\theta_0 = 180° - 60.6° = 119.4°$ también es una solución (apéndice A-7). En general, habrá dos soluciones (figura 3-25*b*), que en el caso presente están dadas por

$$\theta_0 = 30.3° \quad \text{o} \quad 59.7°.$$

Cualquier ángulo brinda el mismo alcance. Sólo cuando sen $2\theta_0 = 1$ (de modo que $\theta_0 = 45°$) existe una sola solución (esto es, ambas soluciones son la misma).

Ejemplo adicional: ligeramente más complicado, pero divertido

EJEMPLO 3–9 **Una patada de despeje.** Suponga que al balón de fútbol del ejemplo 3-5 se le dio una patada de despeje y que el pie del jugador quedó a una altura de 1.00 m sobre el suelo. ¿Qué distancia viajó el balón de fútbol antes de golpear el suelo? Establece $x_0 = 0$, $y_0 = 0$.

FÍSICA APLICADA
Deportes

PLANTEAMIENTO De nuevo, se tratan por separado los movimientos x y y. Pero no es conveniente emplear la fórmula de alcance del ejemplo 3-8 porque ésta sólo es válida si y (final) $= y_0$, lo que aquí no es el caso. Ahora tenemos $y_0 = 0$, y el balón de fútbol golpea el suelo donde $y = -1.00$ m (figura 3-26). Se elige el intervalo de tiempo que comienza cuando el balón pierde contacto con el pie ($t = 0$, $y_0 = 0$, $x_0 = 0$) y termina justo antes de que el balón golpee el suelo ($y = -1.00$ m). A partir de la ecuación 2-11b, $x = v_{x0}t$, se obtiene x, pues se sabe que $v_{x0} = 16.0$ m/s, de acuerdo con el ejemplo 3-5. Pero primero hay que encontrar t, el tiempo en que el balón golpea el suelo, que se obtiene a partir del movimiento y.

RESOLUCIÓN DE PROBLEMAS
No utilice una fórmula a menos que estés seguro de que su alcance de validez encaja con el problema. La fórmula de alcance no se aplica aquí porque $y \neq y_0$.

SOLUCIÓN Con $y = -1.00$ m y $v_{y0} = 12.0$ m/s (ejemplo 3-5), se utiliza la ecuación

$$y = y_0 + v_{y0}t - \tfrac{1}{2}gt^2,$$

y se obtiene

$$-1.00\,\text{m} = 0 + (12.0\,\text{m/s})t - (4.90\,\text{m/s}^2)t^2.$$

Se reordena esta ecuación en la forma estándar de modo que pueda utilizarse la fórmula cuadrática (apéndice A-4; también ejemplo 2-15):

$$(4.90\,\text{m/s}^2)t^2 - (12.0\,\text{m/s})t - (1.00\,\text{m}) = 0.$$

Al emplear la fórmula cuadrática se obtiene

$$t = \frac{12.0\,\text{m/s} \pm \sqrt{(12.0\,\text{m/s})^2 - 4(4.90\,\text{m/s}^2)(-1.00\,\text{m})}}{2(4.90\,\text{m/s}^2)}$$
$$= 2.53\,\text{s} \quad \text{or} \quad -0.081\,\text{s}.$$

La segunda solución correspondería a un tiempo previo a la patada, de modo que no se aplica. Con $t = 2.53$ s para el tiempo en que el balón toca el suelo, la distancia horizontal que el balón recorre es (utilizando $v_{x0} = 16.0$ m/s, a partir del ejemplo 3-5):

$$x = v_{x0}t = (16.0\,\text{m/s})(2.53\,\text{s}) = 40.5\,\text{m}.$$

La suposición en el ejemplo 3-5 de que el balón pierde contacto con el pie al nivel del suelo da como resultado una subestimación de aproximadamente 1.3 m en la distancia recorrida.

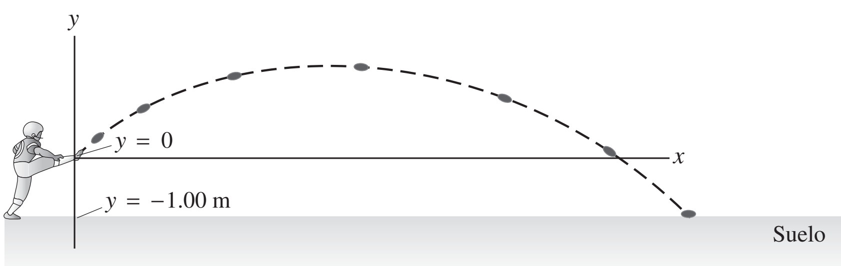


FIGURA 3–26 Ejemplo 3-9: el balón de fútbol pierde contacto con el pie del jugador en $y = 0$, y alcanza el suelo donde $y = -1.00$ m.

a)

b)

c)

FIGURA 3–27 Ejemplos de movimiento de proyectiles: chispas (pequeñas piezas de metal caliente que brillan), agua y fuegos artificiales. Todos describen la característica trayectoria parabólica del movimiento de proyectiles, aunque es posible ver que los efectos de la resistencia del aire alteran la ruta de algunas trayectorias.

* 3–7 El movimiento de proyectiles es parabólico

Ahora se verá que la trayectoria seguida por cualquier proyectil es una parábola, si se ignora la resistencia del aire y se supone que $\vec{\mathbf{g}}$ es constante. Para mostrar esto, es necesario encontrar y como función de x eliminando t entre las dos ecuaciones para movimiento horizontal y vertical (ecuación 2-11b), y establecer $x_0 = y_0 = 0$:

$$x = v_{x0}t$$
$$y = v_{y0}t - \tfrac{1}{2}gt^2.$$

A partir de la primera ecuación se tiene $t = x/v_{x0}$, que se sustituye en la segunda para obtener

$$y = \left(\frac{v_{y0}}{v_{x0}}\right)x - \left(\frac{g}{2v_{x0}^2}\right)x^2.$$

Si se escribe $v_{x0} = v_0 \cos\theta_0$ y $v_{y0} = v_0 \operatorname{sen}\theta_0$, también puede escribirse

$$y = (\tan\theta_0)x - \left(\frac{g}{2v_0^2\cos^2\theta_0}\right)x^2.$$

En cualquier caso, se observa que y como función de x tiene la forma

$$y = Ax - Bx^2,$$

donde A y B son constantes para cualquier movimiento de proyectil específico. Ésta es la bien conocida ecuación para una parábola (figuras 3-17 y 3-27).

En la época de Galileo, la idea de que el movimiento de proyectiles era parabólico estuvo en la vanguardia de la investigación física. En la actualidad, ¡se le estudia en el capítulo 3 de introducción a la física!

* 3–8 Velocidad relativa

Ahora consideraremos cómo se relacionan entre sí las observaciones realizadas en diferentes marcos de referencia. Por ejemplo, consideremos dos trenes que se aproximan uno hacia el otro, cada uno con una rapidez constante de 80 km/h con respecto a la Tierra. Los observadores situados junto a las vías medirán una rapidez de 80 km/h para cada tren. Los observadores a bordo de cualquiera de los trenes (que tienen un marco de referencia diferente) medirán una rapidez de 160 km/h para el otro tren que se aproxima hacia ellos.

De manera similar, cuando un automóvil que viaja a 90 km/h rebasa a un segundo automóvil que viaja en la misma dirección a 75 km/h, el primer automóvil tiene una rapidez relativa al segundo automóvil de 90 km/h – 75 km/h = 15 km/h.

Cuando las velocidades están a lo largo de la misma línea, una simple suma o resta es suficiente para obtener la velocidad relativa. Pero si no están a lo largo de la misma línea, debe recurrirse a la suma vectorial. Recuerde que, como se mencionó en la sección 2-1, cuando se especifica una velocidad, es importante precisar cuál es el marco de referencia.

➥ RESOLUCIÓN DE PROBLEMAS

Subíndices para suma de velocidades: primer subíndice, para el objeto; segundo subíndice, para el marco de referencia.

Cuando se determina la velocidad relativa, es frecuente cometer un error si se suman o restan las velocidades equivocadas. Por esa razón, es conveniente dibujar un diagrama y hacer un cuidadoso proceso de etiquetado. Cada velocidad se etiqueta mediante *dos subíndices: el primero se refiere al objeto y el segundo al marco de referencia en el que tiene esta velocidad.* Por ejemplo, suponga que un bote cruza un río hacia el lado opuesto, como se muestra en la figura 3-28. Sea $\vec{\mathbf{v}}_{BA}$ la velocidad del **B**ote con respecto al **A**gua. (Ésta también sería la velocidad del bote relativa a la orilla si el agua estuviese en calma). De manera similar, $\vec{\mathbf{v}}_{BO}$ es la velocidad del **B**ote con respecto a la **O**rilla, y $\vec{\mathbf{v}}_{AO}$ es la es la velocidad del **A**gua con respecto a la **O**rilla (ésta es la corriente del río). Nota que $\vec{\mathbf{v}}_{BA}$ es lo que produce el motor del bote (contra el agua), mientras que $\vec{\mathbf{v}}_{BO}$ es igual a $\vec{\mathbf{v}}_{BA}$ más el efecto de la corriente, $\vec{\mathbf{v}}_{AO}$. En consecuencia, la velocidad del bote relativa a la orilla es (vea el diagrama vectorial, figura 3-28)

$$\vec{\mathbf{v}}_{BO} = \vec{\mathbf{v}}_{BA} + \vec{\mathbf{v}}_{AO}. \qquad (3–6)$$

Sigue los subíndices

Al escribir los subíndices usando esta convención, se observa que los subíndices interiores (las dos A) en el lado derecho de la ecuación 3-6 son los mismos, mientras que los subíndices exteriores a la derecha de la ecuación 3-6 (la B y la O) son los mismos que los dos subíndices para el vector suma a la izquierda, $\vec{\mathbf{v}}_{BO}$. Si se sigue esta convención (el primer subíndice para el objeto, el segundo para el marco de referencia), uno puede escribir la ecuación correcta que relaciona las velocidades en diferentes marcos de referencia.† La ecuación 3-6 es válida en general y se puede extender a tres o más velocidades. Por ejemplo, si un pescador en el bote camina con una velocidad $\vec{\mathbf{v}}_{PB}$ relativa al bote, su velocidad relativa a la orilla es $\vec{\mathbf{v}}_{PO} = \vec{\mathbf{v}}_{PB} + \vec{\mathbf{v}}_{BA} + \vec{\mathbf{v}}_{AO}$. Las ecuaciones que incluyen velocidad relativa serán correctas cuando los subíndices internos adyacentes sean idénticos y cuando los exteriores correspondan exactamente a los dos que se encuentran en la velocidad a la izquierda de la ecuación. Pero esto sólo funciona con los signos más (a la derecha), no con signos menos.

Con frecuencia es útil recordar que, para dos objetos o marcos de referencia cualesquiera, A y B, la velocidad de A relativa a B tiene la misma magnitud, pero dirección opuesta, que la velocidad de B relativa a A:

$$\vec{\mathbf{v}}_{BA} = -\vec{\mathbf{v}}_{AB}. \qquad (3–7)$$

Por ejemplo, si un tren viaja a 100 km/h en relación con la Tierra en cierta dirección, a un observador a bordo del tren le parece que los objetos sobre el terreno (como los árboles) están viajando a 100 km/h en la dirección opuesta.

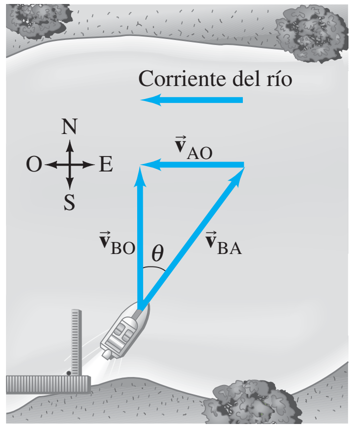


FIGURA 3–28 Para moverse directamente a través del río, el bote debe dirigirse corriente arriba en un ángulo θ. Los vectores velocidad se indican como flechas:

$\vec{\mathbf{v}}_{BO}$ = velocidad del **B**ote con respecto a la **O**rilla.

$\vec{\mathbf{v}}_{BA}$ = velocidad del **B**ote con respecto al **A**gua.

$\vec{\mathbf{v}}_{AO}$ = velocidad del **A**gua con respecto a la **O**rilla (corriente del río).

EJEMPLO CONCEPTUAL 3–10 **Cómo cruzar un río.** Un hombre en un pequeño bote de motor intenta cruzar un río que fluye hacia el oeste con una fuerte corriente. El hombre parte desde la orilla sur e intenta alcanzar el extremo opuesto localizado directamente al norte de su punto de partida. ¿Deberá *a*) dirigirse hacia el norte, *b*) dirigirse hacia el oeste, *c*) dirigirse en una dirección hacia el noroeste, *d*) dirigirse en una dirección hacia el noreste?

RESPUESTA Si el hombre se dirige en línea recta a través del río, la corriente arrastrará al bote corriente abajo (es decir, hacia el oeste). Para superar la corriente del río hacia el oeste, el bote debe adquirir un componente de velocidad hacia el este, así como un componente hacia el norte. Por tanto, el bote debe *d*) dirigirse en una dirección hacia el noreste (figura 3-28). El ángulo real depende de la intensidad de la corriente y de cuán rápido se mueve el bote en relación con el agua. Si la corriente es débil y el motor es fuerte, entonces el bote se dirige casi, pero no demasiado, hacia el norte.

EJEMPLO 3–11 **Dirigirse corriente arriba.** La rapidez de un bote en aguas tranquilas es $v_{BA} = 1.85$ m/s. Si el bote viaja directamente a través del río, cuya corriente tiene una rapidez, $v_{AO} = 1.20$ m/s, ¿en qué ángulo corriente arriba debe dirigirse el bote? (figura 3-29).

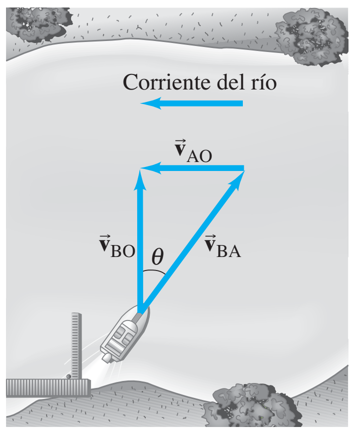
PLANTEAMIENTO Se sigue un razonamiento como el del ejemplo 3-10 y se usarán los subíndices como en la ecuación 3-6. La figura 3-29 se dibujó con $\vec{\mathbf{v}}_{BO}$, la velocidad del **B**ote relativa a la **O**rilla, apuntando directamente a través del río, pues así es como se supone que se mueve el bote. (Nota que $\vec{\mathbf{v}}_{BO} = \vec{\mathbf{v}}_{BA} + \vec{\mathbf{v}}_{AO}$.) Para lograr esto, el bote necesita dirigirse corriente arriba para superar la corriente que lo empuja corriente abajo.

SOLUCIÓN El vector $\vec{\mathbf{v}}_{BA}$ apunta corriente arriba en un ángulo θ, como se muestra. A partir del diagrama,

$$\operatorname{sen}\theta = \frac{v_{AO}}{v_{BA}} = \frac{1.20\ \mathrm{m/s}}{1.85\ \mathrm{m/s}} = 0.6486.$$

Por tanto, $\theta = 40.4°$, de modo que el bote debe dirigirse corriente arriba en un ángulo de 40.4°.

FIGURA 3–29 Ejemplo 3-11.



† Por tanto, por inspección se sabría que (por ejemplo) la ecuación $\vec{\mathbf{v}}_{BA} = \vec{\mathbf{v}}_{BO} + \vec{\mathbf{v}}_{AO}$ está equivocada: los subíndices interiores no son los mismos, y los exteriores a la derecha no son iguales a los subíndices de la izquierda.

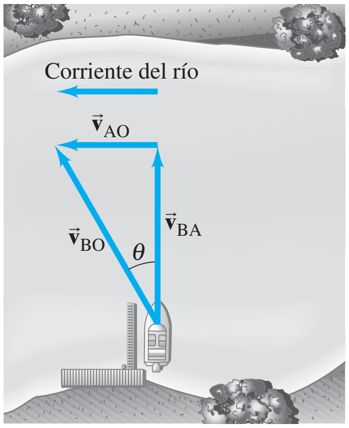


FIGURA 3–30 Ejemplo 3-12. Un bote que se dirige directamente a través de un río cuya corriente se mueve a 1.20 m/s.

EJEMPLO 3–12 **Dirigirse a través del río.** El mismo bote ($v_{BA} = 1.85$ m/s) ahora transita directamente a través del río cuya corriente todavía es de 1.20 m/s. *a*) ¿Cuál es la velocidad (magnitud y dirección) del bote relativa a la orilla? *b*) Si el río tiene 110 m de ancho, ¿cuánto tiempo le tomará cruzar y cuán lejos corriente abajo estará para entonces?

PLANTEAMIENTO Ahora el bote transita directamente a través del río y es jalado corriente abajo por el agua, como se aprecia en la figura 3-30. La velocidad del bote con respecto a la orilla, $\vec{\mathbf{v}}_{BO}$, es la suma de su velocidad con respecto al agua, $\vec{\mathbf{v}}_{BA}$, más la velocidad del agua con respecto a la orilla, $\vec{\mathbf{v}}_{AO}$:

$$\vec{\mathbf{v}}_{BO} = \vec{\mathbf{v}}_{BA} + \vec{\mathbf{v}}_{AO},$$

tal como antes.

SOLUCIÓN *a*) Dado que $\vec{\mathbf{v}}_{BA}$ es perpendicular a $\vec{\mathbf{v}}_{AO}$, v_{BO} se obtiene mediante el teorema de Pitágoras:

$$v_{BO} = \sqrt{v_{BA}^2 + v_{AO}^2} = \sqrt{(1.85\,\text{m/s})^2 + (1.20\,\text{m/s})^2} = 2.21\,\text{m/s}.$$

El ángulo (nota cómo se define θ en el diagrama) se obtiene a partir de:

$$\tan\theta = v_{AO}/v_{BA} = (1.20\,\text{m/s})/(1.85\,\text{m/s}) = 0.6486.$$

Una calculadora con la tecla INV TAN, ARC TAN o TAN^{-1} da como resultado $\theta = \tan^{-1}(0.6486) = 33.0°$. Advierte que este ángulo no es igual al ángulo calculado en el ejemplo 3-11.

b) El tiempo de recorrido para el bote está determinado por el tiempo que le toma cruzar el río. Dado el ancho del río $D = 110$ m, es posible utilizar el componente de velocidad en la dirección de D, $v_{BA} = D/t$. Al resolver para t, se obtiene $t = 110$ m/1.85 m/s $= 60$ s. En este tiempo, el bote habrá sido arrastrado corriente abajo una distancia

$$d = v_{AO}t = (1.20\,\text{m/s})(60\,\text{s}) = 72\,\text{m}.$$

NOTA En este ejemplo no existe aceleración, así que el movimiento sólo implica velocidades constantes (del bote o del río).

Resumen

Una cantidad como la velocidad, que tiene tanto magnitud como dirección, se llama **vector**. Una cantidad como la masa, que sólo tiene una magnitud, se llama **escalar**.

La suma de vectores se puede realizar gráficamente colocando el origen de cada flecha sucesiva en la punta de la anterior. La suma, o **vector resultante**, es la flecha dibujada desde el origen del primer vector hasta la punta del último vector. También se pueden sumar dos vectores mediante el método del paralelogramo.

Los vectores se suman con más precisión si se suman sus **componentes** a lo largo de los ejes elegidos con la ayuda de las funciones trigonométricas. Un vector de magnitud V que forma un ángulo θ con el eje x tiene componentes

$$V_x = V\cos\theta, \qquad V_y = V\,\text{sen}\,\theta. \qquad \textbf{(3–3)}$$

Dados los componentes, es posible encontrar la magnitud y la dirección de un vector a partir de

$$V = \sqrt{V_x^2 + V_y^2}, \qquad \tan\theta = \frac{V_y}{V_x}. \qquad \textbf{(3–4)}$$

El **movimiento de proyectil** es el movimiento de un objeto en un arco cerca de la superficie de la Tierra bajo el efecto de la gravedad. Es posible analizarlo como dos movimientos separados si se ignora la resistencia del aire. El componente horizontal del movimiento es a velocidad constante, mientras que el componente vertical es en aceleración constante, $\vec{\mathbf{g}}$, tal como para un cuerpo que cae verticalmente bajo la acción de la gravedad.

[*La velocidad de un objeto relativa a un marco de referencia se encuentra mediante suma vectorial si se conocen su velocidad relativa a un segundo marco de referencia y la **velocidad relativa** de los dos marcos de referencia].

Preguntas

1. Un automóvil viaja hacia el este a 40 km/h, y un segundo auto viaja hacia el norte a 40 km/h. ¿Sus velocidades son iguales? Explique su respuesta.
2. ¿Puede dar varios ejemplos del movimiento de un objeto en los que se recorra una gran distancia pero en los que el desplazamiento sea cero?
3. ¿El vector desplazamiento para una partícula que se mueve en dos dimensiones alguna vez puede ser más grande que la longitud de la trayectoria recorrida por la partícula durante el mismo intervalo de tiempo? ¿Alguna vez puede ser menor? Discuta las respuestas.
4. Durante la práctica de béisbol, un jugador batea una bola muy alta y luego corre en línea recta y la atrapa. ¿Quién tiene el mayor desplazamiento: el bateador o la bola?
5. Si $\vec{\mathbf{V}} = \vec{\mathbf{V}}_1 + \vec{\mathbf{V}}_2$, ¿$V$ necesariamente es mayor que V_1 y/o V_2? Discuta la respuesta.
6. Dos vectores tienen longitudes $V_1 = 3.5$ km y $V_2 = 4.0$ km. ¿Cuáles son las magnitudes máxima y mínima de su suma vectorial?
7. ¿La suma de dos vectores de distinta magnitud puede dar el vector cero? ¿Podría suceder eso con *tres* vectores distintos? ¿En qué condiciones?
8. ¿La magnitud de un vector alguna vez puede *a*) ser igual a uno de sus componentes, o *b*) ser menor que uno de sus componentes?
9. ¿Una partícula con rapidez constante puede estar acelerando? ¿Y si tiene velocidad constante?
10. Un niño quiere determinar la rapidez que una resortera imparte a una piedra. ¿Cómo puede hacer esto si sólo utiliza una cinta métrica, una piedra y la resortera?
11. ¡Durante la Primera Guerra Mundial se reportó que un piloto que volaba a una altitud de 2 km atrapó a mano limpia una bala que había sido disparada al avión! Con base en el hecho de que una bala frena considerablemente por la resistencia del aire, explique cómo ocurrió este incidente.
12. En algunos parques de diversiones, para montar un carro en movimiento, las personas deben saltar primero en una especie de banda transportadora y luego a los carros mismos. ¿Por qué se hace esto?
13. Si usted está en un tren que adelanta a otro que se mueve en la misma dirección en una vía contigua, pareciera que el otro tren se mueve hacia atrás. ¿Por qué?
14. Si usted está de pie, sin moverse, debajo de un paraguas durante una lluvia en la que las gotas caen verticalmente, permanece relativamente seco. Sin embargo, si corre, la lluvia comienza a mojarle las piernas incluso si las mantiene bajo el paraguas. ¿Por qué?
15. Una persona sentada en un vagón cerrado, que se mueve a velocidad constante, lanza una bola recta hacia arriba en el aire en su marco de referencia. *a*) ¿Dónde cae la bola? ¿Cuál es su respuesta si el vagón *b*) acelera, *c*) desacelera, *d*) toma una curva, *e*) se mueve con velocidad constante pero está abierto al aire?
16. Dos remeros, que reman con la misma rapidez en agua tranquila, parten a través de un río al mismo tiempo. Uno se dirige justo a través del río y es jalado un poco corriente abajo por el agua. El otro se dirige corriente arriba en un ángulo de modo que llega a un punto opuesto al punto de partida. ¿Cuál remero alcanza primero el lado opuesto?
17. ¿Cómo cree que un jugador de béisbol "juzga" el vuelo de una bola elevada? ¿Cuál ecuación de este capítulo se vuelve parte de la intuición del jugador?
18. En arquería, ¿hay que apuntar la flecha directamente hacia el blanco? ¿Cómo dependería su ángulo de mira de la distancia hacia el blanco?
19. Un proyectil se dispara en un ángulo de 30° con respecto a la horizontal, con una rapidez de 30 m/s. ¿Cómo se compara el componente horizontal de su velocidad 1.0 s después del lanzamiento con su componente horizontal de velocidad 2.0 s después del lanzamiento?
20. Dos balas de cañón, A y B, se disparan desde el suelo con idéntica rapidez inicial, pero con θ_A más grande que θ_B. *a*) ¿Cuál bala de cañón alcanza una mayor elevación? *b*) ¿Cuál permanece más tiempo en el aire? *c*) ¿Cuál viaja más lejos?

Problemas

De 3-2 a 3-4 Suma de vectores

1. (I) Un automóvil es conducido 215 km al oeste y luego 85 km al suroeste. ¿Cuál es el desplazamiento del automóvil desde el punto de origen (magnitud y dirección)? Dibuje un diagrama.
2. (I) Un camión de reparto recorre 18 manzanas hacia el norte, 10 manzanas hacia el este y 16 hacia el sur. ¿Cuál es su desplazamiento final desde el origen? Se supone que las manzanas tienen igual longitud.
3. (I) Demuestre que el vector etiquetado "incorrecto" en la figura 3-6*c* es en realidad la diferencia de dos vectores. ¿Se trata de $\vec{\mathbf{V}}_2 - \vec{\mathbf{V}}_1$ o $\vec{\mathbf{V}}_1 - \vec{\mathbf{V}}_2$?
4. (I) Si $V_x = 6.80$ unidades y $V_y = -7.40$ unidades, determine la magnitud y dirección de $\vec{\mathbf{V}}$.
5. (II) Determine gráficamente el resultante de los siguientes tres desplazamientos vectoriales: 1) 34 m, 25° al norte del este; 2) 48 m, 33° al este del norte; y 3) 22 m, 56° al oeste del sur.
6. (II) Los componentes de un vector $\vec{\mathbf{V}}$ se pueden escribir (V_x, V_y, V_z). ¿Cuáles son los componentes y la longitud de un vector que es la suma de dos vectores, $\vec{\mathbf{V}}_1$ y $\vec{\mathbf{V}}_2$, cuyos componentes son (8.0, −3.7, 0.0) y (3.9, −8.1, −4.4)?
7. (II) $\vec{\mathbf{V}}$ es un vector con 14.3 unidades de magnitud y apunta en un ángulo de 34.8° sobre el eje x negativo. *a*) Bosqueje este vector. *b*) Encuentre V_x y V_y. *c*) Usa V_x y V_y para obtener (de nuevo) la magnitud y dirección de $\vec{\mathbf{V}}$. [*Nota:* El inciso *c*) es una buena forma de comprobar si descompuso el vector correctamente].
8. (II) El vector $\vec{\mathbf{V}}_1$ tiene 6.6 unidades de longitud y apunta a lo largo del eje x negativo. El vector $\vec{\mathbf{V}}_2$ tiene 8.5 unidades de largo y apunta a +45° al eje x positivo. *a*) ¿Cuáles son los componentes x y y de cada vector? *b*) Determine la suma $\vec{\mathbf{V}}_1 + \vec{\mathbf{V}}_2$ (magnitud y ángulo).

9. (II) Un avión viaja a 735 km/h en una dirección a 41.5° al oeste del norte (figura 3-31). *a*) Encuentre los componentes del vector velocidad en las direcciones hacia el norte y hacia el oeste. *b*) Después de 3.00 h, ¿cuánto ha viajado el avión hacia el norte y hacia el oeste?

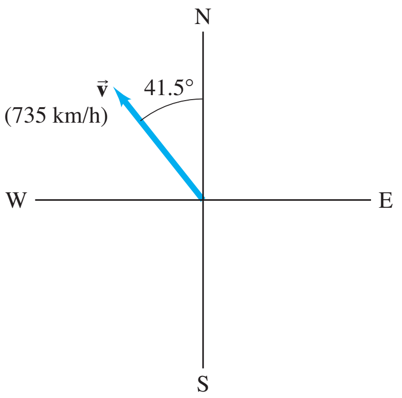


FIGURA 3–31 Problema 9.

10. (II) En la figura 3-32 se representan tres vectores. Sus magnitudes se proporcionan en unidades arbitrarias. Determine la suma de los tres vectores. Exprese el resultante en términos de *a*) componentes, *b*) magnitud y ángulo con el eje *x*.

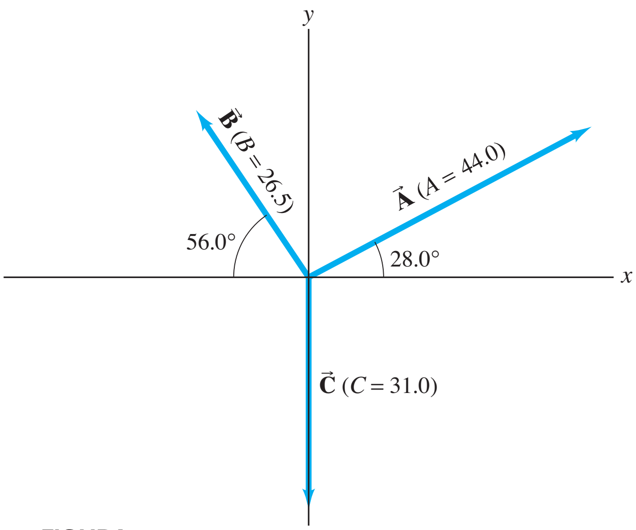


FIGURA 3–32 Problemas 10, 11, 12, 13 y 14. Las magnitudes de los vectores están en unidades arbitrarias.

11. (II) Determine el vector $\vec{\mathbf{A}} - \vec{\mathbf{C}}$, dados los vectores $\vec{\mathbf{A}}$ y $\vec{\mathbf{C}}$ de la figura 3-32.

12. (II) *a*) Dados los vectores $\vec{\mathbf{A}}$ y $\vec{\mathbf{B}}$ que se muestran en la figura 3-32, determine $\vec{\mathbf{B}} - \vec{\mathbf{A}}$. *b*) Determine $\vec{\mathbf{A}} - \vec{\mathbf{B}}$ sin usar su respuesta en *a*). Luego compare sus resultados y vea si son opuestos.

13. (II) Para los vectores dados en la figura 3-32, determine *a*) $\vec{\mathbf{A}} - \vec{\mathbf{B}} + \vec{\mathbf{C}}$, *b*) $\vec{\mathbf{A}} + \vec{\mathbf{B}} - \vec{\mathbf{C}}$ y *c*) $\vec{\mathbf{C}} - \vec{\mathbf{A}} - \vec{\mathbf{B}}$.

14. (II) Para los vectores que se muestran en la figura 3-32, determine *a*) $\vec{\mathbf{B}} - 2\vec{\mathbf{A}}$, *b*) $2\vec{\mathbf{A}} - 3\vec{\mathbf{B}} + 2\vec{\mathbf{C}}$.

15. (II) La cima de una montaña está a 2450 m sobre la base de un campamento; se hacen mediciones en un mapa y se determina que la cima está a 4 580 m horizontalmente desde el campamento, en una dirección de 32.4° al oeste del norte. ¿Cuáles son los componentes del vector desplazamiento desde el campamento hasta la cima? ¿Cuál es su magnitud? Elija el eje *x* hacia el este, el eje *y* hacia el norte y el eje *z* hacia arriba.

16. (II) Un vector se localiza en el plano *xy* y tiene una magnitud de 70.0 unidades y un componente *y* de −55.0 unidades. ¿Cuáles son las dos posibilidades para su componente *x*?

33-5 y 3-6 Movimiento de proyectiles (la resistencia del aire se considera despreciable)

17. (I) Un tigre salta horizontalmente desde una roca de 6.5 m de alto, con una rapidez de 3.5 m/s. ¿A qué distancia de la base de la roca caerá?

18. (I) Un clavadista que corre a 1.8 m/s salta horizontalmente desde el extremo de un risco vertical y 3.0 s después toca el agua. ¿Cuál es la altura del risco y a qué distancia de su base el clavadista golpea el agua?

19. (II) Una manguera contra incendios que se mantiene cerca del suelo lanza agua con una rapidez de 6.8 m/s. ¿En qué ángulo(s) se debe apuntar la boquilla con la finalidad de que el agua toque el suelo a 2.0 m de distancia (figura 3-33)? ¿Por qué existen dos ángulos diferentes? Bosqueje las dos trayectorias.

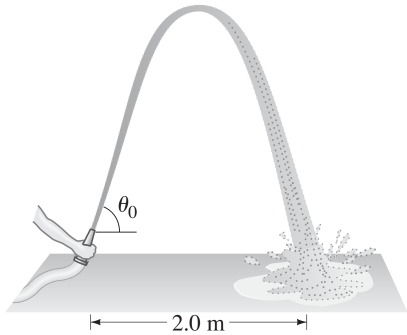


FIGURA 3–33 Problema 19.

20. (II) Romeo lanza suavemente guijarros a la ventana de Julieta, y quiere que los guijarros golpeen la ventana sólo con un componente horizontal de velocidad. Él está parado en el extremo de un jardín de rosas 4.5 m por debajo de la ventana y a 5.0 m de la base de la pared (figura 3-34). ¿Cuál es la rapidez de los guijarros cuando golpean la ventana?

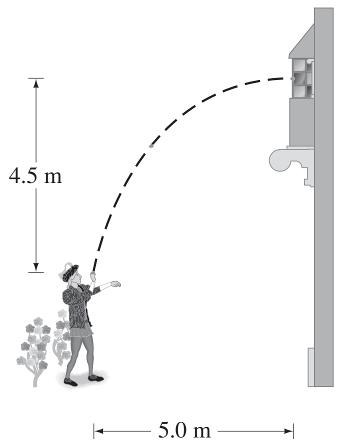


FIGURA 3–34 Problema 20.

21. (II) Una bola se lanza horizontalmente desde el techo de un edificio de 45.0 m de alto y toca el suelo a 24.0 m de la base. ¿Cuál fue la rapidez inicial de la bola?

22. (II) Un balón de fútbol es pateado a nivel del suelo con una rapidez de 18.0 m/s en un ángulo de 35.0° con respecto a la horizontal. ¿Cuánto tiempo después golpea el suelo?

23. (II) Una pelota que se lanza horizontalmente a 22.2 m/s desde el techo de un edificio toca el suelo a 36.0 m de la base del edificio. ¿Cuál es la altura del edificio?

24. (II) Un atleta que ejecuta un salto de longitud deja el suelo en un ángulo de 28.0° y recorre 7.80 m. *a*) ¿Cuál fue la rapidez de despegue? *b*) Si esta rapidez aumentara sólo en un 5%, ¿cuánto más largo sería el salto?

25. (II) Determine cuánto más lejos salta una persona en la Luna en comparación como lo haría en la Tierra, si la rapidez de despegue y el ángulo son los mismos. La aceleración de la gravedad en la Luna es un sexto de la que se registra en la Tierra.

26. (II) Un cazador apunta directamente a un blanco (al mismo nivel) a 75.0 m de distancia. *a*) Si la bala sale del arma con una rapidez de 180 m/s, ¿por cuánto perderá el blanco? *b*) ¿En qué ángulo se debe apuntar el arma de modo que dé en el blanco?

27. (II) El piloto de un avión que viaja a 180 km/h quiere soltar provisiones a las víctimas de una inundación que se encuentran aisladas en un terreno localizado 160 m por debajo del avión. ¿Cuántos segundos antes de que el avión esté justo sobre las víctimas deben soltarse las provisiones?

28. (II) Demuestre que la rapidez con la que un proyectil deja el suelo es igual a su rapidez justo antes de que golpee el suelo al final de su trayectoria. Se supone que el nivel de disparo es igual al nivel de aterrizaje.

29. (II) Suponga que la patada del ejemplo 3-5 se intenta a 36.0 m de los postes, cuyo travesaño se localiza a 3.00 m del suelo. Si el balón se dirige exactamente entre los postes, ¿pasará sobre la barra y será un gol de campo? Demuestre por qué sí o por qué no.

30. (II) Un proyectil es disparado con una rapidez inicial de 65.2 m/s en un ángulo de 34.5° sobre la horizontal a lo largo de un campo plano. Determine *a*) la altura máxima alcanzada por el proyectil, *b*) el tiempo total en el aire, *c*) la distancia horizontal total cubierta (esto es, el alcance) y *d*) la velocidad del proyectil 1.50 s después del disparo.

31. (II) Un proyectil se dispara desde el extremo de un risco a 125 m sobre el nivel del suelo, con una rapidez inicial de 65.0 m/s y un ángulo de 37.0° con respecto a la horizontal, como se muestra en la figura 3-35. *a*) Determine el tiempo que le toma al proyectil golpear el punto *P* al nivel del suelo. *b*) Determine el alcance o rango *X* del proyectil medido desde la base del risco. En el instante justo antes de que el proyectil golpea el punto *P*, encuentre *c*) los componentes horizontal y vertical de su velocidad, *d*) la magnitud de la velocidad y *e*) el ángulo formado por el vector velocidad con respecto a la horizontal. *f*) Encuentre la altura máxima, sobre lo alto del risco, que alcanza el proyectil.

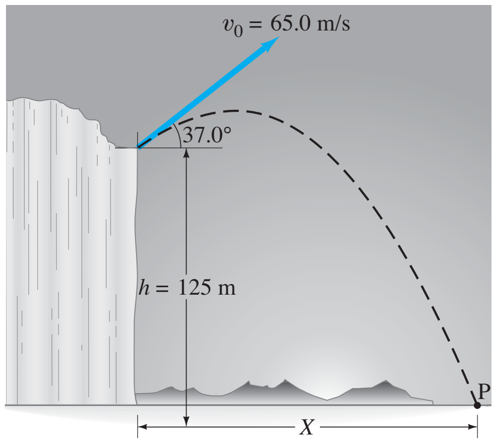


FIGURA 3–35 Problema 31.

32. (II) Un lanzador de bala hace un lanzamiento con una rapidez inicial de 15.5 m/s en un ángulo de 34.0° con respecto a la horizontal. Calcule la distancia horizontal recorrida por la bala, si ésta deja la mano del atleta a una altura de 2.20 m sobre el suelo.

33. (II) ¿A qué ángulo de proyección el rango de un proyectil será igual a su altura máxima?

34. (III) Vuelva a revisar el ejemplo conceptual 3-7 suponiendo que el niño con el juguete lanzador está *debajo* del niño en el árbol (figura 3-36) y así apunta *hacia arriba*, directamente al niño que está en el árbol. Demuestre que, de nuevo, el niño que está en el árbol hace el movimiento equivocado al dejarse caer en el momento en que el otro niño lanza el globo con agua.

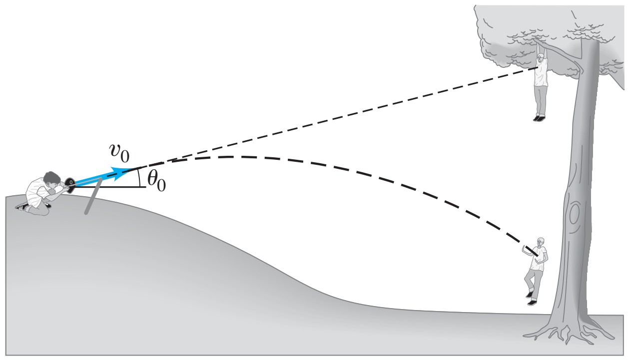


FIGURA 3–36 Problema 34.

35. (III) Un avión de rescate va a soltar provisiones a unos montañistas aislados en una colina rocosa que se encuentra a 235 m por debajo del avión. Si este último viaja horizontalmente con una rapidez de 250 km/h (69.4 m/s), *a*) ¿a qué distancia antes de los montañistas (distancia horizontal) se deben soltar los víveres (figura 3-37*a*)? *b*) En vez de ello, suponga que el avión libera las provisiones a una distancia horizontal de 425 m antes de los montañistas. ¿Qué velocidad vertical (arriba o abajo) se debe proporcionar a las provisiones de modo que lleguen precisamente a la posición de los escaladores (figura 3-37*b*)? *c*) En el último caso, ¿con qué rapidez aterrizan las provisiones?

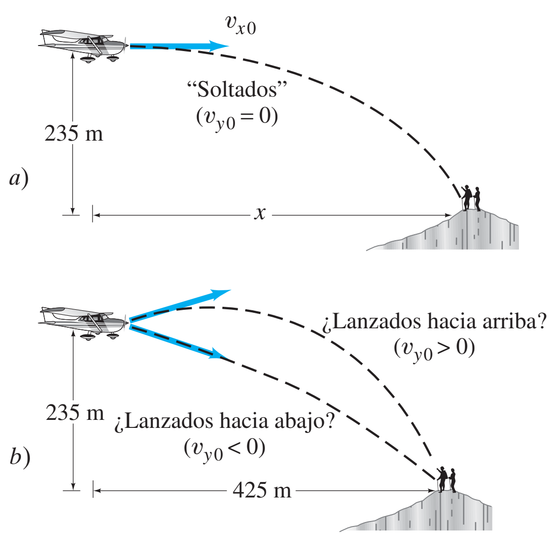


FIGURA 3–37 Problema 35.

* 3-8 Velocidad relativa

* **36.** (I) Una persona que sale a trotar en la mañana en la cubierta de un barco corre hacia la proa (frente) de la nave a 2.2 m/s mientras ésta se mueve hacia delante a 7.5 m/s. ¿Cuál es la velocidad del trotador relativa al agua? Más tarde, el trotador se mueve hacia la popa (atrás) del barco. ¿Ahora cuál es la velocidad del trotador relativa al agua?

* **37.** (II) Huck Finn camina con una rapidez de 0.60 m/s a través de su balsa (es decir, camina de forma perpendicular al movimiento de la balsa relativo a la orilla). La balsa viaja por el río Mississippi con una rapidez de 1.70 m/s relativa a la orilla del río (figura 3-38). ¿Cuál es la velocidad de Huck (rapidez y dirección) relativa a la orilla del río?

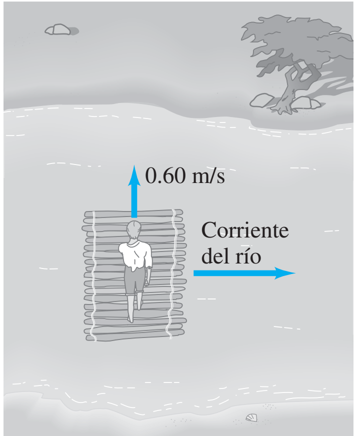


FIGURA 3–38 Problema 37.

* **38.** (II) Usted conduce hacia el sur en una autopista a 25 m/s (aproximadamente 55 mi/h) durante una tormenta de nieve. Al detenerse, nota que la nieve cae verticalmente, pero pasa la ventanilla del auto en movimiento en un ángulo de 30° con respecto a la horizontal. Estime la rapidez de los copos de nieve en relación con el automóvil y la rapidez relativa al suelo.

* **39.** (II) Un bote recorre 2.30 m/s por aguas tranquilas. *a*) Si el bote apunta la proa directamente a través de una corriente cuya rapidez es de 1.20 m/s, ¿cuál es la velocidad (magnitud y dirección) del bote relativa a la orilla? *b*) ¿Cuál será la posición del bote, relativa a su punto de origen, luego de 3.00 s? (figura 3-30).

* **40.** (II) Dos aviones se aproximan de frente uno hacia el otro. Cada uno tiene una rapidez de 785 km/h, y los pilotos se observan cuando sus aviones inicialmente están separados 11.0 km. ¿Cuánto tiempo tienen los pilotos para emprender una acción evasiva?

* **41.** (II) Un avión se dirige hacia el sur con una rapidez de 600 km/h. Si el viento comienza a soplar desde el suroeste con una rapidez de 100 km/h (promedio), calcule: *a*) la velocidad (magnitud y dirección) del avión relativa al suelo y *b*) a qué distancia de su posición pretendida estará después de 10 min si el piloto no toma una acción correctiva. [*Sugerencia:* Primero dibuje un diagrama].

* **42.** (II) ¿En qué dirección debe conducir el piloto al avión del problema 41 de modo que vuele hacia el sur?

* **43.** (II) En el ejemplo 3-11, determine la rapidez del bote con respecto a la orilla.

* **44.** (II) Un pasajero en un bote que se mueve a 1.50 m/s en un lago tranquilo sube unas escaleras voladas con una rapidez de 0.50 m/s (figura 3-39). Las escaleras tienen un ángulo de 45° que apunta en la dirección del movimiento, como se muestra. ¿Cuál es la velocidad del pasajero relativa al agua?

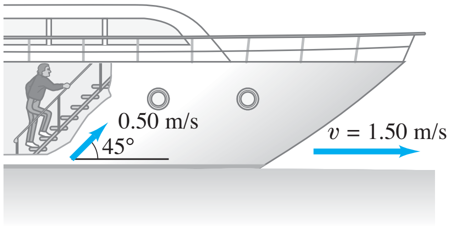


FIGURA 3–39 Problema 44.

* **45.** (II) Un bote de motor cuya rapidez en agua tranquila es de 2.60 m/s debe dirigirse corriente arriba en un ángulo de 28.5° (con respecto a una línea perpendicular a la orilla) para viajar directamente a través de la corriente? *a*) ¿Cuál es la rapidez de la corriente? *b*) ¿Cuál es la rapidez resultante del bote con respecto a la orilla? (figura 3-28).

* **46.** (II) Un bote, cuya rapidez en agua tranquila es de 1.70 m/s, debe cruzar un río de 260 m de ancho y llegar a un punto localizado a 110 m corriente arriba desde donde partió (figura 3-40). Para hacer esto, el piloto debe dirigir el bote en un ángulo de 45° corriente arriba. ¿Cuál es la rapidez de la corriente del río?

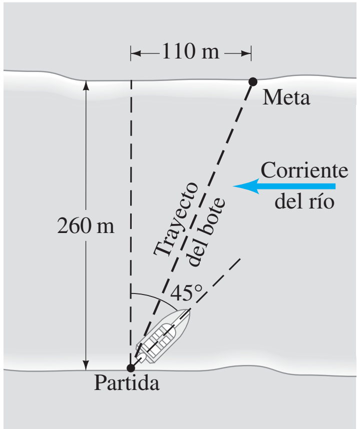


FIGURA 3–40 Problema 46.

* **47.** (II) Una nadadora es capaz de nadar a 0.45 m/s en agua tranquila. *a*) Si dirige su cuerpo directamente a través de un río de 75 m de ancho cuya corriente es de 0.40 m/s, ¿a qué distancia corriente abajo llegará (desde un punto opuesto a su punto de partida)? *b*) ¿Cuánto tiempo le tomará llegar al otro lado?

* **48.** (II) *a*) ¿En qué ángulo corriente arriba debe dirigir el cuerpo la nadadora del problema 47, si ha de llegar a un punto directamente a través de la corriente? *b*) ¿Cuánto tiempo le tomará?

* **49.** (III) Un avión viaja con una rapidez de 620 km/h; se supone que vuela en línea recta a 35.0° al norte del este. Pero un viento estable de 95 km/h sopla desde el norte. ¿En qué dirección va el avión?

* **50.** (III) Un vehículo de la policía sin identificación, que viaja a 95 km/h constantes, es rebasado por un conductor que viaja a 145 km/h. Precisamente 1.00 s después de que el otro conductor lo rebasa, el policía pisa el acelerador. Si la aceleración del auto de la policía es de 2.00 m/s^2, ¿cuánto tiempo transcurre desde que el auto de la policía es rebasado hasta que alcanza al infractor (se supone que éste se mueve a rapidez constante)?

* **51.** (III) Suponga que en el problema 50 no se conoce la rapidez del infractor. Si el vehículo de la policía acelera uniformemente como se establece líneas arriba, y alcanza al infractor luego de 7.00 s, ¿cuál fue la rapidez del infractor?

* **52.** (III) Dos automóviles se aproximan a una intersección en ángulos rectos uno con respecto al otro (figura 3-41). El automóvil 1 viaja con una rapidez relativa a la Tierra $v_{1E} = 35$ km/h, mientras que la rapidez del automóvil 2 es $v_{2E} = 55$ km/h. ¿Cuál es la velocidad relativa del automóvil 1 como la ve el conductor del automóvil 2? ¿Cuál es la velocidad del automóvil 2 relativa al automóvil 1?

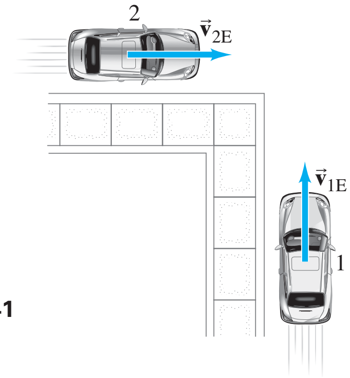


FIGURA 3–41 Problema 52.

Problemas generales

53. Guillermo Tell debe partir la manzana que se encuentra sobre la cabeza de su hijo desde una distancia de 27 m. Cuando Guillermo apunta directamente a la manzana, la flecha está horizontal. ¿A qué ángulo debe apuntarla para golpear la manzana, si la flecha viaja con una rapidez de 35 m/s?

54. Un plomero baja de su camión, camina 50 m al este y 25 m al sur, luego toma un elevador y baja 10 m hacia el sótano de un edificio donde hay una fuga. ¿Cuál es el desplazamiento del plomero relativo a su camión? Dé la respuesta en componentes, y también indique la magnitud y ángulos con el eje x en los planos vertical y horizontal. Se supone que x es este, y es norte y z es arriba.

55. En los caminos montañosos descendentes, en ocasiones se trazan rutas de escape a los lados del camino para los camiones a los que les fallan los frenos. Si se supone una pendiente ascendente constante de 32°, calcule los componentes horizontal y vertical de la aceleración de un camión que frena desde 120 km/h hasta el reposo en 6.0 s. Observe la figura 3-42.

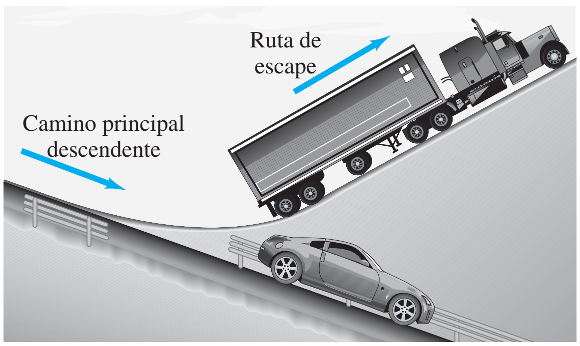


FIGURA 3–42 Problema 55.

56. ¿Cuál es el componente y de un vector (en el plano xy) cuya magnitud es 88.5 y cuyo componente x es 75.4? ¿Cuál es la dirección de este vector (ángulo que forma con respecto al eje x)?

57. Las gotas de lluvia forman un ángulo θ con respecto a la vertical cuando se ven a través de la ventanilla de un tren en movimiento (figura 3-43). Si la rapidez del tren es v_T, ¿cuál es la rapidez de las gotas de lluvia en el marco de referencia de la Tierra en el que se supone que caen verticalmente?

FIGURA 3–43 Problema 57.

58. Un avión ligero se dirige hacia el sur con una rapidez de 155 km/h relativa al aire en calma. Luego de 1.00 hora, el piloto nota que sólo ha cubierto 125 km y que su dirección no es hacia el sur sino hacia el sureste (45.0°). ¿Cuál es la velocidad del viento?

59. Un automóvil que se mueve a 95 km/h rebasa a un tren de 1.00 km de largo que viaja en la misma dirección sobre una vía paralela a la carretera. Si la rapidez del tren es de 75 km/h, ¿cuánto le toma al automóvil rebasar al tren y cuánto ha viajado en este tiempo? ¿Cuáles son los resultados si el automóvil y el tren viajan en direcciones opuestas?

60. Un atleta olímpico de salto de longitud es capaz de saltar 8.0 m. Si se supone que su rapidez horizontal es de 9.1 m/s cuando deja el suelo, ¿cuánto tiempo está en el aire y qué tan alto sube? Se supone que cae de pie, es decir, de la misma forma en que deja el suelo.

61. Los astronautas del *Apolo* llevan un "hierro nueve" a la Luna y ¡golpean una pelota de golf aproximadamente 180 m! Si se supone que el *swing*, el ángulo de lanzamiento, etcétera, son los mismos que en la Tierra, donde el mismo astronauta golpearía la pelota sólo 35 m, estima la aceleración debida a la gravedad en la superficie de la Luna. (Desprecie la resistencia del aire en ambos casos, ¡pues en la Luna no existe!).

62. Cuando Babe Ruth bateó un home run sobre la barda de 7.5 m de alto del jardín derecho, a 95 m de home, ¿cuál fue aproximadamente la rapidez mínima de la bola cuando dejó el bat? Suponga que la bola fue golpeada a 1.0 m sobre el suelo y que su trayectoria formó inicialmente un ángulo de 38° con respecto al suelo.

63. Los clavadistas de Acapulco se lanzan horizontalmente desde plataformas de roca localizadas aproximadamente a 35 m sobre el agua, pero deben librar las salientes rocosas al nivel del agua que se extienden 5.0 m desde la base del risco directamente bajo su punto de lanzamiento. Observe la figura 3-44. ¿Qué rapidez de lanzamiento mínima es necesaria para librar las rocas? ¿Cuánto tiempo están en el aire?

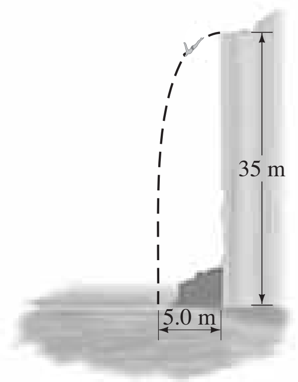
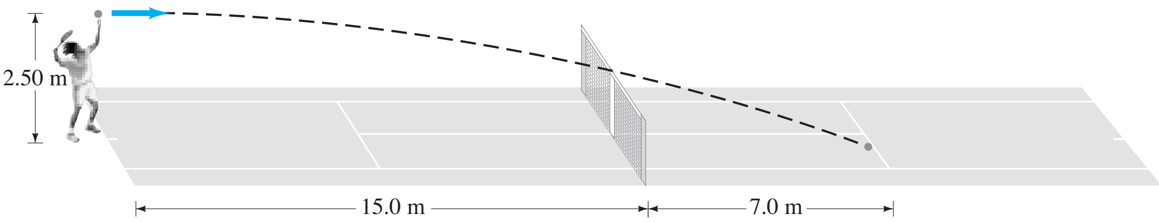


FIGURA 3–44 Problema 63.

64. Durante el servicio, un jugador de tenis apunta para golpear la pelota horizontalmente. ¿Qué rapidez mínima se requiere para que la pelota libre la red de 0.90 m de alto aproximadamente a 15.0 m del jugador, si la pelota es "lanzada" desde una altura de 2.50 m? ¿Dónde caerá la pelota si apenas libra la red (y el servicio será "bueno" si la pelota cae dentro de los 7.0 m a partir de la red)? ¿Cuánto tiempo estará en el aire? Observe la figura 3-45.

FIGURA 3–45 Problema 64.



65. Un espía, que vuela horizontalmente a 215 km/h constantes en un helicóptero ligero, quiere soltar documentos secretos en el automóvil abierto de su contacto, quien viaja a 155 km/h en una autopista localizada a 78.0 m por debajo del helicóptero. ¿En qué ángulo (con respecto a la horizontal) debe estar el auto en su campo visual cuando el paquete sea liberado (figura 3-46)?

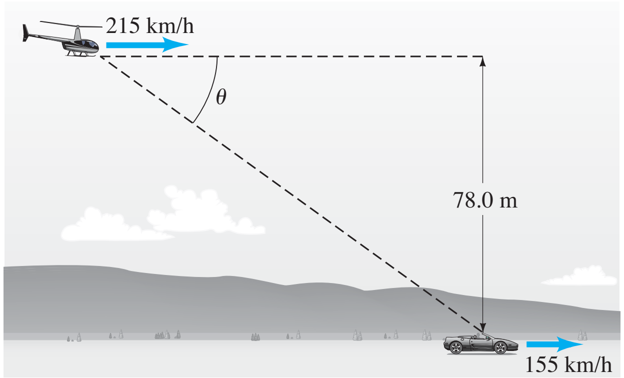


FIGURA 3–46 Problema 65.

66. La rapidez de un bote en agua tranquila es v. El bote habrá de realizar un viaje redondo en un río cuya corriente viaja con rapidez u. Deduzca una fórmula para determinar el tiempo necesario para hacer un viaje redondo de distancia total D si el bote realiza el viaje redondo moviéndose *a*) corriente arriba y de vuelta corriente abajo, *b*) directamente a través del río y de vuelta. Debemos suponer que $u < v$; ¿por qué?

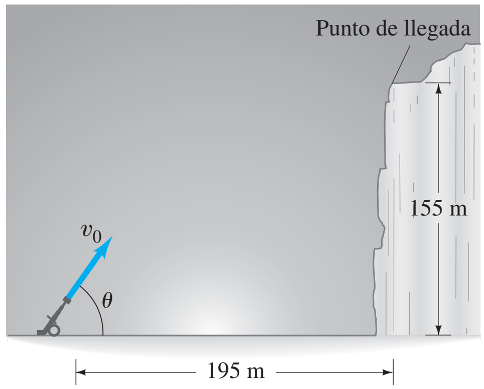


FIGURA 3–47 Problema 67.

67. Se lanza un proyectil desde el nivel del suelo hasta lo alto de un risco que está a 195 m de distancia y tiene 155 m de altura (figura 3-47). Si el proyectil llega a lo alto del risco 7.6 s después de que es disparado, encuentra la velocidad inicial del proyectil (magnitud y dirección). Desprecie la resistencia del aire.

68. *a*) Una esquiadora acelera hacia abajo por una colina de 30° a 1.80 m/s^2 (figura 3-48). ¿Cuál es el componente vertical de su aceleración? *b*) ¿Cuánto tiempo le tomará alcanzar el fondo de la colina, suponiendo que parte desde el reposo y acelera uniformemente, si el cambio en la elevación es de 335 m?

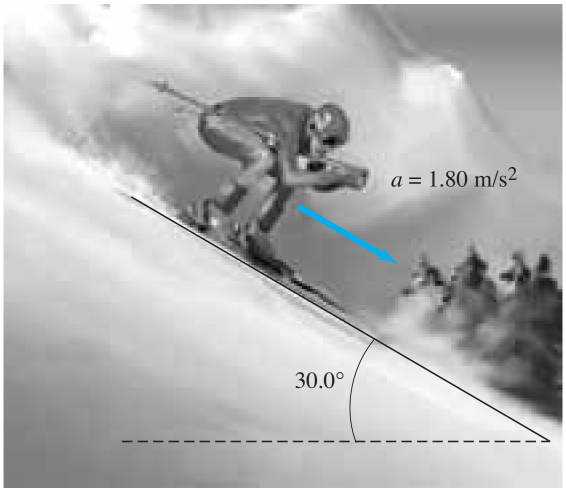


FIGURA 3–48 Problema 68.

69. Un balón de básquetbol pierde contacto con las manos de un jugador a una altura de 2.10 m sobre el piso. La canasta está a una altura de 2.60 m. Al jugador le gusta lanzar la pelota en un ángulo de 38.0°. Si el tiro se realiza desde una distancia horizontal de 11.00 m y debe ser preciso hasta ± 0.22 m (horizontalmente), ¿cuál es el rango de rapidez inicial permitida para hacer la canasta?

70. Una clavadista deja el extremo de un trampolín a 5.00 m de altura y golpea el agua 1.3 s después, 3.0 m más allá del final del trampolín. Si se considera a la clavadista como una partícula, determine: *a*) su velocidad inicial, $\vec{\mathbf{v}}_0$, *b*) la altura máxima alcanzada, y *c*) la velocidad $\vec{\mathbf{v}}_f$ con la que entra al agua.

71. Un doble de películas quiere hacer que su auto salte sobre ocho automóviles estacionados lado a lado debajo de una rampa horizontal (figura 3-49). *a*) ¿Con qué rapidez mínima debe dejar la rampa horizontal? La altura vertical de la rampa es de 1.5 m sobre los automóviles, y la distancia horizontal que debe librar es de 20 m. *b*) Si ahora la rampa se mueve hacia arriba, de modo que el "ángulo de despegue" es de 10° sobre la horizontal, ¿cuál es la nueva rapidez mínima?

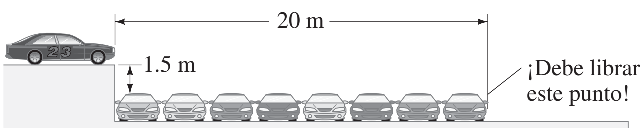


FIGURA 3–49 Problema 71.

72. Un beisbolista batea una bola elevada que deja el bat a 0.90 m sobre el suelo en un ángulo de 61°, con una rapidez inicial de 28 m/s con dirección hacia el jardín central. Ignore la resistencia del aire. *a*) ¿A qué distancia de home caería la bola si no se le atrapa? *b*) El jardinero central, para atrapar la bola, parte de una distancia de 105 m desde home, corre en línea recta hacia home con una rapidez constante y la atrapa al nivel del suelo. Determine su rapidez.

73. En $t = 0$, un jugador batea una pelota de béisbol con una rapidez inicial de 32 m/s a un ángulo de 55° con respecto a la horizontal. Un jardinero está a 85 m del bateador en $t = 0$ y, como se ve desde home, la línea de visión hacia el jardinero forma un ángulo horizontal de 22° con el plano en el que se mueve la bola (figura 3-50). ¿Qué rapidez y dirección debe tomar el jardinero para atrapar la bola a la misma altura desde la que fue bateada? Determine el ángulo con respecto a la línea de visión del jardinero hacia home.

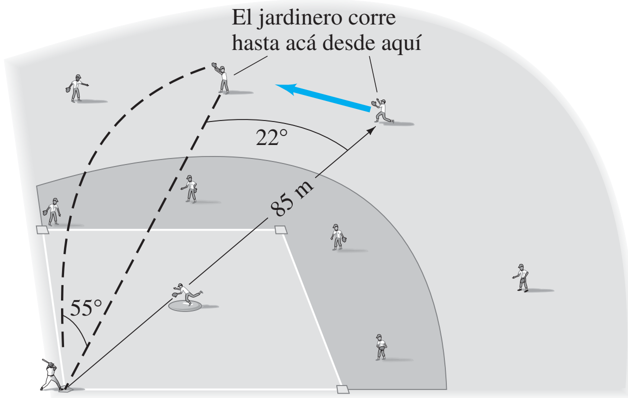


FIGURA 3–50 Problema 73.

74. Una bola se lanza desde lo alto de un edificio con una velocidad inicial de 18 m/s en un ángulo $\theta = 42°$ sobre la horizontal. *a*) ¿Cuáles son los componentes x y y de la velocidad inicial? *b*) Si un edificio cercano está a la misma altura y a 55 m de distancia, ¿a qué distancia por debajo de la parte superior de ese edificio golpeará la bola?

75. El lector compra una pistola de dardos de plástico y, como es un astuto estudiante de física, decide hacer un cálculo rápido para encontrar su alcance horizontal máximo. Dispara el arma en línea recta hacia arriba y al dardo le toma 4.0 s regresar al cañón. ¿Cuál es el alcance horizontal máximo de la pistola?

Respuestas a los ejercicios

A: Cuando los dos vectores D_1 y D_2 apuntan en la misma dirección.

B: $3\sqrt{2} = 4.24$.

C: Golpean al mismo tiempo.

D: Ambas bolas alcanzan la misma altura; por lo tanto, están en el aire durante la misma cantidad de tiempo.

E: (*b*).

Este avión está despegando. Acelera y su rapidez aumenta precipitadamente. Para hacer esto, sobre él se debe ejercer una fuerza, de acuerdo con la segunda ley de Newton, $\Sigma\vec{\mathbf{F}} = m\vec{\mathbf{a}}$. ¿Qué ejerce esta fuerza? Los dos motores a reacción de este avión ejercen una intensa fuerza sobre los gases que son expulsados hacia la parte trasera del avión (designada como $\vec{\mathbf{F}}_{GA}$). De acuerdo con la tercera ley de Newton, los gases expulsados ejercen una fuerza hacia adelante igual y opuesta sobre el avión. Esta fuerza de "reacción" ejercida sobre el **a**vión por los **g**ases, designada como $\vec{\mathbf{F}}_{AG}$, es la que lo acelera hacia delante.

CAPÍTULO 4

Dinámica: leyes del movimiento de Newton

FIGURA 4–1 Una fuerza ejercida sobre un carrito de supermercado; en este caso, la fuerza es ejercida por un niño.

Se ha estudiado cómo se describe el movimiento en términos de velocidad y aceleración. Ahora se abordará la pregunta de *por qué* los objetos se mueven como lo hacen: ¿Qué hace que un objeto en reposo comience a moverse? ¿Qué causa que un objeto acelere o desacelere? ¿Qué sucede cuando un objeto se mueve en un círculo? En cada caso es posible responder que se requiere de una fuerza. En este capítulo se investigará la conexión entre fuerza y movimiento, que es el tema de la llamada **dinámica**.

Comenzaremos con ideas intuitivas acerca de lo que es una fuerza, y luego se analizarán las tres leyes de Newton del movimiento. A continuación se estudiarán varios tipos de fuerza, que incluyen la fricción y la fuerza de gravedad. Luego se aplicarán las leyes de Newton a problemas reales.

4–1 Fuerza

Intuitivamente, experimentamos la **fuerza** como algún tipo de empuje o de jalón sobre un objeto. Cuando empuja un automóvil descompuesto o un carrito del supermercado (figura 4-1), ejerce una fuerza sobre ellos. Cuando un motor sube un elevador, o un martillo golpea un clavo, o el viento sopla las hojas de un árbol, se está ejerciendo una fuerza. Se dice que un objeto cae por la *fuerza de gravedad*.

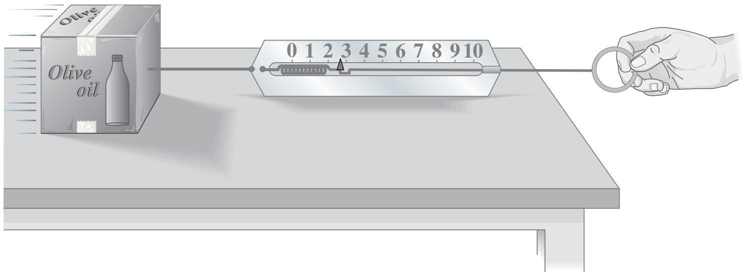


FIGURA 4–2 Una balanza de resorte utilizada para medir una fuerza.

Si un objeto está en reposo, para comenzar a moverlo se requiere de fuerza; esto es, se necesita una fuerza para acelerar un objeto desde la velocidad cero hasta una velocidad distinta de cero. Si se desea cambiar la velocidad de un objeto que ya está en movimiento, ya sea en dirección o en magnitud, de nuevo se requiere de una fuerza. En otras palabras, para acelerar un objeto, se requiere de una fuerza.

Medición de fuerzas

Una forma de medir la magnitud (o intensidad) de una fuerza es utilizar una balanza de resorte (figura 4-2). Normalmente, estas balanzas de resorte sirven para determinar el peso de un objeto; por peso se entiende la fuerza de gravedad que actúa sobre el objeto (sección 4-6). La balanza de resorte, una vez calibrada, se emplea para medir también otros tipos de fuerzas, como la fuerza necesaria para jalar, que se representa en la figura 4-2.

Una fuerza que se ejerce en diferentes direcciones tiene un efecto distinto. Es evidente que la fuerza tiene tanto dirección como magnitud, y de hecho es un vector que sigue las reglas de la suma vectorial que se explicaron en el capítulo 3. Es posible representar cualquier fuerza sobre un diagrama mediante una flecha, tal como se hace con la velocidad. La dirección de la flecha es la dirección del empuje o el jalón, y su longitud se dibuja de modo que resulte proporcional a la magnitud de la fuerza.

4–2 Primera ley del movimiento de Newton

Aristóteles frente a Galileo

¿Cuál es la relación entre fuerza y movimiento? Aristóteles (384-322 A.C.) creía que se requería una fuerza para mantener a un objeto en movimiento a lo largo de un plano horizontal. Para Aristóteles, el estado natural de un objeto era el reposo, y creía que era necesaria una fuerza para mantenerlo en movimiento. Más aún, Aristóteles argumentaba que, cuanto mayor fuera la fuerza ejercida sobre el objeto, mayor sería su rapidez.

Unos 2000 años más tarde, Galileo estuvo en desacuerdo, pues sostenía que, para un objeto, es tan natural estar en movimiento con velocidad constante como lo es estar en reposo.

Para entender la idea de Galileo, considere las siguientes observaciones que implican movimiento a lo largo de un plano horizontal. Empujar un objeto con una superficie rugosa a lo largo de una mesa con rapidez constante requiere cierta cantidad de fuerza, y empujar un objeto igualmente pesado con una superficie muy lisa a través de la mesa a la misma rapidez requerirá menos fuerza. Si entre la superficie del objeto y la mesa se coloca una capa de aceite u otro lubricante, entonces casi no se requiere fuerza para mover al objeto. Como se podrá advertir, en cada paso sucesivo se requirió menos fuerza. Como siguiente paso, imaginemos que el objeto no se frota contra la mesa en absoluto, como si hubiera un lubricante perfecto entre el objeto y la mesa; entonces podría suponerse que, una vez iniciado el movimiento, el objeto se movería a través de la mesa con rapidez constante *sin* fuerza aplicada. Un cojinete de acero que rueda sobre una dura superficie horizontal se aproxima a esta situación. Lo mismo ocurre con un disco sobre una mesa de aire, donde una fina capa de aire reduce la fricción casi a cero.

La fricción como una fuerza

Fue el genio de Galileo el que imaginó tal mundo idealizado (en este caso, uno donde no existe fricción), que podría conducir a una comprensión más precisa y rica del mundo real. Esta idealización lo condujo a su extraordinaria conclusión de que, si no se aplica fuerza a un objeto en movimiento, el objeto continuará moviéndose con rapidez constante en una línea recta. Un objeto frena sólo si sobre él se ejerce una fuerza. De esta forma, Galileo interpretó la fricción como una fuerza parecida a los empujones y jalones ordinarios.

Para empujar un objeto a través de una mesa con rapidez constante se requiere una fuerza desde tu mano que equilibre la fuerza de fricción (figura 4-3). Cuando el objeto se mueve con rapidez constante, tu fuerza de empuje es igual en magnitud a la fuerza de fricción, pero estas dos fuerzas están en direcciones opuestas, de modo que la fuerza *neta* sobre el objeto (el vector suma de las dos fuerzas) es cero. Esto concuerda con el punto de vista de Galileo, pues el objeto se mueve con rapidez constante cuando no se ejerce sobre él una fuerza neta.

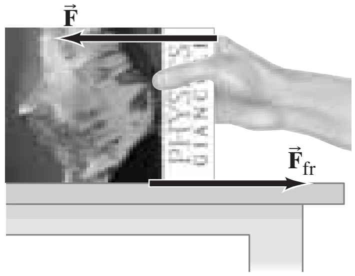


FIGURA 4–3 $\vec{\mathbf{F}}$ representa la fuerza aplicada por la persona y $\vec{\mathbf{F}}_{fr}$ representa la fuerza de fricción.

Sobre estos cimientos establecidos por Galileo, Isaac Newton (figura 4-4) construyó su gran teoría del movimiento. El análisis del movimiento de Newton se resume en sus famosas "tres leyes del movimiento". En su gran obra, los *Principia* (publicada en 1687), Newton reconoció de buen grado su deuda con Galileo. De hecho, la **primera ley del movimiento de Newton** concuerda con las conclusiones de Galileo. Dicha ley establece que

PRIMERA LEY DEL MOVIMIENTO DE NEWTON

> **Todo objeto continúa en su estado de reposo o velocidad uniforme (constante) en una línea recta, en tanto no actúe sobre él una fuerza neta.**

Inercia

La tendencia de un objeto para mantener su estado de reposo o de movimiento uniforme en una línea recta se llama **inercia**. Como resultado, la primera ley de Newton con frecuencia se llama **ley de la inercia**.

FIGURA 4–4
Isaac Newton (1642-1727).

EJEMPLO CONCEPTUAL 4–1 **Primera ley de Newton.** Un autobús escolar frena bruscamente y todas las mochilas en el piso comienzan a deslizarse hacia delante. ¿Qué fuerza provoca que esto suceda?

RESPUESTA No es una "fuerza" la que lo hace. Las mochilas continúan su estado de movimiento, conservando su velocidad (la fricción puede frenarlas) conforme disminuye la velocidad del autobús.

Marcos de referencia inerciales

Marcos de referencia inerciales

La primera ley de Newton no se aplica en todos los marcos de referencia. Por ejemplo, si su marco de referencia está fijo en un automóvil que acelera, un objeto como una taza que descansa sobre el tablero comienza a moverse hacia usted (permaneció en reposo en tanto la velocidad del auto permaneció constante). La taza aceleró hacia usted, pero ni usted ni algo más ejercieron una fuerza sobre ella en esa dirección. De igual modo, en el marco de referencia del autobús del ejemplo 4-1, no existió una fuerza que empujara las mochilas hacia delante. En los marcos de referencia en aceleración no se aplica la primera ley de Newton. Los marcos de referencia en los que se aplica la primera ley de Newton se llaman **marcos de referencia inerciales** (la ley de inercia es válida en ellos). Para la mayoría de los propósitos, se supone que los marcos de referencia fijos en la Tierra son marcos inerciales. (Esto no es del todo cierto a causa de la rotación de la Tierra, pero se está muy cerca de ello). Cualquier marco de referencia que se mueva con velocidad constante (como un automóvil o un avión) en relación con un marco inercial también es un marco de referencia inercial. Los marcos de referencia donde *no* es válida la ley de la inercia, tales como los marcos de referencia en aceleración descritos líneas arriba, se llaman marcos de referencia **no inerciales**. ¿Cómo se puede estar seguro de que un marco de referencia es inercial o no lo es? Verificando si es válida la primera ley de Newton. De esta forma, la primera ley de Newton sirve como definición de los marcos de referencia inerciales.

4–3 Masa

La segunda ley de Newton, que se tratará en la siguiente sección, utiliza el concepto de masa. Newton utilizó el término *masa* como sinónimo de *cantidad de materia*. Esta noción intuitiva de la masa de un objeto no es muy precisa porque el concepto "cantidad de materia" no está bien definido. Con más precisión, es posible decir que **masa** es una *medida de la inercia* de un objeto. Cuanta más masa tenga un objeto, mayor será la fuerza que se requerirá para darle una aceleración particular; será más difícil comenzar a moverlo desde el reposo, o detenerlo cuando está en movimiento, o cambiar su velocidad hacia los lados fuera de una trayectoria en línea recta. Un camión tiene mucho más inercia que una bola de béisbol que se mueve con la misma rapidez, y se requiere una fuerza mucho mayor para cambiar la velocidad del camión a la misma tasa que la de la bola. Se dice, entonces, que el camión tiene mucho más masa.

La masa como inercia

Para cuantificar el concepto de masa, se debe definir un estándar. En unidades SI, la unidad de masa es el **kilogramo** (kg), como se explicó en el capítulo 1, sección 1-5.

Con frecuencia, los términos *masa* y *peso* se confunden uno con otro, pero es importante distinguir entre ellos. La masa es una propiedad de un objeto en sí mismo (una medida de la inercia de un objeto, o su "cantidad de materia"). Por otra parte, el peso es una fuerza, el jalón de la gravedad que actúa sobre un objeto. Para ver la diferencia, supongamos que se lleva un objeto a la Luna; éste pesará sólo alrededor de un sexto de lo que pesaba en la Tierra, pues la fuerza de gravedad es más débil en el satélite. Pero su masa será la misma. Tendrá la misma cantidad de materia que en la Tierra, y tendrá justo tanta inercia porque, en ausencia de fricción, será tan difícil comenzar a moverlo en la Luna como en la Tierra, o detenerlo una vez que esté en movimiento. (En la sección 4-6 se dará más información acerca del peso).

PRECAUCIÓN
Distinción entre masa y peso

4–4 Segunda ley del movimiento de Newton

La primera ley de Newton establece que, si ninguna fuerza neta actúa sobre un objeto en reposo, éste permanece en reposo; o, si el objeto está en movimiento, continuará moviéndose con rapidez constante en una línea recta. Pero, ¿qué ocurre si *se ejerce* una fuerza neta sobre un objeto? Newton percibió que, en esas circunstancias, la velocidad del objeto cambiará (figura 4-5). Una fuerza neta ejercida sobre un objeto puede hacer que aumente su velocidad. O, si la fuerza neta se ejerce en una dirección opuesta al movimiento, la fuerza reducirá la velocidad del objeto. Si la fuerza neta actúa hacia los lados sobre un objeto en movimiento, cambiará la *dirección* de la velocidad del objeto (y es posible que también la magnitud). Como un cambio en la velocidad es una aceleración (sección 2-4), se puede decir que *una fuerza neta provoca aceleración*.

FIGURA 4–5 El bobsled acelera porque el equipo ejerce una fuerza.

¿Cuál es la relación entre aceleración y fuerza? La experiencia cotidiana sugiere una respuesta. Considere la fuerza que se requiere para empujar un carro cuando la fricción es lo suficientemente pequeña como para ignorarla. (Si existe fricción, considere la fuerza *neta*, que es la fuerza que ejerce menos la fuerza de fricción). Ahora, si empuja con una fuerza suave pero constante durante cierto periodo de tiempo, hará que el carro acelere desde el reposo hasta cierta rapidez, por ejemplo, 3 km/h. Si empuja con el doble de fuerza, el carro alcanzará 3 km/h en la mitad del tiempo. La aceleración será el doble de grande. Si triplica la fuerza, la aceleración se triplicará, y así sucesivamente. Así, la aceleración de un objeto es directamente proporcional[†] a la fuerza neta aplicada. Pero la aceleración también depende de la masa del objeto. Si empuja un carrito del supermercado vacío con la misma fuerza con la que empuja uno que está lleno con alimentos, encontrará que el carro lleno acelera más lentamente. Cuanto mayor sea la masa, menor será la aceleración para la misma fuerza neta. La relación matemática, como Newton argumentó, establece que la aceleración de un objeto es inversamente proporcional a su masa. Estas relaciones son válidas en general y se resumen como sigue:

> **La aceleración de un objeto es directamente proporcional a la fuerza neta que actúa sobre él, y es inversamente proporcional a su masa. La dirección de la aceleración es la dirección de la fuerza neta que actúa sobre el objeto.**

Ésta es la **segunda ley del movimiento de Newton**.

SEGUNDA LEY DEL MOVIMIENTO DE NEWTON

[†] En el apéndice A, al final de este libro, se ofrece un repaso de la proporcionalidad.

La segunda ley de Newton se expresa como una ecuación:

$$\vec{\mathbf{a}} = \frac{\Sigma \vec{\mathbf{F}}}{m},$$

donde $\vec{\mathbf{a}}$ es la abreviatura de aceleración, m la de masa y $\Sigma \vec{\mathbf{F}}$ la *fuerza neta* sobre el objeto. El símbolo Σ (letra griega "sigma") significa "suma de"; $\vec{\mathbf{F}}$ es la abreviatura de fuerza, de modo que $\Sigma \vec{\mathbf{F}}$ significa *la suma vectorial de todas las fuerzas* que actúan sobre el objeto, lo que se define como la **fuerza neta**.

Fuerza neta

Es posible reordenar esta ecuación para obtener la afirmación familiar de la segunda ley de Newton:

SEGUNDA LEY DEL MOVIMIENTO DE NEWTON

$$\Sigma \vec{\mathbf{F}} = m\vec{\mathbf{a}}. \tag{4–1}$$

La segunda ley de Newton relaciona la descripción del movimiento con la causa del movimiento, la fuerza. Ésta es una de las relaciones fundamentales de la física. A partir de la segunda ley de Newton es posible establecer una definición más precisa de **fuerza** como *una acción capaz de acelerar un objeto.*

Definición de fuerza

Toda fuerza $\vec{\mathbf{F}}$ es un vector, con magnitud y dirección. La ecuación 4-1 es una ecuación vectorial válida en cualquier marco de referencia inercial. En forma de componentes en coordenadas rectangulares se escribe como

$$\Sigma F_x = ma_x, \qquad \Sigma F_y = ma_y, \qquad \Sigma F_z = ma_z.$$

Si todo el movimiento se produce a lo largo de una línea (unidimensional), es posible eliminar los subíndices y escribir simplemente $\Sigma F = ma$.

Unidad de fuerza: el newton

En unidades SI, con la masa en kilogramos, la unidad de fuerza se llama **newton** (N). Entonces, un newton es la fuerza que se requiere para impartir una aceleración de $1\ \mathrm{m/s^2}$ a una masa de 1 kg. Por tanto, $1\ \mathrm{N} = 1\ \mathrm{kg{\cdot}m/s^2}$.

En unidades cgs, la unidad de masa es el gramo (g), como se mencionó con anterioridad.[†] La unidad de fuerza es el *dina*, que se define como la fuerza neta necesaria para impartir una aceleración de $1\ \mathrm{cm/s^2}$ a una masa de 1 g. Por tanto, 1 dina $= 1\ \mathrm{g{\cdot}cm/s^2}$. Es sencillo demostrar que 1 dina $= 10^{-5}$ N.

En el sistema británico, la unidad de fuerza es la *libra* (que se abrevia lb), donde $1\ \mathrm{lb} = 4.44822\ \mathrm{N} \approx 4.45\ \mathrm{N}$. La unidad de masa es el *slug*, que se define como aquella masa que experimentará una aceleración de $1\ \mathrm{ft/s^2}$ cuando se le aplique una fuerza de 1 lb. En consecuencia, $1\ \mathrm{lb} = 1\ \mathrm{slug{\cdot}ft/s^2}$. La tabla 4-1 resume las unidades en los diferentes sistemas.

RESOLUCIÓN DE PROBLEMAS

Utilice un conjunto consistente de unidad

Es muy importante que sólo se utilice un conjunto de unidades en un cálculo o problema específico, y es preferible el SI. Si la fuerza se proporciona en newtons y la masa en gramos, entonces, antes de intentar determinar la aceleración en unidades SI, hay que convertir la masa a kilogramos. Por ejemplo, si la fuerza está dada como 2.0 N a lo largo del eje x y la masa es de 500 g, esta última cantidad se convierte a 0.50 kg, y entonces la aceleración automáticamente se obtendrá en $\mathrm{m/s^2}$ cuando se utilice la segunda ley de Newton ($1\ \mathrm{N} = 1\ \mathrm{kg{\cdot}m/s^2}$):

$$a_x = \frac{\Sigma F_x}{m} = \frac{2.0\ \mathrm{N}}{0.50\ \mathrm{kg}} = \frac{2.0\ \mathrm{kg\cdot m/s^2}}{0.50\ \mathrm{kg}} = 4.0\ \mathrm{m/s^2}.$$

TABLA 4–1
Unidades para masa y fuerza

Sistema	Masa	Fuerza
SI	kilogramo (kg)	newton (N) $(= \mathrm{kg\cdot m/s^2})$
cgs	gramo (g)	dina $(= \mathrm{g\cdot cm/s^2})$
Británico	slug	libra

Factores de conversión: 1 dina $= 10^{-5}$ N; 1 lb $\approx$ 4.45 N.

EJEMPLO 4–2 ESTIMACIÓN Fuerza para acelerar un automóvil rápido. Estime la fuerza neta necesaria para acelerar, *a*) un auto de 1000 kg a $\frac{1}{2}g$; *b*) una manzana de 200 g a la misma tasa.

PLANTEAMIENTO Se utiliza la segunda ley de Newton para encontrar la fuerza neta necesaria para cada objeto, pues se proporciona la masa y la aceleración. Esto es una estimación (no se dice que el $\frac{1}{2}$ sea preciso), así que se redondea a una cifra significativa.

[†] Tenga cuidado de no confundir g para gramo con g para la aceleración de la gravedad. Esta última siempre se escribe en cursivas (o negritas, cuando es un vector).

SOLUCIÓN *a*) La aceleración del auto es $a = \frac{1}{2}g = \frac{1}{2}(9.8\,\text{m/s}^2) \approx 5\,\text{m/s}^2$. Se utiliza la segunda ley de Newton para obtener la fuerza neta necesaria para lograr dicha aceleración:

$$\Sigma F = ma \approx (1000\,\text{kg})(5\,\text{m/s}^2) = 5000\,\text{N}.$$

(Las personas acostumbradas a las unidades británicas, que quieren tener una idea de a cuánto equivale una fuerza de 5000 N, deben dividir entre 4.45 N/lb; el resultado es una fuerza de más o menos 1000 lb).

b) Para la manzana, $m = 200$ g $= 0.200$ kg, de modo que

$$\Sigma F = ma \approx (0.200\,\text{kg})(5\,\text{m/s}^2) = 1\,\text{N}.$$

EJEMPLO 4–3 **Fuerza para detener un automóvil.** ¿Qué fuerza neta promedio se requiere para que un automóvil de 1500 kg llegue al reposo desde una rapidez de 100 km/h una distancia de 55 m?

PLANTEAMIENTO Si se conoce la masa y la aceleración del automóvil, se emplea la segunda ley de Newton, $\Sigma F = ma$, para determinar la fuerza. Se proporciona la masa, pero hay que calcular la aceleración a. Se supone que la aceleración es constante, de modo que pueden utilizarse las ecuaciones cinemáticas (ecuaciones 2-11) para calcularla.

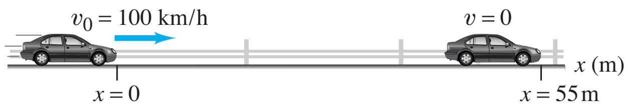


FIGURA 4–6 Ejemplo 4-3.

SOLUCIÓN Se supone que el movimiento es a lo largo del eje $+x$ (figura 4-6). Se proporciona la velocidad inicial $v_0 = 100$ km/h $= 28$ m/s (sección 1-6), la velocidad final $v = 0$, y la distancia recorrida $x - x_0 = 55$ m. A partir de la ecuación 2-11c, se tiene

$$v^2 = v_0^2 + 2a(x - x_0),$$

de modo que

$$a = \frac{v^2 - v_0^2}{2(x - x_0)} = \frac{0 - (28\,\text{m/s})^2}{2(55\,\text{m})} = -7.1\,\text{m/s}^2.$$

Entonces la fuerza neta que se requiere es

$$\Sigma F = ma = (1500\,\text{kg})(-7.1\,\text{m/s}^2) = -1.1 \times 10^4\,\text{N}.$$

La fuerza se debe ejercer en la dirección *opuesta* a la velocidad inicial, que es lo que significa el signo negativo.

NOTA Cuando se supone que la aceleración es constante, aun cuando no sea precisamente cierto, se determina una aceleración “promedio” y se obtiene una fuerza neta “promedio” (o viceversa).

La segunda ley de Newton, al igual que la primera, sólo es válida en marcos de referencia inerciales (sección 4-2). En el marco de referencia no inercial de un automóvil que acelera, por ejemplo, una taza en el tablero comienza a deslizarse (es decir, a acelerar) aun cuando la fuerza neta sobre ella sea cero; por tanto, $\Sigma \vec{\mathbf{F}} = m\vec{\mathbf{a}}$ no se aplica en tal marco de referencia en aceleración.

4–5 Tercera ley del movimiento de Newton

Una fuerza se ejerce **sobre** *un objeto y es ejercida* **por** *otro objeto.*

La segunda ley del movimiento de Newton describe cuantitativamente cómo las fuerzas afectan el movimiento. Pero es inevitable que surja la pregunta: ¿De dónde provienen las fuerzas? Las observaciones sugieren que una fuerza aplicada a cualquier objeto siempre es aplicada *por otro objeto*. Un caballo jala una carreta, una persona empuja un carro del supermercado, un martillo empuja un clavo, un imán atrae un clip de papel. En cada uno de estos ejemplos, se ejerce una fuerza *sobre* un objeto y dicha fuerza es ejercida *por* otro objeto. Por ejemplo, la fuerza ejercida *sobre* el clavo es ejercida *por* el martillo.

Pero Newton se dio cuenta de que las cosas no eran tan unilaterales. Es verdad: el martillo ejerce una fuerza sobre el clavo (figura 4-7). Pero evidentemente también el clavo ejerce una fuerza contraria sobre el martillo, por lo que la rapidez de éste de inmediato es reducida a cero en el contacto. Sólo una fuerza intensa podría provocar tan rápida desaceleración del martillo. Por tanto, decía Newton, los dos objetos deben ser tratados sobre bases iguales. El martillo ejerce una fuerza sobre el clavo, y éste ejerce una fuerza contraria sobre el martillo. Ésta es la esencia de la **tercera ley de Newton:**

TERCERA LEY DEL MOVIMIENTO DE NEWTON

> **Siempre que un objeto ejerce una fuerza sobre un segundo objeto, éste ejerce una fuerza igual en la dirección opuesta sobre el primero.**

A veces esta ley se parafrasea como "para toda acción existe una reacción igual y opuesta". Esto es perfectamente válido. Pero, para evitar confusión, es muy importante recordar que la fuerza de "acción" y la fuerza de "reacción" actúan sobre objetos *diferentes*.

PRECAUCIÓN

Las fuerzas de acción y reacción actúan sobre objetos diferentes.

FIGURA 4–7 Un martillo que golpea un clavo. El martillo ejerce una fuerza sobre el clavo y éste ejerce una fuerza contraria sobre el martillo. La última fuerza desacelera el martillo y lo lleva al reposo.

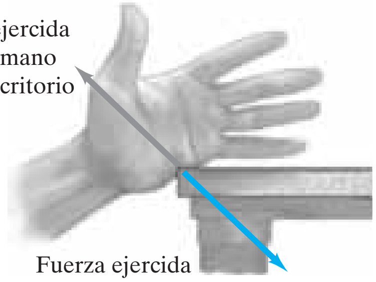


FIGURA 4–8 Si con una mano se empuja el extremo de un escritorio (el vector fuerza se muestra en azul), el escritorio empuja de vuelta contra la mano (este vector fuerza se muestra en gris, para recordar que esta fuerza actúa sobre un objeto diferente).

Como evidencia de la validez de la tercera ley de Newton, observe su mano cuando empuje el extremo de un escritorio (figura 4-8). La forma de la mano se distorsiona, como una clara evidencia de que sobre ella se ejerce una fuerza. Puede *ver* el extremo de la mesa presionar sobre la mano. Incluso puede *sentir* al escritorio ejercer una fuerza sobre la mano: ¡duele! Cuanto más fuerte empuje contra el escritorio, más fuerte empuja el escritorio sobre su mano. (Sólo siente fuerzas que se ejercen *sobre* usted; cuando ejerce una fuerza sobre otro objeto, lo que siente es a ese objeto empujar de vuelta sobre usted).

Como otra demostración de la tercera ley de Newton, considere a la patinadora sobre hielo de la figura 4-9. Existe muy poca fricción entre los patines y el hielo, de modo que se moverá libremente si una fuerza se ejerce sobre la patinadora. Si empuja contra la pared, *ella* comenzará a moverse hacia atrás. La fuerza que ejerce sobre la pared no hace que *ella* comience a moverse, porque dicha fuerza actúa sobre la pared. Algo tiene que ejercer una fuerza *sobre ella* para hacer que comience a moverse, y dicha fuerza sólo podría haber sido ejercida por la pared. La fuerza con la que la pared la empuja es, por la tercera ley de Newton, igual y opuesta a la fuerza que ella ejerce sobre la pared.

FIGURA 4–9 Un ejemplo de la tercera ley de Newton: cuando una patinadora empuja contra la pared, la pared empuja de vuelta y esta fuerza provoca que ella acelere alejándose.

Cuando una persona lanza un paquete afuera de un bote (inicialmente en reposo), éste comienza a moverse en la dirección opuesta. La persona ejerce una fuerza sobre el paquete. Éste ejerce una fuerza igual y opuesta de vuelta sobre la persona, y esta fuerza impulsa a la persona (y al bote) ligeramente hacia atrás.

Aceleración de cohetes

La propulsión de cohetes también se explica mediante la tercera ley de Newton (figura 4-10). Una mala interpretación común es que los cohetes aceleran porque los gases que escapan por la parte trasera del motor empujan contra el suelo o la atmósfera. Esto no es cierto. En lugar de ello, lo que sucede es que un cohete ejerce una intensa fuerza sobre los gases, expulsándolos; y los gases ejercen una fuerza igual y opuesta *sobre el cohete*. Es esta última fuerza la que impulsa al cohete hacia arriba: la fuerza ejercida *sobre* el cohete *por* los gases. Por tanto, un vehículo espacial se maniobra en el espacio vacío mediante el disparo de sus cohetes en la dirección opuesta a aquella en la que necesita acelerar. Cuando el cohete empuja sobre los gases en una dirección, éstos empujan de vuelta sobre el cohete en la dirección opuesta.

FIGURA 4–10 Otro ejemplo de la tercera ley de Newton: el lanzamiento de un cohete. El motor del cohete empuja los gases hacia abajo, y éstos ejercen una fuerza igual y opuesta hacia arriba sobre el cohete, y lo aceleran hacia arriba. (Un cohete no acelera como resultado de sus gases expulsados que empujan contra el suelo).

Cómo caminamos

Considere cómo camina el ser humano. Una persona comienza a caminar al empujar con el pie hacia atrás contra el suelo. Entonces el suelo ejerce una fuerza igual y opuesta hacia delante sobre la persona (figura 4-11) y es esta fuerza, *sobre* la persona, la que la mueve hacia delante. (Si duda de esto, intente caminar normalmente donde no existe fricción, como en el hielo muy liso y resbaladizo). En una forma similar, una ave vuela hacia delante al ejercer una fuerza hacia atrás sobre el aire, pero es el aire que empuja hacia delante sobre las alas del ave el que la impulsa hacia delante.

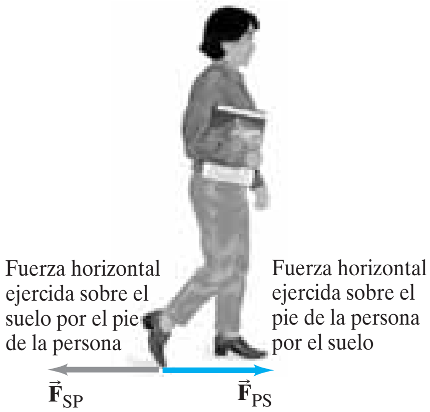


FIGURA 4–11 Una persona puede caminar hacia delante porque, cuando un pie empuja hacia atrás contra el suelo, éste empuja hacia delante sobre el pie. Las dos fuerzas que se muestran *actúan sobre objetos diferentes*.

EJEMPLO CONCEPTUAL 4–4 **¿Qué ejerce la fuerza sobre un automóvil?** ¿Qué hace que un automóvil vaya hacia delante?

RESPUESTA Una respuesta común es que el motor hace que el automóvil se mueva hacia delante. Pero esto no es tan simple. El motor hace que las ruedas giren. Pero si las llantas están sobre hielo resbaladizo o sobre una gruesa capa de fango, sólo giran sin avanzar. Se necesita fricción. En el suelo *sólido*, las llantas empujan hacia atrás contra el suelo a causa de la fricción. Por la tercera ley de Newton, el suelo empuja sobre las llantas en la dirección opuesta, y aceleran al automóvil hacia delante.

Los objetos inanimados pueden ejercer una fuerza (a causa de la elasticidad).

Las personas tienden a asociar las fuerzas con los objetos activos como los humanos, animales, motores u objetos en movimiento como un martillo. Con frecuencia es difícil ver cómo un objeto inanimado en reposo, como una pared o un escritorio, o la pared de una pista de hielo (figura 4-9), puede ejercer una fuerza. La explicación es que todo material, sin importar cuán duro sea, es elástico, al menos en cierto grado. Una banda de hule estirada ejerce una fuerza sobre una bolita de papel y la acelera para que vuele a través de la habitación. Otros materiales no pueden estirarse tan fácilmente como el hule, pero sí se estiran o comprimen cuando se aplica una fuerza sobre ellos. Y tal como una banda de hule estirada ejerce una fuerza, lo mismo hace una pared, un escritorio o la defensa estirada (o comprimida) de un automóvil.

RESOLUCIÓN DE PROBLEMAS

Para cada fuerza, cerciórese **sobre** *qué objeto actúa y* **cuál** *objeto la ejerce.* $\Sigma\vec{\mathbf{F}} = m\vec{\mathbf{a}}$ *sólo se aplica a fuerzas que actúan* **sobre** *un objeto.*

A partir de los ejemplos presentados, se percibe la importancia de recordar *sobre* qué objeto se ejerce una fuerza dada y *cuál* objeto ejerce dicha fuerza. Una fuerza influye en el movimiento de un objeto sólo cuando se aplica *sobre* dicho objeto. Una fuerza ejercida *por* un objeto no influye en ese mismo objeto; sólo influye en el otro objeto *sobre* el que se ejerce. Por tanto, para evitar confusión, siempre se deben usar las dos preposiciones *sobre* y *por*, y utilizarse con cuidado.

Una forma de dejar en claro qué fuerza actúa sobre cuál objeto es usar subíndices dobles. Por ejemplo, la fuerza ejercida sobre la **P**ersona por el **S**uelo mientras la persona camina en la figura 4-11, se designa como $\vec{\mathbf{F}}_{PS}$. Y la fuerza ejercida sobre el suelo por la persona es $\vec{\mathbf{F}}_{SP}$. Por la tercera ley de Newton

$$\vec{\mathbf{F}}_{SP} = -\vec{\mathbf{F}}_{PS}. \tag{4–2}$$

TERCERA LEY DEL MOVIMIENTO DE NEWTON

$\vec{\mathbf{F}}_{SP}$ y $\vec{\mathbf{F}}_{PS}$ tienen la misma magnitud (tercera ley de Newton), y el signo menos recuerda que esas dos fuerzas están en direcciones opuestas.

Hay que hacer notar que las dos fuerzas que se representan en la figura 4-11 actúan sobre objetos diferentes, por lo que en el texto se usan colores diferentes para las flechas de vector que representan tales fuerzas. Estas dos fuerzas nunca aparecerían juntas en una suma de fuerzas en la segunda ley de Newton, $\Sigma\vec{\mathbf{F}} = m\vec{\mathbf{a}}$. ¿Por qué no? Porque actúan sobre objetos diferentes: $\vec{\mathbf{a}}$ es la aceleración de un objeto particular, y $\Sigma\vec{\mathbf{F}}$ *sólo* debe incluir las fuerzas sobre ese *único* objeto.

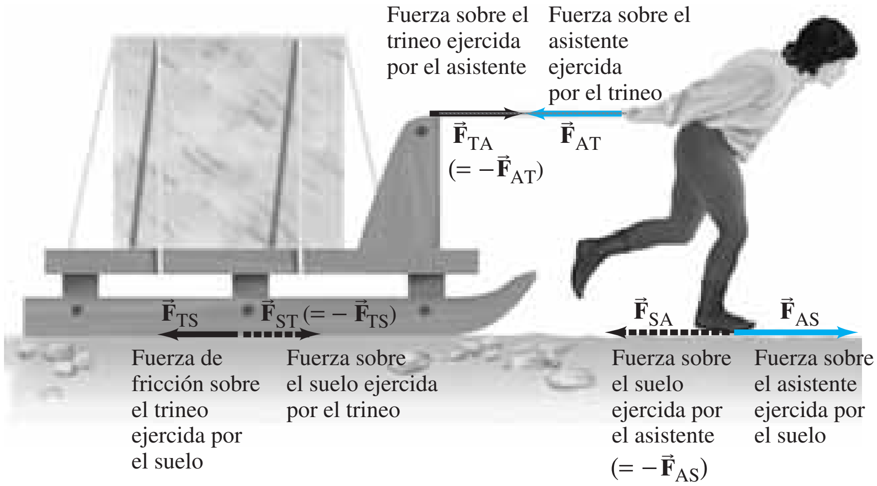


FIGURA 4–12 Ejemplo 4-5, en el que sólo se muestran las fuerzas horizontales. Miguel Ángel, de 70 años de edad, ha elegido un fino bloque de mármol para su siguiente escultura. Aquí se observa a su asistente, quien jala el bloque sobre un trineo para llevarlo desde la cantera. Las fuerzas sobre el asistente se indican como flechas azules. Las fuerzas sobre el trineo son flechas negras. Las fuerzas que actúan sobre el suelo son flechas punteadas. Las fuerzas de acción y reacción que son iguales y opuestas se designan con los mismos subíndices pero invertidos (tales como $\vec{\mathbf{F}}_{SA}$ y $\vec{\mathbf{F}}_{AS}$) y son de diferentes colores porque actúan sobre objetos distintos.

EJEMPLO CONCEPTUAL 4–5 **Clarificación de la tercera ley.** Al asistente de Miguel Ángel se le asignó la tarea de mover un bloque de mármol con la ayuda de un trineo (figura 4-12). El asistente le dice a su jefe: "Cuando ejerzo una fuerza hacia delante sobre el trineo, éste ejerce una fuerza igual y opuesta hacia atrás. Así que, ¿cómo podré en algún momento comenzar a moverlo? Sin importar qué tan fuerte jale, la fuerza de reacción hacia atrás siempre iguala a mi fuerza hacia delante, así que la fuerza neta debe ser cero. Nunca seré capaz de mover esta carga." ¿Es éste un ejemplo en el que un escaso conocimiento se vuelve peligroso? Explique su respuesta.

RESPUESTA Sí. Aunque es cierto que las fuerzas de acción y reacción son iguales en magnitud, el asistente ha olvidado que se ejercen sobre objetos diferentes. La fuerza hacia delante ("acción") la ejerce el asistente sobre el trineo (figura 4-12), mientras que la fuerza de "reacción" hacia atrás la ejerce el trineo sobre el asistente. Para determinar si el *asistente* se mueve o no, sólo deben considerarse las fuerzas *sobre el asistente* y luego aplicar $\Sigma\vec{\mathbf{F}} = m\vec{\mathbf{a}}$, donde $\Sigma\vec{\mathbf{F}}$ es la fuerza neta *sobre el asistente*, $\vec{\mathbf{a}}$ es la aceleración del asistente y m es la masa del asistente. Existen dos fuerzas sobre el asistente que afectan su movimiento hacia delante; se muestran como flechas azules en las figuras 4-12 y 4-13: son **1.** la fuerza horizontal $\vec{\mathbf{F}}_{AS}$ ejercida sobre el asistente por el suelo (cuanto más fuerte jale hacia atrás contra el suelo, más fuerte empuja el suelo hacia delante sobre él: tercera ley de Newton) y **2.** la fuerza $\vec{\mathbf{F}}_{AT}$ ejercida sobre el asistente por el trineo, que jala hacia atrás sobre él (figura 4-13). Si él empuja lo suficientemente fuerte sobre el suelo, la fuerza sobre él ejercida por el suelo, $\vec{\mathbf{F}}_{AS}$, será mayor que la del trineo que jala hacia atrás, $\vec{\mathbf{F}}_{AT}$, y el asistente acelera hacia delante (segunda ley de Newton). El trineo, por otra parte, acelera hacia delante cuando la fuerza sobre *él* ejercida por el asistente es mayor que la fuerza de fricción ejercida hacia atrás sobre él por el suelo (esto es, cuando $\vec{\mathbf{F}}_{TA}$ tiene mayor magnitud que $\vec{\mathbf{F}}_{TS}$ en la figura 4-12).

RESOLUCIÓN DE PROBLEMAS

Un estudio de la segunda y tercera leyes de Newton.

FIGURA 4–13 Ejemplo 4-5. Las fuerzas horizontales sobre el asistente.

Usar subíndices dobles para clarificar la tercera ley de Newton se puede volver engorroso, y en el texto, por lo general, no se les usará de esta forma. No obstante, si tiene alguna confusión acerca de una fuerza dada, continúe utilizándolos para identificar *sobre* qué objeto y *cuál* objeto ejerce la fuerza. En este texto, generalmente se usará un solo subíndice para hacer referencia a qué ejerce la fuerza sobre el objeto que se analiza.

EJERCICIO A Un camión pesado choca de frente contra un pequeño auto deportivo. *a*) ¿Cuál vehículo experimenta la mayor fuerza de impacto? *b*) ¿Cuál experimenta la mayor aceleración? *c*) ¿Cuál de las leyes de Newton es útil para obtener la respuesta correcta?

4–6 Peso: la fuerza de gravedad y la fuerza normal

Como se vio en el capítulo 2, Galileo afirmó que todos los objetos soltados cerca de la superficie de la Tierra caerán con la misma aceleración, $\vec{\mathbf{g}}$, si se desprecia la resistencia del aire. La fuerza que causa esta aceleración se llama *fuerza de gravedad* o *fuerza gravitacional*. ¿Qué ejerce la fuerza gravitacional sobre un objeto? Es la Tierra, como se explicará en el capítulo 5, y la fuerza actúa verticalmente[†] hacia abajo, hacia el centro de la Tierra. Ahora se aplicará la segunda ley de Newton a un objeto de masa m que cae a causa de la gravedad; para la aceleración, $\vec{\mathbf{a}}$, se emplea la aceleración descendente debida a la gravedad, $\vec{\mathbf{g}}$. Así, la **fuerza gravitacional** sobre un objeto, $\vec{\mathbf{F}}_G$, se escribe como,

$$\vec{\mathbf{F}}_G = m\vec{\mathbf{g}}. \tag{4–3}$$

Peso = fuerza gravitacional

La dirección de esta fuerza es descendente, hacia el centro de la Tierra. La magnitud de la fuerza de gravedad sobre un objeto comúnmente se llama el **peso** del objeto.

En unidades SI, $g = 9.80\ \mathrm{m/s^2} = 9.80\ \mathrm{N/kg}$,[‡] así que el peso de una masa de 1.00 kg en la Tierra es $1.00\ \mathrm{kg} \times 9.80\ \mathrm{m/s^2} = 9.80\ \mathrm{N}$. En el texto principalmente nos ocuparemos del peso de los objetos en la Tierra, pero hay que dejar claro que en la Luna, en otros planetas, o en el espacio, el peso de una masa dada será diferente de lo que es en la Tierra. Por ejemplo, en la Luna, la aceleración de la gravedad es aproximadamente un sexto de la que se registra en la Tierra, y una masa de 1.0 kg pesa sólo 1.7 N. Aunque en el texto no se usarán unidades inglesas, hay que hacer notar que, para propósitos prácticos, una masa de 1 kg pesa casi 2.2 lb sobre la Tierra. (En la Luna, 1 kg pesa sólo alrededor de 0.4 lb).

PRECAUCIÓN
Masa frente a peso

La fuerza de gravedad actúa sobre un objeto cuando éste cae. Si un objeto se encuentra en reposo en la Tierra, la fuerza gravitacional sobre él no desaparece, como se sabe si se le pesa en una balanza de resorte. La misma fuerza, dada por la ecuación 4-3, continúa actuando. Entonces, ¿por qué el objeto no se mueve? A partir de la segunda ley de Newton, se sabe que la fuerza neta sobre un objeto que permanece en reposo es cero. Debe existir otra fuerza sobre el objeto para equilibrar la fuerza gravitacional. Para un objeto que reposa sobre una mesa, ésta ejerce una fuerza hacia arriba (figura 4-14*a*). La mesa es comprimida ligeramente debajo del objeto y, por su elasticidad, empuja hacia arriba sobre el objeto, como se indica. La fuerza ejercida por la mesa con frecuencia se llama **fuerza de contacto**, puesto que ocurre cuando dos objetos están en contacto. (La fuerza de su mano, al empujar sobre un carro, también es una fuerza de contacto). Cuando una fuerza de contacto actúa de forma *perpendicular* a la fuerza común de contacto, se le conoce como **fuerza normal** ("normal" significa perpendicular); por lo mismo, en la figura 4-14*a* se le designa como $\vec{\mathbf{F}}_N$.

Fuerza de contacto

Fuerza normal

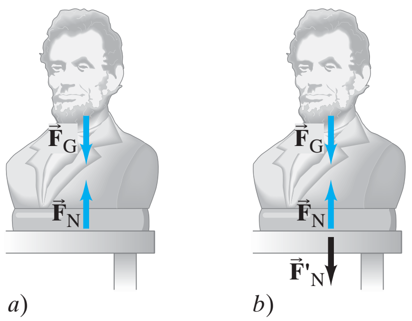


FIGURA 4–14 *a*) La fuerza neta sobre un objeto en reposo es cero, de acuerdo con la segunda ley de Newton. Por tanto, la fuerza descendente de gravedad $(\vec{\mathbf{F}}_G)$ sobre un objeto se debe equilibrar por una fuerza ascendente (la fuerza normal, $\vec{\mathbf{F}}_N$), ejercida por la mesa en este caso. *b*) $\vec{\mathbf{F}}'_N$ es la fuerza ejercida sobre la mesa por la estatua y es la fuerza de reacción a $\vec{\mathbf{F}}_N$, por la tercera ley de Newton. ($\vec{\mathbf{F}}'_N$ se muestra en un color diferente para recordar que actúa sobre un objeto distinto). La reacción a $\vec{\mathbf{F}}_G$ no se muestra.)

Las dos fuerzas que se representan en la figura 4-14*a* actúan sobre la estatua, que permanece en reposo, así que la suma vectorial de esas dos fuerzas debe ser cero (segunda ley de Newton). Por lo mismo, $\vec{\mathbf{F}}_G$ y $\vec{\mathbf{F}}_N$ deben ser de igual magnitud y en direcciones opuestas. Pero *no* son las fuerzas iguales y opuestas de las que se habla en la tercera ley de Newton. Las fuerzas de acción y reacción de la tercera ley de Newton actúan sobre *objetos diferentes*, mientras que las dos fuerzas que se muestran en la figura 4-14*a* actúan sobre el *mismo objeto*. Para cada una de las fuerzas que se representan en la figura 4-14*a*, cabe preguntar: "¿Cuál es la fuerza de reacción?". La fuerza ascendente, $\vec{\mathbf{F}}_N$, sobre la estatua la ejerce la mesa. La reacción a esta fuerza es una fuerza que ejerce la estatua hacia abajo sobre la mesa. Se muestra en la figura 4-14*b*, donde se le designa $\vec{\mathbf{F}}'_N$. Esta fuerza, $\vec{\mathbf{F}}'_N$, ejercida sobre la mesa por la estatua, es la fuerza de reacción a $\vec{\mathbf{F}}_N$, en concordancia con la tercera ley de Newton. ¿Y qué hay acerca de la otra fuerza sobre la estatua, la fuerza de gravedad $\vec{\mathbf{F}}_G$ ejercida por la Tierra? ¿Puede decir cuál es la reacción a esta fuerza? En el capítulo 5 verá que la fuerza de reacción también es una fuerza gravitacional, ejercida sobre la Tierra por la estatua.

PRECAUCIÓN
El peso y la fuerza normal **no** *son pares acción-reacción.*

[†]El concepto de "vertical" está ligado a la gravedad. La mejor definición de *vertical* es la de que se trata de la dirección en la que caen los objetos. Una superficie que está "horizontal", por otra parte, es una superficie en la que un objeto redondo no comenzará a rodar: la gravedad no tiene efecto. Horizontal significa perpendicular a vertical.

[‡]Dado que $1\ \mathrm{N} = 1\ \mathrm{kg{\cdot}m/s^2}$ (sección 4-4), $1\ \mathrm{m/s^2} = 1\ \mathrm{N/kg}$.

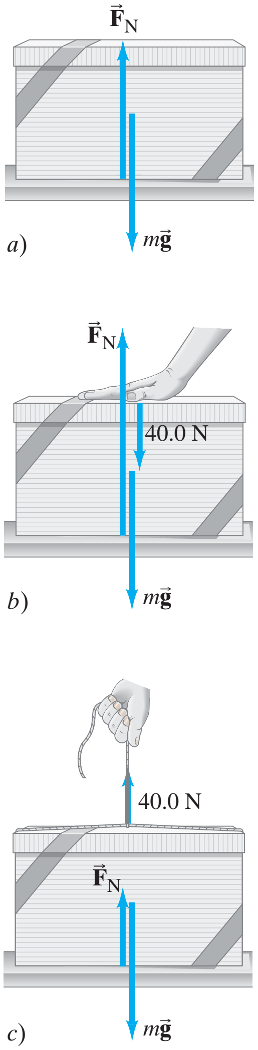


FIGURA 4–15 Ejemplo 4-6. *a*) Una caja de regalo de 10 kg está en reposo sobre una mesa. *b*) Una persona empuja la caja hacia abajo con una fuerza de 40.0 N. *c*) Una persona jala la caja hacia arriba con una fuerza de 40.0 N. Se supone que todas las fuerzas actúan a lo largo de una línea; aquí se representan ligeramente desplazadas con la finalidad de hacerlas distinguibles. Sólo se ilustran las fuerzas que actúan sobre la caja.

PRECAUCIÓN

La fuerza normal no necesariamente es igual al peso.

PRECAUCIÓN

La fuerza normal, $\vec{F}_N$, no necesariamente es vertical.

EJEMPLO 4–6 **Peso, fuerza normal y una caja.** Un amigo le ha dado un regalo especial: una caja de 10.0 kg de masa con una sorpresa misteriosa en su interior. La caja está en reposo sobre la superficie horizontal lisa (sin fricción) de una mesa (figura 4-15*a*). *a*) Determine el peso de la caja y la fuerza normal ejercida sobre ella por la mesa. *b*) Ahora su amigo empuja la caja hacia abajo con una fuerza de 40.0 N, como en la figura 4-15*b*. Determine de nuevo la fuerza normal ejercida sobre la caja por la mesa. *c*) Si su amigo jala hacia arriba sobre la caja con una fuerza de 40.0 N (figura 4-15*c*), ¿cuál es ahora la fuerza normal ejercida sobre la caja por la mesa?

PLANTEAMIENTO La caja se encuentra en reposo sobre la mesa, de modo que, en cada caso, la fuerza neta sobre la caja es cero (segunda ley de Newton). El peso de la caja es igual a mg en los tres casos.

SOLUCIÓN *a*) El peso de la caja es $mg = (10.0\text{ kg})(9.80\text{ m/s}^2) = 98.0\text{ N}$, y esta fuerza actúa hacia abajo. La única otra fuerza sobre la caja es la fuerza normal, ejercida por la mesa hacia arriba sobre ella, como se ilustra en la figura 4-15*a*. Se eligió la dirección hacia arriba como la dirección y positiva; entonces, la fuerza neta ΣF_y sobre la caja es $\Sigma F_y = F_N - mg$. La caja está en reposo, así que la fuerza neta sobre ella debe ser cero (segunda ley de Newton, $\Sigma F_y = ma_y$, y $a_y = 0$). Por tanto

$$\Sigma F_y = F_N - mg = 0,$$

y, en este caso, se tiene

$$F_N = mg.$$

La fuerza normal sobre la caja, ejercida por la mesa, es de 98.0 N hacia arriba, y tiene una magnitud igual al peso de la caja.

b) Su amigo empuja la caja hacia abajo con una fuerza de 40.0 N. Así que, en lugar de que sólo actúen dos fuerzas sobre la caja, ahora existen tres fuerzas, como se aprecia en la figura 4-15*b*. El peso de la caja todavía es $mg = 98.0$ N. La fuerza neta es $\Sigma F_y = F_N - mg - 40.0$ N, y es igual a cero porque la caja permanece en reposo. Por tanto, dado que $a = 0$, la segunda ley de Newton da como resultado

$$\Sigma F_y = F_N - mg - 40.0\text{ N} = 0.$$

Se resuelve esta ecuación para la fuerza normal:

$$F_N = mg + 40.0\text{ N} = 98.0\text{ N} + 40.0\text{ N} = 138.0\text{ N},$$

que es mayor que en *a*). La mesa empuja de vuelta con más fuerza cuando una persona empuja hacia abajo sobre la caja. ¡La fuerza normal no siempre es igual al peso!

c) El peso de la caja todavía es de 98.0 N y actúa hacia abajo. La fuerza ejercida por su amigo y la fuerza normal actúan hacia arriba (dirección positiva), como se observa en la figura 4-15*c*. La caja no se mueve puesto que la fuerza hacia arriba de su amigo es menor que el peso de la caja. La fuerza neta, de nuevo establecida en cero en la segunda ley de Newton porque $a = 0$, es

$$\Sigma F_y = F_N - mg + 40.0\text{ N} = 0,$$

así que

$$F_N = mg - 40.0\text{ N} = 98.0\text{ N} - 40.0\text{ N} = 58.0\text{ N}.$$

La mesa no empuja todo el peso de la caja por el jalón ascendente de su amigo.

NOTA El peso de la caja (= mg) no cambia como resultado del empuje o jalón de su amigo. Sólo la fuerza normal resulta afectada.

Recuerde que la fuerza normal es elástica en origen (la mesa de la figura 4-15 se hunde ligeramente bajo el peso de la caja). La fuerza normal en el ejemplo 4-6 es vertical, perpendicular a la mesa horizontal. Sin embargo, la fuerza normal no siempre es vertical. Cuando empuja contra una pared vertical, por ejemplo, la fuerza normal con la que la pared empuja de vuelta sobre usted es horizontal. Para un objeto sobre un plano inclinado en un ángulo con la horizontal, como un esquiador o un automóvil que van por una colina, la fuerza normal actúa de forma perpendicular al plano, y por tanto, no es vertical.

EJEMPLO 4–7 **Aceleración de la caja.** ¿Qué ocurre cuando una persona jala hacia arriba la caja del ejemplo 4-6*c*) con una fuerza igual a, o mayor que, el peso de la caja, por ejemplo, $F_P = 100.0$ N, en lugar de los 40.0 N que se indican en la figura 4-15*c*?

PLANTEAMIENTO Comience tal como en el ejemplo 4-6, pero prepárese para una sorpresa.

SOLUCIÓN La fuerza neta sobre la caja es

$$\begin{aligned}\Sigma F_y &= F_N - mg + F_P \\ &= F_N - 98.0\,\text{N} + 100.0\,\text{N},\end{aligned}$$

y, si esto se hace igual a cero (pensando que la aceleración puede ser cero), debería obtenerse $F_N = -2.0$ N. Esto no tiene sentido, pues el signo negativo implica que F_N apunta hacia abajo y la mesa seguramente no *jala* hacia abajo la caja (a menos que exista pegamento sobre la mesa). El valor menor que puede tener F_N es cero, que se cumple en este caso. Lo que en realidad sucede aquí es que la caja acelera hacia arriba porque la fuerza neta no es cero. La fuerza neta (si se establece que la fuerza normal $F_N = 0$) es

$$\begin{aligned}\Sigma F_y = F_P - mg &= 100.0\,\text{N} - 98.0\,\text{N} \\ &= 2.0\,\text{N}\end{aligned}$$

hacia arriba. Observe la figura 4-16. Se aplica la segunda ley de Newton y se determina que la caja se mueve hacia arriba con una aceleración

$$\begin{aligned}a_y = \frac{\Sigma F_y}{m} &= \frac{2.0\,\text{N}}{10.0\,\text{kg}} \\ &= 0.20\,\text{m/s}^2.\end{aligned}$$

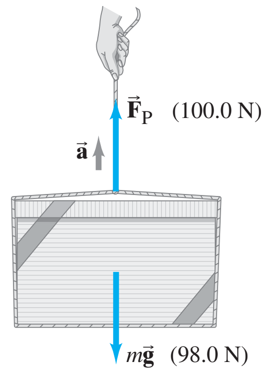


FIGURA 4–16 Ejemplo 4-7. La caja acelera hacia arriba porque $F_P > mg$.

Un ejemplo adicional

EJEMPLO 4–8 **Pérdida aparente de peso.** Una mujer de 65 kg desciende en un elevador que brevemente acelera a 0.20*g* hacia abajo cuando deja un piso. Ella está de pie sobre una báscula que marca en kg. *a*) Durante esta aceleración, ¿cuál es su peso y qué indica la báscula? *b*) ¿Qué indica la báscula cuando el elevador desciende a una rapidez constante de 2.0 m/s?

PLANTEAMIENTO La figura 4-17 muestra todas las fuerzas que actúan sobre la mujer (y *sólo* aquellas que actúan sobre ella). La dirección de la aceleración es hacia abajo, la que se toma como positiva.

SOLUCIÓN *a*) A partir de la segunda ley de Newton,

$$\begin{aligned}\Sigma F &= ma \\ mg - F_N &= m(0.20g).\end{aligned}$$

Se resuelve para F_N:

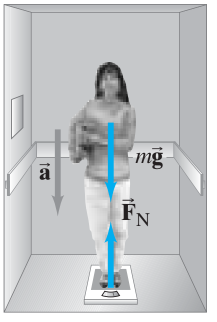
$$F_N = mg - 0.20mg = 0.80mg,$$

y actúa hacia arriba. La fuerza normal $\vec{\mathbf{F}}_N$ es la fuerza que la báscula ejerce sobre la persona, y es igual y opuesta a la fuerza que ella ejerce sobre la báscula: $F'_N = 0.80mg$ hacia abajo. Su peso (fuerza de gravedad sobre ella) todavía es $mg = (65\text{ kg})(9.8\text{ m/s}^2) = 640$ N. Pero la báscula, que necesita ejercer una fuerza de sólo $0.80mg$ arrojará una lectura de $0.80m = 52$ kg.

b) Ahora no hay aceleración, $a = 0$, así que, por la segunda ley de Newton, $mg - F_N = 0$ y $F_N = mg$. La báscula indica su masa verdadera de 65 kg.

NOTA La báscula en *a*) puede arrojar una lectura de 52 kg (como una “masa aparente”), pero su masa no cambia como resultado de la aceleración: permanece en 65 kg.

FIGURA 4–17 Ejemplo 4-8.



4–7 Resolución de problemas con las leyes de Newton: diagramas de cuerpo libre

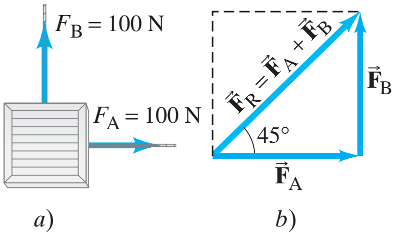
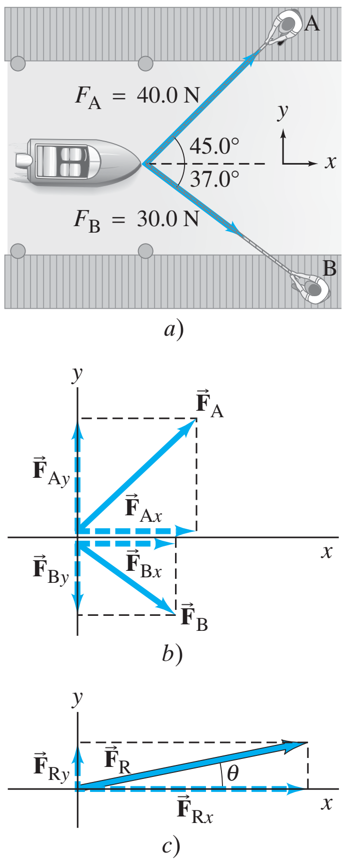


FIGURA 4–18 *a*) Dos fuerzas, $\vec{F}_A$ y $\vec{F}_B$, ejercidas por dos trabajadores, A y B, actúan sobre una caja. *b*) La suma, o resultante, de $\vec{F}_A$ y $\vec{F}_B$ es $\vec{F}_R$.

La segunda ley de Newton dice que la aceleración de un objeto es proporcional a la *fuerza neta* que actúa sobre él. La **fuerza neta**, como se mencionó antes, es la *suma vectorial* de todas las fuerzas que actúan sobre el objeto. De hecho, los experimentos han demostrado que las fuerzas sí se suman como vectores, precisamente de acuerdo con las reglas desarrolladas en el capítulo 3. Por ejemplo, en la figura 4-18, se representan dos fuerzas de igual magnitud (100 N cada una) que actúan sobre un objeto en ángulos rectos uno con respecto al otro. Intuitivamente, se observa que el objeto comenzará a moverse en un ángulo de 45°, y por tanto, la fuerza neta actúa en un ángulo de 45°. Esto sólo es lo que señalan las reglas de la suma vectorial. A partir del teorema de Pitágoras, la magnitud de la fuerza resultante es $F_R = \sqrt{(100\text{ N})^2 + (100\text{ N})^2} = 141$ N.

FIGURA 4–19 Ejemplo 4-19: Dos vectores fuerza actúan sobre un bote.



EJEMPLO 4–9 **Suma de vectores fuerza.** Calcule la suma de las dos fuerzas ejercidas sobre el bote por los trabajadores A y B de la figura 4-19*a*.

PLANTEAMIENTO Se suman los vectores fuerza como otros vectores cualesquiera, como se describe en el capítulo 3. El primer paso es elegir un sistema coordenado *xy*, como en la figura 4-19*a*, y luego descomponer los vectores.

SOLUCIÓN En la figura 4-19*b* se muestran los componentes de los dos vectores fuerza. Se suman las fuerzas utilizando el método de componentes. Los componentes de $\vec{F}_A$ son

$$F_{Ax} = F_A \cos 45.0° = (40.0\text{ N})(0.707) = 28.3\text{ N},$$
$$F_{Ay} = F_A \operatorname{sen} 45.0° = (40.0\text{ N})(0.707) = 28.3\text{ N}.$$

Los componentes de $\vec{F}_B$ son

$$F_{Bx} = +F_B \cos 37.0° = +(30.0\text{ N})(0.799) = +24.0\text{ N},$$
$$F_{By} = -F_B \operatorname{sen} 37.0° = -(30.0\text{ N})(0.602) = -18.1\text{ N}.$$

F_{By} es negativo porque apunta a lo largo del eje *y* negativo. Los componentes de la fuerza resultante son (figura 4-19*c*)

$$F_{Rx} = F_{Ax} + F_{Bx} = 28.3\text{ N} + 24.0\text{ N} = 52.3\text{ N},$$
$$F_{Ry} = F_{Ay} + F_{By} = 28.3\text{ N} - 18.1\text{ N} = 10.2\text{ N}.$$

Para encontrar la magnitud de la fuerza resultante, se utiliza el teorema de Pitágoras:

$$F_R = \sqrt{F_{Rx}^2 + F_{Ry}^2} = \sqrt{(52.3)^2 + (10.2)^2}\text{ N} = 53.3\text{ N}.$$

La única pregunta restante es cuál es el ángulo θ que la fuerza neta $\vec{F}_R$ forma con el eje *x*. Se utiliza:

$$\tan\theta = \frac{F_{Ry}}{F_{Rx}} = \frac{10.2\text{ N}}{52.3\text{ N}} = 0.195,$$

y $\tan^{-1}(0.195) = 11.0°$. La fuerza neta sobre el bote tiene magnitud 53.3 N y actúa en un ángulo de 11.0° con respecto al eje *x*.

RESOLUCIÓN DE PROBLEMAS

Diagrama de cuerpo libre

Identifique todas las fuerzas.

Cuando se resuelven problemas relacionados con las leyes de Newton y con fuerza, es muy importante dibujar un diagrama que muestre todas las fuerzas que actúan *sobre* cada objeto implicado. Tal diagrama se llama **diagrama de cuerpo libre**, o **diagrama de fuerza**: elija un objeto y dibuje una flecha para representar cada fuerza que actúa sobre él. Incluya *todas* las fuerzas que actúan sobre dicho objeto. No represente fuerzas que el objeto elegido ejerza sobre *otros*. Para ayudarle a identificar cada fuerza y todas las que se ejerzan sobre el objeto elegido, pregúntese qué otros objetos podrían ejercer una fuerza sobre él. Si el problema implica más de un objeto, es necesario un diagrama de cuerpo libre separado para cada uno.

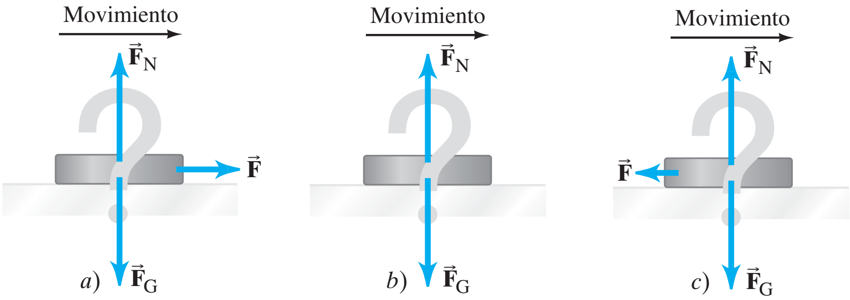


FIGURA 4–20 Ejemplo 4-10. ¿Cuál es el diagrama de cuerpo libre correcto para un disco de hockey que se desliza a través del hielo sin fricción?

EJEMPLO CONCEPTUAL 4–10 **El disco de hockey.** Un disco de hockey se desliza con velocidad constante a través de una superficie horizontal plana de hielo que se supone sin fricción. ¿Cuál de los bosquejos de la figura 4-20 es el diagrama de cuerpo libre correcto para este disco? ¿Cuál sería su respuesta si el disco frenara?

RESPUESTA ¿Eligió *a*)? Si es así, puede responder la pregunta: ¿qué ejerce la fuerza horizontal designada $\vec{\mathbf{F}}$ sobre el disco? Si dice que es la fuerza necesaria para mantener el movimiento, pregúntese: ¿qué ejerce esta fuerza? Recuerde que otro objeto debe ejercer alguna fuerza y, aquí, simplemente no existe ninguna posibilidad. Por tanto, *a*) está equivocado. Además, por la segunda ley de Newton, la fuerza $\vec{\mathbf{F}}$ de la figura 4-20*a* daría lugar a un aumento en la aceleración. El bosquejo *b*) es la respuesta correcta, puesto que no existe fricción. Ninguna fuerza neta actúa sobre el disco, y éste se desliza a velocidad constante a través del hielo.

En el mundo real, donde incluso el hielo liso ejerce al menos una pequeña fuerza de fricción, *c*) es la respuesta correcta. La pequeña fuerza de fricción está en la dirección opuesta al movimiento, y la velocidad del disco disminuye, aun cuando esto sea muy lentamente.

A continuación se presenta un breve resumen de cómo plantear la resolución de problemas relacionados con las leyes de Newton.

RESOLUCIÓN DE PROBLEMAS Leyes de Newton; diagramas de cuerpo libre

1. **Dibuje un bosquejo** de la situación.
2. Considere sólo un objeto (a la vez) y dibuje un **diagrama de cuerpo libre** para dicho objeto, que muestre *todas* las fuerzas que actúan *sobre* dicho objeto. Incluya cualquier fuerza desconocida que tenga que encontrar. No muestre las fuerzas que el objeto elegido ejerce sobre otros objetos. Dibuje la flecha para cada vector fuerza de la manera más precisa posible en cuanto a dirección y magnitud. Asigne un símbolo a cada fuerza, incluso a aquellas que debe determinar, en relación con su fuente (gravedad, persona, fricción, etcétera).

   Si varios objetos están implicados, dibuje un diagrama de cuerpo libre para cada uno de ellos *por separado*, que incluya todas las fuerzas que actúan *sobre dicho objeto* (y *sólo* las fuerzas que actúan sobre él). Para cada (y toda) fuerza, debe ser claro acerca de: *sobre* cuál objeto actúa y *cuál* objeto ejerce dicha fuerza. Sólo las fuerzas que actúan *sobre* un objeto dado se incluyen en $\Sigma\vec{\mathbf{F}} = m\vec{\mathbf{a}}$ para dicho objeto.
3. La segunda ley de Newton tiene que ver con vectores y, por lo general, es importante **descomponer los vectores** en sus componentes. **Elija los ejes** x y y de tal forma que simplifique el cálculo. Por ejemplo, el hecho de elegir que un eje coordenado se encuentre en la misma dirección que la aceleración es algo que a menudo representa un ahorro de trabajo.
4. Para cada objeto, **aplique la segunda ley de Newton** por separado a los componentes x y y. Esto es, el componente x de la fuerza neta sobre un objeto está relacionado con el componente x de la aceleración de ese objeto: $\Sigma F_x = ma_x$, y de manera similar para la dirección y.
5. **Resuelva** la ecuación o ecuaciones para la(s) incógnita(s).

Este recuadro de resolución de problemas no debe considerarse como una receta. Más bien, se trata de un resumen de las cosas que hay que hacer para pensar y adentrarse en el problema.

Vectores de fuerza en los diagramas

Cuando sólo interese el movimiento de traslación, todas las fuerzas sobre un objeto dado pueden dibujarse como si actuasen en el centro del objeto, de modo que el objeto se considera como una partícula puntual. Sin embargo, para problemas que impliquen rotación o estática, también es importante el lugar *donde* cada fuerza actúa, como se verá en los capítulos 8 y 9.

En los ejemplos siguientes, se supone que todas las superficies son muy lisas, de modo que la fricción se considera despreciable. (La fricción y algunos ejemplos que la utilizan se estudiarán en la sección 4-8).

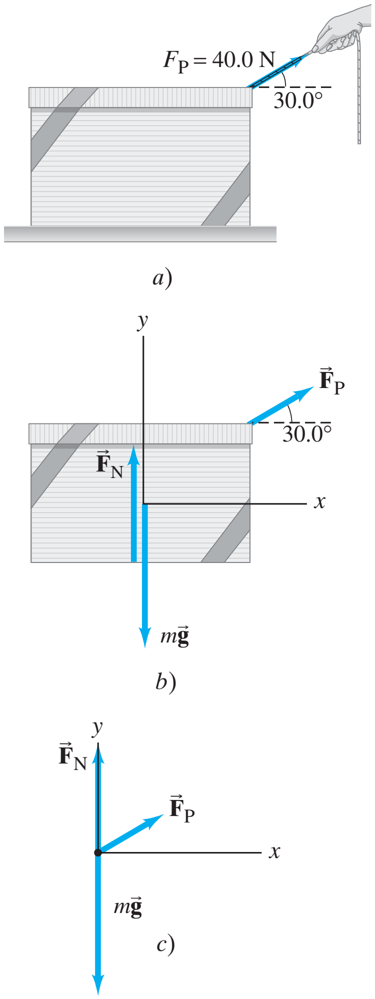


FIGURA 4–21 *a*) Jalar una caja, ejemplo 4-11; *b*) es el diagrama de cuerpo libre de la caja, y *c*) es el diagrama de cuerpo libre considerando todas las fuerzas que actúan en un punto (movimiento de traslación solamente, que es lo que se tiene aquí).

EJEMPLO 4–11 **Jalar la caja misteriosa.** Suponga que un amigo le pide examinar la caja de 10.0 kg que le entregó (ejemplo 4-6, figura 4-15), con la esperanza de que adivine qué hay en su interior, y usted responde: "Claro, jale la caja hacia usted". Entonces la persona jala la caja mediante la cuerda atada, como se muestra en la figura 4-21*a*, a lo largo de la superficie lisa de la mesa. La magnitud de la fuerza ejercida por la persona es $F_P = 40.0$ N y se ejerce en un ángulo de 30.0° como se indica. Calcule *a*) la aceleración de la caja y *b*) la magnitud de la fuerza ascendente F_N ejercida por la mesa sobre la caja. La fricción se ignora.

PLANTEAMIENTO Se sigue el recuadro de resolución de problemas de la página anterior.

SOLUCIÓN

1. **Dibuje un bosquejo:** La situación se muestra en la figura 4-21*a*; se representa la caja y la fuerza aplicada por la persona, F_P.
2. **Diagrama de cuerpo libre:** La figura 4-21*b* ilustra el diagrama de cuerpo libre de la caja. Para dibujarlo correctamente, hay que indicar *todas* las fuerzas que actúan sobre la caja y *sólo* las fuerzas que actúan sobre ella, que son: la fuerza de gravedad, $m\vec{g}$; la fuerza normal ejercida por la mesa, $\vec{F}_N$; y la fuerza ejercida por la persona, $\vec{F}_P$. Como sólo interesa el movimiento de traslación, las tres fuerzas se representan como si actuaran en un punto (figura 4-21*c*).
3. **Elija los ejes y efectúe la descomposición de los vectores:** Se espera que el movimiento sea horizontal, así que se elige el eje *x* horizontal y el eje *y* vertical. El jalón de 40.0 N tiene los componentes

$$F_{Px} = (40.0\,\mathrm{N})(\cos 30.0°) = (40.0\,\mathrm{N})(0.866) = 34.6\,\mathrm{N},$$
$$F_{Py} = (40.0\,\mathrm{N})(\mathrm{sen}\,30.0°) = (40.0\,\mathrm{N})(0.500) = 20.0\,\mathrm{N}.$$

   En la dirección horizontal (x), $\vec{F}_N$ y $m\vec{g}$ tienen componentes cero. Por tanto, el componente horizontal de la fuerza neta es F_{Px}.
4. *a*) **Aplique la segunda ley de Newton** para determinar el componente *x* de la aceleración:

$$F_{Px} = ma_x.$$

5. *a*) **Resuelva:**

$$a_x = \frac{F_{Px}}{m} = \frac{(34.6\,\mathrm{N})}{(10.0\,\mathrm{kg})} = 3.46\,\mathrm{m/s^2}.$$

   La aceleración de la caja es 3.46 $\mathrm{m/s^2}$ hacia la derecha.
   b) A continuación hay que encontrar F_N.
4. *b*) **Aplique la segunda ley de Newton** a la dirección vertical (y), considerando arriba como positivo:

$$\Sigma F_y = ma_y$$
$$F_N - mg + F_{Py} = ma_y.$$

5. *b*) **Resuelva:** Se tiene $mg = (10.0\,\mathrm{kg})(9.80\,\mathrm{m/s^2}) = 98.0$ N y, del punto 3 anterior, $F_{Py} = 20.0$ N. Más aún, dado que $F_{Py} < mg$, la caja no se mueve verticalmente, así que $a_y = 0$. Por tanto

$$F_N - 98.0\,\mathrm{N} + 20.0\,\mathrm{N} = 0,$$

   así que

$$F_N = 78.0\,\mathrm{N}.$$

NOTA F_N es menor que mg: La mesa no empuja contra todo el peso de la caja porque parte del jalón ejercido por la persona está en la dirección hacia arriba.

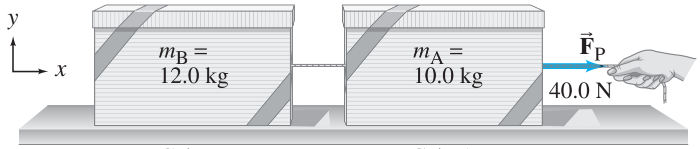
Tensión en una cuerda flexible

Cuando una cuerda flexible jala un objeto, se dice que la cuerda está bajo **tensión** y que la fuerza que ejerce sobre el objeto es la tensión F_T. Si la cuerda tiene masa despreciable, la fuerza ejercida en un extremo se transmite sin merma hacia cada parte de la cuerda y a todo lo largo de ella hasta el otro extremo. ¿Por qué? Porque para la cuerda $\Sigma\vec{F} = m\vec{a} = 0$ si la masa m de la cuerda es cero (o despreciable), sin importar cuál sea $\vec{a}$. Por lo mismo, las fuerzas que jalan la cuerda en sus dos extremos deben sumar cero (F_T y $-F_T$). Note que las cuerdas flexibles y los cordeles sólo pueden jalar; no pueden empujar porque se doblan.

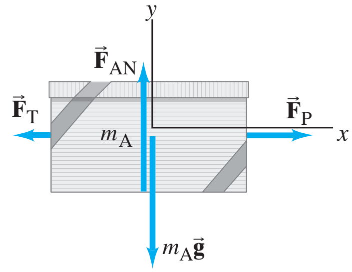
RESOLUCIÓN DE PROBLEMAS

Las cuerdas pueden jalar, pero no pueden empujar; existe tensión a lo largo de una cuerda.

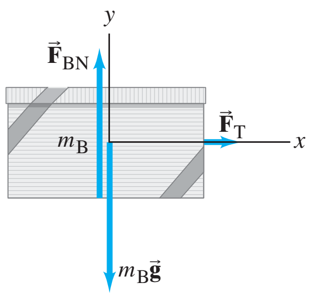
FIGURA 4–22 Ejemplo 4-12. *a*) Dos cajas, A y B, están conectadas mediante una cuerda. Una persona jala horizontalmente la caja A con fuerza $F_P = 40.0$ N. *b*) Diagrama de cuerpo libre de la caja A. *c*) Diagrama de cuerpo libre de la caja B.



a)



b)



c)

El siguiente ejemplo considera dos cajas atadas mediante una cuerda. Este tipo de grupo de objetos se denomina sistema. Un *sistema* es cualquier grupo de uno o más objetos que se elige considerar y estudiar.

EJEMPLO 4–12 **Dos cajas atadas mediante una cuerda.** Dos cajas, A y B, están atadas mediante una cuerda ligera y están en reposo sobre una mesa lisa (sin fricción). Las cajas tienen masas de 12.0 kg y 10.0 kg. A la caja de 10.0 kg se le aplica una fuerza horizontal F_P de 40.0 N, como se ilustra en la figura 4-22*a*. Encuentra *a*) la aceleración de cada caja y *b*) la tensión en la cuerda que une las cajas.

PLANTEAMIENTO Se simplificará el planteamiento al no mencionar cada paso. Se tienen dos cajas, así que se necesita dibujar un diagrama de cuerpo libre para cada una. Para dibujarlos correctamente, deben considerarse las fuerzas sobre *cada* caja, de modo que se pueda aplicar la segunda ley de Newton a cada una. La persona ejerce una fuerza F_P sobre la caja A. La caja A ejerce una fuerza F_T sobre la cuerda de conexión y la cuerda ejerce una fuerza F_T, opuesta pero de igual magnitud, de vuelta sobre la caja A (tercera ley de Newton). Estas dos fuerzas horizontales sobre la caja A se muestran en la figura 4-22*b*, junto con la fuerza de gravedad $m_A\vec{g}$ hacia abajo y la fuerza normal $\vec{F}_{AN}$ ejercida hacia arriba por la mesa. La cuerda es delgada, de modo que su masa se considera despreciable. Por tanto, la tensión en cada extremo de la cuerda es la misma. En consecuencia, la cuerda ejerce una fuerza F_T sobre la segunda caja. La figura 4-22*c* muestra las fuerzas sobre la caja B, que son $\vec{F}_T$, $m_B\vec{g}$, y la fuerza normal $\vec{F}_{BN}$. Sólo existirá movimiento horizontal. El eje *x* se considera positivo hacia la derecha.

SOLUCIÓN *a*) Se aplica $\Sigma F_x = ma_x$ a la caja A:

$$\Sigma F_x = F_P - F_T = m_A a_A. \qquad \text{[caja A]}$$

Para la caja B, la única fuerza horizontal es F_T, así que

$$\Sigma F_x = F_T = m_B a_B. \qquad \text{[caja B]}$$

Las cajas están unidas, y si la cuerda permanece tensa y no se estira, entonces las dos cajas tendrán la misma aceleración *a*. Por tanto, $a_A = a_B = a$. Se han proporcionado los datos $m_A = 10.0$ kg y $m_B = 12.0$ kg. Al sumar las dos ecuaciones anteriores para eliminar una incógnita (F_T), se obtiene

$$(m_A + m_B)a = F_P - F_T + F_T = F_P$$

o

$$a = \frac{F_P}{m_A + m_B} = \frac{40.0\text{ N}}{22.0\text{ kg}} = 1.82\text{ m/s}^2.$$

Esto es lo que se buscaba.

Solución alterna Se habría obtenido el mismo resultado si se hubiese considerado un solo sistema, de masa $m_A + m_B$, sobre el que actúa una fuerza horizontal neta igual a F_P. (Entonces las fuerzas de tensión F_T se habrían considerado internas al sistema como un todo y, sumadas en conjunto, realizarían una aportación cero a la fuerza neta sobre *todo* el sistema).

RESOLUCIÓN DE PROBLEMAS
Un análisis alterno

b) A partir de la ecuación anterior para la caja B ($F_T = m_B a_B$), la tensión en la cuerda es

$$F_T = m_B a = (12.0\text{ kg})(1.82\text{ m/s}^2) = 21.8\text{ N}.$$

Así, F_T es menor que F_P (= 40.0 N), como se esperaba, dado que F_T actúa sólo para acelerar a m_B.

PRECAUCIÓN
Para cualquier objeto, considere solamente las fuerzas sobre dicho objeto al calcular $\Sigma F = ma$

NOTA Es tentador decir que la fuerza que ejerce la persona, F_P, no sólo actúa sobre la caja A, sino también sobre la caja B. No es así. F_P sólo actúa sobre la caja A. Afecta a la caja B a través de la tensión en la cuerda, F_T, que actúa sobre la caja B y la acelera.

Ejemplos adicionales

He aquí más ejemplos trabajados para darle práctica en la resolución de un amplio espectro de problemas.

FÍSICA APLICADA

Elevador (como máquina de Atwood).

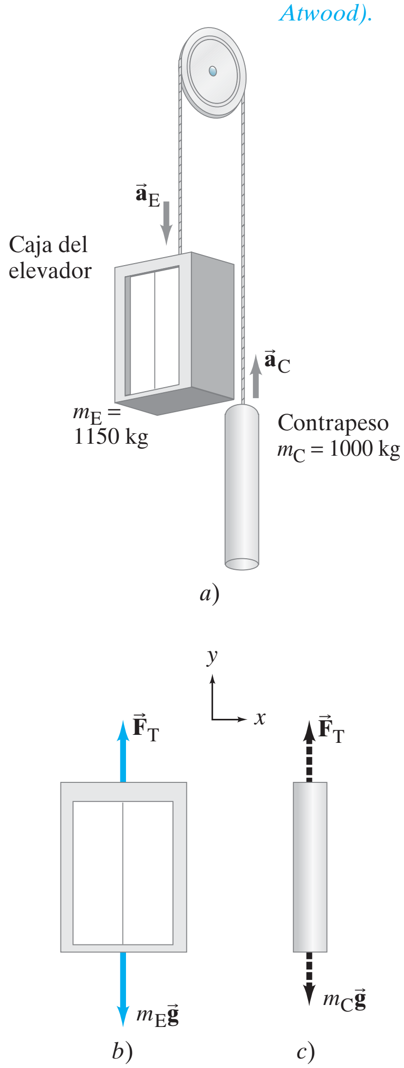


FIGURA 4–23 Ejemplo 4-13. *a*) Máquina de Atwood en la forma de un sistema elevador-contrapeso. *b*) y *c*) Diagramas de cuerpo libre para los dos objetos.

EJEMPLO 4–13 **Elevador y contrapeso (máquina de Atwood).** A un sistema de dos objetos suspendidos sobre una polea mediante un cable flexible, como se aprecia en la figura 4-23*a*, se le conoce como *máquina de Atwood*. Considere la aplicación de la vida real de un elevador (m_E) y su contrapeso (m_C). Para minimizar el trabajo realizado por el motor para elevar y bajar con seguridad al elevador, m_E y m_C son similares en masa. Para este cálculo se dejará fuera del sistema al motor y se supondrá que la masa del cable es despreciable y que la masa de la polea, así como cualquier fricción, son pequeños y se pueden ignorar. Estas suposiciones aseguran que la tensión F_T en el cable tenga la misma magnitud en ambos lados de la polea. Sea $m_C = 1000$ kg la masa del contrapeso. Se supone que la masa del elevador vacío es de 850 kg y que su masa cuando lleva a cuatro pasajeros es $m_E = 1150$ kg. Para el último caso ($m_E = 1150$ kg), calcule *a*) la aceleración del elevador y *b*) la tensión en el cable.

PLANTEAMIENTO De nuevo se tienen dos objetos y será necesario aplicar la segunda ley de Newton a cada uno de ellos por separado. Cada masa tiene dos fuerzas que actúan sobre ella: la gravedad hacia abajo y la tensión del cable que jala hacia arriba, $\vec{\mathbf{F}}_T$. Las figuras 4-23*b* y *c* muestran los diagramas de cuerpo libre para el elevador (m_E) y para el contrapeso (m_C). El elevador, al ser el más pesado, acelerará hacia abajo, mientras que el contrapeso acelerará hacia arriba. Las magnitudes de sus aceleraciones serán iguales (se supone que el cable no se estira). Para el contrapeso, $m_C g = (1000\,\text{kg})(9.80\,\text{m/s}^2) = 9800\,\text{N}$, así que F_T debe ser mayor que 9800 N (con la finalidad de que m_C acelere hacia arriba). Para el elevador, $m_E g = (1150\,\text{kg})(9.80\,\text{m/s}^2) = 11{,}300\,\text{N}$, que debe tener una magnitud mayor que F_T de modo que m_E acelere hacia abajo. De esta forma, el cálculo debe proporcionar una F_T entre 9800 N y 11,300 N.

SOLUCIÓN *a*) Para encontrar F_T, así como la aceleración *a*, se aplica la segunda ley de Newton, $\Sigma F = ma$, a cada objeto. Se considera que la dirección *y* positiva es hacia arriba para ambos objetos. Con esta elección de ejes, $a_C = a$ porque m_C acelera hacia arriba, y $a_E = -a$ porque m_E acelera hacia abajo. Por tanto

$$F_T - m_E g = m_E a_E = -m_E a$$
$$F_T - m_C g = m_C a_C = +m_C a.$$

Se resta la primera ecuación de la segunda para obtener

$$(m_E - m_C)g = (m_E + m_C)a,$$

donde ahora la única incógnita es *a*. Se resuelve esto para *a*:

$$a = \frac{m_E - m_C}{m_E + m_C}\,g = \frac{1150\,\text{kg} - 1000\,\text{kg}}{1150\,\text{kg} + 1000\,\text{kg}}\,g = 0.070\,g = 0.68\,\text{m/s}^2.$$

El elevador (m_E) acelera hacia abajo (y el contrapeso m_C hacia arriba) en $a = 0.070g = 0.68\,\text{m/s}^2$.

b) La tensión en el cable F_T se obtiene a partir de cualquiera de las dos ecuaciones $\Sigma F = ma$, con $a = 0.070g = 0.68\,\text{m/s}^2$:

$$\begin{aligned} F_T = m_E g - m_E a &= m_E(g - a) \\ &= 1150\,\text{kg}\,(9.80\,\text{m/s}^2 - 0.68\,\text{m/s}^2) = 10{,}500\,\text{N}, \\ F_T = m_C g + m_C a &= m_C(g + a) \\ &= 1000\,\text{kg}\,(9.80\,\text{m/s}^2 + 0.68\,\text{m/s}^2) = 10{,}500\,\text{N}, \end{aligned}$$

que es consistente. Como se predijo, el resultado se encuentra entre 9800 N y 11,300 N.

NOTA Es posible comprobar la ecuación para la aceleración *a* en este ejemplo al notar que, si las masas fuesen iguales ($m_E = m_C$), entonces la ecuación anterior para *a* produciría $a = 0$, como se esperaría. Además, si una de las masas es cero (por ejemplo, $m_C = 0$), entonces la otra masa ($m_E \neq 0$) podría predecirse a partir de la ecuación para acelerar a $a = g$, de nuevo como se espera.

RESOLUCIÓN DE PROBLEMAS

Compruebe su resultado observando si funciona en situaciones donde la respuesta es fácilmente deducible.

EJEMPLO CONCEPTUAL 4–14 **La ventaja de una polea.** Un trabajador de mudanzas intenta subir un piano (lentamente) hasta un departamento en el segundo piso (figura 4-24). Para ello, utiliza una soga enredada sobre dos poleas, como se ilustra. ¿Qué fuerza debe ejercer sobre la soga para elevar lentamente los 2000 N de peso del piano?

RESPUESTA La magnitud de la fuerza de tensión F_T en la soga es la misma en cualquier punto a lo largo de la soga si se supone que se puede ignorar su masa. Primero hay que distinguir las fuerzas que actúan sobre la polea inferior en el piano. El peso del piano jala hacia abajo sobre la polea mediante un cable corto. La tensión en la soga, enredada a través de esta polea, jala hacia arriba *el doble*, una vez en cada lado de la polea. Se aplicará la segunda ley de Newton a la combinación polea-piano (de masa m):

$$2F_T - mg = ma.$$

Mover el piano con rapidez constante (establecida $a = 0$ en esta ecuación) requiere, por tanto, una tensión en la soga y, por lo mismo, un jalón en la soga, de $F_T = mg/2$. El trabajador de mudanzas ejerce una fuerza igual a la mitad del peso del piano. Se dice que la polea ha dado una **ventaja mecánica** de 2, pues, sin la polea, el trabajador de mudanzas tendría que ejercer el doble de fuerza.

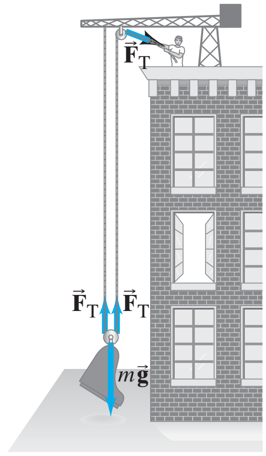


FIGURA 4–24 Ejemplo 4-14.

EJEMPLO 4–15 **Cómo sacar un automóvil del fango.** Cuando su automóvil se atasca en el fango, una excelente estudiante de un curso de física ata una fuerte soga a la defensa trasera del auto y el otro extremo a una roca grande, como se representa en la figura 4-25*a*. Ella empuja en el punto medio de la soga con su esfuerzo máximo, que estima como una fuerza $F_P \approx 300$ N. El automóvil apenas comienza a ceder con la soga en un ángulo θ (véase la figura), que ella estima en 5°. ¿Con qué fuerza jala la soga al automóvil? Desprecia la masa de la soga.

Cómo salir del fango.

PLANTEAMIENTO Primero, note que la tensión en una soga siempre es a lo largo de la misma. Cualquier componente perpendicular a la soga provocaría que ésta se doblara o curvara (como lo hace aquí donde actúa $\vec{F}_P$); en otras palabras, una soga puede soportar una fuerza de tensión sólo a lo largo de ella misma. Sean $\vec{F}_{RS}$ y $\vec{F}_{AS}$ las fuerzas sobre la roca y sobre el automóvil, ejercidas por la tensión en la soga, como se muestra en la figura 4-25*a*. Elegiremos observar las fuerzas sobre la pequeña sección de soga donde la joven empuja. El diagrama de cuerpo libre se reproduce en la figura 4-25*b*, que muestra tanto a $\vec{F}_P$ como las tensiones en la soga (note que se ha usado la tercera ley de Newton: $\vec{F}_{SR} = -\vec{F}_{RS}$, $\vec{F}_{SA} = -\vec{F}_{AS}$. En el momento en el que el auto cede, la aceleración todavía es cero en esencia, de modo que $\vec{a} = 0$.

SOLUCIÓN Para el componente x de $\Sigma\vec{F} = m\vec{a} = 0$ sobre esa pequeña sección de soga (figura 4-25*b*), se tiene

$$\Sigma F_x = F_{SR}\cos\theta - F_{SA}\cos\theta = 0.$$

Por lo mismo, $F_{SR} = F_{SA}$, y estas fuerzas representan la magnitud de la tensión en la soga, que se designa F_T; entonces se escribe $F_T = F_{SR} = F_{SA}$. En la dirección y, las fuerzas que actúan son F_P y los componentes de F_{SR} y F_{SA} que apuntan en la dirección y negativa (cada una igual a F_T sen θ). De modo que, para el componente y de $\Sigma\vec{F} = m\vec{a}$, se tiene

$$\Sigma F_y = F_P - 2F_T\,\text{sen}\,\theta = 0.$$

Se resuelve esto para F_T y se inserta $\theta = 5°$ y $F_P \approx 300$ N, que se proporcionaron:

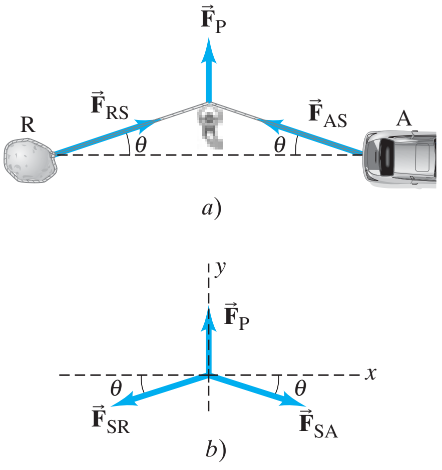
$$F_T = \frac{F_P}{2\,\text{sen}\,\theta} \approx \frac{300\text{ N}}{2\,\text{sen}\,5°} \approx 1700\text{ N}.$$

Cuando la estudiante graduada en física ejerció una fuerza de 300 N sobre la soga, la fuerza producida sobre el automóvil fue de 1700 N. ¡Ella fue capaz de multiplicar su esfuerzo casi seis veces con el uso de esta técnica!

NOTA Hay que advertir la simetría del problema, lo que garantiza que $F_{SR} = F_{SA}$.

NOTA Compare las figuras 4-25*a* y *b*. Hay que hacer notar que no se puede escribir la segunda ley de Newton valiéndose de la figura 4-25*a* porque los vectores fuerza no actúan sobre el mismo objeto. Sólo con la elección de una pequeña sección de soga como el objeto, y mediante la tercera ley de Newton (en este caso, la roca y el automóvil que jala de vuelta sobre la soga con fuerzas F_{SR} y F_{SA}), es que todas las fuerzas se aplican al mismo objeto.

FIGURA 4–25 Ejemplo 4-15. *a*) Cómo sacar un automóvil del fango, donde se muestran las fuerzas sobre la roca, sobre el automóvil y la ejercida por la persona. *b*) Diagrama de cuerpo libre: fuerzas sobre un pequeño segmento de la soga.



RESOLUCIÓN DE PROBLEMAS

Use cualquier simetría presente para simplificar un problema.

4–8 Problemas que implican fricción y planos inclinados

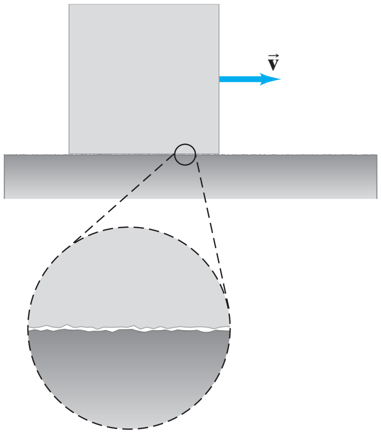


FIGURA 4–26 Un objeto que se mueve hacia la derecha sobre una mesa o piso. Las dos superficies en contacto son rugosas, al menos en una escala microscópica.

Fricción

Hasta ahora se ha ignorado la fricción, pero se le debe tomar en consideración en la mayor parte de las situaciones prácticas. La fricción existe entre dos superficies sólidas porque incluso la superficie de apariencia más lisa es bastante rugosa en una escala microscópica (figura 4-26). Cuando intentamos deslizar un objeto a través de otra superficie, esas protuberancias microscópicas impiden el movimiento. Todavía no se comprende exactamente qué es lo que ocurre en el nivel microscópico. Se cree que los átomos en la protuberancia de una superficie llegan a estar tan cerca de los átomos de la otra superficie que las fuerzas eléctricas de atracción entre los átomos se "enlazan" como una pequeña soldadura entre las dos superficies. Deslizar un objeto a través de una superficie con frecuencia es una acción que se percibe como entrecortada, quizá por la formación y rompimiento de dichos enlaces. Incluso cuando un objeto redondo se desliza a través de una superficie, existe cierta fricción, llamada *resistencia al rodamiento*, aunque por lo general ésta es mucho menor que cuando otro objeto se desliza a través de esa misma superficie. Ahora nos enfocaremos en la resistencia al deslizamiento, que generalmente se conoce como **fricción cinética** (*cinético* viene del griego y significa "movimiento").

Cuando un objeto se desliza a lo largo de una superficie rugosa, la fuerza de fricción cinética actúa en dirección contraria a la de la velocidad del objeto. La magnitud de la fuerza de fricción cinética depende de la naturaleza de las dos superficies que se deslizan. Para superficies dadas, los experimentos demuestran que la fuerza de fricción es aproximadamente proporcional a la *fuerza normal* entre las dos superficies, que es la fuerza que cualquier objeto ejerce sobre el otro, perpendicular a la superficie de contacto común (figura 4-27). En muchos casos, la fuerza de fricción entre superficies duras depende muy poco del área de la superficie total de contacto; esto es, la fuerza de fricción sobre este libro es aproximadamente la misma si se desliza sobre su portada o sobre su lomo, suponiendo que las superficies son igualmente lisas. Se considera un modelo simple de fricción en el que se supone que la fuerza de fricción es independiente del área. Entonces se escribe la proporcionalidad entre la fuerza de fricción F_{fr} y la fuerza normal F_{N} como una ecuación insertando una constante de proporcionalidad, μ_{k}:

Fricción cinética

$$F_{\mathrm{fr}} = \mu_{\mathrm{k}} F_{\mathrm{N}}.$$

Esta relación no es una ley fundamental; es una relación experimental entre la magnitud de la fuerza de fricción F_{fr}, que actúa de forma paralela a las dos superficies, y la magnitud de la fuerza normal F_{N}, que actúa de manera perpendicular a las superficies. *No* es una ecuación vectorial en tanto que las dos fuerzas tienen direcciones perpendiculares entre sí. El término μ_{k} se llama *coeficiente de fricción cinética*, y su valor depende de la naturaleza de las dos superficies. En la tabla 4-2 se proporcionan algunos valores medidos para varias superficies. Sin embargo, éstos sólo son aproximaciones, ya que μ depende de si las superficies están mojadas o secas, de cuánto han sido lijadas o frotadas, de cuánto brillo se les ha sacado, de si quedan

$\vec{\mathbf{F}}_{\mathrm{fr}} \perp \vec{\mathbf{F}}_{\mathrm{N}}$

FIGURA 4–27 Cuando un objeto es jalado a lo largo de una superficie por una fuerza aplicada $(\vec{\mathbf{F}}_{\mathrm{A}})$, la fuerza de fricción $\vec{\mathbf{F}}_{\mathrm{fr}}$ se opone al movimiento. La magnitud de $\vec{\mathbf{F}}_{\mathrm{fr}}$ es proporcional a la magnitud de la fuerza normal (F_{N}).

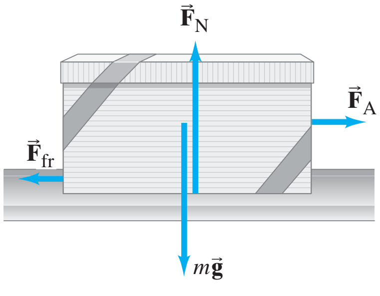


TABLA 4–2 Coeficientes de fricción†

Superficies	Coeficiente de fricción estática, μ_{s}	Coeficiente de fricción cinética, μ_{k}
Madera sobre madera	0.4	0.2
Hielo sobre hielo	0.1	0.03
Metal sobre metal (lubricado)	0.15	0.07
Acero sobre acero (sin lubricar)	0.7	0.6
Hule sobre concreto seco	1.0	0.8
Hule sobre concreto mojado	0.7	0.5
Hule sobre otras superficies sólidas	1–4	1
Teflón® sobre Teflón en aire	0.04	0.04
Teflón sobre acero en aire	0.04	0.04
Cojinetes lubricados	<0.01	<0.01
Articulaciones sinoviales (en extremidades humanas)	0.01	0.01

† Los valores son aproximados y sólo pretenden servir como guía.

algunas rebabas y otros factores similares. Pero μ_k es más o menos independiente de la rapidez de deslizamiento, así como del área de contacto.

Lo que se ha explicado hasta ahora es la *fricción cinética*, cuando un objeto se desliza sobre otro. También existe una **fricción estática**, que se refiere a una fuerza paralela a las dos superficies que surge incluso cuando no están en deslizamiento. Piense en un objeto, como un escritorio, que reposa sobre un suelo horizontal. Si sobre el escritorio no se ejerce ninguna fuerza horizontal, tampoco existe fuerza de fricción. Pero ahora supongamos que alguien intenta empujar el escritorio y que éste no se mueve. Esa persona ejerce una fuerza horizontal, pero el escritorio no se mueve, así que debe existir otra fuerza sobre el escritorio que evita que se mueva (la fuerza neta sobre un objeto que no se mueve es cero). Ésta es la fuerza de *fricción estática* ejercida por el suelo sobre el escritorio. Si se empuja con una fuerza mayor sin mover el escritorio, la fuerza de fricción estática también aumenta. Si se empuja lo suficientemente fuerte, el escritorio en algún momento comenzará a moverse, y la fricción cinética toma el control. En este punto, se superó la fuerza máxima de fricción estática, que está dada por F_{fr} (máx) $= \mu_s F_N$, donde μ_s es el *coeficiente de fricción estática* (tabla 4-2). Como la fuerza de fricción estática puede variar desde cero hasta su valor máximo, se escribe

Fricción estática

$$F_{fr} \leq \mu_s F_N.$$

Tal vez el lector haya notado que, en general, es más fácil evitar que un objeto pesado se deslice que hacer que comience a deslizarse. Esto es consistente con μ_s que generalmente es más grande que μ_k (tabla 4-2).

EJEMPLO 4–16 **Fricción: estática y cinética.** La misteriosa caja de 10.0 kg descansa sobre un suelo horizontal. El coeficiente de fricción estática es $\mu_s = 0.40$ y el coeficiente de fricción cinética es $\mu_k = 0.30$. Determine la fuerza de fricción, F_{fr}, que actúa sobre la caja si sobre ella se ejerce una fuerza aplicada F_A, horizontal externa, con magnitud: *a*) 0, *b*) 10 N, *c*) 20 N, *d*) 38 N y *e*) 40 N.

PLANTEAMIENTO Por el momento, no se sabe si se está tratando con fricción estática o con fricción cinética, ni si la caja permanece en reposo o acelera. Es conveniente dibujar un diagrama de cuerpo libre y luego determinar, en cada caso, si la caja se moverá o no, mediante la segunda ley de Newton. Las fuerzas sobre la caja son gravedad $m\vec{\mathbf{g}}$, la fuerza normal ejercida por el suelo $\vec{\mathbf{F}}_N$, la fuerza horizontal aplicada $\vec{\mathbf{F}}_A$ y la fuerza de fricción $\vec{\mathbf{F}}_{fr}$, que se representan en la figura 4-27.

SOLUCIÓN En la figura 4-27 se observa el diagrama de cuerpo libre de la caja. En la dirección vertical no existe movimiento, así que la segunda ley de Newton en la dirección vertical produce $\Sigma F_y = ma_y = 0$, lo que indica que $F_N - mg = 0$. En consecuencia, la fuerza normal es

$$F_N = mg = (10.0\,\text{kg})(9.8\,\text{m/s}^2) = 98\,\text{N}.$$

a) Dado que en este primer caso no se aplica fuerza externa F_A, la caja no se mueve, y $F_{fr} = 0$.

b) La fuerza de fricción estática se opondrá a cualquier fuerza aplicada hasta un máximo de

$$\mu_s F_N = (0.40)(98\,\text{N}) = 39\,\text{N}.$$

Cuando la fuerza aplicada sea $F_A = 10$ N, la caja no se moverá. Dado que $\Sigma F_x = F_A - F_{fr} = 0$, entonces $F_{fr} = 10$ N.

c) Una fuerza aplicada de 20 N tampoco es suficiente para mover la caja. Así que $F_{fr} = 20$ N para equilibrar la fuerza aplicada.

d) La fuerza aplicada de 38 N todavía no es lo suficientemente grande como para mover la caja; de modo que la fuerza de fricción ha aumentado ahora a 38 N para mantener la caja en reposo.

(*e*) Una fuerza de 40 N comenzará a mover la caja, pues supera la fuerza máxima de fricción estática, $\mu_s F_N = (0.40)(98\,\text{N}) = 39\,\text{N}$. En lugar de fricción estática, ahora se tiene fricción cinética, cuya magnitud es

$$F_{fr} = \mu_k F_N = (0.30)(98\,\text{N}) = 29\,\text{N}.$$

Ahora existe una fuerza neta (horizontal) sobre la caja, de magnitud $F = 40\,\text{N} - 29\,\text{N} = 11\,\text{N}$, así que la caja acelerará a una tasa de

$$a_x = \frac{\Sigma F}{m} = \frac{11\,\text{N}}{10\,\text{kg}} = 1.1\,\text{m/s}^2$$

en tanto la fuerza aplicada sea de 40 N. La figura 4-28 muestra una gráfica que resume este ejemplo.

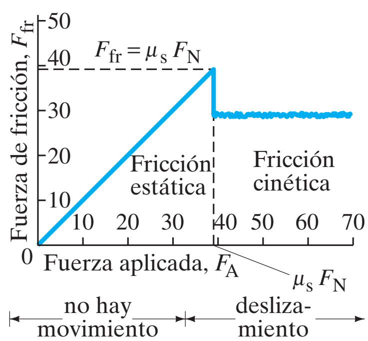


FIGURA 4–28 Ejemplo 4-16. Magnitud de la fuerza de fricción como función de la fuerza externa aplicada a un objeto inicialmente en reposo. Conforme la fuerza aplicada aumenta en magnitud, la fuerza de fricción estática aumenta linealmente para emparejarla, hasta que la fuerza aplicada es igual a $\mu_s F_N$. Si la fuerza aplicada aumenta más allá de esto, el objeto comenzará a moverse y la fuerza de fricción caerá hasta un valor característico de fricción constante.

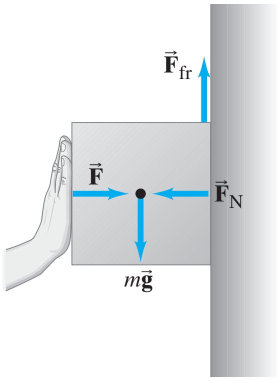


FIGURA 4–29 Ejemplo 4-17.

EJEMPLO CONCEPTUAL 4–17 **Una caja contra una pared.** Es posible sostener una caja contra una pared rugosa (figura 4-29) y evitar que se resbale hacia abajo si se oprime con fuerza de manera horizontal. ¿Cómo es que la aplicación de una fuerza horizontal evita que un objeto se mueva verticalmente?

RESPUESTA Esto no funcionará bien si la pared es resbalosa. Se necesita fricción. Incluso entonces, si no oprime lo suficientemente fuerte, la caja se resbalará. La fuerza horizontal que aplica produce una fuerza normal sobre la caja, ejercida por la pared. La fuerza de gravedad mg, que actúa hacia abajo sobre la caja, ahora se equilibra mediante una fuerza de fricción hacia arriba cuya magnitud es proporcional a la fuerza normal. Cuanto más fuerte oprima, mayor será F_N y mayor puede ser F_{fr}. Si no oprime lo suficientemente fuerte, entonces $mg > \mu_s F_N$ y la caja comienza a resbalarse.

Ejemplos adicionales

He aquí algunos ejemplos trabajados que le ayudarán a resolver problemas.

EJEMPLO CONCEPTUAL 4–18 **¿Empujar o jalar el trineo?** Su hermana pequeña quiere que le dé un paseo en trineo. Si está en suelo plano, ¿cómo ejercerá menos fuerza: si la empuja o si la jala? Observe las figuras 4-30*a* y *b*. Se supone que el ángulo θ es el mismo en cada caso.

RESPUESTA Dibuje diagramas de cuerpo libre para la combinación trineo-hermana, como se ilustra en las figuras 4-30*c* y *d*. Estas últimas muestran, para los dos casos, las fuerzas que ejercen: usted, $\vec{\mathbf{F}}$ (una incógnita); la nieve, $\vec{\mathbf{F}}_N$ y $\vec{\mathbf{F}}_{fr}$, y la gravedad, $m\vec{\mathbf{g}}$. *a*) Si usted la empuja, y $\theta > 0$, existe un componente verticalmente hacia abajo para su fuerza. Por tanto, la fuerza normal hacia arriba ejercida por el suelo (figura 4-30*c*) será mayor que mg (donde m es la masa de su hermana más el trineo). *b*) Si la jala, su fuerza tiene un componente verticalmente hacia arriba, de modo que la fuerza normal F_N será menor que mg (figura 4-30*d*). Puesto que la fuerza de fricción es proporcional a la fuerza normal, F_{fr} será menor si la jala. Así que ejerce menos fuerza si la jala.

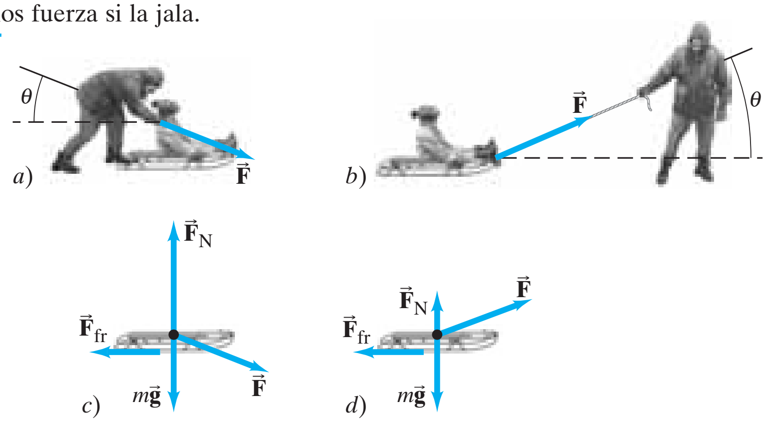
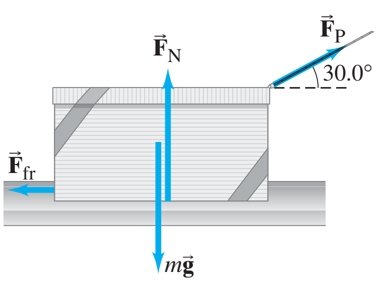


FIGURA 4–30 Ejemplo 4-18.

EJEMPLO 4–19 **Jalar contra la fricción.** Una fuerza F_P de 40.0 N, aplicada en un ángulo de 30.0°, jala una caja de 10.0 kg a lo largo de una superficie horizontal. Esto es como el ejemplo 4-11, excepto que ahora existe fricción y se supone un coeficiente de fricción cinética de 0.30. Calcule la aceleración.

FIGURA 4–31 Ejemplo 4-19.



PLANTEAMIENTO El diagrama de cuerpo libre es como el de la figura 4-21, pero con una fuerza más: la de la fricción (figura 4-31).

SOLUCIÓN El cálculo para la dirección vertical (y) es justo igual que en el ejemplo 4-11, donde se vio que $F_{Py} = 20.0$ N, $F_{Px} = 34.6$ N y la fuerza normal es $F_N = 78.0$ N. Ahora se aplica la segunda ley de Newton para la dirección horizontal (x) (positiva a la derecha) y se incluye la fuerza de fricción:

$$F_{Px} - F_{fr} = ma_x.$$

La fuerza de fricción es cinética en tanto $F_{fr} = \mu_k F_N$ sea menor que F_{Px} (= 34.6 N), que es:

$$F_{fr} = \mu_k F_N = (0.30)(78.0\text{ N}) = 23.4\text{ N}.$$

Por tanto, la caja acelera:

$$a_x = \frac{F_{Px} - F_{fr}}{m} = \frac{34.6\,\text{N} - 23.4\,\text{N}}{10.0\,\text{kg}} = 1.1\,\text{m/s}^2.$$

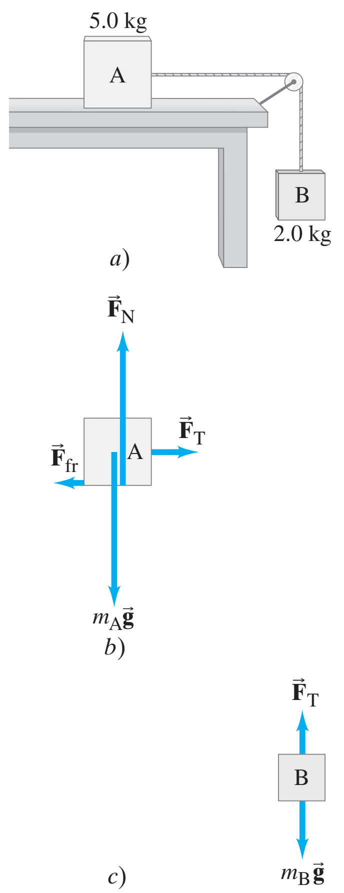
En ausencia de fricción, como se vio en el ejemplo 4-11, la aceleración sería mucho mayor que esto.

NOTA La respuesta final sólo tiene dos cifras significativas porque el último valor de entrada significativo ($\mu_k = 0.30$) tiene dos.

EJERCICIO B Si $\mu_k F_N$ fuese mayor que F_{Px}, ¿qué se concluye?

EJEMPLO 4–20 **Dos cajas y una polea.** En la figura 4-32*a*, dos cajas están conectadas mediante una cuerda que corre sobre una polea. El coeficiente de fricción cinética entre la caja A y la mesa es 0.20. Se ignora la masa de la cuerda y la polea, así como cualquier fricción en esta última, lo que significa que puede suponerse que una fuerza aplicada a un extremo de la cuerda tendrá la misma magnitud en el otro extremo. Se desea encontrar la aceleración *a* del sistema, que tendrá la misma magnitud para ambas cajas si se supone que la cuerda no se estira. Conforme la caja B se mueve hacia abajo, la caja A se mueve hacia la derecha.

FIGURA 4–32 Ejemplo 4-20.



PLANTEAMIENTO Se necesita un diagrama de cuerpo libre para cada caja, (figuras 4-32*b* y *c*), de modo que pueda aplicarse la segunda ley de Newton a cada una. Las fuerzas sobre la caja A son la fuerza F_T de la cuerda para jalar, la gravedad $m_A g$, la fuerza normal F_N ejercida por la mesa y una fuerza de fricción F_{fr} que ejerce la mesa; las fuerzas sobre la caja B son la gravedad $m_B g$ y la cuerda que jala hacia arriba, F_T.

SOLUCIÓN La caja A no se mueve verticalmente, así que la segunda ley de Newton dice que la fuerza normal apenas equilibra el peso,

$$F_N = m_A g = (5.0\,\text{kg})(9.8\,\text{m/s}^2) = 49\,\text{N}.$$

En la dirección horizontal, existen dos fuerzas sobre la caja A (figura 4-32*b*): F_T, la tensión en la cuerda (cuyo valor se desconoce) y la fuerza de fricción

$$F_{fr} = \mu_k F_N = (0.20)(49\,\text{N}) = 9.8\,\text{N}.$$

Se quiere encontrar la aceleración horizontal; se emplea la segunda ley de Newton en la dirección *x*, $\Sigma F_{Ax} = m_A a_x$, que se convierte en (al tomar la dirección positiva hacia la derecha y establecer que $a_A x = a$):

$$\Sigma F_{Ax} = F_T - F_{fr} = m_A a. \qquad \text{[caja A]}$$

A continuación considere la caja B. La fuerza de gravedad $m_B g = (2.0\,\text{kg})(9.8\,\text{m/s}^2) = 19.6\,\text{N}$ jala hacia abajo; y la cuerda jala hacia arriba con una fuerza F_T. Así que la segunda ley de Newton para la caja B se escribe (al tomar la dirección hacia abajo como positiva):

$$\Sigma F_{By} = m_B g - F_T = m_B a. \qquad \text{[caja B]}$$

[Note que, si $a \approx 0$, entonces F_T no es igual a $m_B g$].

Se tienen dos incógnitas, a y F_T, y también dos ecuaciones. Se resuelve la ecuación de la caja A para F_T:

$$F_T = F_{fr} + m_A a,$$

y se sustituye esto en la ecuación de la caja B:

$$m_B g - F_{fr} - m_A a = m_B a.$$

Ahora se resuelve para a y se colocan valores numéricos:

$$a = \frac{m_B g - F_{fr}}{m_A + m_B} = \frac{19.6\,\text{N} - 9.8\,\text{N}}{5.0\,\text{kg} + 2.0\,\text{kg}} = 1.4\,\text{m/s}^2,$$

que es la aceleración de la caja A hacia la derecha, y de la caja B hacia abajo.

Si se quiere, es posible calcular F_T empleando la primera ecuación:

$$F_T = F_{fr} + m_A a = 9.8\,\text{N} + (5.0\,\text{kg})(1.4\,\text{m/s}^2) = 17\,\text{N}.$$

NOTA La caja B no está en caída libre. No cae a $a = g$ porque una fuerza adicional, F_T, actúa hacia arriba sobre ella.

PRECAUCIÓN

La tensión en una cuerda que soporta un objeto que cae puede no ser igual al peso del objeto.

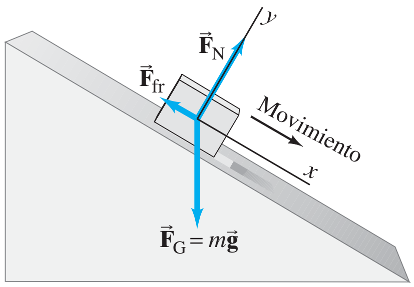


FIGURA 4–33 Fuerzas sobre un objeto que se desliza hacia abajo por un plano inclinado.

Planos inclinados

Ahora consideraremos lo que ocurre cuando un objeto se desliza hacia abajo por un plano inclinado, como una colina o rampa. Tales problemas son interesantes porque la gravedad es la fuerza que genera aceleración, aunque ésta no es vertical. La resolución de problemas generalmente es más sencilla si se elige el sistema coordenado xy de modo que el eje x apunte a lo largo del plano inclinado y el eje y sea perpendicular al plano, como se aprecia en la figura 4-33. También hay que hacer notar que la fuerza normal no es vertical, sino perpendicular a la superficie inclinada del plano en la figura 4-33.

RESOLUCIÓN DE PROBLEMAS
Una buena elección del sistema coordenado simplifica el cálculo.

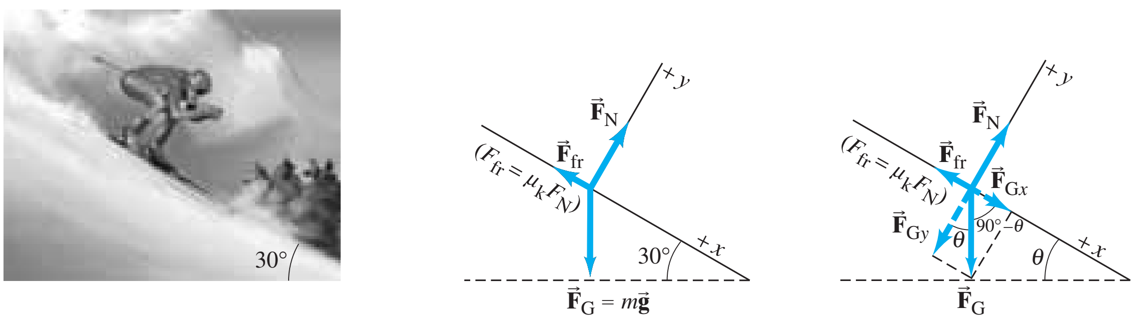
EJERCICIO C ¿La fuerza gravitacional siempre es perpendicular a un plano inclinado? ¿Siempre es vertical?

EJERCICIO D ¿La fuerza normal siempre es perpendicular a un plano inclinado? ¿Siempre es vertical?

EJEMPLO 4–21 **El esquiador.** En la figura 4-34 se observa la imagen de un esquiador que apenas ha comenzado a descender una pendiente de 30°. Suponiendo que el coeficiente de fricción cinética es 0.10, calcule *a*) su aceleración y *b*) la rapidez que alcanzará después de 4.0 s.

FÍSICA APLICADA
Esquiar

PLANTEAMIENTO Elija el eje x a lo largo de la pendiente, por lo que el lado positivo apunta hacia abajo de la pendiente en la dirección del movimiento del esquiador. El eje y es perpendicular a la superficie, como se indica. Las fuerzas que actúan sobre el esquiador son la gravedad, $\vec{\mathbf{F}}_G = m\vec{\mathbf{g}}$, que apunta verticalmente hacia abajo (*no* perpendicular a la pendiente) y las dos fuerzas ejercidas sobre los esquíes por la nieve: la fuerza normal perpendicular a la pendiente nevada (*no* vertical) y la fuerza de fricción paralela a la superficie. La figura 4-34*b* destaca estas tres fuerzas actuando en un punto, por conveniencia, y es el diagrama de cuerpo libre para el esquiador.



a) *b*) *c*)

FIGURA 4–34 Ejemplo 4-21. Un esquiador que desciende por una pendiente; $\vec{\mathbf{F}}_G = m\vec{\mathbf{g}}$ es la fuerza de gravedad (peso) sobre el esquiador.

SOLUCIÓN Sólo se tiene que descomponer un vector, el peso $\vec{\mathbf{F}}_G$, y sus componentes se muestran como líneas punteadas en la figura 4-34c. Para generalizar, por ahora se usará θ en lugar de 30°. Se utilizarán las definiciones de seno ("lado opuesto") y coseno ("lado adyacente") para obtener los componentes:

$$F_{Gx} = mg \operatorname{sen} \theta,$$
$$F_{Gy} = -mg \cos \theta.$$

donde F_{Gy} está en la dirección y negativa.

a) Para calcular la aceleración del esquiador hacia abajo de la colina, a_x, se aplica la segunda ley de Newton a la dirección x:

$$\Sigma F_x = ma_x$$
$$mg \operatorname{sen} \theta - \mu_k F_N = ma_x$$

donde las dos fuerzas son el componente x de la fuerza de gravedad (dirección $+x$) y la fuerza de fricción (dirección $-x$). Se quiere encontrar el valor de a_x, pero todavía no se conoce F_N en la última ecuación. Veamos si se puede obtener F_N a partir del componente y de la segunda ley de Newton:

$$\Sigma F_y = ma_y$$
$$F_N - mg \cos \theta = ma_y = 0$$

donde se establece que $a_y = 0$ porque no existe movimiento en la dirección y (perpendicular a la pendiente). Entonces, se resuelve para F_N:

$$F_N = mg \cos \theta$$

y se sustituye esto en la ecuación anterior para ma_x:

$$mg \operatorname{sen} \theta - \mu_k (mg \cos \theta) = ma_x.$$

En cada término existe una m que se puede cancelar. En consecuencia (al hacer $\theta = 30°$ y $\mu_k = 0.10$):

$$a_x = g \operatorname{sen} 30° - \mu_k g \cos 30°$$
$$= 0.50g - (0.10)(0.866)g = 0.41g.$$

La aceleración del esquiador es 0.41 veces la aceleración de la gravedad, que en números es $a = (0.41)(9.8 \text{ m/s}^2) = 4.0 \text{ m/s}^2$. Es interesante que la masa se cancele aquí, y así se llega a la útil conclusión de que *la aceleración no depende de la masa*. El hecho de que tal cancelación ocurra a veces y que, de esta forma, brinde una conclusión útil así como ahorro de cálculos, es una gran ventaja al trabajar con las ecuaciones algebraicas y colocarles números sólo hasta el final.

RESOLUCIÓN DE PROBLEMAS
Con frecuencia es útil colocar los números sólo hasta el final.

b) La rapidez después de 4.0 s se calcula, en tanto que la aceleración es constante, mediante la ecuación 2-11a:

$$v = v_0 + at$$
$$= 0 + (4.0 \text{ m/s}^2)(4.0 \text{ s}) = 16 \text{ m/s},$$

donde se supone un inicio desde el reposo.

En los problemas relacionados con una pendiente o con un "plano inclinado", es frecuente cometer un error en la dirección de la fuerza normal o en la dirección de la gravedad. La fuerza normal *no* es vertical en el ejemplo 4-21. Es perpendicular a la pendiente o plano. Y la gravedad *no* es perpendicular a la pendiente o al plano: la gravedad actúa verticalmente hacia abajo, es decir, hacia el centro de la Tierra.

PRECAUCIÓN
Direcciones de la gravedad y de la fuerza normal

4–9 Resolución de problemas: Un enfoque general

Un objetivo básico de un curso de física es el de resolver problemas de manera efectiva. El enfoque expuesto aquí, aunque pone de relieve las leyes de Newton, generalmente se puede aplicar a otros temas que se estudiarán a lo largo de este libro.

RESOLUCIÓN DE PROBLEMAS En general

1. **Lea** y vuelva a leer con cuidado los problemas escritos. Un error común consiste en saltarse una palabra o dos cuando se lee, lo que podría cambiar por completo el significado de un problema.
2. **Elabore un dibujo** o diagrama preciso de la situación. (Probablemente ésta sea la parte más ignorada de la resolución de un problema, aunque es la más crucial). Use flechas para representar vectores como la velocidad o la fuerza, y designe los vectores con los símbolos apropiados. Cuando trate con fuerzas y aplique las leyes de Newton, asegúrese de incluir todas las fuerzas sobre un objeto dado, incluso las desconocidas, y deje en claro qué fuerzas actúan sobre qué objeto (de otro modo se puede cometer un error al determinar la *fuerza neta* sobre un objeto particular). Se necesita dibujar un **diagrama de cuerpo libre** separado para cada objeto implicado, que considere *todas* las fuerzas que actúan sobre él (y sólo sobre él). No muestre las fuerzas que actúan sobre otros objetos.
3. Elija un **sistema coordenado** *xy* conveniente (uno que haga más sencillos los cálculos, como, por ejemplo, uno que tenga un eje en la dirección de la aceleración). Los vectores se descomponen a lo largo de los ejes coordenados. Cuando utilice la segunda ley de Newton, aplique $\Sigma\vec{\mathbf{F}} = m\vec{\mathbf{a}}$ por separado para los componentes x y y, y recuerde que las fuerzas en la dirección x se relacionan con a_x, al igual que sucede con y. Si hay más de un objeto implicado, elija diferentes sistemas coordenados (convenientes) para cada uno.
4. Elabore una lista de las cantidades conocidas y de las incógnitas (que se pretende determinar) y decida qué necesita con la finalidad de encontrar estas últimas. Para los problemas en el presente capítulo, utilice las leyes de Newton. De manera más general, puede ayudarle el hecho de ver si una o más **relaciones** (o **ecuaciones**) ponen en conexión las incógnitas con las cantidades conocidas. Pero asegúrese de que cada relación sea aplicable en el caso dado. Es muy importante conocer las limitaciones de cada fórmula o relación: cuándo es válida y cuándo no. En este libro, se han asignado números a las ecuaciones más generales, pero incluso éstas pueden tener un rango de validez limitado (con frecuencia establecido entre corchetes a la derecha de la ecuación).
5. Intente una resolución aproximada al problema para ver si es factible resolverlo (compruebe si se ha proporcionado suficiente información) y si es razonable. Utilice su intuición y efectúe **cálculos aproximados**; consulte la sección 1-7, “Orden de magnitud: una estimación rápida”. Es muy útil un cálculo aproximado, o una suposición razonable acerca de cuál puede ser el rango de respuestas finales. Y un resultado aproximado se coteja con la respuesta final para detectar errores en el cálculo, como puede ser un punto decimal o las potencias de 10.
6. **Resuelva** el problema, lo que incluye el manejo algebraico de ecuaciones y/o cálculos numéricos. Recuerde la regla matemática de que se necesitan tantas ecuaciones independientes como las incógnitas que existen; si hay tres incógnitas, por ejemplo, entonces se necesitan tres ecuaciones independientes. Por lo general, es mejor trabajar el álgebra simbólicamente antes de colocarle números. ¿Por qué? Porque *a*) entonces se puede resolver toda una clase de problemas similares con diferentes valores numéricos; *b*) se puede comprobar el resultado para casos ya comprendidos (por ejemplo, $\theta = 0°$ o $90°$); *c*) puede haber cancelaciones u otras simplificaciones; *d*) generalmente existe menos oportunidad para errores numéricos; y *e*) se puede obtener más comprensión del problema.
7. Asegúrese de seguir el rastro de las **unidades**, pues ello le servirá como una comprobación (deben estar equilibradas en ambos lados de cualquier ecuación).
8. Considere de nuevo si su respuesta es **razonable**. El uso del análisis dimensional, descrito en la sección 1-8, también servirá como una comprobación para muchos problemas.

Resumen

Las **tres leyes del movimiento de Newton** son las leyes clásicas fundamentales que describen el movimiento.

La **primera ley de Newton** (**ley de la inercia**) afirma que, si la fuerza neta sobre un objeto es cero, un objeto originalmente en reposo permanece en reposo, y un objeto en movimiento permanece en movimiento en una línea recta con velocidad constante.

La **segunda ley de Newton** afirma que la aceleración de un objeto es directamente proporcional a la fuerza neta que actúa sobre él, e inversamente proporcional a su masa:

$$\Sigma\vec{\mathbf{F}} = m\vec{\mathbf{a}}. \qquad \textbf{(4–1)}$$

La segunda ley de Newton es una de las leyes más importantes y fundamentales en la física clásica.

La **tercera ley de Newton** afirma que siempre que un objeto ejerce una fuerza sobre un segundo objeto, este último siempre ejerce una fuerza sobre el primero que es igual en magnitud pero opuesta en dirección:

$$\vec{\mathbf{F}}_{\mathrm{AB}} = -\vec{\mathbf{F}}_{\mathrm{BA}} \tag{4–2}$$

donde $\vec{\mathbf{F}}_{\mathrm{BA}}$ es la fuerza sobre el objeto B ejercida por el objeto A.

La tendencia de un objeto a resistir un cambio en su movimiento se denomina **inercia**. La **masa** es una medida de la inercia de un objeto.

El **peso** se refiere a la **fuerza gravitacional** sobre un objeto, y es igual al producto de la masa m del objeto y la aceleración de la gravedad $\vec{\mathbf{g}}$:

$$\vec{\mathbf{F}}_{\mathrm{G}} = m\vec{\mathbf{g}}. \tag{4–3}$$

A la **fuerza**, que es un vector, se le puede considerar como un empujón o un jalón; o, a partir de la segunda ley de Newton, la fuerza se puede definir como una acción capaz de provocar aceleración. La **fuerza neta** sobre un objeto es la suma vectorial de todas las fuerzas que actúan sobre él.

Cuando dos objetos se deslizan uno sobre el otro, la fuerza de fricción que cada objeto ejerce sobre el otro se puede escribir aproximadamente como $F_{\mathrm{fr}} = \mu_{\mathrm{k}} F_{\mathrm{N}}$, donde F_{N} es la **fuerza normal** (la fuerza que cada objeto ejerce sobre el otro, perpendicular a sus superficies de contacto) y μ_{k} es el coeficiente de **fricción cinética**. Si los objetos están en reposo uno en relación con el otro, entonces F_{fr} es justo lo suficientemente grande como para mantenerlos en reposo y satisfacer la desigualdad $F_{\mathrm{fr}} < \mu_{\mathrm{s}} F_{\mathrm{N}}$, donde μ_{s} es el coeficiente de **fricción estática**.

Para resolver problemas que implican las fuerzas sobre uno o más objetos, es esencial dibujar un **diagrama de cuerpo libre** para cada uno de ellos, que muestre todas las fuerzas que actúan sólo sobre dicho objeto. La segunda ley de Newton se aplica a los componentes vectoriales para cada objeto.

Preguntas

1. ¿Por qué un niño en un carrito parece caer hacia atrás cuando al carrito se le da un súbito empujón hacia delante?
2. Una caja descansa sobre la plataforma (sin fricción) de un camión. El conductor del camión lo pone en marcha y acelera hacia delante. Inmediatamente la caja comienza a deslizarse hacia la parte trasera de la plataforma del camión. Analice el movimiento de la caja, en términos de las leyes de Newton, según lo aprecian *a*) María, quien está de pie en el suelo junto al camión, y *b*) Cristóbal, quien está montado en el camión (figura 4-35).

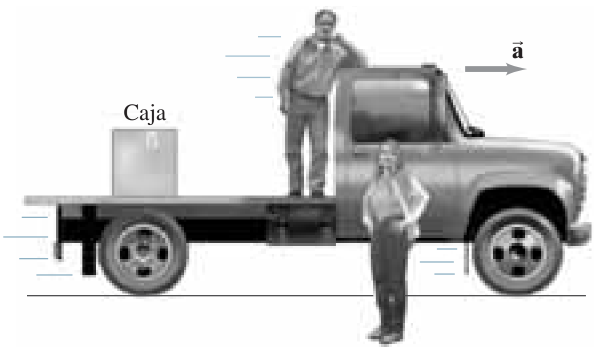


FIGURA 4–35 Pregunta 2.

3. Si la aceleración de un objeto es cero, ¿no hay fuerzas que actúen sobre él? Explique su respuesta.
4. Sólo una fuerza actúa sobre un objeto. ¿El objeto puede tener aceleración cero? ¿Puede tener velocidad cero? Explique su respuesta.
5. Cuando se suelta una bola de golf hacia el pavimento, ésta rebota hacia arriba. *a*) ¿Se necesita una fuerza para hacerla rebotar? *b*) Si es así, ¿qué ejerce la fuerza?
6. Si camina a lo largo de un tronco que flota en un lago, ¿por qué el tronco se mueve en la dirección opuesta?
7. ¿Por qué su pie se lastima si patea un escritorio muy pesado o una pared?
8. Cuando una persona corre y quiere detenerse rápidamente, debe desacelerar rápidamente. *a*) ¿Cuál es el origen de la fuerza que provoca que la persona se detenga? *b*) Estime (recurriendo a su propia experiencia) la tasa máxima de desaceleración de una persona que corre a rapidez máxima para llegar al reposo.
9. Una piedra pende del techo mediante un hilo delgado, y una sección del mismo hilo cuelga de la parte inferior de la piedra (figura 4-36). Si una persona le da un súbito jalón al hilo que cuelga, ¿de dónde es probable que se rompa el hilo: debajo de la piedra o arriba de ella? ¿Y qué ocurre si la persona le da un jalón lento y constante? Explique sus respuestas.

FIGURA 4–36 Pregunta 9.

10. La fuerza de gravedad sobre una roca de 2 kg es el doble que la que se ejerce sobre una roca de 1 kg. ¿Por qué entonces la roca más pesada no cae más rápido?
11. ¿Una balanza de resorte llevada a la Luna proporcionaría resultados precisos si la balanza se hubiese calibrado *a*) en libras o *b*) en kilogramos?
12. Jala una caja con una fuerza constante a través de una mesa sin fricción mediante una soga que la ata y que se mantiene horizontalmente. Si ahora jala la soga con la misma fuerza en un ángulo con la horizontal (con la caja todavía horizontal sobre la mesa), ¿la aceleración de la caja *a*) permanece igual, *b*) aumenta o *c*) disminuye? Explique su respuesta.
13. Cuando un objeto cae libremente bajo la influencia de la gravedad existe una fuerza neta mg que se ejerce sobre él por parte de la Tierra, aunque, por la tercera ley de Newton, se sabe que el objeto ejerce una fuerza igual y opuesta sobre la Tierra. ¿Por qué entonces la Tierra no se mueve?
14. Compare el esfuerzo (o fuerza) que se necesita para levantar un objeto de 10 kg en la Luna, con la fuerza necesaria para levantarlo en la Tierra. Compara la fuerza necesaria para lanzar un objeto de 2 kg horizontalmente, con una rapidez dada, en la Luna y en la Tierra.

15. De acuerdo con la tercera ley de Newton, cada equipo que participa en el juego de jalar la soga (figura 4-37) tira de ella con igual fuerza que el equipo contrincante. ¿Qué determina, entonces, cuál equipo ganará?

FIGURA 4–37 Pregunta 15. Juego de jalar la soga. Describa las fuerzas sobre cada uno de los equipos y sobre la soga.

16. Una persona ejerce una fuerza ascendente de 40 N para sostener una bolsa de alimentos. Describa la fuerza de "reacción" (tercera ley de Newton) determinando *a*) su magnitud, *b*) su dirección, *c*) *sobre* qué objeto se ejerce y *d*) *qué* objeto la ejerce.

17. Cuando está de pie inmóvil en el suelo, ¿qué tan grande es la fuerza que el suelo ejerce sobre usted? ¿Por qué esta fuerza no hace que se eleve en el aire?

18. En ocasiones, en los accidentes automovilísticos, los tripulantes sufren lesiones cervicales cuando el auto es golpeado violentamente por la parte trasera. Explique por qué la cabeza de la víctima parece ser lanzada hacia atrás en esta situación. ¿Ocurre esto realmente?

19. Una caja pesada se encuentra colocada sobre la plataforma de un camión. Cuando el camión acelera, la caja permanece donde está sobre el camión, así que ella también acelera. ¿Qué fuerza provoca que la caja acelere?

20. A un bloque se le da un empujón de modo que se desliza hacia arriba por una rampa. Después de que el bloque alcanza su punto más alto, se desliza hacia abajo, pero la magnitud de su aceleración es menor en el descenso que en el ascenso. ¿Por qué?

21. ¿Cuál sería la lectura de su báscula de baño si se pesaras sobre un plano inclinado? Se supone que el mecanismo funciona correctamente, incluso en un ángulo.

Problemas

Del 4-4 al 4-6 Leyes de Newton, fuerza gravitacional, fuerza normal

1. (I) ¿Qué fuerza se necesita para acelerar a un niño sobre un trineo (masa total = 60.0 kg) a 1.25 m/s^2?

2. (I) Una fuerza neta de 265 N acelera una bicicleta y a su conductor a 2.30 m/s^2. ¿Cuál es la masa de la bicicleta y el conductor en conjunto?

3. (I) ¿Cuánta tensión debe resistir una soga si se le utiliza para acelerar horizontalmente, a 1.20 m/s^2, un automóvil de 960 kg, a lo largo de una superficie sin fricción?

4. (I) ¿Cuál es el peso de un astronauta de 76 kg *a*) en la Tierra, *b*) en la Luna ($g = 1.7\ m/s^2$), *c*) en Marte ($g = 3.7\ m/s^2$), *d*) en el espacio exterior al viajar con velocidad constante?

5. (II) Una caja de 20.0 kg se encuentra en reposo sobre una mesa. *a*) ¿Cuál es el peso de la caja y la fuerza normal que actúa sobre ella? *b*) Una caja de 10.0 kg se coloca encima de la caja de 20.0 kg, como se ilustra en la figura 4-38. Determine la fuerza normal que la mesa ejerce sobre la caja de 20.0 kg y la fuerza normal que esta última ejerce sobre la de 10.0 kg.

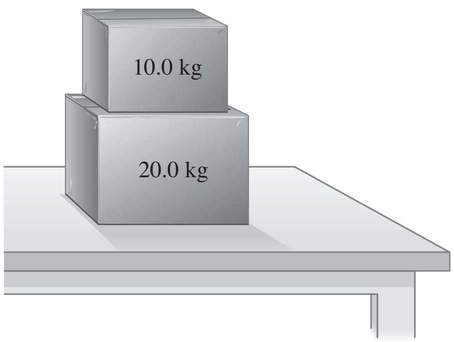


FIGURA 4–38 Problema 5.

6. (II) ¿Qué fuerza promedio se requiere para detener un automóvil de 1100 kg en 8.0 s si el auto viaja a 95 km/h?

7. (II) ¿Qué fuerza promedio se requiere para acelerar una munición de 7.00 gramos desde el reposo hasta 125 m/s en una distancia de 0.800 m a lo largo del cañón de un rifle?

8. (II) Un pescador tira de un pez verticalmente fuera del agua con una aceleración de 2.5 m/s^2 con una caña de pescar muy ligera que tiene una fuerza de rompimiento de 22 N. Por desgracia para el pescador, éste pierde al pez cuando se rompe la caña. ¿Qué puede decir acerca de la masa del pez?

9. (II) Una pelota de béisbol de 0.140 kg, que viaja a 35.0 m/s, golpea el guante del *catcher*, quien, al llevar la bola al reposo, retrocede 11.0 cm. ¿Cuál fue la fuerza promedio aplicada por la bola sobre el guante?

10. (II) ¿Cuánta tensión debe resistir una soga si se le usa para acelerar verticalmente hacia arriba, a 0.80 m/s^2, un automóvil de 1200 kg?

11. (II) Un particular auto de carreras recorre una pista de un cuarto de milla (402 m) en 6.40 s, partiendo desde el reposo. Si se supone que la aceleración es constante, ¿cuántas "g" experimenta el conductor? Si la masa combinada del conductor y el auto de carreras es de 485 kg, ¿qué fuerza horizontal debe ejercer el camino sobre las llantas?

12. (II) Una soga, en la que en un instante dado existen 163 N de tensión, sube verticalmente una cubeta de 12.0 kg. ¿Cuál es la aceleración de la cubeta? ¿Es hacia arriba o hacia abajo?

13. (II) Un elevador (4850 kg de masa) se diseña de modo que la aceleración máxima sea de 0.0680g. ¿Cuáles son las fuerzas máxima y mínima que el motor debe ejercer sobre el cable de soporte?

14. (II) Un ladrón novato de 75 kg quiere escapar por la ventana de la cárcel desde un tercer piso. Por desgracia, una soga hechiza elaborada con sábanas atadas sólo puede soportar una masa de 58 kg. ¿Cómo puede el ladrón usar esta "soga" para escapar? Brinde una respuesta cuantitativa.

15. (II) Una persona está de pie sobre una báscula de baño en un elevador sin movimiento. Cuando el elevador comienza a moverse, la báscula, por un instante, sólo indica el 0.75 del peso regular de la persona. Calcule la aceleración del elevador y encuentre la dirección de la aceleración.

16. (II) El cable que sostiene un elevador de 2125 kg tiene una fuerza máxima de 21,750 N. ¿Qué aceleración máxima hacia arriba puede darle al elevador sin frenar?

17. (II) *a*) ¿Cuál es la aceleración de dos paracaidistas en caída (masa: 132 kg, incluyendo paracaídas) cuando la fuerza ascendente de la resistencia del aire es igual a un cuarto de su peso? *b*) Después de abrir el paracaídas, los paracaidistas descienden suavemente hasta el suelo con una rapidez constante. ¿Cuál es ahora la fuerza de la resistencia del aire sobre los paracaidistas y su paracaídas? (Figura 4-39).

FIGURA 4–39 Problema 17.

18. (III) Una persona salta desde el techo de una casa a 3.9 m de altura. Cuando golpea el suelo, dobla sus rodillas de modo que su torso se desacelera a lo largo de una distancia aproximada de 0.70 m. Si la masa de su torso (es decir, sin considerar las piernas) es de 42 kg, encuentre *a*) su velocidad justo antes de que sus pies golpeen el suelo y *b*) la fuerza promedio ejercida sobre su torso por sus piernas durante la desaceleración.

4-7 Leyes de Newton y vectores

19. (I) Una caja que pesa 77.0 N se encuentra sobre una mesa. Una soga atada a la caja corre verticalmente hacia arriba sobre una polea y un peso cuelga del otro extremo (figura 4-40). Determine la fuerza que la mesa ejerce sobre la caja si el peso que cuelga del otro extremo de la polea es de *a*) 30.0 N, *b*) 60.0 N y *c*) 90.0 N.

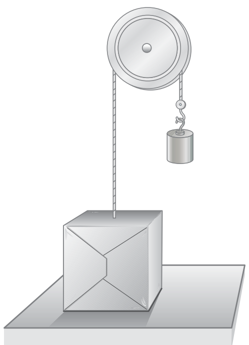


FIGURA 4–40 Problema 19.

20. (I) Dibuje un diagrama de cuerpo libre para un jugador de baloncesto *a*) justo antes de dejar el suelo en un salto y *b*) mientras está en el aire. Observe la figura 4-41.

FIGURA 4–41 Problema 20.

21. (I) Trace el diagrama de cuerpo libre de una pelota de béisbol *a*) en el momento en que es golpeada por el bat, y de nuevo *b*) después de que pierde contacto con el bat y vuela hacia fuera del campo.

22. (I) Una fuerza de 650 N actúa en una dirección hacia el noroeste. ¿En qué dirección se debe ejercer una segunda fuerza de 650 N de modo que la resultante de las dos fuerzas apunte hacia el oeste? Ilustre su respuesta con un diagrama vectorial.

23. (II) Ana va a caminar a través de una "cuerda floja" tendida horizontalmente entre dos edificios separados 10.0 m. La comba en la soga cuando está en el punto medio forma un ángulo de 10.0°, como se muestra en la figura 4-42. Si su masa es de 50.0 kg, ¿cuál es la tensión en la soga en este punto?

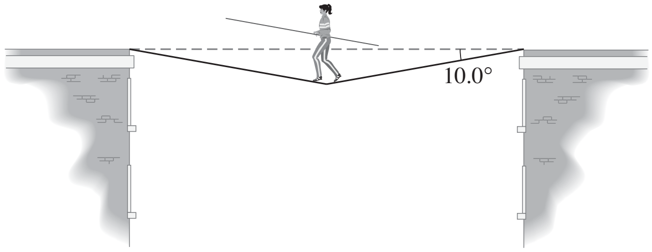


FIGURA 4–42 Problema 23.

24. (II) Las dos fuerzas $\vec{\mathbf{F}}_1$ y $\vec{\mathbf{F}}_2$ que se muestran abajo en la figura 4-43*a* y *b* actúan sobre un objeto de 27.0 kg colocado en una mesa sin fricción. Si $F_1 = 10.2$ N y $F_2 = 16.0$ N, encuentre la fuerza neta sobre el objeto y su aceleración para *a*) y *b*).

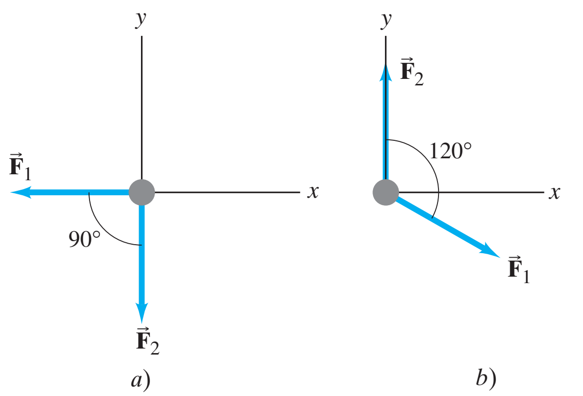


FIGURA 4–43 Problema 24.

25. (II) Una cubeta de pintura de 3.2 kg cuelga mediante una cuerda, cuya masa se puede ignorar, de otra cubeta de pintura de 3.2 kg que a su vez cuelga de una cuerda (cuya masa también puede ignorarse), como se aprecia en la figura 4-44. *a*) Si las cubetas están en reposo, ¿cuál es la tensión en cada cuerda? *b*) Si las dos cubetas se jalan hacia arriba con una aceleración de 1.60 m/s^2 mediante la cuerda superior, calcule la tensión en cada cuerda.

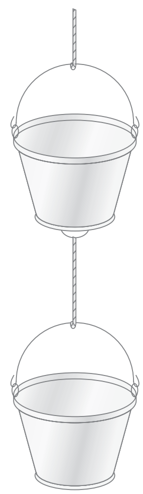


FIGURA 4–44 Problema 25.

26. (II) Una persona empuja una podadora de 14.0 kg con una rapidez constante y una fuerza de $F = 88.0$ N dirigida a lo largo del manubrio, que forma un ángulo de 45.0° con la horizontal (figura 4-45). *a*) Dibuje el diagrama de cuerpo libre que muestre todas las fuerzas que actúan sobre la podadora. Calcule *b*) la fuerza de fricción horizontal sobre la podadora, luego *c*) la fuerza normal ejercida verticalmente hacia arriba sobre la podadora por el suelo. *d*) ¿Qué fuerza debe ejercer la persona sobre la podadora para acelerarla desde el reposo hasta 1.5 m/s en 2.5 segundos, suponiendo la misma fuerza de fricción?

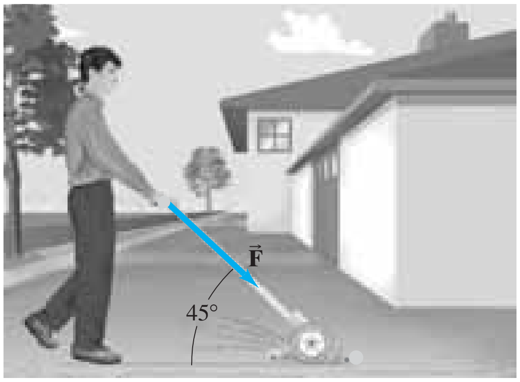


FIGURA 4–45 Problema 26.

27. (II) Dos tractores de nieve remolcan una caseta a una nueva ubicación en la base McMurdo, en la Antártica, como se muestra en la figura 4-46. La suma de las fuerzas $\vec{\mathbf{F}}_A$ y $\vec{\mathbf{F}}_B$ ejercidas sobre la unidad por los cables horizontales es paralela a la línea L, y $F_A = 4500$ N. Determine F_B y la magnitud de $\vec{\mathbf{F}}_A + \vec{\mathbf{F}}_B$.

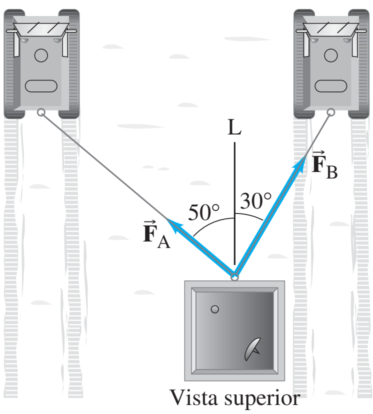


FIGURA 4–46 Problema 27.

28. (II) Una locomotora jala dos carros de la misma masa detrás suyo (figura 4-47). Determine la razón de la tensión en las juntas entre la locomotora y el primer carro (F_{T1}) y la que existe entre el primer carro y el segundo (F_{T2}), para cualquier aceleración distinta de cero del tren.

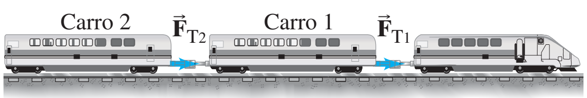


FIGURA 4–47 Problema 28.

29. (II) Una limpiadora de ventanas se jala a sí misma mediante el aparato cubeta-polea que se ilustra en la figura 4-48. *a*) ¿Qué tan fuerte debe jalar hacia abajo para elevarse a sí misma lentamente con rapidez constante? *b*) Si ella aumenta esta fuerza en un 15%, ¿cuál será su aceleración? La masa de la persona más la cubeta es de 65 kg.

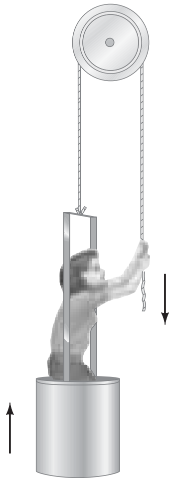


FIGURA 4–48 Problema 29.

30. (II) En el instante en el que comenzó la carrera, un velocista de 65 kg ejerció una fuerza de 720 N sobre el bloque de salida, en un ángulo de 22° con respecto al suelo. *a*) ¿Cuál fue la aceleración horizontal del velocista? *b*) Si la fuerza la ejerció durante 0.32 s, ¿con qué rapidez el corredor dejó el bloque de salida?

31. (II) La figura 4-49 muestra un bloque (masa m_A) sobre una superficie horizontal lisa, conectado mediante una cuerda delgada que pasa sobre una polea hacia un segundo bloque (m_B), que cuelga verticalmente. *a*) Dibuje un diagrama de cuerpo libre para cada bloque, donde muestre la fuerza de gravedad sobre cada uno, la fuerza (tensión) ejercida por la cuerda y cualquier fuerza normal. *b*) Aplique la segunda ley de Newton para encontrar fórmulas para la aceleración del sistema y para la tensión en la cuerda. Ignore la fricción y las masas de la polea y la cuerda.

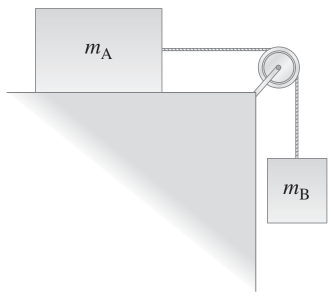


FIGURA 4–49 Problema 31. La masa m_A descansa sobre una superficie horizontal lisa, m_B cuelga verticalmente.

32. (II) Un par de dados de fieltro cuelgan mediante un cordel del espejo retrovisor de su automóvil. Mientras acelera desde un semáforo en rojo hasta 28 m/s en 6.0 s, ¿qué ángulo θ forma el cordel con la vertical? Observe la figura 4-50.

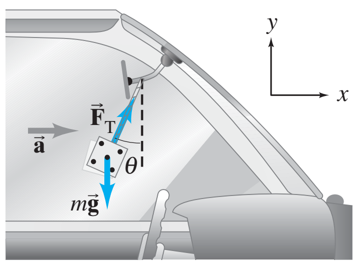


FIGURA 4–50 Problema 32.

33. (III) Tres bloques sobre una superficie horizontal sin fricción están en contacto uno con otro, como se aprecia en la figura 4-51. Al bloque A (masa m_A) se le aplica una fuerza $\vec{\mathbf{F}}$. *a*) Dibuje un diagrama de cuerpo libre para cada bloque. Determine *b*) la aceleración del sistema (en términos de m_A, m_B y m_C), *c*) la fuerza neta sobre cada bloque y *d*) la fuerza de contacto que cada bloque ejerce sobre sus vecinos. *e*) Si $m_A = m_B = m_C = 12.0$ kg y $F = 96.0$ N, proporcione respuestas numéricas a *b*), *c*) y *d*). ¿Sus respuestas tienen sentido intuitivamente?

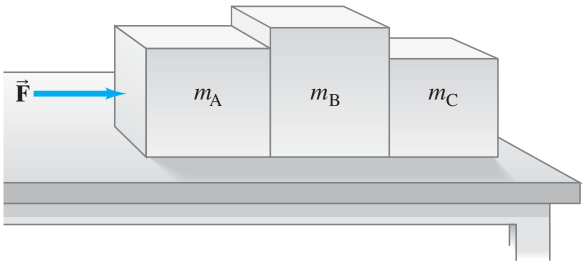


FIGURA 4–51 Problema 33.

34. (III) Las dos masas que se representan en la figura 4-52 inicialmente están cada una a 1.80 m sobre el suelo, y la polea cuyas masa y fricción son despreciables está a 4.8 m sobre el suelo. ¿Qué altura máxima alcanza el objeto más ligero después de que se libera el sistema? [*Sugerencia:* Primero determine la aceleración de la masa más ligera y luego su velocidad en el momento en que el objeto más pesado golpea el suelo. Ésta es su rapidez "de lanzamiento". Suponga que no golpea la polea].

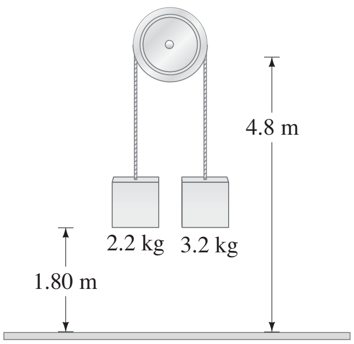


FIGURA 4–52 Problema 34.

35. (III) Dos cajas se encuentran sobre una mesa sin fricción y atadas mediante una cuerda gruesa de 1.0 kg de masa. Calcule la aceleración de cada caja y la tensión en cada extremo de la cuerda, con la ayuda de los diagramas de cuerpo libre que se ilustran en la figura 4-53. Se supone que $F_P = 40.0$ N; ignore las combas de la cuerda. Compare sus resultados con el ejemplo 4-12 y la figura 4-22.

4-8 Leyes de Newton con fricción; planos inclinados

36. (I) Si el coeficiente de fricción cinética entre una caja de 35 kg y el suelo es de 0.30, ¿qué fuerza horizontal se requiere para mover la caja con una rapidez estable a través del suelo? ¿Qué fuerza horizontal se requiere si μ_k es cero?

37. (I) Para iniciar el movimiento de una caja de 5.0 kg a través de un suelo horizontal de concreto se requiere una fuerza de 48.0 N. *a*) ¿Cuál es el coeficiente de fricción estática entre la caja y el suelo? *b*) Si la fuerza de 48.0 N continúa, la caja acelera a 0.70 m/s^2. ¿Cuál es el coeficiente de fricción cinética?

38. (I) Imagine que está de pie sobre un tren que acelera a 0.20*g*. ¿Qué coeficiente mínimo de fricción estática debe existir entre sus pies y el suelo si no se desliza?

39. (I) ¿Cuál es la aceleración máxima que experimenta un automóvil si el coeficiente de fricción estática entre las llantas y el suelo es de 0.80?

40. (II) El coeficiente de fricción estática entre el hule duro y el pavimento normal es aproximadamente de 0.8. ¿En una colina de qué pendiente (ángulo máximo) puede dejar estacionado un automóvil?

41. (II) Una caja de 15.0 kg es liberada en un plano inclinado de 32° y acelera a lo largo del plano a 0.30 m/s^2. Encuentre la fuerza de fricción que impide su movimiento. ¿Cuál es el coeficiente de fricción cinética?

42. (II) Un automóvil desacelera a –4.80 m/s^2 sin derrapar cuando llega al reposo en un camino a nivel. ¿Cuál sería su desaceleración si el camino estuviese inclinado 13° colina arriba? Considere el mismo coeficiente de fricción estática.

43. (II) *a*) Una caja está en reposo sobre un plano inclinado rugoso de 30°. Dibuje el diagrama de cuerpo libre que incluya todas las fuerzas que actúan sobre la caja. *b*) ¿Cómo cambiaría el diagrama si la caja se estuviese deslizando por el plano? *c*) ¿Cómo cambiaría si la caja se estuviese deslizando hacia arriba del plano luego de un empujón inicial?

44. (II) Las llantas de los *dragsters* en contacto con una superficie de asfalto tienen un coeficiente de fricción estático muy elevado. Suponiendo una aceleración constante y ningún deslizamiento de llantas, estima el coeficiente de fricción estático necesario para que un *dragster* cubra 1.0 km en 12 s, si parte del reposo.

45. (II) El coeficiente de fricción cinética para un *bobsled* de 22 kg sobre una pista es 0.10. ¿Qué fuerza se requiere para empujarlo por un plano inclinado de 6.0° y para que alcance una rapidez de 60 km/h al final de 75 m?

46. (II) Para el sistema de la figura 4-32 (ejemplo 4-20), ¿qué tan grande tendría que ser la masa de la caja A para impedir cualquier movimiento? Se supone que $\mu_s = 0.30$.

47. (II) A una caja se le da un empujón de modo que se desliza por el suelo. ¿Qué tan lejos llegará, considerando que el coeficiente de fricción cinética es 0.20 y que el empujón imparte una rapidez inicial de 4.0 m/s?

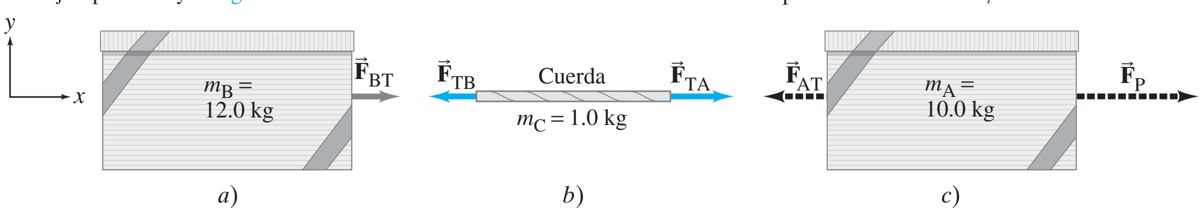


FIGURA 4–53 Problema 35. Diagramas de cuerpo libre para dos cajas sobre una mesa atadas mediante una cuerda gruesa y que se jalan hacia la derecha como en la figura 4-22*a*. Las fuerzas verticales, $\vec{\mathbf{F}}_N$ y $\vec{\mathbf{F}}_G$, no se representan.

48. (II) Dos cajas, de 75 kg y 110 kg de masa, están en contacto y en reposo sobre una superficie horizontal (figura 4-54). Sobre la caja de 75 kg se ejerce una fuerza de 620 N. Si el coeficiente de fricción cinética es 0.15, calcule *a*) la aceleración del sistema y *b*) la fuerza que cada una de las cajas ejerce sobre la otra. *c*) Repita el ejercicio con las cajas invertidas.

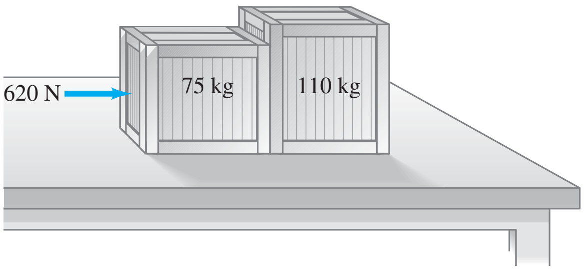


FIGURA 4–54 Problema 48.

49. (II) Un camión de plataforma transporta una caja pesada. El coeficiente de fricción estática entre la caja y la plataforma del camión es 0.75. ¿Cuál es la tasa máxima a la que el conductor puede desacelerar y aún así evitar que la caja se deslice contra la cabina del camión?

50. (II) En un día nevado, quiere estacionar su automóvil en el camino de acceso a su casa, que tiene una inclinación de 12°. El camino de acceso a la casa de su vecino tiene una inclinación de 9.0°, y el camino de acceso a través de la calle está a 6.0°. El coeficiente de fricción estática entre el hule de las llantas y el hielo es 0.15. ¿Cuál(es) camino(s) de acceso será(n) más seguro(s) para estacionarse?

51. (II) Una niña se desliza por una resbaladilla con 28° de inclinación, y, al final, su rapidez es precisamente la mitad de la que habría sido si la resbaladilla no hubiese tenido fricción. Calcule el coeficiente de fricción cinética entre la resbaladilla y la niña.

52. (II) La caja de cartón que se muestra en la figura 4-55 se encuentra sobre un plano inclinado en un ángulo $\theta = 22.0°$ con respecto a la horizontal, con $\mu_k = 0.12$. *a*) Determine la aceleración de la caja mientras se desliza por el plano. *b*) Si la caja parte desde el reposo 9.30 m arriba del plano desde su base, ¿cuál será su rapidez cuando alcance el fondo del plano?

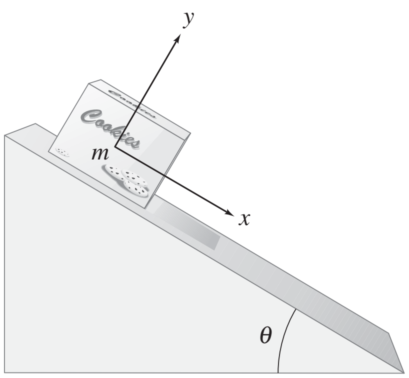


FIGURA 4–55 Caja de cartón sobre plano inclinado. Problemas 52 y 53.

53. (II) A una caja de cartón se le da una rapidez inicial de 3.0 m/s hacia arriba del plano de 22.0° que se muestra en la figura 4-55. *a*) ¿Qué tan alto del plano llegará? *b*) ¿Cuánto tiempo transcurre antes de que regrese a su punto de partida? Ignore la fricción.

54. (II) Un carro de montaña rusa alcanza lo alto de la colina más pronunciada con una rapidez de 6.0 km/h. Luego desciende la colina, que tiene un ángulo promedio de 45° y 45.0 m de longitud. Estime la rapidez del carro cuando alcanza el fondo. Se supone que $\mu_k = 0.18$.

55. (II) Una caja de 18.0 kg se libera sobre un plano inclinado de 37.0° y acelera hacia debajo de éste a 0.270 m/s^2. Encuentre la fuerza de fricción que impide su movimiento. ¿Cuál es el coeficiente de fricción cinética?

56. (II) Una pequeña caja se mantiene en su lugar contra una pared rugosa porque alguien empuja sobre ella con una fuerza dirigida hacia arriba a 28° sobre la horizontal. Los coeficientes de fricción estática y cinética entre la caja y la pared son 0.40 y 0.30, respectivamente. La caja se deslizará a menos que la fuerza aplicada tenga una magnitud de 13 N. ¿Cuál es la masa de la caja?

57. (II) Las acumulaciones de nieve sobre los techos resbalosos pueden convertirse en peligrosos proyectiles cuando se derriten. Considere un trozo de nieve en el lomo de un techo con una inclinación de 30°. *a*) ¿Cuál es el valor mínimo del coeficiente de fricción estática que evitará que la nieve se deslice? *b*) Conforme la nieve comienza a derretirse, el coeficiente de fricción estática disminuye y la nieve eventualmente se desliza. Suponiendo que la distancia desde el trozo de nieve hasta el límite del techo es de 5.0 m y el coeficiente de fricción cinética es 0.20, calcule la rapidez del trozo de nieve cuando se resbala por el techo. *c*) Si el límite del techo está a 10.0 m sobre el suelo, ¿cuál es la rapidez de la nieve cuando golpea el suelo?

58. (III) *a*) Demuestre que la distancia mínima de frenado para un automóvil que viaja con rapidez v es igual a $v^2/2\mu_s g$, donde μ_s es el coeficiente de fricción estática entre las llantas y el camino, y g es la aceleración de la gravedad. *b*) ¿Cuál será la distancia para un automóvil de 1200 kg que viaja a 95 km/h si $\mu_s = 0.75$?

59. (III) Una taza de café sobre el tablero de un automóvil se desliza hacia delante sobre el tablero cuando el conductor desacelera desde 45 km/h hasta el reposo en 3.5 s o menos, pero no si desacelera en un tiempo más prolongado. ¿Cuál es el coeficiente de fricción estática entre la taza y el tablero?

60. (III) A un pequeño bloque de masa m se le imprime una rapidez inicial v_0 hacia arriba de una rampa inclinada en un ángulo θ con la horizontal. El bloque recorre una distancia d arriba de la rampa y llega al reposo. Determine una fórmula para el coeficiente de fricción cinética entre el bloque y la rampa.

61. (III) El escalador de 75 kg de la figura 4-56 está sostenido en la "chimenea" por las fuerzas de fricción ejercidas sobre sus zapatos y espalda. Los coeficientes de fricción estática entre sus zapatos y la pared, y entre su espalda y la pared, son 0.80 y 0.60, respectivamente. ¿Cuál es la fuerza normal mínima que debe ejercer? Se supone que las paredes son verticales y que ambas fuerzas de fricción están en un máximo. Ignore la sujeción a la soga.

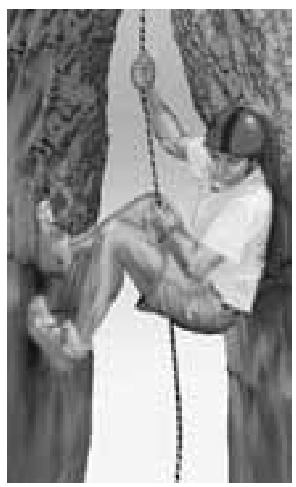


FIGURA 4–56 Problema 61.

62. (III) Unas cajas se mueven sobre una banda transportadora desde donde se llenan hasta la estación de empacado, ubicada a 11.0 m de distancia. La banda inicialmente está en reposo y debe terminar con rapidez cero. El tránsito más rápido se logra si la banda acelera durante la primera mitad de la distancia, luego desacelera durante la mitad final del trayecto. Si el coeficiente de fricción estática entre una caja y la banda es 0.60, ¿cuál es el tiempo de tránsito mínimo para cada caja?

63. (III) Un bloque (masa m_1) que se encuentra sobre un plano inclinado sin fricción está conectado a una masa m_2 mediante una cuerda (cuya masa puede ignorarse), que pasa sobre una polea, como se indica en la figura 4-57. *a*) Determine una fórmula para la aceleración del sistema de los dos bloques en términos de m_1, m_2, θ y g. *b*) ¿Qué condiciones se aplican a las masas m_1 y m_2 para que la aceleración esté en una dirección (por ejemplo, m_1 a lo largo del plano) o en la dirección opuesta?

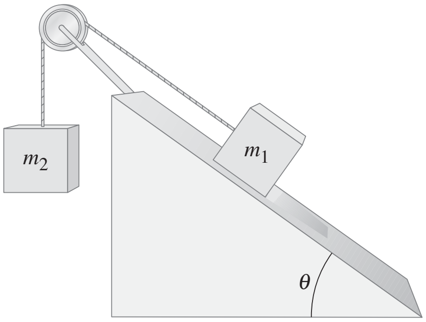


FIGURA 4–57 Problemas 63 y 64.

64. (III) *a*) Considere que el coeficiente de fricción cinética entre m_1 y el plano en la figura 4-57 es $\mu_k = 0.15$, y que $m_1 = m_2 = 2.7$ kg. Conforme m_2 se mueve hacia abajo, determine la magnitud de la aceleración de m_1 y m_2, dado $\theta = 25°$. *b*) ¿Qué valor más pequeño de μ_k evitará que este sistema acelere?

65. (III) Un ciclista de 65 kg de masa (incluye la bicicleta) viaja hacia abajo de una colina de 6.0° con una rapidez estable de 6.0 km/h a causa de la resistencia del aire. ¿Cuánta fuerza debe aplicar para ascender la colina con la misma rapidez y la misma resistencia del aire?

Problemas generales

66. De acuerdo con un modelo simplificado de un corazón de mamífero, en cada latido aproximadamente 20 g de sangre se aceleran desde 0.25 m/s hasta 0.35 m/s durante un periodo de 0.10 s. ¿Cuál es la magnitud de la fuerza ejercida por el músculo cardiaco?

67. Una persona tiene una oportunidad razonable de sobrevivir a un choque automovilístico si la desaceleración no es mayor de 30 "g". Calcule la fuerza sobre una persona de 70 kg que experimenta esta aceleración. ¿Qué distancia se recorre si la persona llega al reposo a esta tasa desde 100 km/h?

68. *a*) Si la aceleración horizontal producida por un terremoto es a, y si un objeto debe "mantenerse en su lugar" en el suelo, demuestre que el coeficiente de fricción estática con el suelo debe ser al menos $\mu_s = a/g$. *b*) El famoso terremoto de Loma Prieta, que detuvo la Serie Mundial de 1989, produjo aceleraciones de suelo de hasta 4.0 m/s^2 en el área de la bahía de San Francisco. ¿Una silla habría comenzado a deslizarse sobre un suelo de linóleo con coeficiente de fricción estática 0.25?

69. Un automóvil de 1150 kg jala a un remolque de 450 kg. El automóvil ejerce una fuerza horizontal de 3.8×10^3 N contra el suelo con la finalidad de acelerar. ¿Qué fuerza ejerce el automóvil sobre el remolque? Considere un coeficiente de fricción efectivo de 0.15 para el remolque.

70. Investigadores del departamento de tránsito, que examinan la escena de un accidente en el que participaron dos automóviles, miden las marcas de derrape de 72 m de largo de uno de los automóviles, que casi llega a detenerse antes de chocar. El coeficiente de fricción cinética entre el hule y el pavimento es aproximadamente de 0.80. Estime la rapidez inicial de dicho automóvil suponiendo que el camino es plano.

71. Un automóvil comienza a rodar por una colina de 1 en 4 (1 en 4 significa que, por cada 4 m recorridos a lo largo del camino, el cambio en la elevación es de 1 m). ¿Qué tan rápido va cuando alcanza el fondo después de recorrer 55 m? *a*) Ignore la fricción. *b*) Considere un coeficiente de fricción efectivo igual a 0.10.

72. Una bolsa de mano de 2.0 kg se suelta desde lo alto de la torre inclinada de Pisa y, 55 m antes de alcanzar el suelo, lleva una rapidez de 29 m/s. ¿Cuál fue la fuerza promedio de la resistencia del aire?

73. Un ciclista avanza sin esfuerzo a una rapidez estable de 12 m/s, pero ingresa en una zona fangosa donde el coeficiente de fricción efectivo es 0.60. ¿El ciclista saldrá de la zona fangosa sin tener que pedalear si el fango se extiende 11 m? Si es así, ¿cuál será la rapidez al emerger?

74. Un planificador de ciudades trabaja en el rediseño de una porción de la ciudad que tiene colinas. Una consideración importante es cuán empinados deben ser los caminos de modo que incluso los automóviles de escasa potencia puedan subir las colinas sin disminuir la rapidez. Un pequeño auto en particular, con una masa de 1100 kg, acelera en un camino a nivel desde el reposo hasta 21 m/s (75 km/h) en 14.0 s. Use estos datos y calcule la pendiente máxima de una colina.

75. Francesca, a quien le gustan los experimentos de física, cuelga su reloj de un delgado cordel mientras el avión en el que viaja despega del aeropuerto JFK (figura 4-58). Ella nota que el cordel forma un ángulo de 25° con respecto a la vertical conforme la aeronave acelera para despegar, lo que toma aproximadamente 18 s. Estime la rapidez de despegue de la aeronave.

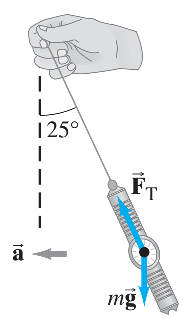


FIGURA 4–58 Problema 75.

76. Un bloque de 28.0 kg está unido a una cubeta vacía de 1.35 kg mediante una cuerda que pasa por una polea sin fricción (figura 4-59). El coeficiente de fricción estática entre la mesa y el bloque es de 0.450, y el coeficiente de fricción cinética entre la mesa y el bloque es de 0.320. En la cubeta se agrega arena gradualmente, hasta que el sistema apenas comienza a moverse. *a*) Calcule la masa de arena añadida a la cubeta. *b*) Calcule la aceleración del sistema.

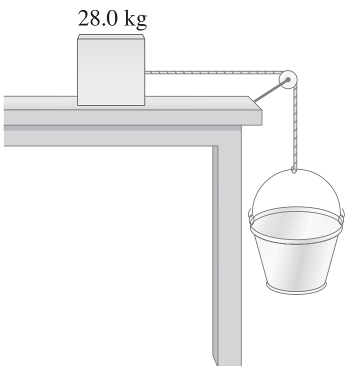


FIGURA 4–59 Problema 76.

77. En el diseño de un supermercado, existen varias rampas que conectan diferentes partes de la tienda. Los clientes tendrán que empujar carritos de supermercado sobre las rampas y obviamente es deseable que esto no sea demasiado difícil. El ingeniero realizó una encuesta y encontró que casi nadie se queja si la fuerza dirigida hacia arriba de la rampa no es mayor que 20 N. Ignorando la fricción, ¿a qué ángulo máximo θ deben construirse las rampas, si se considera un carrito de supermercado lleno de 30 kg?

78. *a*) ¿Qué fuerza mínima F se necesita para elevar el piano (masa M) que usa el sistema de poleas que se muestra en la figura 4-60? *b*) Determine la tensión en cada sección de la soga: F_{T1}, F_{T2}, F_{T3} y F_{T4}.

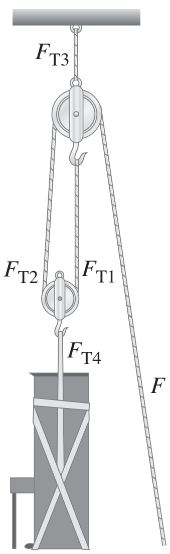


FIGURA 4–60 Problema 78.

79. Un avión a reacción acelera a 3.5 m/s^2 en un ángulo de 45° sobre la horizontal. ¿Cuál es la fuerza total que el asiento de la cabina ejerce sobre el piloto de 75 kg?

80. En el proceso de diseño de una silla de seguridad para niño, un ingeniero considera el siguiente conjunto de condiciones: Un niño de 12 kg está sentado en la silla, que está abrochada con seguridad al asiento de un automóvil (figura 4-61). Imagine que el automóvil choca de frente con otro vehículo. La rapidez inicial v_0 del automóvil es de 45 km/h, y esta rapidez se reduce a cero durante el tiempo de colisión de 0.20 s. Considere una desaceleración constante del automóvil durante la colisión, y estime la fuerza neta horizontal F que los tirantes de la silla de seguridad deben ejercer sobre el niño para mantenerlo fijo a la silla. Considere al niño como una partícula y enuncie cualquier suposición adicional realizada durante su análisis.

FIGURA 4–61 Problema 80.

81. Un helicóptero de 7650 kg acelera hacia arriba a 0.80 m/s^2 mientras sube un marco de 1250 kg a un sitio de construcción (figura 4-62). *a*) ¿Cuál es la fuerza de elevación ejercida por el aire sobre los rotores del helicóptero? *b*) ¿Cuál es la tensión en el cable (ignore su masa) que conecta al marco con la nave? *c*) ¿Qué fuerza ejerce el cable sobre la nave?

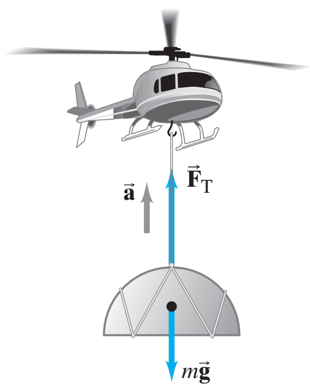


FIGURA 4–62 Problema 81.

82. Un nuevo tren italiano de 12 carros y alta rapidez tiene una masa de 660 toneladas métricas (660,000 kg); ejerce una fuerza máxima de 400 kN horizontalmente contra las vías, mientras que, a velocidad máxima (300 km/h), ejerce una fuerza de aproximadamente 150 kN. Calcule *a*) su aceleración máxima y *b*) estime la fuerza de la resistencia del aire a su máxima rapidez.

83. Una patinadora de hielo de 65 kg se desliza sin esfuerzo durante 75 m hasta que se detiene. Si el coeficiente de fricción cinética entre sus patines y el hielo es $\mu_k = 0.10$, ¿cuál era su rapidez al comienzo de su trayecto?

84. Dos escaladores de rocas, Guillermo y Karen, usan sogas de seguridad de longitud similar. La soga de Karen es más elástica, del tipo que los escaladores llaman *soga dinámica*. Guillermo tiene una *soga estática*, no recomendada para propósitos de seguridad en el escalamiento profesional. Karen cae libremente unos 2.0 m y entonces la cuerda la detiene a lo largo de una distancia de 1.0 m (figura 4-63). *a*) suponiendo que la fuerza es constante, estime cuál será la fuerza de la soga que ella sentirá. (Exprese el resultado en múltiplos de su peso). *b*) En una caída similar, la soga de Guillermo se alarga sólo 30 cm. ¿Cuántas veces su peso jalará la cuerda sobre él? ¿Cuál escalador tiene más probabilidades de salir lastimado?

FIGURA 4–63 Problema 84.

85. Un pescador en un bote usa una caña de pescar "a prueba de 10 lb". Esto significa que la línea puede ejercer una fuerza de 45 N sin romperse (1 lb = 4.45 N). *a*) ¿Qué tan pesado puede ser un pez que atrape el pescador, si él jala al pez verticalmente con rapidez constante? *b*) Si él acelera al pez hacia arriba a 2.0 m/s^2, ¿qué peso máximo de pez puede sacar? *c*) ¿Es posible pescar una trucha de 15 lb con la caña a prueba de 10 lb? ¿Por qué sí o por qué no?

86. A un elevador en un edificio alto se le permite alcanzar una rapidez máxima de 3.5 m/s cuando baja. ¿Cuál debe ser la tensión en el cable para detener este elevador en una distancia de 2.6 m, si el elevador tiene una masa de 1300 kg, incluidos los ocupantes?

87. Dos cajas, m_1 = 1.0 kg, con coeficiente de fricción cinética de 0.10, y m_2 = 2.0 kg, con coeficiente de 0.20, se colocan sobre un plano inclinado a θ = 30°. *a*) ¿Qué aceleración experimenta cada caja? *b*) Si una cuerda tensa se amarra a las cajas (figura 4-64), con m_2 inicialmente más lejos hacia abajo de la pendiente, ¿cuál es la aceleración de cada caja? *c*) Si la configuración inicial es invertida con m_1 en la parte inferior con una cuerda tensa, ¿cuál es la aceleración de cada caja?

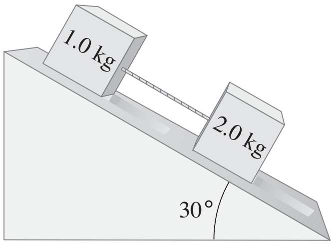


FIGURA 4–64 Problema 87.

88. Una persona de 75.0 kg está de pie sobre una báscula en un elevador. ¿Qué registra la báscula (en N y en kg) cuando el elevador *a*) está en reposo, *b*) sube con rapidez constante de 3.0 m/s, *c*) baja a 3.0 m/s, *d*) acelera hacia arriba a 3.0 m/s^2, *e*) acelera hacia abajo a 3.0 m/s^2?

89. Tres escaladores de montaña, unidos con sogas, ascienden un risco inclinado a 21.0° con respecto a la horizontal. El último escalador resbala, y hace caer al segundo escalador. El primer escalador es capaz de sostener a sus dos compañeros. Si cada escalador tiene una masa de 75 kg, calcule la tensión en cada una de las dos secciones de la soga entre los tres escaladores. Ignore la fricción entre el hielo y los escaladores que caen.

Respuestas a los ejercicios

A: *a*) La misma; *b*) el carro deportivo; *c*) tercera ley para el inciso *a*), segunda ley para el inciso *b*).

B: La fuerza aplicada por la persona es insuficiente para mantener la caja en movimiento.

C: No; sí.

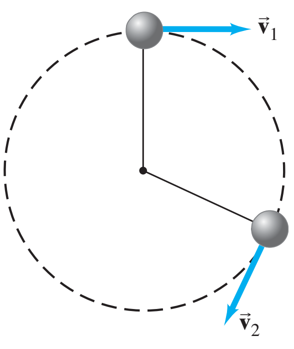
D: Sí; no.

Los astronautas en la esquina superior izquierda de esta fotografía están trabajando en el transbordador espacial. Mientras están en órbita alrededor de la Tierra (a una rapidez bastante alta) experimentan ingravidez. La Luna, en el fondo, también gira alrededor de la Tierra con gran rapidez. Tanto la Luna como el transbordador espacial se mueven en órbitas casi circulares y cada uno experimenta una aceleración centrípeta. ¿Qué evita que la Luna y el transbordador espacial (y sus astronautas) se alejen de la Tierra en línea recta? Es la fuerza de gravedad. La ley de la gravitación universal de Newton establece que todos los objetos atraen a todos los demás objetos con una fuerza proporcional a sus masas e inversamente proporcional al cuadrado de la distancia que los separa.

CAPÍTULO 5

Movimiento circular y gravitación

FIGURA 5–1 Un pequeño objeto que se mueve en una trayectoria circular muestra cómo cambia la velocidad. En cada punto, la velocidad instantánea está en una dirección tangente a la trayectoria circular.



Un objeto se mueve en una línea recta si la fuerza neta sobre él actúa en la dirección del movimiento, o si la fuerza neta es cero. Si la fuerza neta actúa en un ángulo con la dirección del movimiento en cualquier momento, entonces el objeto se moverá en una trayectoria curva. Un ejemplo de este último caso es el movimiento de un proyectil, que se estudió en el capítulo 3. Otro caso importante es el de un objeto que se mueve en un círculo, como una bola atada al extremo de una cuerda que gira alrededor de la cabeza de uno, o el movimiento casi circular de la Luna en torno a la Tierra.

En este capítulo se estudiará el movimiento circular de los objetos y cómo se aplican las leyes de movimiento de Newton. También se verá cómo es que Newton concibió otra gran ley cuando aplicó los conceptos del movimiento circular al movimiento de la Luna y los planetas. Se trata de la ley de la gravitación universal, que fue el punto culminante del análisis de Newton del mundo físico.

5–1 Cinemática del movimiento circular uniforme

Se dice que un objeto que se mueve en una trayectoria circular con rapidez constante v experimenta un **movimiento circular uniforme**. En este caso, la *magnitud* de la velocidad permanece constante, pero la *dirección* de la velocidad cambia continuamente conforme el objeto se mueve alrededor del círculo (figura 5-1). En tanto que la aceleración se define como el cambio de la velocidad, un cambio en la dirección de esta última constituye una aceleración, al igual que un cambio en la magnitud de la velocidad. Así, un objeto que da vueltas en un círculo está acelerando de manera continua, incluso cuando la rapidez permanece constante $(v_1 = v_2 = v)$. Ahora investigaremos esta aceleración de manera cuantitativa.

La aceleración se define como

$$\vec{\mathbf{a}} = \frac{\vec{\mathbf{v}}_2 - \vec{\mathbf{v}}_1}{\Delta t} = \frac{\Delta\vec{\mathbf{v}}}{\Delta t},$$

donde $\Delta\vec{\mathbf{v}}$ es el cambio en la velocidad durante el breve intervalo de tiempo Δt. Eventualmente se considerará la situación en la que Δt tiende a cero y por tanto se obtiene la aceleración instantánea. Pero, con el propósito de que quede claro un dibujo (figura 5-2), se considerará un intervalo de tiempo distinto de cero. Durante el intervalo de tiempo Δt, la partícula de la figura 5-2*a* se mueve desde el punto A hasta el punto B, y cubre una distancia Δl *a lo largo del arco* que subtiende un ángulo $\Delta\theta$. El cambio en el vector velocidad es $\vec{\mathbf{v}}_2 - \vec{\mathbf{v}}_1 = \Delta\vec{\mathbf{v}}$, y se muestra en la figura 5-2*b*.

Si Δt se reduce considerablemente (es decir, si tiende a cero), entonces Δl y $\Delta\theta$ también serán muy pequeños, y $\vec{\mathbf{v}}_2$ será casi paralelo a $\vec{\mathbf{v}}_1$; $\Delta\vec{\mathbf{v}}$ será esencialmente perpendicular a ellos (figura 5-2*c*). De esta forma, $\Delta\vec{\mathbf{v}}$ apunta hacia el centro del círculo. Dado que $\vec{\mathbf{a}}$, por definición, está en la misma dirección que $\Delta\vec{\mathbf{v}}$, también debe apuntar hacia el centro del círculo. Por esa razón, esta aceleración se llama **aceleración centrípeta** (aceleración "que apunta hacia el centro") o **aceleración radial** (ya que se dirige a lo largo del radio, hacia el centro del círculo), y se le denota $\vec{\mathbf{a}}_R$.

A continuación, se determinará la magnitud de la aceleración centrípeta (radial), a_R. Puesto que CA en la figura 5-2*a* es perpendicular a $\vec{\mathbf{v}}_1$, y CB es perpendicular a $\vec{\mathbf{v}}_2$, se sigue que el ángulo $\Delta\theta$, definido como el ángulo entre CA y CB, también es el ángulo entre $\vec{\mathbf{v}}_1$ y $\vec{\mathbf{v}}_2$. Por lo mismo, los vectores $\vec{\mathbf{v}}_1$, $\vec{\mathbf{v}}_2$, y $\Delta\vec{\mathbf{v}}$ en la figura 5-2*b* forman un triángulo que es geométricamente similar[†] al triángulo CAB de la figura 5-2*a*. Si $\Delta\theta$ es muy pequeño (a la vez que Δt es muy pequeño) y se establece $v = v_1 = v_2$ pues se supone que la magnitud de la velocidad no cambia, se puede escribir

$$\frac{\Delta v}{v} \approx \frac{\Delta l}{r}.$$

Ésta es una igualdad exacta cuando Δt tiende a cero, porque entonces la longitud del arco Δl es igual a la longitud de la cuerda AB. Se desea encontrar la aceleración instantánea, de modo que se permite que Δt tienda a cero, se escribe la expresión anterior como una igualdad y luego se resuelve para Δv:

$$\Delta v = \frac{v}{r}\Delta l.$$

Para obtener la aceleración centrípeta, a_R, se divide Δv entre Δt:

$$a_R = \frac{\Delta v}{\Delta t} = \frac{v}{r}\frac{\Delta l}{\Delta t}.$$

Pero $\Delta l/\Delta t$ es justo la rapidez lineal, v, del objeto, de modo que

$$a_R = \frac{v^2}{r}. \tag{5–1}$$

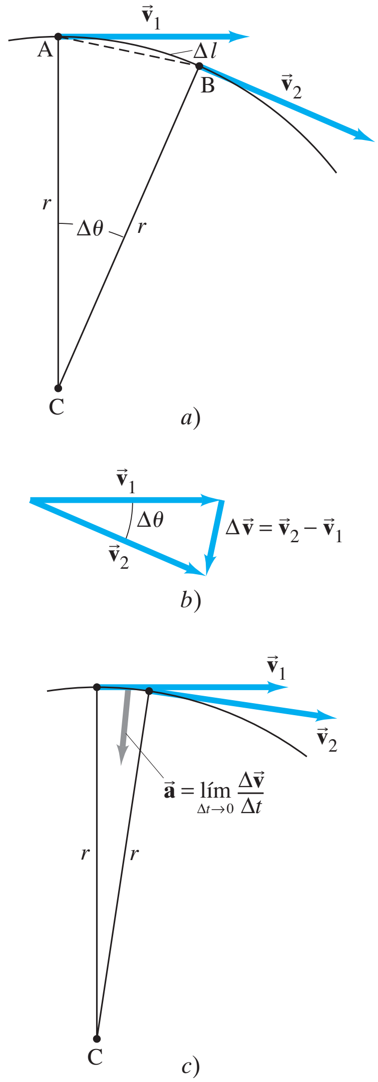
Aceleración centrípeta (radial)

La ecuación 5-1 es válida incluso cuando v no es constante.

Para resumir, *un objeto que se mueve en un círculo de radio r con rapidez constante v tiene una aceleración cuya dirección está hacia el centro del círculo y cuya magnitud es* $a_R = v^2/r$. No es de sorprender que esta aceleración dependa de v y de r. Cuanto mayor sea la rapidez v, más rápido cambiará de dirección la velocidad; y cuanto mayor sea el radio, más lentamente cambiará de dirección la velocidad.

[†]El apéndice A contiene un repaso de geometría.

FIGURA 5–2 Determinación del cambio en velocidad, $\Delta\vec{\mathbf{v}}$, para una partícula que se mueve en una trayectoria circular. La longitud Δl es la distancia a lo largo del arco, desde A hasta B.



PRECAUCIÓN

En el movimiento circular uniforme, la rapidez es constante, pero la aceleración no es cero

El vector aceleración apunta hacia el centro del círculo. Pero el vector velocidad siempre apunta en la dirección del movimiento, que es tangencial al círculo. Por tanto, los vectores velocidad y aceleración son perpendiculares entre sí en cada punto en la trayectoria del movimiento circular uniforme (figura 5-3). Éste es otro ejemplo que ilustra el error al pensar que la aceleración y la velocidad siempre están en la misma dirección. Para un objeto en caída libre, $\vec{\mathbf{a}}$ y $\vec{\mathbf{v}}$ de hecho son paralelos. Pero, en el movimiento circular, $\vec{\mathbf{a}}$ y $\vec{\mathbf{v}}$ son perpendiculares, no paralelos (ni tampoco fueron paralelos en el movimiento de proyectiles que se estudió en la sección 3-5).

PRECAUCIÓN

El movimiento ($\vec{\mathbf{v}}$) y la aceleración ($\vec{\mathbf{a}}$) no están en la misma dirección; más bien, $\vec{\mathbf{a}} \perp \vec{\mathbf{v}}$

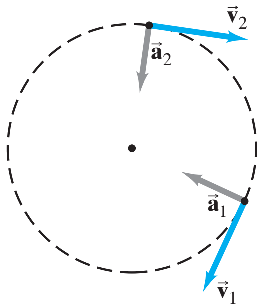


FIGURA 5–3 Para el movimiento circular uniforme, $\vec{\mathbf{a}}$ siempre es perpendicular a $\vec{\mathbf{v}}$.

Periodo y frecuencia

Con frecuencia, al movimiento circular se le describe en términos de la **frecuencia** f, es decir, el número de revoluciones (ciclos o vueltas) por segundo. El **periodo** T de un objeto que se mueve en una trayectoria circular es el tiempo requerido para completar una revolución. Periodo y frecuencia están relacionados del modo siguiente

$$T = \frac{1}{f}. \qquad \textbf{(5–2)}$$

Por ejemplo, si un objeto gira con una frecuencia de 3 rev/s, entonces cada revolución tarda $\frac{1}{3}$ s. Para un objeto que da vueltas en un círculo (de circunferencia o perímetro $2\pi r$) con rapidez constante v, se puede escribir

$$v = \frac{2\pi r}{T},$$

puesto que en una revolución el objeto recorre una circunferencia.

EJEMPLO 5–1 **Aceleración de una bola que gira.** Una bola de 150 g al final de una cuerda gira de manera uniforme en un círculo horizontal de 0.600 m de radio, como en las figuras 5-1 o 5-3. La bola da 2.00 revoluciones en un segundo. ¿Cuál es su aceleración centrípeta?

PLANTEAMIENTO La aceleración centrípeta es $a_R = v^2/r$. Se proporciona r y se puede encontrar la rapidez de la bola, v, a partir del radio y la frecuencia.

SOLUCIÓN Si la bola da dos revoluciones completas por segundo, entonces la bola viaja en un círculo completo en un intervalo de tiempo igual a 0.500 s, que es su periodo T. La distancia recorrida en este tiempo es la circunferencia del círculo, $2\pi r$, donde r es el radio del círculo. Por tanto, la bola tiene rapidez

$$v = \frac{2\pi r}{T} = \frac{2(3.14)(0.600\,\mathrm{m})}{(0.500\,\mathrm{s})} = 7.54\,\mathrm{m/s}.$$

La aceleración centrípeta† es

$$a_R = \frac{v^2}{r} = \frac{(7.54\,\mathrm{m/s})^2}{(0.600\,\mathrm{m})} = 94.7\,\mathrm{m/s^2}.$$

EJERCICIO A Si la cuerda se duplica en longitud hasta 1.20 m, pero todo lo demás permanece igual, ¿en qué factor cambiará la aceleración centrípeta?

†Las diferencias en el dígito final dependerán de si se conservan todos los dígitos en la calculadora para v (que resulta $a_R = 94.7\,\mathrm{m/s^2}$), o si se usa $v = 7.54\,\mathrm{m/s}$ en cuyo caso se obtiene $a_R = 94.8\,\mathrm{m/s^2}$. Ambos resultados son válidos porque la precisión supuesta es aproximadamente $\pm\,0.1\,\mathrm{m/s}$ (sección 1-4).

EJEMPLO 5–2 **Aceleración centrípeta de la Luna.** La órbita casi circular de la Luna alrededor de la Tierra tiene un radio aproximado de 384,000 km y un periodo T de 27.3 días. Determine la aceleración de la Luna hacia la Tierra.

PLANTEAMIENTO De nuevo se necesita encontrar la velocidad v con la finalidad de encontrar a_R. Hay que hacer la conversión a unidades SI para obtener v en m/s.

SOLUCIÓN En una órbita alrededor de la Tierra, la Luna recorre una distancia $2\pi r$, donde $r = 3.84 \times 10^8$ m es el radio de su trayectoria circular. El tiempo requerido para una órbita completa es el periodo de la Luna de 27.3 d. La rapidez de la Luna en su órbita alrededor de la Tierra es $v = 2\pi r/T$. El periodo T en segundos es $T = (27.3\ \mathrm{d})(24.0\ \mathrm{h/d})(3600\ \mathrm{s/h}) = 2.36 \times 10^6$ s. En consecuencia,

$$a_R = \frac{v^2}{r} = \frac{(2\pi r)^2}{T^2 r} = \frac{4\pi^2 r}{T^2} = \frac{4\pi^2(3.84 \times 10^8\ \mathrm{m})}{(2.36 \times 10^6\ \mathrm{s})^2}$$
$$= 0.00272\ \mathrm{m/s^2} = 2.72 \times 10^{-3}\ \mathrm{m/s^2}.$$

Esta aceleración se puede expresar en términos de $g = 9.80\ \mathrm{m/s^2}$ (la aceleración de la gravedad en la superficie de la Tierra) como

$$a = 2.72 \times 10^{-3}\ \mathrm{m/s^2}\left(\frac{g}{9.80\ \mathrm{m/s^2}}\right) = 2.78 \times 10^{-4}\ g.$$

NOTA La aceleración centrípeta de la Luna, $a = 2.78 \times 10^{-4}\ g$, *no* es la aceleración de la gravedad para los objetos en la superficie de la Luna debida a la gravedad de nuestro satélite. En vez de ello, es la aceleración debida a la gravedad de la *Tierra* para cualquier objeto (como la Luna) que está a 384,000 km de la Tierra. Note cuán pequeña es esta aceleración en comparación con la aceleración de los objetos cerca de la superficie de la Tierra.

PRECAUCIÓN

Hay que distinguir entre la gravedad de la Luna sobre los objetos en su superficie, de la gravedad de la Tierra que actúa sobre la Luna, que se considera en este ejemplo.

5–2 Dinámica del movimiento circular uniforme

Se necesita fuerza para proporcionar aceleración centrípeta

De acuerdo con la segunda ley de Newton ($\Sigma\vec{\mathbf{F}} = m\vec{\mathbf{a}}$), un objeto experimenta aceleración porque hay una fuerza neta que actúa sobre él. Un objeto que se mueve en un círculo, como una bola al final de una cuerda, debe por tanto tener una fuerza aplicada sobre él que lo mantenga en movimiento en dicho círculo. Esto es, se necesita una fuerza para proporcionarle aceleración centrípeta. La magnitud de la fuerza requerida se calcula mediante la segunda ley de Newton para el componente radial, $\Sigma F_R = ma_R$, donde a_R es la aceleración centrípeta, $a_R = v^2/r$, y ΣF_R es la fuerza total (o neta) en la dirección radial:

$$\Sigma F_R = ma_R = m\frac{v^2}{r}. \qquad \text{[movimiento circular]} \quad \mathbf{(5\text{–}3)}$$

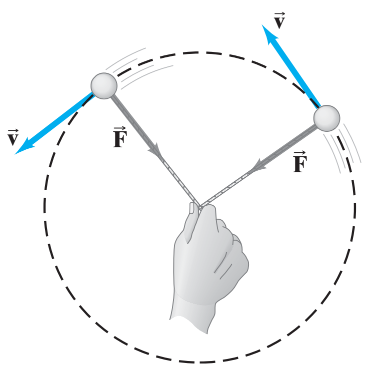


FIGURA 5–4 Se requiere una fuerza para mantener a un objeto en movimiento en un círculo. Si la rapidez es constante, la fuerza está dirigida hacia el centro del círculo.

Para el movimiento circular uniforme (v = constante), la aceleración es a_R, que se dirige hacia el centro del círculo en cualquier momento. En consecuencia, la fuerza neta también debe dirigirse hacia el centro del círculo (figura 5-4). Se necesita ejercer una fuerza neta porque, de otro modo, el objeto no se movería en un círculo sino en una línea recta, como establece la primera ley de Newton. La dirección de la fuerza neta cambia continuamente, de modo que siempre se dirige hacia el centro del círculo. A esta fuerza a veces se le llama fuerza centrípeta ("que apunta hacia el centro"). Pero hay que tener en cuenta que "fuerza centrípeta" no indica un tipo nuevo de fuerza. El término meramente describe la dirección de la fuerza neta necesaria para obtener una trayectoria circular: la fuerza neta está dirigida hacia el centro del círculo. La fuerza debe ser aplicada por otros objetos. Por ejemplo, para balancear una bola en un círculo en el extremo de una cuerda, hay que jalar la cuerda y ésta ejerce la fuerza sobre la bola. (Inténtelo.)

PRECAUCIÓN

La fuerza centrípeta no es un nuevo tipo de fuerza. (Toda fuerza debe ser ejercida por un objeto).

PRECAUCIÓN

No existe una "fuerza centrífuga" real

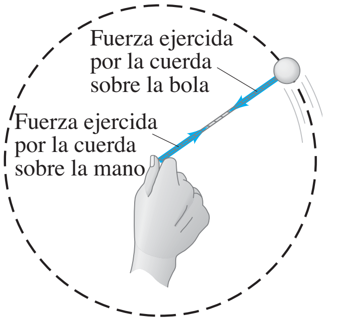
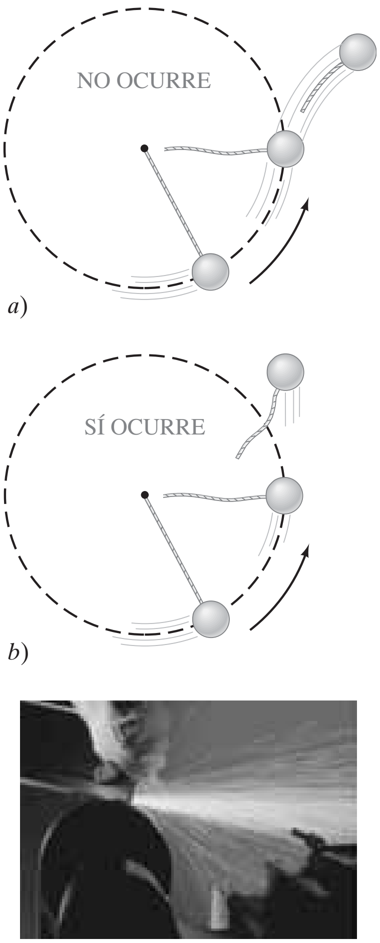


FIGURA 5–5 Balanceo de una bola en el extremo de una cuerda.

Existe el equívoco común de que un objeto que se mueve en un círculo tiene una fuerza hacia fuera que actúa sobre él, una fuerza llamada centrífuga ("que se aleja del centro"). Esto es incorrecto: *no existe una fuerza hacia fuera* sobre el objeto que da vueltas. Considere, por ejemplo, una persona que hace girar una bola en el extremo de una cuerda alrededor de su cabeza (figura 5-5). Si alguna vez ha hecho esto, habrá sentido una fuerza que jala hacia fuera sobre su mano. La equivocación surge cuando este jalón es interpretado como una fuerza "centrífuga" hacia fuera que jala la bola y que se transmite a lo largo de la cuerda hasta su mano. Esto no es lo que ocurre. Para mantener la bola en movimiento en un círculo, usted jala la cuerda *hacia dentro*, y la cuerda ejerce esta fuerza sobre la bola. La bola ejerce una fuerza igual y opuesta sobre la cuerda (tercera ley de Newton) y ésta es la fuerza hacia fuera que siente en su mano (figura 5-5).

La fuerza *sobre la bola* es la que se ejerce *hacia dentro* por parte de su mano, mediante la cuerda. Para tener una evidencia todavía más convincente de que una "fuerza centrífuga" no actúa sobre la bola, considere lo que ocurre cuando suelta la cuerda. Si estuviese actuando una fuerza centrífuga, la bola saldría disparada hacia fuera, como se muestra en la figura 5-6*a*. Pero no es así: la bola vuela tangencialmente (figura 5-6*b*), en la dirección de la velocidad que tenía en el momento en que se liberó, porque la fuerza hacia dentro ya no actúa más. ¡Inténtelo y observe!

FIGURA 5–6 Si existiese una fuerza centrífuga, la bola que gira volaría hacia fuera al ser liberada, como en *a*). De hecho, vuela tangencialmente como en *b*). Por ejemplo, en *c*), las chispas brotan en líneas rectas tangencialmente desde el borde de la rueda en rotación de un esmeril.



a) *b*) *c*)

EJEMPLO 5–3 ESTIMACIÓN Fuerza sobre una bola que gira (horizontal). Estime la fuerza que una persona debe ejercer sobre una cuerda unida a una bola de 0.150 kg para hacer que ésta dé vueltas en un círculo horizontal de 0.600 m de radio. La bola realiza 2.00 revoluciones por segundo ($T = 0.500\,\mathrm{s}$), como en el ejemplo 5-1.

PLANTEAMIENTO Primero se necesita dibujar el diagrama de cuerpo libre para la bola. Las fuerzas que actúan sobre ella son la fuerza de gravedad, $m\vec{\mathbf{g}}$ hacia abajo, y la fuerza de tensión $\vec{\mathbf{F}}_{\mathrm{T}}$ que la cuerda ejerce hacia la mano en el centro (lo que ocurre porque la persona ejerce esa misma fuerza sobre la cuerda). El diagrama de cuerpo libre para la bola se ilustra en la figura 5-7. El peso de la bola complica las cosas y hace imposible que ésta gire con el cordón perfectamente horizontal. Se supone que el peso es reducido y que $\phi \approx 0$ en la figura 5-7. Por tanto, $\vec{\mathbf{F}}_{\mathrm{T}}$ actuará casi horizontalmente y, en cualquier caso, proporcionará la fuerza necesaria para darle a la bola su aceleración centrípeta.

SOLUCIÓN Se aplica la segunda ley de Newton a la dirección radial, que se supone horizontal:

$$(\Sigma F)_{\mathrm{R}} = ma_{\mathrm{R}},$$

donde $a_{\mathrm{R}} = v^2/r$ y $v = 2\pi r/T = 2\pi(0.600\,\mathrm{m})/(0.500\,\mathrm{s}) = 7.54\,\mathrm{m/s}$. En consecuencia,

$$F_{\mathrm{T}} = m\frac{v^2}{r} = (0.150\,\mathrm{kg})\frac{(7.54\,\mathrm{m/s})^2}{(0.600\,\mathrm{m})} \approx 14\,\mathrm{N}.$$

NOTA En la respuesta sólo se conservan dos cifras significativas porque $mg = (0.150\,\mathrm{kg})(9.80\,\mathrm{m/s^2}) = 1.5\,\mathrm{N}$, al ser aproximadamente $\frac{1}{10}$ del resultado, es pequeño pero no tanto como para justificar una respuesta más precisa pues se ignoró el efecto de mg.

NOTA Para incluir el efecto de $m\vec{\mathbf{g}}$, hay que descomponer $\vec{\mathbf{F}}_{\mathrm{T}}$ en la figura 5-7 y se permite que el componente horizontal de $\vec{\mathbf{F}}_{\mathrm{T}}$ sea igual a mv^2/r y su componente vertical igual a mg.

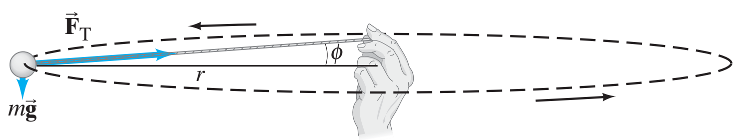


FIGURA 5–7 Ejemplo 5-3.

EJEMPLO 5–4 **Bola que gira (círculo vertical).** Una bola de 0.150 kg en el extremo de una cuerda de 1.10 m de largo (y masa despreciable) se balancea en un círculo *vertical*. *a*) Determine la rapidez mínima que debe tener la bola en lo alto de su arco de modo que continúe su movimiento en círculo. *b*) Calcule la tensión en la cuerda en la parte inferior del arco, suponiendo que la rapidez de la bola es el doble que en el inciso *a*).

PLANTEAMIENTO La bola se mueve en un círculo vertical y no experimenta movimiento circular uniforme. El radio se supone constante, pero la rapidez v cambia a causa de la gravedad. No obstante, la ecuación 5-1 es válida en cada punto a lo largo del círculo, y se le puede utilizar en los puntos 1 y 2. El diagrama de cuerpo libre es el que se reproduce en la figura 5-8 para ambas posiciones, 1 y 2.

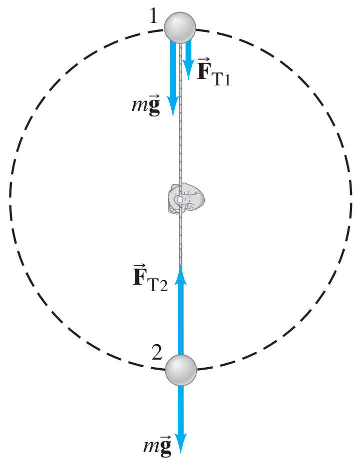


FIGURA 5–8 Ejemplo 5-4. Diagramas de cuerpo libre para las posiciones 1 y 2.

SOLUCIÓN *a*) En lo alto (punto 1), hay dos fuerzas que actúan sobre la bola: $m\vec{\mathbf{g}}$, la fuerza de gravedad, y $\vec{\mathbf{F}}_{T1}$, la fuerza de tensión que la cuerda ejerce en el punto 1. Ambas actúan hacia abajo y su suma vectorial actúa para darle a la bola su aceleración centrípeta a_R. Se aplica la segunda ley de Newton a la dirección vertical, y se elige la dirección hacia abajo como positiva, pues la aceleración es precisamente hacia abajo (hacia el centro):

$$(\Sigma F)_R = ma_R$$

$$F_{T1} + mg = m\frac{v_1^2}{r}. \qquad \text{[en lo alto]}$$

La tensión en la cuerda y la gravedad proporcionan en conjunto la aceleración centrípeta

A partir de esta ecuación se observa que la fuerza de tensión F_{T1} en el punto 1 será mayor si v_1 (la rapidez de la bola en lo alto del círculo) aumenta, como se espera. Pero se nos pide la rapidez mínima para mantener a la bola en movimiento circular. La cuerda permanecerá tensa mientras exista tensión sobre ella. Pero si la tensión desaparece (porque v_1 sea muy pequeña) la cuerda puede aflojarse, y la bola saldrá de su trayectoria circular. Entonces, la rapidez mínima ocurrirá si $F_{T1} = 0$, para lo cual se tiene

$$mg = m\frac{v_1^2}{r}. \qquad \text{[rapidez mínima en lo alto]}$$

La gravedad proporciona aceleración centrípeta.

Se resuelve para v_1:

$$v_1 = \sqrt{gr} = \sqrt{(9.80\,\text{m/s}^2)(1.10\,\text{m})} = 3.28\,\text{m/s}.$$

Ésta es la rapidez mínima en lo alto del círculo si la bola continúa moviéndose en una trayectoria circular.

b) Cuando la bola está en la parte inferior del círculo (punto 2 de la figura 5-8), la cuerda ejerce su fuerza de tensión F_{T2} hacia arriba, mientras que la fuerza de gravedad, $m\vec{\mathbf{g}}$, sigue actuando hacia abajo. Así que se aplica la segunda ley de Newton, pero esta vez se elige la dirección hacia arriba como positiva, pues la aceleración es hacia arriba (hacia el centro):

$$(\Sigma F)_R = ma_R$$

$$F_{T2} - mg = m\frac{v_2^2}{r}. \qquad \text{[en la parte baja]}$$

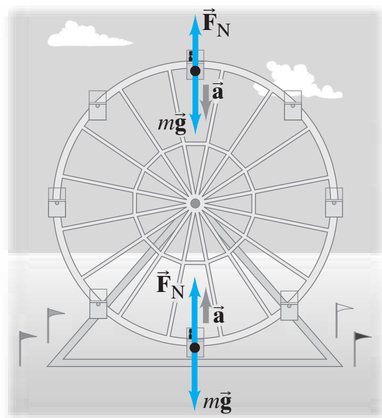
La tensión en la cuerda y la gravedad, que actúan en direcciones opuestas, proporcionan la aceleración centrípeta.

La rapidez v_2 está dada como el doble de la de *a*), a saber, 6.56 m/s. Se resuelve para F_{T2}:

$$F_{T2} = m\frac{v_2^2}{r} + mg$$

$$= (0.150\,\text{kg})\frac{(6.56\,\text{m/s})^2}{(1.10\,\text{m})} + (0.150\,\text{kg})(9.80\,\text{m/s}^2) = 7.34\,\text{N}.$$

FIGURA 5–9 Ejercicio C.



EJERCICIO B En una secadora, la rapidez del tambor deberá ser apenas lo suficientemente grande como para que la ropa llegue casi hasta lo alto del tambor y luego caiga, en vez de ser comprimida contra el tambor durante toda la revolución. Determine si esta rapidez será diferente para la ropa mojada, que es más pesada, que para la ropa seca, que es más ligera.

EJERCICIO C Un pasajero de una rueda de la fortuna se mueve en un círculo vertical de radio r con rapidez constante v (figura 5-9). La fuerza normal que el asiento ejerce sobre el pasajero en lo alto de la rueda, ¿es *a*) menor que, *b*) mayor que o *c*) igual que la fuerza que el asiento ejerce en la parte baja de la rueda?

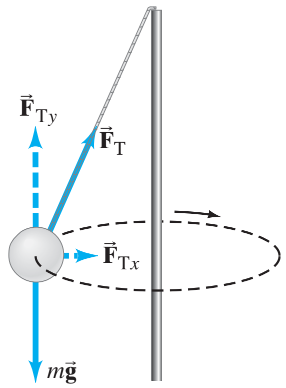


FIGURA 5–10 Ejemplo 5-5.

EJEMPLO CONCEPTUAL 5–5 **"Pera loca".** El juego de la "pera loca" se juega con una bola atada a un poste mediante una cuerda. Después de que se golpea la bola, ésta da vueltas alrededor del poste, como se ilustra en la figura 5-10. ¿En qué dirección está la aceleración de la bola y qué fuerza causa la aceleración?

RESPUESTA Si la bola da vueltas en un plano horizontal, como se indica, entonces la aceleración apunta horizontalmente hacia el centro de la trayectoria circular de la bola (no hacia lo alto del poste). La fuerza responsable de la aceleración quizá no sea obvia al principio, ya que parece no haber fuerza que apunte directamente de manera horizontal. Pero es la fuerza neta (aquí, la suma de $m\vec{\mathbf{g}}$ y $\vec{\mathbf{F}}_T$) la que debe apuntar en la dirección de la aceleración. El componente vertical de la tensión en la cuerda, F_{Ty}, equilibra el peso de la bola, $m\vec{\mathbf{g}}$. El componente horizontal de la tensión en la cuerda, F_{Tx}, es la fuerza que produce la aceleración centrípeta hacia el centro.

RESOLUCIÓN DE PROBLEMAS Movimiento circular uniforme

1. **Dibuje un diagrama de cuerpo libre**, que muestre todas las fuerzas que actúan sobre cada objeto bajo consideración. Asegúrese de identificar la fuente de cada fuerza (tensión en una cuerda, gravedad de la Tierra, fricción, fuerza normal, etcétera). No incluya algo que no corresponda (como una fuerza centrífuga).
2. **Determine** cuál de las fuerzas, o cuál de sus componentes, actúa para proporcionar la aceleración centrípeta; esto es, todas las **fuerzas o componentes que actúan de manera radial**, hacia el centro o alejándose de él en la trayectoria circular. La suma de dichas fuerzas (o componentes) proporciona la aceleración centrípeta, $a_R = v^2/r$.
3. **Elija un sistema coordenado conveniente**, de preferencia con un eje a lo largo de la dirección de la aceleración.
4. **Aplique la segunda ley de Newton** al componente radial:

$$(\Sigma F)_R = ma_R = m\frac{v^2}{r}. \qquad \text{[dirección radial]}$$

5–3 Curvas en las autopistas, peraltadas y sin peralte

FÍSICA APLICADA
Conducción alrededor de una curva

Un ejemplo de dinámica circular ocurre cuando un automóvil toma una curva, por ejemplo, hacia la izquierda. En tal situación, un pasajero quizá sienta que es lanzado hacia fuera, hacia la puerta del lado derecho. Pero no existe una misteriosa fuerza centrífuga que jale sobre él. Lo que ocurre es que tiende a moverse en una línea recta, mientras que el automóvil ha comenzado a seguir una trayectoria curveada. Para hacerle ir en la trayectoria curva, el asiento (fricción) o la puerta del automóvil (contacto directo) ejercen una fuerza sobre usted (figura 5-11). El automóvil también debe tener una fuerza ejercida sobre él, hacia el centro de la curva, si ha de seguir esta última. En un camino plano, esta fuerza es suministrada por la fricción entre las llantas y el pavimento.

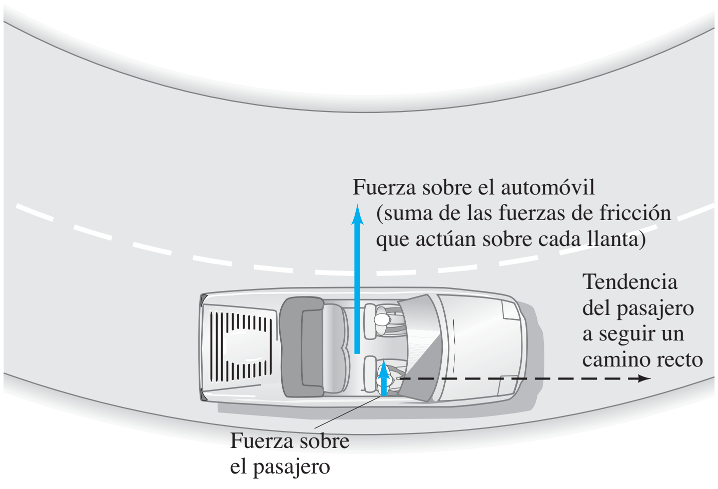


FIGURA 5–11 El camino ejerce una fuerza hacia dentro (fricción contra las llantas) sobre un automóvil para hacerlo moverse en círculo. El automóvil ejerce una fuerza hacia dentro sobre el pasajero

Si las ruedas y llantas del automóvil giran con normalidad, sin derrapar ni deslizar, la parte baja de la llanta está en reposo sobre el camino en cada instante; así que la fuerza de fricción que el camino ejerce sobre las llantas es fricción estática. Pero si la fuerza de fricción estática no es lo suficientemente grande, como cuando hay hielo, no se puede aplicar suficiente fuerza de fricción y el automóvil derrapará fuera de la trayectoria circular hacia una trayectoria más cercana a una recta (figura 5-12). Una vez que un automóvil derrapa o se desliza, la fuerza de fricción se convierte en fricción cinética, que es menor que la fricción estática.

FIGURA 5–12 Un automóvil de carreras se dirige hacia una curva. Por las marcas de las llantas puede verse que la mayoría de los autos experimentaron una fuerza de fricción suficiente para brindarles la aceleración centrípeta necesaria para tomar la curva con seguridad. Pero también se aprecian las marcas de las llantas de los autos en los que no hubo suficiente fuerza y que siguieron trayectorias más cercanas a la línea recta.

EJEMPLO 5–6 **Derrape en una curva.** Un automóvil de 1000 kg toma una curva en una carretera plana de 50 m de radio con una rapidez de 50 km/h (14 m/s). ¿El automóvil seguirá la curva o derrapará? Se supone que: *a*) el pavimento está seco y el coeficiente de fricción estática es $\mu_s = 0.60$; *b*) el pavimento está cubierto de hielo y $\mu_s = 0.25$.

PLANTEAMIENTO Las fuerzas sobre el automóvil son la gravedad mg hacia abajo, la fuerza normal F_N ejercida hacia arriba por la carretera y una fuerza de fricción horizontal ejercida también por esta última. Las fuerzas se representan en la figura 5-13, que es el diagrama de cuerpo libre para el automóvil. Éste seguirá la curva si la fuerza de fricción estática máxima es mayor que la masa por la aceleración centrípeta.

SOLUCIÓN En la dirección vertical no existe aceleración. La segunda ley de Newton dice que la fuerza normal F_N sobre el automóvil es igual al peso mg, pues la carretera es plana:

$$F_N = mg = (1000\,\text{kg})(9.8\,\text{m/s}^2) = 9800\,\text{N}.$$

En la dirección horizontal, la única fuerza es la fricción, y debe comparársele con la fuerza necesaria para producir la aceleración centrípeta y ver si es suficiente. La fuerza horizontal neta que se requiere para mantener al automóvil en movimiento circular alrededor de la curva es

$$(\Sigma F)_R = ma_R = m\frac{v^2}{r} = (1000\,\text{kg})\frac{(14\,\text{m/s})^2}{(50\,\text{m})} = 3900\,\text{N}.$$

Ahora se calcula la fuerza de fricción estática total (la suma de las fuerzas de fricción que actúan sobre cada una de las cuatro llantas) para ver si es lo suficientemente grande como para proporcionar una aceleración centrípeta segura. Para *a*), $\mu_s = 0.60$, y la fuerza de fricción máxima que se puede lograr (recuerde, de la sección 4-8, que $F_{fr} \leq \mu_s F_N$) es

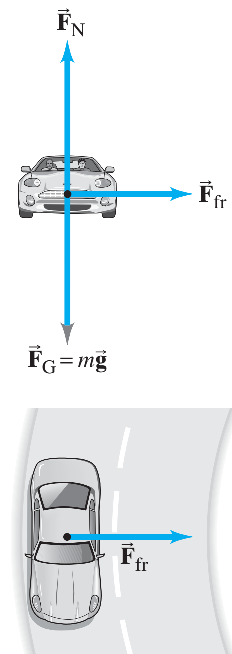
$$(F_{fr})_{max} = \mu_s F_N = (0.60)(9800\,\text{N}) = 5900\,\text{N}.$$

Como se necesita una fuerza de sólo 3900 N, y eso es, de hecho, lo que ejercerá la carretera como una fuerza de fricción estática, el auto podrá seguir la curva. Pero en *b*), la fuerza máxima de fricción estática posible es

$$(F_{fr})_{max} = \mu_s F_N = (0.25)(9800\,\text{N}) = 2500\,\text{N}.$$

El automóvil derrapará porque el suelo no ejerce suficiente fuerza (se necesitan 3900 N) para mantenerlo en movimiento en una curva de 50 m de radio a una rapidez de 50 km/h.

FIGURA 5–13 Ejemplo 5-6. Fuerzas sobre un automóvil que toma una curva sobre una carretera plana. *a*) Vista frontal, *b*) vista superior.



a) *b*)

La posibilidad de derrapar es mayor aún si las ruedas se bloquean (es decir, dejan de girar) cuando se aplican los frenos de manera brusca. Cuando las ruedas giran, existe fricción estática. Pero si las ruedas se bloquean (esto es, dejan de girar), las llantas se deslizan y la fuerza de fricción, que ahora es fricción cinética, es menor. Algo todavía más importante: la *dirección* de la fuerza de fricción cambia súbitamente si las ruedas se bloquean. La fricción estática puede apuntar de forma perpendicular a la velocidad, como en la figura 5-13*b*, pero si el automóvil se desliza, la fricción cinética apuntará en dirección *opuesta* a la velocidad. La fuerza ya no apunta más hacia el centro del círculo, y el automóvil no puede continuar en una trayectoria curva (figura 5-12). Hay algo incluso peor: si la carretera está mojada o cubierta de hielo, el bloqueo de las ruedas ocurre a menor fuerza sobre el pedal del freno pues existe menos fricción de la carretera para mantener a las ruedas girando en lugar de deslizar. Los frenos antibloqueo (ABS, por sus siglas en inglés) están diseñados para limitar la presión del freno justo antes del punto donde ocurrirá el deslizamiento, por medio de delicados sensores y una eficiente computadora.

F Í S I C A   A P L I C A D A
Frenos antibloqueo

FÍSICA APLICADA
Curvas peraltadas

El peralte de las curvas reduce la oportunidad de derrape. La fuerza normal ejercida por un camino peraltado, que actúa perpendicular a éste, tendrá un componente hacia el centro del círculo (figura 5-14), con lo que se reduce la dependencia de la fricción. Para un ángulo de peralte dado θ, habrá una rapidez para la que no se requerirá fricción en absoluto. Éste será el caso cuando el componente horizontal de la fuerza normal hacia el centro de la curva, $F_N \sin\theta$ (vea la figura 5-14) sea justo igual a la fuerza que se requiere para brindar a un vehículo su aceleración centrípeta; es decir, cuando

$$F_N \operatorname{sen}\theta = m\frac{v^2}{r}. \qquad \text{[no se requiere fricción]}$$

El ángulo de peralte de un camino, θ, se elige de modo que esta condición se sostenga para una rapidez particular, llamada "rapidez de diseño".

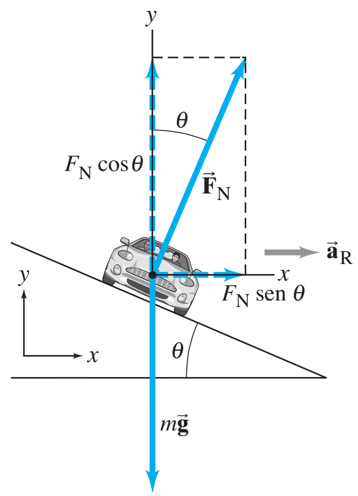


FIGURA 5–14 Fuerza normal sobre un automóvil que toma una curva peraltada, descompuesta en sus componentes horizontal y vertical. La aceleración centrípeta es horizontal (no paralela a la pendiente del camino). La fuerza de fricción sobre las llantas, que no se muestra, podría apuntar arriba o abajo a lo largo de la pendiente, dependiendo de la rapidez del automóvil. La fuerza de fricción será cero para una rapidez particular.

EJEMPLO 5–7 **Ángulo de peralte.** *a*) Para un automóvil que viaja con rapidez v alrededor de una curva de radio r, determine una fórmula para el ángulo en el que se debe peraltar una carretera de modo que no se requiera fricción. *b*) ¿Cuál es este ángulo para una curva de 50 m de radio de una supercarretera, a una rapidez de diseño de 50 km/h?

PLANTEAMIENTO Aun cuando la carretera esté peraltada, el automóvil todavía se mueve a lo largo de un círculo horizontal, de modo que la aceleración centrípeta necesita ser horizontal. Se eligen los ejes x y y como horizontal y vertical de modo que a_R, que es horizontal, esté a lo largo del eje x. Las fuerzas sobre el automóvil son la gravedad de la Tierra mg hacia abajo y la fuerza normal F_N ejercida por la carretera de forma perpendicular a su superficie. Observe la figura 5-14, donde también se muestran los componentes de F_N. No es necesario considerar la fricción del camino porque se está diseñando una carretera peraltada de tal modo que se elimine la dependencia de la fricción.

SOLUCIÓN *a*) Para la dirección horizontal, $\Sigma F_R = ma_R$ da

$$F_N \operatorname{sen}\theta = \frac{mv^2}{r}.$$

Como no existe movimiento vertical, el componente y de la aceleración es cero, de modo que $\Sigma F_y = ma_y$ nos da

$$F_N \cos\theta - mg = 0.$$

Por tanto,

$$F_N = \frac{mg}{\cos\theta}.$$

[Note en este caso que $F_N \geq mg$ puesto que $\cos\theta \leq 1$.]

PRECAUCIÓN
F_N no siempre es igual a mg.

Se sustituye esta relación para F_N en la ecuación para el movimiento horizontal,

El componente horizontal de la fuerza normal actúa para proporcionar aceleración centrípeta (se desea que la fricción sea cero; de otro modo, también contribuiría).

$$F_N \operatorname{sen}\theta = m\frac{v^2}{r},$$

y se obtiene

$$\frac{mg}{\cos\theta}\operatorname{sen}\theta = m\frac{v^2}{r}$$

o

$$mg\tan\theta = m\frac{v^2}{r},$$

de modo que

Ángulo de peralte (no se necesita fricción).

$$\tan\theta = \frac{v^2}{rg}.$$

Ésta es la fórmula para el ángulo de peralte θ: a la rapidez v no se necesita fricción.

b) Para $r = 50\,\text{m}$ y $v = 50\,\text{km/h}$ (o 14 m/s),

$$\tan\theta = \frac{(14\,\text{m/s})^2}{(50\,\text{m})(9.8\,\text{m/s}^2)} = 0.40,$$

de modo que $\theta = 22°$.

EJERCICIO D Para tomar una curva no peraltada a una rapidez mayor, un conductor coloca un par de sacos de arena en su camioneta, con la finalidad de aumentar la fuerza de fricción entre las llantas y el camino. ¿Los sacos de arena ayudarán?

EJERCICIO E ¿Un camión pesado y un pequeño automóvil pueden viajar con seguridad a la misma rapidez por una curva peraltada cubierta de hielo?

* 5–4 Movimiento circular no uniforme

El movimiento circular a rapidez constante ocurre cuando la fuerza neta sobre un objeto se ejerce hacia el centro del círculo. Si la fuerza neta no está dirigida hacia el centro, sino que está en un ángulo, como se ilustra en la figura 5-15*a*, la fuerza tiene dos componentes. El componente que se dirige hacia el centro del círculo, F_R, da origen a la aceleración centrípeta, a_R, y mantiene al objeto en movimiento circular. El componente tangente al círculo, F_{tan}, actúa para aumentar (o disminuir) la rapidez, y por tanto da origen a un componente de la aceleración tangente al círculo, a_{tan}. Cuando la rapidez del objeto cambia, actúa un componente tangencial de fuerza.

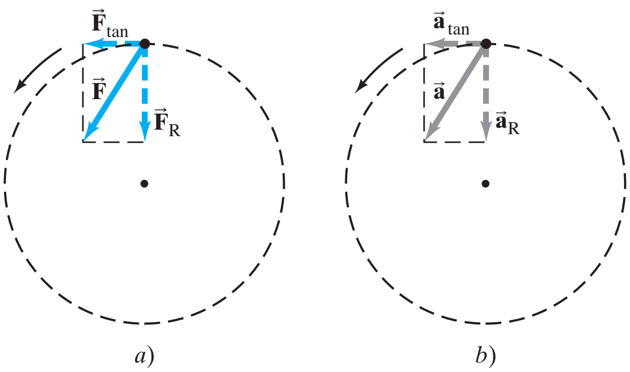


FIGURA 5–15 La rapidez de un objeto que se mueve en una trayectoria circular cambia si la fuerza sobre él tiene un componente tangencial, F_{tan}. El inciso *a*) muestra la fuerza $\vec{\mathbf{F}}$ y sus componentes vectoriales; el inciso *b*) muestra al vector aceleración y sus componentes vectoriales.

Cuando alguien gira una bola colocada en el extremo de una cuerda alrededor de su cabeza, debe darle aceleración tangencial. Esto es posible jalando la cuerda con su mano desplazada desde el centro del círculo. En atletismo, un lanzador de martillo acelera éste tangencialmente en una forma similar para que alcance una gran rapidez antes de soltarlo.

El componente tangencial de la aceleración, a_{tan}, es igual a la tasa de cambio de la magnitud de la velocidad del objeto:

$$a_{tan} = \frac{\Delta v}{\Delta t}.$$

La aceleración radial (centrípeta) surge del cambio en la *dirección* de la velocidad y, como se ha visto (ecuación 5-1), está dada por

$$a_R = \frac{v^2}{r}.$$

La aceleración tangencial siempre apunta en una dirección tangente al círculo, y está en la dirección del movimiento (paralela a $\vec{\mathbf{v}}$, que siempre es tangente al círculo) si la rapidez aumenta, como se observa en la figura 5-15*b*. Si la rapidez disminuye, $\vec{\mathbf{a}}_{tan}$ apunta antiparalela a $\vec{\mathbf{v}}$. En cualquier caso, $\vec{\mathbf{a}}_{tan}$ y $\vec{\mathbf{a}}_R$ siempre son perpendiculares entre sí; y *sus direcciones cambian* continuamente conforme el objeto se mueve a lo largo de su trayectoria circular. El vector aceleración total $\vec{\mathbf{a}}$ es la suma de las dos:

$$\vec{\mathbf{a}} = \vec{\mathbf{a}}_{tan} + \vec{\mathbf{a}}_R.$$

Como $\vec{\mathbf{a}}_R$ y $\vec{\mathbf{a}}_{tan}$ siempre son perpendiculares entre sí, la magnitud de $\vec{\mathbf{a}}$ en cualquier momento es

$$a = \sqrt{a_{tan}^2 + a_R^2}.$$

EJEMPLO 5–8 **Dos componentes de aceleración.** Un auto de carreras, que se desplaza por una pista circular de 500 m de radio, parte desde el reposo en el área de pits y acelera a una tasa uniforme hasta una rapidez de 35 m/s en 11 s. Suponiendo una aceleración tangencial constante, encuentre *a*) la aceleración tangencial y *b*) la aceleración radial en el instante en el que la rapidez sea $v = 15\text{ m/s}$.

PLANTEAMIENTO La aceleración tangencial se relaciona con el cambio en la rapidez del automóvil y se calcula como $a_{\tan} = \Delta v/\Delta t$. La aceleración centrípeta se relaciona con el cambio en la dirección del vector velocidad y se calcula mediante la fórmula $a_R = v^2/r$.

SOLUCIÓN a) Durante el intervalo de tiempo de 11 s, se supone que la aceleración tangencial $a_{\tan}$ es constante. Su magnitud es

$$a_{\tan} = \frac{\Delta v}{\Delta t} = \frac{(35\text{ m/s} - 0\text{ m/s})}{11\text{ s}} = 3.2\text{ m/s}^2.$$

b) Cuando $v = 15\text{ m/s}$, la aceleración centrípeta es

$$a_R = \frac{v^2}{r} = \frac{(15\text{ m/s})^2}{(500\text{ m})} = 0.45\text{ m/s}^2.$$

EJERCICIO F Cuando la rapidez del auto de carreras del ejemplo 5-8 es de 30 m/s, ¿cómo han cambiado *a*) $a_{\tan}$ y *b*) a_R?

Estos conceptos se pueden usar para un objeto que se mueve a lo largo de cualquier trayectoria curva, tal como el que se representa en la figura 5-16. Cualquier porción de la curva puede tratarse como un arco de círculo con un radio de curvatura *r*. La velocidad en cualquier punto siempre es tangente a la trayectoria. La aceleración, en general, se escribe como una suma vectorial de dos componentes: la componente tangencial $a_{\tan} = \Delta v/\Delta t$, y la componente radial (centrípeta) $a_R = v^2/r$.

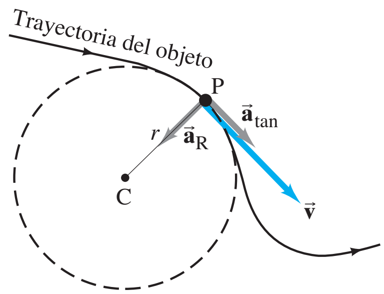


FIGURA 5–16 Un objeto que sigue una trayectoria curva (línea sólida). En el punto P la trayectoria tiene un radio de curvatura *r*. El objeto tiene velocidad $\vec{\mathbf{v}}$, aceleración tangencial $\vec{\mathbf{a}}_{\tan}$ (el objeto aumenta su rapidez) y aceleración radial (centrípeta) $\vec{\mathbf{a}}_R$ (magnitude $a_R = v^2/r$) que apunta hacia el centro de curvatura C.

* 5–5 Centrifugación

FÍSICA APLICADA
Centrifugadora

Un dispositivo útil que ilustra bastante bien el movimiento circular es la centrifugadora, o la ultracentrifugadora de muy alta rapidez. Estos dispositivos se utilizan para sedimentar materiales rápidamente o para separar materiales. Los tubos de ensayo se sostienen en el rotor centrifugador, que se acelera a una rapidez de rotación muy alta. Observe la figura 5-17, donde se representa un tubo de ensayo en dos posiciones conforme el rotor gira. El pequeño punto azul representa una pequeña partícula, tal vez una macromolécula, en un tubo de ensayo lleno de fluido. Cuando el tubo está en la posición A y el rotor gira, la partícula tiene una tendencia a moverse en una línea recta en la dirección de la flecha punteada. Pero el fluido, que resiste al movimiento de las partículas, ejerce una fuerza centrípeta que mantiene a las partículas moviéndose casi en un círculo. Por lo general, la resistencia del fluido (un líquido, un gas o un gel, dependiendo de la aplicación) no iguala mucho a mv^2/r, y las partículas eventualmente alcanzan el fondo del tubo. El propósito de una centrifugadora es proporcionar una "gravedad efectiva", mucho mayor que la gravedad normal, mediante la alta rapidez de rotación que, por consiguiente, provoca una sedimentación más rápida.

EJEMPLO 5–9 **Ultracentrifugadora.** El rotor de una ultracentrifugadora gira a 50,000 rpm (revoluciones por minuto). La boca de un tubo de ensayo de 4.00 cm de longitud (figura 5-17) está a 6.00 cm del eje de rotación y es perpendicular al mismo. El fondo del tubo está a 10.00 cm del eje de rotación. Calcule la aceleración centrípeta, en “g”, en la boca y en el fondo del tubo.

PLANTEAMIENTO Se puede calcular la aceleración centrípeta a partir de $a_R = v^2/r$. Se divide por $g = 9.80\ \mathrm{m/s^2}$ para encontrar a_R en términos de g.

SOLUCIÓN En la boca del tubo, una partícula gira en un círculo de circunferencia $2\pi r$, que es una distancia

$$2\pi r = (2\pi)(0.0600\ \mathrm{m}) = 0.377\ \mathrm{m\ por\ revolución.}$$

El tubo completa 5.00×10^4 de tales revoluciones cada minuto, o bien, 833 rev/s si se divide por 60 s/min. El tiempo para completar una revolución, el periodo T, es

$$T = \frac{1}{(833\ \mathrm{rev/s})} = 1.20 \times 10^{-3}\ \mathrm{s/rev}.$$

Entonces, la rapidez de la partícula es

$$v = \frac{2\pi r}{T} = \left(\frac{0.377\ \mathrm{m/rev}}{1.20 \times 10^{-3}\ \mathrm{s/rev}}\right) = 3.14 \times 10^2\ \mathrm{m/s}.$$

La aceleración centrípeta es

$$a_R = \frac{v^2}{r} = \frac{(3.14 \times 10^2\ \mathrm{m/s})^2}{0.0600\ \mathrm{m}} = 1.64 \times 10^6\ \mathrm{m/s^2},$$

que, al dividir por $g = 9.80\ \mathrm{m/s^2}$, es 1.67×10^5 g’s.

En el fondo del tubo ($r = 0.1000$ m), la rapidez es

$$v = \frac{2\pi r}{T} = \frac{(2\pi)(0.1000\ \mathrm{m})}{1.20 \times 10^{-3}\ \mathrm{s/rev}} = 523.6\ \mathrm{m/s}.$$

Entonces

$$a_R = \frac{v^2}{r} = \frac{(523.6\ \mathrm{m/s})^2}{(0.1000\ \mathrm{m})} = 2.74 \times 10^6\ \mathrm{m/s^2}$$

$$= 2.80 \times 10^5\ g\text{'s},$$

o 280,000 g.

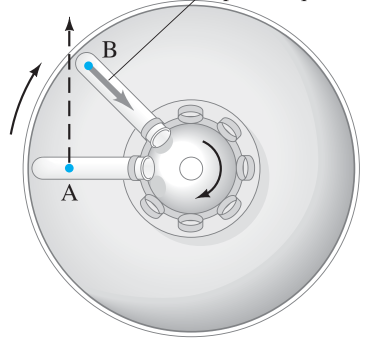


FIGURA 5–17 Dos posiciones de un tubo de ensayo en rotación en una centrifugadora (vista superior). En A, el punto azul representa una macromolécula u otra partícula que será sedimentada. Dicho punto tendería a seguir la línea punteada, en dirección hacia el fondo del tubo, pero el fluido se resiste a este movimiento al ejercer una fuerza sobre la partícula como se observa en el punto B.

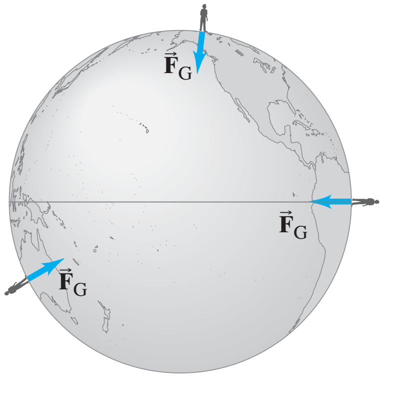
5–6 Ley de la gravitación universal de Newton

Además de desarrollar las tres leyes del movimiento, sir Isaac Newton también examinó el movimiento de los planetas y la Luna. En particular, se preguntó acerca de la naturaleza de la fuerza que debe actuar para mantener a la Luna en su órbita casi circular alrededor de la Tierra.

Newton también se planteó el problema de la gravedad. Como los objetos aceleran al caer, Newton concluyó que debe haber una fuerza que se ejerce sobre ellos, una fuerza a la que llamó la fuerza de gravedad. Siempre que *sobre* un objeto se ejerce una fuerza, esa fuerza es ejercida por *algún otro* objeto. Pero, ¿qué *ejerce* la fuerza de gravedad? Todo objeto sobre la superficie de la Tierra experimenta la fuerza de gravedad, y no importa dónde esté el objeto, la fuerza se dirige hacia el centro de la Tierra (figura 5-18). Newton concluyó que debe ser la Tierra misma la que ejerce la fuerza gravitacional sobre los objetos en la superficie.

De acuerdo con la leyenda, Newton notó que una manzana caía de un árbol. Se dice que él fue “golpeado” con una inspiración súbita: si la gravedad actúa en lo alto de los árboles, e incluso en lo alto de las montañas, ¡entonces tal vez actúe en todo el camino hacia la Luna! Con esta idea de que es la gravedad de la Tierra la que

FIGURA 5–18 En cualquier parte sobre la Tierra, ya sea en Alaska, Perú o Australia, la fuerza de gravedad actúa hacia abajo, hacia el centro de la Tierra.



mantiene a la Luna en su órbita, Newton desarrolló su gran teoría de la gravitación. Pero existía controversia en aquella época. Muchos pensadores eran renuentes a aceptar la idea de una fuerza "que actuaba a distancia". Las fuerzas típicas actúan a través del contacto: una mano empuja un carrito y jala una vagoneta, un bat golpea una pelota, y así por el estilo. Pero la gravedad actúa sin contacto. Al respecto, Newton dijo: La Tierra ejerce una fuerza sobre una manzana que cae y sobre la Luna, aun cuando no exista contacto entre los dos objetos, y éstos incluso estén muy separados.

Newton se dio a la tarea de determinar la magnitud de la fuerza gravitacional que la Tierra ejerce sobre la Luna, en comparación con la fuerza gravitacional sobre los objetos en la superficie terrestre. La aceleración centrípeta de la Luna, como se calculó en el ejemplo 5-2, es $a_R = 0.00272\ \mathrm{m/s^2}$. En términos de la aceleración de la gravedad en la superficie de la Tierra, $g = 9.80\ \mathrm{m/s^2}$,

La aceleración de la Luna hacia la Tierra

$$a_R = \frac{0.00272\ \mathrm{m/s^2}}{9.8\ \mathrm{m/s^2}} \approx \frac{1}{3600}\,g.$$

Esto es, la aceleración de la Luna hacia la Tierra es casi $\frac{1}{3600}$ de la aceleración de los objetos en la superficie terrestre. La Luna está a 384,000 km de nuestro planeta, que es aproximadamente 60 veces el radio de la Tierra de 6380 km. Esto es, la Luna está 60 veces más lejos del centro de la Tierra que los objetos que están en la superficie de la misma. Pero $60 \times 60 = 60^2 = 3600$. De nuevo el número 3600. Newton concluyó que la fuerza gravitacional ejercida por la Tierra sobre cualquier objeto disminuye con el cuadrado de su distancia r desde el centro de la Tierra:

$$\text{fuerza de la gravedad} \propto \frac{1}{r^2}.$$

La Luna está a una distancia de 60 radios terrestres, de modo que experimenta una fuerza gravitacional de sólo $\frac{1}{60^2} = \frac{1}{3600}$ veces la intensidad que una masa igual experimentaría en la superficie de la Tierra.

Newton se dio cuenta de que la fuerza de gravedad sobre un objeto depende no sólo de la distancia, sino también de la masa del objeto. De hecho, es directamente proporcional a su masa, como se ha visto. De acuerdo con la tercera ley de Newton, cuando la Tierra ejerce su fuerza gravitacional sobre cualquier objeto, tal como la Luna, dicho objeto ejerce una fuerza igual y opuesta sobre la Tierra (figura 5-19). En concordancia con esta simetría, Newton llegó a la conclusión de que la magnitud de la fuerza de gravedad debe ser proporcional a *ambas* masas. Por tanto

$$F \propto \frac{m_T m_{Obj}}{r^2},$$

donde m_T es la masa de la Tierra, m_{Obj} la masa del otro objeto y r la distancia desde el centro de la Tierra hasta el centro del otro objeto.

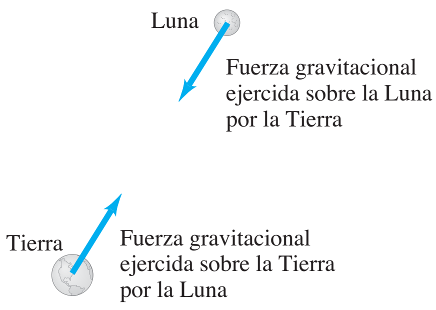


FIGURA 5–19 La fuerza gravitacional que un objeto ejerce sobre otro está dirigida hacia el primer objeto, y (por la tercera ley de Newton) es igual y opuesta a la fuerza ejercida por el segundo objeto sobre el primero.

Newton fue un paso más allá en su análisis de la gravedad. Al examinar las órbitas de los planetas, concluyó que la fuerza requerida para mantener a los planetas en sus órbitas alrededor del Sol parecía disminuir como el cuadrado inverso de su distancia desde el Sol. Esto lo condujo a creer que también existía una fuerza gravitacional que actuaba entre el Sol y cada uno de los planetas para mantenerlos en sus órbitas. Y si la gravedad actuaba entre estos objetos, ¿por qué no entre todos los objetos?

Fue así como propuso su **ley de la gravitación universal**, que se enuncia del modo siguiente:

> **Toda partícula en el Universo atrae a todas las otras partículas con una fuerza que es proporcional al producto de sus masas e inversamente proporcional al cuadrado de la distancia entre ellas. Esta fuerza actúa a lo largo de la línea que une a las dos partículas.**

LEY DE NEWTON DE LA GRAVITACIÓN UNIVERSAL

La magnitud de la fuerza gravitacional se expresa como

$$F = G\frac{m_1 m_2}{r^2}, \qquad \textbf{(5–4)}$$

donde m_1 y m_2 son las masas de las dos partículas, r es la distancia entre ellas y G es una constante universal que se debe medir experimentalmente y que tiene el mismo valor numérico para todos los objetos.

El valor de G debe ser muy pequeño, puesto que uno no está al tanto de la fuerza de atracción entre los objetos de tamaño ordinario, como, por ejemplo, entre dos bolas de béisbol. En 1798, casi 100 años después de que Newton publicó su ley, Henry Cavendish fue capaz de medir por primera vez la fuerza entre dos objetos ordinarios. Para detectar y medir la increíblemente pequeña fuerza entre los objetos ordinarios, Cavendish utilizó un aparato como el de la figura 5-20. Cavendish confirmó la hipótesis de Newton de que dos objetos se atraen mutuamente, y que la ecuación 5-4 describe con precisión dicha fuerza. Además, puesto que Cavendish pudo medir F, m_1, m_2, y r con precisión, también fue capaz de determinar el valor de la constante G. El valor aceptado en la actualidad es

$$G = 6.67 \times 10^{-11}\,\mathrm{N\cdot m^2/kg^2}.$$

[En sentido estricto, la ecuación 5-4 permite calcular la magnitud de la fuerza gravitacional que una partícula ejerce sobre una segunda partícula que está a una distancia r. Para un objeto extendido (es decir, que no es un punto), debemos considerar cómo medir la distancia r. Con frecuencia, esto se hace mejor con la ayuda del cálculo integral, que Newton mismo inventó. Newton demostró que, para dos esferas uniformes, la ecuación 5-4 permite calcular la fuerza correcta donde r es la distancia entre sus centros. Cuando los objetos extendidos son pequeños en comparación con la distancia entre ellos (como en el sistema conformado por la Tierra y el Sol), resultan pequeñas imprecisiones al considerarlos partículas puntuales].

EJEMPLO 5–10 ESTIMACIÓN ¿Puede atraerse gravitacionalmente a otra persona? Una persona de 50 kg y una persona de 75 kg están sentadas en una banca. Estime la magnitud de la fuerza gravitacional que cada una ejerce sobre la otra.

PLANTEAMIENTO Ésta es una estimación: se determina que la distancia entre las personas es $\frac{1}{2}$ m, y G se redondea a $10^{-10}\,\mathrm{N\cdot m^2/kg^2}$.

SOLUCIÓN Se emplea la ecuación 5-4:

$$F = G\frac{m_1 m_2}{r^2} \approx \frac{(10^{-10}\,\mathrm{N\cdot m^2/kg^2})(50\,\mathrm{kg})(75\,\mathrm{kg})}{(0.5\,\mathrm{m})^2} \approx 10^{-6}\,\mathrm{N},$$

que es una fuerza sumamente pequeña a menos que se utilicen instrumentos muy delicados.

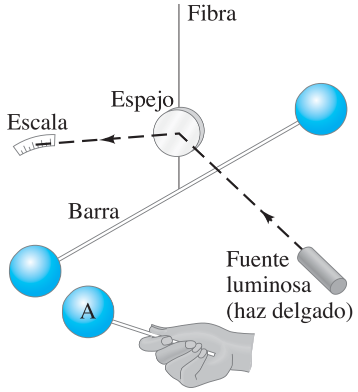


FIGURA 5–20 Diagrama esquemático del aparato de Cavendish. Dos esferas están unidas mediante una barra horizontal ligera que a su vez está suspendida de su centro por una fibra delgada. Cuando una tercera esfera, llamada A, se acerca a una de las esferas suspendidas, la fuerza gravitacional provoca que la última se mueva, y esto tuerce ligeramente la fibra. El fino movimiento es amplificado mediante un delgado haz luminoso que se dirige hacia un espejo montado sobre la fibra. El haz se refleja sobre una escala. La determinación previa de qué intensidad de fuerza hará girar la fibra una cantidad específica permitirá entonces determinar la magnitud de la fuerza gravitacional entre dos objetos.

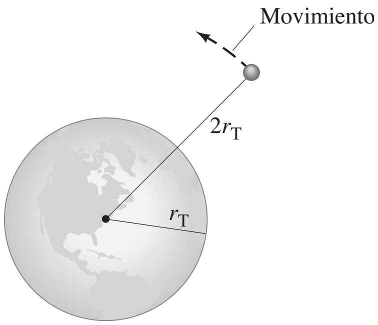


FIGURA 5–21 Ejemplo 5-11.

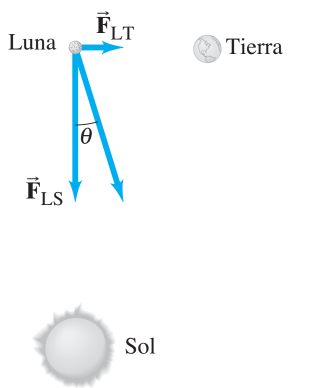
EJEMPLO 5–11 **Nave espacial a $2r_T$.** ¿Cuál es la fuerza de gravedad que actúa sobre una nave espacial de 2000 kg cuando está en órbita a dos radios terrestres del centro de la Tierra, esto es, a una distancia $r_T = 6380\text{ km}$ sobre la superficie terrestre? (Figura 5-21) La masa de la Tierra es $M_T = 5.98 \times 10^{24}\text{ kg}$.

PLANTEAMIENTO Podríamos colocar todos los números en la ecuación 5-4, pero existe un planteamiento más simple. La nave espacial está al doble de distancia del centro de la Tierra de lo que está cuando se encuentra en la superficie de ella. Por tanto, como la fuerza de gravedad disminuye como el cuadrado de la distancia $\left(\text{y } \frac{1}{2^2} = \frac{1}{4}\right)$, la fuerza de gravedad sobre la nave sólo será un cuarto de su peso en la superficie terrestre.

SOLUCIÓN En la superficie de la Tierra, $F_G = mg$. A una distancia $2r_T$, desde el centro de la Tierra, F_G equivale a $\frac{1}{4}$:

$$\begin{aligned} F_G = \tfrac{1}{4}mg &= \tfrac{1}{4}(2000\text{ kg})(9.80\text{ m/s}^2) \\ &= 4900\text{ N}. \end{aligned}$$

FIGURA 5–22 Ejemplo 5-12. Orientación del Sol (S), la Tierra (T) y la Luna (M) en ángulos rectos uno con respecto al otro (no están a escala).



EJEMPLO 5–12 **Fuerza sobre la Luna.** Encuentre la fuerza neta sobre la Luna $\left(m_L = 7.35 \times 10^{22}\text{ kg}\right)$ debida a la atracción gravitacional tanto de la Tierra $\left(m_T = 5.98 \times 10^{24}\text{ kg}\right)$ como del Sol $\left(m_S = 1.99 \times 10^{30}\text{ kg}\right)$, suponiendo que están en ángulos rectos entre sí, como se observa en la figura 5-22.

PLANTEAMIENTO Las fuerzas sobre el objeto, la Luna, son la fuerza gravitacional ejercida sobre la Luna por la Tierra F_{LT} y la que ejerce el Sol F_{LS}, como se muestra en el diagrama de cuerpo libre de la figura 5-22. Se utiliza la ley de la gravitación universal para encontrar la magnitud de cada fuerza, y luego se suman las dos fuerzas como vectores.

SOLUCIÓN La Tierra está a $3.84 \times 10^5\text{ km} = 3.84 \times 10^8\text{ m}$ de la Luna, así que $\frac{1}{3600}$ (la fuerza gravitacional sobre la Luna debida a la Tierra) es

$$\begin{aligned} F_{LT} &= \frac{(6.67 \times 10^{-11}\text{ N}\cdot\text{m}^2/\text{kg}^2)(7.35 \times 10^{22}\text{ kg})(5.98 \times 10^{24}\text{ kg})}{(3.84 \times 10^8\text{ m})^2} \\ &= 1.99 \times 10^{20}\text{ N}. \end{aligned}$$

El Sol está a 1.50×10^8 km de la Tierra y la Luna, así que F_{LS} (la fuerza gravitacional sobre la Luna debida al Sol) es

$$\begin{aligned} F_{LS} &= \frac{(6.67 \times 10^{-11}\text{ N}\cdot\text{m}^2/\text{kg}^2)(7.35 \times 10^{22}\text{ kg})(1.99 \times 10^{30}\text{ kg})}{(1.50 \times 10^{11}\text{ m})^2} \\ &= 4.34 \times 10^{20}\text{ N}. \end{aligned}$$

Las dos fuerzas actúan en ángulos rectos en el caso considerado (figura 5-22), así que se puede aplicar el teorema de Pitágoras para encontrar la magnitud de la fuerza total:

$$F = \sqrt{(1.99 \times 10^{20}\text{ N})^2 + (4.34 \times 10^{20}\text{ N})^2} = 4.77 \times 10^{20}\text{ N}.$$

La fuerza actúa en un ángulo θ (figura 5-22) dado por $\theta = \tan^{-1}(1.99/4.34) = 24.6°$.

PRECAUCIÓN

Distinción entre la segunda ley de Newton y la ley de la gravitación universal

No confunda la ley de la gravitación universal con la segunda ley de movimiento de Newton, $\Sigma\vec{\mathbf{F}} = m\vec{\mathbf{a}}$. La primera describe una fuerza particular, la gravedad, y cómo varía su intensidad con la distancia y las masas implicadas. La segunda ley de Newton, por su parte, relaciona la fuerza neta sobre un objeto (es decir, la suma vectorial de todas las diferentes fuerzas que actúan sobre el objeto, cualesquiera que sean sus fuentes) con la masa y la aceleración de dicho objeto.

5–7 Gravedad cerca de la superficie de la Tierra; aplicaciones geofísicas

Cuando la ecuación 5-4 se aplica a la fuerza gravitacional entre la Tierra y un objeto en su superficie, m_1 se convierte en la masa de la Tierra m_T, m_2 se convierte en la masa del objeto m y r se convierte en la distancia del objeto desde el centro de la Tierra,[†] que es el radio de la Tierra r_T. Esta fuerza de gravedad debida a la Tierra es el peso del objeto, que en capítulos anteriores se ha expresado como mg. Así entonces,

$$mg = G\frac{mm_T}{r_T^2}.$$

Se resuelve esto para g, la aceleración de la gravedad en la superficie de la Tierra:

$$g = G\frac{m_T}{r_T^2}. \tag{5-5}$$

g en términos de G

Por tanto, la aceleración de la gravedad en la superficie terrestre, g, está determinada por m_T y r_T. (No hay que confundir G con g; son cantidades muy diferentes, pero están relacionadas mediante la ecuación 5-5.)

PRECAUCIÓN
Distinción entre G y g

Antes de que G se midiera, la masa de la Tierra era una incógnita. Pero una vez que G pudo medirse, la ecuación 5-5 se utilizó para calcular la masa de la Tierra, y Cavendish fue el primero en hacerlo. Como $g = 9.80\,\mathrm{m/s^2}$ y el radio de la Tierra es $r_T = 6.38 \times 10^6\,\mathrm{m}$, entonces, a partir de la ecuación 5-5, se obtiene

$$m_T = \frac{gr_T^2}{G} = \frac{(9.80\,\mathrm{m/s^2})(6.38 \times 10^6\,\mathrm{m})^2}{6.67 \times 10^{-11}\,\mathrm{N\cdot m^2/kg^2}} = 5.98 \times 10^{24}\,\mathrm{kg}$$

Masa de la Tierra

para la masa de la Tierra.

La ecuación 5-5 se puede aplicar a otros planetas, donde g, m, y r se referirán a dicho planeta.

EJEMPLO 5–13 ESTIMACIÓN Gravedad en el Everest. Estime el valor efectivo de g en la punta del monte Everest, a 8850 m (29,035 ft) sobre el nivel del mar. Dicho de otra forma, ¿cuál es la aceleración debida a la gravedad de los objetos a los que se deja en caída libre desde esta altitud?

PLANTEAMIENTO La fuerza de gravedad (y la aceleración debida a la gravedad g) depende de la distancia desde el centro de la Tierra, así que habrá un valor efectivo g' en lo alto del monte Everest que será menor que g al nivel del mar. Se supone que la Tierra es una esfera uniforme (una “estimación” razonable).

SOLUCIÓN Se utiliza la ecuación 5-5, y se sustituye r_T por r = 6380 km + 8.9 km = 6389 km = 6.389×10^6 m:

$$g = G\frac{m_T}{r^2} = \frac{(6.67 \times 10^{-11}\,\mathrm{N\cdot m^2/kg^2})(5.98 \times 10^{24}\,\mathrm{kg})}{(6.389 \times 10^6\,\mathrm{m})^2} = 9.77\,\mathrm{m/s^2},$$

que es un reducción de aproximadamente 3 partes en mil (0.3%).

NOTA Ésta es una estimación porque, entre otras cosas, se ignoró la masa acumulada bajo la montaña.

Note que la ecuación 5-5 no proporciona valores precisos para g en diferentes lugares, porque la Tierra no es una esfera perfecta. La Tierra no sólo tiene montañas y valles, y está ensanchada en el ecuador, sino que además su masa no está distribuida precisamente de manera uniforme (tabla 5-1). La rotación de la Tierra también afecta el valor de g. Sin embargo, para la mayoría de los propósitos prácticos, cuando un objeto está cerca de la superficie de la Tierra, simplemente se usará $g = 9.80\,\mathrm{m/s^2}$ y el peso de un objeto se expresará como mg.

TABLA 5–1 Aceleración debida a la gravedad en varios lugares de la Tierra

Lugar	Elevación (m)	g ($\mathrm{m/s^2}$)
Nueva York	0	9.803
San Francisco	0	9.800
Denver	1650	9.796
Pico Pikes	4300	9.789
Sydney, Australia	0	9.798
Ecuador	0	9.780
Polo Norte (calculada)	0	9.832

[†] El hecho de que la distancia se mida desde el centro de la Tierra no implica que la fuerza de gravedad emane de alguna forma de dicho punto. Más bien, todas las partes de la Tierra atraen gravitacionalmente, pero el efecto neto es una fuerza que actúa hacia el centro de la Tierra.

El valor de g varía localmente en la superficie de la Tierra por la presencia de irregularidades y rocas de diferentes densidades. Tales variaciones en g, conocidas como "anomalías de la gravedad", son mínimas, del orden de 1 parte por 10^6 o 10^7 en el valor de g, pero se pueden medir mediante "gravímetros" que detectan variaciones en g de 1 parte en 10^9. Los geofísicos utilizan tales mediciones como parte de sus investigaciones en la estructura de la corteza terrestre, y en la exploración de minerales y de petróleo. Los depósitos minerales, por ejemplo, con frecuencia tienen una mayor densidad que el material circundante. Como resultado de la mayor masa en un volumen determinado, g puede tener un valor ligeramente superior en lo alto de tal depósito que en sus flancos. Los "domos salinos", bajo los que con frecuencia se encuentra petróleo, tienen una menor densidad que el promedio; la búsqueda de una ligera reducción en el valor de g en ciertos lugares ha conducido al descubrimiento de petróleo.

FÍSICA APLICADA
Geología: exploración mineral y de petróleo

5–8 Los satélites y la "ingravidez"

Movimiento de satélites

FÍSICA APLICADA
Satélites artificiales terrestres

Los satélites artificiales que giran alrededor de la Tierra ahora son objetos comunes (figura 5-23). Un satélite es puesto en órbita al acelerarlo hasta una rapidez tangencial suficientemente alta, con el uso de cohetes, como se ilustra en la figura 5-24. Si la rapidez es muy alta, la nave espacial no estará confinada por la gravedad de la Tierra y escapará para no regresar jamás. Si la rapidez es muy baja, regresará a la Tierra. Los satélites generalmente son colocados en órbitas circulares (o casi circulares), pues tales órbitas requieren la menor rapidez de despegue.

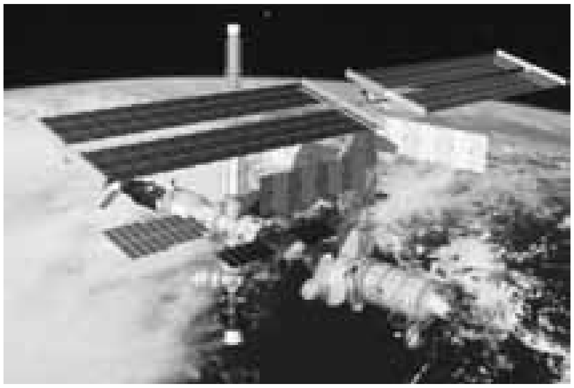


FIGURA 5–23 Un satélite que gira alrededor de la Tierra.

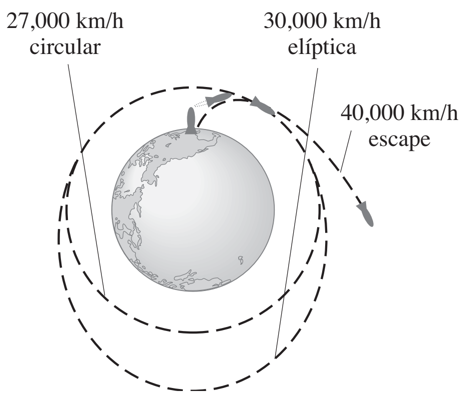


FIGURA 5–24 Satélites artificiales lanzados con valores diferentes de rapidez.

A veces se pregunta: "¿Qué mantiene al satélite arriba?". La respuesta es: su alta rapidez. Si un satélite dejara de moverse, caería directamente a la Tierra. Pero, a la muy alta rapidez que el satélite tiene, volaría rápidamente hacia el espacio (figura 5-25) si no fuese por la fuerza gravitacional de la Tierra que lo jala hacia la órbita. De hecho, un satélite está cayendo (acelerando hacia la Tierra), pero su alta rapidez tangencial evita que golpee la Tierra.

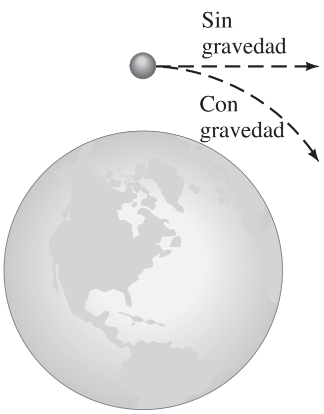


FIGURA 5–25 Un satélite en movimiento "cae" de una trayectoria en línea recta hacia la Tierra.

EJEMPLO 5–14 **Satélite geosincrónico.** Un satélite *geosincrónico* o geoestacionario es aquel que permanece sobre el mismo punto de la Tierra, lo que es posible sólo si está sobre un punto en el ecuador. Tales satélites se utilizan para transmisiones de televisión y radio, para predicción del clima y como relevos de comunicaciones. Determine *a*) la altura sobre la superficie de la Tierra a la que debe estar en órbita uno de tales satélites y *b*) la rapidez de uno de tales satélites. *c*) Compare con la rapidez de un satélite que está en órbita a 200 km sobre la superficie de la Tierra.

FÍSICA APLICADA
Satélites geosincrónicos

PLANTEAMIENTO Para permanecer sobre el mismo punto de la Tierra conforme ésta gira, el satélite debe tener un periodo de un día. Se aplica la segunda ley de Newton, $F = ma$, donde $a = v^2/r$ si se supone que la órbita es circular.

SOLUCIÓN *a*) La única fuerza en el satélite es la fuerza de gravitación universal. De modo que la ecuación 5-4 dará como resultado la fuerza *F*, que se inserta en la segunda ley de Newton:

$$F = ma$$

$$G\frac{m_{\text{Sat}}m_{\text{T}}}{r^2} = m_{\text{Sat}}\frac{v^2}{r}. \qquad \text{[ecuación del satélite]}$$

Esta ecuación tiene dos incógnitas: r y v. Pero el satélite gira alrededor de la Tierra con el mismo periodo que la Tierra gira sobre su eje, es decir, una vez cada 24 horas. Por tanto, la rapidez del satélite debe ser

$$v = \frac{2\pi r}{T},$$

donde $T = 1 \text{ día} = (24\text{ h})(3600\text{ s/h}) = 86{,}400\text{ s}$. Esto se sustituye en la "ecuación del satélite" anterior y (después de cancelar m_{Sat} en ambos lados)

$$G\frac{m_{\text{T}}}{r^2} = \frac{(2\pi r)^2}{rT^2}.$$

Después de cancelar una r, se resuelve para r^3:

$$r^3 = \frac{Gm_{\text{T}}T^2}{4\pi^2} = \frac{(6.67 \times 10^{-11}\text{ N}\cdot\text{m}^2/\text{kg}^2)(5.98 \times 10^{24}\text{ kg})(86{,}400\text{ s})^2}{4\pi^2}$$

$$= 7.54 \times 10^{22}\text{ m}^3.$$

Al sacar la raíz cúbica, se obtiene $r = 4.23 \times 10^7\text{ m}$, o 42,300 km desde el centro de la Tierra. Se resta el radio de la Tierra de 6380 km para encontrar que un satélite geosincrónico debe orbitar a aproximadamente 36,000 km (cerca de 6 r_{T}) sobre la superficie terrestre.

b) Se resuelve para v en la ecuación del satélite del inciso *a*):

$$v = \sqrt{\frac{Gm_{\text{T}}}{r}} = \sqrt{\frac{(6.67 \times 10^{-11}\text{ N}\cdot\text{m}^2/\text{kg}^2)(5.98 \times 10^{24}\text{ kg})}{(4.23 \times 10^7\text{ m})}} = 3070\text{ m/s}.$$

Se obtiene el mismo resultado si se emplea $v = 2\pi r/T$.

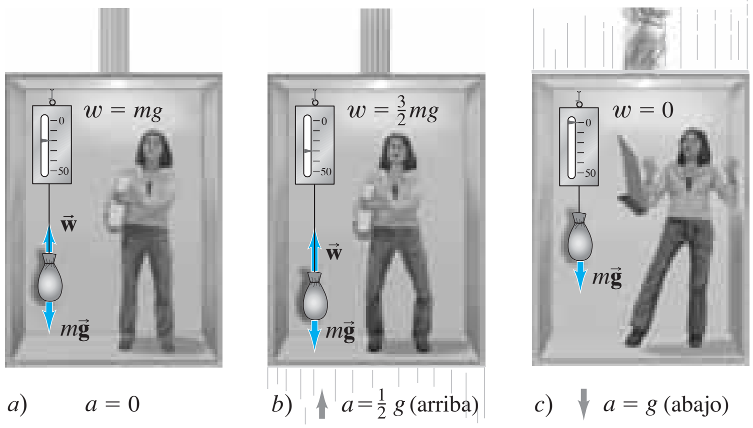
c) La ecuación del inciso *b*) para v muestra que $v \propto \sqrt{1/r}$. Así que, para $r = r_{\text{T}} + h = 6380\text{ km} + 200\text{ km} = 6580\text{ km}$, se obtiene

$$v' = v\sqrt{\frac{r}{r'}} = (3070\text{ m/s})\sqrt{\frac{(42{,}300\text{ km})}{(6580\text{ km})}} = 7780\text{ m/s}.$$

NOTA El centro de la órbita de un satélite siempre se localiza en el centro de la Tierra; de modo que no es posible tener un satélite que esté en órbita sobre un punto fijo de la Tierra en cualquier latitud distinta de 0°.

EJERCICIO G Dos satélites giran en torno a la Tierra en órbitas circulares del mismo radio. Un satélite tiene el doble de masa que el otro. ¿Cuál de las siguientes afirmaciones es verdadera acerca de la rapidez de esos satélites? *a*) El satélite más pesado se mueve dos veces más rápido que el ligero. *b*) Los dos satélites tienen la misma rapidez. *c*) El satélite más ligero se mueve dos veces más rápido que el pesado. *d*) El satélite más pesado se mueve cuatro veces más rápido que el ligero.

FIGURA 5–26 *a*) Un objeto en un elevador en reposo ejerce una fuerza sobre una balanza de resorte igual a su peso. *b*) En un elevador que acelera hacia arriba a $\frac{1}{2}g$, el peso aparente del objeto es $1\frac{1}{2}$ veces más grande que su peso verdadero. *c*) En un elevador en caída libre, el objeto experimenta "ingravidez": la balanza indica cero.



Ingravidez

"Ingravidez" en un elevador que cae

Se dice que las personas y los objetos en un satélite que gira alrededor de la Tierra experimentan ingravidez. Observemos primero un caso más simple, el de un elevador que cae. En la figura 5-26*a*, un elevador está en reposo con una bolsa que cuelga de una balanza de resorte. La lectura de la balanza indica la fuerza descendente ejercida sobre ella por la bolsa. Esta fuerza, ejercida *sobre* la balanza, es igual y opuesta a la fuerza ejercida por la balanza hacia arriba sobre la bolsa, y a su magnitud se le llama w. Dos fuerzas actúan sobre la bolsa: la fuerza gravitacional descendente y la fuerza ascendente ejercida por la balanza (tercera ley de Newton) igual a w. Como la bolsa no acelera, cuando se le aplica $\Sigma F = ma$ (figura 5-26*a*) se obtiene

$$w - mg = 0,$$

donde mg es el peso de la bolsa. Por tanto, $w = mg$, y dado que la balanza indica la fuerza w ejercida sobre ella por la bolsa, registra una fuerza igual al peso de la bolsa, como se esperaba.

Si ahora el elevador tiene una aceleración a, entonces, al aplicar $\Sigma F = ma$ a la bolsa, se obtiene

$$w - mg = ma.$$

Al resolver para w, se tiene

$$w = mg + ma. \qquad [a \text{ es } + \text{ hacia arriba}]$$

Se ha elegido la dirección positiva hacia arriba. Por tanto, si la aceleración a es hacia arriba, a es positiva; y la balanza, que mide w, indicará un valor mayor que mg. A w se le llama el *peso aparente* de la bolsa, que en este caso sería mayor que su peso real (mg). Si el elevador acelera hacia abajo, a será negativa y w, el peso aparente, será menor que mg. La dirección de la velocidad $\vec{\mathbf{v}}$ no importa. Sólo la dirección de la aceleración $\vec{\mathbf{a}}$ influye en el valor indicado por la báscula.

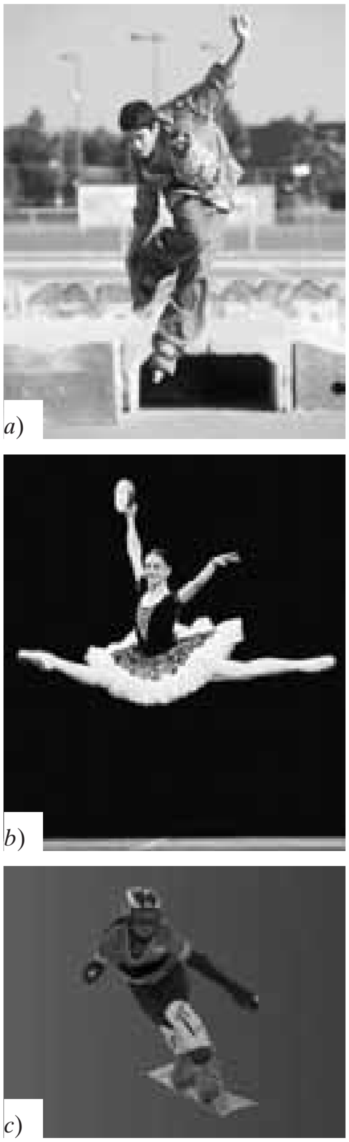
Supongamos, por ejemplo, que la aceleración del elevador es $\frac{1}{2}g$ hacia arriba; entonces se encuentra que

$$w = mg + m\left(\tfrac{1}{2}g\right) = \tfrac{3}{2}mg.$$

Esto es, la balanza indica $1\frac{1}{2}$ veces el peso real de la bolsa (figura 5-26*b*). El peso aparente de la bolsa es $1\frac{1}{2}$ veces su peso real. Lo mismo puede decirse de la persona: su peso aparente (igual a la fuerza normal ejercida sobre ella por el piso del elevador) es $1\frac{1}{2}$ veces su peso real. Puede decirse que ella experimenta $1\frac{1}{2}\,g$'s, tal como los astronautas experimentan tantas g en el lanzamiento de un cohete.

Si, en vez de ello, la aceleración del elevador es $a = -\frac{1}{2}g$ (hacia abajo), entonces $w = mg - \frac{1}{2}mg = \frac{1}{2}mg$. Es decir, la balanza indica la mitad del peso real. Si el elevador está en *caída libre* (por ejemplo, si los cables se rompen), entonces $a = -g$ y $w = mg - mg = 0$. La báscula indica cero. Observe la figura 5-26*c*. La bolsa parece sin peso. Si la persona en el elevador que acelera a $-g$ suelta un lápiz, éste no caerá al piso. Cierto, el lápiz estaría cayendo con aceleración g. Pero lo mismo harían el piso del elevador y la persona. El lápiz permanecería quieto en el aire justo enfrente de la persona. Este fenómeno se llama *ingravidez aparente* porque, en el marco de referencia de la persona, los objetos no caen o parecen no tener peso, aunque la gravedad no desaparece. Todavía actúa sobre el objeto, cuyo peso

FIGURA 5–27 Cómo experimentar ingravidez en la Tierra.



aún es *mg*. Los objetos parecen ingrávidos sólo porque el elevador está en caída libre, y no existe fuerza de contacto que nos haga sentir el peso.

La "ingravidez" experimentada por las personas en un satélite que está en órbita cerca de la Tierra es la misma ingravidez aparente experimentada en un elevador en caída libre. Al principio, puede parecer extraño pensar que un satélite se encuentra en caída libre. Pero, de hecho, un satélite está en caída hacia la Tierra, como se mostró en la figura 5-25. La fuerza de gravedad provoca que "caiga" de su trayectoria natural en línea recta. La aceleración del satélite debe ser la aceleración debida a la gravedad en dicho punto, en tanto que la única fuerza que actúa sobre él es la gravedad. De esta forma, aunque la fuerza de gravedad actúe sobre los objetos dentro del satélite, los objetos experimentan una ingravidez aparente porque ellos, y el satélite, están acelerando como en la caída libre.

"Ingravidez" en un satélite

La figura 5-27 muestra algunos ejemplos de "caída libre", o ingravidez aparente, experimentada por personas sobre la Tierra durante breves momentos.

Una situación diferente ocurre cuando una nave espacial está en el espacio lejos de la Tierra, la Luna y otros objetos que la atraigan. La fuerza de gravedad debida a la Tierra y otros cuerpos celestes será entonces bastante pequeña a causa de las distancias implicadas, y las personas en tal nave espacial experimentarán ingravidez real.

* 5–9 Leyes de Kepler y síntesis de Newton

Más de medio siglo antes de que Newton propusiera sus tres leyes del movimiento y su ley de la gravitación universal, el astrónomo alemán Johannes Kepler (1571-1630) había trabajado en una detallada descripción del movimiento de los planetas alrededor del Sol: tres hallazgos empíricos que ahora se conocen como **leyes de Kepler del movimiento planetario**. Se les resume a continuación, con una explicación adicional en las figuras 5-28 y 5-29.

Primera ley de Kepler: La trayectoria de cada planeta alrededor del Sol es una elipse con el Sol en un foco (figura 5-28).

Segunda ley de Kepler: Cada planeta se mueve de modo que una línea imaginaria dibujada desde el Sol hasta el planeta barre áreas iguales en periodos de tiempo iguales (figura 5-29).

Tercera ley de Kepler: La razón de los cuadrados de los periodos T de dos planetas cualesquiera que giran alrededor del Sol es igual a la razón de los cubos de sus distancias medias s desde el Sol: $(T_1/T_2)^2 = (s_1/s_2)^3$. [En realidad, *s* es el eje semimayor, definido como la mitad del eje largo (mayor) de la órbita, como se muestra en la figura 5-28. También se le puede llamar la distancia media del planeta desde el Sol.] En la tabla 5-2 se presentan datos actualizados; véase la última columna.

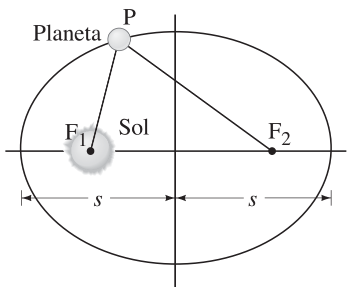


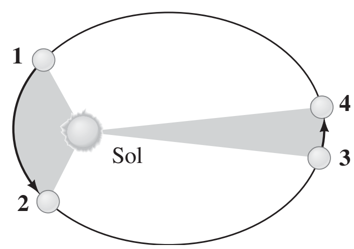
FIGURA 5–28 *a*) *Primera ley de Kepler*. Una elipse es una curva cerrada tal que la suma de las distancias desde cualquier punto P sobre la curva hacia dos puntos fijos (llamados los focos, F_1 y F_2) es constante. Esto es, la suma de las distancias, $F_1P + F_2P$, es la misma para todos los puntos sobre la curva. Un círculo es un caso especial de elipse en el que los dos focos coinciden, en el centro del círculo.

Kepler llegó a sus leyes a través de un análisis cuidadoso de datos experimentales. Cincuenta años después, Newton fue capaz de demostrar que las leyes de Kepler se podían derivar matemáticamente de la ley de la gravitación universal y de las leyes del movimiento. Newton también demostró que, para cualquier forma razonable de la ley de fuerza gravitacional, sólo una que dependa del cuadrado inverso de la distancia es completamente consistente con las leyes de Kepler. Por eso empleó las leyes de Kepler como evidencia en favor de su ley de la gravitación universal (ecuación 5-4).

TABLA 5–2 Datos planetarios aplicados a la tercera ley de Kepler

Planeta	Distancia media desde el Sol, s (10^6 km)	Periodo, T (años terrestres)	s^3/T^2 (10^{24} km^3/a^2)
Mercurio	57.9	0.241	3.34
Venus	108.2	0.615	3.35
Tierra	149.6	1.0	3.35
Marte	227.9	1.88	3.35
Júpiter	778.3	11.86	3.35
Saturno	1427	29.5	3.34
Urano	2870	84.0	3.35
Neptuno	4497	165	3.34
Plutón	5900	248	3.34

FIGURA 5–29 *Segunda ley de Kepler*. Las dos regiones sombreadas representan áreas iguales. El planeta se mueve desde el punto 1 hasta el punto 2 en el mismo lapso que le toma moverse desde el punto 3 hasta el punto 4. Los planetas se mueven más rápido en aquella parte de sus órbitas donde están más cerca del Sol. Escala exagerada.



Deducción de la tercera ley de Kepler

A continuación se deducirá la tercera ley de Kepler para el caso especial de una órbita circular. (La mayoría de las órbitas planetarias casi forman un círculo.) Primero, escribiremos la segunda ley de movimiento de Newton, $\Sigma F = ma$. Para F se considera la fuerza gravitacional (ecuación 5-4) entre el Sol y un planeta de masa m_1, y para a la aceleración centrípeta, v^2/r. Se supone que la masa del Sol, M_S, es mucho mayor que la masa de sus planetas. Entonces

$$\Sigma F = ma$$

$$G\frac{m_1 M_S}{r_1^2} = m_1\frac{v_1^2}{r_1}.$$

Aquí r_1 es la distancia de un planeta desde el Sol, y v_1 es su rapidez promedio en órbita; M_S es la masa del Sol, ya que es la atracción gravitacional del Sol la que mantiene a cada planeta en órbita. El periodo T_1 del planeta es el tiempo requerido para completar una órbita, una distancia igual a la circunferencia de su órbita, $2\pi r_1$. En consecuencia

$$v_1 = \frac{2\pi r_1}{T_1}.$$

Se sustituye esta fórmula para v_1 en la ecuación anterior:

$$G\frac{m_1 M_S}{r_1^2} = m_1\frac{4\pi^2 r_1}{T_1^2}.$$

Se reordena esto para obtener

$$\frac{T_1^2}{r_1^3} = \frac{4\pi^2}{GM_S}. \qquad \textbf{(5-6a)}$$

Esta fórmula se obtuvo para el planeta 1 (por ejemplo, Marte). El mismo procedimiento se aplicaría para un segundo planeta (por ejemplo, Saturno) que gire alrededor del Sol,

$$\frac{T_2^2}{r_2^3} = \frac{4\pi^2}{GM_S},$$

donde T_2 y r_2 son el periodo y el radio de la órbita, respectivamente, para el segundo planeta. Como los lados derechos de las dos ecuaciones anteriores son iguales, se tiene $T_1^2/r_1^3 = T_2^2/r_2^3$ o, al reordenar,

Tercera ley de Kepler

$$\left(\frac{T_1}{T_2}\right)^2 = \left(\frac{r_1}{r_2}\right)^3, \qquad \textbf{(5-6b)}$$

que es la tercera ley de Kepler.

Las ecuaciones 5-6a y 5-6b (tercera ley de Kepler) comparan dos planetas que giran alrededor del Sol, pero son lo suficientemente generales como para aplicarse a otros sistemas. Por ejemplo, podría aplicarse la ecuación 5-6a a la Luna que gira alrededor de la Tierra (entonces M_S sería M_T, la masa de la Tierra). O podría aplicarse la ecuación 5-6b para comparar dos lunas que giran alrededor de Júpiter. Pero la tercera ley de Kepler sólo se aplica a objetos que giran alrededor del mismo centro de atracción. No debe utilizarse la ecuación 5-6b para comparar, por ejemplo, la órbita de la Luna alrededor de la Tierra con la órbita de Marte alrededor del Sol, porque ellas dependen de diferentes centros de atracción.

PRECAUCIÓN

Compare sólo órbitas de objetos que giren alrededor del mismo centro

En los ejemplos siguientes, se supone que las órbitas son círculos, aunque, en general, esto no es del todo cierto.

EJEMPLO 5–15 **¿Dónde está Marte?** Kepler notó que el periodo de Marte (su "año") era de aproximadamente 687 días (terrestres), que es (687 d/365 d) = 1.88 años. Determine la distancia de Marte desde el Sol, considerando la Tierra como referencia.

PLANTEAMIENTO Se conocen los periodos de la Tierra y de Marte, y la distancia desde el Sol a la Tierra. Se puede emplear la tercera ley de Kepler para determinar la distancia entre el Sol y Marte.

SOLUCIÓN El periodo de la Tierra es $T_T = 1$ año, y la distancia de la Tierra desde el Sol es $r_{TS} = 1.50 \times 10^{11}$ m. A partir de la tercera ley de Kepler (ecuación 5-6b):

$$\frac{r_{MS}}{r_{TS}} = \left(\frac{T_M}{T_T}\right)^{\frac{2}{3}} = \left(\frac{1.88 \text{ años}}{1 \text{ año}}\right)^{\frac{2}{3}} = 1.52.$$

Así que Marte está a 1.52 veces la distancia de la Tierra desde el Sol, es decir 2.28×10^{11} m.

EJEMPLO 5–16 **Determinación de la masa del Sol.** Determine la masa del Sol a partir de la distancia de la Tierra desde el Sol $r_{TS} = 1.5 \times 10^{11}$ m.

PLANTEAMIENTO La ecuación 5-6a relaciona la masa del Sol M_S con el periodo y la distancia de cualquier planeta. Se tomará en consideración la Tierra.

SOLUCIÓN El periodo de la Tierra es $T_T = 1$ año $= \left(365\frac{1}{4}\text{ d}\right)(24 \text{ h/d})(3600 \text{ s/h}) = 3.16 \times 10^7$ s. Se resuelve la ecuación 5-6a para M_S:

$$M_S = \frac{4\pi^2 r_{TS}^3}{GT_T^2} = \frac{4\pi^2\left(1.5 \times 10^{11} \text{ m}\right)^3}{\left(6.67 \times 10^{-11} \text{ N}\cdot\text{m}^2/\text{kg}^2\right)\left(3.16 \times 10^7 \text{ s}\right)^2} = 2.0 \times 10^{30} \text{ kg}.$$

FÍSICA APLICADA

Determinación de la masa del Sol

Mediciones precisas de las órbitas de los planetas indicaron que no seguían precisamente las leyes de Kepler. Por ejemplo, se han observado ligeras desviaciones de las órbitas perfectamente elípticas. Newton estaba consciente de que esto era de esperarse toda vez que cualquier planeta sería atraído gravitacionalmente no sólo por el Sol, sino también (en mucho menor medida) por los otros planetas. Tales desviaciones, o perturbaciones, en la órbita de Saturno fueron una pista que ayudó a Newton a formular la ley de la gravitación universal, que establece que todos los objetos se atraen gravitacionalmente. Más tarde, la observación de otras **perturbaciones** condujo al descubrimiento de Neptuno y Plutón. Por ejemplo, no todas las desviaciones en la órbita de Urano podían interpretarse como perturbaciones debidas a los otros planetas conocidos. Cálculos cuidadosos en el siglo XIX indicaron que dichas desviaciones podrían explicarse si existía otro planeta más hacia la parte externa del Sistema Solar. La posición de este planeta fue predicha a partir de las desviaciones en la órbita de Urano, y los telescopios enfocados hacia aquella región del cielo rápidamente lo encontraron; el nuevo planeta se llamó Neptuno. Perturbaciones similares (pero mucho más leves) en la órbita de Neptuno condujeron al descubrimiento de Plutón en 1930.

Perturbaciones y descubrimientos de planetas

Desde mediados de la década de 1990 se ha inferido la existencia de planetas que giran alrededor de estrellas distantes (figura 5-30), a partir del "bamboleo" regular de cada estrella provocado por la atracción gravitacional que ejercen los planetas que giran en torno a ella.

Planetas alrededor de otras estrellas

Cuando Newton desarrolló la ley de la gravitación universal y las tres leyes del movimiento fue autor de un gran logro intelectual: con dichas leyes fue capaz de describir el movimiento de los objetos sobre la Tierra y en los cielos. Entonces se comprendió que los movimientos de los cuerpos celestes y los objetos sobre la Tierra seguían las mismas leyes. Por esta razón, y también porque Newton integró en su sistema los resultados de científicos que le precedieron, se habla de la *síntesis de Newton*.

Síntesis de Newton

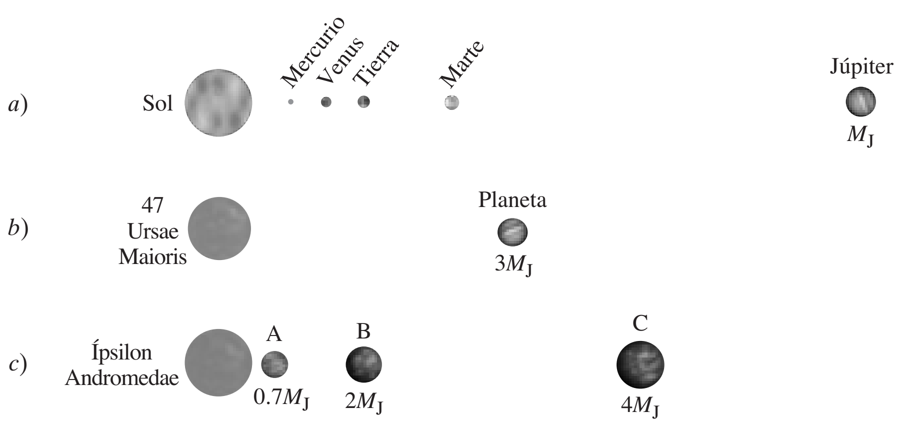


FIGURA 5–30 El Sistema Solar *a*) se compara con los planetas recientemente descubiertos que orbitan *b*) la estrella 47 Ursae Maioris y *c*) la estrella Ípsilon Andromedae con al menos tres planetas. M_J es la masa de Júpiter. (Tamaños no a escala.)

Causalidad

A las leyes formuladas por Newton se les conoce como **leyes causales**. Por **causalidad** se entiende la idea de que un suceso provoca otro. Cuando una roca golpea una ventana, inferimos que la roca causa que la ventana se rompa. Esta idea de "causa y efecto" relaciona las leyes de Newton: se observa que la aceleración de un objeto es causada por la fuerza que actúa sobre él.

5–10 Tipos de fuerzas en la naturaleza

Ya se ha explicado que la ley de la gravitación universal de Newton (ecuación 5-4) describe cómo un tipo particular de fuerza, la gravedad, depende de las masas de los objetos implicados y la distancia entre ellos. La segunda ley de Newton, $\Sigma\vec{\mathbf{F}} = m\vec{\mathbf{a}}$, por otra parte, dice cómo acelerará un objeto ante la acción de *cualquier* tipo de fuerza. Pero, ¿cuáles son los tipos de fuerzas que ocurren en la naturaleza, además de la gravedad?

En el siglo XX, los físicos llegaron a reconocer cuatro fuerzas fundamentales en la naturaleza: 1. la fuerza gravitacional, 2. la fuerza electromagnética (más tarde se verá que las fuerzas eléctrica y magnética están íntimamente relacionadas), 3. la fuerza nuclear fuerte, y 4. la fuerza nuclear débil. En este capítulo se analizó en detalle la fuerza gravitacional. La naturaleza de la fuerza electromagnética se estudiará en los capítulos 16 al 22. Las fuerzas nucleares fuerte y débil, que no se tratarán en este libro, operan en el nivel del núcleo atómico; aunque se manifiestan en fenómenos tales como la radiactividad y la energía nuclear, son fuerzas mucho menos obvias en la vida cotidiana.

Electrodébil y GTU

Los físicos han estado trabajando en teorías que puedan unificar estas cuatro fuerzas, es decir, que permitan considerar algunas o todas ellas como diferentes manifestaciones de la misma fuerza básica. Hasta el momento, las fuerzas electromagnética y nuclear débil se han unido teóricamente para formar la teoría *electrodébil*, en la que las fuerzas electromagnética y débil se conciben como dos diferentes manifestaciones de una sola fuerza electrodébil. Los intentos por una unificación ulterior de las fuerzas, como en una gran teoría unificada (GTU), son temas candentes en la investigación contemporánea.

Las fuerzas cotidianas son la gravedad y la electromagnética

Pero, ¿dónde embonan las fuerzas cotidianas en este esquema? Las fuerzas ordinarias, distintas a la gravedad, como los empujones, los jalones y otras fuerzas de contacto como la fuerza normal y la fricción, son consideradas en la actualidad como resultado de la fuerza electromagnética que actúa en el nivel atómico. Por ejemplo, la fuerza que sus dedos ejercen sobre un lápiz es el resultado de la repulsión eléctrica entre los electrones exteriores de los átomos de su dedo y los del lápiz.

Resumen

Se dice que un objeto que se mueve en un círculo de radio r con rapidez constante v está en **movimiento circular uniforme**. Tiene una **aceleración centrípeta** a_R que está dirigida radialmente hacia el centro del círculo (también llamada **aceleración radial**) y tiene magnitud

$$a_R = \frac{v^2}{r}. \qquad \textbf{(5-1)}$$

El vector velocidad y el de la aceleración $\vec{\mathbf{a}}_R$ cambian continuamente de dirección, pero son perpendiculares entre sí en cada momento.

Se necesita una fuerza para mantener una partícula girando en un círculo, y la dirección de esta fuerza es hacia el centro del círculo. Esta fuerza puede deberse a la gravedad, a la tensión en una cuerda, a un componente de la fuerza normal, a otro tipo de fuerza o a una combinación de fuerzas.

[*Cuando la rapidez del movimiento circular no es constante, la aceleración tiene dos componentes: tangencial y centrípeta.]

La **ley de la gravitación universal** de Newton afirma que toda partícula en el Universo atrae a toda otra partícula con una fuerza proporcional al producto de sus masas e inversamente proporcional al cuadrado de la distancia entre ellas:

$$F = G\frac{m_1 m_2}{r^2}. \qquad \textbf{(5-4)}$$

La dirección de esta fuerza es a lo largo de la línea que une a las dos partículas. Esta fuerza gravitacional es la que mantiene a la Luna girando alrededor de la Tierra, y a los planetas girando en torno al Sol.

Sobre los satélites que giran alrededor de la Tierra actúa la gravedad, pero "se mantienen arriba" por su gran rapidez tangencial.

[*Las tres leyes de movimiento de Newton y su ley de la gravitación universal constituyen una teoría de amplio espectro del Universo. Con ellas, es posible describir con precisión el movimiento de los objetos sobre la Tierra y en los cielos. Además, proporcionan una base teórica para las **leyes de Kepler** del movimiento planetario.]

Las cuatro fuerzas fundamentales en la naturaleza son: **1.** la fuerza gravitacional, **2.** la fuerza electromagnética, **3.** la fuerza nuclear fuerte y **4.** la fuerza nuclear débil. Las primeras dos fuerzas fundamentales son responsables de casi todas las fuerzas "cotidianas".

Preguntas

1. A veces la gente dice que el agua se remueve de la ropa en una secadora giratoria mediante la fuerza centrífuga que lanza al agua hacia fuera. ¿Qué está equivocado en esta afirmación?

2. ¿La aceleración de un automóvil será la misma cuando éste tome una curva cerrada con unos constantes 60 km/h que cuando tome una curva suave con la misma rapidez? Explique su respuesta.

3. Un automóvil viaja con una rapidez constante a lo largo de una carretera bordeada por colinas. ¿Dónde ejerce el automóvil las fuerzas mayor y menor sobre la carretera: *a*) en lo alto de una colina, *b*) en un valle entre dos colinas, *c*) en un tramo cercano a nivel del fondo de una colina?

4. Describa todas las fuerzas que actúan sobre un niño que monta un caballo en un carrusel. ¿Cuál de esas fuerzas proporciona la aceleración centrípeta del niño?

5. Una cubeta de agua puede girar en un círculo vertical sin que el agua se derrame, incluso en lo alto del círculo cuando la cubeta está boca abajo. Explique por qué.

6. ¿Cuántos “aceleradores” tiene un automóvil? Existen al menos tres controles en el automóvil que se pueden usar para acelerarlo. ¿Cuáles son? ¿Qué aceleraciones producen?

7. Un niño sobre un trineo viene deslizándose sobre la cresta de una pequeña colina, como se muestra en la figura 5-31. Su trineo no abandona el suelo (no logra “aire”), pero siente que la fuerza normal entre su pecho y el trineo disminuye conforme pasa sobre la colina. Explique esta disminución mediante la segunda ley de Newton.

FIGURA 5–31 Pregunta 7.

8. ¿Por qué los ciclistas se inclinan hacia dentro cuando toman una curva a alta rapidez?

9. ¿Por qué los aeroplanos se ladean cuando dan vuelta? ¿Cómo se puede calcular el ángulo de ladeo, conociendo su rapidez y radio de la vuelta?

10. Una niña hace girar una bola en el extremo de una cuerda alrededor de su cabeza en un plano horizontal. Ella quiere soltarla precisamente en el momento correcto de modo que la bola golpee un blanco en el otro lado del patio. ¿Cuándo debe soltar la cuerda?

11. ¿Una manzana ejerce una fuerza gravitacional sobre la Tierra? Si es así, ¿de qué magnitud es esa fuerza? Considere una manzana *a*) unida a un árbol y *b*) que cae.

12. Si la masa de la Tierra fuese el doble de lo que es, ¿en qué forma la órbita de la Luna sería diferente?

13. ¿Qué jala más fuerte gravitacionalmente: la Tierra sobre la Luna, o la Luna sobre la Tierra? ¿Cuál acelera más?

14. El jalón gravitacional del Sol sobre la Tierra es mucho mayor que el de la Luna, aunque esta última es la principal responsable de las mareas. Explique por qué. [*Sugerencia:* Considere la diferencia en el jalón gravitacional desde un lado de la Tierra hasta el otro.]

15. ¿Un objeto pesa más en el ecuador o en los polos? ¿Cuáles dos efectos están en funcionamiento? ¿Se oponen mutuamente?

16. La fuerza gravitacional sobre la Luna debida a la Tierra sólo es aproximadamente la mitad de la fuerza sobre la Luna debida al Sol. ¿Por qué la Luna no se aleja de la Tierra?

17. ¿La aceleración centrípeta de Marte en su órbita alrededor del Sol es mayor o menor que la aceleración centrípeta de la Tierra?

18. ¿Requeriría menos rapidez lanzar un satélite *a*) hacia el este o *b*) hacia el oeste? Considere la dirección de rotación de la Tierra.

19. ¿Cuándo será mayor su peso aparente, según las mediciones de una báscula en un elevador en movimiento: cuando el elevador *a*) acelera hacia abajo, *b*) acelera hacia arriba, *c*) está en caída libre, *d*) se mueve hacia arriba con rapidez constante? ¿En qué caso su peso sería menor? ¿Cuándo sería el mismo que cuando está en el suelo?

20. ¿Qué mantiene a un satélite arriba, es decir, en su órbita alrededor de la Tierra?

21. Los astronautas que pasan largos periodos en el espacio exterior podrían resultar severamente afectados por la ingravidez. Una forma de simular gravedad es darle a la nave espacial la forma de un cascarón cilíndrico que gire, y que los astronautas caminen en la superficie interior (figura 5-32). Explique cómo esto simula gravedad. Considere *a*) cómo caen los objetos, *b*) la fuerza que siente en los pies y *c*) cualquier otro aspecto relacionado con la gravedad en el que pueda pensar.

FIGURA 5–32 Pregunta 21 y problema 45.

22. Explique cómo un corredor experimenta "caída libre" o "ingravidez aparente" entre zancadas.

* 23. La Tierra se mueve más rápido en su órbita alrededor del Sol en enero que en julio. ¿La Tierra está más cerca del Sol en enero, o en julio? Explique su respuesta. [*Nota:* Éste no es un factor principal por el que se producen las estaciones; el factor principal es la inclinación del eje de la Tierra en relación con el plano de su órbita.]

* 24. La masa de Plutón era desconocida hasta que se descubrió que tenía una luna. Explique cómo este descubrimiento permitió una estimación de la masa de Plutón.

Problemas

De 5-1 a 5-3 Movimiento circular uniforme; curvas en la carretera

1. (I) Un niño sentado a 1.10 m del centro de un carrusel se mueve con una rapidez de 1.25 m/s. Calcule *a*) la aceleración centrípeta del niño y *b*) la fuerza horizontal neta ejercida sobre el niño (masa = 25.0 kg).

2. (I) Un avión que viaja a 1890 km/h (525 m/s) sale de una picada al moverse en un arco de 6.00 km de radio. ¿Cuál es la aceleración del avión en *g*?

3. (I) Calcule la aceleración centrípeta de la Tierra en su órbita alrededor del Sol y la fuerza neta ejercida sobre ella. ¿Qué ejerce esta fuerza sobre la Tierra? Considere que la órbita de la Tierra es un círculo de 1.50×10^{11} m. [*Sugerencia:* Consulte las tablas en las cubiertas interiores de este libro.]

4. (I) Una fuerza horizontal de 210 N se ejerce sobre un disco de 2.0 kg mientras gira de manera uniforme en un círculo horizontal (a la longitud del brazo) de 0.90 m de radio. Calcule la rapidez del disco.

5. (II) Imagine que un transbordador espacial está en órbita a 400 km de la superficie de la Tierra y circunda la Tierra aproximadamente una vez cada 90 minutos. Encuentre la aceleración centrípeta del transbordador espacial en su órbita. Exprese su repuesta en términos de g, la aceleración gravitacional en la superficie de la Tierra.

6. (II) ¿Cuál es la magnitud de la aceleración de un trozo de arcilla en la base de una rueda de alfarero que gira a 45 rpm (revoluciones por minuto) si el diámetro de la rueda es de 32 cm?

7. (II) Una bola en el extremo de una cuerda se hace girar a una tasa uniforme en un círculo vertical de 72.0 cm de radio, como se ilustra en la figura 5-33. Si su rapidez es de 4.00 m/s y su masa es de 0.300 kg, calcule la tensión en la cuerda cuando la bola está *a*) en lo alto de su trayectoria, y *b*) en la parte inferior de su trayectoria.

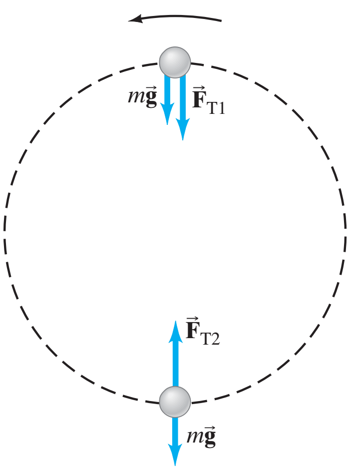


FIGURA 5–33 Problema 7.

8. (II) Una bola de 0.45 kg, atada al extremo de una cuerda horizontal, gira en un círculo de 1.3 m de radio sobre una superficie horizontal sin fricción. Si la cuerda se romperá cuando la tensión supere 75 N, ¿cuál es la rapidez máxima que puede alcanzar la bola?

9. (II) ¿Cuál es la rapidez máxima con la que un automóvil de 1050 kg puede dar una vuelta de 77 m de radio sobre una carretera plana, si el coeficiente de fricción estática entre las llantas y el pavimento es 0.80? ¿Este resultado es independiente de la masa del auto?

10. (II) ¿Cuál debe ser el coeficiente de fricción estática entre las llantas y el camino si un automóvil va tomar una curva a nivel de 85 m de radio con una rapidez de 95 km/h?

11. II) Un dispositivo para entrenar astronautas y pilotos de aviones comerciales está diseñado para hacer girar a una persona en un círculo horizontal de 12.0 m de radio. Si la fuerza que siente la persona sobre su espalda es de 7.85 veces su propio peso, ¿con qué rapidez gira? Exprese su respuesta tanto en m/s como en rev/s.

12. (II) Se coloca una moneda a 11.0 cm del eje de una tornamesa rotatoria de rapidez variable. Cuando la rapidez de ésta aumenta lentamente, la moneda permanece fija sobre la tornamesa hasta que se alcanza una tasa de 36 rpm y la moneda se desliza hacia fuera. ¿Cuál es el coeficiente de fricción estática entre la moneda y la tornamesa?

13. (II) ¿A qué rapidez mínima debe viajar un carro de montaña rusa cuando esté de cabeza en lo alto de un círculo (figura 5-34) de modo que los pasajeros no se caigan? Considere un radio de curvatura de 7.4 m.

FIGURA 5–34 Problema 13.

14. (II) Un automóvil deportivo de 950 kg de masa (que incluye al conductor) cruza la redondeada parte alta de una colina (radio = 95 m) a 22 m/s. Determine *a*) la fuerza normal ejercida por el camino sobre el automóvil, *b*) la fuerza normal ejercida por el automóvil sobre el conductor de 72 kg y *c*) la rapidez del auto a la cual la fuerza normal sobre el conductor es igual a cero.

15. (II) ¿Cuántas revoluciones por minuto necesitaría completar una rueda de la fortuna de 15 m de diámetro para hacer que los pasajeros experimenten “ingravidez” en el punto más elevado?

16. (II) Una cubeta de 2.00 kg de masa se hace girar en un círculo vertical de 1.10 m de radio. En el punto más bajo de su trayectoria, la tensión en la soga que sostiene la cubeta es de 25.0 N. *a*) Encuentre la rapidez de la cubeta. *b*) ¿A qué rapidez debe moverse la cubeta en lo alto del círculo de modo que la soga no se afloje?

17. (II) ¿Qué tan rápido (en rpm) debe girar una centrifugadora si una partícula a 9.00 cm del eje de rotación debe experimentar una aceleración de 115,000 g?

18. (II) En un “torbellino” de feria, la gente gira en un “cuarto” con forma cilíndrica (figura 5-35.) El radio del cuarto es de 4.6 m y la frecuencia de rotación es de 0.50 revoluciones por segundo. ¿Cuál es el coeficiente de fricción estática mínimo de modo que las personas no se deslicen hacia abajo? Las personas que han participado en este juego afirman que fueron “presionadas contra la pared”. ¿Realmente existe una fuerza hacia fuera que los presione contra la pared? Si es así, ¿cuál es la razón (su fuente). Si no, ¿cuál sería la descripción correcta de su situación (además de “asustadas”)? [*Sugerencia:* Primero dibuje el diagrama de cuerpo libre para una persona.]

FIGURA 5–35 Problema 18.

19. (II) Un disco plano (masa M) gira en un círculo sobre una mesa de hockey de aire sin fricción, y se mantiene en su órbita mediante una cuerda ligera conectada a un bloque que cuelga (masa m) a través de un hoyo en el centro, como se representa en la figura 5-36. Demuestre que la rapidez del disco está dada por

$$v = \sqrt{\frac{mgR}{M}}.$$

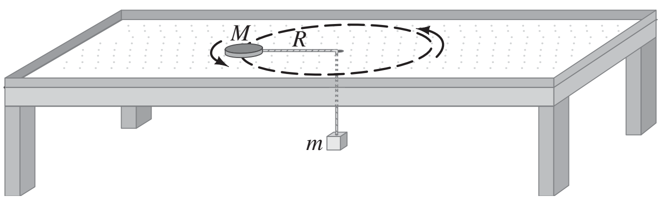


FIGURA 5–36 Problema 19.

20. (II) Vuelva a trabajar el ejemplo 5-3, en esta ocasión, sin ignorar el peso de la bola que gira en una cuerda de 0.600 m de largo. En particular, encuentre la magnitud de $\vec{\mathbf{F}}_T$, y el ángulo que forma con la horizontal. [*Sugerencia:* Establezca el componente horizontal de $\vec{\mathbf{F}}_T$ igual a ma_R; además, dado que no existe movimiento vertical, ¿qué puede decir acerca del componente vertical de $\vec{\mathbf{F}}_T$?]

21. (III) Si una curva con un radio de 88 m está perfectamente peraltada para un automóvil que viaja a 75 km/h, ¿cuál debe ser el coeficiente de fricción estática para que un automóvil no derrape cuando viaja a 95 km/h?

22. (III) Un automóvil de 1200 kg toma una curva de 67 m de radio peraltada a un ángulo de 12°. Si el automóvil viaja a 95 km/h, ¿se requerirá una fuerza de fricción? Si es así, ¿cuánta y en qué dirección?

23. (III) Dos bloques, de masas m_1 y m_2, están conectados uno al otro y a un poste central mediante cuerdas como se indica en la figura 5-37. Los bloques giran alrededor del poste a una frecuencia f (revoluciones por segundo) sobre una superficie horizontal sin fricción a distancias r_1 y r_2 desde el poste. Deduzca una expresión algebraica para la tensión en cada segmento de la cuerda.

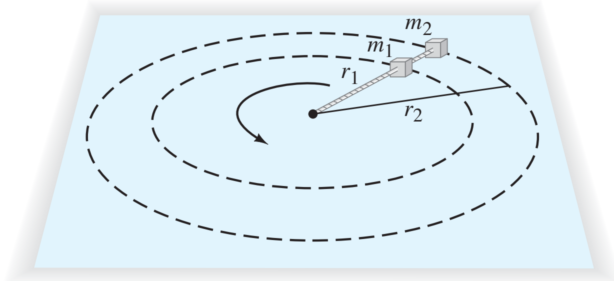


FIGURA 5–37 Problema 23.

24. (III) Un piloto realiza una maniobra evasiva descendiendo verticalmente a 310 m/s. Si puede resistir una aceleración de 9.0g sin desmayarse, ¿a qué altitud debe comenzar a salir del movimiento en picada para evitar estrellarse en el mar?

* 5-4 Movimiento circular no uniforme

* **25.** (I) Determine los componentes tangencial y centrípeta de la fuerza neta ejercida (por el suelo) sobre el automóvil del ejemplo 5-8, cuando su rapidez es de 15 m/s. La masa del automóvil es de 1100 kg.

* **26.** (II) Un automóvil en las 500 de Indianápolis acelera uniformemente desde el área de pit, yendo desde el reposo hasta 320 km/h en un arco semicircular con un radio de 220 m. Determine la aceleración tangencial y radial del automóvil cuando está a la mitad de una vuelta, suponiendo una aceleración tangencial constante. Si la curva fuese plana, ¿cuál sería el coeficiente de fricción estática entre las llantas y el camino para proporcionar esta aceleración sin provocar deslizamiento ni derrape?

* **27.** (III) Una partícula gira en un círculo horizontal de 2.90 m de radio. En un instante particular, su aceleración es de 1.05 m/s^2, en una dirección que forma un ángulo de 32.0° con su dirección de movimiento. Determine su rapidez *a*) en este momento y *b*) 2.00 s después, suponiendo una aceleración tangencial constante.

5-6 y 5-7 Ley de la gravitación universal

28. (I) Calcule la fuerza de la gravedad de la Tierra sobre una nave espacial a 12,800 km (2 radios terrestres) sobre la superficie de la Tierra si su masa es de 1350 kg.

29. (I) En la superficie de cierto planeta, la aceleración gravitacional g tiene una magnitud de 12.0 m/s^2. Una bola de latón de 21.0 kg se transporta a ese planeta. ¿Cuál es *a*) la masa de la bola de latón en la Tierra y en aquel planeta, y *b*) el peso de la bola de latón en la Tierra y en el otro planeta?

30. (II) Calcule la aceleración debida a la gravedad sobre la Luna. El radio de la Luna es / y su masa es 7.35 × 10^{22} kg.

31. (II) Un planeta hipotético tiene un radio de 1.5 veces el de la Tierra, pero tiene la misma masa. ¿Cuál es la aceleración de la gravedad cerca de su superficie?

32. (II) Un planeta hipotético tiene una masa de 1.66 veces la de la Tierra, pero el mismo radio. ¿Cuál es g cerca de su superficie?

33. (II) Dos objetos se atraen gravitacionalmente uno al otro con una fuerza de 2.5×10^{-10} N cuando están separados 0.25 m. Su masa total es de 4.0 kg. Encuentre sus masas individuales.

34. (II) Calcule el valor efectivo de g, la aceleración de la gravedad, a *a*) 3200 m y *b*) 3200 km sobre la superficie de la Tierra.

35. (II) ¿Cuál es la distancia desde el centro de la Tierra hasta un punto situado fuera de ella donde la aceleración gravitacional debida a la Tierra es $\frac{1}{10}$ de su valor en la superficie?

36. (II) Cierta estrella de neutrones tiene cinco veces la masa del Sol concentrada en una esfera de aproximadamente 10 km de radio. Estime la gravedad en la superficie de este monstruo.

37. (II) Una estrella enana blanca típica, que alguna vez fue una estrella promedio como el Sol pero que ahora está en la última etapa de su evolución, tiene el tamaño de la Luna pero la masa del Sol. ¿Cuál es la gravedad en la superficie de esta estrella?

38. (II) Va a explicar por qué los astronautas experimentan ingravidez mientras están en órbita en el transbordador espacial. Sus amigos responden que ellos pensaban que la gravedad sólo era un poco más débil allá arriba. Convenza a sus amigos y a sí mismo de que esto no es así, calculando la aceleración de la gravedad a 250 km sobre la superficie de la Tierra en términos de g.

39. (II) Cuatro esferas de 9.5 kg se ubican en las esquinas de un cuadrado de 0.60 m de lado. Calcule la magnitud y dirección de la fuerza gravitacional total ejercida sobre una esfera por las otras tres.

40. (II) Luego de algunos cientos de años, la mayoría de los planetas se alinean en el mismo lado del Sol. Calcule la fuerza total sobre la Tierra debida a Venus, Júpiter y Saturno, suponiendo que los cuatro planetas están alineados (figura 5-38). Las masas son: $M_V = 0.815M_T$, $M_J = 318M_T$, $M_S = 95.1M_T$, y sus distancias medias desde el Sol son 108, 150, 778 y 1430 millones de kilómetros, respectivamente. ¿Qué fracción de la fuerza del Sol sobre la Tierra representa esto?

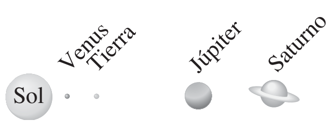


FIGURA 5–38 Problema 40. (No a escala.)

41. (II) Dado que la aceleración de la gravedad en la superficie de Marte es 0.38 la de la Tierra, y que el radio de Marte es de 3400 km, determine la masa de Marte.

42. (III) Determine la masa del Sol empleando el valor conocido para el periodo de la Tierra y su distancia desde el Sol. [*Nota:* Compare su respuesta con la obtenida a partir de las leyes de Kepler, en el ejemplo 5-16.]

5-8 Satélites; ingravidez

43. (I) Calcule la rapidez de un satélite que se mueve en una órbita circular estable alrededor de la Tierra a una altura de 3600 km.

44. (I) El transbordador espacial libera un satélite en una órbita circular a 650 km sobre la Tierra. ¿Con qué rapidez debe moverse el transbordador espacial (en relación con la Tierra) cuando se realice la liberación?

45. (II) ¿A qué tasa debe girar una nave espacial cilíndrica si sus ocupantes han de experimentar gravedad simulada de 0.60 g? Considere que el diámetro de la nave espacial es de 32 m y proporcione su respuesta como el tiempo necesario para una revolución. (Vea la pregunta 21, figura 5-32.)

46. (II) Determine el tiempo que le toma a un satélite girar en torno a la Tierra en una órbita circular “cercana a la Tierra”. Una órbita “cercana a la Tierra” se define como una órbita a una altura sobre la superficie terrestre muy pequeña si se le compara con el radio de nuestro planeta. ¿Su resultado depende de la masa del satélite?

47. (II) ¿A qué velocidad horizontal tendría que ser lanzado un satélite desde el monte Everest para ser colocado en una órbita circular alrededor de la Tierra?

48. (II) Durante una misión de alunizaje del Apolo, el módulo de comando continúa en órbita alrededor de la Luna a una altitud de más o menos 100 km. ¿Cuánto le toma dar una vuelta a la Luna?

49. (II) Los anillos de Saturno están compuestos de trozos de hielo que están en órbita alrededor del planeta. El radio interior de los anillos es de 73,000 km, mientras que el radio exterior es de 170,000 km. Determine el periodo de un trozo de hielo que orbita en el radio interior y el periodo de un trozo en el radio exterior. Compare sus números con el periodo medio de rotación de Saturno de 10 horas y 39 minutos. La masa de Saturno es de 5.7×10^{26} kg.

50. (II) Una rueda de la fortuna de 24.0 m de diámetro gira una vez cada 15.5 s (figura 5-9). ¿Cuál es la razón del peso aparente de una persona con su peso real *a*) en la parte superior y *b*) en la parte inferior?

51. (II) ¿Cuál es el peso aparente de un astronauta de 75 kg a 4200 km del centro de la Luna en un vehículo espacial *a*) que se mueve a velocidad constante y *b*) que acelera hacia la Luna a $2.9\ \text{m/s}^2$? Establezca la “dirección” en cada caso.

52. (II) Un sistema de estrellas binarias consta de dos estrellas de igual masa. Se observa que las estrellas están separadas por 360 millones de km y les toma 5.7 años terrestres orbitar alrededor de un punto a la mitad del camino entre ellas. ¿Cuál es la masa de cada una?

53. (II) ¿Qué lectura arrojará una balanza de resorte para el peso de una mujer de 55 kg en un elevador que se mueve *a*) hacia arriba con rapidez constante de 6.0 m/s, *b*) hacia abajo con rapidez constante de 6.0 m/s, *c*) hacia arriba con aceleración de 0.33 g, *d*) hacia abajo con aceleración de 0.33 g y *e*) en caída libre?

54. (II) Un mono de 17.0 kg cuelga de una cuerda suspendida del techo de un elevador. La cuerda puede resistir una tensión de 220 N y se rompe cuando el elevador acelera. ¿Cuál fue la aceleración mínima del elevador (magnitud y dirección)?

55. (III) *a*) Demuestre que si un satélite está en órbita muy cerca de la superficie de un planeta con periodo T, la densidad (masa/volumen) del planeta es $\rho = m/V = 3\pi/GT^2$. *b*) Estime la densidad de la Tierra, dado que un satélite cerca de la superficie orbita con un periodo cercano a 85 min.

* 5-9 Leyes de Kepler

* 56. (I) Utilice las leyes de Kepler y el periodo de la Luna (27.4 d) para determinar el periodo de un satélite artificial que orbita muy cerca de la superficie de la Tierra.

* 57. (I) El asteroide Ícaro, aunque sólo tiene unos cuantos cientos de metros de ancho, gira en torno al Sol como los planetas. Su periodo es de 410 d. ¿Cuál es su distancia media desde el Sol?

* **58.** (I) Neptuno está a una distancia promedio de 4.5×10^9 km del Sol. Estime la duración del año neptuniano considerando que la Tierra está en promedio a 1.50×10^8 km del Sol.

* **59.** (II) El cometa Halley orbita al Sol aproximadamente una vez cada 76 años. Llega a estar muy cerca de la superficie solar en su acercamiento más próximo (figura 5-39). Estime la distancia máxima del cometa desde el Sol. ¿Todavía está "dentro" del sistema solar? ¿Qué órbita planetaria le queda más cercana cuando está "allá afuera"? [*Sugerencia:* Considere que la distancia media *s* en la tercera ley de Kepler es la mitad de la suma de la distancia más cercana y la distancia más lejana desde el Sol.]

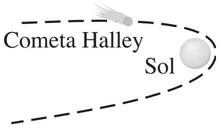


FIGURA 5–39 Problema 59.

* **60.** (II) Nuestro Sol gira alrededor del centro de la galaxia $(M_G \approx 4 \times 10^{41}\ \text{kg})$ a una distancia aproximada de 3×10^4 años luz

$$\left(1 \text{ año luz} = 3 \times 10^8\ \text{m/s} \times 3.16 \times 10^7\ \text{s/año} \times 1\ \text{año}\right).$$

¿Cuál es el periodo de nuestro movimiento orbital alrededor del centro de la galaxia?

* **61.** (II) La tabla 5-3 proporciona la masa, el periodo y la distancia media para las cuatro lunas más grandes de Júpiter (las que descubrió Galileo en 1609). *a*) Determine la masa de Júpiter utilizando los datos para Ío. *b*) Determine la masa de Júpiter empleando los datos para cada una de las otras tres lunas. ¿Los resultados son consistentes?

TABLA 5–3 Principales lunas de Júpiter

Luna	Masa (kg)	Periodo (días terrestres)	Distancia media desde Júpiter (km)
Ío	8.9×10^{22}	1.77	422×10^3
Europa	4.9×10^{22}	3.55	671×10^3
Ganimedes	15×10^{22}	7.16	1070×10^3
Calisto	11×10^{22}	16.7	1883×10^3

* **62.** (II) Determine la masa de la Tierra a partir del periodo y la distancia conocidos de la Luna.

* **63.** (II) Determine la distancia media desde Júpiter para cada una de las lunas de este planeta mediante la tercera ley de Kepler. Utilice la distancia de Ío y los periodos dados en la tabla 5-3. Compare con los valores en la tabla.

* **64.** (II) El cinturón de asteroides entre Marte y Júpiter consta de muchos fragmentos (que algunos científicos espaciales piensan que provienen de un planeta que alguna vez giró en torno al Sol pero fue destruido). *a*) Si el centro de masa del cinturón de asteroides (donde habría estado el planeta) está aproximadamente tres veces más lejos del Sol de lo que está la Tierra, ¿cuánto le habría tomado a este planeta hipotético completar su órbita alrededor del Sol? *b*) ¿Puede determinar la masa de este planeta a partir de estos datos?

* **65.** (III) Un cuento de ciencia ficción describe un "planeta" artificial que tiene la forma de una banda que rodea por completo a un sol (figura 5-40). Los habitantes viven en la superficie interior (donde siempre es de día). Imagine que este sol sea exactamente como el del Sistema Solar que habitamos, que la distancia a la banda sea la misma que la distancia que hay entre la Tierra y el Sol (para hacer el clima templado) y que el anillo gira lo suficientemente rápido para producir una gravedad aparente de g como en la Tierra. ¿Cuál será el periodo de revolución, es decir, el año de este planeta, en días terrestres?

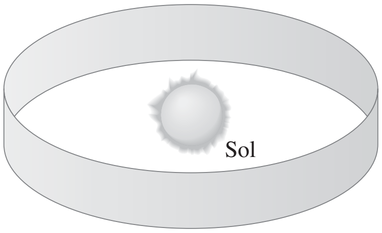


FIGURA 5–40 Problema 65.

Problemas generales

66. Tarzán planea cruzar un precipicio balanceándose en un arco desde una liana colgante (figura 5-41). Si sus brazos son capaces de ejercer una fuerza de 1400 N sobre la liana, ¿cuál es la rapidez máxima que él puede tolerar en el punto más bajo de su balanceo? Su masa es de 80 kg y la liana tiene 5.5 m de largo.

FIGURA 5–41 Problema 66.

67. ¿A qué distancia de la superficie de la Tierra la aceleración de la gravedad será la mitad de lo que es en la superficie?

68. En una pista de hielo, dos esquiadores de igual masa se toman de las manos y giran en un círculo una vez cada 2.5 s. Si se supone que sus brazos miden cada uno 0.80 m de largo y que sus masas individuales son de 60.0 kg, ¿qué tan fuerte está jalando uno sobre el otro?

69. Puesto que la Tierra gira una vez por día, la aceleración aparente de la gravedad en el ecuador es ligeramente menor de lo que sería si la Tierra no girara. Estime la magnitud de este efecto. ¿Qué fracción de *g* es esto?

70. ¿A qué distancia de la Tierra una nave espacial, que viaja directamente a la Luna, experimentará fuerza neta cero como resultado de que la Tierra y la Luna jalarán con fuerzas iguales y opuestas?

71. Alguien sabe que su masa es de 65 kg, pero cuando está de pie sobre una báscula de baño en un elevador, la aguja indica que su masa es de 82 kg. ¿Cuál es la aceleración del elevador, y en qué dirección?

72. El proyecto de una estación espacial la describe como un tubo circular que rotará en torno a su centro (como una llanta tubular de bicicleta) (figura 5-42). El círculo formado por el tubo tiene un diámetro aproximado de 1.1 km. ¿Cuál debe ser la rapidez de rotación (revoluciones por día) si en la estación ha de sentirse un efecto igual a la gravedad en la superficie de la Tierra (1.0 g)?

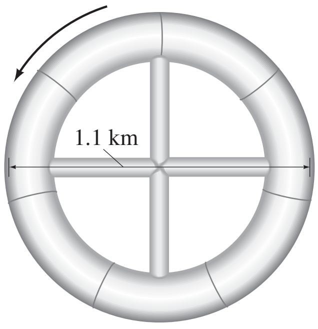


FIGURA 5–42 Problema 72.

73. Un piloto lleva a su aeronave en un lazo vertical (figura 5-43). *a*) Si el jet se mueve con una rapidez de 1300 km/h en el punto inferior del lazo, determine el radio mínimo del círculo de modo que la aceleración centrípeta en el punto inferior no supere 6.0 g. *b*) Calcule el peso efectivo del piloto de 78 kg (la fuerza con la que el asiento lo empuja) en la parte baja del círculo y *c*) en lo alto del círculo (suponiendo la misma rapidez).

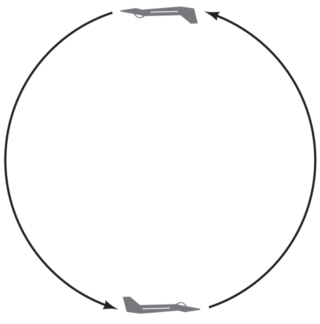


FIGURA 5–43 Problema 73.

74. Deduzca una fórmula para la masa de un planeta en términos de su radio r, la aceleración debida a la gravedad en su superficie g_P, y la constante gravitacional G.

75. La lenteja de un plomada (una masa m que cuelga de una cuerda) se desvía de la vertical un ángulo θ a causa de una masa montañosa cercana (figura 5-44). a) Encuentre una fórmula aproximada para θ en términos de la masa de la montaña, m_M, la distancia a su centro, D_M, y el radio y masa de la Tierra. b) Realice una estimación aproximada de la masa del monte Everest, suponiendo que tiene la forma de un cono de 4000 m de alto y que el diámetro de su base mide 4000 m. Considere que su masa por unidad de volumen es de 3000 kg por m^3. c) Estime el ángulo θ de la lenteja de la plomada si está a 5 km del centro del monte Everest.

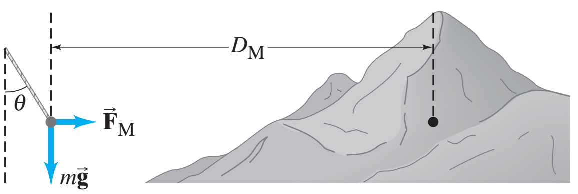


FIGURA 5–44 Problema 75.

76. Una curva de 67 m de radio está peraltada para una rapidez de diseño de 95 km/h. Si el coeficiente de fricción estática es 0.30 (con el pavimento húmedo), ¿en qué rango de rapidez un automóvil puede tomar con seguridad la curva?

77. ¿Cuál sería la duración de un día si la Tierra girara tan rápido que pareciera que los objetos en el ecuador no tuviesen peso?

78. Dos estrellas de masas iguales se mantienen separadas a una distancia constante de 8.0×10^{10} m y giran en torno a un punto localizado a la mitad del camino entre ellas con una tasa de una revolución cada 12.6 años. *a*) ¿Por qué las dos estrellas no chocan una contra la otra como resultado de la fuerza gravitacional entre ellas? *b*) ¿Cuál es la masa de cada estrella?

79. Un tren que viaja con una rapidez constante toma una curva de 235 m de radio. Una lámpara suspendida del techo se balancea en un ángulo de 17.5° a lo largo de la curva. ¿Cuál es la rapidez del tren?

80. La masa de Júpiter es aproximadamente 320 veces mayor que la de la Tierra. Por eso se ha afirmado que una persona sería aplastada por la fuerza de gravedad sobre un planeta del tamaño de Júpiter, pues los terrícolas no pueden sobrevivir a más de unos cuantos g. Calcule el número de g que un terrícola experimentaría en el ecuador de ese planeta. Utilice los siguientes datos para Júpiter: masa $= 1.9 \times 10^{27}$ kg, radio ecuatorial $= 7.1 \times 10^4$ km, periodo de rotación 9 hr 55 min. Tome en cuenta la aceleración centrípeta.

81. Los astrónomos que trabajan con el telescopio espacial Hubble dedujeron la presencia de un núcleo extremadamente masivo en la distante galaxia M87, tan denso que podría tratarse de un hoyo negro (del que no escapa ni la luz). Ellos hicieron esto al medir que la rapidez de las nubes de gas que orbitan el núcleo es de 780 km/s a una distancia de 60 años luz $(5.7 \times 10^{17}\ \text{m})$ del núcleo. Determine la masa del núcleo y compárela con la masa del Sol.

82. Un automóvil mantiene una rapidez constante v mientras atraviesa la colina y el valle que se representan en la figura 5-45. Tanto la colina como el valle tienen un radio de curvatura R. *a*) ¿Cómo se compara la fuerza normal que actúa sobre el automóvil en A, B y C? (¿Cuál es mayor? ¿Cuál es menor?) Explique su respuesta. *b*) ¿Dónde se sentiría más pesado el conductor? ¿Dónde más ligero? Explique por qué. *c*) ¿Qué tan rápido puede ir el automóvil sin perder contacto con el camino en A?

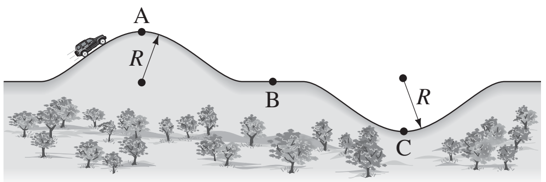


FIGURA 5–45 Problema 82.

83. El Sistema de Posicionamiento Global (GPS, por sus siglas en inglés) Navstar utiliza un equipo de 24 satélites que giran en torno a la Tierra. Mediante la "triangulación" y las señales transmitidas por dichos satélites, es posible determinar la posición de un receptor sobre la Tierra incluso con una precisión de centímetros. Las órbitas de los satélites están distribuidas equitativamente alrededor de la Tierra, con cuatro satélites en cada una de seis órbitas, lo que permite posiciones "fijas" de navegación. Los satélites están en órbita a una altitud de aproximadamente 11,000 millas náuticas [1 milla naútica = 1.852 km = 6076 ft]. *a*) Determine la rapidez de cada satélite. *b*) Determine el periodo de cada satélite.

84. El *Near Earth Asteroid Rendezvous* (Encuentro con asteroides cercanos a la Tierra, NEAR), después de viajar 2100 millones de km, entrará en órbita alrededor del asteroide Eros a una altura cercana a los 15 km. Eros tiene aproximadamente $40\text{ km} \times 6\text{ km} \times 6\text{ km}$. Considere que Eros tiene una densidad (masa/volumen) de alrededor de $2.3 \times 10^3\text{ kg/m}^3$. *a*) ¿Cuál será el periodo de *NEAR* mientras orbite Eros? *b*) Si Eros fuese una esfera con la misma masa y densidad, ¿cuál sería su radio? *c*) ¿Cuál sería g en la superficie de este Eros esférico?

85. Un astronauta en el transbordador espacial va al encuentro con un satélite que necesita reparación. Está en una órbita circular del mismo radio que la del satélite (400 km sobre la Tierra), pero 25 km atrás de él. *a*) ¿Cuánto tiempo le tomará alcanzar al satélite si reduce su radio orbital 1.0 km? *b*) ¿En cuánto debe reducir su radio orbital para alcanzarlo en 7.0 horas?

* **86.** El cometa Hale-Bopp tiene un periodo de 3000 años. *a*) ¿Cuál es su distancia media desde el Sol? *b*) En su acercamiento más próximo, el cometa está aproximadamente a 1 UA del Sol (1 U.A. = distancia desde la Tierra hasta el Sol). ¿Cuál es la distancia más lejana? *c*) ¿Cuál es la razón entre la rapidez en el punto más cercano y la rapidez en el punto más lejano? [*Sugerencia:* Emplee la segunda ley de Kepler y estime las áreas mediante un triángulo, como en la figura 5-29, pero considerando una menor distancia recorrida; considere también la sugerencia en el problema 59].

87. Estime cuál necesitaría ser el valor de G si en realidad puede "sentir" que es atraído gravitacionalmente por alguien cerca de usted. Realice suposiciones razonables, como $F \approx 1\text{ N}$.

* **88.** El Sol gira alrededor del centro de la Vía Láctea (figura 5-46) a una distancia de aproximadamente 30,000 años luz desde el centro $\left(1\text{ año luz} = 9.5 \times 10^{15}\text{ m}\right)$. Si tarda aproximadamente 200 millones de años en realizar una rotación, estime la masa de la Vía Láctea. Considere que la distribución de masa de la galaxia está concentrada principalmente en una esfera central uniforme. Si todas las estrellas tuvieran más o menos la masa del Sol $\left(2 \times 10^{30}\text{ kg}\right)$, ¿cuántas estrellas habría en la galaxia?

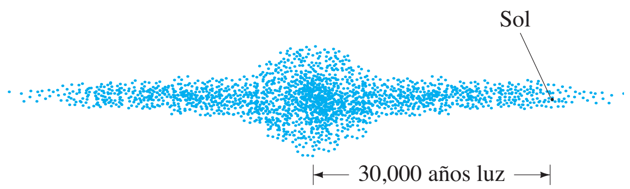


FIGURA 5–46 Problema 88. Vista de la Vía Láctea desde un extremo.

89. Cuatro masas de 1.0 kg están ubicadas en las esquinas de un cuadrado de 0.50 m por lado. Encuentre la magnitud y dirección de la fuerza gravitacional sobre una quinta masa de 1.0 kg colocada en el punto medio del lado inferior del cuadrado.

90. Un satélite de 5500 kg de masa gira en torno a la Tierra $\left(\text{masa} = 6.0 \times 10^{24}\text{ kg}\right)$ y tiene un periodo de 6200 s. Encuentre *a*) la magnitud de la fuerza gravitacional de la Tierra sobre el satélite y *b*) la altitud del satélite.

91. ¿Cuál es la aceleración experimentada por la punta del segundero de 1.5 cm de largo de un reloj de pulsera?

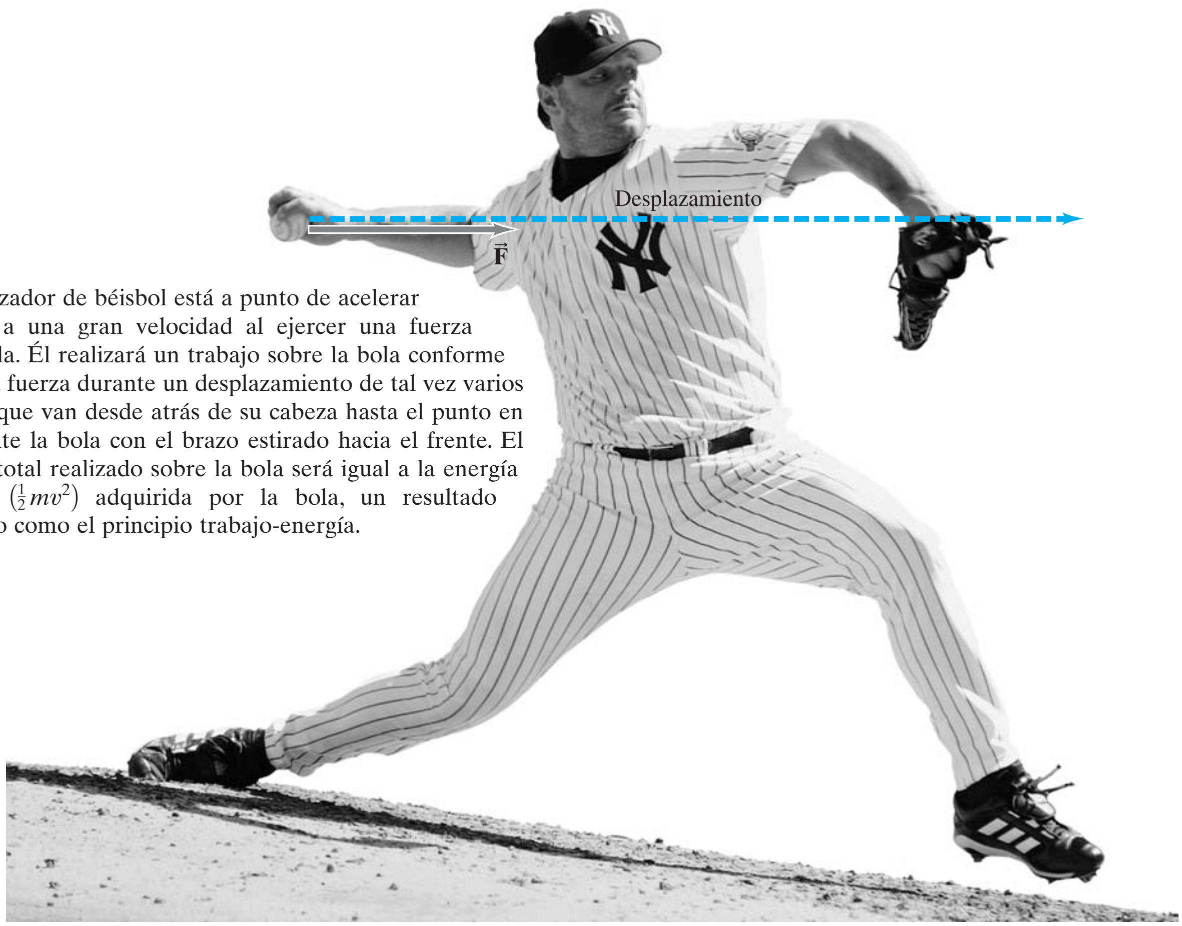
92. Mientras está de pesca, un hombre y comienza a mover una plomada de pesca alrededor de un círculo debajo de usted en un sedal de 0.25 m. La plomada da un círculo completo cada 0.50 s. ¿Cuál es el ángulo que forma el sedal con la vertical? [*Sugerencia:* Observa la figura 5-10].

93. Una curva circular de radio R en una autopista nueva está diseñada de modo que un automóvil que viaja con rapidez v_0 pueda dar la vuelta con seguridad en hielo fulgurante (fricción cero). Si un automóvil viaja muy lentamente, entonces se deslizará hacia el centro del círculo. Si viaja demasiado rápido, entonces se deslizará alejándose del centro del círculo. Si el coeficiente de fricción estática aumenta, un automóvil permanecerá en el camino mientras recorre a cualquier rapidez dentro de un rango desde $v_{\text{mín}}$ hasta θ. Deduzca las fórmulas para $v_{\text{mín}}$ y $v_{\text{máx}}$ como funciones de μ_s, v_0, y R.

94. El tren de alta velocidad de Amtrak, el Acela, utiliza la inclinación de los carros cuando toma las curvas. El ángulo de inclinación se ajusta de modo que la fuerza principal ejercida sobre los pasajeros, para proporcionar la aceleración centrípeta, es la fuerza normal. Los pasajeros experimentan menos fuerza de fricción contra el asiento, y por ende se sienten más cómodos. Considere un tren Acela que toma una curva de 620 m de radio con una rapidez de 160 km/h (aproximadamente 100 mi/h). a) Calcule la fuerza de fricción necesaria sobre un pasajero del tren de 75 kg si la vía no está peraltada y el tren no se inclina. b) Calcule la fuerza de fricción sobre el pasajero si el tren se inclina a su inclinación máxima de 8.0° hacia el centro de la curva.

Respuestas a los ejercicios

A: Un factor de dos (se duplica).
B: La rapidez es independiente de la masa de la ropa.
C: *a*).
D: No.
E: Sí.
F: *a*) No cambia; *b*) cuatro veces más grande.
G: *b*).



Este lanzador de béisbol está a punto de acelerar la bola a una gran velocidad al ejercer una fuerza sobre ella. Él realizará un trabajo sobre la bola conforme ejerza la fuerza durante un desplazamiento de tal vez varios metros, que van desde atrás de su cabeza hasta el punto en que suelte la bola con el brazo estirado hacia el frente. El trabajo total realizado sobre la bola será igual a la energía cinética $\left(\frac{1}{2}mv^2\right)$ adquirida por la bola, un resultado conocido como el principio trabajo-energía.

CAPÍTULO 6

Trabajo y energía

Hasta ahora se ha estudiado el movimiento de traslación de un objeto en términos de las tres leyes del movimiento de Newton. En este análisis, la *fuerza* ha jugado un papel central como la cantidad que determina el movimiento. En este capítulo y el siguiente, se realizará un análisis alternativo del movimiento de traslación de los objetos, en términos de las cantidades *energía* y *cantidad de movimiento*. Lo importante de la energía y la cantidad de movimiento es que se *conservan*. Esto es, en circunstancias bastante generales, permanecen constantes. El hecho de que existan cantidades que se conservan no sólo nos brinda una comprensión más profunda de la naturaleza del mundo, sino que también nos ofrece otra forma de plantear la resolución de problemas prácticos.

Las leyes de conservación de la energía y la cantidad de movimiento son especialmente valiosas al tratar con sistemas de muchos objetos, en los que una consideración detallada de las fuerzas implicadas sería difícil, si no es que imposible. Estas leyes son aplicables a un amplio rango de fenómenos, incluido el mundo atómico y subatómico, donde las leyes de Newton no se aplican.

Este capítulo está dedicado a los conceptos fundamentales de *trabajo* y *energía*. Estas dos cantidades son escalares, pues no tienen una dirección asociada, lo que a menudo hace más fácil trabajar con ellas en comparación con las cantidades vectoriales.

6–1 Trabajo realizado por una fuerza constante

La palabra *trabajo* tiene varias acepciones en el lenguaje cotidiano. Pero en física, al trabajo se le ha dado un significado muy específico para describir lo que se logra cuando una fuerza actúa sobre un objeto, y éste se mueve a lo largo de una distancia. Específicamente, el **trabajo** realizado sobre un objeto por una fuerza constante (tanto en magnitud como en dirección) se define como *el producto de la magnitud del desplazamiento por el componente de la fuerza paralelo al desplazamiento*. En forma de ecuación, esto se expresa como

Trabajo

$$W = F_{\parallel} d,$$

donde $F_{\parallel}$ es el componente de la fuerza constante $\vec{\mathbf{F}}$ paralelo al desplazamiento $\vec{\mathbf{d}}$. También se escribe

Definición de trabajo (para fuerza constante).

$$W = Fd\cos\theta, \tag{6–1}$$

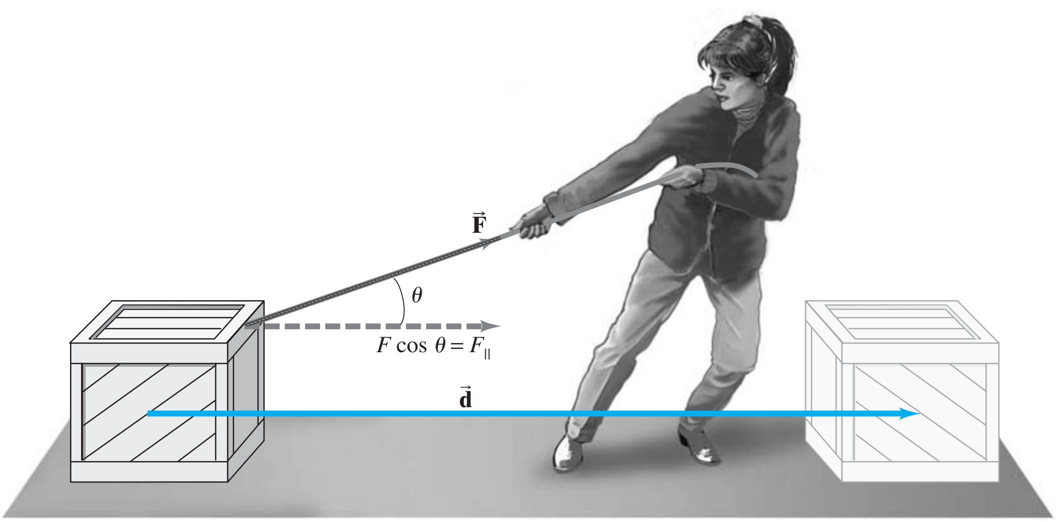
donde F es la magnitud de la fuerza constante, d es la magnitud del desplazamiento del objeto y θ es el ángulo entre las direcciones de la fuerza y el desplazamiento (figura 6-1). En la ecuación 6-1 aparece el factor $\cos\theta$ porque $F\cos\theta\ (= F_{\parallel})$ es el componente de $\vec{\mathbf{F}}$ que es paralelo a $\vec{\mathbf{d}}$. El trabajo es una cantidad escalar: sólo tiene magnitud, que puede ser positiva o negativa.

Primero consideremos el caso en el que el movimiento y la fuerza están en la misma dirección, de modo que $\theta = 0$ y $\cos\theta = 1$; en este caso, $W = Fd$. Por ejemplo, si alguien empuja un carrito del supermercado repleto con mercancías a lo largo de 50 m, ejerciendo una fuerza horizontal de 30 N sobre él, realiza $30\text{ N} \times 50\text{ m} = 1500$ N·m de trabajo sobre el carrito.

Como muestra este ejemplo, en unidades SI, el trabajo se mide en newton-metros (N·m). Esta unidad tiene un nombre especial: **joule** (J) = 1 J = 1 N·m. En el sistema cgs, la unidad de trabajo se llama *erg*, y se define como 1 erg = 1 dina·cm. En unidades inglesas, el trabajo se mide en pies-libras. Es fácil demostrar que $1\text{ J} = 10^7\text{ erg} = 0.7376$ ft·lb.

Unidad para trabajo: el joule.

FIGURA 6–1 Una persona que jala una caja a lo largo del suelo. El trabajo realizado por la fuerza $\vec{\mathbf{F}}$ es $W = Fd\cos\theta$, donde $\vec{\mathbf{d}}$ es el desplazamiento.



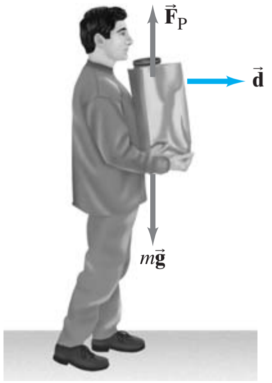


FIGURA 6–2 La persona no realiza trabajo sobre la bolsa de alimentos pues $\vec{\mathbf{F}}_P$ es perpendicular al desplazamiento $\vec{\mathbf{d}}$.

PRECAUCIÓN
Fuerza sin trabajo

Es posible ejercer una fuerza sobre un objeto y aún así no efectuar trabajo. Por ejemplo, si sostiene en reposo sobre las manos una gran bolsa llena de víveres, no efectúa trabajo sobre ella. Ejerce una fuerza sobre la bolsa, pero el desplazamiento de la bolsa es cero, de modo que el trabajo que realiza sobre la bolsa es $W = 0$. Para efectuar trabajo se necesita tanto una fuerza como un desplazamiento. Tampoco realiza trabajo sobre la bolsa de provisiones si la lleva conforme camina horizontalmente a lo largo del piso con velocidad constante, como se muestra en la figura 6-2. No se requiere fuerza horizontal para mover la bolsa con velocidad constante. La persona que aparece representada en la figura 6-2 ejerce sobre la bolsa una fuerza hacia arriba $\vec{\mathbf{F}}_P$ igual a su peso. Pero esta fuerza hacia arriba es perpendicular al desplazamiento horizontal de la bolsa y, por ende, no tiene que ver con ese movimiento. En consecuencia, la fuerza hacia arriba no realiza trabajo. Esta conclusión proviene de la definición de trabajo (ecuación 6-1): $W = 0$, porque $\theta = 90°$ y $\cos 90° = 0$. De esta forma, cuando una fuerza particular es perpendicular al desplazamiento, tal fuerza no realiza ningún trabajo. (Cuando comienza a caminar o deja de hacerlo, existe una aceleración horizontal y brevemente ejerce una fuerza horizontal, por lo que realiza trabajo sobre la bolsa).

PRECAUCIÓN
Hay que indicar si el trabajo es realizado sobre o por un objeto.

Cuando se manejan problemas relacionados con trabajo, al igual que con la fuerza, es necesario especificar si se habla acerca del trabajo efectuado *por* un objeto específico o si éste se realiza *sobre* un objeto específico. También es importante señalar si el trabajo efectuado se debe a una fuerza particular (y cuál es), o si el trabajo total (neto) es efectuado por la *fuerza neta* sobre el objeto.

EJEMPLO 6–1 **Trabajo efectuado sobre una caja.** Una persona jala por 40 m una caja de 50 kg a lo largo de un suelo horizontal mediante una fuerza constante $F_P = 100$ N, que actúa en un ángulo de 37°, como se indica en la figura 6-3. El suelo es rugoso y ejerce una fuerza de fricción $F_{fr} = 50$ N. Determine *a*) el trabajo efectuado por cada fuerza que actúa sobre la caja y *b*) el trabajo neto efectuado sobre la caja.

PLANTEAMIENTO Se elige el sistema coordenado de modo que $\vec{\mathbf{x}}$ sea el vector que representa el desplazamiento de 40 m (esto es, a lo largo del eje *x*). Como se aprecia en la figura 6-3, sobre la caja actúan cuatro fuerzas: la que ejerce la persona, $\vec{\mathbf{F}}_P$; la fuerza de fricción $\vec{\mathbf{F}}_{fr}$ debida al suelo; el peso de la caja, $m\vec{\mathbf{g}}$; y la fuerza normal, $\vec{\mathbf{F}}_N$, ejercida hacia arriba por el suelo. La fuerza neta sobre la caja es la suma vectorial de estas cuatro fuerzas.

SOLUCIÓN *a*) El trabajo realizado por las fuerzas gravitacional y normal es cero, puesto que son perpendiculares al desplazamiento $\vec{\mathbf{x}}$ ($\theta = 90°$ en la ecuación 6-1):

$$W_G = mgx \cos 90° = 0$$
$$W_N = F_N x \cos 90° = 0.$$

El trabajo realizado por $\vec{\mathbf{F}}_P$ es

$$W_P = F_P x \cos\theta = (100\,\mathrm{N})(40\,\mathrm{m}) \cos 37° = 3200\,\mathrm{J}.$$

El trabajo realizado por la fuerza de fricción es

$$W_{fr} = F_{fr} x \cos 180° = (50\,\mathrm{N})(40\,\mathrm{m})(-1) = -2000\,\mathrm{J}.$$

El ángulo entre el desplazamiento $\vec{\mathbf{x}}$ y la fuerza $\vec{\mathbf{F}}_{fr}$ es de 180° porque apuntan en direcciones opuestas. Como la fuerza de fricción es opuesta al movimiento (y $\cos 180° = -1$), el trabajo realizado por la fricción sobre la caja es *negativo*.

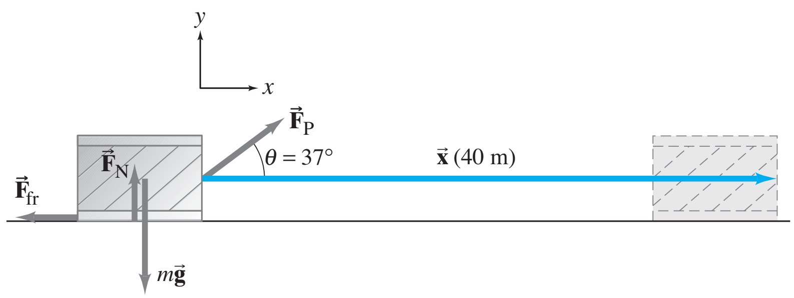


FIGURA 6–3 Ejemplo 6-1. Una caja de 50 kg jalada a lo largo del suelo.

(*b*) El trabajo neto se puede calcular de dos formas equivalentes:
1. El trabajo neto efectuado sobre un objeto es la suma algebraica del trabajo efectuado por cada fuerza, puesto que el trabajo es un escalar:

$$\begin{aligned} W_{\text{neto}} &= W_G + W_N + W_P + W_{fr} \\ &= 0 + 0 + 3200\text{ J} - 2000\text{ J} \\ &= 1200\text{ J}. \end{aligned}$$

W_{neto} es el trabajo efectuado por todas las fuerzas que actúan sobre el objeto.

2. El trabajo neto también se puede calcular determinando primero la fuerza neta sobre el objeto y luego tomando su componente a lo largo del desplazamiento: $(F_{\text{neto}})_x = F_P \cos\theta - F_{fr}$. Entonces el trabajo neto es

$$\begin{aligned} W_{\text{neto}} = (F_{\text{neta}})_x\, x &= (F_P \cos\theta - F_{fr})x \\ &= (100\text{ N}\cos 37° - 50\text{ N})(40\text{ m}) \\ &= 1200\text{ J}. \end{aligned}$$

En la dirección vertical (y) no existe desplazamiento ni trabajo realizado.

En el ejemplo 6-1, la fricción realizó un trabajo negativo. En general, el trabajo efectuado por una fuerza es negativo siempre que la fuerza (o el componente de ésta, $F_{\parallel}$) actúa en la dirección opuesta a la dirección del movimiento. Además, se puede ver que, cuando el trabajo efectuado por una fuerza sobre un objeto es negativo, tal fuerza intenta frenar al objeto (y lo frenaría si ésa fuese la única fuerza actuante). Cuando el trabajo es positivo, la fuerza en cuestión intenta aumentar la rapidez del objeto.

PRECAUCIÓN
Trabajo negativo

EJERCICIO A Una fuerza $\vec{\mathbf{F}}_P$, que forma un ángulo θ con la horizontal como en la figura 6-1 o en la 6-3, arrastra una caja a través del suelo. Si la magnitud de $\vec{\mathbf{F}}_P$ se mantiene constante, pero el ángulo θ aumenta, el trabajo efectuado por $\vec{\mathbf{F}}_P$ *a*) permanece igual, *b*) aumenta, *c*) disminuye, *d*) primero aumenta, pero luego disminuye.

RESOLUCIÓN DE PROBLEMAS Trabajo

1. **Dibuje un diagrama de cuerpo libre** que muestre todas las fuerzas que actúan sobre el objeto que elige estudiar.
2. **Elija** un **sistema coordenado** *xy*. Si el objeto está en movimiento, es conveniente elegir una de las direcciones coordenadas como la dirección de una de las fuerzas, o como la dirección del movimiento. [Así, para un objeto sobre un plano inclinado, puede elegirse un eje coordenado que sea paralelo al plano.]
3. Aplique las **leyes de Newton** para determinar cualquier fuerza desconocida.
4. Encuentre **el trabajo efectuado *por* una fuerza específica** *sobre* el objeto, mediante la ecuación $W = Fd\cos\theta$ para una fuerza constante. Note que el trabajo efectuado es negativo cuando una fuerza tiende a oponerse al desplazamiento.
5. Para encontrar el **trabajo neto** efectuado sobre el objeto, hay dos posibilidades: *a*) encontrar el trabajo efectuado por cada fuerza y sumar los resultados algebraicamente; o *b*) encontrar la fuerza neta sobre el objeto, F_{neta}, y luego usarla para encontrar el trabajo neto efectuado, que, para una fuerza neta constante, es:
$$W_{\text{neto}} = F_{\text{neta}}\, d\cos\theta.$$

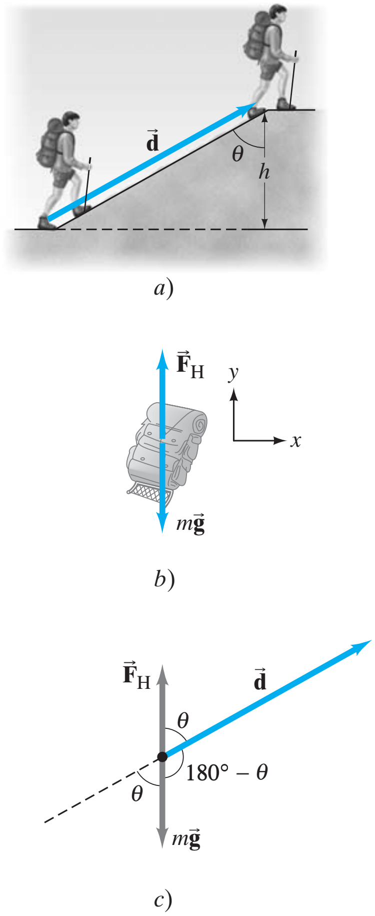


FIGURA 6–4 Ejemplo 6-2.

EJEMPLO 6–2 **Trabajo sobre una mochila.** *a*) Determine el trabajo que un excursionista debe efectuar sobre una mochila de 15.0 kg para llevarla a la cima de una colina de altura $h = 10.0$ m, como se observa en la figura 6-4*a*. Determine también *b*) el trabajo realizado por la gravedad sobre la mochila y *c*) el trabajo neto efectuado sobre esta última. Por simplicidad, vamos a suponer que el movimiento es suave y a velocidad constante (es decir, la aceleración es despreciable).

PLANTEAMIENTO Siga explícitamente paso a paso el recuadro de resolución de problemas.

SOLUCIÓN

1. **Dibuje un diagrama de cuerpo libre.** En la figura 6-4*b* se indican las fuerzas sobre la mochila: la fuerza de gravedad, $m\vec{\mathbf{g}}$, que actúa hacia abajo; y $\vec{\mathbf{F}}_E$, la fuerza que el excursionista debe ejercer hacia arriba para sostener la mochila. Como se supone que la aceleración es despreciable, las fuerzas horizontales sobre la mochila también son despreciables.
2. **Elija un sistema coordenado.** Nos interesa el movimiento vertical de la mochila, así que se elija la coordenada *y* como positiva verticalmente hacia arriba.
3. **Aplique las leyes de Newton.** Al aplicar la segunda ley de Newton a la dirección vertical de la mochila, se obtiene

$$\Sigma F_y = ma_y$$
$$F_E - mg = 0.$$

Por tanto,

$$F_E = mg = (15.0\,\text{kg})(9.80\,\text{m/s}^2) = 147\,\text{N}.$$

4. **Encuentre el trabajo efectuado por una fuerza específica.** *a*) Para calcular el trabajo realizado por el excursionista sobre la mochila, se escribe la ecuación 6-1 como

$$W_E = F_E(d\cos\theta),$$

y se advierte, a partir de la figura 6-4*a*, que $d\cos\theta = h$. De modo que el trabajo efectuado por el excursionista es

$$W_E = F_E(d\cos\theta) = F_E h = mgh$$
$$= (147\,\text{N})(10.0\,\text{m}) = 1470\,\text{J}.$$

Note que el trabajo efectuado sólo depende del cambio en la elevación y no del ángulo de la colina, θ. El excursionista realizaría el mismo trabajo al levantar la mochila verticalmente la misma altura *h*.

b) El trabajo efectuado por la gravedad sobre la mochila es (a partir de la ecuación 6-1 y la figura 6-4*c*)

$$W_G = F_G\,d\cos(180° - \theta).$$

Como $\cos(180° - \theta) = -\cos\theta$, se obtiene

$$W_G = F_G\,d(-\cos\theta) = mg(-d\cos\theta)$$
$$= -mgh$$
$$= -(15.0\,\text{kg})(9.80\,\text{m/s}^2)(10.0\,\text{m}) = -1470\,\text{J}.$$

NOTA El trabajo efectuado por la gravedad (que aquí es negativo) no depende del ángulo de la pendiente, sólo de la altura vertical *h* de la colina. Esto se debe a que la gravedad actúa verticalmente, así que sólo el componente vertical del desplazamiento aporta al trabajo efectuado.

RESOLUCIÓN DE PROBLEMAS
El trabajo efectuado por la gravedad depende de la altura de la colina y no del ángulo de la pendiente.

5. **Encuentre el trabajo neto efectuado.** *a*) El trabajo *neto* realizado sobre la mochila es $W_{\text{neto}} = 0$, pues la fuerza neta sobre la mochila es cero (se supone que no acelera significativamente). También es posible determinar el trabajo neto efectuado sumando el trabajo realizado por cada fuerza:

$$W_{\text{neto}} = W_G + W_E = -1470\,\text{J} + 1470\,\text{J} = 0.$$

NOTA Aun cuando el trabajo *neto* efectuado por todas las fuerzas sobre la mochila sea cero, el excursionista sí realiza trabajo sobre ésta, igual a 1470 J.

EJEMPLO CONCEPTUAL 6–3 **¿La Tierra realiza trabajo sobre la Luna?** La Luna gira alrededor de la Tierra en una órbita casi circular, y se mantiene en ella gracias a la fuerza gravitacional ejercida por la Tierra. ¿La gravedad realiza *a*) un trabajo positivo, *b*) un trabajo negativo o *c*) ningún trabajo sobre la Luna?

RESPUESTA La fuerza gravitacional ejercida por la Tierra sobre la Luna (figura 6-5) actúa hacia la Tierra y proporciona su aceleración centrípeta, hacia dentro a lo largo del radio de la órbita de la Luna. El desplazamiento de la Luna en cualquier momento es tangente al círculo, en la dirección de su velocidad, perpendicular al radio y perpendicular a la fuerza de gravedad. Por tanto, el ángulo θ entre la fuerza $\vec{\mathbf{F}}_G$ y el desplazamiento instantáneo de la Luna es de 90°, y el trabajo efectuado por la gravedad de la Tierra sobre la Luna mientras está en órbita es, por tanto, cero ($\cos 90° = 0$). Es por esto por lo que la Luna, al igual que los satélites artificiales, permanece en órbita sin gasto de combustible: no se necesita efectuar trabajo neto contra la fuerza de gravedad.

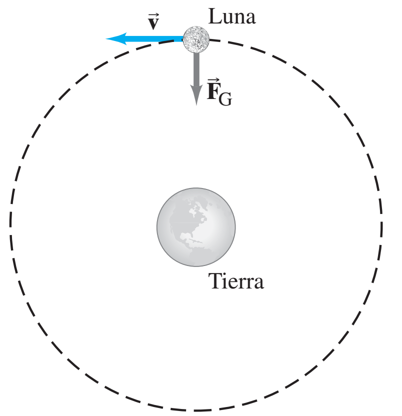


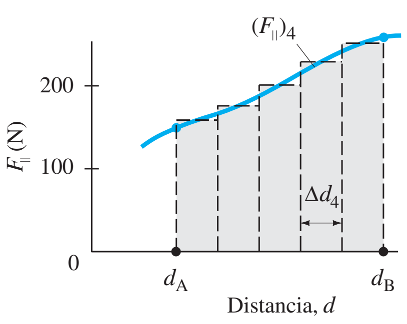
FIGURA 6–5 Ejemplo 6–3.

* 6–2 Trabajo realizado por una fuerza variable

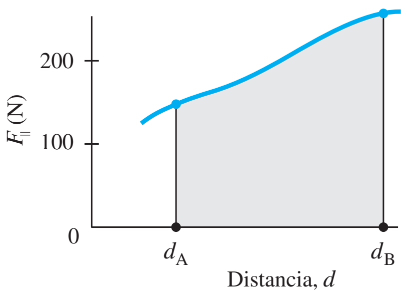
Si la fuerza que actúa sobre un objeto es constante, el trabajo efectuado por esa fuerza se calcula mediante la ecuación 6-1. Pero, en muchos casos, la fuerza varía en magnitud o dirección durante el proceso. Por ejemplo, mientras un cohete se aleja de la Tierra, se realiza cierto trabajo para superar la fuerza de gravedad, la que varía como el cuadrado inverso de la distancia desde el centro de la Tierra. Otros ejemplos son la fuerza ejercida por un resorte, que aumenta con la cantidad de elongación, o el trabajo realizado por una fuerza variable al jalar una caja o un carrito a la parte superior de una colina dispareja.

El trabajo realizado por una fuerza variable se puede determinar gráficamente. El procedimiento es igual al que se utiliza para determinar el desplazamiento cuando se conoce la velocidad como función del tiempo (sección 2-8). Para determinar el trabajo realizado por una fuerza variable, se grafica $F_{\parallel}$ ($= F\cos\theta$, el componente de $\vec{\mathbf{F}}$ paralelo a la dirección del movimiento en cualquier punto) como función de la distancia d, como en la figura 6-6*a*. Se divide la distancia en pequeños segmentos Δd. Para cada segmento, se indica el promedio de $F_{\parallel}$ mediante una línea horizontal punteada. Entonces el trabajo realizado por cada segmento es $\Delta W = F_{\parallel}\,\Delta d$, que es el área de un rectángulo Δd de ancho y $F_{\parallel}$ de alto. El trabajo total efectuado para mover el objeto una distancia total $d = d_B - d_A$ es la suma de las áreas de los rectángulos (cinco en el caso que se muestra en la figura 6-6*a*). Generalmente, debe estimarse el valor promedio de $F_{\parallel}$ para cada segmento, y entonces se hace una aproximación razonable del trabajo realizado. Si la distancia se subdivide en muchos segmentos más, Δd se puede hacer cada vez más pequeño y la estimación del trabajo efectuado será más precisa. En el límite cuando Δd tiende a cero, el área total de los muchos rectángulos estrechos se aproxima al área bajo la curva (figura 6-6*b*). Esto es, *el trabajo realizado por una fuerza variable para mover un objeto entre dos puntos es igual al área bajo la curva de* $F_{\parallel}$ *contra d entre dichos puntos.*

FIGURA 6–6 El trabajo realizado por una fuerza F se calcula considerando *a*) la suma de las áreas de los rectángulos; *b*) el área bajo la curva de $F_{\parallel}$ contra d.



a)



b)

6–3 Energía cinética y el principio trabajo-energía

Energía es uno de los conceptos más importantes en ciencia. Aunque no se puede dar una definición general simple de energía en unas cuantas palabras, sí es posible definir cada tipo específico de energía de manera bastante sencilla. En este capítulo se define la energía cinética de traslación y algunos tipos de energía potencial. En capítulos posteriores se examinarán otros tipos de energía, como la relacionada con el calor (capítulos 14 y 15). El aspecto crucial de los diferentes tipos de energía es que la suma de todos ellos, la *energía total*, es la misma antes y después de cualquier proceso; es decir, la "energía" es una cantidad que se conserva.

Para los propósitos de este capítulo, la energía se define en la forma tradicional como "la capacidad de realizar trabajo". Esta definición simple no es muy precisa ni tampoco es válida para todos los tipos de energía.[†] Sin embargo, es válida para la

[†]Con frecuencia, la energía asociada con el calor no está disponible para realizar trabajo, como se verá en el capítulo 15.

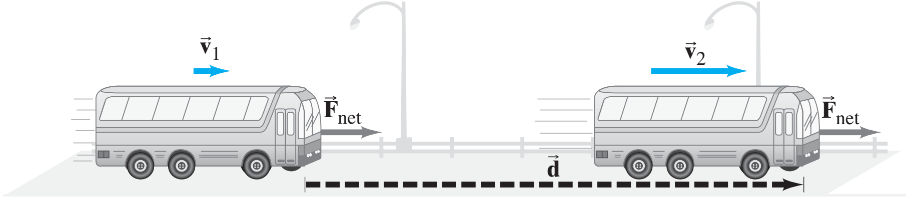


FIGURA 6–7 Una fuerza neta constante F_{neta} acelera un autobús desde la rapidez v_1 hasta la rapidez v_2 a lo largo de un desplazamiento d. El trabajo neto realizado es $W_{neto} = F_{neta}d$.

energía mecánica que se estudia en este capítulo y sirve para entender la conexión fundamental entre trabajo y energía. A continuación se definirá y analizará uno de los tipos básicos de energía: la cinética.

Un objeto en movimiento puede efectuar trabajo sobre otro al golpearlo. Una bala de cañón en vuelo realiza trabajo sobre una pared de ladrillos a la que derriba; un martillo en movimiento efectúa trabajo sobre un clavo que introduce en la madera. En cualquier caso, un objeto en movimiento ejerce una fuerza sobre un segundo objeto que experimenta un desplazamiento. Un objeto en movimiento tiene la capacidad de efectuar trabajo y, por lo mismo, puede decirse que tiene energía. La energía del movimiento se llama **energía cinética**. El término cinético proviene de la palabra griega *kinetikos*, que significa "movimiento".

Para obtener una definición cuantitativa de la energía cinética, consideremos un objeto rígido de masa m que se mueve en una línea recta con una rapidez inicial v_1. Para acelerarlo uniformemente a una rapidez v_2, sobre él se ejerce una fuerza neta constante F_{neta} paralela a su movimiento sobre un desplazamiento d (figura 6-7). Entonces el trabajo neto efectuado sobre el objeto es $W_{neto} = F_{neta}d$. Se aplica la segunda ley de Newton, $F_{neta} = ma$, y se emplea la ecuación 2-11c, que ahora se escribe como $v_2^2 = v_1^2 + 2ad$, con v_1 como la rapidez inicial y v_2 como la rapidez final. Se resuelve para a en la ecuación 2-11c,

$$a = \frac{v_2^2 - v_1^2}{2d},$$

luego, se sustituye esto en $F_{neta} = ma$ y se determina el trabajo efectuado:

$$W_{neto} = F_{neta}\, d = mad = m\left(\frac{v_2^2 - v_1^2}{2d}\right)d = m\left(\frac{v_2^2 - v_1^2}{2}\right)$$

o

$$W_{neto} = \tfrac{1}{2}mv_2^2 - \tfrac{1}{2}mv_1^2. \qquad \textbf{(6–2)}$$

La cantidad $\frac{1}{2}mv^2$ se *define* como la **energía cinética (EC) de traslación** del objeto:

Definición de energía cinética

$$\mathrm{EC} = \tfrac{1}{2}mv^2. \qquad \textbf{(6–3)}$$

(A esta energía cinética se le llama "de traslación" para distinguirla de la energía cinética de rotación, que se estudiará en el capítulo 8). La ecuación 6-2, expresada aquí para el movimiento unidimensional con fuerza constante, es válida en general para el movimiento de traslación de un objeto en tres dimensiones e incluso si la fuerza varía. La ecuación 6-2 se reescribe como:

$$W_{neto} = \mathrm{EC}_2 - \mathrm{EC}_1$$

o

PRINCIPIO TRABAJO-ENERGÍA

$$W_{neto} = \Delta\mathrm{EC}. \qquad \textbf{(6–4)}$$

La ecuación 6-4 (o la ecuación 6-2) es un resultado importante conocido como el **principio trabajo-energía**. Con palabras, se enuncia como:

PRINCIPIO TRABAJO-ENERGÍA

El trabajo neto realizado sobre un objeto es igual al cambio en la energía cinética del mismo.

Hay que hacer notar que se utilizó la segunda ley de Newton, $F_{neta} = ma$, donde F_{neta} es la fuerza *neta*, es decir, la suma de todas las fuerzas que actúan sobre el objeto. Así entonces, el principio trabajo-energía es válido sólo si W es el *trabajo neto* efectuado sobre el objeto; esto es, el trabajo realizado por todas las fuerzas que actúan sobre el objeto.

PRECAUCIÓN
Trabajo-energía es válido sólo para trabajo neto.

El principio trabajo-energía es una reformulación muy útil de las leyes de Newton. Nos dice que, si sobre un objeto se realiza un trabajo neto W (positivo), la energía cinética del objeto aumenta por una cantidad W. El principio también es cierto para la situación inversa: si el trabajo neto W realizado sobre un objeto es negativo, la energía cinética del objeto disminuye por una cantidad W. Esto es, una fuerza neta ejercida sobre un objeto, que es opuesta a la dirección del movimiento del objeto, disminuye su rapidez y su energía cinética. Un ejemplo es un martillo en movimiento (figura 6-8) que golpea sobre un clavo. La fuerza neta sobre el martillo ($-\vec{\mathbf{F}}$ en la figura 6-8, donde $\vec{\mathbf{F}}$ se supone constante por simplicidad), actúa hacia la izquierda, mientras que el desplazamiento $\vec{\mathbf{d}}$ del martillo es hacia la derecha. De modo que el trabajo neto efectuado sobre el martillo, $W_{\mathrm{m}} = (F)(d)(\cos 180°) = -Fd$, es negativo y la energía cinética del martillo disminuye (por lo general hasta cero).

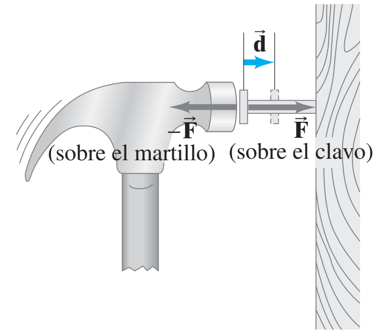


FIGURA 6–8 Un martillo en movimiento golpea un clavo y llega al reposo. El martillo ejerce una fuerza F sobre el clavo; el clavo ejerce una fuerza $-F$ sobre el martillo (tercera ley de Newton). El trabajo realizado sobre el clavo por el martillo es positivo ($W_{\mathrm{c}} = Fd > 0$). El trabajo realizado sobre el martillo por el clavo es negativo ($W_{\mathrm{m}} = -Fd$).

La figura 6-8 también ilustra cómo la energía se puede considerar como la capacidad de realizar trabajo. El martillo, conforme frena, realiza trabajo positivo sobre el clavo: si el clavo ejerce una fuerza $-\vec{\mathbf{F}}$ sobre el martillo para frenarlo, éste ejerce una fuerza $+\vec{\mathbf{F}}$ sobre el clavo (tercera ley de Newton) a lo largo de la distancia d. Por tanto, el trabajo realizado sobre el clavo por el martillo es $W_{\mathrm{c}} = (+F)(+d) = Fd$ y es positivo. También se ve que $W_{\mathrm{c}} = Fd = -W_{\mathrm{m}}$: el trabajo realizado sobre el clavo W_{c} es igual al negativo del trabajo efectuado sobre el martillo. Esto es, la disminución en energía cinética del martillo es igual al trabajo que el martillo puede hacer sobre otro objeto, lo que es consistente con que la energía es la capacidad para realizar trabajo.

Mientras la energía cinética de traslación $\left(= \frac{1}{2}mv^2\right)$ es directamente proporcional a la masa del objeto, es proporcional al *cuadrado* de la rapidez. De esta forma, si la masa se duplica, la energía cinética también se duplica. Pero si la rapidez se duplica, el objeto tendrá cuatro veces la energía cinética y, por tanto, es capaz de realizar cuatro veces el mismo trabajo.

La relación entre trabajo y energía cinética se resume del modo siguiente (ecuación 6-4): si el trabajo neto W realizado sobre un objeto es positivo, entonces aumenta la energía cinética del objeto. Si el trabajo neto W realizado sobre un objeto es negativo, su energía cinética disminuye. Si el trabajo neto realizado sobre el objeto es cero, su energía cinética permanece constante (lo que también significa que su rapidez es constante).

Si $W_{\text{neto}} > 0$, la EC aumenta.
Si $W_{\text{neto}} < 0$, la EC disminuye.

Por la conexión directa que existe entre trabajo y energía cinética (ecuación 6-4), la energía se mide en las mismas unidades que el trabajo: joules en unidades SI, erg en el cgs y pie-libra en el sistema inglés. Al igual que el trabajo, la energía cinética es una cantidad escalar. La energía cinética de un grupo de objetos es la suma de las energías cinéticas de cada objeto.

Unidad de energía: el joule.

EJEMPLO 6–4 **La EC y el trabajo realizado sobre una pelota de béisbol.** Una bola de béisbol de 145 g se lanza de modo que adquiere una rapidez de 25 m/s. *a*) ¿Cuál es su energía cinética? *b*) ¿Cuál fue el trabajo realizado sobre la bola para hacerla alcanzar esta rapidez, si partió desde el reposo?

PLANTEAMIENTO Se utiliza la definición de energía cinética (ecuación 6-3), y luego el principio trabajo-energía (ecuación 6-4).

SOLUCIÓN *a*) La energía cinética de la bola después del lanzamiento es

$$\text{EC} = \tfrac{1}{2}mv^2 = \tfrac{1}{2}(0.145\,\mathrm{kg})(25\,\mathrm{m/s})^2 = 45\,\mathrm{J}.$$

b) Como la energía cinética inicial fue cero, el trabajo neto realizado es justo igual a la energía cinética final, es decir, 45 J.

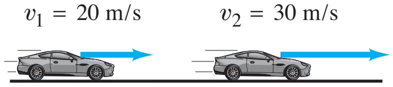
EJEMPLO 6–5 **Trabajo sobre un automóvil, para aumentar su EC.** ¿Cuánto trabajo neto se requiere para acelerar un automóvil de 1000 kg desde 20 m/s hasta 30 m/s (figura 6-9)?

PLANTEAMIENTO Para simplificar una situación compleja, trataremos al automóvil como una partícula o un objeto rígido simple. Entonces puede utilizarse el principio trabajo-energía.

SOLUCIÓN El trabajo neto necesario es igual al incremento en la energía cinética:

$$\begin{aligned} W &= \text{EC}_2 - \text{EC}_1 = \tfrac{1}{2}mv_2^2 - \tfrac{1}{2}mv_1^2 \\ &= \tfrac{1}{2}(1000\,\mathrm{kg})(30\,\mathrm{m/s})^2 - \tfrac{1}{2}(1000\,\mathrm{kg})(20\,\mathrm{m/s})^2 = 2.5 \times 10^5\,\mathrm{J}. \end{aligned}$$

FIGURA 6–9 Ejemplo 6–5.



NOTA Es posible que se sienta tentado a trabajar este ejemplo encontrando la fuerza y usando la ecuación 6-1. Sin embargo, eso no funcionará, porque no sabe a lo largo de qué distancia o durante cuánto tiempo fue acelerado el automóvil. De hecho, una gran fuerza pudo haber actuado a lo largo de una distancia corta, o quizá una pequeña fuerza actuó a lo largo de una gran distancia; ambas son capaces de realizar el mismo trabajo neto.

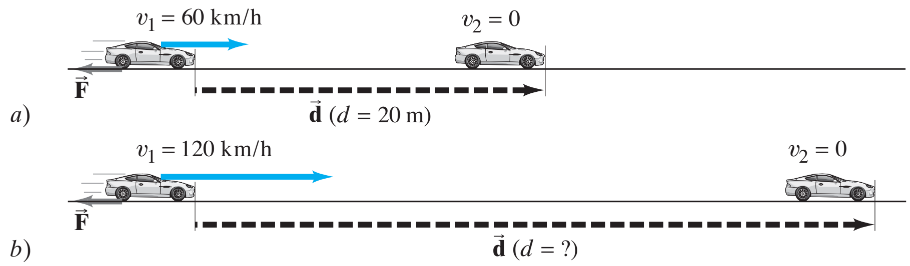


FIGURA 6–10 Ejemplo 6-6.

EJEMPLO CONCEPTUAL 6–6 **Trabajo para detener un automóvil.** Un automóvil que viaja a 60 km/h puede frenar hasta detenerse dentro de una distancia *d* de 20 m (figura 6-10*a*). Si el automóvil viaja el doble de rápido, es decir, a 120 km/h, ¿cuál es su distancia de frenado (figura 6-10*b*)? Se supone que la fuerza de frenado máxima es aproximadamente independiente de la rapidez.

RESPUESTA Como la fuerza de frenado *F* es aproximadamente constante, el trabajo necesario para detener el automóvil, *Fd*, es proporcional a la distancia recorrida. Se aplica el principio trabajo-energía, pero considerando que $\vec{\mathbf{F}}$ y $\vec{\mathbf{d}}$ están en direcciones opuestas y que la rapidez final del automóvil es cero:

$$W_{\text{neto}} = Fd\cos 180° = -Fd.$$

Entonces

$$-Fd = \Delta\text{EC} = \tfrac{1}{2}mv_2^2 - \tfrac{1}{2}mv_1^2$$
$$= 0 - \tfrac{1}{2}mv_1^2.$$

FÍSICA APLICADA
Distancia de frenado de un automóvil ∝ rapidez inicial al cuadrado

Por tanto, como la fuerza y la masa son constantes, se sabe que la distancia de frenado, *d*, aumenta con el cuadrado de la rapidez:

$$d \propto v^2.$$

Si la rapidez inicial del automóvil se duplica, la distancia de frenado es $(2)^2 = 4$ veces mayor, esto es, 80 m.

EJERCICIO B ¿La energía cinética puede ser negativa alguna vez?

6–4 Energía potencial

Energía potencial

Acabamos de analizar cómo es que un objeto tiene energía en virtud de su movimiento, a lo que se le llama energía cinética. Pero también es posible tener **energía potencial**, que es la energía asociada con las fuerzas que dependen de la posición o configuración de un objeto (u objetos) en relación con su entorno. Existen varios tipos de energía potencial (EP), y cada uno está asociado con una fuerza particular.

El resorte de un juguete de cuerda es un ejemplo de un objeto con energía potencial. El resorte adquirió su energía potencial gracias al trabajo que *sobre* él realizó la persona que dio cuerda al juguete. Conforme el resorte se desenrolla, ejerce una fuerza y efectúa trabajo para hacer que el juguete se mueva.

EP gravitacional

Quizá el ejemplo más común de energía potencial sea la *energía potencial gravitacional*. Un pesado ladrillo que se mantiene elevado en el aire tiene energía potencial en virtud de su posición en relación con la Tierra. El ladrillo elevado tiene la capacidad de realizar trabajo, por lo que, si es liberado, caerá hacia el suelo por la fuerza gravitacional, y puede realizar trabajo sobre, por ejemplo, una estaca a la que clavará en el suelo. Busquemos ahora la forma para la energía potencial gravitacional de un objeto cerca de la superficie de la Tierra. Para que un objeto de masa *m* se eleve verticalmente, sobre él debe aplicarse una fuerza ascendente (por ejemplo, por la mano de una persona) y que sea por lo menos igual a su peso, *mg*. Para elevarlo sin aceleración un desplazamiento vertical de altura *h*, desde la posición y_1 hasta la y_2

en la figura 6-11 (la dirección hacia arriba es positiva), una persona debe realizar trabajo igual al producto de la fuerza externa necesaria, $F_{\text{ext}} = mg$ hacia arriba, y el desplazamiento vertical h. Esto es,

$$\begin{aligned} W_{\text{ext}} &= F_{\text{ext}}\, d \cos 0° = mgh \\ &= mg(y_2 - y_1). \end{aligned} \qquad \textbf{(6–5a)}$$

La gravedad también actúa sobre el objeto conforme se mueve desde y_1 hasta y_2, y realiza trabajo sobre él igual a

$$W_{\text{G}} = F_{\text{G}}\, d \cos\theta = mgh \cos 180°,$$

donde $\theta = 180°$ porque $\vec{\mathbf{F}}_{\text{G}}$ y $\vec{\mathbf{d}}$ apuntan en direcciones opuestas. De este modo

$$\begin{aligned} W_{\text{G}} &= -mgh \\ &= -mg(y_2 - y_1). \end{aligned} \qquad \textbf{(6–5b)}$$

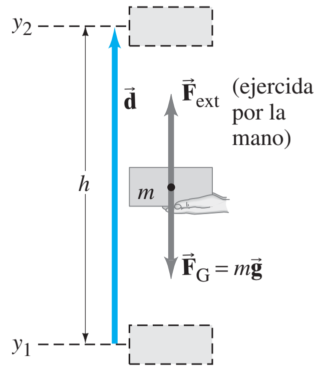


FIGURA 6–11 Una persona ejerce una fuerza ascendente $F_{\text{ext}} = mg$ para elevar un ladrillo desde y_1 hasta y_2.

Si ahora se permite que el objeto parta del reposo y se le deja en caída libre bajo la acción de la gravedad, adquiere una velocidad dada por $v^2 = 2gh$ (ecuación 2-11c) después de caer una altura h. Entonces tiene energía cinética $\frac{1}{2}mv^2 = \frac{1}{2}m(2gh) = mgh$, y, si golpea una estaca, puede realizar trabajo sobre ella igual a mgh (principio trabajo-energía). Así, para elevar un objeto de masa m a una altura h se *requiere* una cantidad de trabajo igual a mgh (ecuación 6-5a). Y, una vez en la altura h, el objeto tiene la *capacidad* de realizar una cantidad de trabajo igual a mgh.

Por tanto, la **energía potencial gravitacional** de un objeto, debida a la gravedad de la Tierra, se define como el producto del peso mg del objeto y su altura y sobre cierto nivel de referencia (como el suelo):

$$\text{EP}_{\text{grav}} = mgy. \qquad \textbf{(6–6)}$$

EP gravitacional

Cuanto más alto esté con respecto al piso, el objeto tendrá más energía potencial gravitacional. Ahora se combina la ecuación 6-5a con la 6-6:

$$\begin{aligned} W_{\text{ext}} &= mg(y_2 - y_1) \\ W_{\text{ext}} &= \text{EP}_2 - \text{EP}_1 = \Delta\text{EP}. \end{aligned} \qquad \textbf{(6–7a)}$$

Esto es, el trabajo efectuado por una fuerza externa para mover al objeto de masa m desde el punto 1 hasta el punto 2 (sin aceleración) es igual al cambio en la energía potencial entre las posiciones 1 y 2.

De manera alternativa, se puede expresar el cambio en la energía potencial, ΔEP, en términos del trabajo realizado por la gravedad misma. Comenzando por la ecuación 6-5b, se obtiene

$$\begin{aligned} W_{\text{G}} &= -mg(y_2 - y_1) \\ W_{\text{G}} &= -(\text{EP}_2 - \text{EP}_1) = -\Delta\text{EP}. \end{aligned} \qquad \textbf{(6–7b)}$$

Esto es, el trabajo realizado por la gravedad conforme el objeto de masa m se mueve desde el punto 1 hasta el punto 2 es igual al negativo de la diferencia en la energía potencial entre las posiciones 1 y 2.

PRECAUCIÓN
La energía potencial pertenece a un sistema, no a un objeto particular.

La energía potencial pertenece a un sistema y no a un solo objeto en particular. La energía potencial está asociada con una fuerza, y una fuerza sobre un objeto siempre la ejerce algún otro objeto. Por eso, la energía potencial es una propiedad del sistema como un todo. Para un objeto elevado a una altura y sobre la superficie de la Tierra, el cambio en la energía potencial gravitacional es mgy. Aquí el sistema es el objeto más la Tierra, y las propiedades de ambos están implicadas: objeto (m) y Tierra (g).

La energía potencial gravitacional depende de la *altura vertical* del objeto *sobre algún nivel de referencia* (ecuación 6-6). En algunas situaciones, es posible que se pregunte desde qué punto hay que medir la altura y. La energía potencial gravitacional de un libro que se mantiene elevado sobre una mesa, por ejemplo, depende de si se mide y desde lo alto de la mesa, desde el suelo o desde algún otro punto de referencia. Lo que es físicamente importante en cualquier situación es el *cambio* en la

PRECAUCIÓN

Lo que es físicamente significativo es el cambio en la EP.

energía potencial, ΔEP, porque esto es lo que está relacionado con el trabajo efectuado (ecuaciones 6-7); y es ΔEP lo que se puede medir. En consecuencia, se elige medir y desde cualquier punto de referencia que sea conveniente, pero hay que elegir el punto de referencia al principio y ser consistente a través de todo el cálculo. El *cambio* en la energía potencial entre dos puntos cualesquiera no depende de esta elección.

La EP gravitacional depende de la altura vertical.

Un resultado importante que se analizó anteriormente (véase el ejemplo 6-2 y la figura 6-4) tiene relación con la fuerza de gravedad, que sólo realiza trabajo en la dirección vertical: el trabajo efectuado por la gravedad sólo depende de la altura vertical h y no de la trayectoria seguida, ya sea que se trate de un movimiento puramente vertical o, por ejemplo, de un movimiento a lo largo de un plano inclinado. Así, a partir de las ecuaciones 6-7, puede verse que los cambios en la energía potencial gravitacional sólo dependen del cambio en la altura vertical y no de la trayectoria seguida.

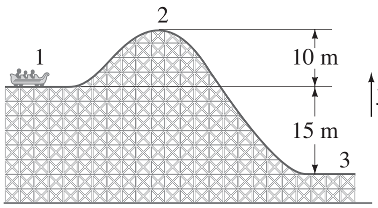


FIGURA 6–12 Ejemplo 6–7.

EJEMPLO 6–7 Cambios en la energía potencial para una montaña rusa. Un carro de montaña rusa de 1000 kg se mueve desde el punto 1 (figura 6-12) hasta el punto 2 y luego hasta el punto 3. *a*) ¿Cuál es la energía potencial gravitacional en los puntos 2 y 3 en relación con el punto 1? Es decir, se considera $y = 0$ en el punto 1. *b*) ¿Cuál es el cambio en la energía potencial cuando el carro va desde el punto 2 hasta el 3? *c*) Repita los incisos *a*) y *b*), pero ahora tome como punto de referencia ($y = 0$) el punto 3.

PLANTEAMIENTO Lo que interesa es la energía potencial del sistema carro-Tierra. Se considera que la dirección y positiva es hacia arriba y se utiliza la definición de energía potencial gravitacional para calcular la EP.

SOLUCIÓN *a*) Se miden las alturas desde el punto 1, lo que inicialmente significa que la energía potencial gravitacional es cero. En el punto 2, donde $y_2 = 10$ m,

$$\mathrm{EP}_2 = mgy_2 = (1000\,\mathrm{kg})(9.8\,\mathrm{m/s^2})(10\,\mathrm{m}) = 9.8 \times 10^4\,\mathrm{J}.$$

En el punto 3, $y_3 = -15$ m, puesto que el punto 3 está debajo del punto 1. En consecuencia,

$$\mathrm{EP}_3 = mgy_3 = (1000\,\mathrm{kg})(9.8\,\mathrm{m/s^2})(-15\,\mathrm{m}) = -1.5 \times 10^5\,\mathrm{J}.$$

b) Al ir del punto 2 al 3, el cambio en la energía potencial ($\mathrm{EP}_{\mathrm{final}} - \mathrm{EP}_{\mathrm{inicial}}$) es

$$\begin{aligned}\mathrm{EP}_3 - \mathrm{EP}_2 &= (-1.5 \times 10^5\,\mathrm{J}) - (9.8 \times 10^4\,\mathrm{J})\\ &= -2.5 \times 10^5\,\mathrm{J}.\end{aligned}$$

La energía potencial gravitacional disminuye en 2.5×10^5 J.

c) En este caso, $y_1 = +15$ m en el punto 1, de modo que la energía potencial inicialmente (en el punto 1) es

$$\mathrm{EP}_1 = (1000\,\mathrm{kg})(9.8\,\mathrm{m/s^2})(15\,\mathrm{m}) = 1.5 \times 10^5\,\mathrm{J}.$$

En el punto 2, $y_2 = 25$ m, así que la energía potencial es

$$\mathrm{EP}_2 = 2.5 \times 10^5\,\mathrm{J}.$$

En el punto 3, $y_3 = 0$, así que la energía potencial es cero. El cambio en la energía potencial al ir desde el punto 2 hasta el 3 es

$$\mathrm{EP}_3 - \mathrm{EP}_2 = 0 - 2.5 \times 10^5\,\mathrm{J} = -2.5 \times 10^5\,\mathrm{J},$$

que es lo mismo que en el inciso *b*).

Definición general de EP

Existen otros tipos de energía potencial además de la gravitacional. Cada forma de energía potencial está asociada con una fuerza particular y se puede definir de manera análoga a la energía potencial gravitacional. En general, el *cambio en la energía potencial asociado con una fuerza particular es igual al negativo del trabajo efectuado por dicha fuerza si el objeto se mueve desde un punto hasta un segundo punto* (como en la ecuación 6-7b para la gravedad). De manera alternativa, a partir de la tercera ley de Newton, se puede definir el *cambio en la energía potencial como el trabajo que se requiere de una fuerza externa para mover al objeto sin aceleración entre los dos puntos*, como en la ecuación 6-7a.

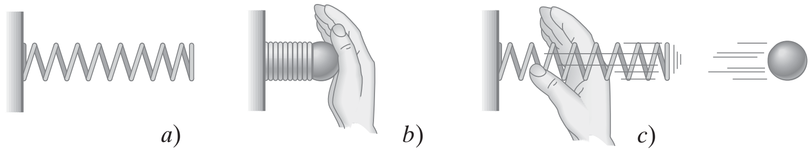


FIGURA 6–13 *a*) Un resorte puede almacenar energía (EP elástica) cuando se le comprime como en *b*) y puede realizar trabajo cuando se le libera como en *c*).

EP de un resorte elástico

Consideremos ahora otro tipo de energía potencial, la asociada con los materiales elásticos. Esto incluye una gran variedad de aplicaciones prácticas. Piense, por ejemplo, en el simple resorte de alambre que se ilustra en la figura 6-13. El resorte tiene energía potencial cuando se le comprime (o alarga) de modo que, cuando se le libera, puede realizar trabajo sobre una pelota, como se observa. Para mantener un resorte alargado o comprimido una cantidad x desde su longitud natural o de equilibrio (sin deformar), se requiere que la mano ejerza una fuerza sobre el resorte, F_P, que es directamente proporcional a x. Esto es,

$$F_P = kx,$$

donde k es una constante, conocida como *constante de rigidez de resorte* y es una medida particular de la rigidez del resorte. El resorte alargado o comprimido ejerce una fuerza F_R en la dirección opuesta sobre la mano, como se observa en la figura 6-14:

$$F_S = -kx. \qquad \textbf{(6–8)}$$

A esta fuerza a veces se le llama “fuerza restauradora” porque el resorte ejerce su fuerza en la dirección opuesta al desplazamiento (de ahí el signo menos), y actúa para regresarlo a su longitud natural. La ecuación 6-8 se conoce como la **ecuación del resorte** o como **ley de Hooke**, y es precisa para resortes en tanto x no sea demasiado grande.

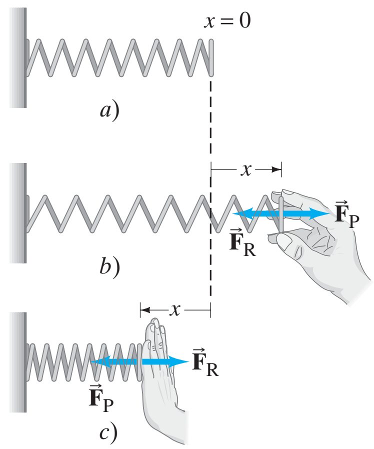


FIGURA 6–14 *a*) Resorte en posición natural (sin alargar). *b*) Una persona alarga el resorte al ejercer una fuerza $\vec{\mathbf{F}}_P$ hacia la derecha (dirección positiva). El resorte jala de vuelta con una fuerza $\vec{\mathbf{F}}_R$, donde $F_R = -kx$. *c*) La persona comprime el resorte ($x < 0$) al ejercer una fuerza $\vec{\mathbf{F}}_P$ hacia la izquierda; el resorte empuja de vuelta con una fuerza $F_R = -kx$, donde $F_R > 0$ porque $x < 0$.

Para calcular la energía potencial de un resorte estirado, vamos a determinar el trabajo que se requiere para estirarlo (figura 6-14*b*). Tal vez quiera emplear la ecuación 6-1 para el trabajo que se realiza sobre él, $W = Fx$, donde x es la cantidad que se estira desde su longitud natural. Pero esto sería incorrecto dado que la fuerza F_P ($= kx$) no es constante, sino que varía con la distancia, y se vuelve mayor conforme el resorte se estira cada vez más, como se muestra gráficamente en la figura 6-15. De modo que hay que usar la fuerza promedio $\overline{F}$. Puesto que F_P varía linealmente (desde cero en la posición natural, hasta kx cuando se estira hasta x), la fuerza promedio es $\overline{F} = \frac{1}{2}[0 + kx] = \frac{1}{2}kx$, donde x aquí es la cantidad final estirada (que se designa como x_f en la figura 6-15 para mayor claridad). Entonces, el trabajo realizado es

$$W = \overline{F}x = \left(\tfrac{1}{2}kx\right)(x) = \tfrac{1}{2}kx^2.$$

Entonces, la **energía potencial elástica** es proporcional al cuadrado de la cantidad estirada:

$$\boxed{\text{EP elástica} = \tfrac{1}{2}kx^2.} \qquad \textbf{(6–9)}$$

EP elástica

Si un resorte se *comprime* una distancia x desde su longitud natural, la fuerza promedio una vez más es $\overline{F} = \frac{1}{2}kx$, y de nuevo la energía potencial está dada por la ecuación 6-9. En consecuencia, x puede ser la cantidad comprimida o la cantidad estirada desde la longitud natural del resorte.† Note que, en el caso de un resorte, el punto de referencia para EP cero se elige en la posición natural del resorte.

†También se puede obtener la ecuación 6-9 a partir de la sección 6-2. El trabajo realizado, y por tanto ΔEP, es igual al área bajo la gráfica de F contra x en la figura 6-15. Esta área es un triángulo (sombreado en la figura 6-15) de altura kx y base x, por lo que su área (como para todo triángulo) es igual a $\frac{1}{2}(kx)(x) = \frac{1}{2}kx^2$.

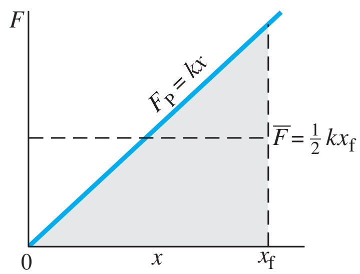


FIGURA 6–15 Conforme un resorte se estira (o comprime), la fuerza necesaria aumenta linealmente a medida que x aumenta: gráfica de $F = kx$ contra x desde $x = 0$ hasta $x = x_f$.

En cada uno de los ejemplos anteriores de energía potencial (desde un ladrillo sostenido a una altura y hasta un resorte estirado o comprimido), un objeto tiene la capacidad o *potencial* de efectuar trabajo aun cuando en realidad no lo esté realizando. Estos ejemplos muestran que la energía se puede *almacenar*, para uso posterior, en la forma de energía potencial (figura 6-13, por ejemplo, para un resorte).

Es importante hacer notar que existe una única fórmula universal para la energía cinética de traslación de un objeto, $\frac{1}{2}mv^2$, pero no existe una fórmula única para energía potencial. En vez de ello, la forma matemática de la energía potencial depende de la fuerza implicada.

6–5 Fuerzas conservativas y no conservativas

El trabajo realizado contra la gravedad al mover un objeto desde un punto hasta otro no depende de la trayectoria que se siga. Por ejemplo, toma el mismo trabajo ($= mgy$) elevar un objeto de masa m verticalmente una cierta altura que llevarlo hacia arriba por un plano inclinado sin frición de la misma altura vertical, como en la figura 6-4 (ejemplo 6-2). Las fuerzas como la gravedad, para las que el trabajo efectuado no depende de la trayectoria que se siga, sino sólo de las posiciones inicial y final, se llaman **fuerzas conservativas**. La fuerza elástica de un resorte (u otro material elástico) en el que $F = -kx$, también es una fuerza conservativa. Un objeto que parte en un punto determinado y regresa a ese mismo punto bajo la acción de una fuerza conservativa no tiene trabajo neto aplicado sobre él porque la energía potencial es la misma al principio y al final del trayecto.

La fricción, por otra parte, es una **fuerza no conservativa** porque el trabajo que realiza depende de la trayectoria. Por ejemplo, cuando una caja se mueve a través de un piso desde un punto a otro, el trabajo realizado depende de si la trayectoria seguida es recta, curva o en zigzag. Como se observa en la figura 6-16, si una caja se empuja desde el punto 1 hasta el punto 2 a lo largo de una trayectoria semicircular (más larga) en lugar de seguir la trayectoria recta, se realiza más trabajo para vencer la fricción. Esto se debe a la mayor distancia y, a diferencia de la fuerza gravitacional, a que la fuerza de fricción siempre está en dirección opuesta a la del movimiento. (El término $\cos\theta$ en la ecuación 6-1 siempre es, para la fuerza de fricción, $\cos 180° = -1$ en todos los puntos de la trayectoria). Así que el trabajo realizado por la fricción en la figura 6-16 no depende *sólo* de los puntos 1 y 2. Otras fuerzas que son no conservativas incluyen la fuerza ejercida por una persona y la tensión sobre una cuerda (tabla 6-1).

TABLA 6–1 Fuerzas conservativas y no conservativas

Fuerzas conservativas	Fuerzas no conservativas
Gravitacional	Fricción
Elástica	Resistencia del aire
Eléctrica	Tensión sobre una cuerda
	Motor o propulsión de un cohete
	Empujón o jalón de una persona

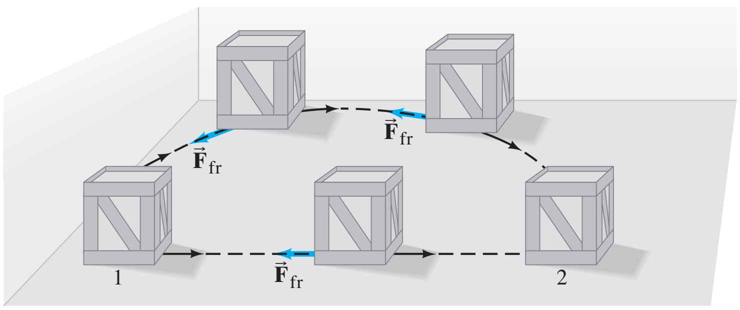


FIGURA 6–16 Una caja se empuja por el suelo desde la posición 1 hasta la posición 2 a través de dos trayectorias, una recta y otra curva. La fuerza de fricción siempre está exactamente en la dirección opuesta a la del movimiento. Por tanto, para una fuerza de fricción con magnitud constante, $W_{fr} = -F_{fr}d$, de modo que si d es mayor (como para la trayectoria curva), entonces W es mayor. El trabajo realizado no depende sólo de los puntos 1 y 2.

Como la energía potencial es energía asociada con la posición o configuración de los objetos, sólo tiene sentido si puede establecerse de manera única para un punto dado. Esto no se puede hacer con las fuerzas no conservativas porque el trabajo realizado depende de la trayectoria seguida (como en la figura 6-16). En consecuencia, *la energía potencial sólo se puede definir para una fuerza conservativa*. Por eso, aunque la energía potencial siempre está asociada con una fuerza, no todas las fuerzas tienen una energía potencial. Por ejemplo, no existe energía potencial para la fricción.

La EP sólo está definida para una fuerza conservativa.
No existe energía potencial para la fricción.

EJERCICIO C Un objeto sobre el que actúa una fuerza constante F se mueve desde el punto 1 hasta el punto 2 y luego de regreso. El trabajo realizado por la fuerza F en el trayecto completo es de 60 J. ¿A partir de esta información puede determinar si F es una fuerza conservativa o una no conservativa?

Ahora es posible extender el **principio trabajo-energía** (que se explicó en la sección 6-3) para incluir la energía potencial. Supongamos que varias fuerzas actúan sobre un objeto que puede experimentar movimiento de traslación. Y supongamos que sólo algunas de esas fuerzas son conservativas. El trabajo total (neto) W_{neto} será la suma del trabajo realizado por las fuerzas conservativas, W_C, y el trabajo realizado por las fuerzas no conservativas, W_{NC}:

$$W_{\text{neto}} = W_C + W_{NC}.$$

Entonces, a partir del principio trabajo-energía (ecuación 6-4), se tiene

$$W_{\text{neto}} = \Delta \text{EC}$$
$$W_C + W_{NC} = \Delta \text{EC}$$

donde $\Delta\text{EC} = \text{EC}_2 - \text{EC}_1$. Entonces

$$W_{NC} = \Delta\text{EC} - W_C.$$

El trabajo realizado por una fuerza conservativa se puede expresar en términos de energía potencial, como vimos en la ecuación 6-7b para la energía potencial gravitacional:

$$W_C = -\Delta\text{EP}.$$

Al combinar estas últimas dos ecuaciones:

$$W_{NC} = \Delta\text{EC} + \Delta\text{EP}. \tag{6–10}$$

PRINCIPIO TRABAJO-ENERGÍA (forma general)

Por tanto, *el trabajo W_{NC} realizado por las fuerzas no conservativas que actúan sobre un objeto es igual al cambio total en las energías cinética y potencial*.

Es necesario resaltar que en la ecuación 6-10 hay que incluir *todas* las fuerzas que actúan sobre un objeto, ya sea en el término de energía potencial a la derecha (si se trata de una fuerza conservativa) o en el término trabajo a la izquierda (¡pero no en ambos!).

6–6 Energía mecánica y su conservación

Si en un sistema sólo actúan fuerzas conservativas, se llega a una relación particularmente simple y maravillosa en la que interviene la energía.

Cuando están presentes fuerzas no conservativas, entonces $W_{NC} = 0$ en la ecuación 6-10, la forma general del principio trabajo-energía. Así, se tiene

$$\Delta\text{EC} + \Delta\text{EP} = 0 \qquad \begin{bmatrix}\text{sólo fuerzas}\\ \text{conservativas}\end{bmatrix} \tag{6–11a}$$

o

$$(\text{EC}_2 - \text{EC}_1) + (\text{EP}_2 - \text{EP}_1) = 0 \qquad \begin{bmatrix}\text{sólo fuerzas}\\ \text{conservativas}\end{bmatrix} \tag{6–11b}$$

Ahora se define una cantidad E, llamada **energía mecánica total** del sistema, como la suma de las energías cinética y potencial en cualquier momento:

$$E = \text{KE} + \text{PE}.$$

Definición de energía mecánica total

Ahora la ecuación 6-11b se puede escribir como

$$\text{EC}_2 + \text{EP}_2 = \text{EC}_1 + \text{EP}_1 \qquad \begin{bmatrix}\text{sólo fuerzas}\\ \text{conservativas}\end{bmatrix} \tag{6–12a}$$

o

$$E_2 = E_1 = \text{constante.} \qquad \begin{bmatrix}\text{sólo fuerzas}\\ \text{conservativas}\end{bmatrix} \tag{6–12b}$$

CONSERVACIÓN DE LA ENERGÍA MECÁNICA

Las ecuaciones 6-12 expresan un principio útil y profundo que tiene que ver con la energía mecánica total de un sistema: que es una **cantidad que se conserva**. La energía mecánica total E permanece constante en tanto no actúen fuerzas no conservativas: $(\text{EC} + \text{EP})$ en algún momento inicial 1 es igual a $(\text{EC} + \text{EP})$ en cualquier momento ulterior 2.

Para decirlo de otra forma, la ecuación 6-11a sostiene que $\Delta\text{EP} = -\Delta\text{EC}$; esto es, si la energía cinética EC de un sistema aumenta, entonces la energía potencial EP debe disminuir en una cantidad equivalente para compensar. De esta forma, el total, $\text{EC} + \text{EP}$, permanece constante:

Si sólo actúan fuerzas conservativas, la energía mecánica total de un sistema no aumenta ni disminuye en ningún proceso. Permanece constante, es decir, se conserva.

CONSERVACIÓN DE LA ENERGÍA MECÁNICA

Éste es el **principio de conservación de la energía mecánica** para fuerzas conservativas.

En la siguiente sección se podrá constatar la gran utilidad del principio de conservación de la energía mecánica en varias situaciones, y cómo con frecuencia es más fácil de usar que las ecuaciones cinemáticas o las leyes de Newton. Después de ello se analizará cómo se pueden incluir otras formas de energía en la ley general de conservación de la energía, como la asociada con fuerzas no conservativas.

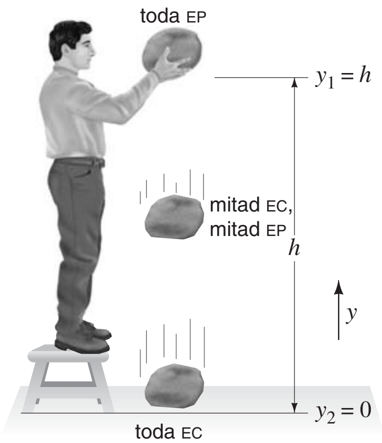


FIGURA 6–17 Mientras cae una roca, su energía potencial cambia a energía cinética.

6–7 Resolución de problemas a partir de la conservación de la energía mecánica

Un ejemplo simple de la conservación de la energía mecánica (considerando despreciable la resistencia del aire) es una roca a la que se le deja caer bajo la acción de la gravedad desde una altura h sobre el suelo, como se ilustra en la figura 6-17. Si la roca parte desde el reposo, toda la energía inicial es energía potencial. Conforme la roca va en descenso, la energía potencial disminuye (puesto que y disminuye), pero la energía cinética de la roca aumenta para compensar, de modo que la suma de las dos permanece constante. En cualquier punto a lo largo de la trayectoria, la energía mecánica total está dada por

$$E = \text{EC} + \text{EP} = \tfrac{1}{2}mv^2 + mgy$$

donde y es la altura de la roca sobre el suelo en un instante dado y v es su rapidez en ese punto. Si se deja que el subíndice 1 represente la roca en un punto a lo largo de su trayectoria (por ejemplo, el punto inicial) y que el subíndice 2 represente algún otro punto, entonces se puede escribir

energía mecánica total en el punto 1 = energía mecánica total en el punto 2

o (véase también la ecuación 6-12a)

Conservación de la energía mecánica cuando sólo actúa la gravedad

$$\tfrac{1}{2}mv_1^2 + mgy_1 = \tfrac{1}{2}mv_2^2 + mgy_2. \qquad [\text{sólo EP gravitacional}] \quad \textbf{(6–13)}$$

Justo antes de que la roca golpee el suelo, donde $y = 0$, toda la energía potencial inicial se habrá transformado en energía cinética.

EJEMPLO 6–8 Caída libre de una roca. Si la altura original de la roca en la figura 6-17 es $y_1 = h = 3.0$ m, calcule la rapidez de la roca cuando va a 1.0 m sobre el suelo.

PLANTEAMIENTO Un planteamiento es usar las ecuaciones cinemáticas del capítulo 2. En vez de ello, se aplicará el principio de conservación de energía mecánica (ecuación 6-13) suponiendo que sobre la roca sólo actúa la gravedad. Se elige el suelo como el nivel de referencia ($y = 0$).

SOLUCIÓN En el momento de liberación (punto 1) la roca se encuentra en la posición $y_1 = 3.0$ m y está en reposo: $v_1 = 0$. Se desea encontrar v_2 cuando la roca esté en la posición $y_2 = 1.0$ m. La ecuación 6-13 da

$$\tfrac{1}{2}mv_1^2 + mgy_1 = \tfrac{1}{2}mv_2^2 + mgy_2.$$

Las m se cancelan; si se establece que $v_1 = 0$ y se resuelve para v_2^2, se encuentra

$$\begin{aligned} v_2^2 &= 2g(y_1 - y_2) \\ &= 2(9.8\ \text{m/s}^2)[(3.0\ \text{m}) - (1.0\ \text{m})] = 39.2\ \text{m}^2/\text{s}^2, \end{aligned}$$

y

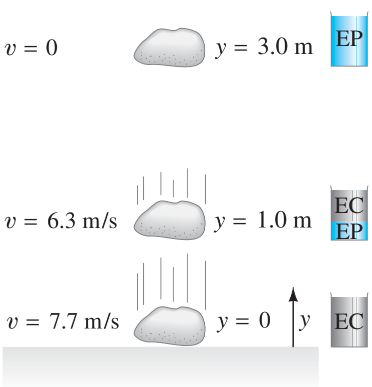
$$v_2 = \sqrt{39.2}\ \text{m/s} = 6.3\ \text{m/s}.$$

La rapidez de la roca cuando está 1.0 m sobre el suelo es 6.3 m/s hacia abajo.

NOTA La velocidad en el punto 2 es independiente de la masa de la roca.

EJERCICIO D Resuelva el ejemplo 6-8 mediante el principio trabajo-energía aplicado a la roca, sin el concepto de energía potencial. Enuncie todas las ecuaciones que utilice, comenzando con la ecuación 6-4.

FIGURA 6–18 Cubetas de energía (para el ejemplo 6-8). La energía cinética se indica con gris y la energía potencial con azul. El total (EC + EP) es el mismo para los tres puntos que se representan. La rapidez en $y = 0$, justo antes de que la roca golpee el suelo, es $\sqrt{2(9.8\ \text{m/s}^2)(3.0\ \text{m})} = 7.7\ \text{m/s}$.



Una forma simple de visualizar la conservación de la energía es con la ayuda de una “cubeta de energía”, como la que se ilustra en la figura 6-18. Por ejemplo, en cada punto de la caída de la roca, la cantidad de energía cinética y energía potencial se indica como si hubiese dos materiales de diferentes colores en la cubeta. La cantidad total de material en la cubeta (= energía mecánica total) permanece constante.

La ecuación 6-13 se puede aplicar a cualquier objeto que se mueva sin fricción bajo la acción de la gravedad. Por ejemplo, en la figura 6-19 se representa un carro de montaña rusa que parte del reposo en lo alto de una colina y avanza sin fricción hasta el fondo, para luego subir la colina en el otro lado.† Inicialmente, el carro sólo tiene energía potencial. Conforme avanza hacia abajo de la colina, pierde energía potencial y gana energía cinética, pero la suma de las dos permanece constante. En el fondo de la colina tiene su máxima energía cinética; conforme asciende al otro lado, la energía cinética cambia de vuelta a energía potencial. Cuando el carro llega de nuevo al reposo, toda su energía será potencial. Como la energía potencial es proporcional a la altura vertical, por el principio de la conservación de la energía se sabe que (en ausencia de fricción) el carro llegará al reposo a una altura igual a su altura original. Si las dos colinas tienen la misma altura, tan pronto como el carro alcance la parte alta de la segunda colina, se detendrá. Si la segunda colina es más baja que la primera, no toda la energía cinética del carro se transformará en energía potencial y el carro podrá continuar sobre la cima y bajar por el otro lado. Si, en lugar de eso, la segunda colina es más alta, el carro sólo alcanzará una altura igual a la que tenía originalmente en la primera colina. Esto es cierto (en ausencia de fricción) sin importar cuán inclinada sea la colina, ya que la energía potencial sólo depende de la altura vertical (ecuación 6-6).

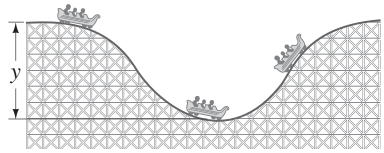


FIGURA 6–19 Un carro de montaña rusa que se mueve sin fricción ilustra la conservación de la energía mecánica.

La EP gravitacional depende de la altura vertical, no de la longitud de la trayectoria (ecuación 6-6).

EJEMPLO 6–9 Rapidez en una montaña rusa y la conservación de la energía. La altura de la colina en la figura 6-19 es de 40 m y el carro de la montaña rusa parte del reposo en lo alto. Calcule *a*) la rapidez del carro de montaña rusa en el fondo de la colina y *b*) a qué altura tendrá la mitad de esta rapidez. Considere $y = 0$ en el fondo de la colina.

PLANTEAMIENTO Se elige que el punto 1 esté donde el carro parte desde el reposo ($v_1 = 0$) en lo alto de la colina ($y_1 = 40$ m). El punto 2 se localiza en el fondo de la colina, que se elige como el nivel de referencia, de modo que $y_2 = 0$. Se utilizará la conservación de la energía mecánica.

SOLUCIÓN *a*) Se emplea la ecuación 6-13 con $v_1 = 0$ y $y_2 = 0$. Entonces

$$\tfrac{1}{2}mv_1^2 + mgy_1 = \tfrac{1}{2}mv_2^2 + mgy_2$$
$$mgy_1 = \tfrac{1}{2}mv_2^2.$$

Las m se cancelan y, si se establece que $y_1 = 40$ m, se encuentra

$$v_2 = \sqrt{2gy_1} = \sqrt{2(9.8\,\mathrm{m/s^2})(40\,\mathrm{m})} = 28\,\mathrm{m/s}.$$

b) Se utiliza de nuevo la conservación de la energía,

$$\tfrac{1}{2}mv_1^2 + mgy_1 = \tfrac{1}{2}mv_2^2 + mgy_2,$$

pero ahora $v_2 = 14$ m/s (la mitad de 28 m/s) y y_2 es desconocida. Se cancelan las m, se establece $v_1 = 0$ y se resuelve para y_2:

$$y_2 = y_1 - \frac{v_2^2}{2g} = 30\,\mathrm{m}.$$

Esto es, el carro tiene una rapidez de 14 m/s cuando está *vertical* a 30 metros sobre el punto más bajo, tanto cuando desciende por la colina izquierda como cuando asciende por la colina de la derecha.

NOTA Las matemáticas de este ejemplo casi son las mismas que las que se utilizan en el ejemplo 6-8. Pero existe una diferencia importante entre ellas. El ejemplo 6-8 pudo haberse resuelto a partir de fuerza, aceleración y las ecuaciones cinemáticas (ecuaciones 2-11). Pero aquí, donde el movimiento no es vertical, ese enfoque habría sido demasiado complicado, mientras que la conservación de la energía proporciona fácilmente la respuesta.

†Las fuerzas sobre el carro son la gravedad, la fuerza normal ejercida por la vía y la fricción (aquí, se supone que es cero). La fuerza normal actúa perpendicular a la vía; por tanto, siempre es perpendicular al movimiento y no realiza trabajo. En consecuencia, $W_{NC} = 0$ en la ecuación 6-10 (así que la energía mecánica se conserva) y se puede usar la ecuación 6-13 con la energía potencial gravitacional como la única energía potencial. En la sección 6-9 se verá cómo tratar con la fricción, cuando $W_{NC} \neq 0$.

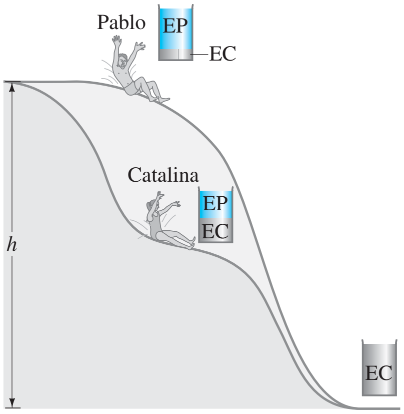


FIGURA 6–20 Ejemplo 6-10.

EJEMPLO CONCEPTUAL 6–10 **Rapidez en dos toboganes de agua.** Dos toboganes de agua localizados sobre una alberca tienen formas diferentes, pero poseen la misma longitud y comienzan en la misma altura h (figura 6-20). Dos personas, Pablo y Catalina, parten del reposo al mismo tiempo en diferentes toboganes. *a*) ¿Quién de ellos, Pablo o Catalina, va más rápido en el fondo? *b*) ¿Quién llega primero al fondo? Ignore la fricción.

RESPUESTA *a*) La energía potencial inicial mgh de cada persona se transforma en energía cinética, de modo que la rapidez v en el fondo se obtiene a partir de $\frac{1}{2}mv^2 = mgh$. Las masas se cancelan, así que la rapidez será la misma, sin importar la masa de la persona. Como descienden la misma altura vertical, terminarán con la misma rapidez

b) Note que Catalina consistentemente está en una elevación menor que la de Pablo en cualquier instante, hasta el fin. Esto significa que ella convierte más pronto su energía potencial en energía cinética. En consecuencia, Catalina viaja más rápido que Pablo durante todo el viaje, excepto hacia el final, cuando Pablo finalmente adquiere la misma rapidez. Como Catalina viaja más rápido durante todo el recorrido, y la distancia es la misma, ella llega primero al fondo.

EJERCICIO E Dos bolas se liberan desde la misma altura sobre el suelo. La bola A desciende en caída libre a través del aire, mientras que la bola B se desliza hasta el suelo sobre una pista curva sin fricción. ¿Cómo se compara la rapidez de las bolas cuando alcanzan el suelo?

RESOLUCIÓN DE PROBLEMAS
¿Qué usar: energía o leyes de Newton?

Es posible que en ocasiones se pregunte si un problema debe abordarse a partir de trabajo y energía, o más bien es conveniente utilizar las leyes de Newton. Como un lineamiento general, puede decirse que si las fuerzas implicadas son constantes, cualquier enfoque tendrá éxito. Si las fuerzas no son constantes, y/o la trayectoria no es simple, la energía es el enfoque más seguro.

FÍSICA APLICADA
Deportes

Existen muchos ejemplos interesantes de la conservación de energía en los deportes, como el salto con garrocha ilustrado en la figura 6-21. A menudo hay que hacer aproximaciones, pero la secuencia de los eventos en un panorama amplio para el salto con garrocha es la siguiente. La energía cinética inicial del atleta que corre se transforma en energía potencial elástica en la garrocha que se dobla y, conforme el atleta deja el suelo, en energía potencial gravitacional. Cuando el atleta alcanza la cima y la garrocha es recta de nuevo, toda la energía se ha transformado en energía potencial gravitacional (si se ignora la baja rapidez horizontal del atleta sobre la barra). La garrocha no suministra ninguna energía, pero actúa como dispositivo para *almacenar* energía y por eso ayuda en la transformación de la energía cinética en energía potencial gravitacional, que es el resultado neto. La energía que se requiere para pasar sobre la barra depende de cuán alto se eleve el centro de masa (CM) del atleta. Al doblar sus cuerpos, los saltadores con garrocha mantienen sus CM tan bajos que, de hecho, pueden pasar ligeramente por debajo de la barra (figura 6-22), lo que les permite cruzar sobre una barra más alta de lo que sería posible de otra manera. (El centro de masa se estudia en el capítulo 7).

FIGURA 6–21 Transformación de energía durante un salto con garrocha.

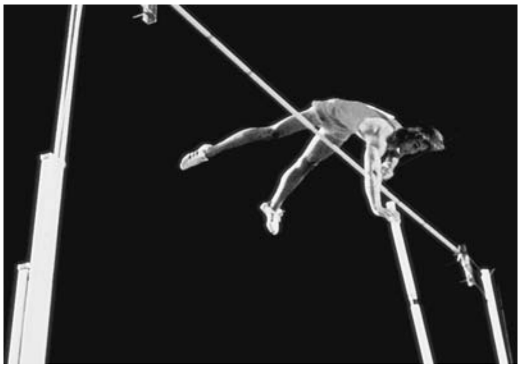


FIGURA 6–22 Al doblar sus cuerpos, los saltadores con garrocha mantienen sus centros de masa tan bajos que incluso pueden pasar por debajo de la barra. Al cambiar de esta forma su energía cinética (de correr) en energía potencial gravitacional ($= mgy$), los atletas pueden cruzar sobre una barra más elevada que si el cambio en energía potencial se lograse sin doblar el cuerpo.

Como otro ejemplo de la conservación de la energía mecánica, consideremos un objeto de masa m conectado a un resorte horizontal cuya masa se puede despreciar y cuya constante de resorte es k. La masa m tiene rapidez v en cualquier momento. La energía potencial del sistema (objeto más resorte) está dada por la ecuación 6-9, PE $= \frac{1}{2}kx^2$, donde x es el desplazamiento del resorte desde su longitud no estirada. Si no hay fricción ni fuerza que actúe, la conservación de la energía mecánica nos indica que

$$\tfrac{1}{2}mv_1^2 + \tfrac{1}{2}kx_1^2 = \tfrac{1}{2}mv_2^2 + \tfrac{1}{2}kx_2^2, \qquad \text{[sólo EP elástica]} \quad \mathbf{(6\text{–}14)}$$

Conservación de la energía mecánica cuando EP es elástica

donde los subíndices 1 y 2 se refieren a la velocidad y el desplazamiento en dos momentos diferentes.

EJEMPLO 6–11 **Pistola de dardos de juguete.** Un dardo de 0.100 kg de masa es presionado contra el resorte de una pistola de juguete como se observa en la figura 6-23*a*. El resorte (con constante de resorte $k = 250$ N/m) se comprime 6.0 cm y se libera. Si el dardo se libera del resorte cuando éste alcanza su longitud natural ($x = 0$), ¿qué rapidez adquiere el dardo?

PLANTEAMIENTO Inicialmente, el dardo está en reposo (punto 1), de modo que $\text{EC}_1 = 0$. Se ignora la fricción y se usa la conservación de la energía mecánica; la única energía potencial es elástica.

SOLUCIÓN Se emplea la ecuación 6-14 con el punto 1 en la máxima compresión del resorte, de modo que $v_1 = 0$ (el dardo todavía no se libera) y $x_1 = -0.060$ m. Se elige el punto 2 como el instante en que el dardo sale disparado desde el extremo del resorte (figura 6-23*b*), de modo que $x_2 = 0$ y se desea encontrar v_2. Así que la ecuación 6-14 se puede escribir

$$0 + \tfrac{1}{2}kx_1^2 = \tfrac{1}{2}mv_2^2 + 0.$$

Entonces

$$v_2^2 = \frac{kx_1^2}{m}$$

$$= \frac{(250\ \text{N/m})(-0.060\ \text{m})^2}{(0.100\ \text{kg})} = 9.0\ \text{m}^2/\text{s}^2$$

de modo que $v_2 = \sqrt{v_2^2} = 3.0\ \text{m/s}.$

NOTA En la dirección horizontal, la única fuerza sobre el dardo (despreciando la fricción) fue la fuerza ejercida por el resorte. Verticalmente, la gravedad fue equilibrada por la fuerza normal ejercida sobre el dardo por el cañón de la pistola. Después de dejar el cañón, el dardo seguirá una trayectoria de proyectil bajo la acción de la gravedad.

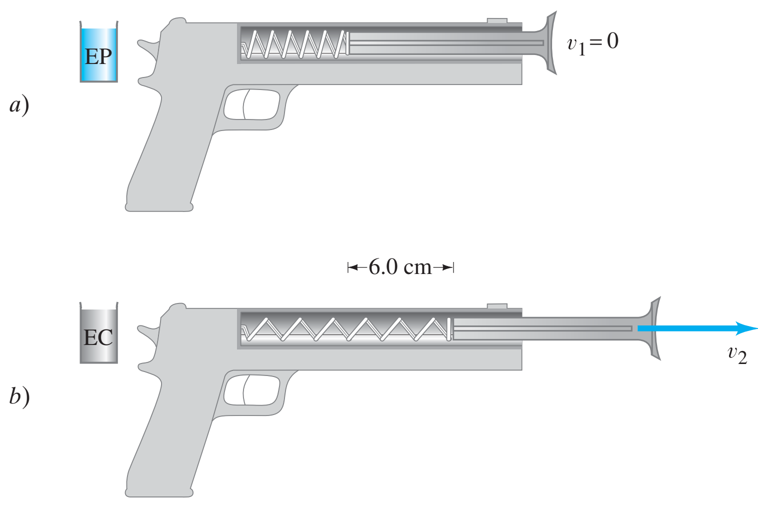


FIGURA 6–23 Ejemplo 6-11. *a*) El dardo se presiona contra el resorte comprimiéndolo 6.0 cm. Entonces el dardo se libera y en *b*) deja el resorte con velocidad v_2.

Ejemplo adicional

El siguiente ejemplo muestra cómo resolver un problema en el que participan dos tipos de energía potencial.

EJEMPLO 6–12 **Dos tipos de EP.** Una bola de masa $m = 2.60$ kg parte del reposo y cae una distancia vertical $h = 55.0$ cm antes de golpear un resorte vertical que se comprime una cantidad $Y = 15.0$ cm (figura 6-24). Determine la constante del resorte. Considere que el resorte tiene masa despreciable e ignore la resistencia del aire. Mida todas las distancias desde el punto donde la bola toca por primera vez al resorte no comprimido ($y = 0$ en este punto).

PLANTEAMIENTO Las fuerzas que actúan sobre la bola son el jalón gravitacional de la Tierra y la fuerza elástica ejercida por el resorte. Ambas fuerzas son conservativas, de modo que se puede usar la conservación de la energía mecánica, incluyendo a ambos tipos de energía potencial. Sin embargo, hay que tener cuidado: la gravedad actúa durante la caída (figura 6-24), mientras que la fuerza elástica no actúa sino hasta que la bola toca el resorte (figura 6-24*b*). Se elige y con dirección positiva hacia arriba y $y = 0$ en el extremo del resorte en su estado natural (no comprimido).

SOLUCIÓN La solución se divide en dos partes. (Después se presenta una solución alterna).

Parte 1: Primero se consideran los cambios en la energía conforme la bola cae desde una altura $y_1 = h = 0.55$ m (figura 6-24*a*) hasta $y_2 = 0$, justo cuando toca el resorte, figura 6-24*b*. El sistema es la bola sobre la que actúa la gravedad más el resorte, que hasta este momento no hace nada. Por tanto

$$\tfrac{1}{2}mv_1^2 + mgy_1 = \tfrac{1}{2}mv_2^2 + mgy_2$$
$$0 + mgh = \tfrac{1}{2}mv_2^2 + 0.$$

Se resuelve para $v_2 = \sqrt{2gh} = \sqrt{2(9.80\,\mathrm{m/s^2})(0.550\,\mathrm{m})} = 3.283\,\mathrm{m/s} \approx 3.28$ m/s. Ésta es la rapidez de la bola justo cuando toca la parte superior del resorte (figura 6-24*b*).

Parte 2: Observe en las figuras 6-24*b* y *c* lo que ocurre conforme la bola comprime al resorte. Ahora existen dos fuerzas conservativas sobre la bola: la gravedad y la fuerza del resorte. Así que la ecuación de conservación de la energía se convierte en

Conservación de la energía: gravedad y EP elástica.

$$E(\text{bola toca al resorte}) = E(\text{resorte comprimido})$$
$$\tfrac{1}{2}mv_2^2 + mgy_2 + \tfrac{1}{2}ky_2^2 = \tfrac{1}{2}mv_3^2 + mgy_3 + \tfrac{1}{2}ky_3^2.$$

El punto 2 se considera como el instante preciso en que la bola toca el resorte, así que $y_2 = 0$ y $v_2 = 3.283$ m/s (se conserva un dígito adicional por el momento). El punto 3 se considera como el punto en el que la bola llega al reposo (durante un instante) y el resorte está completamente comprimido, de modo que $v_3 = 0$ y $y_3 = -Y = -0.150$ m (dado). Al sustituir en la ecuación de energía que se anotó antes, se obtiene

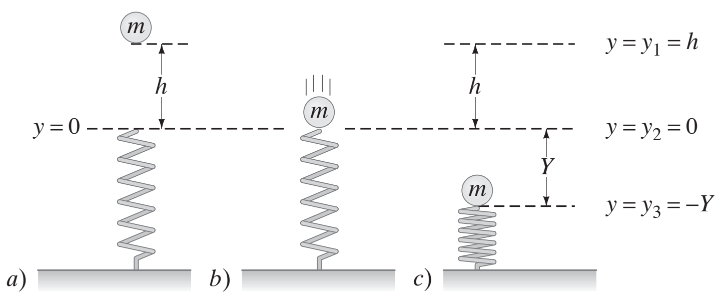
$$\tfrac{1}{2}mv_2^2 + 0 + 0 = 0 - mgY + \tfrac{1}{2}kY^2.$$

Se conocen m, v_2 y Y, así que se puede resolver para k:

$$k = \frac{2}{Y^2}\left[\tfrac{1}{2}mv_2^2 + mgY\right] = \frac{m}{Y^2}\left[v_2^2 + 2gY\right]$$
$$= \frac{(2.60\,\mathrm{kg})}{(0.150\,\mathrm{m})^2}\left[(3.283\,\mathrm{m/s})^2 + 2(9.80\,\mathrm{m/s^2})(0.150\,\mathrm{m})\right] = 1590\,\mathrm{N/m},$$

que es el resultado buscado.

FIGURA 6–24 Ejemplo 6-12.



Solución alterna En lugar de dividir la solución en dos partes, puede hacerse todo de una vez. Después de todo, se elige cuáles dos puntos usar a la izquierda y a la derecha de la ecuación de energía. Se escribe la ecuación de energía para los puntos 1 y 3 (figura 6-24). El punto 1 es el punto inicial justo antes de que la bola comience a caer (figura 6-24*a*), así que $v_1 = 0$, $y_1 = h = 0.550$ m; y el punto 3 es cuando el resorte está completamente comprimido (figura 6-24*c*), así que $v_3 = 0$, $y_3 = -Y = -0.150$ m. Las fuerzas sobre la bola en este proceso son la gravedad y, al menos parte del tiempo, el resorte. La conservación de energía dice

$$\begin{aligned} \tfrac{1}{2}mv_1^2 + mgy_1 + \tfrac{1}{2}k(0)^2 &= \tfrac{1}{2}mv_3^2 + mgy_3 + \tfrac{1}{2}ky_3^2 \\ 0 \quad + mgh + \quad 0 \quad &= \quad 0 \quad - mgY + \tfrac{1}{2}kY^2 \end{aligned}$$

donde se ha hecho $y = 0$ para el resorte en el punto 1 porque ahí no actúa y no está comprimido, ni alargado. Al resolver para k:

$$k = \frac{2\,mg(h + Y)}{Y^2} = \frac{2(2.60\,\mathrm{kg})(9.80\,\mathrm{m/s^2})(0.550\,\mathrm{m} + 0.150\,\mathrm{m})}{(0.150\,\mathrm{m})^2} = 1590\,\mathrm{N/m}$$

tal como en el primer método de solución.

RESOLUCIÓN DE PROBLEMAS
Solución alterna

6–8 Otras formas de energía; transformaciones de energía y la ley de conservación de la energía

Además de las energías cinética y potencial de los objetos ordinarios, también existen otras formas, como la energía eléctrica, la nuclear, la térmica y la energía química almacenada en los alimentos y combustibles. Con la irrupción de la teoría atómica, estas otras formas de energía se han considerado como energías cinética o potencial en el nivel atómico o molecular. Por ejemplo, de acuerdo con la teoría atómica, la energía térmica es la energía cinética de las moléculas que se mueven rápidamente: cuando se calienta un objeto, las moléculas que lo constituyen se mueven más rápido. Por otra parte, la energía almacenada en los alimentos y combustibles como la gasolina es energía potencial almacenada en virtud de las posiciones relativas de los átomos dentro de una molécula, que obedecen a fuerzas eléctricas entre los átomos (y que se conocen como enlaces químicos). Para que la energía de los enlaces químicos se pueda utilizar para realizar trabajo, se le debe liberar, por lo general, a través de reacciones químicas. Esto es análogo a un resorte comprimido que, cuando se libera, puede realizar trabajo. Las energías eléctrica, magnética y nuclear también se consideran ejemplos de energías cinética y potencial (o almacenada). En capítulos posteriores se estudiarán en detalle estas otras formas de energía.

La energía se puede transformar de una forma a otra, y ya se han mencionado varios ejemplos de esto. Una roca sostenida a una cierta altura en el aire tiene energía potencial; cuando cae, pierde energía potencial, pues su altura sobre el suelo disminuye. Al mismo tiempo, gana energía cinética, pues su velocidad aumenta. La energía potencial se ha transformado en energía cinética.

Con frecuencia, la transformación de energía implica una transferencia de energía de un objeto a otro. La energía potencial almacenada en el resorte de la figura 6-13*b* se transforma en energía cinética de la pelota (figura 6-13*c*). El agua en lo alto de una presa tiene energía potencial, que se transforma en energía cinética conforme el agua cae. En la base de la presa, la energía cinética del agua se puede transferir a las aspas de una turbina y posteriormente ser transformada en energía eléctrica, como se verá en un capítulo posterior. La energía potencial almacenada en un arco doblado se puede transformar en energía cinética de la flecha (figura 6-25).

FIGURA 6–25 Energía potencial de un arco doblado a punto de ser transformada en energía cinética de una flecha.

En cada uno de estos ejemplos, la transferencia de energía se acompaña con la realización de trabajo. El resorte de la figura 6-13 realiza trabajo sobre la pelota. El agua efectúa trabajo sobre las aspas de la turbina. Un arco realiza trabajo sobre una flecha. Esta observación nos permite comprender mejor la relación entre trabajo y energía: *cuando se transfiere energía de un objeto a otro, se realiza trabajo*.† Una persona que lanza una bola o empuja un carrito del supermercado son otros ejemplos. El trabajo realizado es una manifestación de la energía que se transfiere de la persona (proveniente, en última instancia, de la energía química de los alimentos) a la bola o al carrito.

Cuando se transfiere energía de un objeto a otro se realiza trabajo.

†Si los objetos están a diferentes temperaturas, puede fluir calor entre ellos. Consulte los capítulos 14 y 15.

Uno de los grandes resultados de la física es haber encontrado que, siempre que la energía se transfiere o transforma, no se gana ni pierde energía en el proceso.

Esta es la **ley de conservación de la energía**, uno de los más importantes principios de la física, que se puede enunciar del modo siguiente:

LEY DE CONSERVACIÓN DE LA ENERGÍA

En cualquier proceso, la energía total no aumenta ni disminuye. La energía se puede transformar de una forma a otra, y transferir de un objeto a otro, pero la cantidad total permanece constante.

Ya se ha hablado de la conservación de energía en sistemas mecánicos que implican fuerzas conservativas, y se vio cómo se podría deducir a partir de las leyes de Newton, por lo que es equivalente a ellas. Pero en su generalidad, la validez de la ley de conservación de la energía, que abarca todas las formas de energía, incluso aquellas asociadas con las fuerzas no conservativas como la fricción, se apoya en la observación experimental. Aun cuando se encuentra que las leyes de Newton fracasan en el mundo submicroscópico del átomo, se ha constatado que la ley de conservación de la energía se cumple en toda situación experimental puesta a prueba hasta el momento.

6–9 Conservación de energía con fuerzas disipativas: Resolución de problemas

En las aplicaciones de la conservación de la energía de la sección 6-7 se despreció la fricción, una fuerza no conservativa. Pero en muchas situaciones no se puede ignorar. Por ejemplo, de hecho, a causa de la fricción en una situación real, el carro de montaña rusa de la figura 6-19 no alcanzará en la segunda colina la misma altura que tenía en la primera. En éste y otros procesos naturales, la energía mecánica (suma de las energías cinética y potencial) no permanece constante, sino que disminuye. Puesto que las fuerzas de fricción reducen la energía mecánica total (pero *no* la energía total), se les denomina **fuerzas disipativas**. Históricamente, la presencia de las fuerzas disipativas dificultaron la formulación de una ley sobre la conservación de la energía hasta bien entrado el siglo XIX. Sólo entonces fue que el calor, que siempre se produce cuando existe fricción (intente frotar sus manos), se interpretó en términos de energía. Los estudios cuantitativos de los científicos del siglo XIX (que se describen en los capítulos 14 y 15) demostraron que, si el calor se consideraba como una transferencia de energía (térmica), entonces la energía total se conservaba en cualquier proceso. Por ejemplo, si el carro de montaña rusa de la figura 6-19 está sujeto a fuerzas de fricción, entonces su energía total inicial será igual a la energía cinética más la energía potencial del carro en cualquier punto subsiguiente a lo largo de la trayectoria, más la cantidad de energía térmica producida en el proceso. La energía térmica producida por una fuerza de fricción constante F_{fr} es igual al trabajo realizado por la fricción. Ahora se aplica la forma general del principio trabajo-energía (ecuación 6-10):

Fuerzas disipativas

$$W_{\mathrm{NC}} = \Delta\mathrm{EC} + \Delta\mathrm{EP}.$$

Se puede escribir $W_{\mathrm{NC}} = -F_{\mathrm{fr}}d$, donde d es la distancia sobre la que actúa la fuerza de fricción. ($\vec{\mathbf{F}}$ y $\vec{\mathbf{d}}$ están en direcciones opuestas, de ahí el signo menos). En consecuencia, con $\mathrm{EC} = 1mv^2$ y $\mathrm{EP} = mgy$, se tiene

$$-F_{\mathrm{fr}}\,d = \tfrac{1}{2}mv_2^2 - \tfrac{1}{2}mv_1^2 + mgy_2 - mgy_1$$

o

Conservación de energía con gravedad y fricción

$$\tfrac{1}{2}mv_1^2 + mgy_1 = \tfrac{1}{2}mv_2^2 + mgy_2 + F_{\mathrm{fr}}\,d, \quad \left[\begin{array}{c}\text{la gravedad y la}\\ \text{fricción actúan}\end{array}\right] \qquad \mathbf{(6\text{–}15)}$$

donde d es la distancia a lo largo de la trayectoria recorrida por el objeto desde el punto 1 hasta el punto 2. La ecuación 6-15 se puede ver como la ecuación 6-13 modificada que incluye la fricción. Se puede interpretar de una forma simple: la energía mecánica inicial del carro (punto 1) es igual a la energía mecánica final (reducida) del carro más la energía transformada por fricción en energía térmica.

Cuando intervienen otras formas de energía, como la química o eléctrica, se encuentra que la cantidad total de energía siempre se conserva. Por esa razón, se cree que la ley de conservación de la energía es universalmente válida.

Trabajo-energía frente a conservación de energía

El principio trabajo-energía y la ley de conservación de la energía básicamente son equivalentes. La diferencia entre ellos está en la manera como se les utilice y, en particular, en la *elección del sistema* bajo estudio. Si elige como sistema uno o más objetos sobre los que realizan trabajo fuerzas externas, entonces debe usar el principio trabajo-energía: el trabajo realizado por las fuerzas externas sobre el sistema es igual al cambio total en energía en el sistema elegido.

Por otra parte, si elige un sistema sobre el cual no realicen trabajo fuerzas externas, entonces es conveniente aplicar la ley de la conservación de la energía a dicho sistema.

Considere, por ejemplo, un resorte conectado a un bloque sobre una mesa sin fricción (figura 6-26). Si elige el bloque como su sistema, entonces el trabajo realizado sobre el bloque por el resorte es igual al cambio en energía cinética del bloque: el principio trabajo-energía. (La conservación de energía no se aplica a este sistema, pues la energía del bloque cambia). Si, en vez de ello, elige al bloque más el resorte como su sistema, ninguna fuerza externa realiza trabajo (pues el resorte es parte del sistema elegido). A este sistema se le puede aplicar la conservación de la energía: si comprime el resorte y luego lo libera, el resorte todavía ejerce una fuerza sobre el bloque, pero el movimiento subsiguiente se puede analizar en términos de energía cinética $\left(\frac{1}{2}mv^2\right)$ más energía potencial $\left(\frac{1}{2}kx^2\right)$, cuyo total permanece constante.

La conservación de la energía se aplica a cualquier sistema sobre el cual no se realiza trabajo por fuerzas externas.

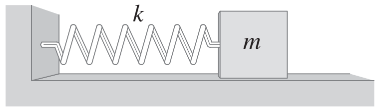


FIGURA 6–26 Un resorte conectado a un bloque sobre una mesa sin fricción. Si elige como su sistema al bloque más el resorte, entonces
$$E = \tfrac{1}{2}mv^2 + \tfrac{1}{2}kx^2$$
se conserva.

RESOLUCIÓN DE PROBLEMAS Conservación de la energía

1. **Elabore un dibujo** de la situación física.
2. Determine **el sistema** para el que se conservará la energía: el objeto u objetos y las fuerzas que actúan.
3. Pregúntese qué cantidad busca y decida cuáles son **las posiciones inicial** (punto 1) **y final** (punto 2).
4. Si el objeto bajo investigación cambia su altura durante el problema, entonces **elija un marco de referencia** con un nivel $y = 0$ conveniente para la energía potencial gravitacional; con frecuencia, el punto más bajo en el problema es una buena elección.

   Si en la situación intervienen resortes, elija la posición no alargada del resorte como x (o y) $= 0$.
5. **Aplique la conservación de la energía.** Si no actúa la fricción, ni otras fuerzas no conservativas, entonces se sostiene la conservación de la energía mecánica:
$$\mathrm{EC}_1 + \mathrm{EP}_1 = \mathrm{EC}_2 + \mathrm{EP}_2.$$
   Si están presentes fricción u otras fuerzas no conservativas, entonces será necesario un término adicional (W_{NC}):
$$W_{\mathrm{NC}} = \Delta\mathrm{EC} + \Delta\mathrm{EP}.$$
   Para estar seguro del signo de W_{NC}, utilice su intuición: durante el proceso, la energía mecánica total ¿aumenta o disminuye?
6. Emplee la ecuación (o ecuaciones) que desarrolle para **resolver** para la cantidad incógnita.

EJEMPLO 6–13 **Fricción sobre la montaña rusa.** El carro de montaña rusa del ejemplo 6-9 alcanza una altura vertical de sólo 25 m sobre la segunda colina antes de llegar a un alto momentáneo (figura 6-27). Recorrió una distancia total de 400 m. Estime la fuerza de fricción promedio (se supone constante) sobre el carro, cuya masa es de 1000 kg.

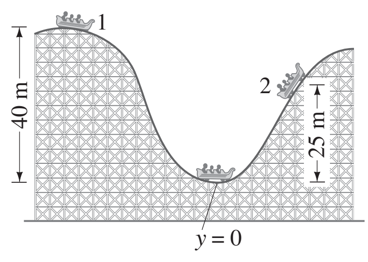
PLANTEAMIENTO Se sigue explícitamente el recuadro de resolución de problemas paso a paso.

SOLUCIÓN 1. **Elabore un dibujo.** Observe la figura 6-27.

2. **El sistema.** El sistema es el carro de montaña rusa (y la Tierra, en tanto que ejerce la fuerza gravitacional). Las fuerzas que actúan sobre el carro son la gravedad y la fricción. (La fuerza normal también actúa sobre él, pero no realiza trabajo, así que no afecta a la energía).
3. **Elija las posiciones inicial y final.** Se considera como punto 1 el instante cuando el carro comenzó a avanzar (en lo alto de la primera colina) y como punto 2 el instante en que se detiene 25 m arriba sobre la segunda colina.
4. **Elija un marco de referencia.** Se elige el punto más bajo en el movimiento como $y = 0$ para la energía potencial gravitacional.
5. **Aplique la conservación de la energía.** Hay fricción que actúa sobre el carro, así que debe considerarse la conservación de la energía en la forma de la ecuación 6-15, con $v_1 = 0$, $y_1 = 40$ m, $v_2 = 0$, $y_2 = 25$ m y $d = 400$ m. En consecuencia

$$0 + (1000\,\mathrm{kg})(9.8\,\mathrm{m/s^2})(40\,\mathrm{m}) = 0 + (1000\,\mathrm{kg})(9.8\,\mathrm{m/s^2})(25\,\mathrm{m}) + F_{\mathrm{fr}}(400\,\mathrm{m}).$$

FIGURA 6–27 Ejemplo 6-13. A causa de la fricción, un carro de montaña rusa no alcanza la altura original sobre la segunda colina.



6. **Resuelva.** Esta ecuación puede resolverse para F_{fr}: $F_{fr} = 370$ N.

La resolución de problemas no es un proceso que se pueda realizar siguiendo un conjunto reglas. Así que el recuadro de resolución de problemas de la página 157 no es una receta, sino un *resumen* de los pasos que le ayudarán a comenzar a resolver problemas en relación con la energía.

6–10 Potencia

Definición de potencia

La **potencia** se define como la *tasa a la que se realiza el trabajo*. La potencia promedio es igual al trabajo realizado dividido por el tiempo para hacerlo. La potencia también se define como la *tasa a la que se transforma la energía*. En consecuencia

Potencia promedio

$$\overline{P} = \text{potencia promedio} = \frac{\text{trabajo}}{\text{tiempo}} = \frac{\text{energía transformada}}{\text{tiempo}}. \qquad \textbf{(6–16)}$$

Unidad de potencia: el watt.

El caballo de potencia

La potencia de un caballo se refiere a cuánto trabajo puede realizar por unidad de tiempo. La clasificación de potencia de un motor se refiere a cuánta energía química o eléctrica puede transformar en energía mecánica por unidad de tiempo. En unidades SI, la potencia se mide en joules por segundo, y a esta unidad se le da un nombre especial: el **watt** (W): 1 W = 1 J/s. Las personas están más familiarizadas con el watt para dispositivos eléctricos: la tasa a la que una bombilla eléctrica o calentador cambia la energía eléctrica en luz o energía térmica; pero el watt también se usa para otros tipos de transformaciones de energía. En el sistema inglés, la unidad de potencia es el pie-libra por segundo (ft·lb/s). Para propósitos prácticos, con frecuencia se utiliza una unidad más grande: el **caballo de potencia**. Un caballo de potencia† (hp) se define como 550 ft·lb/s, que es igual a 746 W.

PRECAUCIÓN

Hay que distinguir entre potencia y energía.

Para apreciar la distinción entre energía y potencia, considere el ejemplo siguiente. Una persona está limitada en el trabajo que puede realizar, no sólo por la energía total requerida, sino también por cuán rápido se transforma esta energía: esto es, por la potencia. Por ejemplo, una persona puede ser capaz de caminar una larga distancia o de subir un buen tramo de escaleras antes de tener que detenerse por haber gastado mucha energía. Por otra parte, una persona que corre muy rápidamente escaleras arriba puede caer exhausta después de un solo tramo o dos. En este caso, la persona está limitada por la potencia, es decir, la tasa a la que su cuerpo puede transformar la energía química en mecánica.

FIGURA 6–28 Ejemplo 6-14.

EJEMPLO 6–14 **Potencia para subir escaleras.** Una persona de 60 kg sube corriendo un largo tramo de escaleras en 4.0 s (figura 6-28). La altura vertical de las escaleras es de 4.5 m. *a*) Estime la potencia de salida del individuo en watts y caballos de potencia. *b*) ¿Cuánta energía requirió esto?

PLANTEAMIENTO El trabajo realizado por el corredor es contra la gravedad e igual a $W = mgy$. Para obtener su potencia de salida, divida W por el tiempo que le tomó.

SOLUCIÓN *a*) La potencia de salida promedio fue

$$\overline{P} = \frac{W}{t} = \frac{mgy}{t} = \frac{(60\,\text{kg})(9.8\,\text{m/s}^2)(4.5\,\text{m})}{4.0\,\text{s}} = 660\,\text{W}.$$

Como en 1 hp existen 746 W, la persona realizó trabajo a una tasa apenas por debajo de 1 hp. Un ser humano no puede realizar trabajo a esta tasa durante mucho tiempo. (*b*) La energía requerida fue $E = \overline{P}t$ (ecuación 6-16). Dado que $\overline{P} = 660\,\text{W} = 660\,\text{J/s}$, entonces $E = (660\,\text{J/s})(4.0\,\text{s}) = 2600$ J. Esto resulta igual a $W = mgy$.

NOTA La persona tenía que transformar más energía que estos 2600 J. La energía total transformada por un ser humano o un motor siempre incluye cierta energía térmica (recuerde cuánto se acalora al subir corriendo unas escaleras).

† Fue James Watt (1736-1819) quien eligió la unidad, al necesitar una forma de especificar la potencia de sus motores de vapor recientemente desarrollados. Encontró que un buen caballo podía trabajar todo el día a una tasa promedio de aproximadamente 360 ft·lb/s. Así que, para no ser acusado de exageración al vender sus motores de vapor, multiplicó esto por $1\frac{1}{2}$ cuando definió el hp.

Los motores de autos realizan trabajo para superar la fuerza de fricción (incluida la resistencia del aire), para ascender colinas y acelerar. Un automóvil está limitado por la tasa a la que puede realizar trabajo, por lo que los motores automovilísticos están clasificados en caballos de potencia. Un auto necesita potencia principalmente cuando asciende colinas y cuando acelera. En el siguiente ejemplo se calculará cuánta potencia necesita en estas situaciones un automóvil de tamaño razonable. Aun cuando un auto circule sobre un camino nivelado a rapidez constante, necesita cierta potencia justo para hacer trabajo que supere las fuerzas retardadoras de la fricción interna y la resistencia del aire. Estas fuerzas dependen de las condiciones y la rapidez del auto, pero por lo general están en el rango de 400 N a 1000 N.

Con frecuencia es conveniente escribir la potencia en términos de la fuerza neta F aplicada a un objeto y su rapidez v. Esto se hace fácilmente dado que $\overline{P} = W/t$ y $W = Fd$, donde d es la distancia recorrida. Entonces

$$\overline{P} = \frac{W}{t} = \frac{Fd}{t} = F\overline{v}, \qquad \textbf{(6–17)}$$

donde $\overline{v} = d/t$ es la rapidez promedio del objeto.

EJEMPLO 6–15 **Necesidades de potencia de un automóvil.** Calcule la potencia que requiere un auto de 1400 kg bajo las siguientes circunstancias: *a*) el automóvil asciende una colina de 10° (una colina bastante inclinada) a unos 80 km/h constantes; y *b*) el auto acelera a lo largo de un camino nivelado desde 90 hasta 110 km/h en 6.0 s para rebasar a otro automóvil. Considere que la fuerza retardadora sobre el automóvil es $F_R = 700$ N durante el trayecto. Observe la figura 6-29.

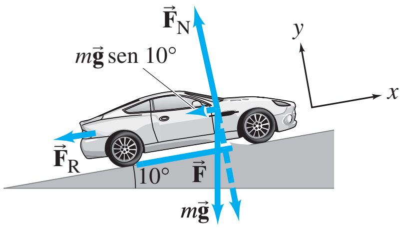


FIGURA 6–29 Ejemplo 6-15*a*. Cálculo de la potencia necesaria para que un automóvil ascienda una colina.

PLANTEAMIENTO Primero debe tener cuidado de no confundir $\vec{F}_R$, que se debe a la resistencia del aire y la fricción que retarda el movimiento, con la fuerza $\vec{F}$ necesaria para acelerar al automóvil, que es la fuerza de fricción ejercida por el camino sobre las llantas: la reacción a las llantas impulsadas por el motor que empujan contra el camino. Se debe determinar la última fuerza F antes de calcular la potencia.

SOLUCIÓN *a*) Para moverse con una rapidez estable hacia arriba de la colina, el automóvil debe, por la segunda ley de Newton, ejercer una fuerza F igual a la suma de la fuerza retardadora, 700 N, y el componente del peso paralelo a la colina, mg sen 10°. En consecuencia

$$\begin{aligned} F &= 700\,\text{N} + mg \text{ sen } 10^\circ \\ &= 700\,\text{N} + (1400\,\text{kg})(9.80\,\text{m/s}^2)(0.174) = 3100\,\text{N}. \end{aligned}$$

Dado que $\overline{v} = 80\,\text{km/h} = 22\,\text{m/s}$ y es paralela a $\vec{F}$, entonces (ecuación 6-17) la potencia es

$$\overline{P} = F\overline{v} = (3100\,\text{N})(22\,\text{m/s}) = 6.80 \times 10^4\,\text{W} = 91\,\text{hp}.$$

b) El automóvil acelera desde 25.0 hasta 30.6 m/s (90 a 110 km/h). Así que el automóvil debe ejercer una fuerza que supere la fuerza retardadora de 700 N más la que requiere para brindarle la aceleración

$$\overline{a}_x = \frac{(30.6\,\text{m/s} - 25.0\,\text{m/s})}{6.0\,\text{s}} = 0.93\,\text{m/s}^2.$$

Se aplica la segunda ley de Newton, con x como la dirección del movimiento:

$$ma_x = \Sigma F_x = F - F_R.$$

Entonces la fuerza requerida, F, es

$$\begin{aligned} F &= ma_x + F_R \\ &= (1400\,\text{kg})(0.93\,\text{m/s}^2) + 700\,\text{N} \\ &= 1300\,\text{N} + 700\,\text{N} = 2000\,\text{N}. \end{aligned}$$

Puesto que $\overline{P} = F\overline{v}$, la potencia que se requiere aumenta con la rapidez y el motor debe ser capaz de registrar una potencia de salida máxima de

$$\overline{P} = (2000\,\text{N})(30.6\,\text{m/s}) = 6.12 \times 10^4\,\text{W} = 82\,\text{hp}.$$

NOTA Incluso al tomar en consideración el hecho de que sólo del 60 al 80% de la potencia de salida del motor alcanza las ruedas, es claro a partir de estos cálculos que un motor de 100 a 150 hp es bastante adecuado desde el punto de vista práctico.

En el ejemplo 6-15 se mencionó que sólo parte de la energía de salida de un motor de automóvil alcanza las ruedas. No sólo se pierde energía al ir desde el motor hasta las ruedas; en el motor mismo mucha de la energía de entrada (proveniente de la gasolina) no realiza trabajo útil. Una característica importante de todos los motores es su *eficiencia* global e, que se define como la razón entre la potencia de salida útil del motor, P_{salida}, y la potencia de entrada, P_{entrada}:

Eficiencia

$$e = \frac{P_{\text{salida}}}{P_{\text{entrada}}}.$$

La eficiencia siempre es menor que 1.0 porque ningún motor puede crear energía, y ningún motor puede siquiera transformar energía de una forma a otra sin que cierta energía se disipe como fricción, energía térmica y otras formas no útiles de energía. Por ejemplo, un motor automovilístico convierte energía química liberada en el quemado de la gasolina en energía mecánica que mueve los pistones y eventualmente las ruedas. Pero casi el 85% de la energía de entrada se "desperdicia" como energía térmica que pasa al sistema de enfriamiento o sale por el tubo de escape, y como fricción en las partes móviles. Por eso, los motores automovilísticos son sólo un 15% eficientes aproximadamente. En el capítulo 15 se hablará en detalle de la eficiencia.

Resumen

El **trabajo** se efectúa sobre un objeto por una fuerza cuando el objeto se mueve a lo largo de una distancia d. Si la dirección de una fuerza constante F forma un ángulo θ con la dirección del movimiento, el trabajo efectuado por esta fuerza es

$$W = Fd\cos\theta. \qquad \textbf{(6–1)}$$

La **energía** se define como la habilidad para realizar trabajo. En unidades SI, el trabajo y la energía se miden en **joules** (1 J = 1 N·m).

La **energía cinética** (EC) es energía de movimiento. Un objeto de masa m y rapidez v tiene energía cinética de traslación

$$\text{EC} = \tfrac{1}{2}mv^2. \qquad \textbf{(6–3)}$$

La **energía potencial** (EP) es energía asociada con fuerzas que dependen de la posición o configuración de los objetos. La energía potencial gravitacional es

$$\text{EP}_{\text{grav}} = mgy, \qquad \textbf{(6–6)}$$

donde y es la altura del objeto de masa m sobre un punto de referencia arbitrario. La energía potencial elástica está dada por

$$\text{elástica EP} = \tfrac{1}{2}kx^2 \qquad \textbf{(6–9)}$$

para un resorte estirado o comprimido, donde x es el desplazamiento desde la posición no alargada y k es la constante del resorte. Otras energías potenciales incluyen la química, la eléctrica y la energía nuclear. El cambio en la energía potencial cuando un objeto cambia de posición es igual al trabajo externo que se necesita para hacer que el objeto vaya desde una posición hasta otra.

El **principio trabajo-energía** afirma que el trabajo *neto* realizado sobre un objeto (por la fuerza *neta*) es igual al cambio en la energía cinética de ese objeto:

$$W_{\text{neto}} = \Delta\text{EC} = \tfrac{1}{2}mv_2^2 - \tfrac{1}{2}mv_1^2. \qquad \textbf{(6–2, 6–4)}$$

La **ley de conservación de la energía** afirma que la energía se puede transformar de un tipo a otro, pero la energía total permanece constante. Es válida incluso cuando la fricción está presente, ya que el calor generado se puede considerar una forma de transferencia de energía. Cuando sólo actúan *fuerzas conservativas*, la energía mecánica total se conserva:

$$\text{EC} + \text{EP} = \text{constante}.$$

Cuando actúan fuerzas no conservativas, como la fricción, entonces

$$W_{\text{NC}} = \Delta\text{EC} + \Delta\text{EP}, \qquad \textbf{(6–10)}$$

donde W_{NC} es el trabajo realizado por fuerzas no conservativas.

La **potencia** se define como la tasa a la que se realiza trabajo, o la tasa a la que se transforma la energía. La unidad SI de potencia es el **watt** (1 W = 1 J/s).

Preguntas

1. ¿En qué formas la palabra "trabajo" es igual tanto en su uso en el lenguaje cotidiano como en su definición física? ¿En qué formas es diferente? Proporcione ejemplos de ambos.
2. ¿Una fuerza centrípeta puede alguna vez realizar trabajo sobre un objeto? Explique su respuesta.
3. ¿La fuerza normal sobre un objeto puede realizar trabajo alguna vez? Explique su respuesta.
4. Una mujer que nada corriente arriba no se mueve con respecto a la orilla. ¿Ella realiza algún trabajo? Si deja de nadar y simplemente flota, ¿se realiza trabajo sobre ella?
5. ¿El trabajo realizado por las fuerzas de fricción cinéticas siempre es negativo? [*Sugerencia:* Considere qué ocurre con los platos cuando jala un mantel que está debajo de ellos.]
6. ¿Por qué es cansado empujar fuerte contra una pared sólida aun cuando no realice trabajo?
7. Se tienen dos resortes que son idénticos excepto que el resorte 1 es más rígido que el resorte 2 ($k_1 > k_2$). ¿Sobre cuál resorte se realiza más trabajo *a*) si son estirados aplicando la misma fuerza, *b*) si son estirados la misma distancia?

8. Una mano ejerce una fuerza horizontal constante sobre un bloque que se desliza libremente sobre una superficie sin fricción (figura 6-30). El bloque parte del reposo en el punto A y, cuando ha recorrido una distancia d hasta el punto B, viaja con rapidez v_B. Cuando el bloque ha recorrido otra distancia d hasta el punto C, ¿su rapidez será mayor que, menor que o igual a $2v_B$? Explique su razonamiento.

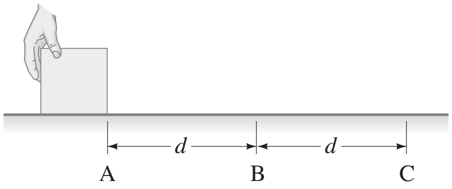


FIGURA 6–30 Pregunta 8.

9. ¿Aproximadamente por cuánto cambia la energía potencial gravitacional de una persona cuando salta tan alto como puede?

10. En la figura 6-31, se lanzan globos con agua desde el techo de un edificio, todos con la misma rapidez pero con diferentes ángulos de lanzamiento. ¿Cuál tiene la mayor rapidez al momento del impacto? Ignore la resistencia del aire.

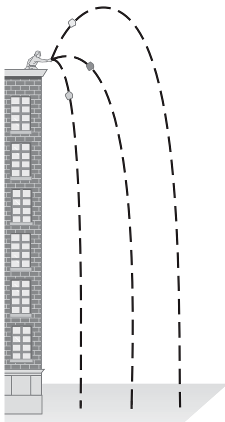


FIGURA 6–31 Pregunta 10.

11. Un péndulo se lanza desde un punto que está a una altura h sobre su punto más bajo de dos formas diferentes (figura 6-32). Durante ambos lanzamientos, al péndulo se le da una rapidez inicial de 3.0 m/s. En el primer lanzamiento, la velocidad inicial del péndulo está dirigida hacia arriba a lo largo de la trayectoria, y en el segundo lanzamiento está dirigida hacia abajo a lo largo de la trayectoria. ¿Cuál lanzamiento provocará que se balancee en el ángulo más grande desde la posición de equilibrio? Explique su respuesta.

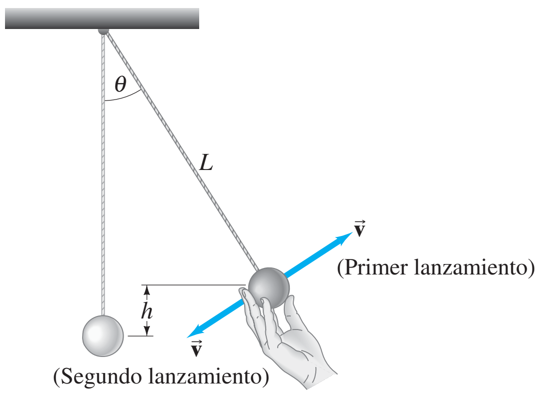


FIGURA 6–32 Pregunta 11.

12. Un resorte de masa m descansa derecho sobre una mesa. Si el resorte se comprime al presionarlo hacia abajo con la mano y luego se le libera, ¿el resorte puede separarse de la mesa? Explique su respuesta utilizando la ley de conservación de la energía.

13. Del techo cuelga una bola de boliche mediante un alambre de acero (figura 6-33). El instructor jala la bola hacia atrás y se para junto a la pared con la bola contra su nariz. Para evitar lesionarse, se supone que el instructor debe liberar la bola sin empujarla. ¿Por qué?

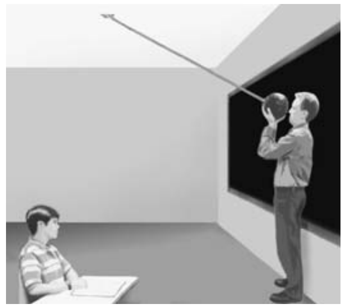


FIGURA 6–33 Pregunta 13.

14. ¿Qué le ocurre a la energía potencial gravitacional cuando el agua en lo alto de una cascada cae hacia un estanque que está debajo de aquélla?

15. Describa las transformaciones de energía cuando un niño da brincos con un pogo saltarín.

16. Describa las transformaciones de energía que ocurren cuando un esquiador comienza a esquiar colina abajo, pero después de un tiempo llega al reposo al golpear un montón de nieve.

17. Un niño sobre un trineo (masa total m) parte desde el reposo en lo alto de una colina de altura h y se desliza cuesta abajo. ¿La velocidad en el fondo depende del ángulo de la colina si *a*) está cubierta de hielo y no hay fricción, y *b*) existe fricción (nieve profunda)?

18. Los escaladores prefieren pasar sobre un tronco caído en su camino en lugar de pisar sobre él y saltar hacia el otro lado. Explique por qué.

19. Dos flechas idénticas, una con el doble de rapidez que la otra, se disparan hacia una paca de heno. Si se supone que el heno ejerce una fuerza de fricción constante sobre las flechas, ¿cuánto más adentro penetrará la flecha más rápida en comparación con la flecha más lenta? Explique su respuesta.

20. Analice, en términos de energía, el movimiento de un péndulo simple que se balancea *a*) si se ignora la fricción y *b*) si se toma en cuenta la fricción. Explique por qué a un reloj antiguo se le tiene que dar cuerda.

21. Cuando una "superbola" se suelta, ¿puede rebotar hasta una altura mayor que su altura original? Explique su respuesta.

22. Suponga que se sube una maleta desde el suelo hasta una mesa. El trabajo realizado sobre la maleta depende de cuál de los siguientes factores: *a*) si se eleva recto o a lo largo de una trayectoria más complicada, *b*) del tiempo que toma, *c*) de la altura de la mesa, *d*) del peso de la maleta.

23. Repita la pregunta 22 para la *potencia* necesaria en lugar del trabajo.

24. ¿Por qué es más fácil escalar una montaña en una ruta en zigzag que escalarla en línea recta?

25. Recuerde del capítulo 4 (ejemplo 4-14) que se puede usar una polea y sogas para disminuir la fuerza necesaria para elevar una carga pesada (figura 6-34). Pero, por cada metro que la carga se eleva, ¿cuánta soga se debe jalar? Explique esto utilizando conceptos de energía.

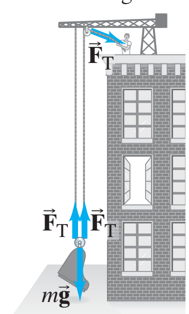


FIGURA 6–34 Pregunta 25.

Problemas

6-1 Trabajo, fuerza constante

1. (I) ¿Cuánto trabajo realiza la fuerza gravitacional cuando un martinete de 265 kg cae 2.80 m?
2. (I) Un bombero de 65.0 kg asciende un tramo de escaleras de 20.0 m de alto. ¿Cuánto trabajo se requiere?
3. (I) Una caja de 1300 N yace sobre el suelo. ¿Cuánto trabajo se requiere para moverla a rapidez constante *a*) 4.0 m a lo largo del suelo contra una fuerza de fricción de 230 N, y *b*) 4.0 m verticalmente?
4. (I) ¿Cuánto trabajo realizaron los empleados de mudanzas (horizontalmente) al empujar una caja de 160 kg por 10.3 m a través de un suelo rugoso sin aceleración, si el coeficiente efectivo de fricción fue de 0.50?
5. (II) Un caja de 5.0 kg de masa se acelera desde el reposo a través del piso mediante una fuerza a una tasa de 2.0 m/s^2 durante 7.0 s. Encuentre el trabajo neto realizado sobre la caja.
6. (II) Ocho libros, cada uno de 4.3 cm de grueso y 1.7 kg de masa, yacen planos sobre una mesa. ¿Cuánto trabajo se requiere para apilarlos uno sobre otro?
7. (II) Una palanca, como la que se ilustra en la figura 6-35, sirve para elevar objetos que de otro modo sería imposible levantar. Demuestre que la razón entre la fuerza de salida, F_S, y la fuerza de entrada, F_E, se relaciona con las longitudes l_E y l_S desde el punto pivote por medio de $F_S/F_E = l_E/l_S$ (ignore la fricción y la masa de la palanca), dado que el trabajo de salida es igual al trabajo de entrada.

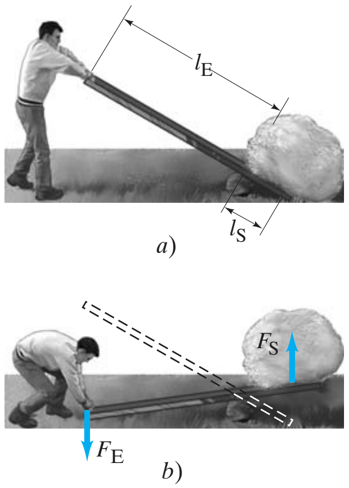


FIGURA 6–35 Problema 7. Una palanca simple.

8. (II) Un piano de 330 kg se desliza 3.6 m hacia abajo de un plano inclinado de 28° y un hombre que empuja sobre él, *paralelo al plano*, evita que acelere (figura 6-36). El coeficiente efectivo de fricción cinética es 0.40. Calcule *a*) la fuerza ejercida por el hombre, *b*) el trabajo realizado por el hombre sobre el piano, *c*) el trabajo realizado por la fuerza de fricción, *d*) el trabajo realizado por la fuerza de gravedad y *e*) el trabajo neto realizado sobre el piano.

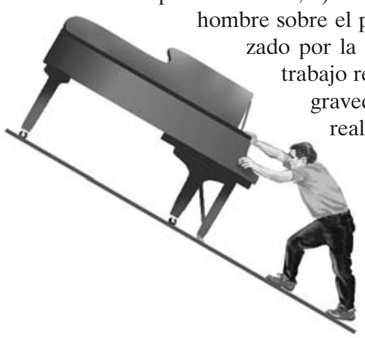


FIGURA 6–36 Problema 8.

9. (II) *a*) Encuentre la fuerza que se requiere para dar a un helicóptero de masa *M* una aceleración de 0.10*g* hacia arriba. *b*) Encuentre el trabajo realizado por esta fuerza mientras el helicóptero se mueve una distancia *h* hacia arriba.
10. (II) ¿Cuál es el trabajo mínimo necesario para empujar un automóvil de 950 kg 810 m hacia arriba a lo largo de un plano inclinado de 9.0°? *a*) Ignore la fricción. *b*) Considere que el coeficiente efectivo de fricción que retarda al automóvil es 0.25.

* 6-2 Trabajo, fuerza variable

* 11. (II) En la figura 6-6*a*, considere que el eje distancia es lineal y que $d_A = 10.0$ m y $d_B = 35.0$ m. Estime el trabajo realizado por la fuerza *F* al mover un objeto de 2.80 kg desde d_A hasta d_B.

* 12. (II) La fuerza sobre un objeto, que actúa a lo largo del eje *x*, varía como se indica en la figura 6-37. Determine el trabajo efectuado por esta fuerza para mover al objeto *a*) desde $x = 0.0$ hasta $x = 10.0$ m, y *b*) desde $x = 0.0$ hasta $x = 15.0$ m.

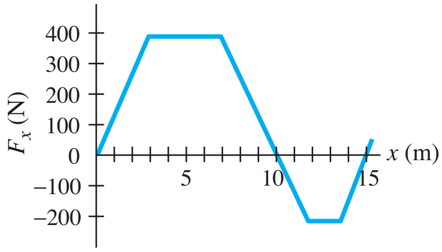


FIGURA 6–37 Problema 12.

* 13. (II) Un resorte tiene $k = 88$ N/m. Use una gráfica para determinar el trabajo necesario para estirarlo desde $x = 3.8$ cm hasta $x = 5.8$ cm, donde *x* es el desplazamiento desde su longitud no estirada.

* 14. (II) La fuerza neta ejercida sobre una partícula actúa en la dirección $+x$. Su magnitud aumenta linealmente desde cero en $x = 0$, hasta 24.0 N en $x = 3.0$ m. Permanece constante en 24.0 N desde $x = 3.0$ m hasta $x = 8.0$ m y luego disminuye linealmente a cero en $x = 13.0$ m. Determine gráficamente el trabajo realizado para mover la partícula desde $x = 0$ hasta $x = 13.0$ m, calculando el área bajo la gráfica de F_x contra *x*.

6–3 Energía cinética; principio trabajo-energía

15. (I) A temperatura ambiente, una molécula de oxígeno, con masa de 5.31×10^{-26} kg, generalmente tiene una EC aproximada de 6.21×10^{-21} J. ¿Qué tan rápido se mueve la molécula?
16. (I) *a*) Si la EC de una flecha se duplica, ¿en qué factor aumenta su rapidez? *b*) Si su rapidez se duplica, ¿en qué factor aumenta su EC?
17. (I) ¿Cuánto trabajo se requiere para detener un electrón ($m = 9.11 \times 10^{-31}$ kg) que se mueve con una rapidez de 1.90×10^6 m/s?
18. (I) ¿Cuánto trabajo se debe efectuar para detener un automóvil de 1250 kg que viaja a 105 km/h?
19. (II) Una flecha de 88 g se dispara desde un arco cuya cuerda ejerce una fuerza promedio de 110 N sobre la flecha a lo largo de una distancia de 78 cm. ¿Cuál es la rapidez de la flecha cuando deja el arco?
20. (II) Una bola de béisbol ($m = 140$ g), que va a 32 m/s, mueve 25 cm hacia atrás el guante de un jardinero cuando éste la atrapa. ¿Cuál es la fuerza promedio ejercida por la bola sobre el guante?
21. (II) Si la rapidez de un automóvil aumenta en un 50%, ¿en qué factor aumentará su distancia mínima de frenado, suponiendo que todas las demás condiciones son iguales? Ignore el tiempo de reacción del conductor.

22. (II) En la escena de un accidente sobre un camino nivelado, los investigadores determinaron que las marcas de derrape del automóvil medían 88 m de largo. El accidente ocurrió en un día lluvioso y el coeficiente de fricción cinética se estimó en 0.42. Use estos datos para determinar la rapidez del automóvil cuando el conductor pisó (y bloqueó) los frenos. (¿Por qué no importa la masa del automóvil?)

23. (II) Una pelota de softball que tiene una masa de 0.25 kg, se lanza a 95 km/h. Cuando llega a home, puede que haya frenado un 10%. Ignore la gravedad y estime la fuerza promedio de la resistencia del aire durante el lanzamiento, si la distancia entre home y el lanzador es de aproximadamente 15 m.

24. (II) ¿A qué altura llegará una piedra de 1.85 kg si alguien que realiza 80.0 J de trabajo sobre ella la lanza recto hacia arriba? Ignore la resistencia del aire.

25. (III) Una carga de 285 kg se eleva 22.0 m verticalmente con una aceleración $a = 0.160g$ mediante un solo cable. Determine *a*) la tensión en el cable, *b*) el trabajo neto efectuado sobre la carga, *c*) el trabajo efectuado por el cable sobre la carga, *d*) el trabajo realizado por la gravedad sobre la carga y *e*) la rapidez final de la carga, si se supone que partió del reposo.

6–4 y 6–5 Energía potencial

26. (I) Un resorte tiene una constante de resorte k de 440 N/m. ¿Cuánto se debe estirar para almacenar 25 J de energía potencial?

27. (I) Un mono de 7.0 kg se balancea de una rama a otra a 1.2 m de altura. ¿Cuál es el cambio en la energía potencial?

28. (I) ¿En cuánto cambia la energía potencial gravitacional de un saltador con garrocha de 64 kg si su centro de masa se eleva aproximadamente 4.0 m durante el salto?

29. (II) Un automóvil de 1200 kg que rueda sobre una superficie horizontal tiene rapidez $v = 65$ km/h cuando golpea un resorte horizontal y llega al reposo en una distancia de 2.2 m. ¿Cuál es la constante del resorte?

30. (II) Una persona de 1.60 m de alto sube un libro de 2.10 kg desde el suelo hasta 2.20 m sobre éste. ¿Cuál es la energía potencial del libro en relación con *a*) el suelo, y *b*) la parte superior de la cabeza de la persona? *c*) ¿Cómo se relaciona el trabajo efectuado por la persona con las respuestas a los incisos *a*) y *b*)?

31. (II) Un excursionista de 55 kg parte a un altura de 1600 m y asciende a la cima de un pico de 3300 m. *a*) ¿Cuál es el cambio en la energía potencial del excursionista? *b*) ¿Cuál es el trabajo mínimo requerido por el excursionista? *c*) ¿El trabajo real puede ser más que esto? Explique por qué.

32. (II) Un resorte con $k = 53$ N/m cuelga verticalmente junto a una regla. El extremo del resorte está junto a la marca de 15 cm de la regla. Si ahora se une una masa de 2.5 kg al extremo del resorte, ¿dónde se alineará el extremo del resorte con las marcas de la regla?

6–6 y 6–7 Conservación de la energía mecánica

33. (I) Jane, al buscar a Tarzán, corre a máxima rapidez (5.3 m/s) y se sujeta de una liana que cuelga verticalmente de un árbol alto en la selva. ¿Cuán alto puede balancearse hacia arriba? ¿La longitud de la liana afecta su respuesta?

34. (I) Un esquiador novato, que parte desde el reposo, se desliza hacia abajo por un plano inclinado de 35.0° que no tiene fricción y cuya altura vertical es de 185 m. ¿Cuál es su rapidez cuando alcanza el fondo?

35. (I) A un trineo se le da inicialmente un empujón hacia arriba de un plano inclinado de 28.0° sin fricción. El trineo alcanza una altura vertical máxima de 1.35 m más arriba de donde partió. ¿Cuál fue su rapidez inicial?

36. (II) En el salto vertical, la energía cinética de Francisco se transforma en energía potencial gravitacional sin la ayuda de una garrocha. ¿Con qué rapidez mínima debe dejar el suelo Francisco, para elevar su centro de masa 2.10 m y cruzar la barra con una rapidez de 0.70 m/s?

37. (II) Un acróbata del trampolín de 65 kg salta verticalmente hacia arriba desde lo alto de una plataforma con una rapidez de 5.0 m/s. *a*) ¿Cuál es su rapidez cuando aterriza sobre el trampolín, 3.0 m abajo (figura 6-38)? *b*) Si el trampolín se comporta como un resorte con una constante de resorte de 6.2×10^4 N/m, ¿cuánto se hunde el trampolín?

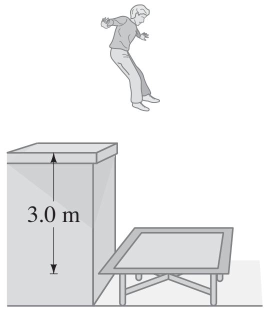


FIGURA 6–38 Problema 37.

38. (II) Un proyectil se dispara con una rapidez de 185 m/s en un ángulo hacia arriba de 45.0° desde lo alto de un risco de 265 m. ¿Cuál será su rapidez cuando golpee el suelo? (Use la conservación de la energía).

39. (II) Un resorte vertical (ignore su masa), cuya constante de resorte es 950 N/m, se une a una mesa y se comprime 0.150 m. *a*) ¿Qué rapidez hacia arriba puede dar a una bola de 0.30 kg cuando se libere? *b*) ¿A qué altura sobre su posición original (resorte comprimido) volará la bola?

40. (II) Un bloque de masa m se desliza sin fricción a lo largo de la pista en forma de rizo que se representa en la figura 6-39. Si el bloque debe permanecer sobre la pista, incluso en lo alto del círculo (cuyo radio es r), ¿desde qué altura mínima h se le debe liberar?

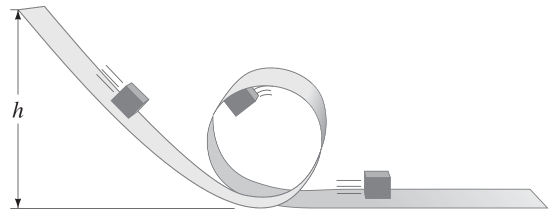


FIGURA 6–39 Problemas 40 y 75.

41. (II) Un bloque de masa m se une al extremo de un resorte (constante de resorte k), como en la figura 6-40. Al bloque se le da un desplazamiento inicial x_0, luego de lo cual se queda oscilando hacia atrás y delante. Escriba una fórmula para la energía mecánica total (ignore la fricción y la masa del resorte) en términos de x_0, la posición x y la rapidez v.

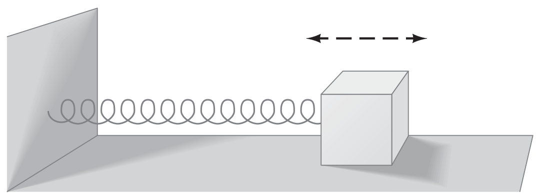


FIGURA 6–40 Problemas 41, 55 y 56.

42. (II) Un saltador de *bungee* de 62 kg salta desde un puente. Está amarrado a una cuerda cuya longitud sin estirar es de 12 m, y cae una distancia total de 31 m. *a*) Calcule la constante de resorte k de la cuerda de *bungee*, suponiendo que se rige por la ley de Hooke. *b*) Calcule la aceleración máxima que experimenta.

43. (II) El carro de montaña rusa de la figura 6-41 es arrastrado al punto 1, donde se le libera desde el reposo. Suponiendo que no hay fricción, calcule la rapidez en los puntos 2, 3 y 4.

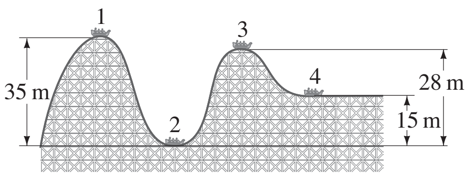


FIGURA 6–41 Problemas 43 y 53.

44. (II) Una bola de 0.40 kg se lanza con una rapidez de 12 m/s en un ángulo de 33°. *a*) ¿Cuál es su rapidez en su punto más alto, y *b*) ¿a qué altura llega? (Use la conservación de la energía e ignore la resistencia del aire).

45. (III) Un ingeniero diseña un resorte para colocarlo en el fondo del pozo de un elevador. Si el cable del elevador se rompiese cuando el elevador está a una altura h sobre la parte superior del resorte, calcule el valor que debe tener la constante de resorte de modo que los pasajeros experimenten una aceleración de no más de $5.0g$ cuando lleguen al reposo. Sea M la masa total del elevador y los pasajeros.

46. (III) Un ciclista intenta ascender una colina de 7.8° cuya altura vertical es de 150 m. Suponiendo que la masa de la bicicleta más el ciclista es de 75 kg, *a*) calcule cuánto trabajo debe realizar contra la gravedad. *b*) Si cada revolución completa de los pedales mueve la bicicleta 5.1 m a lo largo de su trayectoria, calcule la fuerza promedio que debe ejercer sobre los pedales, tangente a su trayectoria circular. Ignore el trabajo efectuado por la fricción y otras pérdidas. Los pedales dan vuelta en un círculo de 36 cm de diámetro.

6–8 y 6–9 Ley de la conservación de la energía

47. (I) Dos carros de ferrocarril, cada uno con masa de 7650 kg, y que viajan en direcciones opuestas a 95 km/h, chocan frontalmente y llegan al reposo. ¿Cuánta energía térmica se produce en esta colisión?

48. (II) Un niño de 21.7 kg desciende por una resbaladilla de 3.5 m de alto y alcanza el fondo con una rapidez de 2.2 m/s. ¿Cuánta energía térmica debida a la fricción se genera en este proceso?

49. (II) Un esquiador parte desde el reposo y se desliza hacia abajo de un plano inclinado de 22° y 75 m de largo. *a*) Si el coeficiente de fricción es 0.090, ¿cuál es la rapidez del esquiadoren la base del plano inclinado? *b*) Si la nieve está nivelada al pie del plano inclinado y tiene el mismo coeficiente de fricción, ¿qué tan lejos llegará el esquiador a lo largo del nivel? Use métodos de energía.

50. (II) Una bola de béisbol de 145 g se suelta desde un árbol a 13.0 m sobre el suelo. *a*) ¿Con qué rapidez golpeará el suelo si la resistencia del aire se pudiera ignorar? *b*) Si en realidad golpea el suelo con una rapidez de 8.00 m/s, ¿cuál es la fuerza promedio que la resistencia del aire ejerce sobre ella?

51. (II) Una bola se suelta desde un altura de 2.0 m y rebota de vuelta hasta una altura de 1.5 m. *a*) ¿Qué fracción de la energía inicial se pierde durante el rebote? *b*) ¿Cuál es la rapidez de la bola justo cuando deja el suelo después del rebote? *c*) ¿A dónde se va la energía?

52. (II) Una caja de 110 kg, que parte del reposo, se jala a través del piso con una fuerza horizontal constante de 350 N. Durante los primeros 15 m, el suelo no tiene fricción, y durante los siguientes 15 m, el coeficiente de fricción es 0.30. ¿Cuál es la rapidez final de la caja?

53. (II) La montaña rusa de la figura 6-41 pasa el punto 1 con una rapidez de 1.70 m/s. Si la fuerza de fricción promedio es igual a un quinto de su peso, ¿con qué rapidez alcanzará el punto 2? La distancia recorrida es de 45.0 m.

54. (II) Un esquiador, que va a 12.0 m/s, alcanza el pie de un plano inclinado firme a 18.0° sobre la horizontal y se desliza 12.2 m a lo largo de esta pendiente hacia arriba antes de llegar al reposo. ¿Cuál fue el coeficiente de fricción promedio?

55. (III) Un bloque de madera de 0.620 kg está firmemente unido a un resorte horizontal muy ligero (k = 180 N/m), como se aprecia en la figura 6-40. Se nota que el sistema bloque-resorte, cuando se comprime 5.0 cm y se libera, se alarga 2.3 cm más allá de la posición de equilibrio antes de detenerse y regresar. ¿Cuál es el coeficiente de fricción cinética entre el bloque y la mesa?

56. (III) Un bloque de madera de 280 g está firmemente unido a un resorte horizontal muy ligero (figura 6-40). El bloque se puede deslizar a lo largo de una mesa donde el coeficiente de fricción es 0.30. Una fuerza de 22 N comprime 18 cm al resorte. Si el resorte se libera desde esta posición, ¿a qué distancia, más allá de su posición de equilibrio, se estirará en su primer ciclo?

57. (III) Las primeras pruebas de vuelo para el transbordador espacial usaron un "deslizador" (980 kg de masa, con el piloto incluido) que se lanzaba horizontalmente a 500 km/h desde una altura de 3500 m. Eventualmente, el deslizador aterrizaba con un rapidez de 200 km/h. *a*) ¿Cuál habría sido su rapidez de aterrizaje en ausencia de resistencia del aire? *b*) ¿Cuál fue la fuerza promedio de la resistencia del aire ejercida sobre él si llegó en un deslizamiento constante de 10° a la Tierra?

6–10 Potencia

58. (I) ¿Cuánto le tomará a un motor de 1750 W elevar un piano de 315 kg a una ventana del sexto piso, ubicada 16.0 m arriba?

59. (I) Si un automóvil genera 18 hp cuando viaja a unos 88 km/h constantes, ¿cuál será la fuerza promedio que sobre él ejercen la fricción y la resistencia del aire?

60. (I) Una automóvil deportivo de 1400 kg acelera desde el reposo hasta 95 km/h en 7.4 s. ¿Cuál es la potencia promedio del motor?

61. (I) *a*) Demuestre que un caballo de potencia inglés (550 ft·lb/s) es igual a 746 W. *b*) ¿Cuál es la clasificación de potencia de una bombilla de 75 W?

62. (II) Las unidades de energía eléctrica por lo general se expresan en la forma de "kilowatt-horas". *a*) Demuestre que un kilowatt-hora (kWh) es igual a 3.6×10^6 J. *b*) Si una familia común de cuatro personas utiliza energía eléctrica a una tasa promedio de 520 W, ¿de cuántos kWh sería su factura mensual y *c*) cuántos joules sería esto? *d*) A un costo de $0.12 por kWh, ¿cuál sería su consumo mensual en dólares? ¿La factura mensual depende de la *tasa* a la que consumen la energía eléctrica?

63. (II) Un conductor nota que su automóvil de 1150 kg frena desde 85 km/h hasta 65 km/h en unos 6.0 s en un camino nivelado cuando está en neutral. ¿Aproximadamente qué potencia (watts y hp) se necesita para mantener el automóvil viajando a unos 75 km/h constantes?

64. (II) ¿Cuánto trabajo puede realizar en 1.0 h un motor de 3.0 hp?

65. (II) Un lanzador de bala acelera un peso de 7.3 kg desde el reposo hasta 14 m/s. Si este movimiento toma 1.5 s, ¿qué potencia promedio se desarrolla?

66. (II) Una bomba sube 18.0 kg de agua por minuto a una altura de 3.60 m. ¿Qué clasificación de salida (en watts) debe tener el motor de la bomba?

67. (II) Durante un entrenamiento, los jugadores de fútbol de la universidad estatal suben corriendo las escaleras del estadio en 66 s. Las escaleras tienen 140 m de largo y están inclinadas en un ángulo de 32°. Si un jugador tiene una masa de 95 kg, estime la potencia de salida promedio en su camino de subida. Ignore la fricción y la resistencia del aire.

68. (II) ¿A qué rapidez debe ascender un ciclista una colina de 6.0° para conservar una potencia de salida de 0.25 hp? Desprecie el trabajo realizado por la fricción y considere que la masa del ciclista más la bicicleta es de 68 kg.

69. (II) Un automóvil de 1200 kg tiene una potencia de salida máxima de 120 hp. ¿Cuál debe ser la inclinación de una colina para que la ascienda con una rapidez constante de 75 km/h si las fuerzas de fricción suman 650 N?

70. (II) ¿Cuál es el mínimo de caballos de potencia que debe tener un motor para ser capaz de arrastrar una caja de 310 kg a lo largo de un piso nivelado con una rapidez de 1.20 m/s, si el coeficiente de fricción es 0.45?

71. (III) Un ciclista avanza sin dificultad hacia abajo de una colina de 7.0° con una rapidez estable de 5.0 m/s. Si se supone una masa total de 75 kg (bicicleta más ciclista), ¿cuál debe ser la potencia de salida del ciclista para ascender esa colina con la misma rapidez?

Problemas generales

72. Los diseñadores de los automóviles actuales han construido "defensas de 5 mi/h (8 km/h)" que están diseñadas para comprimirse y rebotar elásticamente sin daño físico alguno a una rapidez por debajo de 8 km/h. Si el material de las defensas se deforma permanentemente después de una compresión de 1.5 cm, pero permanece como un resorte elástico hasta dicho punto, ¿cuál debe ser la constante de resorte efectiva de la defensa, si se supone que el automóvil tiene una masa de 1300 kg y se pone a prueba al estamparlo contra una pared sólida?

73. En cierta biblioteca, el primer anaquel está a 10.0 cm del suelo y los restantes cuatro anaqueles están espaciados cada uno 30.0 cm sobre el anterior. Si el libro promedio tiene una masa de 1.5 kg con una altura de 21 cm, y un anaquel promedio puede sostener 25 libros, ¿cuánto trabajo se requiere para llenar todos los anaqueles, si se supone que todos los libros yacen sobre el suelo al comenzar la operación?

74. Una película del famoso salto largo de Jesse Owens (figura 6-42) en los Juegos Olímpicos de 1936 muestra que su centro de masa se elevó 1.1 m desde el punto de lanzamiento hasta lo alto del arco. ¿Qué rapidez mínima necesitó en el lanzamiento si iba a 6.5 m/s en lo alto del arco?

FIGURA 6–42
Problema 74.

75. El bloque de masa *m* que se desliza sin fricción a lo largo de la pista en forma de rizo que se representa en la figura 6-39 debe permanecer sobre la pista en todo momento, incluso en la parte superior del rizo de radio *r*. *a*) En términos de las cantidades indicadas, determine la altura de liberación mínima *h* (como en el problema 40). A continuación, si la altura verdadera de liberación es 2*h*, calcule *b*) la fuerza normal que ejerce la pista en la parte inferior del rizo, *c*) la fuerza normal que ejerce la pista en la parte superior del rizo y *d*) la fuerza normal que ejerce la pista después de que el bloque sale del rizo hacia la sección plana.

76. Un piloto de avión cayó 370 m después de saltar desde una aeronave sin que su paracaídas se abriera. Aterrizó en un banco de nieve y creó un cráter de 1.1 m de profundidad, pero sobrevivió sólo con lesiones menores. Si se supone que la masa del piloto era de 78 kg y que su velocidad final fue de 35 m/s, estime *a*) el trabajo realizado por la nieve al llevarlo al reposo; *b*) la fuerza promedio que la nieve ejerció sobre él para detenerlo; y *c*) el trabajo realizado por la resistencia del aire sobre el piloto mientras caía.

77. Una bola está atada a un cordón horizontal de longitud *L*, cuyo otro extremo está fijo (figura 6-43). *a*) Si la bola se libera, ¿cuál será su rapidez en el punto más bajo de su trayectoria? *b*) A una distancia *h* directamente por debajo del punto de unión del cordón se encuentra ubicado un perno. Si $h = 0.80L$, ¿cuál será la rapidez de la bola cuando alcanza lo alto de su trayectoria circular en torno al perno?

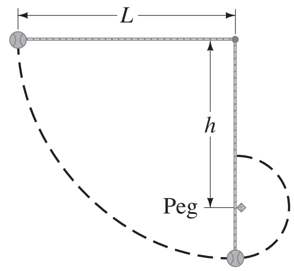


FIGURA 6–43
Problema 77.

78. Un excursionista de 65 kg asciende a la cima de una montaña de 3700 m de alto. El ascenso se realiza en 5.0 h a partir de una altura de 2300 m. Calcule *a*) el trabajo realizado por el excursionista contra la gravedad, *b*) la potencia de salida promedio, en watts y en caballos, y *c*) la tasa de energía de entrada que requirió, si se supone que el cuerpo es un 15% eficiente.

79. Un cable de elevador se rompe cuando el elevador de 920 kg está a 28 m sobre un gran resorte ($k = 2.2 \times 10^5$ N/m) en el fondo del pozo. Calcule *a*) el trabajo realizado por la gravedad sobre el elevador antes de golpear el resorte, *b*) la rapidez del elevador justo antes de golpear al resorte y *c*) cuánto se comprime el resorte (note que, en esta parte, tanto la gravedad como el resorte realizan trabajo).

80. Los administradores del área de esquiar Squaw Valley, en California, afirman que sus transportadores pueden movilizar a 47,000 personas por hora. Si el transportador promedio lleva personas aproximadamente a una altura de 200 m (verticalmente), estime la potencia necesaria para ello.

81. El agua fluye ($v \approx 0$) sobre una presa a una tasa de 650 kg/s y cae verticalmente 81 m antes de golpear las aspas de la turbina. Calcule *a*) la rapidez del agua justo antes de golpear las aspas de la turbina (desprecie la resistencia del aire) y *b*) la tasa a la que se transfiere energía mecánica a las aspas de la turbina, suponiendo una eficiencia del 58%.

82. Demuestre que, sobre una montaña rusa con un rizo vertical circular (figura 6-44), la diferencia en el peso aparente de una persona en la parte superior y la parte inferior del rizo es de 6*g*, esto es, seis veces su peso. Ignore la fricción. Demuestre también que, en tanto la rapidez esté sobre la mínima necesaria, esta respuesta no depende del tamaño del rizo ni de la rapidez a la que se vaya por él.

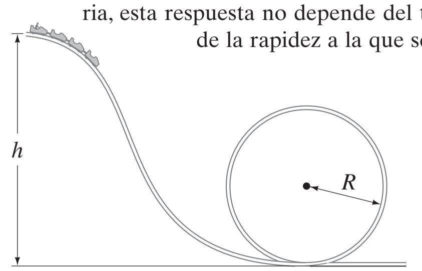


FIGURA 6–44
Problema 82.

83. *a*) Si el cuerpo humano pudiese convertir una barra de dulce directamente en trabajo, ¿a que altura de una escalera podría ascender un hombre de 82 kg si fuese "cargado de combustible" con una barra (= 1100 kJ)? *b*) Si luego el hombre salta de la escalera, ¿cuál será su rapidez cuando alcance el fondo?

84. Un proyectil se dispara en un ángulo hacia arriba de 45.0° desde lo alto de un risco de 165 m, con una rapidez de 175 m/s. ¿Cuál será su rapidez cuando golpee el suelo? (Use la conservación de la energía y desprecie la resistencia del aire.)

85. Si está de pie sobre una báscula de baño, el resorte en su interior se comprime 0.60 mm, y la aguja indica que tu peso es de 710 N. Ahora, si salta sobre la báscula desde una altura de 1.0 m, ¿cuál será la lectura de la báscula en su pico?

86. Un estudiante de 65 kg corre a 5.0 m/s, se sujeta de una soga y se balancea sobre un lago (figura 6-45). El estudiante suelta la soga cuando su velocidad es cero. *a*) ¿Cuál es el ángulo θ cuando suelta la soga? *b*) ¿Cuál es la tensión en la soga justo antes de que él la suelte? *c*) ¿Cuál es la tensión máxima en la soga?

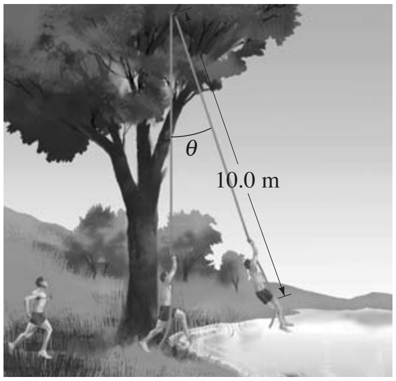


FIGURA 6–45 Problema 86.

87. En el ascenso de soga, un atleta de 72 kg asciende una distancia vertical de 5.0 m en 9.0 s. ¿Qué potencia de salida mínima utilizó para lograr esta hazaña?

88. Algunas compañías de suministro eléctrico emplean agua para almacenar energía. El agua se bombea mediante bombas de turbina reversibles desde un depósito inferior hasta uno superior. Para almacenar la energía producida en 1.0 hora por una planta eléctrica de 120 MW (120×10^6 W), ¿cuántos metros cúbicos de agua se tendrán que bombear desde el depósito inferior hasta el superior? Considere que el depósito superior está a 520 m sobre el inferior y que se puede despreciar el leve cambio en profundidades dentro de cada uno. El agua tiene una masa de 1000 kg por cada 1.0 m^3.

89. Un resorte, con una constante de resorte k, se corta a la mitad. ¿Cuál es la constante de resorte de cada uno de los dos resortes resultantes?

90. Un bloque de 6.0 kg se empuja 8.0 m hacia arriba de un plano inclinado rugoso de 37° mediante una fuerza horizontal de 75 N. Si la rapidez inicial del bloque es de 2.2 m/s hacia arriba del plano, y al movimiento se opone una fuerza de fricción de 25 N, calcule *a*) la energía cinética inicial del bloque; *b*) el trabajo realizado por la fuerza de 75 N; *c*) el trabajo realizado por la fuerza de fricción; *d*) el trabajo realizado por la gravedad; *e*) el trabajo realizado por la fuerza normal; *f*) la energía cinética final del bloque.

91. Si un automóvil de 1500 kg puede acelerar desde 35 hasta 55 km/h en 3.2 s, ¿cuánto le tomará acelerar desde 55 hasta 75 km/h? Se supone que la potencia permanece igual y que las pérdidas por fricción pueden despreciarse.

92. En un examen habitual de función cardiaca (la "prueba de tensión"), el paciente camina sobre una caminadora inclinada (figura 6-46). Estime la potencia que un paciente de 75 kg requiere cuando la caminadora está inclinada en un ángulo de 15° y la velocidad es de 3.3 km/h. (¿Cómo se compara esta potencia con la clasificación de potencia de una bombilla?)

FIGURA 6–46 Problema 92.

93. *a*) Si un volcán lanza una roca de 500 kg verticalmente hacia arriba a una distancia de 500 m, ¿cuál fue la velocidad de la roca cuando dejó el volcán? *b*) Si el volcán arroja el equivalente de 1000 rocas de ese tamaño cada minuto, ¿cuál es su potencia de salida?

94. El agua cae en un molino de agua desde un altura de 2.0 m a una tasa de 95 kg/s. *a*) Si este molino de agua está configurado para proveer electricidad, ¿cuál es su potencia máxima de salida? *b*) ¿Cuál es la rapidez del agua cuando golpea la rueda?

Respuestas a los ejercicios

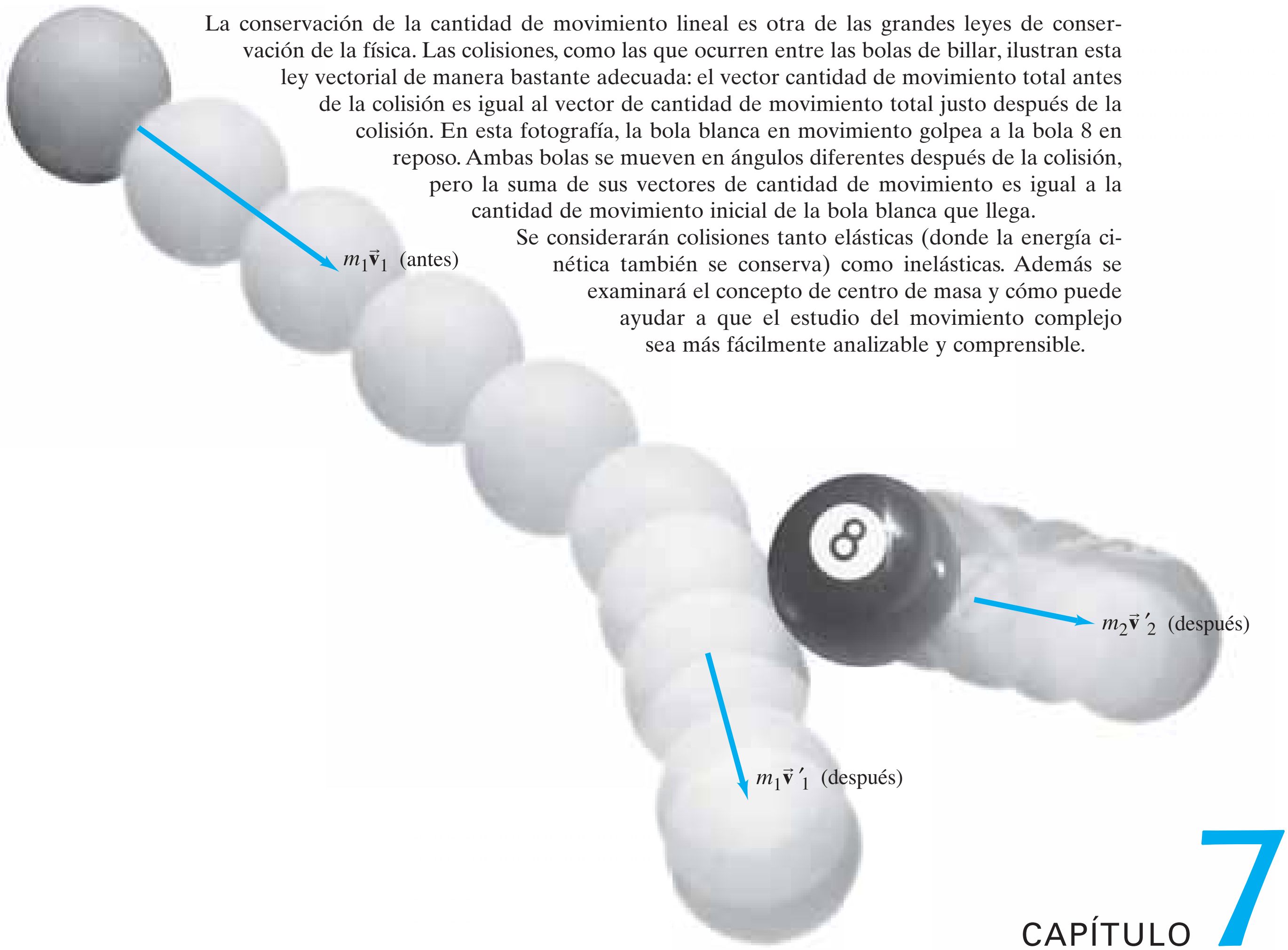
A: (*c*).

B: No, porque la rapidez v sería la raíz cuadrada de un número negativo, que no es real.

C: Es no conservativa, porque, para una fuerza conservativa, $W = 0$ en un trayecto completo.

D: $W_{\text{neto}} = \Delta\text{EC}$, donde $W_{\text{neto}} = mg(y_1 - y_2)$ y $\Delta\text{EC} = \frac{1}{2}mv_2^2 - \frac{1}{2}mv_1^2 = \frac{1}{2}mv_2^2$. Entonces, $v_2^2 = 2g(y_1 - y_2)$.

E: Su rapidez es igual.



La conservación de la cantidad de movimiento lineal es otra de las grandes leyes de conservación de la física. Las colisiones, como las que ocurren entre las bolas de billar, ilustran esta ley vectorial de manera bastante adecuada: el vector cantidad de movimiento total antes de la colisión es igual al vector de cantidad de movimiento total justo después de la colisión. En esta fotografía, la bola blanca en movimiento golpea a la bola 8 en reposo. Ambas bolas se mueven en ángulos diferentes después de la colisión, pero la suma de sus vectores de cantidad de movimiento es igual a la cantidad de movimiento inicial de la bola blanca que llega.

Se considerarán colisiones tanto elásticas (donde la energía cinética también se conserva) como inelásticas. Además se examinará el concepto de centro de masa y cómo puede ayudar a que el estudio del movimiento complejo sea más fácilmente analizable y comprensible.

CAPÍTULO 7

Cantidad de movimiento lineal

La ley de conservación de la energía, que se analizó en el capítulo 6, es una de muchas grandes leyes de conservación en la física. Entre las otras cantidades que se conservan están la cantidad de movimiento lineal, la cantidad de movimiento angular y la carga eléctrica. Eventualmente se discutirán todas éstas, porque las leyes de conservación están entre las ideas más importantes de la ciencia. En este capítulo se estudia la cantidad de movimiento lineal y su conservación. La ley de conservación de la cantidad de movimiento es, en esencia, una reelaboración de las leyes de Newton que proporciona una enorme comprensión de la física y poder para resolver problemas.

Las leyes de conservación de la cantidad de movimiento lineal y de la energía se utilizan para analizar colisiones. De hecho, la ley de conservación de la cantidad de movimiento es particularmente útil cuando se somete a estudio un sistema de dos o más objetos que interactúan, como sucede en las colisiones.

Hasta el momento, el foco de atención se ha centrado principalmente en el movimiento de un solo objeto, al que con frecuencia se le considera como una "partícula" en el sentido de que se ignora cualquier rotación o movimiento interno. Ahora se estudiarán sistemas de dos o más objetos y, hacia el final del capítulo, el concepto de centro de masa.

7–1 Cantidad de movimiento y su relación con la fuerza

Definición de cantidad de movimiento lineal

La **cantidad de movimiento lineal** (o “cantidad de movimiento”, para abreviar) de un objeto se define como el producto de su masa y su velocidad. La cantidad de movimiento se representa con el símbolo $\vec{\mathbf{p}}$. Si m representa la masa de un objeto y $\vec{\mathbf{v}}$ representa su velocidad, entonces su cantidad de movimiento $\vec{\mathbf{p}}$ se define como

$$\vec{\mathbf{p}} = m\vec{\mathbf{v}}. \tag{7–1}$$

Unidades de la cantidad de movimiento

La velocidad es un vector, así que la cantidad de movimiento también es un vector. La dirección de la cantidad de movimiento es la dirección de la velocidad y la magnitud de la cantidad de movimiento es $p = mv$. Como la velocidad depende del marco de referencia, lo mismo ocurre con la cantidad de movimiento; por esa razón, es necesario especificar el marco de referencia. La unidad de cantidad de movimiento es la de masa × velocidad, que en unidades SI es kg·m/s. No existe un nombre especial para esta unidad.

El uso cotidiano del término *cantidad de movimiento* está en concordancia con la definición anterior. De acuerdo con la ecuación 7-1, un automóvil que se mueve rápidamente tiene más cantidad de movimiento que un automóvil de la misma masa que se mueve con lentitud; un camión pesado tiene más cantidad de movimiento que un automóvil pequeño que se mueve con la misma rapidez. Cuanto más cantidad de movimiento tenga un objeto, más difícil será detenerlo, y mayor será el efecto que tendrá si llega al reposo al golpear a otro objeto. Un jugador de fútbol tiene más probabilidad de quedar aturdido si es tacleado por un oponente pesado que corre a su rapidez límite que por un adversario más ligero o que se mueve más lentamente. Un camión pesado que viaja muy rápido puede causar más daño que una motocicleta que transita lentamente.

EJERCICIO A ¿Un pequeño auto deportivo puede tener alguna vez la misma cantidad de movimiento que un gran vehículo todo terreno con tres veces la masa del auto deportivo? Explique su respuesta.

Para cambiar la cantidad de movimiento de un objeto se requiere de una fuerza, ya sea para aumentar la cantidad de movimiento, para disminuirlo o para modificar su dirección. Originalmente, Newton estableció su segunda ley en términos de la cantidad de movimiento (aunque llamó al producto mv la “cantidad de movimiento”). El enunciado de Newton de la **segunda ley del movimiento**, traducido al lenguaje de nuestros días, es el siguiente:

SEGUNDA LEY DE NEWTON

> **La tasa (razón) de cambio de la cantidad de movimiento de un objeto es igual a la fuerza neta que se le aplica.**

Esto se puede expresar como una ecuación,

SEGUNDA LEY DE NEWTON

$$\Sigma\vec{\mathbf{F}} = \frac{\Delta\vec{\mathbf{p}}}{\Delta t}, \tag{7–2}$$

PRECAUCIÓN

El cambio en el vector cantidad de movimiento está en la dirección de la fuerza neta.

donde $\Sigma\vec{\mathbf{F}}$ es la fuerza neta aplicada al objeto (la suma vectorial de todas las fuerzas que actúan sobre él) y $\Delta\vec{\mathbf{p}}$ es el cambio de cantidad de movimiento resultante que ocurre durante el intervalo de tiempo[†] Δt.

Es posible deducir fácilmente la forma familiar de la segunda ley, $\Sigma\vec{\mathbf{F}} = m\vec{\mathbf{a}}$, a partir de la ecuación 7-2 para el caso en que la masa es constante. Si $\vec{\mathbf{v}}_1$ es la velocidad inicial de un objeto y $\vec{\mathbf{v}}_2$ es su velocidad después de que ha transcurrido un intervalo de tiempo Δt, entonces

$$\begin{aligned}\Sigma\vec{\mathbf{F}} &= \frac{\Delta\vec{\mathbf{p}}}{\Delta t} = \frac{m\vec{\mathbf{v}}_2 - m\vec{\mathbf{v}}_1}{\Delta t} = \frac{m(\vec{\mathbf{v}}_2 - \vec{\mathbf{v}}_1)}{\Delta t}\\ &= m\frac{\Delta\vec{\mathbf{v}}}{\Delta t}.\end{aligned}$$

Segunda ley de Newton para masa constante

Por definición, $\vec{\mathbf{a}} = \Delta\vec{\mathbf{v}}/\Delta t$, de modo que

$$\Sigma\vec{\mathbf{F}} = m\vec{\mathbf{a}}. \qquad \text{[masa constante]}$$

El enunciado de Newton (ecuación 7-2) es más general que la versión más familiar porque incluye la situación en la que la masa puede cambiar. En ciertas circunstan-

[†] Normalmente se piensa que Δt es un pequeño intervalo de tiempo. Si éste no es pequeño, entonces la ecuación 7-2 es válida si $\Sigma\vec{\mathbf{F}}$ es constante durante ese intervalo de tiempo, o si $\Sigma\vec{\mathbf{F}}$ es la fuerza neta promedio durante ese intervalo de tiempo.

cias ocurre un cambio en la masa, como en el caso de los cohetes que pierden masa conforme queman combustible y también en la teoría de la relatividad.

EJEMPLO 7–1 ESTIMACIÓN Fuerza de un servicio de tenis. Cuando un jugador de tenis de alto rendimiento hace un servicio, la bola puede perder contacto con la raqueta con una rapidez de 55 m/s, esto es, casi 120 mi/h (figura 7-1). Si la bola tiene una masa de 0.060 kg y está en contacto con la raqueta durante aproximadamente 4 ms (4×10^{-3} s), estime la fuerza promedio sobre la bola. ¿Esta fuerza sería lo suficientemente grande como para elevar a una persona de 60 kg?

PLANTEAMIENTO La bola de tenis se golpea cuando su velocidad inicial es muy cercana a cero, en lo alto del lanzamiento, así que $v_1 = 0$. Se emplea la segunda ley de Newton (ecuación 7-2) para calcular la fuerza, y se ignoran todas las demás fuerzas, como la gravedad, luego de compararse con la ejercida por la raqueta de tenis.

SOLUCIÓN La fuerza que la raqueta ejerce sobre la bola es

$$F = \frac{\Delta p}{\Delta t} = \frac{mv_2 - mv_1}{\Delta t}$$

donde $v_2 = 55$ m/s, $v_1 = 0$ y $\Delta t = 0.004$ s. En consecuencia,

$$F = \frac{\Delta p}{\Delta t} = \frac{(0.060\,\mathrm{kg})(55\,\mathrm{m/s}) - 0}{0.004\,\mathrm{s}}$$
$$\approx 800\,\mathrm{N}.$$

Ésta es una gran fuerza, más grande que el peso de una persona de 60 kg, quien requeriría una fuerza $mg = (60\,\mathrm{kg})(9.8\,\mathrm{m/s^2}) \approx 600\,\mathrm{N}$ para ser elevada.

NOTA La fuerza de gravedad que actúa sobre una pelota de tenis es $mg = (0.060\,\mathrm{kg})(9.8\,\mathrm{m/s^2}) = 0.59\,\mathrm{N}$, lo que justifica el hecho de que se le ignore en comparación con la enorme fuerza que ejerce la raqueta.

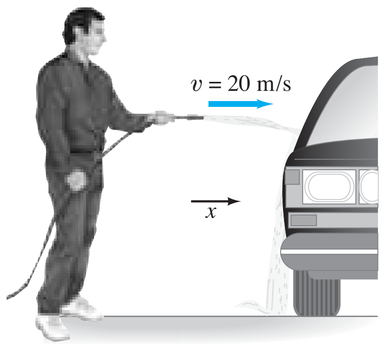
NOTA La fotografía de alta rapidez y el radar proporcionan una estimación del tiempo de contacto y la velocidad de la bola al separarse de la raqueta. Pero una medición directa de la fuerza no es práctica. El cálculo muestra una técnica sencilla para determinar una fuerza desconocida en el mundo real.

FIGURA 7–1 Ejemplo 7-1.

Medición de fuerza

EJEMPLO 7–2 Lavado de un automóvil: cambio de cantidad de movimiento y fuerza. El agua sale de una manguera a una tasa de 1.5 kg/s con una rapidez de 20 m/s y se dirige a uno de los lados de un automóvil, que la detiene, como se observa en la figura 7-2. (Es decir, se ignora cualquier salpicadura de regreso). ¿Cuál es la fuerza que el agua ejerce sobre el automóvil?

FIGURA 7–2 Ejemplo 7-2.



PLANTEAMIENTO El agua que sale de la manguera tiene masa y velocidad, de modo que tiene su cantidad de movimiento p_{inicial}. Cuando el agua golpea el automóvil, pierde esta cantidad de movimiento ($p_{\text{final}} = 0$). La segunda ley de Newton, en forma de cantidad de movimiento (ecuación 7-2) se utiliza para encontrar la fuerza que el automóvil ejerce sobre el agua para detenerla. Por la tercera ley de Newton, se sabe que la fuerza que el agua ejerce sobre el automóvil es igual y opuesta. Se tiene un proceso continuo: 1.5 kg de agua sale de la manguera en cada intervalo de tiempo de 1.0 s. Así que se elige $\Delta t = 1.0$ s y $m = 1.5$ kg en la ecuación 7-2.

SOLUCIÓN Se toma la dirección x positiva hacia la derecha. En cada intervalo de tiempo de 1.0 s, el agua con cantidad de movimiento de $p_x = mv_x = (1.5\,\mathrm{kg})(20\,\mathrm{m/s}) = 30\,\mathrm{kg\cdot m/s}$ llega al reposo cuando golpea al automóvil. La magnitud de la fuerza (que se supone constante) que el automóvil debe ejercer para cambiar la cantidad de movimiento del agua en esta cantidad es

$$F = \frac{\Delta p}{\Delta t} = \frac{p_{\text{final}} - p_{\text{inicial}}}{\Delta t} = \frac{0 - 30\,\mathrm{kg\cdot m/s}}{1.0\,\mathrm{s}} = -30\,\mathrm{N}.$$

El signo menos indica que la fuerza sobre el agua es opuesta a la velocidad original de ésta. El automóvil ejerce una fuerza de 30 N hacia la izquierda para detener el agua, así que, por la tercera ley de Newton, el agua ejerce una fuerza de 30 N hacia la derecha sobre el automóvil.

NOTA Es conveniente seguir el rastro de los signos, aunque el sentido común también ayuda. El agua se mueve hacia la derecha, así que el sentido común dice que la fuerza sobre el automóvil debe ser hacia la derecha.

EJERCICIO B Si el agua salpica de vuelta desde el automóvil del ejemplo 7-2, ¿la fuerza sobre el automóvil sería mayor o menor?

7–2 Conservación de la cantidad de movimiento

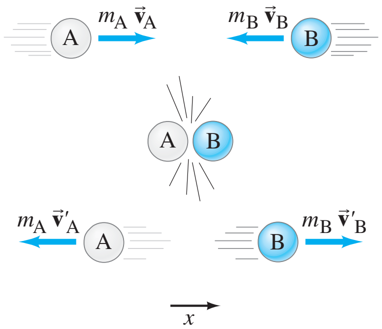


FIGURA 7–3 En una colisión de dos bolas, A y B, la cantidad de movimiento se conserva.

El concepto de cantidad de movimiento es particularmente importante porque, en ciertas circunstancias, la cantidad de movimiento es una cantidad que se conserva. Considere, por ejemplo, la colisión frontal de dos bolas de billar que se ilustra en la figura 7-3. Se supone que la fuerza externa neta sobre este sistema de dos bolas es cero; es decir, las únicas fuerzas significativas durante la colisión son las fuerzas que cada bola ejerce sobre la otra. Aunque la cantidad de movimiento de cada una de las dos bolas cambia como resultado de la colisión, se encuentra que la *suma* de sus cantidades de movimiento es la misma antes y después de la colisión. Si $m_A \vec{\mathbf{v}}_A$ es la cantidad de movimiento de la bola A y $m_B \vec{\mathbf{v}}_B$ es la cantidad de movimiento de la bola B, ambos medidos justo antes de la colisión, entonces la cantidad de movimiento total de las dos bolas antes de la colisión es la suma vectorial $m_A \vec{\mathbf{v}}_A + m_B \vec{\mathbf{v}}_B$. Inmediatamente después de la colisión, las bolas tienen velocidad y cantidad de movimiento diferentes, a los que se les designa mediante una "prima" sobre la velocidad: $m_A \vec{\mathbf{v}}'_A$ y $m_B \vec{\mathbf{v}}'_B$. La cantidad de movimiento total después de la colisión es la suma vectorial $m_A \vec{\mathbf{v}}'_A + m_B \vec{\mathbf{v}}'_B$. Sin importar cuáles sean las velocidades y las masas, los experimentos muestran que la cantidad de movimiento total antes de la colisión es el mismo que después, ya sea que la colisión sea frontal o no, en tanto no actúen fuerzas externas:

CONSERVACIÓN DE LA CANTIDAD DE MOVIMIENTO (para dos objetos que colisionan).

cantidad de movimiento antes = cantidad de movimiento después

$$m_A \vec{\mathbf{v}}_A + m_B \vec{\mathbf{v}}_B = m_A \vec{\mathbf{v}}'_A + m_B \vec{\mathbf{v}}'_B. \qquad \textbf{(7–3)}$$

Esto significa que el vector cantidad de movimiento total del sistema de dos bolas que colisionan se conserva, es decir, permanece constante.

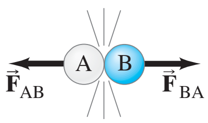
Conservación de la cantidad de movimiento en relación con las leyes de Newton

Aunque la ley de conservación de la cantidad de movimiento se descubrió experimentalmente, está en estrecha relación con las leyes de Newton del movimiento y se puede demostrar que son equivalentes. Se hará una deducción para la colisión frontal ilustrada en la figura 7-3. Se supone que la fuerza F que una bola ejerce sobre la otra durante la colisión es constante durante el breve intervalo de tiempo de la colisión Δt. Se emplea la segunda ley de Newton expresada como en la ecuación 7-2 y se escribe de nuevo multiplicando ambos lados por Δt:

$$\Delta \vec{\mathbf{p}} = \vec{\mathbf{F}}\,\Delta t. \qquad \textbf{(7–4)}$$

Esto se aplica a la bola B sola, haciendo notar que la fuerza $\vec{\mathbf{F}}_{BA}$ sobre la bola B ejercida por la bola A durante la colisión es hacia la derecha (dirección $+x$, figura 7-4):

FIGURA 7–4 Fuerzas sobre las bolas durante la colisión de la figura 7-3.



$$\Delta \vec{\mathbf{p}}_B = \vec{\mathbf{F}}_{BA}\,\Delta t$$

$$m_B \vec{\mathbf{v}}'_B - m_B \vec{\mathbf{v}}_B = \vec{\mathbf{F}}_{BA}\,\Delta t.$$

Por la tercera ley de Newton, la fuerza $\vec{\mathbf{F}}_{AB}$ sobre la bola A debida a la bola B es $\vec{\mathbf{F}}_{AB} = -\vec{\mathbf{F}}_{BA}$ y actúa hacia la izquierda. Luego, al aplicar la segunda ley de Newton en la misma forma a la bola A, se obtiene

$$\Delta \vec{\mathbf{p}}_A = \vec{\mathbf{F}}_{AB}\,\Delta t$$

o

$$\begin{aligned} m_A \vec{\mathbf{v}}'_A - m_A \vec{\mathbf{v}}_A &= \vec{\mathbf{F}}_{AB}\,\Delta t \\ &= -\vec{\mathbf{F}}_{BA}\,\Delta t. \end{aligned}$$

Se combinan estas dos ecuaciones $\Delta \vec{\mathbf{p}}$ (sus lados derechos difieren sólo por un signo menos):

$$m_A \vec{\mathbf{v}}'_A - m_A \vec{\mathbf{v}}_A = -\left(m_B \vec{\mathbf{v}}'_B - m_B \vec{\mathbf{v}}_B\right)$$

o

$$m_A \vec{\mathbf{v}}_A + m_B \vec{\mathbf{v}}_B = m_A \vec{\mathbf{v}}'_A + m_B \vec{\mathbf{v}}'_B$$

que es la ecuación 7-3, la conservación de la cantidad de movimiento.

La deducción anterior se puede extender para incluir cualquier número de objetos en interacción. Para demostrar esto, sea $\vec{\mathbf{p}}$ la representación de la cantidad de movimiento total de un sistema en la ecuación 7-2; esto es, la suma vectorial de las cantidades de movimientos de todos los objetos en el sistema. (Para el anterior sistema de dos objetos, $\vec{\mathbf{p}} = m_A \vec{\mathbf{v}}_A + m_B \vec{\mathbf{v}}_B$). Si la fuerza neta $\Sigma \vec{\mathbf{F}}$ sobre el sistema es cero [como lo fue anteriormente para el sistema de dos objetos, $\vec{\mathbf{F}} + (-\vec{\mathbf{F}}) = 0$,] entonces a partir de la ecuación 7-2, $\Delta \vec{\mathbf{p}} = \vec{\mathbf{F}}\,\Delta t = 0$, así que la cantidad de movimiento total no cambia. Por tanto, el enunciado general de la **ley de conservación de la cantidad de movimiento** es

LEY DE CONSERVACIÓN DE LA CANTIDAD DE MOVIMIENTO

La cantidad de movimiento total de un sistema aislado de objetos permanece constante.

Sistemas
Sistema aislado

Por **sistema** se entiende un conjunto de objetos elegidos y que pueden interactuar unos con otros. Un **sistema aislado** es aquel en el que las únicas fuerzas (significativas) son las que existen entre los objetos en el sistema. La suma de todas estas fuerzas "internas" dentro del sistema será cero por la tercera ley de Newton. Si existen *fuerzas externas* (con lo que se entiende las fuerzas ejercidas por objetos fuera del sistema) y no suman cero (vectorialmente), entonces la cantidad de movimiento total del sistema no se conserva. Sin embargo, si el sistema se redefine de modo que incluya a los otros objetos que ejercen tales fuerzas, entonces se puede aplicar el principio de la conservación de la cantidad de movimiento. Por ejemplo, si se toma como sistema una roca que cae bajo la acción de la gravedad, la cantidad de movimiento de este sistema (la roca) no se conserva: una fuerza externa, que es la fuerza de gravedad que ejerce la Tierra, actúa sobre ella y cambia su cantidad de movimiento. Sin embargo, si se incluye la Tierra en el sistema, la cantidad de movimiento total de la roca más la Tierra se conserva. (Esto significa que la Tierra viene al encuentro de la roca. Pero, como la masa de la Tierra es tan grande, su velocidad hacia arriba es muy pequeña).

EJEMPLO 7–3 Colisión de carros de ferrocarril: conservación de la cantidad de movimiento. Un carro de ferrocarril de 10,000 kg, denotado como A, viaja con una rapidez de 24.0 m/s y golpea a un carro idéntico, B, en reposo. Si los carros quedan enganchados como resultado de la colisión, ¿cuál es su rapidez después de la colisión? Observe la figura 7-5.

PLANTEAMIENTO Se elige el sistema como los dos carros de ferrocarril. Se considera un intervalo de tiempo muy breve, desde el instante preciso antes de la colisión hasta el instante justo después, de modo que se puedan ignorar fuerzas externas como la fricción. Entonces se aplica la conservación de la cantidad de movimiento.

SOLUCIÓN La cantidad de movimiento total inicial es

$$p_{\text{inicial}} = m_A v_A + m_B v_B = m_A v_A$$

puesto que el carro B inicialmente está en reposo ($v_B = 0$). La dirección es hacia la derecha en la dirección $+x$. Después de la colisión, los dos carros quedan unidos, así que tendrán la misma rapidez, que se denota como v'. Entonces la cantidad de movimiento total después de la colisión es

$$p_{\text{final}} = (m_A + m_B)v'.$$

Se supone que no existen fuerzas externas, así que la cantidad de movimiento se conserva:

$$p_{\text{inicial}} = p_{\text{final}}$$
$$m_A v_A = (m_A + m_B)v'.$$

Al resolver para v', se obtiene

$$v' = \frac{m_A}{m_A + m_B} v_A = \left(\frac{10{,}000\ \text{kg}}{10{,}000\ \text{kg} + 10{,}000\ \text{kg}}\right)(24.0\ \text{m/s}) = 12.0\ \text{m/s},$$

hacia la derecha. Su rapidez después de la colisión es la mitad de la rapidez inicial del carro A.

NOTA Los símbolos se conservan hasta el final, así que se tiene una ecuación que resultará útil en otras situaciones (relacionadas).

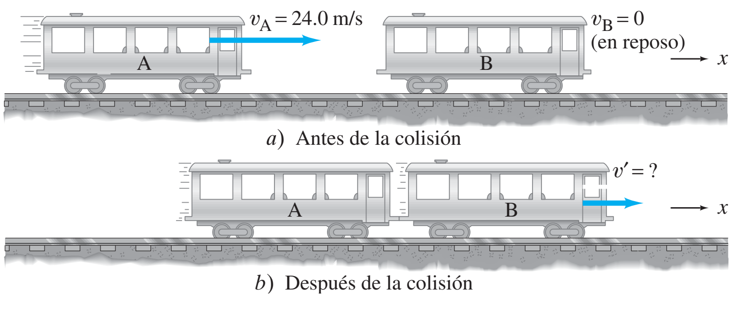


FIGURA 7–5 Ejemplo 7-3.

EJERCICIO C En el ejemplo 7-3, $m_A = m_B$, así que en la última ecuación, $m_A/(m_A + m_B) = \frac{1}{2}$. Por tanto, $v' = \frac{1}{2}v_A$. ¿Qué resultado obtiene si *a*) $m_B = 3m_A$, *b*) m_B es mucho más grande que m_A ($m_B \gg m_A$), *c*) $m_B \ll m_A$?

En tanto no actúen fuerzas externas sobre el sistema elegido, la conservación de la cantidad de movimiento es válida. En el mundo real, las fuerzas externas sí actúan: la fricción sobre las bolas de billar, la gravedad sobre una bola de béisbol, etcétera. Así que podría parecer que la conservación de la cantidad de movimiento no se aplica. ¿O se puede? En una colisión, la fuerza que cada objeto ejerce sobre el otro actúa sólo durante un intervalo de tiempo muy breve, y es muy intensa. Cuando una raqueta golpea una bola de tenis (o un bate golpea una bola de béisbol), tanto antes como después de la "colisión" la bola se mueve como un proyectil bajo la acción de la gravedad y la resistencia del aire. Sin embargo, durante el breve tiempo de la colisión, cuando la raqueta golpea la bola, las fuerzas externas (gravedad y resistencia del aire) son insignificantes en comparación con las fuerzas de colisión que la raqueta y la bola ejercen una sobre la otra. De este modo, si se miden las cantidades de movimiento justo antes y justo después de la colisión, es posible aplicar la conservación de la cantidad de movimiento con gran precisión.

FÍSICA APLICADA
Propulsión de cohetes

La ley de conservación de la cantidad de movimiento es particularmente útil cuando se someten a estudio sistemas bastante simples, como los objetos que colisionan y ciertos tipos de "explosiones". Por ejemplo, la *propulsión de cohetes* que, como se vio en el capítulo 4, se puede comprender sobre la base de acción y reacción, también es explicable sobre la base de la conservación de la cantidad de movimiento. Es posible considerar al cohete y al combustible como un sistema aislado si están en el espacio sideral (sin la acción de fuerzas externas). En el marco de referencia del cohete, la cantidad de movimiento total del cohete más el combustible es cero. Cuando el combustible se quema, la cantidad de movimiento total permanece inalterado: la cantidad de movimiento hacia atrás de los gases expulsados se equilibra con la cantidad de movimiento hacia delante ganado por el cohete mismo (figura 7-6). En consecuencia, un cohete puede acelerar en el espacio vacío. No hay necesidad de que los gases expulsados empujen contra la Tierra o contra el aire (como a veces se piensa erróneamente). Ejemplos similares de sistemas (casi) aislados donde se conserva la cantidad de movimiento son un arma que se mueve hacia atrás cuando dispara una bala y el retroceso de un bote de remos inmediatamente después de que se lanza un paquete desde él.

PRECAUCIÓN
Un cohete empuja sobre los gases liberados por el combustible, no sobre la Tierra u otros objetos.

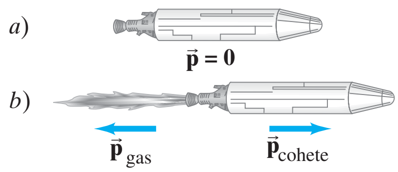
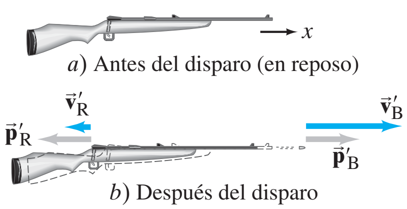


FIGURA 7–6 *a*) Un cohete, que contiene combustible, se encuentra en reposo en cierto marco de referencia. *b*) En el mismo marco de referencia, el cohete se enciende y expulsa gases a gran rapidez por la parte trasera. El vector de cantidad de movimiento total, $\vec{p}_{gas} + \vec{p}_{cohete}$, permanece en cero.

EJEMPLO 7–4 Retroceso de un rifle. Calcule la velocidad de retroceso de un rifle de 5.0 kg que dispara una bala de 0.020 kg a una rapidez de 620 m/s (figura 7-7).

FIGURA 7–7 Ejemplo 7-4.



PLANTEAMIENTO El sistema es el rifle y la bala, ambos inicialmente en reposo, justo antes de que se jale el gatillo. Al jalar el gatillo, ocurre una explosión y se observan el rifle y la bala en el preciso instante en el que la bala deja el cañón. La bala se mueve hacia la derecha ($+x$) y el arma retrocede hacia la izquierda. Durante el muy breve intervalo de tiempo de la explosión, se puede suponer que las fuerzas externas son pequeñas en comparación con las fuerzas ejercidas por la pólvora que estalla. Así que se puede aplicar la conservación de la cantidad de movimiento, al menos aproximadamente.

SOLUCIÓN El subíndice B representa la bala y el R al rifle; las velocidades finales se indican con primas. Entonces, la conservación de la cantidad de movimiento en la dirección x produce

cantidad de movimiento antes = cantidad de movimiento después

$$m_B v_B + m_R v_R = m_B v'_B + m_R v'_R$$
$$0 + 0 = m_B v'_B + m_R v'_R$$

así que

$$v'_R = -\frac{m_B v'_B}{m_R} = -\frac{(0.020\,\mathrm{kg})(620\,\mathrm{m/s})}{(5.0\,\mathrm{kg})} = -2.5\,\mathrm{m/s}.$$

Como el rifle tiene una masa mucho mayor, su velocidad (de retroceso) es mucho menor que la de la bala. El signo menos indica que la velocidad (y la cantidad de movimiento) del rifle está en la dirección x negativa, opuesta a la de la bala.

EJEMPLO CONCEPTUAL 7–5 **Caída sobre o desde un trineo.** *a*) Un trineo vacío se desliza sobre hielo sin fricción cuando Susana cae verticalmente desde un árbol hacia él. Cuando ella cae, ¿el trineo acelera, frena o conserva la misma rapidez? *b*) Más tarde, Susana cae hacia un lado del trineo. Cuando ella cae, ¿el trineo acelera, frena o conserva la misma rapidez?

RESPUESTA *a*) Como Susana cae verticalmente sobre el trineo, no tiene cantidad de movimiento horizontal inicial. Por ende, la cantidad de movimiento horizontal total después de esto es igual a la cantidad de movimiento inicial del trineo. Puesto que la masa del sistema (trineo + persona) aumenta, la rapidez debe disminuir. *b*) En el instante en que Susana cae, se mueve con la misma rapidez horizontal que tenía mientras estaba sobre el trineo. En el momento en que deja al trineo, tiene la misma cantidad de movimiento que tenía un instante antes. Como la cantidad de movimiento se conserva, el trineo conserva la misma rapidez.

7–3 Colisiones e impulso

Las colisiones son un suceso común en la vida cotidiana: una raqueta de tenis o un bate de béisbol que golpean una pelota, bolas de billar que chocan, un martillo que golpea un clavo. Cuando ocurre una colisión, la interacción entre los objetos involucrados generalmente es mucho más intensa que cualquier interacción entre el sistema de objetos y su entorno. Entonces se pueden ignorar los efectos de cualquier otra fuerza durante el breve intervalo de tiempo de la colisión.

Durante una colisión entre dos objetos ordinarios, ambos se deforman, con frecuencia de manera considerable, a causa de las grandes fuerzas involucradas (figura 7-8). Cuando la colisión ocurre, la fuerza por lo general pasa desde cero en el momento del contacto hasta una fuerza muy grande en un tiempo muy corto, y entonces rápidamente regresa a cero de nuevo. Una gráfica de la magnitud de la fuerza que un objeto ejerce sobre el otro durante una colisión, como función de tiempo, es algo como la curva azul en la figura 7-9. El intervalo de tiempo Δt generalmente es muy distinto y muy pequeño.

A partir de la segunda ley de Newton (ecuación 7-2), la fuerza *neta* sobre un objeto es igual a la tasa de cambio de su cantidad de movimiento:

$$\vec{\mathbf{F}} = \frac{\Delta\vec{\mathbf{p}}}{\Delta t}.$$

(Se ha escrito $\vec{\mathbf{F}}$ en lugar de $\Sigma\vec{\mathbf{F}}$ para la fuerza neta, que se supone se debe enteramente a la breve, pero gran fuerza promedio que actúa durante la colisión). Esta ecuación se aplica a *cada uno* de los dos objetos en una colisión. Ambos lados de esta ecuación se multiplican por el intervalo de tiempo Δt, y se obtiene

$$\vec{\mathbf{F}}\,\Delta t = \Delta\vec{\mathbf{p}}. \qquad \textbf{(7–5)}$$

La cantidad a la izquierda, es decir, el producto de la fuerza $\vec{\mathbf{F}}$ por el tiempo Δt durante el que actúa la fuerza, se llama **impulso**:

$$\text{Impulso} = \vec{\mathbf{F}}\,\Delta t.$$

Se ve que el cambio total en la cantidad de movimiento es igual al impulso. El concepto de impulso es útil principalmente cuando se trata con fuerzas que actúan durante un breve intervalo de tiempo, como cuando un bate golpea una bola de béisbol. Por lo general, la fuerza no es constante, y a menudo su variación en el tiempo es como la que se grafica en las figuras 7-9 y 7-10. Con frecuencia, esa fuerza variable se puede aproximar como una fuerza promedio $\overline{F}$ que actúa durante un intervalo de tiempo Δt, como indica la línea punteada en la figura 7-10. $\overline{F}$ se elige de modo que el área sombreada en la figura 7-10 (igual a $\overline{F} \times \Delta t$) sea igual al área bajo la curva real de F contra t en la figura 7-9 (que representa el impulso real).

EJERCICIO D Suponga que la figura 7-9 ilustra la fuerza sobre una bola de golf contra el tiempo cuando la bola golpea una pared. ¿Cómo cambiaría la forma de esta curva si una bola más suave hecha de hule, con la misma masa y con la misma rapidez, golpea esa pared?

FIGURA 7–8 Una raqueta de tenis golpea una bola. Tanto la bola como las cuerdas de la raqueta se deforman por la gran fuerza que una y otras ejercen entre sí.

FIGURA 7–9 La fuerza como función del tiempo durante una colisión típica.

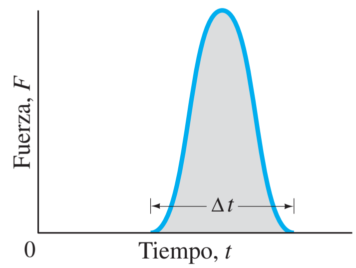
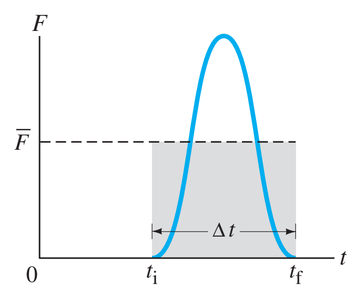


FIGURA 7–10 La fuerza promedio $\overline{F}$ que actúa durante un intervalo de tiempo Δt proporciona el mismo impulso $(\overline{F}\,\Delta t)$ que la fuerza real.



EJEMPLO 7–6 **Hay que doblar las rodillas al caer.** *a*) Calcule el impulso experimentado cuando una persona de 70 kg cae sobre suelo firme después de saltar desde una altura de 3.0 m. *b*) Estime la fuerza promedio que el suelo ejerce sobre los pies de la persona si la caída se efectúa con las piernas rígidas y *c*) con las piernas flexionadas. Considere que, con las piernas rígidas, el cuerpo se mueve 1.0 cm durante el impacto, y cuando las piernas están flexionadas, aproximadamente 50 cm.

FÍSICA APLICADA

Cómo no romperse una pierna.

PLANTEAMIENTO Se considera el breve intervalo de tiempo que comienza justo antes de que la persona golpea el suelo y termina cuando llega al reposo. Durante este lapso, el suelo ejerce una fuerza sobre la persona y le brinda un impulso que es igual a su cambio en la cantidad de movimiento (ecuación 7-5). Para el inciso *a*) se conoce su rapidez final (cero, cuando llega al reposo), pero es necesario calcular su rapidez "inicial" justo antes del impacto contra el suelo. Esto último se encuentra utilizando la cinemática y la caída del sujeto desde una altura de 3.0 m. Entonces la ecuación 7-5 proporciona $F\Delta t$. En los incisos *b*) y *c*) se calcula cuánto tarda (Δt) en frenar cuando golpea contra el suelo, utilizando la cinemática, y entonces se obtiene F porque se conoce $F\Delta t$.

SOLUCIÓN *a*) Primero es necesario determinar la velocidad de la persona justo antes de golpear contra el suelo, lo que se hace considerando el periodo de tiempo anterior entre el salto inicial desde una altura de 3.0 m hasta justo antes de que toque el suelo. La persona cae bajo la acción de la gravedad, así que se emplea la ecuación 2-11c de la cinemática, $v^2 = v_0^2 + 2a(y - y_0)$ con $a = -g$ y $v_0 = 0$, por lo que

$$v^2 = 2g(y_0 - y)$$

o

$$v = \sqrt{2g(y_0 - y)} = \sqrt{2(9.8\,\mathrm{m/s^2})(3.0\,\mathrm{m})} = 7.7\,\mathrm{m/s}.$$

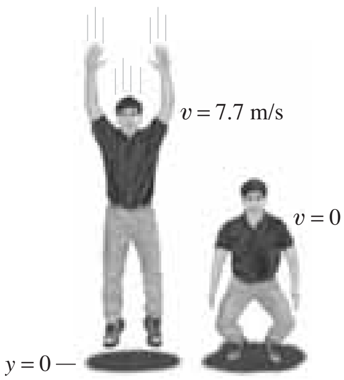


FIGURA 7–11 Ejemplo 7-6. Intervalo de tiempo Δt durante el que actúa el impulso.

Esta $v = 7.7$ m/s es su rapidez justo antes de golpear el suelo, y tal es la rapidez inicial para el breve intervalo de tiempo del impacto contra el suelo, Δt. Ahora se puede determinar el impulso examinando este breve intervalo de tiempo conforme la persona golpea el suelo y llega al reposo (figura 7-11). No se conoce F y, por eso, no se puede calcular directamente el impulso $F\Delta t$; pero se puede utilizar la ecuación 7-5: el impulso es igual al cambio en la cantidad de movimiento del objeto

$$\begin{aligned}\bar{F}\,\Delta t &= \Delta p = m\,\Delta v \\ &= (70\,\mathrm{kg})(0 - 7.7\,\mathrm{m/s}) = -540\,\mathrm{N\cdot s}.\end{aligned}$$

El signo negativo indica que la fuerza es opuesta a la cantidad de movimiento original (hacia abajo); esto es, la fuerza actúa hacia arriba.

b) Al llegar al reposo, la persona desacelera desde 7.7 m/s hasta cero en una distancia $d = 1.0\,\mathrm{cm} = 1.0 \times 10^{-2}\,\mathrm{m}$. Si se supone que la fuerza hacia arriba ejercida sobre la persona por el suelo es constante, entonces la rapidez promedio durante este breve periodo es

$$\bar{v} = \frac{(7.7\,\mathrm{m/s} + 0\,\mathrm{m/s})}{2} = 3.9\,\mathrm{m/s}.$$

Por lo que la colisión con el suelo dura un intervalo de tiempo (recuerde la definición de rapidez, $\bar{v} = d/\Delta t$):

$$\Delta t = \frac{d}{\bar{v}} = \frac{(1.0 \times 10^{-2}\,\mathrm{m})}{(3.9\,\mathrm{m/s})} = 2.6 \times 10^{-3}\,\mathrm{s}.$$

Como la magnitud del impulso es $\bar{F}\,\Delta t = 540\,\mathrm{N\cdot s}$, y $\Delta t = 2.6 \times 10^{-3}\,\mathrm{s}$, la fuerza neta promedio $\bar{F}$ sobre la persona tiene magnitud

$$\bar{F} = \frac{540\,\mathrm{N\cdot s}}{2.6 \times 10^{-3}\,\mathrm{s}} = 2.1 \times 10^5\,\mathrm{N}.$$

RESOLUCIÓN DE PROBLEMAS

¡Los diagramas de cuerpo libre siempre son útiles!

Ya casi llegamos al resultado. $\bar{F}$ es igual a la suma vectorial de la fuerza promedio ascendente sobre las piernas ejercida por el suelo, F_{suelo}, que se toma como positiva, más la fuerza descendente de la gravedad, $-mg$ (figura 7-12):

$$\bar{F} = F_{\text{suelo}} - mg.$$

Como $mg = (70\,\mathrm{kg})(9.8\,\mathrm{m/s^2}) = 690\,\mathrm{N}$, entonces

$$F_{\text{suelo}} = \bar{F} + mg = (2.1 \times 10^5\,\mathrm{N}) + (0.690 \times 10^3\,\mathrm{N}) \approx 2.1 \times 10^5\,\mathrm{N}.$$

c) Esto es tal como el inciso *b*), excepto que $d = 0.50$ m, así que

$$\Delta t = \frac{d}{\bar{v}} = \frac{0.50\ \text{m}}{3.9\ \text{m/s}} = 0.13\ \text{s}$$

y

$$\bar{F} = \frac{540\ \text{N}\cdot\text{s}}{0.13\ \text{s}} = 4.2 \times 10^3\ \text{N}.$$

La fuerza ascendente que el suelo ejerce sobre los pies de la persona es, como en el inciso *b*):

$$F_{\text{suelo}} = \bar{F} + mg = \left(4.2 \times 10^3\ \text{N}\right) + \left(0.69 \times 10^3\ \text{N}\right) = 4.9 \times 10^3\ \text{N}.$$

Es evidente que la fuerza sobre los pies y las piernas es mucho menor ahora con las rodillas flexionadas, y el impulso ocurre durante un intervalo de tiempo más prolongado. De hecho, la fuerza última del hueso de la pierna (véase el capítulo 9, tabla 9-2) no es lo suficientemente grande como para soportar la fuerza calculada en el inciso *b*), así que la pierna probablemente se romperá en tal caída con posición rígida, mientras que probablemente no lo hará en el inciso *c*) con las piernas flexionadas.

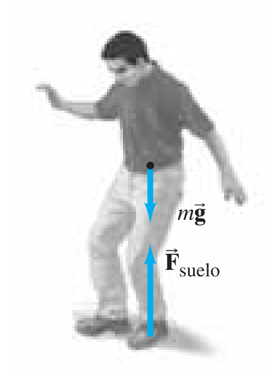


FIGURA 7–12 Ejemplo 7-6. Cuando la persona cae en el suelo, la fuerza neta promedio durante el impacto es $\bar{F} = F_{\text{suelo}} - mg$, donde F_{suelo} es la fuerza que el suelo ejerce hacia arriba sobre la persona.

EJERCICIO E En el inciso *a*) del ejemplo 7-6 se calculó la fuerza F_{suelo} que el suelo ejerce sobre la persona durante la colisión. ¿F_{suelo} fue mucho mayor que la fuerza "externa" de la gravedad sobre la persona? ¿En qué factor?

7–4 Conservación de la energía y de la cantidad de movimiento en colisiones

Por lo general, en la mayoría de las colisiones no se sabe cómo varía la fuerza de colisión a lo largo del tiempo, por lo que el análisis que se apoya en la segunda ley de Newton se vuelve difícil o imposible. Pero, al usar las leyes de conservación para la cantidad de movimiento y la energía, es posible determinar mucha información acerca del movimiento después de una colisión, a partir del movimiento antes de la colisión. En la sección 7-2 se vio que, en la colisión de dos objetos como las bolas de billar, la cantidad de movimiento total se conserva. Si los dos objetos son muy duros y en la colisión no se produce calor ni otra forma de energía, entonces también se conserva la energía cinética. Esto significa que la suma de las energías cinéticas de los dos objetos es la misma antes y después de la colisión. En el instante durante el cual los dos objetos están en contacto, parte de (o toda) la energía se almacena momentáneamente en la forma de energía potencial elástica. Pero si se compara la energía cinética total justo antes de la colisión con la energía cinética total justo después de la colisión, se encuentra que son iguales. Tal colisión en la que se conserva la energía cinética total se llama **colisión elástica**. Si se usan los subíndices A y B para representar los dos objetos, la ecuación para la conservación de la energía cinética total se escribe del modo siguiente

$$\text{EC total antes} = \text{EC total después}$$

$$\tfrac{1}{2}m_A v_A^2 + \tfrac{1}{2}m_B v_B^2 = \tfrac{1}{2}m_A v_A'^2 + \tfrac{1}{2}m_B v_B'^2. \qquad \text{[colisión elástica]} \qquad \textbf{(7–6)}$$

Aquí, las cantidades primas (′) representan valores después de la colisión, y las no primas se refieren a situaciones anteriores a la colisión, tal como en la ecuación 7-3 para la conservación de la cantidad de movimiento.

En el nivel atómico, las colisiones de los átomos y las moléculas con frecuencia son elásticas. Pero, en el mundo "macroscópico" de los objetos ordinarios, una colisión elástica es un ideal que nunca se alcanza por completo, puesto que, durante una colisión, siempre se genera al menos un poco de energía térmica (y tal vez sonido y otras formas de energía). Sin embargo, la colisión entre dos bolas elásticas duras, como las bolas de billar, está muy cerca de ser perfectamente elástica, y a menudo se le trata como tal.

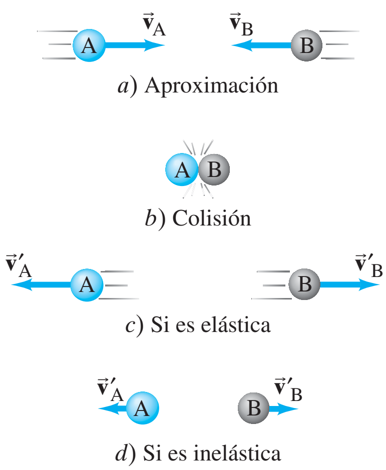
Es necesario recordar que, aun cuando la energía cinética no se conserva, la energía *total* siempre se conserva.

Las colisiones en las que la energía cinética no se conserva son **colisiones inelásticas.** La energía cinética que se pierde se transforma en otros tipos de energía, comúnmente en energía térmica, de modo que la energía total (como siempre) se conserva. En este caso,

$$\text{EC}_A + \text{EC}_B = \text{EC}_A' + \text{EC}_B' + \text{térmica y otras formas de energía.}$$

Observe la figura 7-13 y ponga atención a los detalles en sus leyendas.

FIGURA 7–13 Dos objetos con masas iguales *a*) se aproximan uno hacia el otro con la misma rapidez, *b*) chocan y luego *c*) rebotan con la misma rapidez en direcciones opuestas si la colisión es elástica, o *d*) rebotan mucho menos o nada en absoluto si la colisión es inelástica.



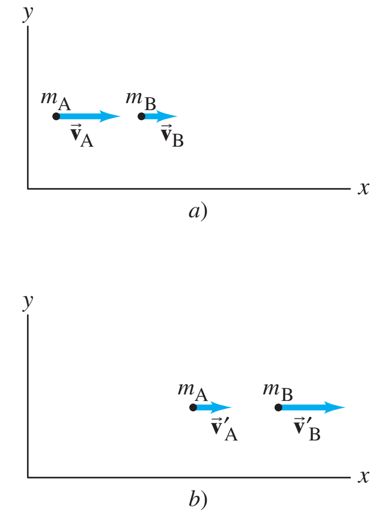


FIGURA 7–14 Dos pequeños objetos de masas m_A y m_B, *a*) antes de la colisión y *b*) después de la colisión.

7–5 Colisiones elásticas en una dimensión

Ahora se aplicarán las leyes de conservación para la cantidad de movimiento y la energía cinética a una colisión elástica entre dos objetos pequeños que chocan frontalmente, así que todo el movimiento es a lo largo de una línea. Se supone que los dos objetos se mueven con velocidades v_A y v_B a lo largo del eje x antes de la colisión (figura 7-14*a*). Después de la colisión, sus velocidades son v'_A y v'_B, (figura 7-14*b*). Para cualquier $v > 0$, el objeto se mueve hacia la derecha (x creciente), mientras que para $v < 0$, el objeto se mueve hacia la izquierda (esto es, hacia valores decrecientes de x).

A partir de la conservación de la cantidad de movimiento se tiene

$$m_A v_A + m_B v_B = m_A v'_A + m_B v'_B .$$

Como se supone que la colisión es elástica, la energía cinética también se conserva:

$$\tfrac{1}{2} m_A v_A^2 + \tfrac{1}{2} m_B v_B^2 = \tfrac{1}{2} m_A v_A'^2 + \tfrac{1}{2} m_B v_B'^2 .$$

Se tienen dos ecuaciones, así que se puede encontrar la resolución para dos incógnitas. Si se conocen las masas y las velocidades antes de la colisión, entonces estas dos ecuaciones se pueden resolver para las velocidades después de la colisión, v'_A y v'_B. Al reescribir la ecuación de la cantidad de movimiento del modo siguiente se obtiene un resultado útil

$$m_A(v_A - v'_A) = m_B(v'_B - v_B), \qquad \textbf{(i)}$$

y la ecuación de energía cinética se rescribe como

$$m_A\left(v_A^2 - v_A'^2\right) = m_B\left(v_B'^2 - v_B^2\right).$$

Al notar que, algebraicamente, $(a - b)(a + b) = a^2 - b^2$, esta última ecuación se escribe como

$$m_A(v_A - v'_A)(v_A + v'_A) = m_B(v'_B - v_B)(v'_B + v_B). \qquad \textbf{(ii)}$$

La ecuación (ii) se divide entre la ecuación (i) y (suponiendo que $v_A \neq v'_A$ y $v_B \neq v'_B$) se obtiene

$$v_A + v'_A = v'_B + v_B .$$

Esta ecuación se reescribe como

$$v_A - v_B = v'_B - v'_A$$

o

Rapidez relativa (sólo una dimensión)

$$v_A - v_B = -(v'_A - v'_B). \qquad \text{[colisión elástica frontal]} \quad \textbf{(7–7)}$$

Éste es un resultado interesante: nos dice que, para cualquier colisión elástica frontal, la rapidez relativa de los dos objetos, después de la colisión, tiene la misma magnitud (pero dirección opuesta) que antes de la colisión, sin importar cuáles sean las masas.

La ecuación 7-7 se dedujo a partir de la conservación de la energía cinética para colisiones elásticas, y se puede usar en lugar de ella. Puesto que en la ecuación 7-7 las v no están al cuadrado, es más simple de utilizar en cálculos que si se emplea directamente la ecuación 7-6 de la conservación de la energía cinética.

EJEMPLO 7–7 **Pool o billar.** La bola de billar A, con masa m y que se mueve con rapidez v, choca con la bola B de igual masa que está en reposo ($v_B = 0$). ¿Cuál será la rapidez de las bolas después de la colisión, si se supone que ésta es elástica?

PLANTEAMIENTO Existen dos incógnitas, v'_A y v'_B, así que se necesitan dos ecuaciones independientes. La atención se centra en el intervalo de tiempo que va desde el instante preciso antes de la colisión hasta el instante justo después. Ninguna fuerza externa actúa sobre el sistema de dos bolas (mg y la fuerza normal se cancelan), así que la cantidad de movimiento se conserva. También se aplica la conservación de la energía cinética, pues la colisión es elástica.

SOLUCIÓN Dados $v_A = v$, $v_B = 0$ y $m_A = m_B = m$, entonces la conservación de la cantidad de movimiento produce

$$mv = mv'_A + mv'_B$$

o, ya que las m se cancelan,

$$v = v'_A + v'_B .$$

Se tienen dos incógnitas (v'_A y v'_B) y se necesita una segunda ecuación, que podría ser la de la conservación de la energía cinética o la ecuación 7-7, más simple, que se deduce a partir de ella:

$$v_A - v_B = v'_B - v'_A, \qquad \text{o} \qquad v = v'_B - v'_A$$

dado que $v_A = v$ y $v_B = 0$. Se resta $v = v'_B - v'_A$ de la ecuación de la cantidad de movimiento $(v = v'_A + v'_B)$ y se obtiene

$$0 = 2v'_A.$$

Por tanto, $v'_A = 0$. Ahora se puede resolver la otra incógnita (v'_B) pues $v = v'_B - v'_A$:

$$v'_B = v + v'_A = v + 0 = v.$$

Para resumir, antes de la colisión se tiene

$$v_A = v, \qquad v_B = 0$$

y después de la colisión

$$v'_A = 0, \qquad v'_B = v.$$

Esto es, la bola A se lleva al reposo por la colisión, mientras que la bola B adquiere la velocidad original de la bola A. Véase la figura 7-15.

NOTA Con frecuencia los jugadores de pool y billar observan este resultado, que es válido sólo si las dos bolas tienen masas iguales (y si no se les da un giro).

FIGURA 7–15 En esta fotografía de exposición múltiple de una colisión frontal entre dos bolas de igual masa, la bola jugadora blanca se acelera desde el reposo por medio del taco y luego golpea a la bola azul, inicialmente en reposo. La bola blanca se detiene en su ruta y la bola azul (de igual masa) se mueve con la misma rapidez que tenía la bola blanca antes de la colisión. Véase el ejemplo 7-7.

EJEMPLO 7–8 **Una colisión nuclear.** Un protón (p) de 1.01 u de masa (unidad de masa atómica unificada), que viaja con una rapidez de 3.60×10^4 m/s, tiene una colisión elástica frontal con un núcleo de helio (He; $m_{He} = 4.00$ u) inicialmente en reposo. ¿Cuáles son las velocidades del protón y del núcleo de helio después de la colisión? (Como se mencionó en el capítulo 1, 1 u $= 1.66 \times 10^{-27}$ kg, aunque ahora no se necesita este dato). Se supone que la colisión tiene lugar en un espacio casi vacío.

PLANTEAMIENTO Al igual que sucedió en el ejemplo 7-7, ésta es una colisión elástica frontal, pero ahora las masas del sistema de dos partículas no son iguales. La única fuerza externa es la gravedad de la Tierra, pero es insignificante en comparación con la intensa fuerza durante la colisión. De nuevo se usan las leyes de conservación de la cantidad de movimiento y de la energía cinética, que se aplican al sistema de dos partículas.

SOLUCIÓN Sean el protón (p) la partícula A y el núcleo de helio (He) la partícula B. Se tienen $v_B = v_{He} = 0$ y $v_A = v_p = 3.60 \times 10^4$ m/s. Hay que encontrar las velocidades v'_p y v'_{He} después de la colisión. A partir de la conservación de la cantidad de movimiento,

$$m_p v_p + 0 = m_p v'_p + m_{He} v'_{He}.$$

Puesto que la colisión es elástica, la energía cinética del sistema de dos partículas se conserva y se puede usar la ecuación 7-7, que se convierte en

$$v_p - 0 = v'_{He} - v'_p.$$

En consecuencia

$$v'_p = v'_{He} - v_p,$$

y, al sustituir esto en la ecuación de la cantidad de movimiento que se enunció líneas arriba, se obtiene

$$m_p v_p = m_p v'_{He} - m_p v_p + m_{He} v'_{He}.$$

Al resolver para v'_{He}, se obtiene

$$v'_{He} = \frac{2m_p v_p}{m_p + m_{He}} = \frac{2(1.01\ \text{u})(3.60 \times 10^4\ \text{m/s})}{5.01\ \text{u}} = 1.45 \times 10^4\ \text{m/s}.$$

La otra incógnita es v'_p, que ahora se puede obtener a partir de

$$v'_p = v'_{He} - v_p = (1.45 \times 10^4\ \text{m/s}) - (3.60 \times 10^4\ \text{m/s}) = -2.15 \times 10^4\ \text{m/s}.$$

El signo menos de v'_p indica que el protón invierte su dirección con la colisión, y se ve que su rapidez es menor que su rapidez inicial (figura 7-16).

NOTA Este resultado tiene sentido: se esperaría que el protón más ligero "rebotara de regreso" del núcleo de helio más masivo, pero no con toda su velocidad original como desde una pared rígida (que corresponde a una masa extremadamente grande o infinita).

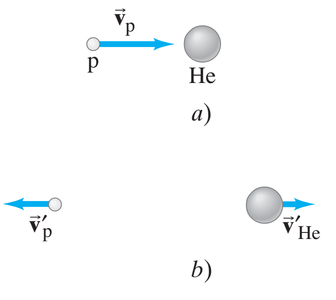


FIGURA 7–16 Ejemplo 7-8: *a*) antes de la colisión, *b*) después de la colisión.

7–6 Colisiones inelásticas

Las colisiones en las que la energía cinética no se conserva se llaman *colisiones inelásticas*. Parte de la energía cinética inicial se transforma en otros tipos de energía, como térmica o potencial, así que la energía cinética total después de la colisión es menor que la energía cinética total antes de la colisión. La situación inversa también ocurre cuando la energía potencial (como la química o nuclear) se libera; en tal caso, la energía cinética total después de la interacción puede ser mayor que la energía cinética inicial. Las explosiones son ejemplos de este tipo.

Colisión completamente inelástica

Las colisiones macroscópicas típicas son inelásticas, al menos en cierta medida, y con frecuencia lo son en gran medida. Si dos objetos quedan pegados como resultado de una colisión, se dice que la colisión es **completamente inelástica**. Dos bolas de masilla que colisionan y quedan pegadas, o dos carros de ferrocarril que se enganchan cuando chocan son ejemplos de colisiones completamente inelásticas. En ciertos casos de colisiones inelásticas, toda la energía cinética se transforma en otros tipos de energía, pero en algunos casos sólo parte de ella se transforma. En el ejemplo 7-3 se vio que, cuando un carro de ferrocarril en movimiento choca con un carro estacionado, los carros enganchados viajan con alguna energía cinética. En una colisión completamente inelástica, la cantidad máxima de energía cinética se transforma en otros tipos, lo que es consistente con la conservación de la cantidad de movimiento. Aun cuando la energía cinética no se conserve en las colisiones inelásticas, la energía total siempre se conserva, y el vector cantidad de movimiento total también se conserva.

EJEMPLO 7–9 **De nuevo carros de ferrocarril.** Para la colisión completamente inelástica de los dos carros de ferrocarril que se consideraron en el ejemplo 7-3, calcule cuánta de la energía cinética inicial se transforma en térmica o en otros tipos de energía.

PLANTEAMIENTO Los carros de ferrocarril quedan enganchados después de la colisión, así que ésta es una colisión completamente inelástica. Al restar la energía cinética total después de la colisión, de la energía cinética inicial total, se encuentra que mucha de la energía se transforma en otros tipos de energía.

SOLUCIÓN Antes de la colisión, sólo el carro A se mueve, así que la energía cinética inicial total es

$$\tfrac{1}{2}m_A v_A^2 = \tfrac{1}{2}(10{,}000\,\mathrm{kg})(24.0\,\mathrm{m/s})^2 = 2.88 \times 10^6\,\mathrm{J}.$$

Después de la colisión, ambos carros se mueven con una rapidez de 12.0 m/s, por la conservación de la cantidad de movimiento (ejemplo 7-3). Así que la energía cinética total después de ello es

$$\tfrac{1}{2}(20{,}000\,\mathrm{kg})(12.0\,\mathrm{m/s})^2 = 1.44 \times 10^6\,\mathrm{J}.$$

Por tanto, la energía transformada a otros tipos es

$$\left(2.88 \times 10^6\,\mathrm{J}\right) - \left(1.44 \times 10^6\,\mathrm{J}\right) = 1.44 \times 10^6\,\mathrm{J},$$

que es precisamente la mitad de la energía cinética original.

Péndulo balístico

EJEMPLO 7–10 **Péndulo balístico.** El *péndulo balístico* es un dispositivo que se utiliza para medir la rapidez de un proyectil, como una bala. El proyectil, de masa m, se dispara hacia un gran bloque (de madera u otro material) de masa M, que está suspendido como un péndulo. (Por lo general, M es un poco mayor que m). Como resultado de la colisión, el péndulo y el proyectil se balancean juntos hasta una altura máxima h (figura 7-17). Determine la relación entre la rapidez horizontal inicial del proyectil, v, y la altura máxima h.

PLANTEAMIENTO El proceso se puede analizar dividiéndolo en dos partes o dos intervalos de tiempo: **1.** el intervalo de tiempo que va desde el instante preciso antes de la colisión hasta el instante justo después de la misma, y **2.** el intervalo de tiempo subsiguiente, en el que el péndulo se mueve desde la posición en que cuelga verticalmente hasta la altura máxima h.

En el inciso 1 (figura 7-17*a*) se supone que el tiempo de colisión es muy corto, de modo que el proyectil llega al reposo en el bloque antes de que éste se haya movido significativamente de su posición justo debajo del soporte. Por tanto, en realidad no existe fuerza externa neta y se puede aplicar la conservación de la cantidad de movimiento a esta colisión completamente inelástica. En el inciso 2 (figura 7-17*b*), el péndulo comienza a moverse, sujeto a una fuerza externa neta (la gravedad, que tiende a jalar de vuelta hacia la posición vertical); así que, para el inciso 2, no se puede usar la conservación de la cantidad de movimiento. Pero puede utilizarse la conservación de la energía mecánica, ya que la gravedad es una fuerza conservativa (capítulo 6). Inmediatamente después de la colisión, la energía cinética cambia por completo a energía potencial gravitacional cuando el péndulo alcanza su altura máxima, h.

SOLUCIÓN En el inciso 1, la cantidad de movimiento se conserva:

$$p \text{ total antes} = p \text{ total después}$$

$$mv = (m + M)v', \qquad \textbf{(i)}$$

donde v' es la rapidez del bloque y el proyectil incrustado justo después de la colisión, antes de que se hayan movido significativamente.

En el inciso 2, la energía mecánica se conserva. Se elige $y = 0$ cuando el péndulo cuelga verticalmente, y luego $y = h$ cuando el sistema péndulo-proyectil alcanza su altura máxima. Por tanto, se escribe

$$(\text{EC} + \text{EP}) \text{ justo después de la colisión} = (\text{EC} + \text{EP}) \text{ en la altura máxima del péndulo}$$

o

$$\tfrac{1}{2}(m + M)v'^2 \; + \; 0 = 0 \; + \; (m + M)gh. \qquad \textbf{(ii)}$$

Se resuelve para v':

$$v' = \sqrt{2gh}.$$

Al insertar este resultado para v' en la ecuación (i) anterior y resolver para v, se obtiene

$$v = \frac{m + M}{m} v' = \frac{m + M}{m} \sqrt{2gh},$$

que es el resultado final.

NOTA La separación del proceso en dos partes fue fundamental. Tal análisis es una poderosa herramienta en la resolución de problemas. ¿Pero cómo decide la manera de realizar tal división? Piense acerca de las leyes de conservación. Son sus *herramientas*. Comience un problema preguntándose si las leyes de conservación se aplican en la situación planteada. En el caso presente, se determinó que la cantidad de movimiento se conserva sólo durante la breve colisión, que se llamó parte 1. Pero en la parte 1, como la colisión es inelástica, la conservación de la energía mecánica no es válida. Luego, en la parte 2, la conservación de la energía mecánica es válida, más no la conservación de la cantidad de movimiento.

Sin embargo, hay que advertir que, si hubiese habido un movimiento significativo del péndulo durante la desaceleración del proyectil en el bloque, entonces *habría* existido una fuerza externa (gravedad) durante la colisión, de modo que la conservación de la cantidad de movimiento no habría sido válida en la parte 1.

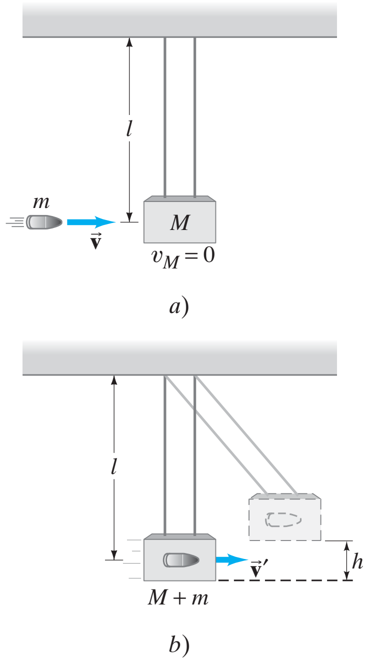


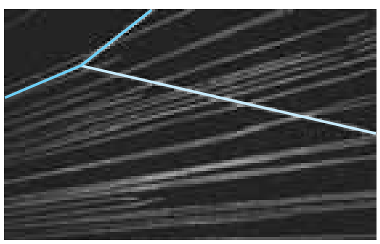
FIGURA 7–17 Un péndulo balístico. Ejemplo 7-10.

RESOLUCIÓN DE PROBLEMAS
Utilice las leyes de conservación para analizar un problema.

* 7–7 Colisiones en dos o tres dimensiones

La conservación de la cantidad de movimiento y la energía también se aplican a colisiones en dos o tres dimensiones, donde la naturaleza vectorial de la cantidad de movimiento es especialmente importante. Un tipo común de colisión no frontal es aquella en la que un objeto en movimiento (llamado "proyectil") golpea un segundo objeto inicialmente en reposo (el "blanco"). Ésta es la situación común en los juegos tales como el billar y el pool, y en los experimentos de física atómica y nuclear (los proyectiles, provenientes del decaimiento radiactivo o de un acelerador de alta energía, golpean un núcleo estacionario que sirve como blanco; figura 7-18).

FIGURA 7–18 Una reciente versión mejorada de una fotografía de una cámara de niebla tomada en los primeros días de la física nuclear(en la década de 1920). Las líneas son trayectorias de núcleos de helio (He) provenientes desde la izquierda. Un He, resaltado en azul, choca con un protón de hidrógeno en la cámara de gas y ambos se dispersan en un ángulo; la trayectoria dispersada del protón se muestra en azul claro.



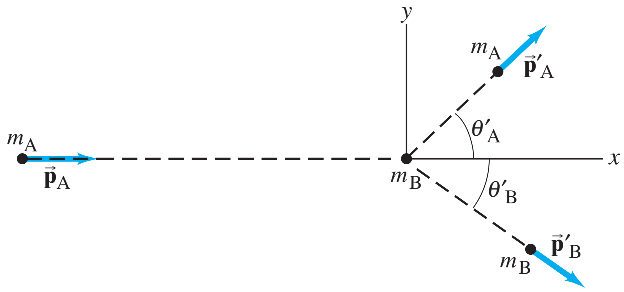


FIGURA 7–19 El objeto A, el proyectil, choca con el objeto B, el blanco. Después de la colisión, se mueven con cantidades de movimiento $\vec{p}'_A$ y $\vec{p}'_B$ en ángulos θ'_A y θ'_B.

La figura 7-19 muestra el proyectil de entrada, m_A, que se dirige a lo largo del eje x hacia el blanco, m_B, que inicialmente está en reposo. Si éstas son bolas de billar, m_A golpea a m_B y salen en ángulos θ'_A y θ'_B, respectivamente, que se miden en relación con la dirección inicial de m_A (el eje x).[†]

Apliquemos la ley de conservación de la cantidad de movimiento a una colisión como la de la figura 7-19. Se elige el plano xy como el plano en el que se encuentran las cantidades de movimiento inicial y final. La cantidad de movimiento es un vector y, dado que la cantidad de movimiento total se conserva, sus componentes en las direcciones x y y también se conservan. El componente x de la conservación de la cantidad de movimiento da

$$p_{Ax} + p_{Bx} = p'_{Ax} + p'_{Bx}$$

o, con $p_{Bx} = m_B v_{Bx} = 0$,

p_x se conserva

$$m_A v_A = m_A v'_A \cos\theta'_A + m_B v'_B \cos\theta'_B, \qquad \textbf{(7–8a)}$$

donde las primas (′) se refieren a cantidades *después* de la colisión. Como inicialmente no existe movimiento en la dirección y, el componente y de la cantidad de movimiento total es cero antes de la colisión. Entonces, la ecuación del componente y de la conservación de la cantidad de movimiento es

$$p_{Ay} + p_{By} = p'_{Ay} + p'_{By}$$

o

p_y se conserva

$$0 = m_A v'_A \operatorname{sen}\theta'_A + m_B v'_B \operatorname{sen}\theta'_B. \qquad \textbf{(7–8b)}$$

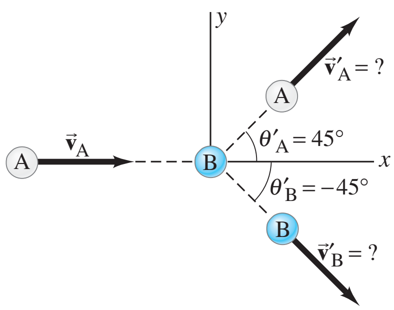


FIGURA 7–20 Ejemplo 7-11.

EJEMPLO 7–11 **Colisión de bolas de billar en 2-D.** La bola de billar A, que se mueve con rapidez $v_A = 3.0$ m/s en la dirección $+x$ (figura 7-20), golpea una bola B de igual masa e inicialmente en reposo. Se observa que las dos bolas se mueven a 45° con respecto al eje x, la bola A sobre el eje x y la bola B debajo. Esto es, $\theta'_A = 45°$ y $\theta'_B = -45°$ en la figura 7-20. ¿Cuáles es la rapidez de las bolas después de la colisión?

PLANTEAMIENTO No existe fuerza externa neta sobre el sistema de dos bolas, si se supone que la mesa está nivelada (ya que la fuerza normal equilibra la gravedad). Así que se aplica la conservación de la cantidad de movimiento tanto al componente x como al componente y utilizando el sistema coordenado xy que se representa en la figura 7-20. Se tienen dos ecuaciones y dos incógnitas, v'_A y v'_B. A partir de la simetría es posible conjeturar que las dos bolas tienen la misma rapidez. Pero no supongamos eso por ahora. Aun cuando no se haya dicho si la colisión es elástica o inelástica, todavía es posible usar la conservación de la cantidad de movimiento.

SOLUCIÓN Se aplica la conservación de la cantidad de movimiento (ecuaciones 7-8a y b) y se resuelve para v'_A y v'_B. Se proporciona $m_A = m_B$ (= m), así que

$$(\text{para } x) \quad mv_A = mv'_A\cos(45°) + mv'_B\cos(-45°)$$

y

$$(\text{para } y) \quad 0 = mv'_A\operatorname{sen}(45°) + mv'_B\operatorname{sen}(-45°).$$

Las m se cancelan en ambas ecuaciones (las masas son iguales).

[†] Los objetos pueden comenzar a desviarse incluso antes de que se toquen, si entre ellos actúa una fuerza eléctrica, magnética o nuclear. Piense, por ejemplo, en dos imanes orientados de modo que se repelen mutuamente: cuando uno se mueve hacia el otro, el segundo se mueve alejándose antes de que el primero lo toque.

La segunda ecuación produce [recuerde que sen$(-\theta) = -$sen θ]:

$$v'_B = -v'_A \frac{\text{sen}(45°)}{\text{sen}(-45°)} = -v'_A\left(\frac{\text{sen } 45°}{-\text{sen } 45°}\right) = v'_A.$$

De modo que tienen la misma rapidez, como se conjeturó al principio. La ecuación del componente x produce [recuerde que cos$(-\theta) = $ cos θ]:

$$v_A = v'_A \cos(45°) + v'_B \cos(45°) = 2v'_A \cos(45°),$$

de este modo

$$v'_A = v'_B = \frac{v_A}{2\cos(45°)} = \frac{3.0 \text{ m/s}}{2(0.707)} = 2.1 \text{ m/s}.$$

NOTA Cuando se tienen dos ecuaciones independientes, es posible resolver, cuando mucho, dos incógnitas.

EJERCICIO F Realice un cálculo para ver si la energía cinética se conservó en la colisión del ejemplo 7-11.

Si se sabe que una colisión es elástica, también se puede aplicar la conservación de la energía cinética y obtener una tercera ecuación además de las 7-8a y b:

$$\text{EC}_A + \text{EC}_B = \text{EC}'_A + \text{EC}'_B$$

o, para la colisión que se ilustra en la figura 7-20,

$$\tfrac{1}{2}m_A v_A^2 = \tfrac{1}{2}m_A v_A'^2 + \tfrac{1}{2}m_B v_B'^2. \qquad \text{[colisión elástica]} \quad \textbf{(7–8c)}$$

La EC se conserva.

Si la colisión es elástica, se tienen tres ecuaciones independientes y se pueden resolver tres incógnitas. Si se proporcionan m_A, m_B, v_A (y v_B, si ésta no es cero), no se puede, por ejemplo, predecir las variables finales, v'_A, v'_B, θ'_A, y θ'_B, porque son cuatro. Sin embargo, si se mide una de esas variables, como θ'_A, entonces las otras tres variables (v'_A, v'_B, y θ'_B) están definidas de manera única, y se les puede determinar a partir de las ecuaciones 7-8a, b y c.

Una nota de precaución: la ecuación 7-7 *no* se aplica a colisiones en dos dimensiones. Sólo funciona cuando una colisión ocurre a lo largo de una línea.

PRECAUCIÓN

La ecuación 7-7 sólo se aplica en una dimensión.

RESOLUCIÓN DE PROBLEMAS Conservación de la cantidad de movimiento y colisiones

1. Elija el **sistema**. Si la situación es compleja, piense en cómo dividirla en partes cuando se aplique una o más leyes de conservación.
2. Considere si una **fuerza externa neta** significativa actúa sobre el sistema elegido; si es así, asegúrese de que el intervalo de tiempo Δt sea tan corto que el efecto sobre la cantidad de movimiento sea despreciable. Esto es, las fuerzas que actúan entre los objetos en interacción deben ser las significativas si se va a usar la conservación de la cantidad de movimiento. [Nota: Si esto es válido para una porción del problema, se puede usar la conservación de la cantidad de movimiento sólo para dicha porción].
3. Dibuje un **diagrama** de la situación inicial, justo antes de que ocurra la interacción (colisión, explosión), y represente la cantidad de movimiento de cada objeto con una flecha y su nombre. Haga lo mismo para la situación final, justo después de la interacción.
4. Elija un **sistema coordenado**, y las direcciones "+" y "−". (Para una colisión frontal, sólo se necesitará un eje x). Con frecuencia es conveniente elegir el eje $+x$ en la dirección de la velocidad inicial de un objeto.
5. Aplique la ecuación o ecuaciones de **conservación de la cantidad de movimiento**:

   cantidad de movimiento inicial total = cantidad de movimiento final total.

   Se tiene una ecuación para cada componente (x, y, z): sólo una ecuación para una colisión frontal. [No olvide que es la cantidad de movimiento *total* del sistema la que se conserva, no las cantidades de movimiento de los objetos individuales].
6. Si la colisión es elástica, también se puede escribir una ecuación de **conservación de la energía cinética**:

   EC inicial total = EC final total.

   [De manera alternativa, podría utilizarse la ecuación 7-7: $v_A - v_B = v'_B - v'_A$, si la colisión es unidimensional (frontal)].
7. Resuelva la(s) **incógnita(s)**.
8. **Verifique** su trabajo, compruebe las unidades y pregúntese si el resultado es razonable.

7–8 Centro de masa (CM)

La cantidad de movimiento es un poderoso concepto no sólo para analizar colisiones, sino también para analizar el movimiento de traslación de los objetos extendidos reales. Hasta ahora, siempre que se trató con el movimiento de un objeto extendido (esto es, un objeto que tiene tamaño), se supuso que se le podría considerar como una partícula puntual o que sólo experimentaba movimiento de traslación. Sin embargo, los objetos extendidos reales también pueden experimentar movimiento de rotación y de otros tipos. Por ejemplo, la clavadista de la figura 7-21*a* sólo experimenta movimiento de traslación (todas las partes de su cuerpo siguen la misma trayectoria), mientras que la clavadista de la figura 7-21*b* experimenta movimiento de traslación y de rotación. El movimiento que no es traslación pura se designará como *movimiento general*.

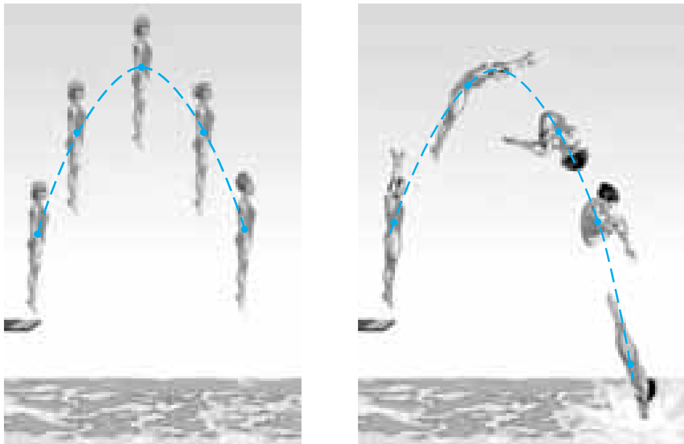


FIGURA 7–21 El movimiento de la clavadista es traslación pura en *a*), pero es traslación más rotación en *b*). El punto azul representa el cm de la clavadista en cada momento.

Centro de masa

Movimiento general

Las observaciones indican que, incluso si un objeto gira, o varias partes de un sistema de objetos se mueven una en relación con las otras, existe un punto que se mueve en la misma trayectoria en la que se movería una partícula si estuviese sujeta a la misma fuerza neta. A este punto se le llama **centro de masa** (abreviado CM). El movimiento general de un objeto extendido (o sistema de objetos) se considera como *la suma del movimiento de traslación del CM, más los movimientos de rotación, vibratorio y de otros tipos en torno al CM.*

Como ejemplo, considere el movimiento del centro de masa de la clavadista de la figura 7-21; el CM sigue una trayectoria parabólica aun cuando la clavadista gira, como se indica en la figura 7-21*b*. Ésta es la misma trayectoria parabólica que sigue una partícula proyectada cuando sobre ella actúa sólo la fuerza de gravedad (esto es, un movimiento de proyectil). Otros puntos en el cuerpo de la clavadista en rotación, como los pies o la cabeza, siguen trayectorias más complicadas.

La figura 7-22 muestra una llave de tuercas sobre la que actúa una fuerza neta cero, que se traslada y gira a lo largo de una superficie horizontal. Note que su CM, señalado con una cruz azul, se mueve en una línea recta, como se indica con la línea punteada blanca.

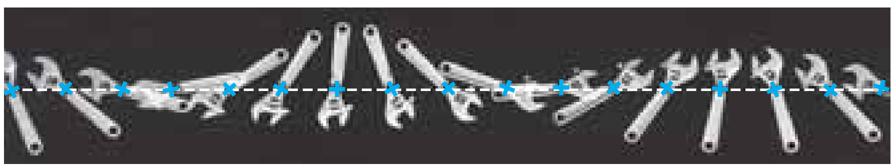


FIGURA 7–22 Traslación más rotación: una llave de tuercas que se mueve sobre una superficie horizontal. El CM, marcado con una cruz azul, se mueve en una línea recta.

En la sección 7-10 se demostrará que las importantes propiedades del CM se deducen de las leyes de Newton si el CM se define de la forma siguiente. Se puede considerar que cualquier objeto está constituido de muchas partículas pequeñas. Pero primero se considera un sistema integrado por sólo dos partículas (u objetos pequeños), de masas m_A y m_B. Se elige un sistema coordenado de modo que ambas partículas se encuentren sobre el eje x en las posiciones x_A y x_B (figura 7-23). Se define que el centro de masa de este sistema está en la posición x_{CM}, dada por

$$x_{CM} = \frac{m_A x_A + m_B x_B}{m_A + m_B} = \frac{m_A x_A + m_B x_B}{M},$$

Coordenada x del CM (2 partículas)

donde $M = m_A + m_B$ es la masa total del sistema. El centro de masa se encuentra en la línea que une a m_A y m_B. Si las dos masas son iguales $(m_A = m_B = m)$, entonces x_{CM} está a la mitad entre ellas, pues en este caso

$$x_{CM} = \frac{m(x_A + x_B)}{2m} = \frac{(x_A + x_B)}{2}.$$

Si una masa es más grande que la otra, por ejemplo, $m_A > m_B$, entonces el CM está más cerca de la masa más grande. Si toda la masa estuviera concentrada en x_B, de modo que $m_A = 0$, entonces $x_{CM} = (0x_A + m_B x_B)/(0 + m_B) = x_B$, como se esperaría.

Si existen más de dos partículas a lo largo de una línea, existirán términos adicionales:

$$x_{CM} = \frac{m_A x_A + m_B x_B + m_C x_C + \cdots}{m_A + m_B + m_C + \cdots} = \frac{m_A x_A + m_B x_B + m_C x_C + \cdots}{M}, \quad \textbf{(7–9a)}$$

Coordenada x del CM (muchas partículas)

donde M es la masa total de todas las partículas.

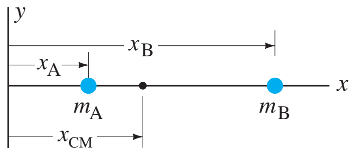


FIGURA 7–23 El centro de masa de un sistema de dos partículas se encuentra en la línea que une las dos masas. Aquí, $m_A > m_B$, de modo que el CM está más cerca de m_A que de m_B.

EJEMPLO 7–12 **CM de tres personas sobre una balsa.** Tres personas aproximadamente de masas iguales m sobre una balsa ligera (llena de aire) se sientan a lo largo del eje x en las posiciones $x_A = 1.0$ m, $x_B = 5.0$ m y $x_C = 6.0$ m, medidas desde el extremo izquierdo, como se ilustra en la figura 7-24. Encuentra la posición del CM. Ignore la masa de la balsa.

PLANTEAMIENTO Se proporcionan la masa y la ubicación de las tres personas, así que se pueden usar tres términos en la ecuación 7-9a. A cada persona se le considera como una partícula puntual. De manera equivalente, la ubicación de cada persona es la posición del CM propio de esa persona.

SOLUCIÓN Se utiliza la ecuación 7-9a con tres términos:

$$x_{CM} = \frac{mx_A + mx_B + mx_C}{m + m + m} = \frac{m(x_A + x_B + x_C)}{3m}$$
$$= \frac{(1.0\text{ m} + 5.0\text{ m} + 6.0\text{ m})}{3} = \frac{12.0\text{ m}}{3} = 4.0\text{ m}.$$

El CM está a 4.0 m del extremo izquierdo de la balsa.

NOTA Las coordenadas del CM dependen del marco de referencia o sistema coordenado elegido. Pero la ubicación física del CM es independiente de esa elección.

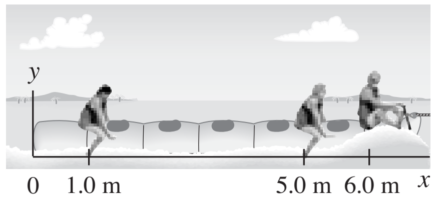


FIGURA 7–24 Ejemplo 7-12.

EJERCICIO G Calcule el CM de las tres personas del ejemplo 7-12, tomando como origen al conductor ($x_C = 0$) a la derecha. ¿La ubicación física del CM es la misma?

Si las partículas están dispersas en dos o tres dimensiones, entonces se debe especificar no sólo la coordenada x del CM (x_{CM}), sino también las coordenadas y y z, que se obtendrán por fórmulas como la ecuación 7-9a. Por ejemplo, la coordenada y del CM será:

$$y_{CM} = \frac{m_A y_A + m_B y_B + \cdots}{m_A + m_B + \cdots} = \frac{m_A y_A + m_B y_B + \cdots}{M}. \quad \textbf{(7–9b)}$$

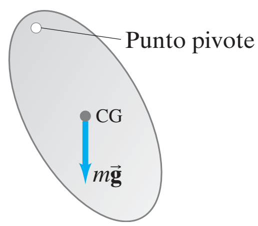
Coordenada y del CM

Centro de gravedad

Un concepto similar al *centro de masa* es el **centro de gravedad** (CG). El CG de un objeto es aquel punto en el que se puede considerar que actúa la fuerza de gravedad. En realidad, la fuerza de gravedad actúa sobre *todas* las diferentes partes o partículas de un objeto, pero, para propósitos de determinar el movimiento de traslación de un objeto como un todo, se supone que todo el peso del objeto (que es la suma de los pesos de todas sus partes) actúa en el CG. Existe una diferencia conceptual entre el centro de gravedad y el centro de masa, pero, para casi todos los propósitos prácticos, se localizan en el mismo punto.[†]

Con frecuencia es más fácil determinar experimentalmente el CM o el CG de un objeto extendido que determinarlo de forma analítica. Si un objeto está suspendido de cualquier punto, se balanceará (figura 7-25) a menos que esté colocado de modo que su CG se encuentre sobre una línea vertical directamente debajo del punto del que está suspendido. Si el objeto es bidimensional, o tiene un plano de simetría, sólo se

FIGURA 7–25 La fuerza de gravedad, que se considera que actúa en el CG, provoca que este objeto gire en torno al punto pivote; si el CG estuviese sobre una línea vertical directamente debajo del pivote, el objeto permanecería en reposo.



[†] Sólo existiría una diferencia entre el CM y el CG en el inusual caso de un objeto tan grande que la aceleración de la gravedad, g, fuera diferente en distintas partes del objeto.

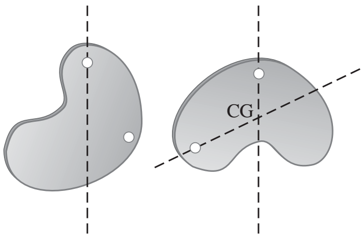


FIGURA 7–26 Cómo encontrar el CG.

necesita colgar de dos diferentes puntos pivote y dibujar las respectivas líneas verticales (plomada). Entonces el centro de gravedad estará en la intersección de las dos líneas, como en la figura 7-26. Si el objeto no tiene un plano de simetría, el CG con respecto a la tercera dimensión se encuentra al suspender el objeto de al menos tres puntos cuyas líneas de plomada no se encuentren en el mismo plano. Para objetos con forma simétrica, como los cilindros uniformes (ruedas), esferas y sólidos rectangulares, el CM se localiza en el centro geométrico del objeto.

En algunos casos, el CM se encuentra fuera del objeto. El CM de una dona, por ejemplo, se encuentra en el centro del hoyo.

* 7–9 CM para el cuerpo humano

Si se tiene un grupo de objetos extendidos y se conoce el CM de cada uno, es posible encontrar el CM del grupo mediante las ecuaciones 7-9a y b. Como ejemplo, considere el cuerpo humano. La tabla 7-1 indica el CM y los puntos de bisagra (articulaciones) para los diferentes componentes de una persona "representativa". Desde luego, existen amplias variaciones entre las personas, así que estos datos sólo representan un promedio muy aproximado. Los números representan un porcentaje de la altura total, que se considera como 100 unidades; de igual modo, la masa total es de 100 unidades. Por ejemplo, si una persona mide 1.70 m de alto, la articulación de su hombro estaría a (1.70 m)(81.2/100) = 1.38 m sobre el suelo.

TABLA 7–1 Centro de masa de las partes de un cuerpo humano típico (altura y masa totales = 100 unidades)

Distancia sobre el suelo de los puntos bisagra (%)	Puntos bisagra (•) (Articulaciones)	Centro de masa (×) (% de altura sobre el suelo)		Masa porcentual
91.2	Base del cráneo	Cabeza	93.5	6.9
81.2	Articulación del hombro	Tronco y cuello	71.1	46.1
		Brazos	71.7	6.6
		Antebrazos	55.3	4.2
52.1	Articulación de la cadera	Manos	43.1	1.7
		Muslos	42.5	21.5
28.5	Articulación de la rodilla			
		Pantorrillas	18.2	9.6
4.0	Articulación del tobillo	Pies	1.8	3.4
		CM del cuerpo =	58.0	100.0

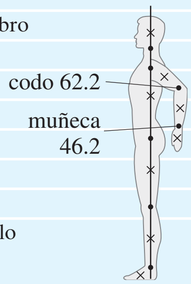
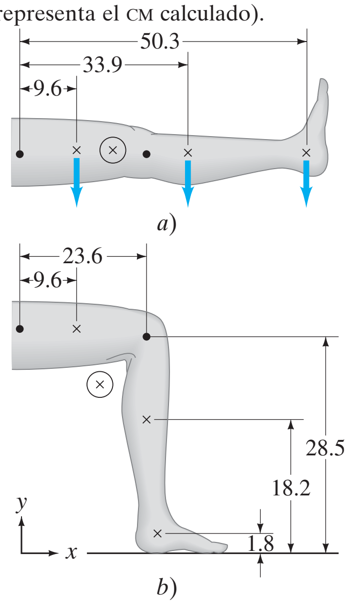


FIGURA 7–27 Ejemplo 7-13: cómo encontrar el cm de una pierna en dos posiciones diferentes utilizando los porcentajes de la tabla 7-1. (⊗ representa el CM calculado).



EJEMPLO 7–13 CM de una pierna. Determine la posición del CM de una pierna *a*) cuando está estirada y *b*) cuando está flexionada a 90°. Observe la figura 7-27. Considere que la persona mide 1.70 de alto.

PLANTEAMIENTO El sistema consta de tres objetos: muslo, pantorrilla y pie. La ubicación del CM de cada objeto, así como la masa de cada uno, se proporcionan en la tabla 7-1, donde se expresan en unidades porcentuales. Para obtener los resultados en metros, dichos valores porcentuales necesitan multiplicarse por (1.70 m/100). Cuando la pierna está estirada, el problema es unidimensional y puede resolverse para la coordenada x del CM. Cuando la pierna está flexionada, el problema es bidimensional y se necesita encontrar las coordenadas x y y.

SOLUCIÓN *a*) Se determinan las distancias desde la articulación de la cadera utilizando la tabla 7-1 y se obtienen los números (%) que se muestran en la figura 7-27*a*. A partir de la ecuación 7-9a se obtiene

$$x_{\text{CM}} = \frac{(21.5)(9.6) + (9.6)(33.9) + (3.4)(50.3)}{21.5 + 9.6 + 3.4} = 20.4 \text{ unidades.}$$

Por tanto, el centro de masa de la pierna y el pie es 20.4 unidades desde la articulación de la cadera, o 52.1 − 20.4 = 31.7 unidades desde la base del pie. Como la persona mide 1.70 m de alto, esto es (1.70 m)(31.7/100) = 0.54 m sobre la planta del pie.
b) Se emplea un sistema coordenado xy, como se indica en la figura 7-27*b*. Primero, se calcula qué tan a la derecha de la articulación de la cadera se encuentra el CM, tomando en cuenta las tres partes:

$$x_{\text{CM}} = \frac{(21.5)(9.6) + (9.6)(23.6) + (3.4)(23.6)}{21.5 + 9.6 + 3.4} = 14.9 \text{ unidades.}$$

Para la persona de 1.70 m de alto, esto es (1.70 m)(14.9/100) = 0.25 m desde la articulación de la cadera. A continuación, se calcula la distancia, y_{CM}, del CM sobre el suelo:

$$y_{\text{CM}} = \frac{(3.4)(1.8) + (9.6)(18.2) + (21.5)(28.5)}{21.5 + 9.6 + 3.4} = 23.0 \text{ unidades},$$

o (1.70 m)(23.0/100) = 0.39 m. Por tanto, el CM está ubicado a 39 cm sobre el suelo y a 25 cm hacia la derecha de la articulación de la cadera.

NOTA En realidad, en *b*), el CM se encuentra *afuera* del cuerpo.

FIGURA 7–28 El CM de un atleta en el salto de altura en realidad puede pasar por abajo de la barra.

FÍSICA APLICADA

Salto de altura

Conocer el CM del cuerpo cuando está en varias posiciones es de gran utilidad al estudiar la mecánica del cuerpo. En la figura 7-28 se muestra un ejemplo simple del atletismo. Si un atleta en un salto de altura queda en la posición que se muestra, su CM puede pasar por debajo de la barra que su cuerpo pasa por arriba, lo que significa que, para una rapidez de despegue particular, podría librar una barra más alta. De hecho esto es lo que los atletas de esta especialidad intentan hacer.

* 7–10 Centro de masa y movimiento de traslación

Como se mencionó en la sección 7-8, una razón fundamental de la importancia del concepto del centro de masa es que el movimiento del CM para un sistema de partículas (o para un objeto extendido) está directamente relacionado con la fuerza neta que actúa sobre el sistema como un todo. A continuación se demuestra esto, tomando el caso simple de un movimiento unidimensional (dirección x) y sólo tres partículas, pero la extensión a más objetos y a tres dimensiones sigue las mismas directrices.

Se supone que las tres partículas se encuentran sobre el eje x y que tienen masas $m_{\text{A}}, m_{\text{B}}, m_{\text{C}}$ y posiciones $x_{\text{A}}, x_{\text{B}}, x_{\text{C}}$. A partir de la ecuación 7-9a para el centro de masa, se escribe

$$M x_{\text{CM}} = m_{\text{A}} x_{\text{A}} + m_{\text{B}} x_{\text{B}} + m_{\text{C}} x_{\text{C}}, \quad \textbf{(i)}$$

donde $M = m_{\text{A}} + m_{\text{B}} + m_{\text{C}}$ es la masa total del sistema. Si dichas partículas están en movimiento (por ejemplo, a lo largo del eje x, con velocidades v_{A}, v_{B} y v_{C}, respectivamente), entonces, en un corto intervalo de tiempo Δt, cada una de ellas habrá recorrido una distancia

$$\begin{aligned} \Delta x_{\text{A}} &= x'_{\text{A}} - x_{\text{A}} = v_{\text{A}} \Delta t \\ \Delta x_{\text{B}} &= x'_{\text{B}} - x_{\text{B}} = v_{\text{B}} \Delta t \\ \Delta x_{\text{C}} &= x'_{\text{C}} - x_{\text{C}} = v_{\text{C}} \Delta t, \end{aligned}$$

donde x'_{A}, x'_{B} y x'_{C} representan sus nuevas posiciones después del intervalo de tiempo Δt. La posición del nuevo CM está dada por

$$M x'_{\text{CM}} = m_{\text{A}} x'_{\text{A}} + m_{\text{B}} x'_{\text{B}} + m_{\text{C}} x'_{\text{C}}. \quad \textbf{(ii)}$$

Al restar de esta ecuación (ii) la anterior ecuación del CM (i), se obtiene

$$M \Delta x_{\text{CM}} = m_{\text{A}} \Delta x_{\text{A}} + m_{\text{B}} \Delta x_{\text{B}} + m_{\text{C}} \Delta x_{\text{C}}.$$

Durante el intervalo de tiempo Δt, el centro de masa se habrá movido una distancia

$$\Delta x_{\text{CM}} = x'_{\text{CM}} - x_{\text{CM}} = v_{\text{CM}} \Delta t,$$

donde v_{CM} es la velocidad del centro de masa. Ahora se sustituyen las relaciones para todas las Δx en la penúltima ecuación:

$$M v_{\text{CM}} \Delta t = m_{\text{A}} v_{\text{A}} \Delta t + m_{\text{B}} v_{\text{B}} \Delta t + m_{\text{C}} v_{\text{C}} \Delta t.$$

Se cancela Δt y se obtiene

$$M v_{\text{CM}} = m_{\text{A}} v_{\text{A}} + m_{\text{B}} v_{\text{B}} + m_{\text{C}} v_{\text{C}}. \quad \textbf{(7–10)}$$

Dado que $m_{\text{A}} v_{\text{A}} + m_{\text{B}} v_{\text{B}} + m_{\text{C}} v_{\text{C}}$ es la suma de las cantidades de movimiento de las partículas del sistema, representa la *cantidad de movimiento total* del sistema. De esta forma, a partir de la ecuación 7-10, se ve que *la cantidad de movimiento total (lineal) de un sistema de partículas es igual al producto de la masa total M y la velocidad del centro de masa del sistema.* O, *la cantidad de movimiento lineal de un objeto extendido es el producto de la masa del objeto y la velocidad de su CM.*

Cantidad de movimiento total y velocidad del CM

Si hay fuerzas que actúan sobre las partículas, entonces éstas pueden estar en aceleración. En un corto intervalo de tiempo Δt, la velocidad de cada partícula cambiará por una cantidad

$$\Delta v_A = a_A\,\Delta t, \qquad \Delta v_B = a_B\,\Delta t, \qquad \Delta v_C = a_C\,\Delta t.$$

Si ahora se utiliza el mismo razonamiento que se usó para deducir la ecuación 7-10, se obtiene

$$Ma_{CM} = m_A a_A + m_B a_B + m_C a_C.$$

De acuerdo con la segunda ley de Newton, $m_A a_A = F_A$, $m_B a_B = F_B$ y $m_C a_C = F_C$, donde F_A, F_B y F_C son las fuerzas netas sobre las tres partículas, respectivamente. En consecuencia, para el sistema como un todo, se obtiene $Ma_{CM} = F_A + F_B + F_C$, o

Segunda ley de Newton para un sistema de partículas o un objeto extendido

$$Ma_{CM} = F_{\text{neta}}. \qquad \textbf{(7–11)}$$

Esto es, *la suma de todas las fuerzas que actúan sobre el sistema es igual a la masa total del sistema por la aceleración de su centro de masa.* Ésta es la **segunda ley de Newton** para un sistema de partículas, y también se aplica a un objeto extendido (que se puede considerar como una colección de partículas). Así, se concluye que *el centro de masa de un sistema de partículas (o de un objeto extendido) con masa total M se mueve como una sola partícula de masa M sobre la que actúa la misma fuerza externa neta*. Esto es, el sistema se mueve como si toda su masa estuviese concentrada en el centro de masa y todas las fuerzas externas actuasen sobre dicho punto. Por ende, es posible tratar el movimiento de traslación de cualquier objeto o sistema de objetos como el movimiento de una partícula (figuras 7-21 y 7-22). Este resultado simplifica el análisis del movimiento de los sistemas complejos y los objetos extendidos. Aunque el movimiento de varias partes del sistema sea complicado, con frecuencia uno estará satisfecho si conoce el movimiento del centro de masa. Este resultado también permite resolver ciertos tipos de problemas muy fácilmente, como el que se ilustra en el ejemplo siguiente.

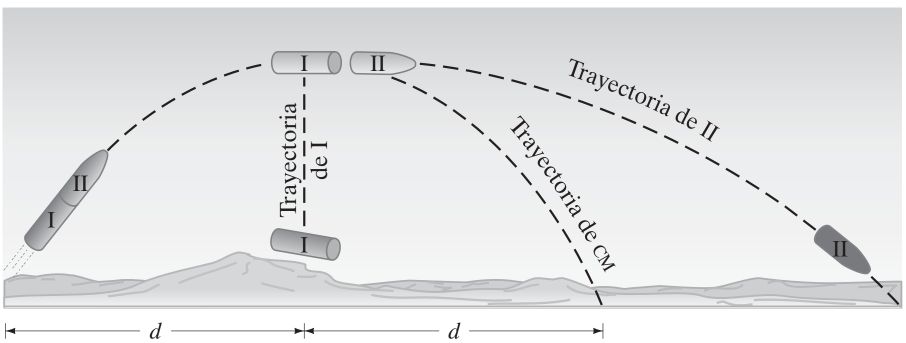
EJEMPLO CONCEPTUAL 7–14 **Un cohete de dos etapas.** Un cohete se dispara en el aire como se ilustra en la figura 7-29. En el momento en que el cohete alcanza su punto más alto, a una distancia horizontal *d* desde su punto de partida, una explosión preestablecida lo separa en dos partes de igual masa. La parte I se detiene a mitad del aire por la explosión y cae verticalmente en la Tierra. ¿Dónde aterriza la parte II? Se supone que $\vec{\mathbf{g}}$ = constante.

RESPUESTA Después de que el cohete es disparado, la trayectoria del CM del sistema sigue la trayectoria parabólica de un proyectil sobre el que actúa sólo una fuerza gravitacional constante. Por tanto, el CM aterrizará en un punto localizado a 2*d* del punto de partida. Como las masas de I y II son iguales, el CM debe estar a la mitad del camino entre ellos en cualquier momento. En consecuencia, la parte II aterriza a una distancia 3*d* del punto de partida.

NOTA Si a la parte I se le hubiese dado un "empujón" hacia arriba o hacia abajo, en lugar de solamente dejarlo caer, la solución habría sido más complicada.

EJERCICIO H Una mujer está de pie en un bote de remos y camina desde un extremo del bote al otro. ¿Cómo se mueve el bote, visto desde la orilla?

FIGURA 7–29 Ejemplo 7-14.



Resumen

La **cantidad de movimiento**, $\vec{\mathbf{p}}$, de un objeto se define como el producto de su masa por su velocidad.

$$\vec{\mathbf{p}} = m\vec{\mathbf{v}}. \qquad \textbf{(7–1)}$$

En términos de la cantidad de movimiento, la **segunda ley de Newton** se escribe como

$$\Sigma\vec{\mathbf{F}} = \frac{\Delta\vec{\mathbf{p}}}{\Delta t}. \qquad \textbf{(7–2)}$$

Esto es, la tasa o razón de cambio de la cantidad de movimiento es igual a la fuerza neta aplicada.

La **ley de conservación de la cantidad de movimiento** afirma que la cantidad de movimiento total de un sistema aislado de objetos permanece constante. Un **sistema aislado** es aquel en el que la fuerza externa neta es cero.

La ley de conservación de la cantidad de movimiento es muy útil al tratar con **colisiones**. En una colisión, dos (o más) objetos interactúan durante un intervalo de tiempo muy corto, y las fuerzas entre ellos durante ese lapso son muy grandes.

El **impulso** de una fuerza sobre un objeto se define como $\vec{\mathbf{F}}\,\Delta t$, donde $\vec{\mathbf{F}}$ es la fuerza promedio que actúa durante el intervalo de tiempo Δt, que generalmente es corto. El impulso es igual al cambio en la cantidad de movimiento del objeto:

$$\text{Impulso} = \vec{\mathbf{F}}\,\Delta t = \Delta\vec{\mathbf{p}}. \qquad \textbf{(7–5)}$$

La cantidad de movimiento total se conserva en *cualquier* colisión en tanto que cualquier fuerza externa neta sea cero o despreciable. Si $m_A\vec{\mathbf{v}}_A$ y $m_B\vec{\mathbf{v}}_B$ son las cantidades de movimiento de dos objetos antes de la colisión, y $m_A\vec{\mathbf{v}}'_A$ y $m_B\vec{\mathbf{v}}'_B$ son sus cantidades de movimiento después, entonces la conservación de la cantidad de movimiento dice que

$$m_A\vec{\mathbf{v}}_A + m_B\vec{\mathbf{v}}_B = m_A\vec{\mathbf{v}}'_A + m_B\vec{\mathbf{v}}'_B \qquad \textbf{(7–3)}$$

para este sistema de dos objetos.

La energía total también se conserva, pero esto no resulta útil en la resolución de problemas a menos que el único tipo de transformación de energía implique energía cinética. En tal caso, la energía cinética se conserva y la colisión se llama **colisión elástica**, que se escribe

$$\tfrac{1}{2}m_A v_A^2 + \tfrac{1}{2}m_B v_B^2 = \tfrac{1}{2}m_A v_A'^2 + \tfrac{1}{2}m_B v_B'^2. \qquad \textbf{(7–6)}$$

Si la energía cinética no se conserva, la colisión se llama **inelástica**. Una colisión **completamente inelástica** es aquella en la que los objetos que chocan quedan unidos después de la colisión.

El **centro de masa** (CM) de un objeto extendido (o grupo de objetos) es aquel punto sobre el que se puede considerar que actúa la fuerza neta, para propósitos de determinar el movimiento de traslación del objeto como un todo. El componente x del CM para objetos con masa m_A, m_B, ... , está dado por

$$x_{CM} = \frac{m_A x_A + m_B x_B + \cdots}{m_A + m_B + \cdots}. \qquad \textbf{(7–9a)}$$

[*El movimiento completo de un objeto se puede describir como el movimiento de traslación de su centro de masa más la rotación (u otro movimiento interno) en torno a su centro de masa].

Preguntas

1. Se afirma que la cantidad de movimiento se conserva, aunque la mayoría de los objetos en movimiento eventualmente frenan y se detienen. Explique este enunciado.

2. Cuando una persona salta desde un árbol hacia el suelo, ¿qué ocurre con la cantidad de movimiento de la persona al golpear el suelo?

3. Cuando se libera un globo inflado pero no amarrado, ¿por qué vuela a través de la habitación?

4. Se dice que, en tiempos antiguos, un hombre rico con una bolsa de monedas de oro se congeló hasta morir mientras quedó atrapado en un lago helado. Como el hielo no tenía fricción, el hombre no pudo empujarse hacia la orilla. ¿Qué pudo haber hecho para salvarse, si no hubiese sido tan avaro?

5. ¿Cómo puede cambiar de dirección un cohete cuando está lejos en el espacio y, en esencia, está en el vacío?

6. De acuerdo con la ecuación 7-5, cuanto más largo sea el tiempo de impacto de un impulso, menor será la fuerza para el mismo cambio de cantidad de movimiento, y por tanto menor la deformación del objeto sobre el que actúa la fuerza. Sobre esta base, explique el valor de las bolsas de aire, que se inflan durante un choque automovilístico para reducir la posibilidad de fractura o muerte.

7. Hace años los automóviles se construían tan rígidos como fuera posible para soportar las colisiones. Sin embargo, en la actualidad están diseñados con “zonas para abollarse” que se colapsan con el impacto. ¿Cuál es la ventaja de este nuevo diseño?

8. ¿Por qué un bateador puede mandar más lejos una bola de béisbol lanzada por el pitcher, que una bola lanzada al aire por él mismo?

9. ¿Es posible que un objeto reciba un impulso más grande de una fuerza pequeña que de una fuerza grande? Explique su respuesta.

10. Un objeto ligero y un objeto pesado tienen la misma energía cinética. ¿Cuál tiene mayor cantidad de movimiento? Explique su respuesta.

11. Describa una colisión en la que toda la energía cinética se pierda.

12. En una planta hidroeléctrica, el agua se dirige a alta rapidez contra las aspas de la turbina sobre un eje que hace girar un generador eléctrico. Para la máxima generación de potencia, ¿las aspas de la turbina deben estar diseñadas de modo que el agua se lleve a un alto total, o de modo que el agua rebote?

13. Una pelota de squash golpea una pared en un ángulo de 45°, como se observa en la figura 7-30. ¿Cuál es la dirección *a*) del cambio en la cantidad de movimiento de la pelota, *b*) de la fuerza sobre la pared?

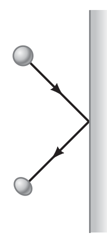


FIGURA 7–30 Pregunta 13.

14. Una superbola se suelta desde una altura h sobre una dura placa de acero (fija sobre la Tierra), desde la que rebota con una rapidez muy cercana a la inicial. *a*) ¿La cantidad de movimiento de la bola se conserva durante cualquier parte de este proceso? *b*) Si se considera el sistema constituido por la bola y la Tierra, ¿durante qué partes del proceso se conserva la cantidad de movimiento? *c*) Responda el inciso *b*) para un trozo de masilla que cae y se pega a la placa de acero.

15. ¿Por qué una persona tiende a inclinarse hacia atrás cuando lleva una carga pesada en los brazos?

16. ¿Por qué el CM de un tubo de 1 m de largo está en su punto medio, mientras que esto no es cierto para un brazo o una pierna?

* **17.** Demuestre en un diagrama cómo cambia de lugar el CM cuando una persona cambia su posición de estar acostada a estar sentada.

* **18.** Si sólo una fuerza externa puede cambiar la cantidad de movimiento del centro de masa de un objeto, ¿cómo es que la fuerza interna de un motor puede acelerar un automóvil?

* **19.** Un cohete que sigue una trayectoria parabólica en el aire explota súbitamente en muchas piezas. ¿Qué puede decir acerca del movimiento de este sistema de piezas?

Problemas

7–1 y 7–2 Cantidad de movimiento y su conservación

1. (I) ¿Cuál es la magnitud de la cantidad de movimiento de un gorrión de 28 g que vuela con una rapidez de 8.4 m/s?
2. (I) Una fuerza de fricción constante de 25 N actúa durante 20 s sobre un esquiador de 65 kg. ¿Cuál es el cambio en la velocidad del esquiador?
3. (II) Una bola de béisbol de 0.145 kg, lanzada a 39.0 m/s, se golpea en una línea horizontal y se envía directamente de vuelta hacia el pitcher a 52.0 m/s. Si el tiempo de contacto entre el bate y la bola es de 3.00×10^{-3} s, calcule la fuerza promedio entre la bola y el bate durante el contacto.
4. (II) Un niño en un bote lanza horizontalmente un paquete de 6.40 kg con una rapidez de 10.0 m/s (figura 7-31). Calcule la velocidad del bote inmediatamente después, si se supone que inicialmente está en reposo. La masa del niño es de 26.0 kg y la del bote es de 45.0 kg. Ignore la resistencia del agua.

FIGURA 7–31 Problema 4.

5. (II) Calcule la fuerza que se ejerce sobre un cohete, si los gases propelentes se expulsan a una tasa de 1500 kg/s con una rapidez de 4.0×10^4 m/s (en el momento del despegue).
6. (II) Un jugador de fútbol americano de 95 kg que corre a 4.1 m/s aprovechando un hueco en la línea para hacer una anotación, es derribado desde atrás por un esquinero de 85 kg que corre a 5.5 m/s en la misma dirección. ¿Cuál es la rapidez de los jugadores inmediatamente después de la tacleada?
7. (II) Un carro de ferrocarril de 12,600 kg viaja solo sobre una vía nivelada y sin fricción, con una rapidez constante de 18.0 m/s. Sobre el carro se suelta una carga de 5350 kg, inicialmente en reposo. ¿Cuál será la nueva rapidez del carro?
8. (II) Un furgón de 9300 kg, que viaja a 15.0 m/s, golpea a un segundo furgón en reposo. Los dos quedan enganchados y se mueven con una rapidez de 6.0 m/s. ¿Cuál es la masa del segundo carro?
9. (II) Durante una tormenta en Chicago, los vientos soplan horizontalmente a una rapidez que alcanza los 100 km/h. Si el aire golpea a una persona a la tasa de 40 kg/s por metro cuadrado y llega al reposo, estime la fuerza del viento sobre la persona. Considere que la persona mide 1.50 m de estatura y 0.50 de ancho. Compare con la fuerza de fricción máxima típica ($\mu \approx 1.0$) entre la persona y el suelo, si la primera tiene una masa de 70 kg.
10. (II) Un carro abierto de ferrocarril de 3800 kg viaja sin problemas con una rapidez constante de 8.60 m/s sobre una vía nivelada. De pronto comienza a caer nieve verticalmente y llena el carro a una tasa de 3.50 kg/min. Si se ignora la fricción con la vía, ¿cuál es la rapidez del carro después de 90.0 min?
11. (II) Un núcleo atómico que inicialmente se mueve a 420 m/s, emite una partícula alfa en la dirección de su velocidad, y el resto del núcleo frena a 350 m/s. Si la partícula alfa tiene una masa de 4.0 u y el núcleo original tiene una masa de 222 u, ¿qué rapidez tiene la partícula alfa cuando se emite?
12. (II) Una bala de 23 g, que viaja a 230 m/s, penetra en un bloque de madera de 2.0 kg y emerge limpiamente a 170 m/s. Si el bloque está estacionario sobre una superficie sin fricción cuando es golpeado, ¿cuál es su rapidez después de que emerge la bala?
13. (III) Un cohete de dos etapas de 975 kg viaja con una rapidez de 5.80×10^3 m/s con respecto a la Tierra, cuando una explosión prediseñada divide al cohete en dos secciones de igual masa que entonces se mueven con una rapidez de 2.20×10^3 m/s una en relación con la otra a lo largo de la línea del movimiento original. *a*) ¿Cuál es la rapidez y la dirección de cada sección (en relación con la Tierra) después de la explosión? *b*) ¿Cuánta energía suministra la explosión? [*Pista:* ¿Cuál es el cambio en EC como resultado de la explosión?]
14. (III) Un cohete cuya masa total es de 3180 kg viaja en el espacio exterior con una velocidad de 115 m/s. Para alterar su curso en 35.0°, sus cohetes se disparan brevemente en una dirección perpendicular a su movimiento original. Si los gases del cohete se expulsan con una rapidez de 1750 m/s, ¿cuánta masa se debe expulsar?

7–3 Colisiones e impulso

15. (II) Una bola de golf de 0.045 kg de masa se golpea desde el *tee* con una rapidez de 45 m/s. El palo de golf está en contacto con la bola durante 3.5×10^{-3} s. Encuentre: *a*) el impulso impartido a la bola de golf y *b*) la fuerza promedio que el palo de golf ejerce sobre la bola.
16. (II) Un martillo de 12 kg golpea un clavo a una velocidad de 8.5 m/s y llega al reposo en un intervalo de tiempo de 8.0 ms. *a*) ¿Cuál es el impulso que se dio al clavo? *b*) ¿Cuál es la fuerza promedio que actúa sobre el clavo?
17. (II) Una bola de tenis, de 0.060 kg de masa y rapidez v = 25 m/s, golpea una pared en un ángulo de 45° y rebota con la misma rapidez a 45° (figura 7-32). ¿Cuál es el impulso (en magnitud y dirección) que se dio a la bola?

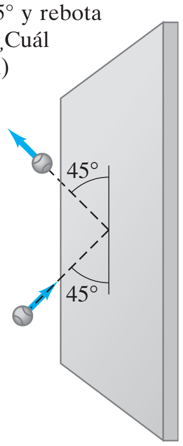


FIGURA 7–32 Problema 17.

18. (II) Un ingeniero de diseño está encargado de analizar la vulnerabilidad ante los choques de los nuevos modelos de automóvil. Los autos son puestos a prueba al estamparlos contra enormes barreras fijas a 50 km/h (30 mph). Un nuevo modelo, de 1500 kg de masa, toma 0.15 s desde el momento de impacto hasta que llega al reposo. *a*) Calcule la fuerza promedio que la barrera ejerce sobre el automóvil. *b*) Calcule la desaceleración promedio del automóvil.

19. (II) Un jugador de fútbol americano de 95 kg corre a 4.0 m/s hacia el este y es detenido en 0.75 s por un jugador que corre hacia el oeste y que lo taclea de frente. Calcule *a*) la cantidad de movimiento original del jugador, *b*) el impulso que se ejerce sobre él, *c*) el impulso que se ejerce sobre el tacleador y *d*) la fuerza promedio ejercida sobre el tacleador.

20. (II) La fuerza que actúa sobre una bola de tenis (masa = 0.060 kg) apunta en la dirección $+x$ y está dada por la gráfica de la figura 7-33 como función del tiempo. Use métodos gráficos para estimar *a*) el impulso total dado a la bola y *b*) la velocidad de la bola después de ser golpeada, suponiendo que se trata de un servicio y que la bola está casi en reposo inicialmente.

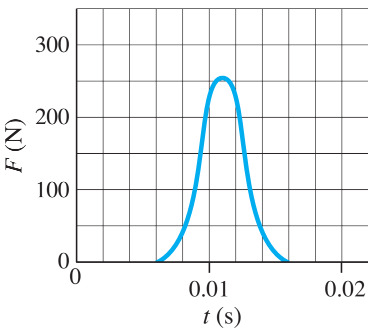


FIGURA 7–33 Problema 20.

21. (III) ¿Desde qué altura máxima puede saltar una persona de 75 kg sin romperse un solo hueso de las piernas? Ignore la resistencia del aire y considere que el CM de la persona se mueve una distancia de 0.60 m desde la posición de pie hasta la posición sentada (esto es, para romper la caída). Se supone que la fuerza de rompimiento (fuerza por unidad de área) del hueso es 170×10^6 N/m^2 y su área de sección transversal más pequeña es 2.5×10^{-4} m^2. [*Sugerencia:* No intente esto experimentalmente].

7–4 y 7–5 Colisiones elásticas

22. (II) Una bola de 0.440 kg de masa se mueve al este (dirección $+x$) con una rapidez de 3.30 m/s y choca frontalmente con una bola de 0.220 kg en reposo. Si la colisión es perfectamente elástica, ¿cuál será la rapidez y dirección de cada bola después de la colisión?

23. (II) Un disco de hielo de 0.450 kg, que se mueve al este con una rapidez de 3.00 m/s, tiene una colisión frontal con un disco de 0.900 kg inicialmente en reposo. Si se supone una colisión perfectamente elástica, ¿cuál será la rapidez y dirección de cada objeto después de la colisión?

24. (II) Dos bolas de billar de igual masa experimentan una colisión frontal perfectamente elástica. Si la rapidez inicial de una de las bolas es de 2.00 m/s y la de la otra es 3.00 m/s en la dirección opuesta, ¿cuál será la rapidez de una y otra después de la colisión?

25. (II) Una bola de tenis de 0.060 kg, que se mueve con una rapidez de 2.50 m/s, choca de manera frontal con una bola de 0.090 kg que inicialmente se movía alejándose de ella con una rapidez de 1.15 m/s. Si se supone una colisión perfectamente elástica, ¿cuál será la rapidez y dirección de cada bola después de la colisión?

26. (II) Una pelota de softball de 0.220 kg de masa, que se mueve con una rapidez de 8.5 m/s, choca frontal y elásticamente con otra bola que está en reposo. Después de eso, la bola que llega rebota hacia atrás con una rapidez de 3.7 m/s. Calcule *a*) la velocidad de la bola objetivo después de la colisión y *b*) la masa de la bola objetivo.

27. (II) Dos carritos en un parque de diversiones chocan elásticamente cuando uno se aproxima al otro directamente desde la parte trasera (figura 7-34). El carro A tiene una masa de 450 kg y el carro B 550 kg, por las diferencias en la masa del pasajero. Si el carro A se aproxima a 4.50 m/s y el carro B se mueve a 3.70 m/s, calcule *a*) sus velocidades después de la colisión y *b*) el cambio en la cantidad de movimiento de cada uno.

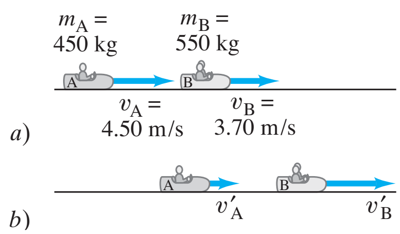


FIGURA 7–34 Problema 27: *a*) antes de la colisión, *b*) después de la colisión.

28. (II) Una bola de croquet de 0.280 kg tiene una colisión frontal elástica con una segunda bola inicialmente en reposo. La segunda bola sale disparada con la mitad de la rapidez original de la primera bola. *a*) ¿Cuál es la masa de la segunda bola? *b*) ¿Qué fracción de la energía cinética original (ΔEC/EC) se transfiere a la segunda bola?

29. (III) En un laboratorio de física, un cubo se desliza por un plano inclinado sin fricción, como se muestra en la figura 7-35, y golpea elásticamente a otro cubo en el fondo que sólo tiene la mitad de su masa. Si el plano inclinado tiene 30 cm de alto y la mesa está a 90 cm del suelo, ¿dónde cae cada cubo? [*Sugerencia:* Considere que ambos dejan el plano con movimiento horizontal].

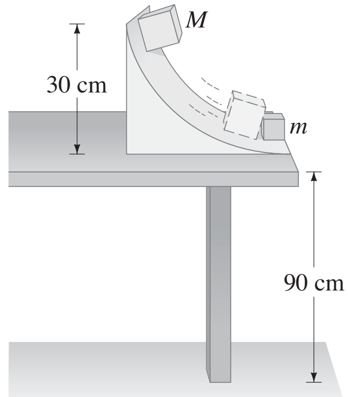


FIGURA 7–35 Problema 29.

30. (III) Tome el caso general de un objeto de masa m_A y velocidad v_A que elásticamente golpea de manera frontal un objeto estacionario ($v_B = 0$) de masa m_B. *a*) Demuestre que las velocidades finales v'_A y v'_B

$$v'_A = \left(\frac{m_A - m_B}{m_A + m_B}\right)v_A,$$

$$v'_B = \left(\frac{2m_A}{m_A + m_B}\right)v_A.$$

b) ¿Qué ocurre en el caso extremo cuando m_A es mucho más pequeña que m_B? Cite un ejemplo común de esta situación. *c*) ¿Qué ocurre en el caso extremo cuando m_A es mucho mayor que m_B? Cite un ejemplo común de esto. *d*) ¿Qué ocurre en el caso cuando $m_A = m_B$? Cite un ejemplo común.

7–6 Colisiones inelásticas

31. (I) En un experimento de péndulo balístico, el proyectil 1 provoca una altura máxima h del péndulo igual a 2.6 cm. Un segundo proyectil provoca que el péndulo se balancee el doble de alto, $h_2 = 5.2$ cm. ¿Cuántas veces más rápido es el segundo proyectil que el primero?

32. (II) Una bala de rifle de 28 g que viaja a 230 m/s golpea un péndulo de 3.6 kg que cuelga de una cuerda de 2.8 m de largo, lo que hace que el péndulo se balancee hacia arriba en un arco. Determine los componentes vertical y horizontal del desplazamiento del péndulo.

33. (II) *a*) Deduzca una fórmula para la fracción de energía cinética perdida, $\Delta\mathrm{EC}/\mathrm{EC}$, en la colisión del péndulo balístico del ejemplo 7-10. *b*) Evalúe para $m = 14.0$ g y $M = 380$ g.

34. (II) Una explosión interna rompe un objeto, inicialmente en reposo, en dos piezas, una de las cuales tiene 1.5 veces la masa de la otra. Si en la explosión se liberaron 7500 J, ¿cuánta energía cinética adquirió cada pieza?

35. (II) Un automóvil deportivo de 920 kg choca contra la parte trasera de una camioneta de 2300 kg detenida en un alto del semáforo. Las defensas de los vehículos se enganchan, los frenos se bloquean y los dos autos derrapan hacia delante 2.8 m antes de detenerse. El oficial de policía, que sabe que el coeficiente de fricción cinética entre las llantas y el camino es de 0.80, calcule la rapidez del automóvil deportivo en el impacto. ¿Cuál fue dicha rapidez?

36. (II) Una bola se suelta desde una altura de 1.50 m y rebota hasta una altura de 1.20 m. ¿Aproximadamente cuántos rebotes dará la bola antes de perder el 90% de su energía?

37. (II) Una medida de inelasticidad en una colisión frontal de dos objetos es el *coeficiente de restitución*, *e*, que se define como

$$e = \frac{v'_\mathrm{A} - v'_\mathrm{B}}{v_\mathrm{B} - v_\mathrm{A}},$$

donde $v'_\mathrm{A} - v'_\mathrm{B}$ es la velocidad relativa de los dos objetos después de la colisión y $v_\mathrm{B} - v_\mathrm{A}$ es su velocidad relativa antes de ella. *a*) Demuestra que $e = 1$ para una colisión perfectamente elástica y $e = 0$ para una colisión completamente inelástica. *b*) Un método simple para medir el coeficiente de restitución para un objeto que choca con una superficie muy dura como el acero, consiste en soltar al objeto sobre una placa de acero muy pesada, como se ilustra en la figura 7-36. Determina una fórmula para *e* en términos de la altura original *h* y la altura máxima *h*′ que alcanza después de una colisión.

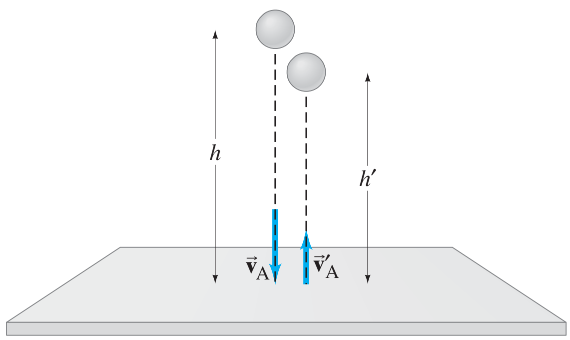


FIGURA 7–36 Problema 37. Medición del coeficiente de restitución.

38. (II) Un bloque de madera se corta en dos piezas, una con el triple de masa de la otra. En ambas caras del corte se hace una depresión, de modo que en ella se pueda colocar un petardo con el bloque reensamblado. Este último se coloca sobre una mesa de superficie rugosa y se enciende la mecha. Cuando el petardo estalla, los dos bloques se separan y deslizan. ¿Cuál es la razón de las distancias que recorre cada bloque?

39. (III) Un objeto de 15.0 kg que se mueve en la dirección $+x$ a 5.5 m/s, choca frontalmente con un objeto de 10.0 kg que se mueve en la dirección $-x$ a 4.0 m/s. Encuentra la velocidad final de cada masa si: *a*) los objetos quedan unidos; *b*) la colisión es elástica; *c*) el objeto de 15.0 kg queda en reposo después de la colisión; *d*) el objeto de 10.0 kg queda en reposo después de la colisión; *e*) el objeto de 15.0 kg tiene una velocidad de 4.0 m/s en la dirección $-x$ después de la colisión. ¿Los resultados en *c*), *d*) y *e*) son “razonables”? Explique su respuesta.

* 7–7 Colisiones en dos dimensiones

* **40.** (II) Un núcleo radiactivo en reposo decae en un segundo núcleo, un electrón y un neutrino. El electrón y el neutrino se emiten en ángulos rectos y tienen cantidad de movimiento de 9.30×10^{-23} kgΔm/s y 5.40×10^{-23} kgΔm/s, respectivamente. ¿Cuál es la magnitud y dirección de la cantidad de movimiento del segundo núcleo (en retroceso)?

* **41.** (II) Un águila ($m_\mathrm{A} = 4.3$ kg) que se mueve con rapidez $v_\mathrm{A} = 7.8$ m/s está en ruta de colisión con una segunda águila ($m_\mathrm{B} = 5.6$ kg) que se mueve a $v_\mathrm{B} = 10.2$ m/s en una dirección perpendicular a la primera. Después de que chocan, se quedan atoradas una con la otra. ¿En qué dirección, y con qué rapidez, se mueven después de la colisión?

* **42.** (II) La bola de billar A, de masa $m_\mathrm{A} = 0.400$ kg y rapidez $v_\mathrm{A} = 1.80$ m/s, golpea a la bola B, inicialmente en reposo, de masa $m_\mathrm{B} = 0.500$ kg. Como resultado de la colisión, la bola A se desvía en un ángulo de 30.0° con una rapidez $v'_\mathrm{A} = 1.10$ m/s. *a*) Tomando el eje *x* como la dirección original del movimiento de la bola A, escriba las ecuaciones que expresen la conservación de la cantidad de movimiento para los componentes en las direcciones *x* y *y* por separado. *b*) Resuelva estas ecuaciones para la rapidez v'_B y el ángulo θ'_B de la bola B. No suponga que la colisión es elástica.

* **43.** (III) Después de una colisión completamente inelástica entre dos objetos de igual masa, cada uno con rapidez inicial v, los dos comienzan a moverse juntos con rapidez $v/3$. ¿Cuál fue el ángulo entre sus direcciones iniciales?

* **44.** (III) Dos bolas de billar de igual masa se mueven en ángulos rectos y se alcanzan en el origen de un sistema coordenado *xy*. La bola A se mueve hacia arriba a lo largo del eje *y* a 2.0 m/s, y la bola B se mueve hacia la derecha a lo largo del eje *x* con una rapidez de 3.7 m/s. Después de la colisión, que se supone elástica, la bola B se mueve a lo largo del eje *y* positivo (figura 7-37). ¿Cuál es la dirección final de la bola A y cuáles son sus dos valores de rapidez?

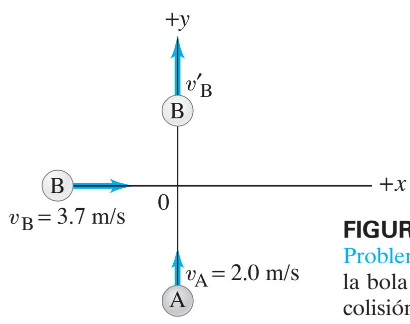


FIGURA 7–37 Problema 44. (No se muestra la bola A después de la colisión).

* **45.** (III) Un átomo de neón ($m = 20.0$ u) tiene una colisión perfectamente elástica con otro átomo en reposo. Después del impacto, el átomo de neón viaja alejándose en un ángulo de 55.6° de su dirección original y el átomo desconocido viaja alejándose en un ángulo de −50.0°. ¿Cuál es la masa (en u) del átomo desconocido? [*Sugerencia:* Se puede usar la ley de los senos].

7–8 Centro de masa

46. (I) Encuentre el centro de masa del sistema de tres masas que se ilustra en la figura 7-38. Especifique en relación con la masa de 1.00 kg a la izquierda.

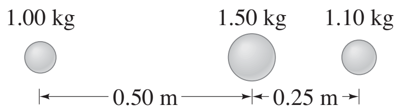


FIGURA 7–38 Problema 46.

47. (I) La distancia entre un átomo de carbono ($m_C = 12$ u) y un átomo de oxígeno ($m_O = 16$ u) en la molécula de CO es de 1.13×10^{-10} m. ¿A qué distancia del átomo de carbono está el centro de masa de la molécula?

48. (I) El CM de un automóvil vacío de 1050 kg está a 2.50 m detrás del frente del automóvil. ¿A qué distancia del frente del automóvil estará el CM cuando dos personas se sienten en el asiento delantero a 2.80 m del frente del automóvil, y tres personas se sienten en el asiento trasero a 3.90 m del frente? Se supone que cada persona tiene una masa de 70.0 kg.

49. (II) Una balsa cuadrada uniforme, de 18 por 18 m, y 6800 kg de masa, se usa como transbordador. Si tres automóviles, cada uno con una masa de 120 kg, ocupan sus esquinas NE, SE y SO, determine el CM del transbordador cargado.

50. (II) Tres cubos, de lados l_0, $2l_0$ y $3l_0$, se colocan uno junto al otro (en contacto) con sus centros a lo largo de una línea recta y el cubo $l = 2l_0$ en el centro (figura 7-39). ¿Cuál es la posición, a lo largo de esta línea, del CM de este sistema? Se supone que los cubos están hechos del mismo material uniforme.

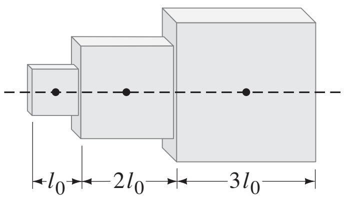


FIGURA 7–39 Problema 50.

51. (II) Un bastidor (ligero) tiene una carga de cajas de puré de tomate idénticas (figura 7-40), cada una de las cuales es un cubo de longitud l. Encuentre el centro de gravedad en el plano horizontal, de modo que el operador de la grúa pueda recoger la carga sin derribarla.

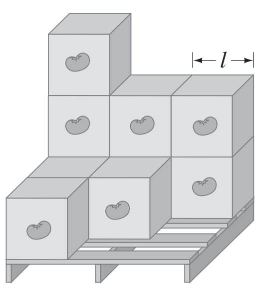


FIGURA 7–40 Problema 51.

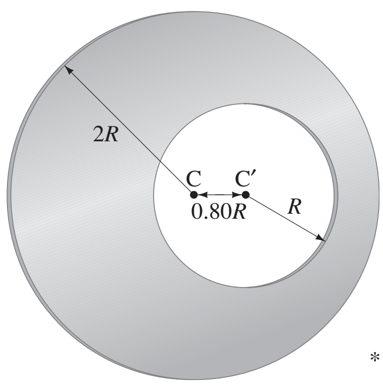


FIGURA 7–41 Problema 52.

52. (III) En una placa circular uniforme de radio $2R$ se ha cortado un hoyo circular de radio R. El centro C′ del círculo más pequeño está a una distancia $0.80R$ del centro C del círculo más grande (figura 7-41). ¿Cuál es la posición del centro de masa de la placa? [*Sugerencia:* Intente restar].

* 7–9 CM para el cuerpo humano

* **53.** (I) Suponga que las proporciones de una persona son las mismas que las de la tabla 7-1 y calcule la masa de una de sus piernas.

* **54.** (I) Con base en la tabla 7-1, determine el CM de un brazo estirado.

* **55.** (II) Utilice la tabla 7-1 para calcular la posición del CM de un brazo flexionado en ángulo recto. Se supone que la persona mide 155 cm de alto.

* **56.** (II) Cuando un atleta de salto de altura está en una posición tal que sus brazos y piernas cuelgan verticalmente, y su tronco y cabeza están horizontales, calcule a qué distancia por debajo de la línea media del torso está el CM. ¿Este CM estará afuera del cuerpo? use la tabla 7-1.

* 7–10 CM y movimiento de traslación

* **57.** (II) Las masas de la Tierra y la Luna son 5.98×10^{24} kg y 7.35×10^{22} kg, respectivamente, y sus centros están separados por 3.84×10^{8} m. *a*) ¿Dónde está ubicado el CM de este sistema? *b*) ¿Qué puede decir acerca del movimiento del sistema Tierra-Luna en torno al Sol, y de la Tierra y la Luna por separado en torno al Sol?

* **58.** (II) Una mujer de 55 kg y un hombre de 80 kg están de pie sobre hielo sin fricción, separados 10.0 m. *a*) ¿A qué distancia de la mujer está el CM? *b*) Si cada uno sostiene un extremo de una soga, y el hombre jala la soga de modo que él se mueve 2.5 m, ¿a qué distancia de la mujer estará ahora? *c*) ¿Cuánto se habrá movido el hombre cuando choque con la mujer?

* **59.** (II) Un mazo consiste en una cabeza cilíndrica uniforme de 2.00 kg de masa y 0.0800 m de diámetro montada sobre un mango cilíndrico uniforme de 0.50 kg de masa y 0.240 m de longitud, como se observa en la figura 7-42. Si se lanza este mazo, girando en el aire, ¿a qué distancia de la parte inicial del mango está el punto que seguirá una trayectoria parabólica?

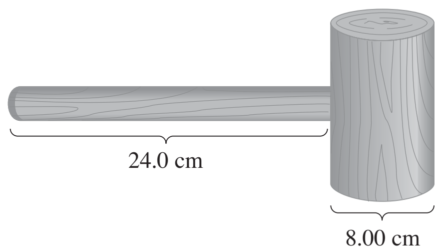


FIGURA 7–42 Problema 59.

* **60.** (II) *a*) Suponga que en el ejemplo 7-14 (figura 7-29), $m_{II} = 3m_I$. ¿Entonces dónde aterrizaría m_{II}? *b*) ¿Y si $m_I = 3m_{II}$?

* **61.** (III) Un globo de helio y su canastilla, de masa M, están en el aire y estacionarios con respecto al suelo. Entonces, un pasajero de masa m escala y se desliza por una soga con rapidez v, medida con respecto al globo. ¿Con qué rapidez y dirección (en relación con la Tierra) se mueve entonces el globo? ¿Qué ocurre si el pasajero se detiene?

Problemas generales

62. Una bola de béisbol de 0.145 kg, que se lanza horizontalmente a 35.0 m/s, golpea un bate y se eleva recto hasta una altura de 55.6 m. Si el tiempo de contacto es de 1.4 ms, calcule la fuerza promedio sobre la bola durante el contacto.

63. Un cohete de masa m que viaja con rapidez v_0 a lo largo del eje x, repentinamente suelta combustible, en una cantidad igual a un tercio de su masa, de forma paralela al eje y (es decir, perpendicular al cohete, visto desde el suelo) con rapidez $2v_0$. Proporcione los componentes de la velocidad final del cohete.

* 64. Un jugador novato de pool se enfrenta con el tiro de buchaca de la esquina que se muestra en la figura 7-43. También se muestran las dimensiones relativas. ¿El jugador se debe preocupar por hacer un "tiro de rasguño", en el que la bola jugadora también caerá en una buchaca? Proporcione detalles.

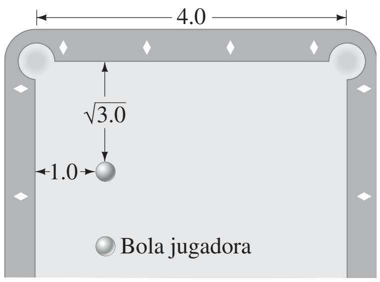


FIGURA 7–43 Problema 64.

65. Un astronauta de 140 kg (incluido su traje espacial) adquiere una rapidez de 2.50 m/s al empujarse con sus piernas de una cápsula espacial de 1800 kg. *a*) ¿Cuál es el cambio en la rapidez de la cápsula espacial? *b*) Si el empujón dura 0.40 s, ¿cuál es la fuerza promedio que la cápsula espacial ejerce sobre del astronauta? Tome como marco de referencia la posición de la cápsula espacial antes del empujón.

66. Dos astronautas, uno de 60 kg de masa y el otro de 80 kg, inicialmente están en reposo en el espacio exterior. Entonces se empujan uno al otro para alejarse. ¿Qué distancia los separa cuando el astronauta más ligero se ha movido 12 m?

67. Una bola de masas m tiene una colisión elástica frontal con una segunda bola (en reposo) y rebota en la dirección opuesta con una rapidez igual a un cuarto de su rapidez original. ¿Cuál es la masa de la segunda bola?

68. Le han contratado como un testigo experto en un caso judicial relacionado con un accidente automovilístico. En el accidente participó el automóvil A, de 1900 kg de masa, que chocó contra el automóvil B de 1100 kg de masa que estaba detenido. El conductor del automóvil A aplicó los frenos 15 m antes del choque con el automóvil B. Después de la colisión, el automóvil A derrapó 18 m, mientras que el automóvil B se derrapó 30 m. El coeficiente de fricción cinética entre las ruedas bloqueadas y el camino se midió en 0.60. Demuestre que el conductor del automóvil A superaba el límite de rapidez de 55 mph (90 km/h) antes de aplicar los frenos.

69. Una bola de golf rueda desde lo alto de un tramo de escaleras de concreto de altura vertical total de 4.00 m. La bola golpea cuatro veces en su camino hacia abajo, y cada vez golpea la parte horizontal de un escalón diferente 1.0 m más abajo. Si todas las colisiones son perfectamente elásticas, ¿cuál es la altura del rebote en la cuarta ocasión, cuando la bola alcanza el fondo de las escaleras?

70. Una bala se dispara verticalmente hacia un bloque de madera de 1.40 kg, en reposo directamente sobre ella. Si la bala tiene una masa de 29.0 g y una rapidez de 510 m/s, ¿a qué altura se elevará el bloque después de que la bala quede incrustada en él?

71. Una bala de 25 g golpea y queda incrustada en un bloque de madera de 1.35 kg colocado sobre una superficie horizontal justo enfrente del arma. Si el coeficiente de fricción cinética entre el bloque y la superficie es de 0.25, y el impacto lleva al bloque a una distancia de 9.5 m antes de llegar al reposo, ¿con qué rapidez sale la bala de la boca del arma?

72. Dos personas, con masas de 75 y 60 kg, se sientan sobre un bote de remos de 80 kg de masa. Con el bote inicialmente en reposo, las dos personas, que estaban sentadas en extremos opuestos del bote y separadas 3.2 m una de la otra, ahora intercambian asientos. ¿Cuánto y en qué dirección se moverá el bote?

73. Un meteorito, cuya masa era aproximadamente 1.0×10^8 kg, golpeó la Tierra ($m_T = 6.0 \times 10^{24}$ kg) con una rapidez cercana a los 15 km/s y llegó al reposo en la Tierra. *a*) ¿Cuál fue la rapidez de retroceso de la Tierra? *b*) ¿Qué fracción de la energía cinética del meteorito se transformó en energía cinética de la Tierra? *c*) ¿En cuánto cambió la energía cinética de la Tierra como resultado de esta colisión?

74. Un objeto en reposo súbitamente se rompe en dos fragmentos como resultado de una explosión. Un fragmento adquiere el doble de energía cinética del otro. ¿Cuál es la razón de sus masas?

75. La fuerza sobre una bala está dada por la fórmula $F = 580 - (1.8 \times 10^5)t$ durante el intervalo de tiempo desde $t = 0$ hasta $t = 3.0 \times 10^{-3}$ s. En esta fórmula, t está en segundos y F en newtons. *a*) Elabore una gráfica de F contra t para $t = 0$ hasta $t = 3.0$ ms. *b*) Estime, con el uso de métodos gráficos, el impulso que se dio a la bala. *c*) Si la bala alcanza una rapidez de 220 m/s como resultado de este impulso que se le da en el cañón del arma, ¿cuál es su masa?

76. Dos bolas, de masas $m_A = 40$ g y $m_B = 60$ g, están suspendidas como se observa en la figura 7-44. La bola más ligera se jala en un ángulo de 60° con respecto a la vertical y se libera. *a*) ¿Cuál es la velocidad de la bola más ligera antes del impacto? *b*) ¿Cuál es la velocidad de cada bola después de la colisión elástica? *c*) ¿Cuál será la altura máxima de cada bola después de la colisión elástica?

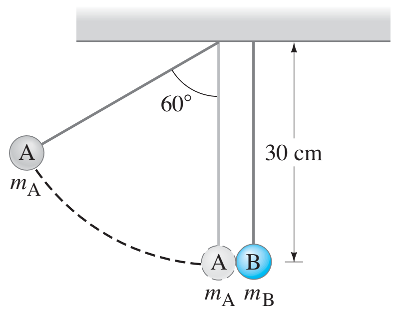


FIGURA 7–44 Problema 76.

77. Un núcleo atómico en reposo decae radiactivamente en una partícula alfa y un núcleo más pequeño. ¿Cuál será la rapidez de este núcleo en retroceso si la rapidez de la partícula alfa es de 3.8×10^5 m/s? Se supone que el núcleo en retroceso tiene una masa 57 veces mayor que la de la partícula alfa.

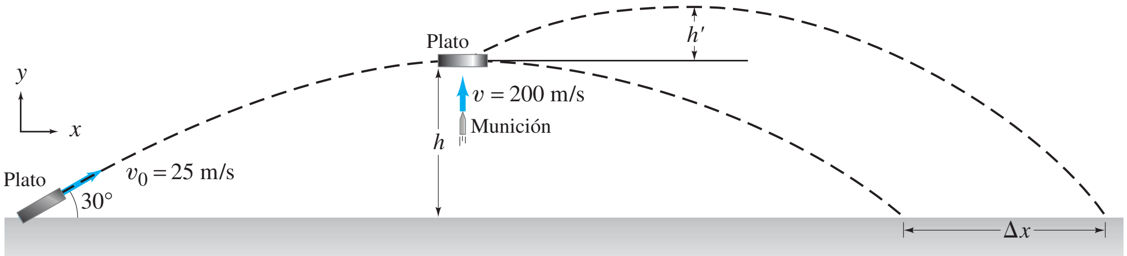


FIGURA 7–45 Problema 78.

78. Un plato (que es un blanco de arcilla) de 0.25 kg se dispara en un ángulo de 30° con respecto a la horizontal con una rapidez de 25 m/s (figura 7-45). Cuando alcanza la altura máxima, es golpeado desde abajo por una munición de 15 g que viaja verticalmente hacia arriba con una rapidez de 200 m/s. La munición queda incrustada en el plato. *a*) ¿Cuánto más alto asciende el plato? *b*) ¿Cuánta distancia adicional, Δx, recorre el plato como resultado de la colisión?

79. Un bloque de masa $m = 2.20$ kg se desliza hacia abajo por un plano inclinado de 30.0° que tiene 3.60 m de altura. En el fondo, golpea un bloque de masa $M = 7.00$ kg que está en reposo sobre una superficie horizontal, como se aprecia en la figura 7-46. (Considere que la transición es suave en el fondo del plano inclinado). Si la colisión es elástica y la fricción se puede ignorar, determine *a*) la rapidez de los dos bloques después de la colisión y *b*) a qué distancia sobre el plano inclinado regresará la masa más pequeña.

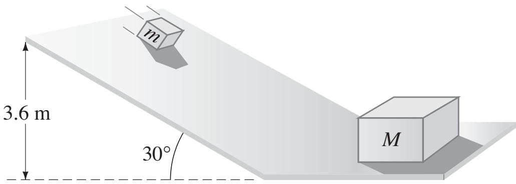


FIGURA 7–46 Problemas 79 y 80.

80. En el problema 79 (figura 7-46), ¿cuál es el límite superior (cantidad máxima) de la masa m si ha de rebotar de M, deslizarse hacia arriba del plano, detenerse, deslizarse hacia abajo del plano y chocar de nuevo con M?

81. *El efecto de honda gravitacional*. La figura 7-47 muestra al planeta Saturno que se mueve en la dirección x negativa a su rapidez orbital (con respecto al Sol) de 9.6 km/s. La masa de Saturno es 5.69×10^{26} kg. Una nave espacial con 825 kg de masa se aproxima a Saturno. Cuando está lejos de Saturno, se mueve en la dirección $+x$ a 10.4 km/s. La atracción gravitacional de Saturno (una fuerza conservativa) que actúa sobre la nave espacial provoca que ésta se balancee alrededor del planeta (la órbita que se muestra como línea punteada) y la dirige en la dirección opuesta. Estime la rapidez final de la nave espacial después de que está lo suficientemente lejos como para considerar que está libre del jalón gravitacional de Saturno.

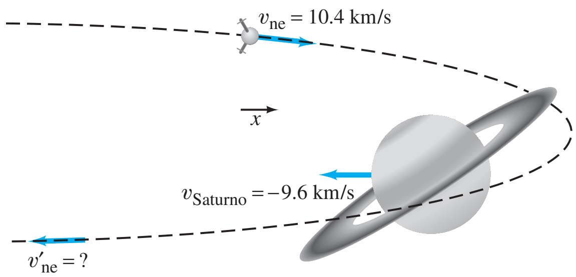


FIGURA 7–47 Problema 81.

Respuestas a los ejercicios

A: Sí, si la rapidez del automóvil deportivo es tres veces mayor.
B: Mayor.
C: *a*) 6.0 m/s; *b*) casi cero; *c*) casi 24.0 m/s.
D: La curva sería más ancha y menos alta.
E: Sí, por 300 veces.
F: Sí, la EC se conserva.
G: $x_{CM} = -2.0$ m; sí.
H: El bote se mueve en la dirección opuesta.

Cualquier persona puede experimentar la sensación de someterse a una rápida rotación, si su estómago resiste la gran velocidad angular y la aceleración centrípeta de algunos de los juegos más rápidos de los parques de diversiones. Si no, podría intentar con juegos más lentos, como el tiovivo o la rueda de la fortuna. Los juegos giratorios de las ferias tienen EC de rotación y también cantidad de movimiento angular.

CAPÍTULO 8

Movimiento de rotación

Hasta ahora nos hemos ocupado principalmente del movimiento de traslación. Analizamos la cinemática y la dinámica del movimiento de traslación (el papel de la fuerza), y la energía y la cantidad de movimiento asociados con él. En este capítulo se estudiará el movimiento de rotación. Se explicará la cinemática del movimiento de rotación y luego su dinámica (que incluye la torca), así como la energía cinética de rotación y la cantidad de movimiento angular (el análogo de rotación de la cantidad de movimiento lineal). Se encontrarán muchas analogías con el movimiento de traslación, lo que hará más sencillo el estudio. La comprensión del mundo a nuestro alrededor crecerá significativamente, pues se explicará desde cómo giran las ruedas de la bicicleta, los discos compactos y los juegos de los parques de diversiones, hasta cómo es que un patinador da vueltas y cómo gira la Tierra o una centrifugadora. También es probable que haya algunas sorpresas.

Principalmente, se considerará la rotación de los objetos rígidos. Un **objeto rígido** es un objeto con una forma definida que no cambia, de modo que las partículas que lo componen permanecen en posiciones fijas unas en relación con las otras. Cualquier objeto real es capaz de vibrar o deformarse cuando sobre él se ejerce una fuerza. Pero estos efectos con frecuencia son muy pequeños, así que el concepto de un objeto rígido ideal es muy útil como una buena aproximación.

8–1 Cantidades angulares

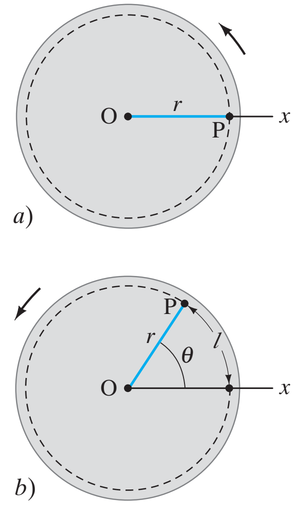


FIGURA 8–1 Vista de una rueda que gira en sentido contrario a las manecillas del reloj en torno a un eje a través del centro O de la rueda (eje perpendicular a la página). Cada punto, como el punto P, se mueve en una trayectoria circular; l es la distancia que recorre P conforme la rueda gira a través del ángulo θ.

En el capítulo 7 (sección 7-8) se vio que el movimiento de un objeto rígido se puede analizar como el movimiento de traslación del centro de masa del objeto, más el movimiento de rotación *en torno* a su centro de masa. Ya se estudió en detalle el movimiento de traslación, así que ahora el enfoque será sobre el movimiento meramente de rotación. Con el término *movimiento meramente de rotación* se da a entender que todos los puntos del objeto se mueven en círculos, como el punto P en la rueda giratoria de la figura 8-1, y que todos los centros de dichos círculos se encuentran sobre una línea llamada **eje de rotación**. En la figura 8-1, el eje de rotación es perpendicular a la página y pasa a través del punto O.

Todo punto en un objeto que gira en torno a un eje fijo se mueve en un círculo (que, para el punto P de la figura 8-1, se muestra punteado) cuyo centro está sobre el eje y cuyo radio es r, la distancia de dicho punto desde el eje de rotación. Una línea recta dibujada desde el eje hasta cualquier punto barre (traza) el mismo ángulo θ en el mismo tiempo.

Para indicar la posición angular de un objeto en rotación, o cuánto ha girado, se especifica el ángulo θ de cierta línea particular en el objeto (que se indica en azul, en la figura 8-1) con respecto a una línea de referencia, como el eje x en la figura 8-1. Un punto en el objeto, como el P en la figura 8-1, se mueve a través de un ángulo θ cuando recorre la distancia l medida a lo largo de la circunferencia de su trayectoria circular. Por lo general, los ángulos se miden en grados, pero las matemáticas del movimiento circular son mucho más simples si se usa el *radián* para la medición angular. Un **radián** (abreviado rad) se define como el ángulo subtendido por un arco cuya longitud es igual al radio. Por ejemplo, en la figura 8-1*b*, el punto P está a una distancia r del eje de rotación, y se ha movido una distancia l a lo largo del arco de un círculo. Se dice que la longitud del arco l "subtiende" el ángulo θ. Si $l = r$, entonces θ es exactamente igual a 1 rad. En radianes, cualquier ángulo θ está dado por

θ en radianes

$$\theta = \frac{l}{r}, \tag{8–1a}$$

donde r es el radio del círculo y l es la longitud del arco subtendido por el ángulo especificado en radianes. Si $l = r$, entonces $\theta = 1$ rad.

1 rad: longitud de arco = radio

El radián es adimensional puesto que es la razón de dos longitudes. No obstante, cuando se proporciona un ángulo en radianes, siempre se menciona rad para recordar que no se trata de grados. Con frecuencia es útil rescribir la ecuación 8-1a en términos de la longitud de arco l:

$$l = r\theta. \tag{8–1b}$$

Los radianes se relacionan con los grados de la forma siguiente. En un círculo completo existen 360°, que deben corresponder a una longitud de arco igual a la circunferencia o perímetro del círculo, $l = 2\pi r$. En consecuencia, $\theta = l/r = 2\pi r/r = 2\pi$ rad en un círculo completo, de modo que

Conversión de grados a radianes

$$360^\circ = 2\pi \text{ rad.}$$

Por tanto, un radián es $360^\circ/2\pi \approx 360^\circ/6.28 \approx 57.3^\circ$. Un objeto que da una revolución (rev) completa ha girado a través de 360°, o 2π radianes:

1 rad ≈ 57.3°

$$1 \text{ rev} = 360^\circ = 2\pi \text{ rad.}$$

EJEMPLO 8–1 Rueda de una bicicleta. Una rueda de bicicleta da 4.50 revoluciones. ¿Cuántos radianes ha girado?

PLANTEAMIENTO Todo lo que se necesita es una conversión directa de unidades utilizando

$$1 \text{ revolución} = 360^\circ = 2\pi \text{ rad} = 6.28 \text{ rad.}$$

SOLUCIÓN

$$4.50 \text{ revoluciones} = (4.50 \text{ rev})\left(2\pi \frac{\text{rad}}{\text{rev}}\right) = 9.00\pi \text{ rad} = 28.3 \text{ rad.}$$

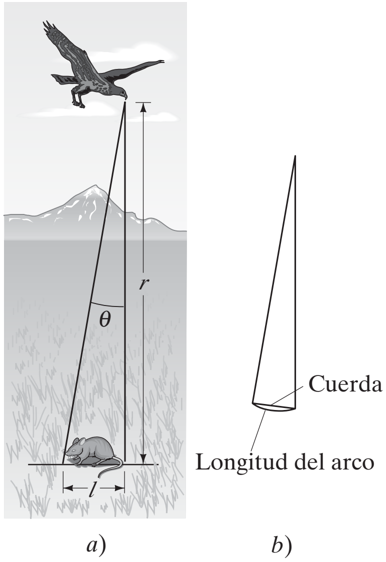


FIGURA 8–2 *a*) Ejemplo 8-2. *b*) Para ángulos pequeños, la longitud del arco y la longitud de la cuerda (línea recta) son casi iguales.

EJEMPLO 8–2 **Aves depredadoras, en radianes.** El ojo de una ave particular apenas puede distinguir los objetos que subtienden un ángulo no menor de 3×10^{-4} rad. *a*) ¿Cuántos grados es esto? *b*) ¿Cuán pequeño será el objeto que el ave apenas pueda distinguir cuando vuele a una altura de 100 m (figura 8-2*a*)?

PLANTEAMIENTO Para *a*) se usa la relación $360° = 2\pi$ rad. Para *b*) se usa la ecuación 8-1b, $l = r\theta$, para encontrar la longitud del arco.

SOLUCIÓN *a*) Se convierte 3×10^{-4} rad a grados:

$$\left(3 \times 10^{-4}\,\text{rad}\right)\left(\frac{360°}{2\pi\,\text{rad}}\right) = 0.017°.$$

b) Se emplea la ecuación 8-1b, $l = r\theta$. Para ángulos pequeños, la longitud de arco l y la longitud de la cuerda son aproximadamente† iguales (figura 8-2*b*). Como r = 100 m y $\theta = 3 \times 10^{-4}$ rad, se encuentra

$$l = (100\,\text{m})\left(3 \times 10^{-4}\,\text{rad}\right) = 3 \times 10^{-2}\,\text{m} = 3\,\text{cm}.$$

Una ave puede distinguir un pequeño ratón (de aproximadamente 3 cm de longitud) desde una altura de 100 m. Ésta es una buena agudeza visual.

NOTA Si el ángulo se hubiese proporcionado en grados, primero se habría tenido que hacer la conversión a radianes para realizar este cálculo. La ecuación 8-1 es válida *solamente* si el ángulo está especificado en radianes. Los grados (o revoluciones) no funcionarán.

Para describir el movimiento de rotación, se usan cantidades angulares, como la velocidad angular y la aceleración angular. A estas cantidades se les define en analogía con las cantidades correspondientes al movimiento lineal, y se eligen para describir al objeto en rotación como un todo, así que son las mismas para cada punto del objeto. Cada punto de un objeto en rotación también puede tener velocidad y aceleración de traslación, pero éstas tienen valores distintos para diferentes puntos del objeto.

Desplazamiento angular (rad)

Cuando un objeto, como la rueda de bicicleta de la figura 8-3, gira desde cierta posición inicial, especificada como θ_1, hasta alguna posición final, θ_2, su *desplazamiento angular* es

$$\Delta\theta = \theta_2 - \theta_1.$$

La *velocidad angular* (denotada por la letra griega minúscula omega, ω) se define en analogía con la velocidad lineal (de traslación) que se estudió en el capítulo 2. En lugar del desplazamiento lineal, se utiliza el desplazamiento angular. Por tanto, la **velocidad angular promedio** se define como

$$\overline{\omega} = \frac{\Delta\theta}{\Delta t}, \qquad \textbf{(8–2a)}$$

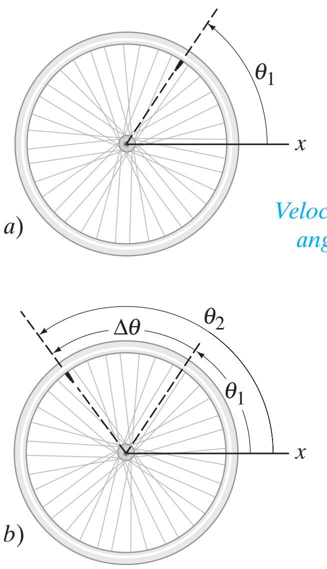
donde $\Delta\theta$ es el ángulo a través del cual ha girado el objeto en el intervalo de tiempo Δt. La **velocidad angular instantánea** se define como el muy pequeño ángulo $\Delta\theta$ a través del cual el objeto gira en el muy corto intervalo de tiempo Δt:

Velocidad angular

$$\omega = \lim_{\Delta t \to 0} \frac{\Delta\theta}{\Delta t}. \qquad \textbf{(8–2b)}$$

Generalmente, la velocidad angular se especifica en radianes por segundo (rad/s). Note que *todos los puntos en un objeto rígido giran con la misma velocidad angular*, pues toda posición en el objeto se mueve a través del mismo ángulo en el mismo intervalo de tiempo.

FIGURA 8–3 Una rueda gira desde *a*) la posición inicial θ_1 hasta *b*) la posición final θ_2. El desplazamiento angular es $\Delta\theta = \theta_2 - \theta_1$.



Un objeto como la rueda de la figura 8-3 puede girar en torno a un eje fijo ya sea en sentido de las manecillas del reloj o en sentido contrario. La dirección se especifica con los signos + o −, tal como se hizo en el capítulo 2 para el movimiento lineal a lo largo del eje $+x$ o $-x$. La convención habitual consiste en elegir el desplazamiento angular $\Delta\theta$ y la velocidad angular ω como positivos cuando la rueda gira en sentido contrario a las manecillas del reloj. Si la rotación es en el sentido de las manecillas del reloj, entonces θ disminuye, por lo que $\Delta\theta$ y ω serán negativos.‡

†Incluso para un ángulo tan grande como 15°, el error al hacer esta estimación sólo es del 1%, pero para ángulos más grandes, el error aumenta rápidamente.

‡En la sección 8-9 (opcional) se discute la naturaleza vectorial de la velocidad angular y de otras cantidades angulares.

La *aceleración angular* (denotada por la letra griega minúscula alfa, α), en analogía con la aceleración lineal, se define como el cambio en la velocidad angular dividida entre el tiempo requerido para efectuar este cambio. La **aceleración angular promedio** se define como

$$\bar{\alpha} = \frac{\omega_2 - \omega_1}{\Delta t} = \frac{\Delta\omega}{\Delta t}, \tag{8–3a}$$

donde ω_1 es la velocidad angular inicial y ω_2 es la velocidad angular después de un intervalo de tiempo Δt. La **aceleración angular instantánea** se define comúnmente como el límite de esta razón conforme Δt tiende a cero:

$$\alpha = \lim_{\Delta t \to 0} \frac{\Delta\omega}{\Delta t}. \tag{8–3b}$$

Aceleración angular

Como ω es la misma para todos los puntos de un objeto en rotación, la ecuación 8-3 indica que α también será la misma para todos los puntos. En consecuencia, ω y α son propiedades del objeto en rotación como un todo. Con ω se mide en radianes por segundo y t en segundos, α estará expresada como radianes por segundo al cuadrado (rad/s^2).

Cada punto o partícula de un objeto rígido en rotación tiene, en cualquier momento, una velocidad lineal v y una aceleración lineal a. Es posible relacionar las cantidades lineales en cada punto, v y a, con las cantidades angulares del objeto en rotación, ω y α. Considere un punto P ubicado a una distancia r desde el eje de rotación, como en la figura 8-4. Si el objeto gira con velocidad angular ω, cualquier punto tendrá una velocidad lineal cuya dirección es tangente a su trayectoria circular. La magnitud de la velocidad lineal de dicho punto es $v = \Delta l/\Delta t$. A partir de la ecuación 8-1b, un cambio en el ángulo de rotación $\Delta\theta$ (en radianes) está relacionado con la distancia lineal recorrida por $\Delta l = r\,\Delta\theta$. En consecuencia

$$v = \frac{\Delta l}{\Delta t} = r\frac{\Delta\theta}{\Delta t}$$

o

$$v = r\omega. \tag{8–4}$$

Relación de las velocidades lineal y angular

De esta forma, aunque ω es la misma para cada punto en el objeto en rotación en cualquier instante, la velocidad lineal v es mayor para los puntos más alejados del eje (figura 8-5). Note que la ecuación 8-4 es válida instantáneamente y también en el promedio.

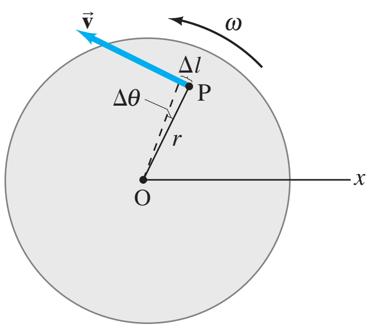


FIGURA 8–4 Un punto P sobre una rueda en rotación tiene una velocidad lineal $\vec{\mathbf{v}}$ en cualquier momento.

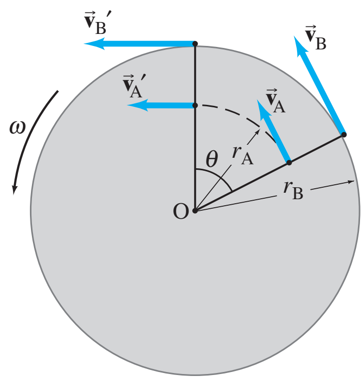


FIGURA 8–5 Una rueda que gira de manera uniforme en sentido contrario a las manecillas del reloj. Dos puntos sobre la rueda, a distancias r_A y r_B desde el centro, tienen la misma velocidad angular ω porque recorren el mismo ángulo θ en el mismo intervalo de tiempo. Pero los dos puntos tienen distintas velocidades lineales porque recorren diferentes distancias en el mismo intervalo de tiempo. Como $r_B > r_A$, entonces $v_B > v_A$ $(v = r\omega)$.

EJEMPLO CONCEPTUAL 8–3 **¿El león es más rápido que el caballo?** En un carrusel o tiovivo en rotación, un niño se sienta sobre un caballo cerca de la orilla y otro niño se sienta sobre un león a la mitad del camino desde el centro. *a*) ¿Cuál de los dos niños tiene la mayor velocidad lineal? *b*) ¿Cuál de ellos tiene la mayor velocidad angular?

RESPUESTA *a*) La velocidad *lineal* es la distancia recorrida dividida entre el intervalo de tiempo. En una rotación, el niño situado en la orilla recorre una distancia más larga que el niño cerca del centro, pero el intervalo de tiempo es el mismo para ambos. Por tanto, el niño que está en la orilla, sentado sobre el caballo, tiene la mayor velocidad lineal.
b) La velocidad *angular* es el ángulo de rotación dividido entre el intervalo de tiempo. En una rotación ambos niños giran a través del mismo ángulo ($360° = 2\pi$ radianes). Los dos niños tienen la misma velocidad angular.

Si cambia la velocidad angular de un objeto en rotación, el objeto como un todo (y cada punto en él) tiene una aceleración angular. Cada punto también tiene una aceleración lineal cuya dirección es tangente a la trayectoria circular de dicho punto. La ecuación 8-4 ($v = r\omega$) sirve para demostrar que la aceleración angular α está relacionada con la aceleración lineal tangencial a_{tan} de un punto en el objeto en rotación por

$$a_{tan} = \frac{\Delta v}{\Delta t} = r\frac{\Delta \omega}{\Delta t}$$

o

Aceleración tangencial

$$a_{tan} = r\alpha. \tag{8–5}$$

En esta ecuación, r es el radio del círculo en el que se mueve la partícula, y el subíndice "tan" en a_{tan} significa "tangencial".

La aceleración lineal total de un punto es la suma vectorial de dos componentes:

$$\vec{\mathbf{a}} = \vec{\mathbf{a}}_{tan} + \vec{\mathbf{a}}_{R},$$

donde el componente radial,[†] $\vec{\mathbf{a}}_R$, es la aceleración radial o "centrípeta" y su dirección es hacia el centro de la trayectoria circular del punto; observe la figura 8-6. En el capítulo 5 se vio (ecuación 5-1) que $a_R = v^2/r$, que se puede rescribir en términos de ω utilizando la ecuación 8-4:

Aceleración centrípeta (o radial)

$$a_R = \frac{v^2}{r} = \frac{(r\omega)^2}{r} = \omega^2 r. \tag{8–6}$$

De esta manera, la aceleración centrípeta es mayor cuanto más nos alejemos del eje de rotación: el niño que está más cerca de la orilla del carrusel siente mayor aceleración. Las ecuaciones 8-4, 8-5 y 8-6 relacionan las cantidades angulares que describen la rotación de un objeto con las cantidades lineales para cada punto de éste. La tabla 8-1 resume estas relaciones.

FIGURA 8–6 En una rueda en rotación cuya rapidez angular va en aumento, un punto P tiene componentes tangencial y radial (centrípetas) de aceleración lineal. (Véase también el capítulo 5.)

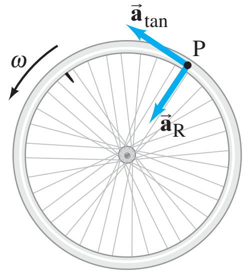


TABLA 8–1 Cantidades lineales y de rotación

Lineal	Tipo	Rotacional	Relación
x	desplazamiento	θ	$x = r\theta$
v	velocidad	ω	$v = r\omega$
a_{tan}	aceleración	α	$a_{tan} = r\alpha$

[†] "Radial" significa a lo largo del radio, es decir, hacia o desde el centro del eje.

EJEMPLO 8–4 **Velocidades y aceleraciones angular y lineal.** Un carrusel inicialmente está en reposo. En $t = 0$ se le imprime una aceleración angular constante $\alpha = 0.060\ \text{rad/s}^2$, que aumenta su velocidad angular durante 8.0 s. Determine las siguientes cantidades cuando $t = 8.0$ s: *a*) la velocidad angular del carrusel; *b*) la velocidad lineal de un niño (figura 8-7*a*) ubicado a 2.5 m desde el centro, el punto P en la figura 8-7*b*; *c*) la aceleración tangencial (lineal) de ese niño; *d*) su aceleración centrípeta; y *e*) la aceleración lineal total del niño.

PLANTEAMIENTO La aceleración angular α es constante, así que puede utilizarse la ecuación 8-3a para resolver ω después de un tiempo $t = 8.0$ s. Con esta ω y la α que se proporciona, se determinan las otras cantidades utilizando las relaciones apenas desarrolladas, es decir, las ecuaciones 8-4, 8-5 y 8-6.

SOLUCIÓN *a*) La ecuación 8-3a dice que

$$\bar{\alpha} = \frac{\omega_2 - \omega_1}{\Delta t}.$$

Se proporcionan $\Delta t = 8.0\ \text{s}$, $\bar{\alpha} = 0.060\ \text{rad/s}^2$, y $\omega_1 = 0$. Al resolver para ω_2 se obtiene

$$\begin{aligned}\omega_2 &= \omega_1 + \bar{\alpha}\,\Delta t \\ &= 0 + (0.060\ \text{rad/s}^2)(8.0\ \text{s}) = 0.48\ \text{rad/s}.\end{aligned}$$

Durante el intervalo de 8.0 s, el carrusel aceleró desde $\omega_1 = 0$ (reposo) hasta $\omega_2 = 0.48$ rad/s.

b) La velocidad lineal del niño con $r = 2.5$ m en el tiempo $t = 8.0$ s se encuentra con la ecuación 8-4:

$$v = r\omega = (2.5\ \text{m})(0.48\ \text{rad/s}) = 1.2\ \text{m/s}.$$

Note que aquí se eliminó "rad" porque es adimensional (y sólo un recordatorio): es una razón de dos distancias (ecuación 8-1b).

c) La ecuación 8-5 proporciona la aceleración tangencial del niño:

$$a_{\text{tan}} = r\alpha = (2.5\ \text{m})(0.060\ \text{rad/s}^2) = 0.15\ \text{m/s}^2,$$

y es la misma durante el intervalo de aceleración de 8.0 s.

d) La aceleración centrípeta del niño en $t = 8.0$ está dada por la ecuación 8-6:

$$a_{\text{R}} = \frac{v^2}{r} = \frac{(1.2\ \text{m/s})^2}{(2.5\ \text{m})} = 0.58\ \text{m/s}^2.$$

e) Los dos componentes de la aceleración lineal calculada en los incisos *c*) y *d*) son perpendiculares entre sí. Por tanto, la aceleración lineal total en $t = 8.0$ s tiene magnitud

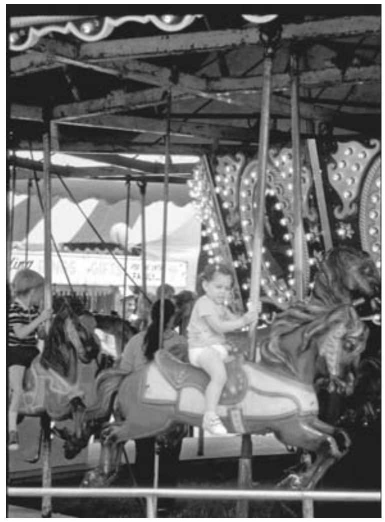
$$\begin{aligned}a &= \sqrt{a_{\text{tan}}^2 + a_{\text{R}}^2} \\ &= \sqrt{(0.15\ \text{m/s}^2)^2 + (0.58\ \text{m/s}^2)^2} = 0.60\ \text{m/s}^2.\end{aligned}$$

Su dirección (figura 8-7*b*) es

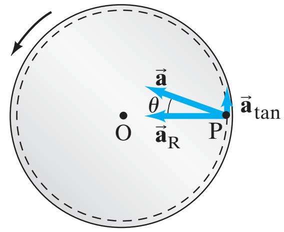
$$\theta = \tan^{-1}\left(\frac{a_{\text{tan}}}{a_{\text{R}}}\right) = \tan^{-1}\left(\frac{0.15\ \text{m/s}^2}{0.58\ \text{m/s}^2}\right) = 0.25\ \text{rad},$$

así que $\theta \approx 15°$.

NOTA La aceleración lineal es principalmente centrípeta, manteniendo al niño en un movimiento circular con el carrusel. El componente tangencial que acelera el movimiento es menor.



a)



b)

FIGURA 8–7 Ejemplo 8-4. El vector aceleración total $\vec{\mathbf{a}} = \vec{\mathbf{a}}_{\text{tan}} + \vec{\mathbf{a}}_{\text{R}}$, en $t = 8.0$ s.

Se pueden relacionar la velocidad angular ω y la frecuencia de rotación f. La **frecuencia** es el número de revoluciones (rev) completas por segundo, como se vio en el capítulo 5. Una revolución (de una rueda, por ejemplo) corresponde a un ángulo de 2π radianes y por tanto $1 \text{ rev/s} = 2\pi \text{ rad/s}$. Así, en general, la frecuencia f está relacionada con la velocidad angular ω mediante

Frecuencia

$$f = \frac{\omega}{2\pi}$$

o

$$\omega = 2\pi f. \tag{8–7}$$

La unidad de frecuencia, revoluciones por segundo (rev/s), recibe el nombre especial de hertz (Hz). Esto es

$$1 \text{ Hz} = 1 \text{ rev/s}.$$

Hay que hacer notar que "revolución" realmente no es una unidad, así que también se puede escribir $1 \text{ Hz} = 1 \text{ s}^{-1}$.

El tiempo requerido para una revolución completa se llama **periodo** T, y se relaciona con la frecuencia del modo siguiente:

Periodo

$$T = \frac{1}{f}. \tag{8–8}$$

Si una partícula gira a una frecuencia de tres revoluciones por segundo, entonces el periodo de cada revolución es $\frac{1}{3}$ s.

EJERCICIO A En el ejemplo 8-4 se encontró que el carrusel, luego de 8.0 s, gira con una velocidad angular $\omega = 0.48$ rad/s y lo sigue haciendo después de $t = 8.0$ s porque la aceleración cesó. ¿Cuál es la frecuencia y el periodo del carrusel?

FÍSICA APLICADA

Disco duro y rapidez de bit

EJEMPLO 8–5 **Disco duro.** El disco duro de una computadora gira a 7200 rpm (revoluciones por minuto = rev/min). *A*) ¿Cuál es la velocidad angular del disco? *b*) Si la cabeza lectora del disco se ubica a 3.00 cm del eje de rotación, ¿cuál es la rapidez lineal del punto sobre el disco justo debajo de ella? *c*) Si un solo bit requiere 0.50 μm de longitud a lo largo de la dirección del movimiento, ¿cuántos bits por segundo puede escribir la cabeza escritora cuando está a 3.00 cm del eje?

PLANTEAMIENTO Se utiliza f, la frecuencia dada, para encontrar la velocidad angular ω del disco y luego la rapidez lineal de un punto sobre el disco ($v = r\omega$). La tasa de bits se determina al dividir la rapidez lineal entre la longitud de un bit (v = distancia/tiempo).

SOLUCIÓN *a*) Se encuentra primero la frecuencia en rev/s, dado $f = 7200$ rev/min:

$$f = \frac{(7200 \text{ rev/min})}{(60 \text{ s/min})} = 120 \text{ rev/s} = 120 \text{ Hz}.$$

Entonces, la velocidad angular es

$$\omega = 2\pi f = 754 \text{ rad/s}.$$

b) La rapidez lineal de un punto a 3.00 cm del eje está dada por la ecuación 8-4:

$$v = r\omega = \left(3.00 \times 10^{-2} \text{ m}\right)(754 \text{ rad/s}) = 22.6 \text{ m/s}.$$

c) Cada bit requiere 0.50×10^{-6} m, así que, a una rapidez de 22.6 m/s, el número de bits que pasan la cabeza por segundo es

$$\frac{22.6 \text{ m/s}}{0.50 \times 10^{-6} \text{ m/bit}} = 45 \times 10^{6} \text{ bits por segundo},$$

o 45 megabits/s (Mbps).

8–2 Aceleración angular constante

En el capítulo 2 se dedujeron las útiles ecuaciones cinemáticas (ecuaciones 2-11) que relacionan aceleración, velocidad, distancia y tiempo para el caso especial de aceleración lineal uniforme. Esas ecuaciones se obtuvieron a partir de las definiciones de velocidad y aceleración lineal, suponiendo aceleración constante. Las definiciones de velocidad y aceleración angulares son las mismas que las de sus contrapartes lineales, excepto que θ sustituye al desplazamiento lineal x, ω sustituye a v y α sustituye a a. En consecuencia, las ecuaciones angulares para **aceleración angular constante** serán análogas a las ecuaciones 2-11 con θ en sustitución de x, ω en vez de v y α en lugar de a, y se pueden deducir exactamente de la misma forma. A continuación se les resume, opuestas a sus equivalentes lineales (se ha elegido $x_0 = 0$ y $\theta_0 = 0$ en el tiempo inicial $t = 0$):

Angular	Lineal		
$\omega = \omega_0 + \alpha t$	$v = v_0 + at$	[α, a constantes]	**(8–9a)**
$\theta = \omega_0 t + \frac{1}{2}\alpha t^2$	$x = v_0 t + \frac{1}{2}at^2$	[α, a constantes]	**(8–9b)**
$\omega^2 = \omega_0^2 + 2\alpha\theta$	$v^2 = v_0^2 + 2ax$	[α, a constantes]	**(8–9c)**
$\bar{\omega} = \dfrac{\omega + \omega_0}{2}$	$\bar{v} = \dfrac{v + v_0}{2}$	[α, a constantes]	**(8–9d)**

Ecuaciones cinemáticas para aceleración angular constante $(x_0 = 0, \theta_0 = 0)$

Advierta que ω_0 representa la velocidad angular en $t = 0$, mientras que θ y ω representan la posición y velocidad angulares, respectivamente, en el tiempo t. Como la aceleración angular es constante, $\alpha = \bar{\alpha}$.

EJEMPLO 8–6 **Aceleración centrífuga.** Un rotor centrífugo acelera desde el reposo hasta 20,000 rpm en 30 s. *a*) ¿Cuál es su aceleración angular promedio? *b*) ¿Cuántas revoluciones ha dado el rotor centrífugo durante su periodo de aceleración, si se supone una aceleración angular constante?

PLANTEAMIENTO Para determinar $\bar{\alpha} = \Delta\omega/\Delta t$, se necesitan las velocidades angulares inicial y final. Para *b*) se usan las ecuaciones 8-9 (recuerde que una revolución corresponde a $\theta = 2\pi$ rad).

SOLUCIÓN *a*) La velocidad angular inicial es $\omega = 0$. La velocidad angular final es

$$\omega = 2\pi f = (2\pi \text{ rad/rev}) \frac{(20{,}000 \text{ rev/min})}{(60 \text{ s/min})} = 2100 \text{ rad/s}.$$

Entonces, dado que $\bar{\alpha} = \Delta\omega/\Delta t$ y $\Delta t = 30$ s, se tiene

$$\bar{\alpha} = \frac{\omega - \omega_0}{\Delta t} = \frac{2100 \text{ rad/s} - 0}{30 \text{ s}} = 70 \text{ rad/s}^2.$$

Esto es, cada segundo, la velocidad angular del rotor aumenta en 70 rad/s, o por $(70/2\pi) = 11$ revoluciones por segundo.

b) Para encontrar θ se puede usar o la ecuación 8-9b o la 8-9c, o ambas si se quiere comprobar la respuesta. La primera da

$$\theta = 0 + \tfrac{1}{2}(70 \text{ rad/s}^2)(30 \text{ s})^2 = 3.15 \times 10^4 \text{ rad},$$

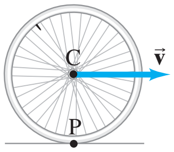
donde se conserva un dígito adicional porque éste es un resultado intermedio. Para encontrar el número total de revoluciones, se divide entre 2π rad/rev y se obtiene

$$\frac{3.15 \times 10^4 \text{ rad}}{2\pi \text{ rad/rev}} = 5.0 \times 10^3 \text{ rev}.$$

NOTA Calculemos θ mediante la ecuación 8-9c:

$$\theta = \frac{\omega^2 - \omega_0^2}{2\alpha} = \frac{(2100 \text{ rad/s})^2 - 0}{2(70 \text{ rad/s}^2)} = 3.15 \times 10^4 \text{ rad}$$

que concuerda perfectamente con la respuesta.



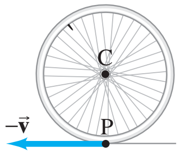


FIGURA 8–8 *a*) Una rueda en rodamiento hacia la derecha. Su centro C se mueve con velocidad $\vec{\mathbf{v}}$. El punto P está en reposo en este instante. *b*) La misma rueda vista desde un marco de referencia en el que el eje C de la rueda está en reposo, es decir, se mueve hacia la derecha con velocidad $\vec{\mathbf{v}}$ relativa al suelo. El punto P, que estaba en reposo en *a*), en *b*) se mueve hacia la izquierda con velocidad $-\vec{\mathbf{v}}$, como se indica. (Véase también la sección 3-8 acerca de velocidad relativa.)

8–3 Movimiento de rodamiento (sin deslizamiento)

El movimiento de rodamiento de una pelota o rueda es familiar en la vida cotidiana: una pelota que rueda por el suelo o las ruedas y llantas de un automóvil o bicicleta que ruedan por el pavimento. El rodamiento *sin deslizamiento* es fácilmente analizable y depende de la fricción estática entre el objeto en rodamiento y el suelo. La fricción es estática porque el punto de contacto del objeto en rodamiento con el suelo está en reposo en cada momento.

El rodamiento sin deslizamiento implica tanto rotación como traslación. Existe entonces una relación simple entre la rapidez lineal v del eje y la velocidad angular ω de la rueda o de la esfera en rodamiento, a saber, $v = r\omega$ (donde r es el radio), como se demuestra a continuación. La figura 8-8*a* ilustra una rueda en rodamiento hacia la derecha sin deslizarse. En el momento que se muestra, el punto P sobre la rueda está en contacto con el suelo y momentáneamente está en reposo. La velocidad del eje en el centro C de la rueda es $\vec{\mathbf{v}}$. En la figura 8-8*b* nos hemos ubicado en el marco de referencia de la rueda, es decir, nos movemos hacia la derecha con velocidad $\vec{\mathbf{v}}$ relativa al suelo. En este marco de referencia el eje C está en reposo, mientras que el suelo y el punto P se mueven hacia la izquierda con velocidad $-\vec{\mathbf{v}}$, como se indica. Aquí se ve rotación pura. Así que se puede usar la ecuación 8-4 para obtener $v = r\omega$, donde r es el radio de la rueda. Ésta es la misma v que en al figura 8-8*a*, por lo que la rapidez lineal v del eje relativa al suelo está relacionada con la velocidad angular ω mediante.

$$v = r\omega. \qquad \text{[rodamiento sin deslizamiento]}$$

Esta relación es válida sólo si no existe deslizamiento.

EJEMPLO 8–7 **Bicicleta.** Una bicicleta frena uniformemente desde $v_0 = 8.40$ m/s hasta el reposo en una distancia de 115 m (figura 8-9). Cada rueda y llanta tienen un diámetro global de 68.0 cm. Determine *a*) la velocidad angular de las ruedas en el instante inicial ($t = 0$); *b*) el número total de revoluciones que cada rueda completa antes de llegar al reposo; *c*) la aceleración angular de la rueda; y *d*) el tiempo que le toma llegar a detenerse.

PLANTEAMIENTO Se supone que las ruedas de la bicicleta están en rodamiento sin deslizar y que las llantas están en firme contacto con el suelo. La rapidez de la bicicleta v y la velocidad angular de las ruedas ω están relacionadas mediante $v = r\omega$. La bicicleta frena uniformemente, así que la aceleración angular es constante y se pueden usar las ecuaciones 8-9.

SOLUCIÓN *a*) La velocidad angular inicial de la rueda, cuyo radio es 34.0 cm, es

$$\omega_0 = \frac{v_0}{r} = \frac{8.40\ \text{m/s}}{0.340\ \text{m}} = 24.7\ \text{rad/s}.$$

b) Para llegar a detenerse, la bicicleta recorre 115 m de suelo. La circunferencia de la rueda es $2\pi r$, así que cada revolución de la rueda corresponde a una distancia recorrida de $2\pi r = (2\pi)(0.340\ \text{m})$. En consecuencia, el número de revoluciones que da la rueda para llegar a detenerse es

$$\frac{115\ \text{m}}{2\pi r} = \frac{115\ \text{m}}{(2\pi)(0.340\ \text{m})} = 53.8\ \text{rev}.$$

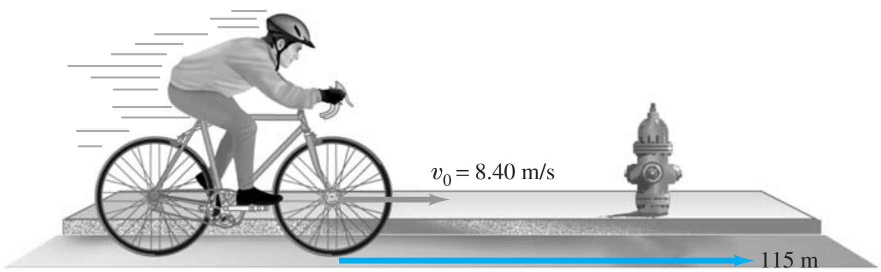


FIGURA 8–9 Ejemplo 8-7.

c) La aceleración angular de la rueda se obtiene a partir de la ecuación 8-9c, para lo cual se establece $\omega = 0$ y $\omega_0 = 24.7$ rad/s. Puesto que cada revolución corresponde a 2π radianes de ángulo, entonces $\theta = 2\pi \text{ rad/rev} \times 53.8 \text{ rev} (= 338 \text{ rad})$ y

$$\alpha = \frac{\omega^2 - \omega_0^2}{2\theta} = \frac{0 - (24.7 \text{ rad/s})^2}{2(2\pi \text{ rad/rev})(53.8 \text{ rev})} = -0.902 \text{ rad/s}^2.$$

d) La ecuación 8-9a y b permiten encontrar la resolución para el tiempo. La primera es más sencilla:

$$t = \frac{\omega - \omega_0}{\alpha} = \frac{0 - 24.7 \text{ rad/s}}{-0.902 \text{ rad/s}^2} = 27.4 \text{ s}.$$

NOTA Cuando la llanta de la bicicleta completa una revolución, la bicicleta avanza linealmente una distancia igual a la circunferencia exterior ($2\pi r$) de la llanta, en tanto no existan derrapes ni deslizamiento.

8–4 Torca

Hasta aquí se ha estudiado la cinemática de rotación, esto es, la descripción del movimiento de rotación en términos de ángulo, velocidad y aceleración angulares. Ahora se discutirá la dinámica, o causas, del movimiento de rotación. Tal como se encontraron analogías entre el movimiento lineal y el de rotación para la descripción del movimiento, del mismo modo también existen equivalentes para la dinámica.

Es evidente que para hacer que un objeto comience a girar en torno a un eje, se requiere de una fuerza. Pero la dirección de esta fuerza y el punto donde se aplica también son importantes. Considere, por ejemplo, una situación ordinaria como la vista superior de la puerta en la figura 8-10. Si se aplica una fuerza $\vec{\mathbf{F}}_A$ a la puerta, como se indica, veremos que, cuanto mayor sea la magnitud, F_A, más rápidamente se abrirá la puerta. Pero ahora, si aplica una fuerza de igual magnitud en un punto más cercano a la bisagra (por ejemplo, $\vec{\mathbf{F}}_B$ en la figura 8-10), la puerta no se abrirá tan rápidamente. El efecto de la fuerza es menor: el lugar donde actúa la fuerza, así como su magnitud y dirección, afectan la rapidez con que se abre la puerta. De hecho, si sólo actúa esta fuerza, la aceleración angular de la puerta será proporcional no sólo a la magnitud de la fuerza, sino también directamente proporcional a *la distancia perpendicular desde el eje de rotación hasta la línea a lo largo de la que actúa la fuerza*. Esta distancia se conoce como **brazo de palanca** o **brazo de momento** de la fuerza, y se designa como r_A y r_B para las dos fuerzas en la figura 8-10. De esta forma, si r_A en la figura 8-10 es tres veces más grande que r_B, entonces la aceleración angular de la puerta será tres veces mayor, suponiendo que las magnitudes de las fuerzas son las mismas. Para decirlo de otra forma, si $r_A = 3r_B$, entonces F_B debe ser tres veces mayor que F_A para proporcionar la misma aceleración angular. (La figura 8-11 muestra dos ejemplos de herramientas cuyos largos brazos de palanca resultan muy efectivos).

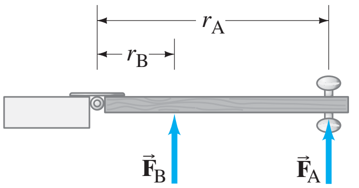


FIGURA 8–10 Aplicación de la misma fuerza con diferentes brazos de palanca, r_A y r_B. Si $r_A = 3r_B$, entonces, para crear el mismo efecto (aceleración angular), F_B necesita ser tres veces F_A, o $F_A = \frac{1}{3}F_B$.

Brazo de palanca

a)

b)

FIGURA 8–10 *a*) Un plomero puede ejercer una torca mayor si emplea una llave con un brazo de palanca largo. *b*) Una llave para neumáticos también puede tener un brazo de palanca largo.

Entonces, la aceleración angular es proporcional al producto de la *fuerza por el brazo de palanca*. Este producto se llama *momento de la fuerza* en torno al eje o, más comúnmente, **torca**, y se representa con τ (la letra griega minúscula tau). Así, la aceleración angular α de un objeto es directamente proporcional a la torca neta aplicada τ:

Definición de torca

$$\alpha \propto \tau,$$

y se ve que es la torca la que da origen a la aceleración angular. Éste es el análogo de rotación de la segunda ley de Newton para el movimiento lineal, $a \propto F$.

El brazo de palanca se define como la distancia *perpendicular* desde el eje de rotación hasta la línea de acción de la fuerza, es decir, la distancia que es perpendicular tanto al eje de rotación como a una línea imaginaria dibujada a lo largo de la dirección de la fuerza. Esto se hace para tomar en cuenta el efecto de las fuerzas que actúan en un ángulo. Es evidente que una fuerza aplicada en un ángulo, como $\vec{\mathbf{F}}_C$ en la figura 8-12, será menos efectiva que la misma magnitud de fuerza aplicada de forma perpendicular a la puerta, como $\vec{\mathbf{F}}_A$ (figura 8-12*a*). Y si se empuja sobre el extremo de la puerta de modo que la fuerza esté dirigida hacia la bisagra (el eje de rotación), como se indica con $\vec{\mathbf{F}}_D$, la puerta no se moverá en absoluto

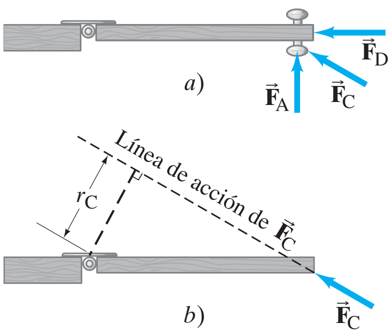
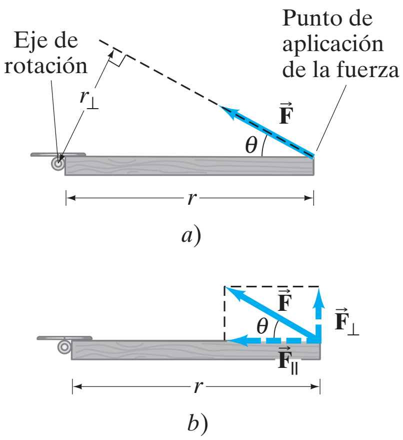


FIGURA 8–12 *a*) Fuerzas que actúan en diferentes ángulos en la perilla de la cerradura. *b*) El brazo de palanca se define como la distancia perpendicular desde el eje de rotación (la bisagra) a la línea de acción de la fuerza.

El brazo de palanca para una fuerza como $\vec{\mathbf{F}}_C$ se encuentra dibujando una línea a lo largo de la dirección de $\vec{\mathbf{F}}_C$ (ésta es la "línea de acción" de $\vec{\mathbf{F}}_C$). Luego se dibuja otra línea, perpendicular a esta línea de acción, que vaya hacia el eje de rotación y que también sea perpendicular a él. La longitud de esta segunda línea es el brazo de palanca para $\vec{\mathbf{F}}_C$ y se designa como r_C en la figura 8-12*b*. El brazo de palanca es perpendicular tanto a la línea de acción de la fuerza como, en su otro extremo, perpendicular al eje de rotación.

La magnitud de la torca asociada con $\vec{\mathbf{F}}_C$ es entonces $r_C F_C$. Este corto brazo de palanca r_C y la correspondiente torca más pequeña asociada con $\vec{\mathbf{F}}_C$ es consistente con la observación de que $\vec{\mathbf{F}}_C$ es menos efectiva al acelerar la puerta que $\vec{\mathbf{F}}_C$. Cuando el brazo de palanca se define de esta forma, los experimentos muestran que la relación $\alpha \propto \tau$ es válida en general. Hay que destacar que en la figura 8-12, la línea de acción de la fuerza $\vec{\mathbf{F}}_D$ pasa a través de la bisagra y por tanto su brazo de palanca es cero. En consecuencia, la torca cero está asociada con $\vec{\mathbf{F}}_D$ y no da lugar a aceleración angular, en concordancia con la experiencia cotidiana.

FIGURA 8–13
Torca $= r_\perp F = rF_\perp$.



Entonces, en general, la magnitud de la torca en torno a un eje dado se escribe como

$$\tau = r_\perp F, \tag{8–10a}$$

donde $r_\perp$ es el brazo de palanca y el símbolo perpendicular ($\perp$) recuerda que se debe usar la distancia desde el eje de rotación que es perpendicular a la línea de acción de la fuerza (figura 8-13*a*).

Una forma equivalente de determinar la torca asociada con una fuerza es resolver la fuerza en sus componentes paralelo y perpendicular a la línea que conecta al eje con el punto de aplicación de la fuerza, como se observa en la figura 8-13*b*. El componente $F_\parallel$ no ejerce torca pues está dirigido hacia el eje de rotación (su brazo de palanca es cero). Por tanto, la torca será igual a $F_\perp$ por la distancia r desde el eje hasta el punto de aplicación de la fuerza:

$$\tau = rF_\perp. \tag{8–10b}$$

Esto arroja el mismo resultado que la ecuación 8-10a, lo que se puede constatar a partir de las relaciones $F_\perp = F \operatorname{sen}\theta$ y $r_\perp = r \operatorname{sen}\theta$. [Note que θ es el ángulo entre las direcciones de $\vec{\mathbf{F}}$ y r (línea radial desde el eje hasta el punto donde actúa $\vec{\mathbf{F}}$)]. Así que

Magnitud de una torca

$$\tau = rF \operatorname{sen}\theta \tag{8–10c}$$

en cualquier caso. Para calcular la torca, se puede utilizar cualquiera de las ecuaciones 8-10, la que resulte más sencilla.

Como la torca es una distancia por una fuerza, se mide en unidades de m·N en unidades SI,[†] cm·dina en el sistema cgs y ft·lb en el sistema inglés.

[†]Hay que hacer notar que las unidades para la torca son las mismas que las de energía. La unidad de torca se escribe aquí como m·N (en SI) para distinguirla de la energía (N·m), pues las dos cantidades son muy diferentes. Una diferencia obvia es que la energía es un escalar, mientras que la torca tiene una dirección y es un vector. El nombre especial *joule* (1 J = 1 NΔm) se emplea sólo para energía (y para trabajo), *nunca* para una torca.

EJEMPLO 8–8 **Torca del bíceps.** El bíceps ejerce una fuerza vertical sobre el antebrazo, cuando está flexionado como se ilustra en las figuras 8-14*a* y *b*. Para cada caso, calcule la torca en torno al eje de rotación a través de la articulación del codo, suponiendo que el músculo está unido a 5.0 cm del codo, como se muestra.

PLANTEAMIENTO Se conoce la fuerza y el brazo de palanca en *a*). En *b*), para obtener el brazo de palanca, se debe tomar en cuenta el ángulo.

SOLUCIÓN *a*) $F = 700\text{ N}$ y $r_\perp = 0.050\text{ m}$, de modo que

$$\tau = r_\perp F = (0.050\text{ m})(700\text{ N}) = 35\text{ m}\cdot\text{N}.$$

b) Puesto que el brazo está en un ángulo bajo la horizontal, el brazo de palanca es más corto (figura 8-14*c*) que en la parte *a*): $r_\perp = (0.050\text{ m})(\text{sen }60°)$, donde $\theta = 60°$ es el ángulo entre $\vec{\mathbf{F}}$ y r. F todavía es 700 N, así que

$$\tau = (0.050\text{ m})(0.866)(700\text{ N}) = 30\text{ m}\cdot\text{N}.$$

El brazo puede ejercer menos torca en este ángulo que cuando está a 90°. Con frecuencia, las máquinas de pesas de los gimnasios están diseñadas para considerar esta variación en el ángulo.

NOTA En *b*) se pudo haber usado $\tau = rF_\perp$. Como se muestra en la figura 8-14*d*, $F_\perp = F\text{ sen }60°$. Entonces, $\tau = rF_\perp = rF\text{ sen }\theta = (0.050\text{ m})(700\text{ N})(0.866)$ da el mismo resultado.

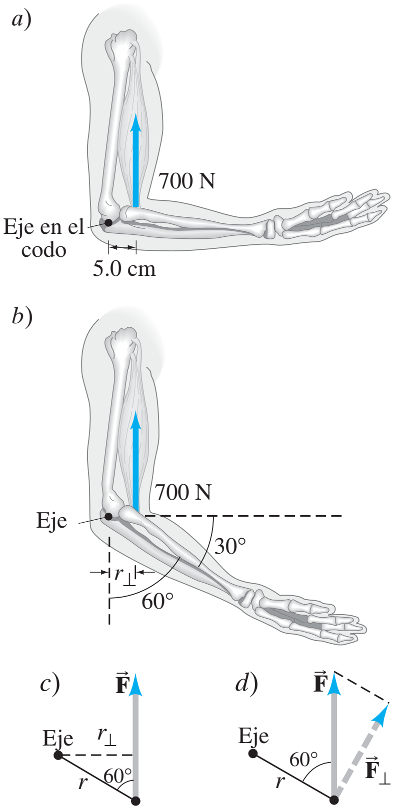


FIGURA 8–14 Ejemplo 8-8.

EJERCICIO B Dos fuerzas ($F_B = 20\text{ N}$ y $F_A = 30\text{ N}$) se aplican a una regla que puede girar en torno a su extremo izquierdo (figura 8-15). La fuerza $\vec{\mathbf{F}}_B$ se aplica perpendicularmente en el punto medio. ¿Qué fuerza ejerce la torca más grande?

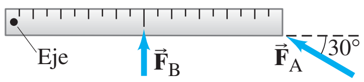


FIGURA 8–15 Ejercicio B.

Cuando sobre un objeto actúa más de una torca, se encuentra que la aceleración angular α es proporcional a la torca *neta*. Si todas las torcas que actúan sobre un objeto tienden a hacerlo girar en la misma dirección en torno a un eje de rotación fijo, la torca neta es la suma de las torcas. Pero si, por ejemplo, una torca actúa para girar al objeto en una dirección y una segunda torca actúa para girarlo en la dirección opuesta (como en la figura 8-16), la torca neta es la diferencia de las dos torcas. Normalmente se asigna un signo positivo a las torcas que actúan para hacer girar al objeto en sentido contrario a las manecillas del reloj, y un signo negativo a aquellas que actúan para hacerlo girar en el sentido de las manecillas.

EJEMPLO 8–9 **Torca sobre una rueda compuesta.** Dos ruedas delgadas en forma de disco, de radios $r_A = 30\text{ cm}$ y $r_B = 50\text{ cm}$, están unidas una a la otra sobre un eje que pasa a través del centro de cada una, como se ilustra en la figura 8-16. Calcule la torca neta sobre esta rueda compuesta que se debe a las dos fuerzas mostradas, cada una con magnitud de 50 N.

PLANTEAMIENTO La fuerza $\vec{\mathbf{F}}_A$ actúa para hacer girar el sistema en sentido contrario a las manecillas del reloj, mientras que $\vec{\mathbf{F}}_B$ actúa para hacerlo girar en el sentido de las manecillas. De modo que las dos fuerzas actúan en oposición recíproca. Se debe elegir una dirección de rotación como positiva, por ejemplo, contra las manecillas. Entonces $\vec{\mathbf{F}}_A$ ejerce una torca positiva, $\tau_A = r_A F_A$, pues el brazo de palanca es r_A. Por otra parte, $\vec{\mathbf{F}}_B$, produce una torca negativa (en sentido de las manecillas) y no actúa de forma perpendicular a r_B, así que se debe usar su componente perpendicular para calcular la torca que produce: $\tau_B = -r_B F_{B\perp} = -r_B F_B\text{ sen }\theta$, donde $\theta = 60°$. (Note que θ debe ser el ángulo entre $\vec{\mathbf{F}}_B$ y una línea radial desde el eje).

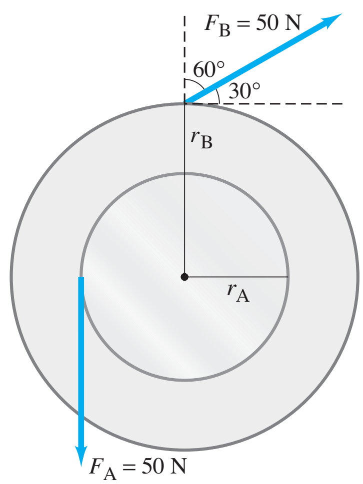
SOLUCIÓN La torca neta es

$$\begin{aligned}\tau &= r_A F_A - r_B F_B\text{ sen }60° \\ &= (0.30\text{ m})(50\text{ N}) - (0.50\text{ m})(50\text{ N})(0.866) = -6.7\text{ m}\cdot\text{N}.\end{aligned}$$

Esta torca neta actúa para acelerar la rotación de la rueda en la dirección de las manecillas.

NOTA Las dos fuerzas tienen la misma magnitud, aunque producen una torca neta puesto que sus brazos de palanca son diferentes.

FIGURA 8–16 Ejemplo 8-9. La torca que se debe a $\vec{\mathbf{F}}_A$ tiende a acelerar la rueda en sentido contrario a las manecillas del reloj, mientras que la torca que se debe a $\vec{\mathbf{F}}_B$ tiende a acelerar la rueda en el sentido de las manecillas.



* Fuerzas que actúan para inclinar el eje

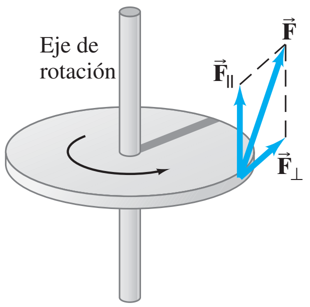


FIGURA 8–17 Sólo el componente de $\vec{\mathbf{F}}$ que actúa en el plano perpendicular al eje de rotación, $\vec{\mathbf{F}}_{\perp}$, actúa para girar la rueda en torno al eje. El componente paralelo al eje, $\vec{\mathbf{F}}_{\parallel}$, tendería a mover al eje mismo, que se supone fijo.

Hasta ahora sólo se ha considerado el movimiento de rotación en torno a un eje fijo y, por lo mismo, sólo se han considerado fuerzas que actúan en un plano perpendicular al eje de rotación. Pero si existe una fuerza (o componente de fuerza) que actúe de forma paralela al eje de rotación, tenderá a inclinar este último: el componente $\vec{\mathbf{F}}_{\parallel}$ de la figura 8-17 es un ejemplo. Como se supone que el eje permanece fijo en dirección, puede ser que no existan tales fuerzas o que el eje esté montado en cojinetes o bisagras para mantenerlo fijo. Por tanto, sólo una fuerza, o el componente de una fuerza ($\mathbf{F}_{\perp}$ en la figura 8-17), en un plano perpendicular al eje dará origen a la rotación en torno al eje, y sólo es esto lo que se considera.

8–5 Dinámica de rotación; torca e inercia de rotación

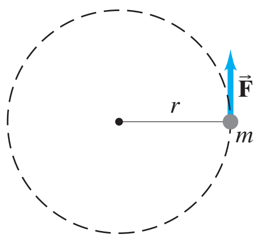
Se ha explicado que la aceleración angular α de un objeto en rotación es proporcional a la torca neta τ que se le aplica:

$$\alpha \propto \Sigma\tau,$$

donde $\Sigma\tau$ se escribió para recordar[†] que la torca *neta* (suma de todas las torcas que actúan sobre el objeto) es proporcional a α. Esto corresponde a la segunda ley de Newton para el movimiento de traslación, $a \propto \Sigma F$, pero aquí la torca ha tomado el lugar de la fuerza y, en correspondencia, la aceleración angular α desempeña el papel de la aceleración lineal a. En el caso lineal, la aceleración no sólo es proporcional a la fuerza neta, sino también inversamente proporcional a la inercia del objeto, a la que se le llama su masa, m. Por ende, se podría escribir $a = \Sigma F/m$. Pero, ¿qué papel juega la masa en el caso de la rotación? Esto es lo que ahora se pretende determinar. Al mismo tiempo, se verá que la relación $\alpha \propto \Sigma\tau$ se deduce directamente de la segunda ley de Newton, $\Sigma F = ma$.

Primero se considera un caso muy simple: una partícula de masa m que gira en un círculo de radio r al final de una cuerda o barra cuya masa, en comparación con m, se puede ignorar (figura 8-18), y se supone que una sola fuerza F actúa sobre m, como se indica. La torca que da origen a la aceleración angular es $\tau = rF$. Si se usa la segunda ley de Newton para cantidades lineales, $\Sigma F = ma$, y la ecuación 8-5 que relaciona la aceleración angular con la aceleración lineal tangencial, $a_{\tan} = r\alpha$, se obtiene

FIGURA 8–18 Una masa m que gira en un círculo de radio r en torno a un punto fijo.



$$\begin{aligned} F &= ma \\ &= mr\alpha. \end{aligned}$$

Cuando ambos lados de esta ecuación se multiplican por r, se encuentra que la torca $\tau = rF$ está dada por

$$\tau = mr^2\alpha. \qquad \text{[una sola partícula]} \quad \textbf{(8–11)}$$

Al fin aquí se tiene una relación directa entre la aceleración angular y la torca aplicada τ. La cantidad mr^2 representa la *inercia de rotación* de la partícula y se llama su *momento de inercia*.

Ahora consideremos el caso de un objeto rígido en rotación, como una rueda que gira en torno a un eje que pasa a través de su centro, que podría ser un eje. Podríamos considerar que la rueda está constituida por muchas partículas ubicadas en diversas distancias desde el eje de rotación. Se puede aplicar la ecuación 8-11 a cada partícula del objeto y luego sumarlas todas. La suma de las diversas torcas es justo la torca total, $\Sigma\tau$, así que se obtiene:

$$\Sigma\tau = \left(\Sigma mr^2\right)\alpha \qquad \textbf{(8–12)}$$

donde se factorizó α porque es la misma para todas las partículas del objeto. La suma Σmr^2 representa la suma de las masas de cada partícula en el objeto, multiplicada por el cuadrado de la distancia de dicha partícula desde el eje de rotación. Si a

[†] Recuerde que Σ (letra griega sigma mayúscula) significa "suma de", como se vio en el capítulo 4.

cada partícula se le asigna un número (1, 2, 3, ...), entonces $\Sigma mr^2 = m_1 r_1^2 + m_2 r_2^2 + m_3 r_3^2 + \cdots$. A esta cantidad se le llama **momento de inercia** (o *inercia de rotación*) I del objeto:

$$I = \Sigma mr^2 = m_1 r_1^2 + m_2 r_2^2 + \cdots. \qquad \textbf{(8–13)}$$

Momento de inercia

Al combinar las ecuaciones 8-12 y 8-13 se puede escribir

$$\Sigma\tau = I\alpha. \qquad \textbf{(8–14)}$$

SEGUNDA LEY DE NEWTON PARA LA ROTACIÓN

Éste es el equivalente de rotación de la segunda ley de Newton. Es válido para la rotación de un objeto rígido en torno a un eje fijo.†

Se ve que el momento de inercia, I, que es una medida de la inercia de rotación de un objeto, juega el mismo papel para el movimiento de rotación que desempeña la masa para el movimiento de traslación. Como se ve a partir de la ecuación 8-13, la inercia de rotación de un objeto depende no sólo de su masa, sino también de cómo está distribuida dicha masa con respecto al eje. Por ejemplo, un cilindro de gran diámetro tendrá mayor inercia de rotación que uno de igual masa pero diámetro más pequeño (y por tanto mayor longitud), como se observa en la figura 8-19. Será más difícil comenzar a hacer girar al primero, y más difícil de detenerlo. Cuando la masa está concentrada más lejos del eje de rotación, la inercia de rotación es mayor. Para el movimiento de rotación, la masa de un objeto *no se puede* considerar como concentrada en su centro de masa.

PRECAUCIÓN
Para el movimiento de rotación, la masa no se puede considerar concentrada en el CM.

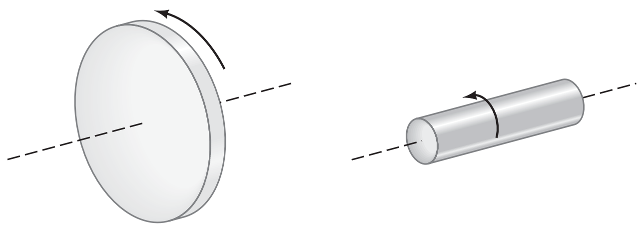


FIGURA 8–19 Un cilindro de gran diámetro tiene mayor inercia de rotación que uno de diámetro más pequeño pero de igual masa.

EJEMPLO 8–10 **Dos pesos sobre una barra: diferentes ejes, diferentes *I*.** Dos pequeños "pesos", de 5.0 kg y 7.0 kg de masa, se colocan separados 4.0 m sobre una barra ligera (cuya masa es despreciable), como se ilustra en la figura 8-20. Calcule el momento de inercia del sistema *a*) cuando gira en torno a un eje a la mitad entre los pesos (figura 8-20*a*), y *b*) cuando gira en torno a un eje a 0.50 m a la izquierda de la masa de 5.0 kg (figura 8-20*b*).

PLANTEAMIENTO En cada caso, el momento de inercia del sistema se calcula sumando las dos partes, mediante la ecuación 8-13.

SOLUCIÓN *a*) Ambos pesos están a la misma distancia, 2.0 m, del eje de rotación. En consecuencia

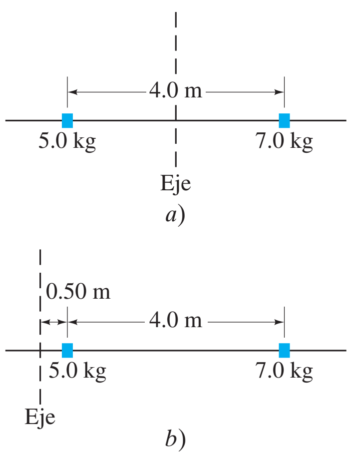
$$\begin{aligned} I = \Sigma mr^2 &= (5.0\,\text{kg})(2.0\,\text{m})^2 + (7.0\,\text{kg})(2.0\,\text{m})^2 \\ &= 20\,\text{kg}\cdot\text{m}^2 + 28\,\text{kg}\cdot\text{m}^2 = 48\,\text{kg}\cdot\text{m}^2. \end{aligned}$$

(*b*) La masa de 5.0 kg está ahora a 0.50 m del eje, y la masa de 7.0 kg está a 4.50 m del eje. Entonces

$$\begin{aligned} I = \Sigma mr^2 &= (5.0\,\text{kg})(0.50\,\text{m})^2 + (7.0\,\text{kg})(4.5\,\text{m})^2 \\ &= 1.3\,\text{kg}\cdot\text{m}^2 + 142\,\text{kg}\cdot\text{m}^2 = 143\,\text{kg}\cdot\text{m}^2. \end{aligned}$$

NOTA Este ejemplo ilustra dos puntos importantes. Primero, el momento de inercia de un sistema dado es diferente para distintos ejes de rotación. Segundo, en el inciso *b*) se vio que la masa cercana al eje de rotación contribuye poco al momento de inercia total; aquí, el objeto de 5.0 kg contribuyó con menos del 1% del total.

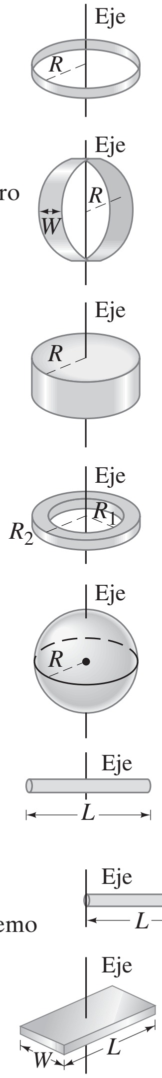
FIGURA 8–20 Ejemplo 8-10: cómo calcular el momento de inercia.



PRECAUCIÓN
I depende del eje de rotación y de la distribución de la masa.

†La ecuación 8-14 también es válida cuando el objeto se traslada con aceleración, en tanto I y α estén calculados en torno al centro de masa del objeto, y el eje de rotación a través del CM no cambie de dirección.

FIGURA 8–21 Momentos de inercia para varios objetos de composición uniforme.



	Objeto	Ubicación del eje	Momento de inercia
a)	**Aro delgado,** radio R	A través del centro	MR^2
b)	**Aro delgado,** radio R ancho W	A través del diámetro central	$\frac{1}{2}MR^2 + \frac{1}{12}MW^2$
c)	**Cilindro sólido,** radio R	A través del centro	$\frac{1}{2}MR^2$
d)	**Cilindro hueco,** radio interior R_1 radio exterior R_2	A través del centro	$\frac{1}{2}M(R_1^2 + R_2^2)$
e)	**Esfera uniforme,** radio R	A través del centro	$\frac{2}{5}MR^2$
f)	**Barra uniforme larga,** longitud L	A través del centro	$\frac{1}{12}ML^2$
g)	**Barra uniforme larga,** longitud L	A través de un extremo	$\frac{1}{3}ML^2$
h)	**Placa rectangular delgada,** longitud L, ancho W	A través del centro	$\frac{1}{12}M(L^2 + W^2)$

Para la mayoría de los objetos ordinarios, la masa está distribuida de manera continua y el cálculo del momento de inercia, Σmr^2, podría resultar difícil. Sin embargo, las expresiones pueden trabajarse (mediante el cálculo) para los momentos de inercia de objetos con formas regulares en términos de las dimensiones de estos últimos. La figura 8-21 proporciona dichas expresiones para diversos sólidos que giran en torno a los ejes especificados. El único para el que el resultado es obvio es el del aro o anillo delgado que se hace girar en torno a un eje que pasa a través de su centro de forma perpendicular al plano del aro (figura 8-21*a*). Para ese objeto, toda la masa está concentrada a la misma distancia desde el eje, R. En consecuencia, $\Sigma mr^2 = (\Sigma m)R^2 = MR^2$, donde M es la masa total del aro.

Cuando el cálculo es difícil, I se puede determinar experimentalmente midiendo la aceleración angular α en torno a un eje fijo que es resultado de una torca neta conocida, $\Sigma\tau$, y aplicando la segunda ley de Newton, $I = \Sigma\tau/\alpha$, (ecuación 8-14).

8–6 Resolución de problemas de dinámica de rotación

Cuando se trabaja con torcas y aceleración angular (ecuación 8-14), es importante usar un conjunto consistente de unidades, que en SI son: α en rad/s^2; τ en m·N; y el momento de inercia, I, en kg·m^2.

RESOLUCIÓN DE PROBLEMAS Movimiento de rotación

1. Como siempre, dibuje un **diagrama** claro y completo.
2. Elija el objeto u objetos que serán el **sistema** sometido a estudio.
3. Dibuje un **diagrama de cuerpo libre** para el objeto bajo consideración (o para cada objeto, si hay más de uno), que muestre todas las fuerzas (y sólo aquellas) que actúan sobre ese objeto, así como el lugar preciso donde actúan, de modo que se pueda determinar la torca atribuida a cada una. La gravedad actúa en el CG del objeto (sección 7-8).
4. Identifique el eje de rotación y determine las **torcas** en torno a él. Elija las direcciones positiva y negativa de rotación (contra las manecillas y en el sentido de las manecillas del reloj) e indique el signo correcto de cada torca.
5. Aplique la **segunda ley de Newton para la rotación**, $\Sigma\tau = I\alpha$. Si el momento de inercia no se proporciona, y no es la incógnita buscada, necesita determinarlo primero. Use unidades consistentes, que en SI son: α en rad/s^2, τ en m·n e I en kg·m^2.
6. Aplique también la **segunda ley de Newton para la traslación**, $\Sigma\vec{\mathbf{F}} = m\vec{\mathbf{a}}$, y **otras** leyes o principios conforme se necesiten.
7. **Resuelva** la ecuación (o ecuaciones) resultante(s) para la(s) incógnita(s).
8. Realice **estimaciones** para determinar si la respuesta es razonable.

EJEMPLO 8–11 **Una polea pesada.** A una cuerda enredada alrededor de una polea de masa $M = 4.00$ kg y radio $R = 33.0$ cm, se le aplica una fuerza de 15.0 N (representada por $\vec{\mathbf{F}}_T$), como se ilustra en la figura 8-22. La polea acelera uniformemente desde el reposo hasta una rapidez angular de 30.0 rad/s en 3.00 s. Si existe una torca de fricción $\tau_{fr} = 1.10$ m·N en el eje, determine el momento de inercia de la polea. (La polea gira en torno a su centro).

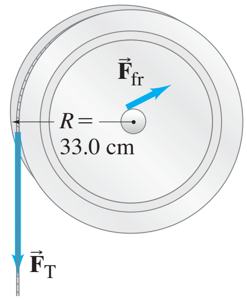


FIGURA 8–22 Ejemplo 8-11.

PLANTEAMIENTO Se siguen explícitamente los pasos del recuadro de resolución de problemas.

SOLUCIÓN

1. **Dibuje un diagrama.** La polea y el cordón unido a ella se representan en la figura 8-22.
2. **Elija el sistema:** la polea.
3. **Dibuje un diagrama de cuerpo libre.** La fuerza que el cordón ejerce sobre la polea se muestra como $\vec{\mathbf{F}}_T$ en la figura 8-22. La fuerza de fricción también se conoce, pero sólo se proporciona su torca. En el diagrama se podrían incluir otras dos fuerzas: la de gravedad mg hacia abajo y cualquier otra fuerza que mantenga al eje en su lugar. Tales fuerzas no contribuyen con la torca (sus brazos de palanca son cero), así que no se representan.
4. **Determine las torcas.** La cuerda ejerce una fuerza $\vec{\mathbf{F}}_T$ que actúa en el extremo de la polea, así que su brazo de palanca es R. La torca ejercida por la cuerda es igual a RF_T y es en sentido contrario a las manecillas del reloj, que se elige como positivo. La torca de fricción está dada como $\tau_{fr} = 1.10$ m·N; es opuesta al movimiento y es negativa.
5. **Aplique la segunda ley de Newton para la rotación.** La torca neta es
$$\begin{aligned}\Sigma\tau &= RF_T - \tau_{fr}\\ &= (0.330\,\text{m})(15.0\,\text{N}) - 1.10\,\text{m}\cdot\text{N} = 3.85\,\text{m}\cdot\text{N}.\end{aligned}$$
A partir de los datos proporcionados se sabe que la aceleración angular α toma 3.0 s para acelerar la polea desde el reposo hasta $\omega = 30.0$ rad/s:
$$\alpha = \frac{\Delta\omega}{\Delta t} = \frac{30.0\,\text{rad/s} - 0}{3.00\,\text{s}} = 10.0\,\text{rad/s}^2.$$
Ahora se puede resolver para I en la segunda ley de Newton (véase el paso 7).
6. **Otros cálculos:** No se necesitan.
7. **Resuelva las incógnitas.** Se resuelve I en la segunda ley de Newton para la rotación, $\Sigma\tau = I\alpha$, y se insertan los valores para $\Sigma\tau$ y α:
$$I = \frac{\Sigma\tau}{\alpha} = \frac{3.85\,\text{m}\cdot\text{N}}{10.0\,\text{rad/s}^2} = 0.385\,\text{kg}\cdot\text{m}^2.$$
8. **Realice una estimación aproximada.** Puede hacerse una estimación aproximada del momento de inercia suponiendo que la polea es un cilindro uniforme y utilizando la figura 8-21c:
$$I = \tfrac{1}{2}MR^2 = \tfrac{1}{2}(4.00\,\text{kg})(0.330\,\text{m})^2 = 0.218\,\text{kg}\cdot\text{m}^2.$$
Esto es del mismo orden de magnitud que el resultado, aunque numéricamente es un poco menor. Sin embargo, esto tiene sentido, porque una polea, por lo general, no es un cilindro uniforme, sino que tiene más masa concentrada hacia el borde exterior. Se esperaría que tal polea tuviese un momento de inercia mayor que un cilindro sólido de igual masa; un aro delgado (figura 8-21*a*), debe tener un I mayor que la polea, y de hecho lo tiene, $I = MR^2 = 0.436\,\text{kg}\cdot\text{m}^2$.

Utilidad y poder de las estimaciones aproximadas

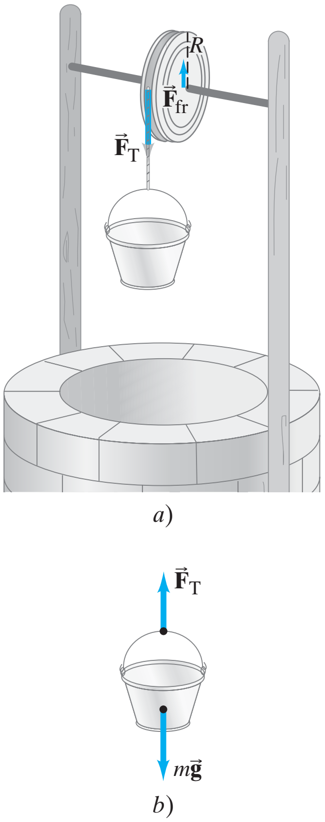


FIGURA 8–23 Ejemplo 8-12.
a) Polea y cubeta de masa m que cae.
b) Diagrama de cuerpo libre para la cubeta.

Ejemplo adicional, un poco más desafiante

EJEMPLO 8–12 **Polea y cubeta.** Considere de nuevo la polea de la figura 8-22 y el ejemplo 8-11. Pero esta vez, en lugar de una fuerza constante de 15.0 N que se ejerce sobre la cuerda, ahora se tiene una cubeta de peso $w = 15.0$ N (masa $m = w/g = 1.53$ kg) que cuelga de la cuerda (figura 8-23*a*). Se supone que la cuerda tiene masa despreciable y que no se estira ni se desliza sobre la polea. Calcule la aceleración angular α de la polea y la aceleración lineal a de la cubeta.

PLANTEAMIENTO Esta situación se parece mucho a la del ejemplo 8-11 (figura 8-22). Pero existe una gran diferencia: la tensión en la cuerda ahora es desconocida y ya no es más igual al peso de la cubeta si ésta acelera. El sistema tiene dos partes: la cubeta, que puede experimentar movimiento de traslación (la figura 8-23*b* es su diagrama de cuerpo libre); y la polea. Esta última no se traslada, pero puede girar. A la polea se le aplica la versión para rotación de la segunda ley de Newton, $\Sigma\tau = I\alpha$, y a la cubeta la versión lineal, $\Sigma F = ma$.

SOLUCIÓN Sea F_T la tensión en la cuerda. Entonces, en el borde de la polea, actúa una fuerza F_T y se aplica la segunda ley de Newton (ecuación 8-14) para la rotación de la polea:

$$I\alpha = \Sigma\tau = RF_T - \tau_{fr}. \qquad \text{[polea]}$$

A continuación se observa el movimiento (lineal) de la cubeta de masa m. La figura 8-23*b*, que representa el diagrama de cuerpo libre de la cubeta, indica que dos fuerzas actúan sobre ésta: la fuerza de gravedad mg, que actúa hacia abajo, y la tensión de la cuerda F_T, que jala hacia arriba. Al aplicar la segunda ley de Newton, $\Sigma F = ma$, a la cubeta, se tiene (considerando la dirección hacia abajo como positiva):

$$mg - F_T = ma. \qquad \text{[cubeta]}$$

Nota que la tensión F_T, que es la fuerza ejercida sobre el borde de la polea, *no* es igual al peso de la cubeta ($= mg = 15.0$ N). Sobre la cubeta, si acelera, debe haber una fuerza neta, de modo que $F_T < mg$. Esto también se puede constatar a partir de la última ecuación, $F_T = mg - ma$.

Para obtener α, hay que advertir que la aceleración tangencial de un punto sobre el borde de la polea es la misma que la aceleración de la cubeta si la cuerda no se estira ni se desliza. Por tanto, se puede usar la ecuación 8-5, $a_{tan} = a = R\alpha$. Al sustituir $F_T = mg - ma = mg - mR\alpha$ en la primera ecuación anterior (segunda ley de Newton para la rotación de la polea), se obtiene

$$I\alpha = \Sigma\tau = RF_T - \tau_{fr} = R(mg - mR\alpha) - \tau_{fr} = mgR - mR^2\alpha - \tau_{fr}.$$

α aparece en el segundo término a la derecha, así que ese término se lleva a la izquierda y se resuelve para α:

$$\alpha = \frac{mgR - \tau_{fr}}{I + mR^2}.$$

El numerador $(mgR - \tau_{fr})$ es la torca neta, y el denominador $(I + mR^2)$ es la inercia de rotación total del sistema. Entonces, como $I = 0.385\ \text{kg}\cdot\text{m}^2$, $m = 1.53$ kg y $\tau_{fr} = 1.10$ m·N (del ejemplo 8-11).

$$\alpha = \frac{(15.0\,\text{N})(0.330\,\text{m}) - 1.10\,\text{m}\cdot\text{N}}{0.385\,\text{kg}\cdot\text{m}^2 + (1.53\,\text{kg})(0.330\,\text{m})^2} = 6.98\,\text{rad/s}^2.$$

En este caso, la aceleración angular es un poco menor que los 10.0 rad/s^2 del ejemplo 8-11. ¿Por qué? Porque F_T $(= mg - ma)$ es menor que el peso de 15.0 N de la cubeta, mg. La aceleración lineal de la cubeta es

$$a = R\alpha = (0.330\,\text{m})(6.98\,\text{rad/s}^2) = 2.30\,\text{m/s}^2.$$

NOTA La tensión en la cuerda FT es menor que mg porque la cubeta acelera.

8–7 Energía cinética de rotación

La cantidad $\frac{1}{2}mv^2$ es la energía cinética de un objeto que experimenta movimiento de traslación. Se dice que un objeto que gira en torno a un eje tiene **energía cinética de rotación**. Por analogía con la energía cinética de traslación, se esperaría que ésta estuviese dada por la expresión $\frac{1}{2}I\omega^2$, donde I es el momento de inercia del objeto y ω es su velocidad angular. De hecho, se puede demostrar que esto es verdad.

Considere que cualquier objeto rígido en rotación está constituido de muchas pequeñas partículas, cada una de masa m. Si r representa la distancia de cualquier partícula desde el eje de rotación, entonces su velocidad lineal es $v = r\omega$. La energía cinética total del objeto será la suma de las energías cinéticas de todas sus partículas:

$$\begin{aligned} \text{EC} &= \Sigma\left(\tfrac{1}{2}mv^2\right) = \Sigma\left(\tfrac{1}{2}mr^2\omega^2\right) \\ &= \tfrac{1}{2}\Sigma\left(mr^2\right)\omega^2. \end{aligned}$$

Se han factorizado $\frac{1}{2}$ y ω^2 pues son los mismos para toda partícula de un objeto rígido. Dado que $\Sigma mr^2 = I$, el momento de inercia, se ve que la energía cinética de un objeto rígido en rotación es, como se esperaba,

$$\text{EC de rotación} = \tfrac{1}{2}I\omega^2. \qquad \textbf{(8–15)}$$

EC de rotación

Las unidades son joules, como con todas las otras formas de energía.

Un objeto que gira mientras su centro de masa (CM) experimenta movimiento de traslación tendrá energía cinética tanto de traslación como de rotación. La ecuación 8-15 nos da la energía cinética de rotación si el eje de rotación está fijo. Si el objeto se mueve (como una rueda que se dirige colina abajo), esta ecuación todavía es válida en tanto el eje de rotación esté fijo en dirección. Entonces la energía cinética total es

$$\text{EC} = \tfrac{1}{2}Mv_{\text{CM}}^2 + \tfrac{1}{2}I_{\text{CM}}\,\omega^2, \qquad \textbf{(8–16)}$$

EC total (traslación + rotación)

donde v_{CM} es la velocidad lineal del centro de masa, I_{CM} es el momento de inercia en torno a un eje a través del centro de masa, ω es la velocidad angular en torno a este eje, y M es la masa total del objeto.

EJEMPLO 8–13 **Esfera que rueda hacia abajo de un plano inclinado.** ¿Cuál será la rapidez de una esfera sólida de masa M y radio R cuando alcance el fondo de un plano inclinado, si parte desde el reposo a una altura vertical H y rueda sin deslizamiento? Observe la figura 8-24. (Se supone que hay mucha fricción estática, que no realiza trabajo, de modo que no ocurre deslizamiento). Compare el resultado con el de un objeto que *se desliza* hacia abajo por un plano inclinado sin fricción.

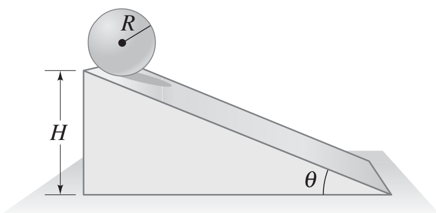


FIGURA 8–24 Una esfera que rueda hacia abajo de un plano inclinado tiene energía cinética tanto de traslación como de rotación. Ejemplo 8-13.

PLANTEAMIENTO Se utiliza la ley de la conservación de la energía con energía potencial gravitacional, que ahora incluye energía cinética de rotación y EC de traslación.

SOLUCIÓN La energía total en cualquier punto a una distancia vertical y sobre la base del plano inclinado es

$$\tfrac{1}{2}Mv^2 + \tfrac{1}{2}I_{\text{CM}}\,\omega^2 + Mgy,$$

donde v es la rapidez del centro de masa y Mgy es la EP gravitacional. Al aplicar la conservación de la energía, se iguala la energía total en la parte alta ($y = H$, $v = 0$, $\omega = 0$) con la energía total en el fondo ($y = 0$):

$$0 + 0 + MgH = \tfrac{1}{2}Mv^2 + \tfrac{1}{2}I_{\text{CM}}\omega^2 + 0.$$

RESOLUCIÓN DE PROBLEMAS

La energía de rotación se agrega a otras formas de energía para obtener la energía total, que se conserva.

El momento de inercia de una esfera sólida en torno a un eje a través de su centro de masa es $I_{\text{CM}} = \frac{2}{5}MR^2$, (figura 8-21*e*). Como la esfera rueda sin deslizar, se tiene $\omega = v/R$ (recuerde la figura 8-8).

$$MgH = \tfrac{1}{2}Mv^2 + \tfrac{1}{2}\left(\tfrac{2}{5}MR^2\right)\left(\frac{v^2}{R^2}\right).$$

Al cancelar las M y R se obtiene

$$\left(\tfrac{1}{2} + \tfrac{1}{5}\right)v^2 = gH$$

o

$$v = \sqrt{\tfrac{10}{7}gH}\,.$$

Este resultado para la rapidez de una esfera rodante se puede comparar con el caso de un objeto que se desliza hacia abajo de un plano inclinado sin girar y sin fricción, $\frac{1}{2}mv^2 = mgH$ (véase la anterior ecuación de energía, eliminando el término de rotación). Entonces $v = \sqrt{2gH}$, que es mayor que el resultado obtenido. Un objeto que se desliza sin fricción o sin rotación transforma por completo su energía potencial inicial en EC de traslación (no en EC de rotación), así que la rapidez de su centro de masa es mayor.

NOTA El resultado para la esfera rodante muestra (quizá sorpresivamente) que v es independiente tanto de la masa M como del radio R de la esfera.

EJEMPLO CONCEPTUAL 8–14 **¿Quién es más rápido?** Varios objetos ruedan sin deslizar hacia abajo de un plano inclinado de altura vertical H. Todos parten desde el reposo al mismo tiempo. Los objetos son: un aro delgado (o un anillo de bodas liso), un canica esférica, un cilindro sólido (una pila D) y una lata vacía de sopa. Además, una caja engrasada se desliza hacia abajo sin fricción. ¿En qué orden alcanzan el fondo del plano inclinado?

RESPUESTA La caja que se desliza gana porque la pérdida de energía potencial (MgH) se transforma completamente en EC de traslación para la caja, mientras que, para los objetos rodantes, la EP inicial se comparte entre la energía cinética de traslación y de rotación, y por tanto su rapidez lineal es menor. Para cada uno de los objetos rodantes, se puede establecer que la pérdida en energía potencial es igual al incremento en energía cinética:

$$MgH = \tfrac{1}{2}Mv^2 + \tfrac{1}{2}I_{\mathrm{CM}}\,\omega^2.$$

Para todos los objetos que ruedan, el momento de inercia I_{CM} es un factor numérico por la masa M y el radio R^2 (figura 8-21). La masa M está en cada término, así que la rapidez de traslación v no depende de la masa M; ni depende del radio R, pues $\omega = v/R$, así que R^2 se cancela para todos los objetos que ruedan, igual que en el ejemplo 8-13. Por tanto, la rapidez v en el fondo depende solamente de dicho factor numérico en I_{CM}, que expresa cómo está distribuida la masa. El aro, con toda su masa concentrada a un radio R $\left(I_{\mathrm{CM}} = MR^2\right)$, tiene el mayor momento de inercia; por tanto, tendrá la menor rapidez y llegará al fondo detrás de la pila D $\left(I_{\mathrm{CM}} = \tfrac{1}{2}MR^2\right)$, que a su vez estará detrás de la canica $\left(I_{\mathrm{CM}} = \tfrac{2}{5}MR^2\right)$. La lata vacía, que es en esencia un aro más un disco pequeño, tiene la mayor parte de su masa concentrada en R; así que será un poco más rápida que el aro delgado, pero más lenta que la pila D. Observe la figura 8-25.

NOTA Como en el ejemplo 8-13, la rapidez en el fondo no depende de la masa M del objeto o del radio R, sino sólo de su forma (y de la altura H de la colina).

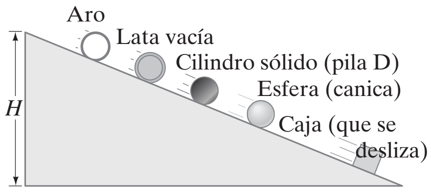
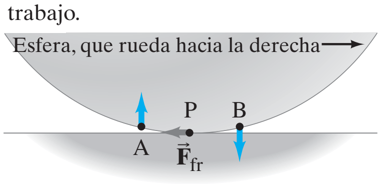


FIGURA 8–25 Ejemplo 8-14.

FIGURA 8–26 Una esfera que rueda hacia la derecha sobre una superficie plana. El punto de contacto con el suelo en cualquier momento, el punto P, está momentáneamente en reposo. El punto A hacia la izquierda de P se mueve casi verticalmente hacia arriba en el instante mostrado, y el punto B hacia la derecha se mueve casi verticalmente hacia abajo. Un instante después, el punto B tocará el plano y estará en reposo momentáneamente. Por eso, la fuerza de fricción estática no realiza ningún trabajo.



PRECAUCIÓN

Los objetos rodantes van más lentamente que los que se deslizan por la EC de rotación, no por la fricción.

Si en estos ejemplos hubiese existido poca o ninguna fricción estática entre los objetos rodantes y el plano, los objetos redondos se habrían deslizado en lugar de rodar, o bien, se presentaría una combinación de ambas situaciones. La fricción estática debe estar presente para hacer que un objeto redondo ruede. En la ecuación de energía no se necesitó tomar en cuenta la fricción porque se trata de fricción *estática* y no realiza trabajo: el punto de contacto de la esfera en cada instante no se desliza, sino que se mueve de forma perpendicular al plano (primero hacia abajo y luego hacia arriba, como se indica en la figura 8-26) conforme la esfera rueda. En consecuencia, la fuerza de fricción estática no realiza trabajo porque la fuerza y el movimiento (desplazamiento) son perpendiculares. La razón por la que los objetos que ruedan en los ejemplos 8-13 y 8-14 se mueven hacia abajo del plano más lentamente que si se estuviesen deslizando *no* se debe a que la fricción esté realizando trabajo. Más bien, se debe a que parte de la EP gravitacional se convierte en EC de rotación, lo que deja menos para la EC de traslación.

Trabajo realizado por la torca

El trabajo efectuado sobre un objeto que gira en torno a un eje fijo, como las poleas en las figuras 8-22 y 8-23, se puede expresar usando cantidades angulares. Como se muestra en la figura 8-27, una fuerza F, que ejerce una torca $\tau = rF$ sobre una rueda, realiza trabajo $W = F\Delta l$ al hacer girar a la rueda una pequeña distancia Δl en el punto de aplicación de $\vec{\mathbf{F}}$.

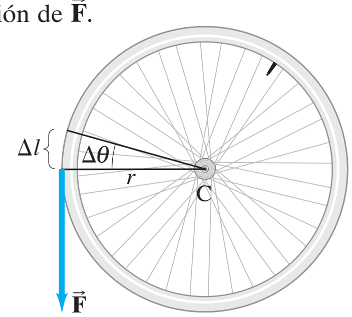


FIGURA 8–27 La torca $\tau = rF$ realiza un trabajo igual a $W = F\Delta l = Fr\Delta\theta = \tau\Delta\theta$ cuando hace girar una rueda.

La rueda ha girado a través de un ángulo pequeño $\Delta\theta = \Delta l/r$ (ecuación 8-1). Por tanto

$$W = F\Delta l = Fr\Delta\theta.$$

Como $\tau = rF$, entonces

$$W = \tau\Delta\theta \tag{8–17}$$

Trabajo realizado por una torca

es el trabajo realizado por la torca τ cuando hace girar a la rueda a través de un ángulo $\Delta\theta$. Finalmente, la potencia P es la tasa de trabajo realizado: $P = W/\Delta t = \tau\Delta\theta/\Delta t = \tau\omega$.

8–8 Cantidad de movimiento angular y su conservación

A lo largo de este capítulo se ha visto que, si se usan las variables angulares apropiadas, las ecuaciones de cinemática y dinámica para el movimiento de rotación son análogas a las del movimiento lineal ordinario. En la sección previa se vio, por ejemplo, que la energía cinética de rotación se puede expresar como $\frac{1}{2}I\omega^2$, que es análoga a la energía cinética de traslación $\frac{1}{2}mv^2$. De igual manera, la cantidad de movimiento lineal, $p = mv$, tiene un análogo de rotación. Se le llama **cantidad de movimiento angular**, L. Para un objeto que gira en torno a un eje fijo, se le define como

$$L = I\omega, \tag{8–18}$$

Cantidad de movimiento angular

donde I es el momento de inercia y ω es la velocidad angular en torno al eje de rotación. Las unidades SI para L son $kg\cdot m^2/s$, que no tiene nombre especial.

En el capítulo 7 (sección 7-1) se vio que la segunda ley de Newton se puede escribir no sólo como $\Sigma F = ma$, sino también más generalmente en términos de cantidad de movimiento (ecuación 7-2), $\Sigma F = \Delta p/\Delta t$. En forma similar, el equivalente de rotación de la segunda ley de Newton, que en la ecuación 8-14 se expresó como $\Sigma\tau = I\alpha$, también se puede escribir en términos de cantidad de movimiento angular:

$$\Sigma\tau = \frac{\Delta L}{\Delta t}, \tag{8–19}$$

SEGUNDA LEY DE NEWTON PARA LA ROTACIÓN

donde $\Delta\tau$ es la torca neta que actúa para hacer girar al objeto, y ΔL es el cambio en cantidad de movimiento angular en un intervalo de tiempo Δt. La ecuación 8-14, $\Sigma\tau = I\alpha$, es un caso especial de la ecuación 8-19 cuando el momento de inercia es constante. Esto se verá a continuación. Si un objeto tiene velocidad angular ω_0 en el tiempo $t = 0$, y velocidad angular ω después de un intervalo de tiempo Δt, entonces su aceleración angular (ecuación 8-3) es

$$\alpha = \frac{\Delta\omega}{\Delta t} = \frac{\omega - \omega_0}{\Delta t}.$$

Entonces, a partir de la ecuación 8-19, se tiene

$$\Sigma\tau = \frac{\Delta L}{\Delta t} = \frac{I\omega - I\omega_0}{\Delta t} = \frac{I(\omega - \omega_0)}{\Delta t} = I\frac{\Delta\omega}{\Delta t} = I\alpha,$$

que es la ecuación 8-14.

La cantidad de movimiento angular es un concepto importante en física pues, en ciertas condiciones, es una cantidad que se conserva. A partir de la ecuación 8-19 se ve que, si la torca neta $\Delta\tau$ sobre un objeto es cero, entonces $\Delta L/\Delta t$ es igual a cero. Esto es, L no cambia. Ésta es la **ley de conservación de la cantidad de movimiento angular** para un objeto en rotación:

> **La cantidad de movimiento angular total de un objeto en rotación permanece constante si la torca neta que actúa sobre él es cero.**

CONSERVACIÓN DE LA CANTIDAD DE MOVIMIENTO ANGULAR

La ley de conservación de la cantidad de movimiento angular es una de las leyes fundamentales de conservación de la física, junto con la de la energía y la de la cantidad de movimiento lineal.

Cuando sobre un objeto actúa una torca neta cero, y el objeto está en rotación en torno a un eje fijo o alrededor de un eje a través de su centro de masa cuya dirección no cambia, se puede escribir

$$I\omega = I_0\omega_0 = \text{constante}.$$

I_0 I_0 y ω_0 son el momento de inercia y la velocidad angular, respectivamente, en torno a dicho eje en algún instante inicial ($t = 0$), e I y ω son sus valores en algún otro instante. Las partes del objeto pueden alterar sus posiciones una con respecto a la

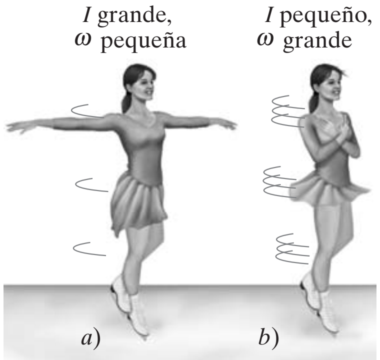


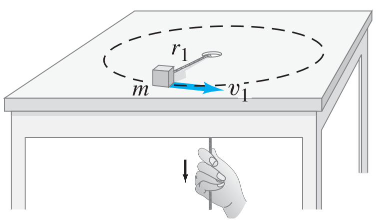
FIGURA 8–28 Una patinadora realiza un giro sobre el hielo, lo que ilustra la conservación de la cantidad de movimiento angular. En *a*), I es grande y ω pequeña; en *b*), I es menor, así que ω es más grande.

FÍSICA APLICADA

Giros en el patinaje de figura y en los clavados

FIGURA 8–29 Una clavadista gira más rápido cuando sus brazos y piernas están plegados que cuando están estirados. La cantidad de movimiento angular se conserva.

FIGURA 8–30 Ejemplo 8-15.



otra, de modo que I cambia. Pero entonces ω cambia también para garantizar que el producto $I\omega$ permanezca constante.

Muchos fenómenos interesantes se pueden entender sobre la base de la conservación de la cantidad de movimiento angular. Considere una patinadora que realiza un giro sobre las puntas de sus patines (figura 8-28). Ella gira con una rapidez relativamente baja cuando sus brazos están extendidos; cuando junta sus brazos al tronco, súbitamente gira mucho más rápido. A partir de la definición de momento de inercia, $I = \Sigma mr^2$, es claro que, cuando junta sus brazos para acercarlos al eje de rotación, r se reduce para los brazos, así que su momento de inercia se reduce. Como la cantidad de movimiento angular $I\omega$ permanece constante (se ignora la pequeña torca debida a la fricción), si I disminuye, entonces la velocidad angular ω debe aumentar. Si la patinadora reduce su momento de inercia por un factor de 2, entonces girará con el doble de velocidad angular.

EJERCICIO C Cuando una patinadora de figura gira y junta sus brazos, su momento de inercia disminuye; para conservar la cantidad de movimiento angular, su velocidad angular aumenta. ¿Su energía cinética de rotación también aumenta? Si es así, ¿de dónde proviene la energía?

Un ejemplo similar es la clavadista que se ilustra en la figura 8-29. El empujón cuando deja el trampolín le brinda una cantidad de movimiento angular inicial en torno a su centro de masa. Cuando gira sobre sí misma en la posición plegada, gira rápidamente una o más veces. Entonces se estira de nuevo, aumentando su momento de inercia, lo que reduce la velocidad angular a un valor pequeño, y luego entra al agua. El cambio en momento de inercia desde la posición recta hasta la posición plegada puede ser un factor de hasta $3\frac{1}{2}$.

Hay que hacer notar que, para que la cantidad de movimiento angular se conserve, la torca neta debe ser cero, pero la fuerza neta no necesariamente tiene que ser cero. La fuerza neta sobre la clavadista de la figura 8-29, por ejemplo, no es cero (la gravedad actúa), pero la torca neta sobre ella es cero porque la fuerza de gravedad actúa en su centro de masa.

EJEMPLO 8–15 Un objeto en rotación sobre una cuerda de longitud variable. Una pequeña masa m unida al extremo de una cuerda da vueltas en un círculo sobre una mesa sin fricción. El otro extremo de la cuerda pasa a través de un hoyo en la mesa (figura 8-30). Inicialmente, la masa da vueltas con una rapidez $v_1 = 2.4\ \text{m/s}$ en un círculo de radio $r_1 = 0.80\ \text{m}$. Entonces la cuerda se jala lentamente a través del hoyo, de modo que el radio se reduce a $r_2 = 0.48\ \text{m}$. ¿Cuál es ahora la rapidez, v_2, de la masa?

PLANTEAMIENTO No existe torca neta sobre la masa m porque la fuerza ejercida por la cuerda para mantenerlo en movimiento en un círculo se ejerce hacia el eje; por tanto, el brazo de palanca es cero. Por ende, se puede aplicar la conservación de la cantidad de movimiento angular.

SOLUCIÓN La conservación de la cantidad de movimiento angular da

$$I_1\omega_1 = I_2\omega_2.$$

En esencia, la pequeña masa es una partícula cuyo momento de inercia en torno al hoyo es $I = mr^2$ (sección 8-5, ecuación 8-11), así que se tiene

$$mr_1^2\omega_1 = mr_2^2\omega_2,$$

o

$$\omega_2 = \omega_1\left(\frac{r_1^2}{r_2^2}\right).$$

Entonces, dado que $v = r\omega$, se puede escribir

$$v_2 = r_2\omega_2 = r_2\omega_1\left(\frac{r_1^2}{r_2^2}\right) = r_2\frac{v_1}{r_1}\left(\frac{r_1^2}{r_2^2}\right) = v_1\frac{r_1}{r_2}$$

$$= (2.4\ \text{m/s})\left(\frac{0.80\ \text{m}}{0.48\ \text{m}}\right) = 4.0\ \text{m/s}.$$

La rapidez aumenta conforme el radio disminuye.

EJERCICIO D La rapidez de la masa m en el ejemplo 8-15 disminuyó, así que su energía cinética aumentó. ¿De dónde provino la energía?

EJEMPLO 8–16 **ESTIMACIÓN** **Colapso de una estrella.** Con frecuencia, los astrónomos detectan estrellas que giran extremadamente rápido, conocidas como estrellas de neutrones. Se cree que esas estrellas se formaron a partir del núcleo interior de una estrella más grande que se colapsó, como resultado de su propia gravedad, hasta convertirse en una estrella de radio muy pequeño y de muy alta densidad. Se supone que el núcleo de una estrella, antes de colapsarse, es del tamaño del Sol ($R \approx 7 \times 10^5$ km) con una masa que es 2.0 veces la de este último, y que gira a una rapidez de 1.0 revolución cada 10 días. Si fuese a experimentar un colapso gravitacional para convertirse en una estrella de neutrones de 10 km de radio, ¿cuál sería su rapidez de rotación? Considere que la estrella es una esfera uniforme en todo momento.

FÍSICA APLICADA
Estrella de neutrones

PLANTEAMIENTO La estrella está aislada (no hay fuerzas externas), así que se puede usar la conservación de la cantidad de movimiento angular para este proceso.

SOLUCIÓN A partir de la conservación de la cantidad de movimiento angular,

$$I_1\omega_1 = I_2\omega_2$$

donde los subíndices 1 y 2 se refieren al estado inicial (estrella normal) y final (estrella de neutrones), respectivamente. Entonces, si se supone que no se pierde masa en el proceso,

$$\omega_2 = \left(\frac{I_1}{I_2}\right)\omega_1 = \left(\frac{\frac{2}{5}M_1R_1^2}{\frac{2}{5}M_2R_2^2}\right)\omega_1 = \frac{R_1^2}{R_2^2}\omega_1 .$$

La frecuencia es $f = \omega/2\pi$, de modo que

$$f_2 = \frac{\omega_2}{2\pi} = \frac{R_1^2}{R_2^2}f_1$$

$$= \left(\frac{7 \times 10^5\,\text{km}}{10\,\text{km}}\right)^2\left(\frac{1.0\,\text{rev}}{10\,\text{d}(24\,\text{h/d})(3600\,\text{s/h})}\right) \approx 6 \times 10^3\,\text{rev/s}.$$

*8–9 Naturaleza vectorial de las cantidades angulares

Hasta ahora sólo se han considerado las magnitudes de las cantidades angulares como ω, α y L. Pero éstas también tienen un aspecto vectorial, por lo que ahora se considerarán sus direcciones. De hecho, es necesario *definir* las direcciones para las cantidades de rotación. Primero se toma la velocidad angular, $\vec{\boldsymbol{\omega}}$.

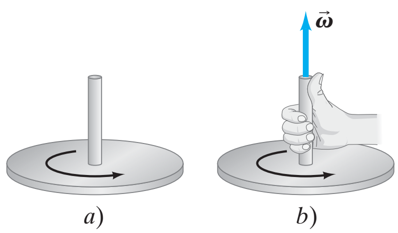


FIGURA 8–31 *a*) Rueda en rotación. *b*) Regla de la mano derecha para obtener la dirección de $\vec{\boldsymbol{\omega}}$.

Considere la rueda en rotación que se representa en la figura 8-31*a*. La velocidad lineal de las diferentes partículas de la rueda apuntan todas en diferentes direcciones. La única dirección en el espacio asociada con la rotación es a lo largo del eje de rotación, perpendicular al movimiento real. Por tanto, se elige el eje de rotación como la dirección del vector velocidad angular, $\vec{\boldsymbol{\omega}}$. En realidad, todavía existe ambigüedad, pues $\vec{\boldsymbol{\omega}}$ podría apuntar en cualquier dirección a lo largo del eje de rotación (hacia arriba o hacia abajo en la figura 8-31*a*). La convención que se usa, llamada **regla de la mano derecha**, es la siguiente: cuando los dedos de la mano derecha son enrollados en torno al eje de rotación y apuntan en la dirección de la rotación, entonces el pulgar apunta en la dirección de $\vec{\boldsymbol{\omega}}$. Esto se muestra en la figura 8-31*b*. Note que $\vec{\boldsymbol{\omega}}$ apunta en la dirección en la que se movería un tornillo de rosca derecha cuando se le da vuelta en la dirección de rotación. Por tanto, si la rotación de la rueda en la figura 8-31*b* es contra las manecillas del reloj, la dirección de $\vec{\boldsymbol{\omega}}$ es hacia arriba. Si la rueda gira en sentido de las manecillas, entonces $\vec{\boldsymbol{\omega}}$ apunta en la dirección opuesta, hacia abajo. Hay que hacer notar que ninguna parte del objeto en rotación se mueve en la dirección de $\vec{\boldsymbol{\omega}}$.

Regla de la mano derecha

Si el eje de rotación está fijo, entonces $\vec{\boldsymbol{\omega}}$ puede cambiar sólo en magnitud. En consecuencia, $\vec{\boldsymbol{\alpha}} = \Delta\vec{\boldsymbol{\omega}}/\Delta t$ también debe apuntar a lo largo del eje de rotación. Si la rotación es contra las manecillas del reloj, como en la figura 8-31*a*, y si la magnitud ω aumenta, entonces $\vec{\boldsymbol{\alpha}}$ apuntará hacia arriba; pero si ω disminuye (porque la rueda frena), $\vec{\boldsymbol{\alpha}}$ apuntará hacia abajo. Si la rotación es en sentido de las manecillas, $\vec{\boldsymbol{\alpha}}$ apuntará hacia abajo cuando ω aumente, y apuntará hacia arriba cuando ω disminuya.

La cantidad de movimiento angular, al igual que la cantidad de movimiento lineal, es una cantidad vectorial. Para un objeto simétrico que gira en torno a un eje de simetría (como una rueda, un cilindro, un aro o una esfera), el vector cantidad de movimiento angular se puede expresar como

$$\vec{\mathbf{L}} = I\vec{\boldsymbol{\omega}}. \tag{8–20}$$

El vector velocidad angular $\vec{\boldsymbol{\omega}}$ (y por tanto también $\vec{\mathbf{L}}$) apunta a lo largo del eje de rotación en la dirección indicada por la regla de la mano derecha (figura 8-31*b*).

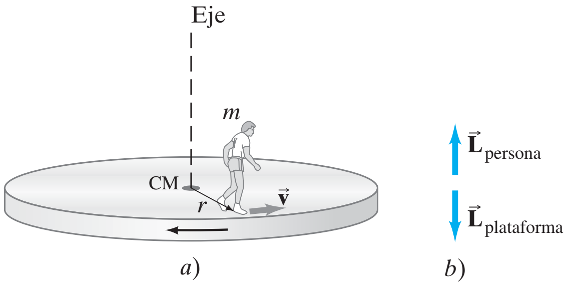
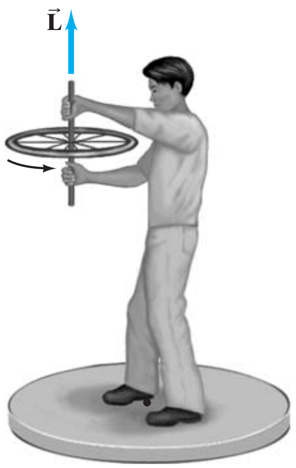


FIGURA 8–32 *a*) Una persona de pie sobre una plataforma circular, inicialmente en reposo, comienza a caminar por el extremo con rapidez v. La plataforma, que se supone que está montada sobre cojinetes sin fricción, comienza a girar en la dirección opuesta, de modo que la cantidad de movimiento angular total permanece en cero, como se muestra en *b*).

La naturaleza vectorial de la cantidad de movimiento angular sirve para explicar varios fenómenos interesantes (y a veces sorprendentes). Por ejemplo, considere que una persona está de pie en reposo sobre una plataforma circular capaz de girar sin fricción en torno a un eje a través de su centro (esto es, un tiovivo simplificado). Si ahora la persona comienza a caminar por el extremo de la plataforma (figura 8-32*a*), ésta comienza a girar en la dirección opuesta. ¿Por qué? Una forma de explicar esto es que el pie de la persona ejerce una fuerza sobre la plataforma. Otra forma de explicarlo (y éste es el análisis más útil aquí) es que se trata de un ejemplo de la conservación de la cantidad de movimiento angular. Si la persona comienza a caminar contra las manecillas el reloj, su cantidad de movimiento angular apuntará hacia arriba a lo largo del eje de rotación (recuerde cómo se definió la dirección de $\vec{\boldsymbol{\omega}}$ mediante la regla de la mano derecha). La magnitud de la cantidad de movimiento angular de la persona será $L = I\omega = (mr^2)(v/r)$, donde v es la rapidez de la persona (relativa a la Tierra, no a la plataforma), r es su distancia desde el eje de rotación, m es su masa y mr^2 es su momento de inercia si se le considera una partícula (con su masa concentrada en un punto). La plataforma gira en la dirección opuesta, así que su cantidad de movimiento angular apunta hacia abajo. Si la cantidad de movimiento angular total inicial del sistema (persona y plataforma) era cero (persona y plataforma en reposo), permanecerá en cero después de que la persona comience a caminar. Es decir, la cantidad de movimiento angular hacia arriba de la persona equilibra justo la cantidad de movimiento angular hacia abajo dirigido de manera opuesta de la plataforma (figura 8-32*b*), así que el vector cantidad de movimiento angular total permanece en cero. Aun cuando la persona ejerza una fuerza (y torca) sobre la plataforma, ésta ejerce una torca igual y opuesta sobre la persona. Así que la torca neta sobre el *sistema* de la persona más la plataforma es cero (se desprecia la fricción) y la cantidad de movimiento angular total permanece constante.

FIGURA 8–33 Ejemplo 8-17.



EJEMPLO CONCEPTUAL 8–17 **Rueda de bicicleta giratoria.** Un profesor de física sostiene una rueda de bicicleta giratoria mientras está de pie sobre una plataforma giratoria estacionaria sin fricción (figura 8-33). ¿Qué ocurrirá si el profesor súbitamente da vuelta a la rueda de bicicleta de modo que ahora gire en la dirección opuesta?

RESPUESTA Se considera que el sistema está integrado por la plataforma giratoria, el profesor y la rueda de bicicleta. La cantidad de movimiento angular total inicial es $\vec{\mathbf{L}}$ verticalmente hacia arriba. Éste también debe ser la cantidad de movimiento angular del sistema después, dado que $\vec{\mathbf{L}}$ se conserva cuando no existe torca neta. Por tanto, si la cantidad de movimiento angular de la rueda después de voltearse es $-\vec{\mathbf{L}}$ hacia abajo, entonces la cantidad de movimiento angular del profesor más la plataforma giratoria tendrá que ser $+2\vec{\mathbf{L}}$ hacia arriba. Se puede predecir con seguridad que el profesor comenzará a dar vueltas en la misma dirección en la que la rueda giraba originalmente.

Resumen

Cuando un objeto rígido gira en torno a un eje fijo, cada punto del objeto se mueve en una trayectoria circular. Las líneas que se dibujan perpendicularmente desde el eje de rotación hacia diversos puntos en el objeto barrerán el mismo ángulo θ en cualquier intervalo de tiempo dado.

Los ángulos se miden convenientemente en **radianes**. Un radián es el ángulo subtendido por un arco cuya longitud es igual al radio, o

$$2\pi \text{ rad} = 360°$$
$$1 \text{ rad} \approx 57.3°.$$

La **velocidad angular**, ω, se define como la tasa de cambio de la posición angular:

$$\omega = \frac{\Delta\theta}{\Delta t}. \qquad \textbf{(8–2)}$$

Todas las partes de un objeto rígido que gira en torno a un eje fijo tienen la misma velocidad angular en cualquier instante.

La **aceleración angular**, α, se define como la tasa de cambio de la velocidad angular:

$$\alpha = \frac{\Delta\omega}{\Delta t}. \qquad \textbf{(8–3)}$$

La velocidad lineal v y la aceleración a de un punto fijo a una distancia r desde el eje de rotación están relacionados con ω y α por

$$v = r\omega, \qquad \textbf{(8–4)}$$
$$a_{\tan} = r\alpha, \qquad \textbf{(8–5)}$$
$$a_{\mathrm{R}} = \omega^2 r, \qquad \textbf{(8–6)}$$

donde $a_{\tan}$ y a_{R} son los componentes tangencial y radial (centrípetaso) de la aceleración lineal, respectivamente.

La frecuencia f está relacionada con ω por

$$\omega = 2\pi f, \qquad \textbf{(8–7)}$$

y con el periodo T por

$$T = 1/f. \qquad \textbf{(8–8)}$$

Las ecuaciones que describen el movimiento de rotación uniformemente acelerado (α = constante) tienen la misma forma que las del movimiento lineal uniformemente acelerado:

$$\omega = \omega_0 + \alpha t, \qquad \theta = \omega_0 t + \tfrac{1}{2}\alpha t^2,$$
$$\omega^2 = \omega_0^2 + 2\alpha\theta, \qquad \overline{\omega} = \frac{\omega + \omega_0}{2}. \qquad \textbf{(8–9)}$$

La dinámica de la rotación es análoga a la dinámica del movimiento lineal. La fuerza se sustituye con la **torca** τ, que se define como el producto de la fuerza por el brazo de palanca (distancia perpendicular desde la línea de acción de la fuerza al eje de rotación):

$$\tau = rF \operatorname{sen}\theta = r_{\perp} F = rF_{\perp}. \qquad \textbf{(8–10)}$$

La masa se sustituye con **momento de inercia** I, que depende no sólo de la masa del objeto, sino también de cómo está distribuida la masa en torno al eje de rotación. La aceleración lineal se sustituye con la aceleración angular. Entonces, el equivalente de rotación de la segunda ley de Newton es

$$\Sigma\tau = I\alpha. \qquad \textbf{(8–14)}$$

La **energía cinética de rotación** de un objeto en rotación en torno a un eje fijo con velocidad angular ω es

$$\text{EC} = \tfrac{1}{2} I\omega^2. \qquad \textbf{(8–15)}$$

Para un objeto que está en traslación y rotación, la energía cinética total es la suma de la energía cinética de traslación del centro de masa del objeto más su energía cinética de rotación en torno a su centro de masa:

$$\text{EC} = \tfrac{1}{2} M v_{\mathrm{CM}}^2 + \tfrac{1}{2} I_{\mathrm{CM}}\,\omega^2 \qquad \textbf{(8–16)}$$

en tanto el eje de rotación tenga una dirección fija.

La **cantidad de movimiento angular** L de un objeto en torno a un eje de rotación fijo está dado por

$$L = I\omega. \qquad \textbf{(8–18)}$$

La segunda ley de Newton, en términos de la cantidad de movimiento angular, es

$$\Sigma\tau = \frac{\Delta L}{\Delta t}. \qquad \textbf{(8–19)}$$

Si la torca neta sobre el objeto es cero, $\Delta L/\Delta t = 0$, así que L = constante. Ésta es la **ley de la conservación de la cantidad de movimiento angular** para un objeto en rotación.

La tabla siguiente resume las cantidades angulares (o de rotación), y las compara con sus análogos de traslación.

Traslación	Rotación	Conexión
x	θ	$x = r\theta$
v	ω	$v = r\omega$
a	α	$a = r\alpha$
m	I	$I = \Sigma mr^2$
F	τ	$\tau = rF \operatorname{sen}\theta$
$\text{EC} = \frac{1}{2}mv^2$	$\frac{1}{2}I\omega^2$	
$p = mv$	$L = I\omega$	
$W = Fd$	$W = \tau\theta$	
$\Sigma F = ma$	$\Sigma\tau = I\alpha$	
$\Sigma F = \frac{\Delta p}{\Delta t}$	$\Sigma\tau = \frac{\Delta L}{\Delta t}$	

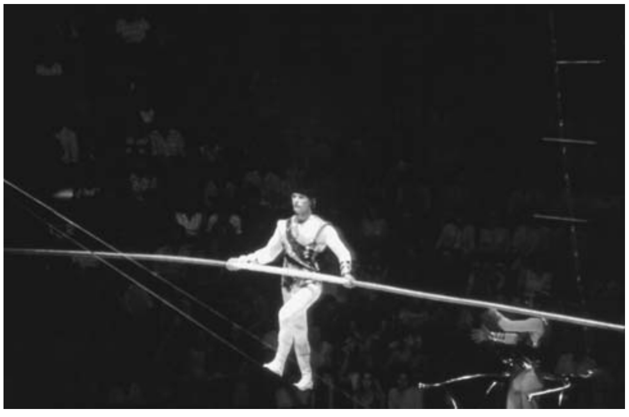
Preguntas

1. Un odómetro de bicicleta (que mide la distancia recorrida) está colocado cerca del cubo (tijera) de la rueda y está diseñado para ruedas de 27 pulgadas. ¿Qué ocurre si se usa en una bicicleta con ruedas de 24 pulgadas?
2. Un disco gira con velocidad angular constante. Un punto sobre la orilla, ¿tiene aceleración radial y/o tangencial? Si la velocidad angular del disco aumenta uniformemente, ¿el punto tiene aceleración radial y/o tangencial? ¿Para qué casos cambiaría la magnitud de cualquier componente de la aceleración lineal?
3. ¿Un cuerpo no rígido podría ser descrito por un solo valor de la velocidad angular ω? Explique su respuesta.
4. ¿Una fuerza pequeña puede ejercer alguna vez una torca mayor que una fuerza de mayor magnitud? Explique su respuesta.

5. Si una fuerza $\vec{\mathbf{F}}$ actúa sobre un objeto de modo que su brazo de palanca sea cero, ¿tendrá algún efecto sobre el movimiento del objeto? Explique su respuesta.
6. ¿Por qué es más difícil hacer una sentadilla con las manos colocadas detrás de la cabeza que cuando los brazos están estirados enfrente? Un diagrama le puede ayudar a responder esto.
7. Una bicicleta de 21 "velocidades" tiene siete engranes de cadena en la rueda trasera y tres en el cigüeñal de pedales. ¿En cuál engrane es más difícil pedalear, en uno grande trasero o en uno pequeño trasero? ¿Por qué? ¿En cuál engrane es más difícil pedalear, en uno pequeño delantero o en uno grande delantero? ¿Por qué?
8. Los mamíferos que dependen de su capacidad para correr rápido tienen patas delgadas con carne y músculo concentrados en la parte alta, cerca del cuerpo (figura 8-34). Sobre la base de la dinámica de rotación, explique por qué esta distribución de masa les resulta ventajosa.

FIGURA 8–34 Pregunta 8. Una gacela.

FIGURA 8–35 Pregunta 9.



9. ¿Por qué los caminadores de cuerda floja (figura 8-35) llevan consigo una barra larga y estrecha?
10. Si la fuerza neta sobre un sistema es cero, ¿la torca neta también es cero? Si la torca neta sobre un sistema es cero, ¿la fuerza neta es cero?
11. Dos planos inclinados tienen la misma altura pero forman diferentes ángulos con respecto a la horizontal. La misma bola de acero rueda hacia abajo de cada plano. ¿En cuál plano será mayor la rapidez de la bola en el fondo? Explique su respuesta.
12. Dos esferas sólidas comienzan a rodar simultáneamente (desde el reposo) hacia abajo de un plano inclinado. Una esfera tiene el doble de radio y el doble de masa que la otra. ¿Cuál alcanza primero el fondo del plano? ¿Cuál tiene la mayor rapidez ahí? ¿Cuál tiene la mayor energía cinética total en el fondo?
13. Una esfera y un cilindro tienen el mismo radio y la misma masa. Parten desde el reposo en lo alto de un plano inclinado. ¿Cuál alcanza primero el fondo? ¿Cuál tiene la mayor rapidez en el fondo? ¿Cuál tiene la mayor energía cinética total en el fondo? ¿Cuál tiene la mayor EC de rotación?
14. Se afirma que la cantidad de movimiento lineal y la cantidad de movimiento angular se conservan, aunque la mayoría de los objetos en movimiento o rotación eventualmente frenan y se detienen. Explique por qué.
15. Si hubiese una gran migración de gente hacia el ecuador de la Tierra, ¿cómo afectaría esto la duración del día?
16. ¿La clavadista de la figura 8-29 puede dar un salto mortal sin tener ninguna rotación inicial cuando deja el trampolín?
17. El momento de inercia de un disco sólido en rotación en torno a un eje a través de su centro de masa es $\frac{1}{2}MR^2$ (figura 8-21*c*). El eje de rotación pasa a través de un punto en el extremo del disco. ¿El momento de inercia será igual, mayor o menor?
18. Una persona está sentada en una silla giratoria y sostiene una masa de 2 kg en cada mano estirada. Si súbitamente suelta las masas, ¿su velocidad angular aumenta, disminuye o permanece igual? Explique su respuesta.
19. Dos esferas parecen idénticas y tienen la misma masa. Sin embargo, una está hueca y la otra es sólida. Describa un experimento para determinar cuál es cuál.

* 20. ¿En qué dirección está el vector velocidad angular de la Tierra mientras ésta gira diariamente en torno a su eje?

* 21. La velocidad angular de una rueda en rotación sobre un eje horizontal apunta al oeste. ¿En qué dirección está la velocidad lineal de un punto en lo alto de la rueda? Si la aceleración angular apunta al este, describa la aceleración lineal tangencial de este punto en lo alto de la rueda. ¿La rapidez angular aumenta o disminuye?

* 22. Imagine que está de pie en el extremo de una gran plataforma giratoria que gira libremente. ¿Qué ocurre si camina hacia el centro?

* 23. Un *shortstop* puede elevarse en el aire para atrapar una bola y lanzarla rápidamente. Mientras lanza la bola, la parte superior de su cuerpo gira. Si observa con detenimiento, notará que sus caderas y piernas giran en la dirección opuesta (figura 8-36). Explique por qué.

FIGURA 8–36 Pregunta 23. Un *shortstop* en el aire, lanzando una bola.

* 24. Sobre la base de la ley de conservación de la cantidad de movimiento angular, discuta por qué un helicóptero debe tener más de un rotor (o hélice). Describa una o más formas en que puede operar la segunda hélice para mantener estable al helicóptero.

Problemas

8–1 Cantidades angulares

1. (I) Exprese los siguientes ángulos en radianes: *a*) 30°, *b*) 57°, *c*) 90°, *d*) 360° y *e*) 420°. Expréselos como valores numéricos y como fracciones de π.
2. (I) Los eclipses ocurren en la Tierra como resultado de una sorprendente coincidencia. Calcule, con la ayuda de la información de los forros de este libro, los diámetros angulares (en radianes) del Sol y la Luna, vistos desde la tierra.
3. (I) Un rayo láser está dirigido hacia la Luna, a 380,000 km de la Tierra. El rayo diverge en un ángulo θ (figura 8-37) de 1.4 $\times\ 10^{-5}$ rad. ¿Qué diámetro tendrá el punto que proyecta sobre la Luna?

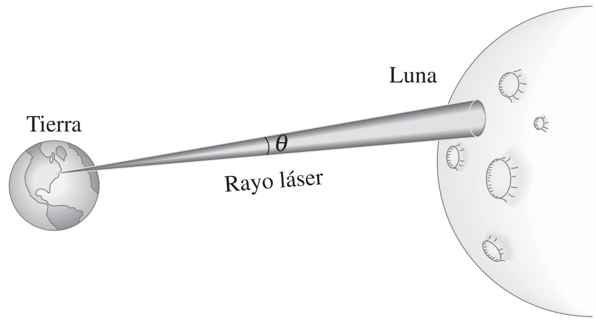


FIGURA 8–37 Problema 3.

4. (I) Las aspas de una licuadora giran a una tasa de 6500 rpm. Cuando el motor se apaga durante la operación, las aspas frenan hasta llegar al reposo en 3.0 s. ¿Cuál es la aceleración angular conforme frenan las aspas?
5. (II) Un niño rueda una pelota, sobre un piso nivelado, una distancia de 3.5 m hasta donde está otro niño. Si la pelota da 15.0 revoluciones en ese trayecto, ¿cuál es su diámetro?
6. (II) Una bicicleta con llantas de 68 cm de diámetro recorre 8.0 km. ¿Cuántas revoluciones dan las ruedas?
7. (II) *a*) Una rueda de molino de 0.35 m de diámetro gira a 2500 rpm. Calcule su velocidad angular en rad/s. *b*) ¿Cuáles son la rapidez y aceleración total lineal (componente, radial) de un punto localizado sobre el extremo de la rueda de molino?
8. (II) Un tiovivo en rotación da una revolución completa en 4.0 s (figura 8-38). *a*) ¿Cuál es la rapidez lineal de un niño sentadp a 1.2 m del centro? *b*) ¿Cuál es su aceleración (proporcione los componentes)?

FIGURA 8–38 Problema 8.

9. (II) Calcule la velocidad angular de la Tierra *a*) en su órbita alrededor del Sol y *b*) en torno a su eje.
10. (II) ¿Cuál es la rapidez lineal de un punto *a*) sobre el ecuador, *b*) en el círculo ártico (latitud: 66.5° N) y *c*) en una latitud de 45.0° N, debida a la rotación de la Tierra?
11. (II) ¿A qué rapidez (en rpm) debe girar una centrifugadora si una partícula a 7.0 cm del eje de rotación debe experimentar una aceleración de 100,000*g*?
12. (II) Una rueda de 70 cm de diámetro acelera uniformemente en torno a su centro, desde 130 rpm hasta 280 rpm, en 4.0 s. Determine *a*) su aceleración angular y *b*) los componentes radial y tangencial de la aceleración total lineal de un punto en el extremo de la rueda 2.0 s después de que comenzó a acelerar.
13. (II) Una plataforma giratoria de radio R_1 se hace girar mediante un rodillo de goma circular de radio R_2 en contacto con ella en sus extremos exteriores. ¿Cuál es la razón de sus velocidades angulares, ω_1/ω_2?
14. (III) Al viajar a la Luna, los astronautas a bordo de la nave espacial *Apolo* se pusieron ellos mismos en una lenta rotación para distribuir de manera uniforme la energía del Sol. Al comienzo de su viaje, aceleraron desde una rotación cero hasta 1.0 revolución cada minuto durante un intervalo de tiempo de 12 min. La nave espacial se puede considerar como un cilindro con un diámetro de 8.5 m. Determine *a*) la aceleración angular y *b*) los componentes radial y tangencial de la aceleración total lineal de un punto sobre la cubierta de la nave 5.0 min después de que comenzó esta aceleración.

8–2 y 8–3 Aceleración angular constante; rodamiento

15. (I) Una centrifugadora acelera uniformemente desde el reposo hasta 15,000 rpm en 220 s. ¿Cuántas revoluciones dio en este tiempo?
16. (I) Un motor de automóvil frena desde 4500 rpm hasta 120 rpm en 2.5 s. Calcule *a*) su aceleración angular, que se supone constante, y *b*) el número total de revoluciones que da el motor en este tiempo.
17. (I) Los pilotos se ponen a prueba para tolerar la tensión que implica volar aviones de gran rapidez en una “centrifugadora humana” giratoria, a la que le toma 1.0 min dar 20 revoluciones completas antes de alcanzar su rapidez final. *a*) ¿Cuál es su aceleración angular, que se supone constante, *b*) cuál es su rapidez angular final en rpm?
18. (II) Una rueda de 33 cm de diámetro acelera uniformemente desde 240 hasta 360 rpm en 6.5 s ¿Qué distancia habrá recorrido en este tiempo un punto en el extremo de la rueda?
19. (II) Un ventilador se apaga cuando alcanza las 850 rev/min. Da 1500 revoluciones antes de llegar a detenerse. *a*) ¿Cuál es la aceleración angular del ventilador, que se supone constante? *b*) ¿Cuánto tiempo le tomó al ventilador llegar al alto total?
20. (II) Una pequeña rueda de goma se usa para activar una gran rueda de alfarero; ambas están montadas de modo que sus bordes circulares se tocan. La rueda pequeña tiene un radio de 2.0 cm y acelera a la tasa de 7.2 rad/s^2, y está en contacto con la rueda de alfarero (de 25.0 cm de radio) sin deslizar. Calcule *a*) la aceleración angular de la rueda de alfarero y *b*) el tiempo que le toma a esta última alcanzar su rapidez requerida de 65 rpm.

21. (II) Las llantas de un automóvil dan 65 revoluciones mientras el auto reduce su rapidez uniformemente desde 95 hasta 45 km/h. Las llantas tienen un diámetro de 0.80 m. *a*) ¿Cuál es la aceleración angular de las llantas? *b*) Si el automóvil continúa desacelerando a esta tasa, ¿cuánto tiempo más necesita para detenerse?

8–4 Torca

22. (I) Una persona de 55 kg montada en una bicicleta recarga todo su peso sobre cada pedal cuando asciende una colina. Los pedales giran en un círculo de 17 cm de radio. *a*) ¿Cuál es la torca máxima que la persona ejerce? *b*) ¿Cómo podría ejercer más torca?

23. (I) Una persona ejerce una fuerza de 55 N sobre el extremo de una puerta de 74 cm de ancho. ¿Cuál es la magnitud de la torca si la fuerza se ejerce *a*) perpendicular a la puerta y *b*) en un ángulo de 45° con respecto al frente de la puerta?

24. (II) Calcule la torca neta en torno al eje de la rueda que se ilustra en la figura 8-39. Considere que una torca de fricción de 0.40 m·N se opone al movimiento.

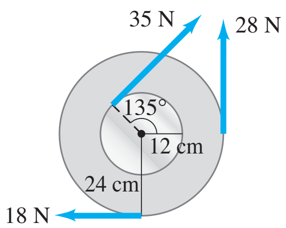


FIGURA 8–39 Problema 24.

25. (II) Dos bloques, cada uno con masa *m*, se unen a los extremos de una barra (cuya masa se puede despreciar) con un pivote como se muestra en la figura 8-40. Inicialmente, la barra se sostiene en la posición horizontal y luego se le libera. Calcule la magnitud y la dirección de la torca neta sobre este sistema.

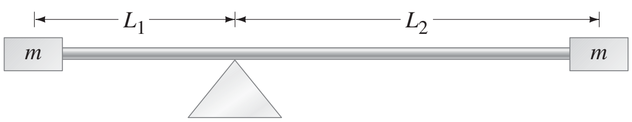


FIGURA 8–40 Problema 25.

26. (II) Los tornillos en los pistones de un motor requieren apretarse a una torca de 88 m·N. Si una llave mide 28 cm de largo, ¿qué fuerza perpendicular debe aplicar el mecánico al extremo de la llave? Si la cabeza hexagonal del tornillo tiene 15 mm de diámetro, estime la fuerza aplicada cerca de cada uno de los seis puntos por una llave inglesa (figura 8-41).

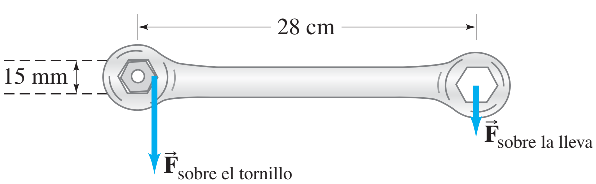


FIGURA 8–41 Problema 26.

8–5 y 8–6 Dinámica de rotación

27. (I) Determine el momento de inercia de una esfera de 10.8 kg y 0.648 m de radio cuando el eje de rotación pasa por su centro.

28. (I) Calcule el momento de inercia de una rueda de bicicleta de 66.7 cm de diámetro. La rueda y la llanta tienen una masa combinada de 1.25 kg. La masa del soporte se puede ignorar. ¿Por qué?

29. (II) Una pequeña bola de 650 gramos en el extremo de una delgada barra ligera, gira en un círculo horizontal de 1.2 m de radio. Calcule *a*) el momento de inercia de la bola en torno al centro del círculo y *b*) la torca necesaria para mantener a la bola en rotación con velocidad angular constante si la resistencia del aire ejerce una fuerza de 0.020 N sobre la bola. Ignore el momento de inercia y la resistencia del aire de la barra.

30. (II) Una alfarera modela un tazón sobre una rueda que gira con rapidez angular constante (figura 8-42). La fuerza de fricción entre sus manos y el barro es de 1.5 N en total. *a*) ¿Cuál es la magnitud de su torca sobre la rueda, si el diámetro del tazón es de 12 cm? *b*) ¿Cuánto tardaría en detenerse la rueda de alfarero si la única torca que actúa sobre ella se debe a las manos de la alfarera? La velocidad angular inicial de la rueda es de 1.6 rev/s y el momento de inercia de la rueda y el tazón es de 0.11 kg·m^2.

FIGURA 8–42 Problema 30.

31. (II) Calcule el momento de inercia de los objetos dispuestos como se muestra en la figura 8-43 en torno a *a*) el eje vertical y *b*) el eje horizontal. Considere que $m = 1.8$ kg, $M = 3.1$ kg y que los objetos están unidos por rígidas piezas de alambre muy ligero. El arreglo de los objetos es rectangular y está dividido a la mitad por el eje horizontal. *c*) ¿En torno a cuál eje sería más difícil acelerar este sistema?

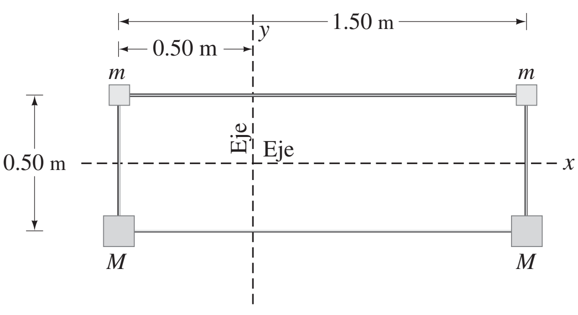


FIGURA 8–43 Problema 31.

32. (II) Una molécula de oxígeno está constituida por dos átomos de oxígeno cuya masa total es de 5.3×10^{-26} kg y cuyo momento de inercia en torno a un eje perpendicular a la línea de unión de los dos átomos, a la mitad entre ellos, es de 1.9×10^{-46} kg·m^2. A partir de estos datos, estime la distancia efectiva entre los átomos.

33. (II) Para hacer que un satélite cilíndrico uniforme y liso dé vueltas a la tasa correcta, los ingenieros disparan cuatro cohetes tangenciales como se muestra en la figura 8-44. Si el satélite tiene una masa de 3600 kg y un radio de 4.0 m, ¿cuál es la fuerza estable requerida de cada cohete, si el satélite alcanza 32 rpm en 5.0 min?

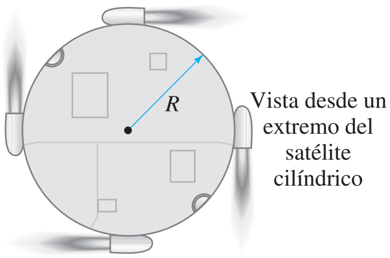


FIGURA 8–44 Problema 33.

34. (II) Una rueda de alfarero es un cilindro uniforme con un radio de 8.50 cm y una masa de 0.580 kg. Calcule *a*) su momento de inercia en torno a su centro y *b*) la torca necesaria para acelerarla desde el reposo hasta 1500 rpm en 5.00 s, si se sabe que frena desde 1500 rpm hasta el reposo en 55.0 s.

35. (II) Un jugador de softball balancea un bate, que acelera desde el reposo hasta 3.0 rev/s en un tiempo de 0.20 s. Considere el bate como una barra uniforme de 2.2 kg y 0.95 m de largo, y calcule la torca que el jugador aplica a uno de sus extremos.

36. (II) Un adolescente empuja tangencialmente sobre un pequeño tiovivo y es capaz de acelerarlo desde el reposo hasta una frecuencia de 15 rpm en 10.0 s. El tiovivo es un disco uniforme de 2.5 m de radio y tiene una masa de 760 kg, y dos niños (cada uno con una masa de 25 kg) se sientan en lados opuestos sobre los bordes. Calcule la torca requerida para producir la aceleración, despreciando la torca de fricción. ¿Qué fuerza se requiere en el extremo?

37. (II) Un rotor centrífugo que gira a 10,300 rpm es apagado y eventualmente llega uniformemente al reposo mediante una torca de fricción de 1.20 m·N. Si la masa del rotor es de 4.80 kg y se le puede aproximar como a un cilindro sólido de 0.0710 m de radio, ¿cuántas revoluciones dará el rotor antes de llegar al reposo, y cuánto le tomará hacerlo?

38. (II) El antebrazo de la figura 8-45 acelera una bola de 3.6 kg a 7.0 m/s^2 mediante el tríceps, como se muestra. Calcule *a*) la torca necesaria y *b*) la fuerza que debe ejercer el tríceps. Ignore la masa del brazo.

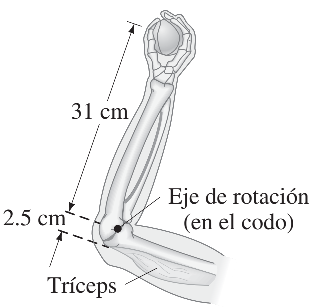


FIGURA 8–45 Problemas 38 y 39.

39. (II) Una bola de 1.00 kg es lanzada exclusivamente por la acción del antebrazo, que gira en torno a la articulación del codo bajo la acción del tríceps (figura 8-45). La bola se acelera uniformemente desde el reposo hasta 10.0 m/s en 0.350 s, punto en el que se le libera. Calcule *a*) la aceleración angular del brazo y *b*) la fuerza que se requiere del tríceps. Considere que el antebrazo tiene una masa de 3.70 kg y que gira como una barra uniforme en torno a un eje en su extremo.

40. (II) El aspa de un rotor de helicóptero se puede considerar como una larga barra delgada, como se ilustra en la figura 8-46. *a*) Si cada una de las tres aspas del rotor del helicóptero mide 3.75 m de largo y tiene una masa de 160 kg, calcule el momento de inercia de las tres aspas del rotor en torno al eje de rotación. *b*) ¿Cuánta torca debe aplicar el motor para hacer que las aspas alcancen una rapidez de 5.0 rev/s en 8.0 s?

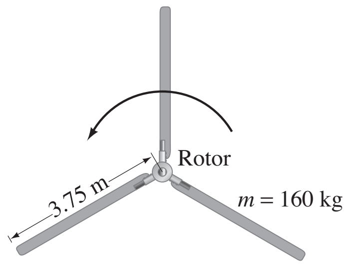


FIGURA 8–46 Problema 40.

41. (II) Una *máquina de Atwood* consiste en dos masas, m_1 y m_2, conectadas mediante un cordón inelástico de masa despreciable que pasa sobre una polea (figura 8-47). Si la polea tiene radio R y momento de inercia I en torno a su eje, determine la aceleración de las masas m_1 y m_2, y compare con la situación en la que el momento de inercia de la polea se ignora. [*Sugerencia:* Considere que las tensiones F_{T1} y F_{T2} no son iguales. Esta situación se discutió en el ejemplo 4-3, cuando se supuso $I = 0$ para la polea.]

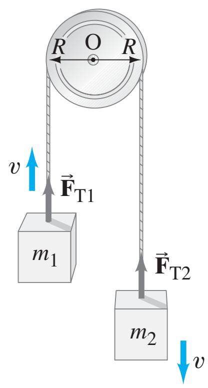


FIGURA 8–47 Problemas 41 y 49. Máquina de Atwood.

42. (III) Un lanzador acelera un martillo (masa = 7.30 kg) desde el reposo en cuatro vueltas (revoluciones) completas y lo suelta con una rapidez de 28.0 m/s. Si se supone una tasa uniforme de aumento en la velocidad angular y una trayectoria circular horizontal de 1.20 m de radio, calcule *a*) la aceleración angular, *b*) la aceleración tangencial (lineal), *c*) la aceleración centrípeta justo antes de soltarlo, *d*) la fuerza neta que el atleta ejerce sobre el martillo justo antes de soltarlo y *e*) el ángulo de esta fuerza con respecto al radio del movimiento circular.

8–7 Energía cinética de rotación

43. (I) Un rotor centrífugo tiene un momento de inercia de 3.75×10^{-2} kg·m^2. ¿Cuánta energía se requiere para llevarlo desde el reposo hasta 8250 rpm?

44. (II) Un motor de automóvil desarrolla una torca de 280 m·N a 3800 rpm. ¿Cuál es la potencia en watts y en caballos?

45. (II) Una bola de boliche de 7.3 kg de masa y 9.0 cm de radio rueda sin deslizar por un carril de la pista a 3.3 m/s. Calcule su energía cinética total.

46. (II) Estime la energía cinética de la Tierra con respecto al Sol como la suma de dos términos: *a*) la energía que se debe a su rotación diaria en torno a su eje y *b*) la que se debe a su revolución anual en torno al Sol. [Considere que la Tierra es una esfera uniforme con masa $= 6.0 \times 10^{24}$ kg y radio $= 6.4 \times 10^6$ m, y está a 1.5×10^8 km del Sol.]

47. (II) Un tiovivo tiene una masa de 1640 kg y un radio de 7.50 m. ¿Cuánto trabajo neto se requiere para acelerarlo desde el reposo hasta una tasa de rotación de 1.00 revolución por 8.00 s? Suponga que se trata de un cilindro sólido.

48. (II) Una esfera de 20.0 cm de radio y 1.80 kg de masa parte desde el reposo y rueda sin deslizar por un plano inclinado de 30.0°, que tiene 10.0 m de largo. *a*) Calcule su rapidez de traslación y de rotación cuando alcanza el fondo. *b*) ¿Cuál es la razón entre la EC de traslación y la de rotación en el fondo? *c*) ¿Sus respuestas en los incisos *a*) y *b*) dependen del radio de la esfera o de su masa?

49. (III) Dos masas, $m_1 = 18.0$ kg y $m_2 = 26.5$ kg, están conectadas por una soga que cuelga sobre una polea (como en la figura 8-47). La polea es un cilindro uniforme de 0.260 m de radio y 7.50 kg de masa. Inicialmente, m_1 está en el suelo y m_2 reposa a 3.00 m sobre el suelo. Si el sistema se libera, use la conservación de la energía para determinar la rapidez de m_2 justo antes de que golpee el suelo. Considere que la polea no ejerce fricción.

50. (III) Un poste de 2.30 m de largo se equilibra verticalmente sobre su extremo. Comienza a caer y su extremo inferior no se desliza. ¿Cuál será la rapidez del extremo superior del poste justo antes de que golpee el suelo? [*Sugerencia:* Use la conservación de la energía.]

8–8 Cantidad de movimiento angular

51. (I) ¿Cuál es la cantidad de movimiento angular de una bola de 0.210 kg que gira sobre el extremo de una delgada cuerda en un círculo de 1.10 m de radio y una rapidez angular de 10.4 rad/s?

52. (I) *a*) ¿Cuál es la cantidad de movimiento angular de una rueda de alfarero cilíndrica uniforme de 2.8 kg y 18 cm de radio cuando gira a 1500 rpm? *b*) ¿Cuánta torca se requiere para detenerla en 6.0 s?

53. (II) Una persona está de pie, con las manos a sus costados, sobre una plataforma que gira a una tasa de 1.30 rev/s. Si la persona eleva sus brazos a una posición horizontal (figura 8-48), la rapidez de rotación disminuye a 0.80 rev/s. *a*) ¿Por qué? *b*) ¿En qué factor cambió su momento de inercia?

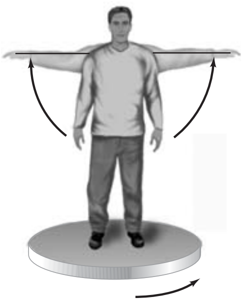


FIGURA 8–48
Problema 53.

54. (II) Una clavadista (como la de la figura 8-29) puede reducir su momento de inercia en un factor cercano a 3.5 cuando cambia de la posición recta a la posición plegada. Si realiza 2.0 rotaciones en 1.5 s cuando está en la posición plegada, ¿cuál es su rapidez angular (rev/s) cuando está en la posición recta?

55. (II) Una patinadora de figura puede aumentar su tasa de rotación desde una tasa inicial de 1.0 rev cada 2.0 s hasta una tasa final de 3.0 rev/s. Si su momento de inercia inicial es de 4.6 kg·m^2, ¿cuál es su momento de inercia final? ¿Cómo logra físicamente este cambio?

56. (II) Una rueda de alfarero gira alrededor de un eje vertical que pasa por su centro con una frecuencia de 1.5 rev/s. Se puede considerar que la rueda es un disco uniforme de 5.0 kg de masa y 0.40 m de diámetro. Entonces el alfarero lanza un trozo de arcilla de 3.1 kg, aproximadamente con la forma de un disco plano de 8.0 cm de radio, sobre el centro de la rueda en rotación. ¿Cuál es la frecuencia de la rueda después de que la arcilla se adhiere a ella?

57. (II) *a*) ¿Cuál es la cantidad de movimiento angular de una patinadora de figura que gira a 3.5 rev/s con los brazos muy cerca del tronco, si se le considera como un cilindro uniforme con una altura de 1.5 m, un radio de 15 cm y una masa de 55 kg? *b*) ¿Cuánta torca se requiere para frenarla hasta el alto en 5.0 s, suponiendo que ella *no* mueve los brazos?

58. (II) Determine la cantidad de movimiento angular de la Tierra *a*) alrededor de su eje de rotación (suponiendo que la Tierra es una esfera uniforme) y *b*) en su órbita alrededor del Sol (considere a la Tierra como una partícula que gira en torno al Sol). La Tierra tiene una masa $= 6.0 \times 10^{24}$ kg, un radio $= 6.4 \times 10^6$ m, y está a 1.5×10^8 km del Sol.

59. (II) Un disco cilíndrico que no gira y cuyo momento de inercia es I, se suelta sobre un disco idéntico que gira con rapidez angular ω. Si se supone que no hay torcas externas, ¿cuál es la rapidez angular común final de los dos discos?

60. (II) Un disco uniforme da vueltas a 2.4 rev/s alrededor de un perno sin fricción. Una barra no rotatoria, de la misma masa que el disco y longitud igual al diámetro del disco, se suelta sobre el disco que gira libremente (figura 8-49). Entonces ambos dan vueltas alrededor del perno con sus centros superpuestos. ¿Cuál es la frecuencia angular en rev/s de la combinación?

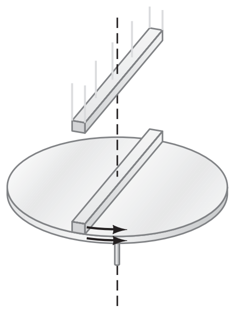


FIGURA 8–49
Problema 60.

61. (II) Una persona de 75 kg de masa está de pie en el centro de una plataforma giratoria en rotación, de 3.0 m de radio y momento de inercia 920 kg·m^2. La plataforma gira sin fricción con velocidad angular de 2.0 rad/s. La persona camina radialmente hacia el extremo de la plataforma. *a*) Calcule la velocidad angular cuando la persona alcanza el extremo. *b*) Calcule la energía cinética de rotación del sistema constituido por la plataforma y la persona antes y después de que ésta camine.

62. (II) Un tiovivo de 4.2 m de diámetro gira libremente con una velocidad angular de 0.80 rad/s. Su momento de inercial total es de 1760 kg·m^2. Cuatro personas que están de pie sobre el suelo, cada una con 65 kg de masa, súbitamente saltan sobre el borde del tiovivo. ¿Ahora cuál es la velocidad angular del tiovivo? ¿Qué ocurre si las personas inicialmente están en el tiovivo y luego saltan de él en dirección radial (relativa al tiovivo)?

63. (II) Suponga que el Sol se colapsa para formar una enana blanca, pierde casi la mitad de su masa en el proceso, y termina con un radio que es el 1.0% de su radio actual. Si se supone que la masa perdida no se lleva cantidad de movimiento angular, ¿cuál sería la nueva tasa de rotación del Sol? (Considere que el actual periodo del Sol es de 30 días.) ¿Cuál sería su EC final en términos de su EC inicial de hoy?

64. (III) Los huracanes hacen soplar vientos que en ocasiones superan los 120 km/h en el extremo exterior. Realice una estimación aproximada de *a*) la energía y *b*) la cantidad de movimiento angular de uno de tales huracanes, considerándolo como un cilindro uniforme de aire de 100 km de radio y 4.0 km de alto, que gira rígidamente (densidad 1.3 kg/m^3).

65. (III) Un asteroide de 1.0×10^5 kg de masa, que viaja con una rapidez de 30 km/s en relación con la Tierra, golpea tangencialmente a ésta en el ecuador y en la dirección de la rotación de la Tierra. Utilice la cantidad de movimiento angular para estimar el cambio porcentual en la rapidez angular de la Tierra como resultado de la colisión.

* 8–9 Cantidades angulares como vectores

* 66. (II) Una persona está de pie sobre una plataforma, que puede girar libremente sin fricción y que, en principio, está en reposo. El momento de inercia de la persona más la plataforma es I_P. La persona sostiene una rueda de bicicleta que gira con su eje horizontal. La rueda tiene momento de inercia I_R y velocidad angular ω_R. ¿Cuál será la velocidad angular ω_P de la plataforma si la persona mueve el eje de la rueda de modo que apunte *a*) verticalmente hacia arriba, *b*) en un ángulo de 60° con respecto a la vertical, *c*) verticalmente hacia abajo? *d*) ¿Cuál será la ω_P si la persona alcanza y detiene la rueda en el inciso *a*)?

* 67. (III) Una persona de 55 kg está de pie en el borde de una plataforma giratoria de 6.5 m de diámetro que está montada sobre unos cojinetes sin fricción y que tiene un momento de inercia de 1700 kg·m^2. La plataforma giratoria inicialmente está en reposo, pero cuando la persona comienza a correr con una rapidez de 3.8 m/s (con respecto a la plataforma) alrededor de su borde, la plataforma comienza a girar en la dirección opuesta. Calcule la velocidad angular de la plataforma.

Problemas generales

68. Un gran carrete de cuerda rueda sobre el suelo con el extremo de la cuerda en su parte superior. Una persona sujeta el extremo de la cuerda y camina una distancia L, sosteniéndola (figura 8-50). El carrete rueda detrás de la persona sin deslizarse. ¿Qué longitud de soga se desenrolla del carrete? ¿Cuánto se mueve el centro de masa del carrete?

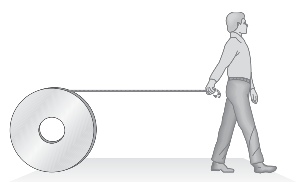


FIGURA 8–50 Problema 68.

69. La Luna gira en torno a la Tierra de tal modo que el mismo lado siempre está de cara a la Tierra. Determine la razón entre el momento angular de espín de la Luna (en torno a su propio eje) y su momento angular orbital. (En el último caso, considere que la Luna es una partícula que gira en torno a la Tierra.)

70. Un ciclista acelera desde el reposo a una tasa de 1.00 m/s^2. Después de 3.0 s, ¿con qué rapidez se moverá un punto en el borde superior de la llanta (diámetro = 68 cm)? [*Sugerencia:* Considere que, en cualquier momento, el punto más bajo sobre la llanta está en contacto con el suelo y está en reposo; observe la figura 8-51.]

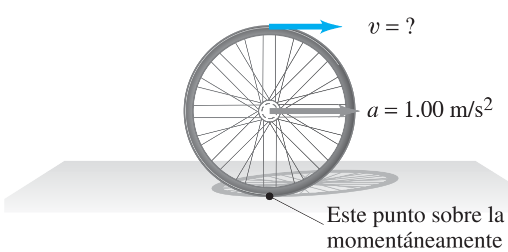


FIGURA 8–51 Problema 70.

71. Una piedra de afilar de 1.4 kg con la forma de un cilindro uniforme de 0.20 cm de radio, adquiere una tasa de rotación de 1800 rev/s desde el reposo durante un intervalo de 6.0 s con aceleración angular constante. Calcule la torca entregada por el motor.

72. *a*) Un yoyo está hecho de dos discos cilíndricos sólidos, cada uno de 0.050 kg de masa y 0.075 m de diámetro, unidos por un delgado eje cilíndrico sólido (concéntrico) de 0.0050 kg de masa y 0.010 m de diámetro. Use la conservación de la energía para calcular la rapidez lineal del yoyo cuando alcanza el final de su cuerda de 1.0 m de largo, si se le libera desde el reposo. *b*) ¿Qué fracción de su energía cinética es de rotación?

73. *a*) Para una bicicleta, ¿cómo se relaciona la rapidez angular de la rueda trasera (ω_T) con la de los pedales y la estrella delantera (ω_D) (figura 8-52)? Esto es, deduzca una fórmula para ω_T/ω_D. Sean N_D y N_T el número de dientes en las estrellas delantera y trasera, respectivamente. Los dientes están espaciados de manera uniforme sobre las estrellas, de modo que la cadena embona adecuadamente. *b*) Evalúe la razón ω_T/ω_D cuando las estrellas delantera y trasera tienen 52 y 13 dientes, respectivamente, y *c*) cuando tienen 42 y 28 dientes.

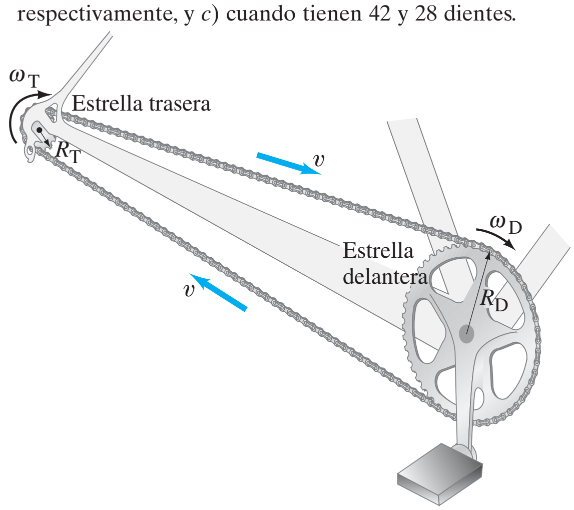


FIGURA 8–52 Problema 73.

74. Una estrella del tamaño del Sol, pero con masa 8.0 veces mayor, está en rotación con una rapidez de 1.0 revolución cada 12 días. Si fuese a experimentar un colapso gravitacional para convertirse en una estrella de neutrones de 11 km de radio, y perdiera tres cuartos de su masa en el proceso, ¿cuál sería su rapidez de rotación? Considere que la estrella es una esfera uniforme en todo momento y que la masa perdida no se lleva cantidad de movimiento angular.

75. Una posibilidad para un automóvil de baja contaminación es que use energía almacenada en un gran volante giratorio. Suponga que un automóvil de este tipo tiene una masa total de 1400 kg, utiliza un volante cilíndrico uniforme de 1.50 m de diámetro y 240 kg de masa, y que debe ser capaz de recorrer 350 km sin necesidad de "dar cuerda" al volante. *a*) Realice suposiciones razonables (fuerza retardadora de fricción promedio = 450 N; 20 periodos de aceleración desde el reposo hasta 95 km/h, lo mismo colina arriba que colina abajo; y que la energía se puede poner de vuelta en el volante conforme el automóvil viaja colina abajo) y demuestre que la energía total necesaria para almacenar en el volante es de aproximadamente 1.7×10^8 J. *b*) ¿Cuál es la velocidad angular del volante cuando tiene una "carga completa de energía"? *c*) ¿Aproximadamente cuánto le tomaría a un motor de 150 hp proporcionar al volante una carga completa de energía antes de un viaje?

76. La figura 8-53 representa una molécula de H_20. La longitud del enlace O-H es de 0.96 nm, y los enlaces H-O-H forman un ángulo de 104°. Calcule el momento de inercia para la molécula de H_2O en torno a un eje que pase a través del centro del átomo de oxígeno *a*) perpendicular al plano de la molécula y *b*) en el plano de la molécula, bisecando los enlaces H-O-H.

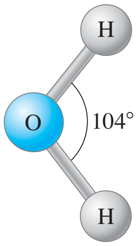


FIGURA 8–53 Problema 76.

77. Un cilindro hueco (aro) rueda sobre una superficie horizontal con una rapidez $v = 3.3$ m/s cuando alcanza un plano inclinado de 15°. *a*) ¿Cuánto subirá sobre el plano? *b*) ¿Cuánto tiempo estará sobre el plano antes de que llegue de vuelta al fondo?

78. Una barra uniforme de masa M y longitud L puede moverse libremente (esto es, se ignora la fricción) en torno a una bisagra unida a una pared, como en la figura 8-54. La barra se mantiene horizontalmente y luego se libera. En el momento en que se libera, determine *a*) la aceleración angular de la barra y *b*) la aceleración lineal de la punta de la barra. Considere que la fuerza de gravedad actúa en el centro de masa de la barra, como se muestra. [*Sugerencia:* Observe la figura 8-21*g*].

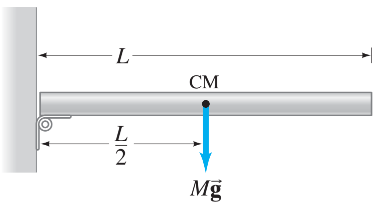


FIGURA 8–54 Problema 78.

79. Una rueda de masa M tiene radio R. Está detenida verticalmente sobre el suelo y se quiere ejercer una fuerza horizontal F en su eje de modo que suba un escalón contra el que descansa (figura 8-55). El escalón tiene altura h, donde $h < R$. ¿Qué fuerza mínima se necesita?

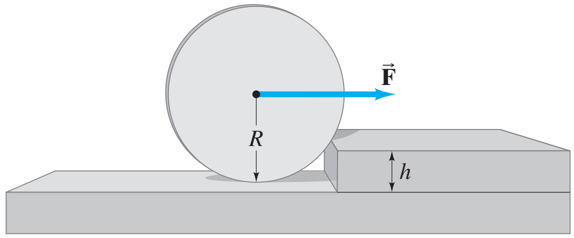


FIGURA 8–55 Problema 79.

80. Un ciclista que viaja con rapidez $v = 4.2$ m/s sobre un camino plano, da una vuelta con un radio $r = 6.4$ m. Las fuerzas que actúan sobre el ciclista y la bicicleta son la fuerza normal $((\vec{\mathbf{F}}_N))$ y la fuerza de fricción $((\vec{\mathbf{F}}_{fr}))$ que ejerce el camino sobre las llantas, y $m\vec{\mathbf{g}}$, el peso total del ciclista y la bicicleta (figura 8-56). *a*) Explique con detalle por qué el ángulo θ que la bicicleta forma con la vertical (figura 8-56) debe estar proporcionado por tan $\theta = F_{fr}/F_N$ si el ciclista debe mantener el equilibrio. *b*) Calcule θ para los valores dados. *c*) Si el coeficiente de fricción estática entre las llantas y el camino es $\mu_s = 0.70$, ¿cuál es el radio de vuelta mínimo?

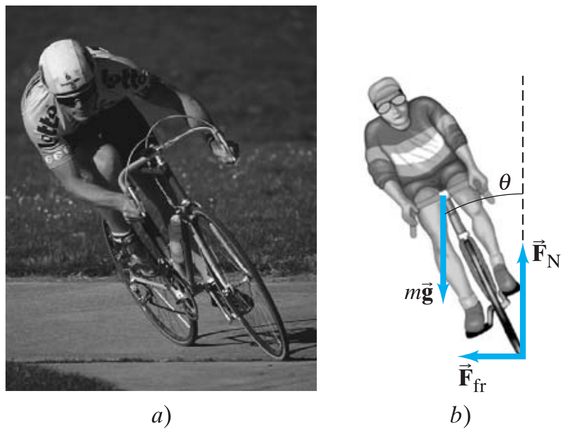


FIGURA 8–56 Problema 80.

81. Suponga que David coloca una piedra de 0.50 kg en una honda de 1.5 m de largo y comienza a dar vuelta a la piedra en un círculo casi horizontal sobre su cabeza, con lo que la acelera desde el reposo a una tasa de 120 rpm después de 5.0 s. ¿Cuál es la torca que se requiere para lograr esta hazaña y de dónde proviene la torca?

82. Considere el cuerpo de una patinadora de figura como un cilindro sólido, y sus brazos como barras delgadas, mediante estimaciones razonables para las dimensiones. Luego calcule la razón de la rapidez angular para una patinadora que gira con los brazos extendidos y con los brazos firmemente apretados contra su tronco.

83. Una persona participa en el diseño de un ensamble de embrague que consta de dos placas cilíndricas, de masas $M_A = 6.0$ kg y $M_B = 9.0$ kg, con radios iguales $R = 0.60$ m. Inicialmente están separadas (figura 8-57). La placa M_A se acelera desde el reposo hasta una velocidad angular $\omega_1 = 7.2$ rad/s en el tiempo $\Delta t = 2.0$ s. Calcule *a*) la cantidad de movimiento angular de M_A y *b*) la torca que se requirió para acelerar a M_A desde el reposo hasta ω_1. *c*) A la placa M_B, que en principio está en reposo pero es libre de girar sin fricción, se le deja caer verticalmente (o se le empuja mediante un resorte), de modo que esté en firme contacto con la placa M_A (sus superficies de contacto son de alta fricción). Antes del contacto, M_A giraba a ω_1 constante. Después del contacto, ¿a qué velocidad angular constante ω_2 girarán las dos placas?

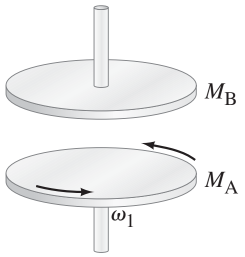


FIGURA 8–57 Problema 83.

84. Una canica de masa m y radio r rueda a lo largo de la pista curva con lazo de la figura 8-58. ¿Cuál es el valor mínimo de la altura vertical h que la canica debe caer si ha de alcanzar el punto más alto de la curva sin dejar la pista? Considere que $r << R$ e ignore las pérdidas por fricción.

85. Repita el problema 84, pero no suponga que $r << R$.

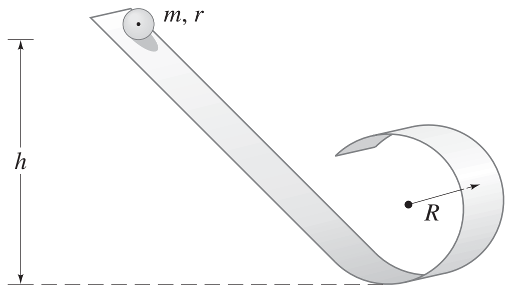


FIGURA 8–58 Problemas 84 y 85.

86. Las llantas de un automóvil dan 85 revoluciones cuando el auto reduce su rapidez uniformemente desde 90.0 hasta 60.0 km/h. Las llantas tienen 0.90 m de diámetro. *a*) ¿Cuál es la aceleración angular de cada llanta? *b*) Si el automóvil continúa desacelerando a esta tasa, ¿cuánto tiempo más requiere para detenerse?

Respuestas a los ejercicios

A: $f = 0.076$ Hz; $T = 13$ s.

B: $\vec{\mathbf{F}}_A$.

C: Sí; ella realiza trabajo para juntar sus brazos.

D: Se realizó trabajo al jalar la cuerda y disminuir el radio del círculo.

Todo el entorno construido, desde los modernos puentes hasta los rascacielos, requiere que los arquitectos e ingenieros determinen las fuerzas y tensiones dentro de tales estructuras. El objetivo es mantenerlas estáticas, es decir, que no se muevan, pero sobre todo, que permanezcan en pie.

El estudio de la estática también se aplica al cuerpo humano, pues permite analizar el equilibrio, las fuerzas en los músculos, articulaciones y huesos, e incluso ayuda a reducir la posibilidad de sufrir fracturas.

CAPÍTULO 9

Equilibrio estático, elasticidad y fractura

En este capítulo se estudian las fuerzas dentro de los objetos en reposo.

En este capítulo se estudiará un caso especial de la mecánica: en el cual tanto la fuerza neta como la torca neta sobre un objeto, o sistema de objetos, son cero. En este caso, también la aceleración lineal y la aceleración angular del objeto o sistema son cero. El objeto está en reposo, o bien, su centro de masa se mueve con velocidad constante. La atención se centrará principalmente en la primera situación, en la que el objeto u objetos están en reposo. Quizá alguien estará pensando que el estudio de los objetos en reposo no es muy interesante puesto que los objetos no tendrán ni velocidad ni aceleración, y porque la fuerza neta y la torca neta serán cero. Pero esto no implica que ninguna fuerza actúe sobre los objetos. De hecho, es virtualmente imposible encontrar un objeto sobre el que no actúen fuerzas. Cómo y dónde actúan dichas fuerzas es algo de suma importancia, tanto para los edificios y otras estructuras, como para el cuerpo humano.

En ocasiones, como se verá en este capítulo, las fuerzas son tan grandes que el objeto se *deforma* considerablemente, o incluso se puede *fracturar* (romper). Tratar de evitar tales problemas confiere a este campo de la *estática* todavía mayor importancia.

La **estática** se ocupa del cálculo de las fuerzas que actúan sobre y dentro de las estructuras que están en *equilibrio*. La determinación de tales fuerzas, que se estudia en la primera parte de este capítulo, permite entonces conocer con precisión si las estructuras pueden sostener las fuerzas sin sufrir deformación significativa o fractura, asuntos que se tratarán más adelante. Estas técnicas se aplican en una amplia variedad de campos. Los arquitectos e ingenieros deben ser capaces de calcular las fuerzas sobre los componentes estructurales de los edificios, puentes, máquinas, vehículos, y otras estructuras, ya que cualquier material se curvará o romperá si se le aplica demasiada fuerza (figura 9-1). En el cuerpo humano, el conocimiento de las fuerzas en los músculos y articulaciones es de gran valor para los médicos, terapeutas físicos y atletas.

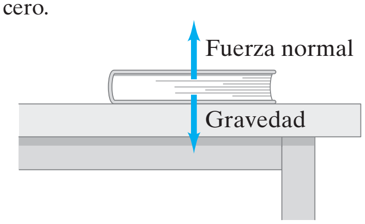
FIGURA 9–1 Paso peatonal elevado que se vino abajo en un hotel de Kansas City en 1981. En el ejemplo 9-12 se considera cómo un simple cálculo físico pudo haber evitado la trágica pérdida de más de 100 vidas.

9–1 Condiciones para el equilibrio

Los objetos que encontramos en la vida diaria tienen al menos una fuerza que actúa sobre ellos: la gravedad. Si están en reposo, entonces también deben existir otras fuerzas que actúen sobre ellos, de modo que la fuerza neta es cero. Un libro en reposo sobre una mesa, por ejemplo, tiene dos fuerzas que actúan sobre él: la fuerza descendente de la gravedad y la fuerza normal que la mesa ejerce hacia arriba sobre él (figura 9-2). Como la fuerza neta sobre el libro es cero, la fuerza ascendente que ejerce la mesa sobre el libro debe ser igual en magnitud a la fuerza de gravedad que actúa hacia abajo sobre él. Se dice que tal objeto está en **equilibrio** (palabra que proviene del latín y que significa "fuerzas iguales" o "balance") bajo la acción de esas dos fuerzas.

No hay que confundir las dos fuerzas en la figura 9-2 con las fuerzas iguales y opuestas de la tercera ley de Newton, que actúan sobre objetos diferentes. Aquí ambas fuerzas actúan sobre el mismo objeto.

FIGURA 9–2 El libro está en equilibrio; la fuerza neta sobre él es cero.



EJEMPLO 9–1 **Enderezado de dientes.** La banda de alambre de la figura 9-3*a* tiene una tensión F_T de 2.0 N a lo largo de ella. Por tanto, ejerce fuerzas de 2.0 N sobre el diente resaltado (al que está unido) en las dos direcciones mostradas. Calcule la fuerza resultante sobre el diente debida al alambre, F_R.

FÍSICA APLICADA
Ortodoncia

PLANTEAMIENTO Como las dos fuerzas F_T son iguales, su suma estará dirigida a lo largo de la línea que biseca el ángulo entre ellas, que se eligió sobre el eje y. Los componentes x de las dos fuerzas suman cero.

SOLUCIÓN El componente y de cada fuerza es $(2.0\,\text{N})(\cos 70°) = 0.684\,\text{N}$: al sumar los dos, se obtiene una fuerza resultante $F_R = 1.37$ N, como se indica en la figura 9-3*b*. Se supone que el diente está en equilibrio porque las encías ejercen una fuerza igual y opuesta. En realidad, esto no es así, porque el objetivo es mover el diente muy lentamente.

NOTA Si el alambre está firmemente unido al diente, la tensión hacia la derecha, por ejemplo, se puede hacer más grande que la de la izquierda, y entonces la fuerza resultante estará dirigida más hacia la derecha.

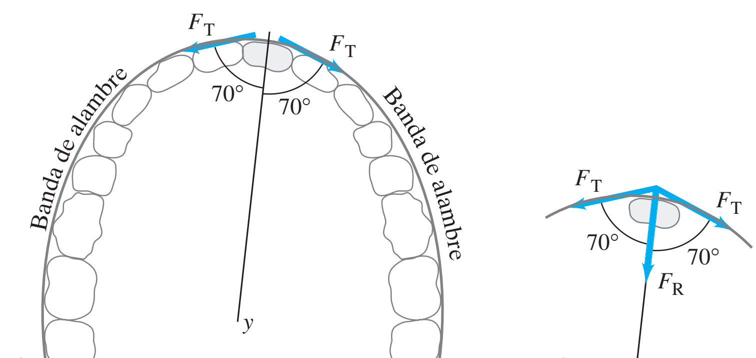


FIGURA 9–3 Fuerzas sobre un diente. Ejemplo 9-1.

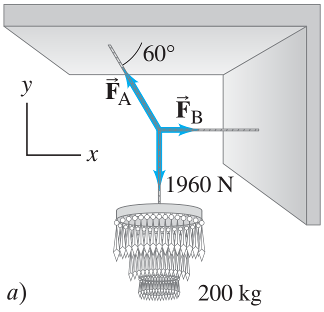
La primera condición para el equilibrio

Para que un objeto esté en reposo, la segunda ley de Newton dice que la suma de las fuerzas que actúan sobre él debe ser cero. Puesto que la fuerza es un vector, cada uno de los componentes de la fuerza neta debe ser cero. En consecuencia, una condición para el equilibrio es que

$$\Sigma F_x = 0, \qquad \Sigma F_y = 0, \qquad \Sigma F_z = 0. \tag{9–1}$$

Primera condición para el equilibrio: la suma de todas las fuerzas es cero.

Principalmente se tratará con fuerzas que actúan en un plano, así que por lo general sólo se necesitarán componentes x y y. Debe recordar que, si el componente de una fuerza particular apunta a lo largo de los ejes negativos x o y, debe tener signo negativo. A las ecuaciones 9-1 se les llama **primera condición para el equilibrio**.



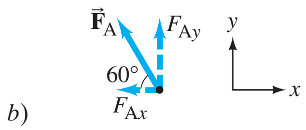


FIGURA 9–4 Ejemplo 9-2.

EJEMPLO 9–2 **Tensión en la cuerda de un candelabro.** Calcule las tensiones $\vec{F}_A$ y $\vec{F}_B$ en las dos cuerdas que están conectadas a la cuerda vertical que sostiene al candelabro de 200 kg de la figura 9-4.

PLANTEAMIENTO Se necesita un diagrama de cuerpo libre, ¿pero para cuál objeto? Si se elige al candelabro, la cuerda que lo sostiene debe ejercer una fuerza igual a su peso $mg = (200\ \text{kg})(9.8\ \text{m/s}^2) = 1960$ N. Pero las fuerzas $\vec{F}_A$ y $\vec{F}_B$ no están involucradas. En su lugar, se elige como objeto el punto donde se unen las tres cuerdas (podría ser un nudo). El respectivo diagrama de cuerpo libre se presenta en la figura 9-4*a*. Las tres fuerzas $-\vec{F}_A$, $\vec{F}_B$, y la tensión en la cuerda vertical igual al peso del candelabro de 200 kg actúan en este punto donde se unen las tres cuerdas. Para este punto de unión se escribe $\Sigma F_x = 0$ y $\Sigma F_y = 0$, pues el problema se encuentra en dos dimensiones. Se conocen las direcciones de $\vec{F}_A$ y $\vec{F}_B$, ya que la tensión en una soga sólo puede estar a lo largo de ella: cualquier otra dirección provocaría que la soga se doblara, como se vio en el capítulo 4. Así que las incógnitas son las magnitudes F_A y F_B.

SOLUCIÓN Primero hay que encontrar los componentes horizontal (x) y vertical (y) de $\vec{F}_A$. Aunque no se conoce el valor de F_A, se puede escribir (véase la figura 9-4*b*) $F_{Ax} = -F_A \cos 60°$ y $F_{Ay} = F_A \operatorname{sen} 60°$. $\vec{F}_B$ sólo tiene componente x. En la dirección vertical, se tiene la fuerza descendente ejercida por la cuerda vertical igual al peso del candelabro $= (200\ \text{kg})(g)$, y el componente vertical de $\vec{F}_A$ hacia arriba. Como $\Sigma F_y = 0$, se tiene

$$\Sigma F_y = F_A \operatorname{sen} 60° - (200\ \text{kg})(g) = 0$$

de este modo

$$F_A = \frac{(200\ \text{kg})g}{\operatorname{sen} 60°} = \frac{(200\ \text{kg})g}{0.866} = (231\ \text{kg})g = 2260\ \text{N}.$$

En la dirección horizontal,

$$\Sigma F_x = F_B - F_A \cos 60° = 0.$$

Por tanto

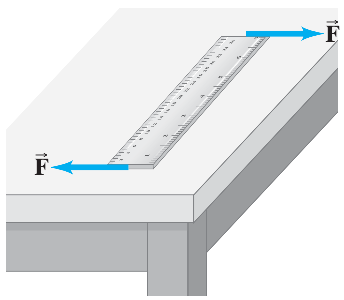
$$F_B = F_A \cos 60° = (231\ \text{kg})(g)(0.500) = (115\ \text{kg})g = 1130\ \text{N}.$$

Las magnitudes de $\vec{F}_A$ y $\vec{F}_B$ determinan la fortaleza de la cuerda o alambre que se debe usar. En este caso, el alambre debe ser capaz de aguantar más de 230 kg.

NOTA El valor de g, la aceleración de la gravedad, no se incluyó sino hasta el final. De esta forma se encontró la magnitud de la fuerza en términos de g por el número de kilogramos (que puede ser una cantidad más familiar que los newtons).

EJERCICIO A En el ejemplo 9-2, F_A tiene que ser mayor que el peso del candelabro, mg. ¿Por qué?

FIGURA 9–5 Aunque la fuerza neta sobre la regla es cero, ésta se mueve (gira). Un par de fuerzas iguales que actúan en direcciones opuestas pero en puntos diferentes sobre un objeto (como se muestra aquí) se conoce como un *par*.



La segunda condición para el equilibrio

Aunque las ecuaciones 9-1 son una condición necesaria para que un objeto esté en equilibrio, no siempre son una condición suficiente. La figura 9-5 muestra un objeto sobre el que la fuerza neta es cero. Aunque las dos fuerzas designadas como $\vec{F}$ representan una fuerza neta de cero sobre el objeto, dan origen a una torca neta que hará girar al objeto. Al hacer referencia a la ecuación 8-14, $\Sigma\tau = I\alpha$, se ve que, si un objeto ha de permanecer en reposo, la torca neta aplicada a él (calculada en torno a *cualquier* eje) debe ser cero. Así se llega a la **segunda condición para el equilibrio**: la suma de las torcas que actúan sobre un objeto, calculadas en torno a cualquier eje, deben ser cero:

Segunda condición para el equilibrio: la suma de todas las torcas es cero.

$$\Sigma\tau = 0. \tag{9–2}$$

Esta condición garantizará que la aceleración angular, α, en torno a cualquier eje sea cero. Si el objeto no está inicialmente en rotación ($\omega = 0$), no comenzará a girar. Las ecuaciones 9-1 y 9-2 son los únicos requisitos para que un objeto esté en equilibrio.

En el texto principalmente se considerarán casos en los que todas las fuerzas actúan en un plano (al que se le llama plano xy). En tales casos, la torca se calcula en torno a un eje que es perpendicular al plano xy. *La elección de este eje es arbitraria*. Si el objeto está en reposo, entonces $\Sigma\tau = 0$ está en torno a cualquier eje. En consecuencia, se puede elegir cualquier eje que haga más sencillos los cálculos. Una vez elegido el eje, todas las torcas se deben calcular en torno a éste.

PRECAUCIÓN

La elección del eje $\Sigma\tau = 0$ es arbitraria. Todas las torcas se deben calcular en torno al mismo eje.

EJEMPLO CONCEPTUAL 9–3 **Una palanca.** La barra en la figura 9-6 se usa como palanca para levantar una gran roca. La roca pequeña actúa como fulcro (punto pivote). La fuerza F_P que se requiere en el extremo largo de la barra puede ser mucho menor que el peso de la roca mg, pues es la *torca* que equilibra en la rotación en torno al fulcro. Sin embargo, si el sistema de palancas (apalancamiento) no es suficiente, y la roca grande no cede, ¿cuáles son las dos formas de aumentar el apalancamiento?

RESPUESTA Una forma es aumentar el brazo de palanca de la fuerza F_P deslizando un tubo en el extremo de la barra para así empujar con un brazo de palanca más largo. Una segunda forma es mover el fulcro más cerca de la roca grande. Esto cambia sólo un poco el largo brazo de palanca R, pero cambia el corto brazo de palanca r por una fracción sustancial y, así, modifica drásticamente la razón de R/r. Con la finalidad de levantar la roca, la torca debida a F_P debe al menos equilibrar la torca debida a mg, de modo que $mgr = F_P R$ y

$$\frac{r}{R} = \frac{F_P}{mg}.$$

Con un r más pequeño, el peso mg se puede equilibrar con menos fuerza F_P. La razón R/r es la **ventaja mecánica** del sistema. Una palanca es una "máquina simple". En el capítulo 4 (ejemplo 4-14), se analizó otra máquina simple: la polea.

FÍSICA APLICADA

La palanca

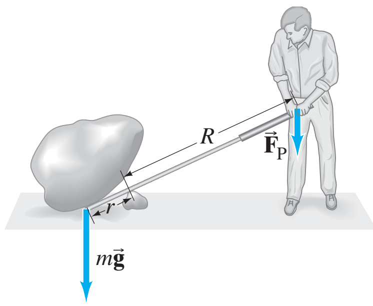


FIGURA 9–6 Ejemplo 9-3. Un brazo de palanca puede "multiplicar" la fuerza.

EJERCICIO B Por simplicidad, la ecuación del ejemplo 9-3 se escribió como si la palanca fuese perpendicular a las fuerzas. ¿La ecuación sería válida incluso para una palanca en un ángulo como el que se ilustra en la figura 9-6?

9–2 Resolución de problemas de estática

El tema de la estática es importante porque permite calcular ciertas fuerzas sobre (o dentro) de una estructura cuando algunas de las fuerzas sobre ella ya se conocen. En el texto se considerarán principalmente situaciones en las que todas las fuerzas actúan en un plano, así que se pueden tener dos ecuaciones de fuerza (componentes x y y) y una ecuación de torca, para un total de tres ecuaciones. Desde luego, quizá no sea necesario utilizar las tres ecuaciones. Cuando se usa la ecuación de torca, generalmente se considera que una torca que tiende a hacer girar al objeto en sentido contrario a las manecillas del reloj es positiva, mientras que una torca que tiende a girarlo en sentido de las manecillas se considera negativa. (Pero la convención opuesta no estaría equivocada).

RESOLUCIÓN DE PROBLEMAS

$\tau > 0$ en sentido contrario a las manecillas del reloj
$\tau < 0$ en sentido de las manecillas del reloj

Una de las fuerzas que actúa sobre los objetos es la fuerza de gravedad. El análisis en este capítulo se simplifica enormemente si se utiliza el concepto de centro de gravedad (CG) o centro de masa (CM), que, para propósitos prácticos, son el mismo punto. Como se analizó en la sección 7-8, se puede considerar que la fuerza de gravedad sobre el objeto actúa en su CG. Para objetos simétricamente uniformes, el CG está en el centro geométrico. Para objetos más complicados, el CG se determina como se explicó en la sección 7-8.

No existe una sola técnica para abordar los problemas de estática, pero el siguiente procedimiento resultará útil.

RESOLUCIÓN DE PROBLEMAS Estática

1. Elija un objeto a la vez. Elabore un minucioso **diagrama de cuerpo libre** donde se muestren todas las fuerzas que actúan sobre ese objeto y los puntos en los que actúan. Si no está seguro de la dirección de una fuerza, elija una dirección; si la dirección verdadera es opuesta, el cálculo dará un resultado con un signo menos.
2. Elija un **sistema coordenado** conveniente y determine los componentes de las fuerzas.
3. Escriba las **ecuaciones de equilibrio** para las **fuerzas** empleando letras para representar las incógnitas:
$$\Sigma F_x = 0 \quad \text{y} \quad \Sigma F_y = 0,$$
suponiendo que todas las fuerzas actúan en un plano.
4. Para la **ecuación de torca,**
$$\Sigma\tau = 0,$$
elija cualquier eje perpendicular al plano xy que pueda hacer el cálculo más sencillo. (Por ejemplo, puede reducirse el número de incógnitas en la ecuación resultante si se elige el eje de modo que una de las fuerzas desconocidas actúe a lo largo de él; entonces esta fuerza tendrá brazo de palanca cero y producirá torca cero, y por tanto no aparecerá en la ecuación). Hay que tener mucho cuidado en determinar correctamente el brazo de palanca para cada fuerza. Dé a cada torca un signo + o − para indicar su dirección. Por ejemplo, si las torcas tienden a hacer girar al objeto en sentido contrario a las manecillas del reloj serán positivas, entonces las que lo hacen girar en el sentido de las manecillas serán negativas.
5. **Resuelva** estas ecuaciones para las incógnitas. Tres ecuaciones permiten resolver un máximo de tres incógnitas. Pueden ser fuerzas, distancias o incluso ángulos.

FÍSICA APLICADA
Equilibrio de un sube y baja

EJEMPLO 9–4 Equilibrio de un sube y baja. Una tabla de masa $M = 2.0$ kg sirve como sube y baja para dos niños, como se indica en la figura 9-7*a*. El niño A tiene una masa de 30 kg y se sienta a 2.5 m del punto pivote, P (su centro de gravedad está a 2.5 m del pivote). ¿A qué distancia x del pivote se debe sentar la niña B, de 25 kg de masa, para equilibrar el sube y baja? Considere que la tabla es uniforme y que está centrada sobre el pivote.

PLANTEAMIENTO Siga explícitamente los pasos del recuadro de resolución de problemas.

SOLUCIÓN

1. **Diagrama de cuerpo libre.** Se elige la tabla como el objeto y se considera que está horizontal. Su diagrama de cuerpo libre se ilustra en la figura 9-7*b*. Las fuerzas que actúan sobre la tabla son las fuerzas que cada niño ejerce hacia abajo sobre ella, $\vec{\mathbf{F}}_A$ y $\vec{\mathbf{F}}_B$, la fuerza ascendente del pivote $\vec{\mathbf{F}}_N$, y la fuerza de gravedad sobre la tabla ($= Mg$), que actúa en el centro de la tabla uniforme.
2. **Sistema coordenado.** Se elige y como vertical, con el sentido positivo hacia arriba, y x horizontal hacia la derecha, con origen en el pivote.
3. **Ecuación de fuerza.** Todas las fuerzas están en la dirección y (vertical), así que
$$\Sigma F_y = 0$$
$$F_N - m_A g - m_B g - Mg = 0,$$
donde $F_A = m_A g$ y $F_B = m_B g$ porque cada niño está en equilibrio cuando el sube y baja está equilibrado.

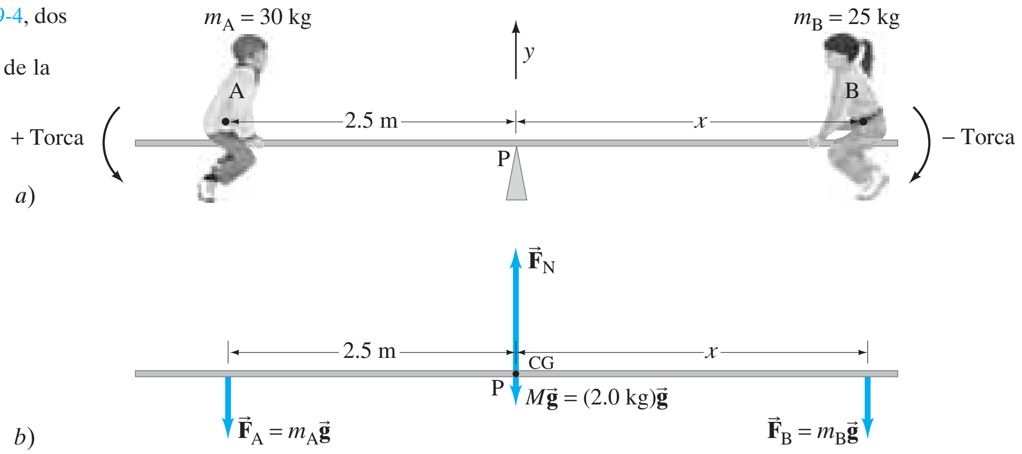


FIGURA 9–7 *a*) Ejemplo 9-4, dos niños sobre un sube y baja. *b*) Diagrama de cuerpo libre de la tabla.

4. **Ecuación de torca.** Calcule la torca en torno a un eje que pase a través de la tabla en el punto pivote, P. Entonces, los brazos de palanca para F_N y para el peso de la tabla son cero y aportarán torca cero (en torno al punto P) en la ecuación de torca. Por eso, esta última sólo incluirá a las fuerzas $\vec{\mathbf{F}}_A$ y $\vec{\mathbf{F}}_B$, que son iguales a los pesos de los niños. La torca ejercida por cada niño será mg por el brazo de palanca apropiado, que aquí es la distancia de cada niño desde el punto pivote. En consecuencia, la ecuación de torca es

$$\Sigma\tau = 0$$
$$m_A g(2.5\,\mathrm{m}) - m_B gx + Mg(0\,\mathrm{m}) + F_N(0\,\mathrm{m}) = 0$$

o

$$m_A g(2.5\,\mathrm{m}) - m_B gx = 0,$$

donde se eliminaron dos términos porque sus brazos de palanca eran cero.

5. **Resuelve.** Al resolver la ecuación de torca para x se obtiene

$$x = \frac{m_A}{m_B}(2.5\,\mathrm{m}) = \frac{30\,\mathrm{kg}}{25\,\mathrm{kg}}(2.5\,\mathrm{m}) = 3.0\,\mathrm{m}.$$

Para equilibrar el sube y baja, la niña B se debe sentar de modo que su CM esté a 3.0 m del punto pivote. Esto tiene sentido: como ella es más ligera, debe sentarse más lejos del pivote que el niño, que es más pesado.

EJERCICIO C Para resolver el ejemplo 9-4 no fue necesario usar la ecuación de fuerza, debido a la elección de los ejes. Emplee la ecuación de fuerza para encontrar la fuerza ejercida por el pivote.

EJEMPLO 9–5 **Fuerzas sobre una viga y soportes.** Una viga uniforme de 1500 kg y 20.0 m de largo sostiene una prensa de 15,000 kg, a 5.0 m desde la columna de soporte derecha (figura 9-8). Calcule la fuerza sobre cada una de las columnas de soporte vertical.

PLANTEAMIENTO Se analizan las fuerzas sobre la viga (la fuerza que la viga ejerce sobre cada columna es igual y opuesta a la fuerza que cada columna ejerce sobre la viga). Dichas fuerzas se designan como $\vec{\mathbf{F}}_A$ y $\vec{\mathbf{F}}_B$ en la figura 9-8. El peso de la viga actúa en su centro de gravedad, a 10.0 m de cualquier extremo. Elija un eje conveniente para escribir la ecuación de torca: el punto de aplicación de $\vec{\mathbf{F}}_A$ (designado como P), de modo que $\vec{\mathbf{F}}_A$ no entrará en la ecuación (su brazo de palanca será cero) y se tendrá una ecuación de una sola incógnita, F_B.

SOLUCIÓN La ecuación de torca, $\Sigma\tau = 0$, con la dirección positiva en el sentido contrario al de las manecillas del reloj,

$$\Sigma\tau = -(10.0\,\mathrm{m})(1500\,\mathrm{kg})g - (15.0\,\mathrm{m})(15{,}000\,\mathrm{kg})g + (20.0\,\mathrm{m})F_B = 0.$$

Al resolver para F_B, se encuentra $F_B = (12{,}000\,\mathrm{kg})g = 118{,}000\,\mathrm{N}$. Para encontrar F_A, se emplea $\Sigma F_y = 0$, con $+y$ hacia arriba:

$$\Sigma F_y = F_A - (1500\,\mathrm{kg})g - (15{,}000\,\mathrm{kg})g + F_B = 0.$$

Al colocar $F_B = (12{,}000\,\mathrm{kg})g$, se encuentra que $F_A = (4500\,\mathrm{kg})g = 44{,}100\,\mathrm{N}$.

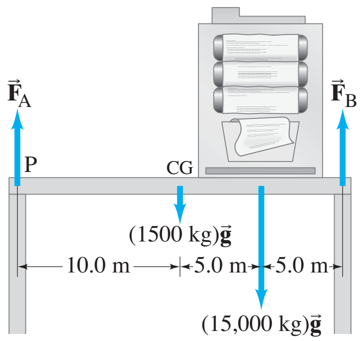


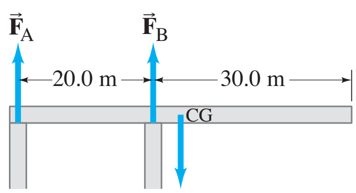
FIGURA 9–8 Una viga de 1500 kg soporta una máquina de 15,000 kg. Ejemplo 9-5.

La figura 9-9 ilustra una viga uniforme que se extiende más allá de su soporte como un trampolín. A tal viga se le llama **puente levadizo**. Las fuerzas que actúan sobre la viga de la figura 9-9 son las de los soportes, $\vec{\mathbf{F}}_A$ y $\vec{\mathbf{F}}_B$, y la fuerza de gravedad que actúa en el CG, 5.0 m a la derecha del soporte derecho. Si se sigue el procedimiento del último ejemplo y se calculan F_A y F_B, suponiendo que ambas apuntan hacia arriba como se muestra en la figura 9-9, se encontrará que F_A resulta negativa. Si la viga tiene una masa de 1200 kg y un peso $mg = 12{,}000$ N, entonces $F_B = 15{,}000$ N y $F_A = -3000$ N (véase el problema 10). Siempre que una fuerza desconocida resulte negativa, ello simplemente significa que la fuerza en realidad apunta en la dirección opuesta a la que se supuso. Por tanto, en la figura 9-9, $\vec{\mathbf{F}}_A$ en realidad apunta hacia abajo. Con un poco de reflexión queda claro que el soporte de la izquierda de hecho debe jalar hacia abajo sobre la viga (mediante tornillos, tuercas, sujetadores y/o pegamento) si la viga ha de estar en equilibrio; de otro modo, la suma de las torcas en torno al CG (o en torno al punto donde actúa $\vec{\mathbf{F}}_B$) no podría ser cero.

FÍSICA APLICADA
Puente levadizo

RESOLUCIÓN DE PROBLEMAS
Si una fuerza resulta negativa

FIGURA 9–9 Un puente levadizo.



Bisagras y cuerdas

El siguiente ejemplo se refiere a una viga unida a una pared mediante una bisagra y sostenida mediante un cable o cuerda (figura 9-10). Es importante recordar que un cable flexible puede sostener una fuerza sólo a lo largo de él. (Si hubiese un componente de fuerza perpendicular al cable, éste se doblaría porque es flexible). Pero, para un dispositivo rígido, como la bisagra en la figura 9-10, la fuerza podría estar en cualquier dirección que sólo se conocerá después de resolver el problema. Se supone que la bisagra es pequeña y suave, de modo que no ejerce torca interna (en torno a su centro) sobre la bisagra.

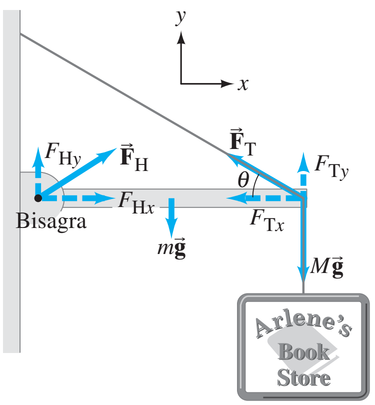


FIGURA 9–10 Ejemplo 9-6.

EJEMPLO 9–6 **Viga con bisagra y cable.** Una viga uniforme, de 2.20 m de longitud y masa $m = 25.0$ kg, está montada mediante una bisagra sobre una pared, como se aprecia en la figura 9-10. La viga se mantiene en una posición horizontal mediante un cable que forma un ángulo $\theta = 30.0°$, como se indica. La viga sostiene una señal de masa $M = 28.0$ kg suspendida de su extremo. Determine los componentes de la fuerza $\vec{\mathbf{F}}_B$ que la bisagra ejerce sobre la viga, y la tensión F_T en el cable de soporte.

PLANTEAMIENTO La figura 9-10 es el diagrama de cuerpo libre para la viga, donde se representan todas las fuerzas que actúan sobre la viga. También se muestran los componentes de $\vec{\mathbf{F}}_B$ y $\vec{\mathbf{F}}_T$. Se tienen tres incógnitas: F_{Bx}, F_{By} y F_T (nos dan θ), así que se necesitan tres ecuaciones, $\Sigma F_x = 0,\ \Sigma F_y = 0,\ \Sigma\tau = 0$.

SOLUCIÓN La suma de las fuerzas en la dirección vertical (y) es

$$\Sigma F_y = 0$$

$$F_{By} + F_{Ty} - mg - Mg = 0. \qquad \textbf{(i)}$$

En la dirección horizontal (x), la suma de las fuerzas es

$$\Sigma F_x = 0$$

$$F_{Bx} - F_{Tx} = 0. \qquad \textbf{(ii)}$$

Para la ecuación de torca se elige el eje en el punto donde actúan $\vec{\mathbf{F}}_T$ y $M\vec{\mathbf{g}}$ (de modo que la ecuación contiene entonces sólo una incógnita, F_{By}). Se eligen las torcas que tienden a hacer girar la viga en el sentido contrario a las manecillas del reloj como positivas. El peso mg de la viga (uniforme) actúa en su centro, así que se tiene

$$\Sigma\tau = 0$$

$$-(F_{By})(2.20\,\text{m}) + mg(1.10\,\text{m}) = 0.$$

Se resuelve para F_{By}:

$$F_{By} = \left(\frac{1.10\,\text{m}}{2.20\,\text{m}}\right)mg = (0.500)(25.0\,\text{kg})(9.80\,\text{m/s}^2) = 123\,\text{N}. \qquad \textbf{(iii)}$$

A continuación, como la tensión $\vec{\mathbf{F}}_T$ en el cable actúa a lo largo de éste ($\theta = 30.0°$), a partir de la figura 9-10 se ve que $\tan\theta = F_{Ty}/F_{Tx}$, o

$$F_{Ty} = F_{Tx}\tan\theta = F_{Tx}(\tan 30.0°) = 0.577\,F_{Tx}. \qquad \textbf{(iv)}$$

La ecuación (i) anterior da

$$F_{Ty} = (m + M)g - F_{By} = (53.0\,\text{kg})(9.80\,\text{m/s}^2) - 123\,\text{N} = 396\,\text{N};$$

Las ecuaciones (iv) y (ii) dan

$$F_{Tx} = F_{Ty}/0.577 = 687\,\text{N};$$

$$F_{Hx} = F_{Tx} = 687\,\text{N}.$$

Los componentes de $\vec{\mathbf{F}}_B$ son $F_{By} = 123$ N y $F_{Bx} = 687$ N. La tensión en el alambre es $F_T = \sqrt{F_{Tx}^2 + F_{Ty}^2} = 793\,\text{N}$.

Solución alterna Observemos el efecto de elegir un eje diferente para calcular las torcas, como un eje a través de la bisagra. Entonces el brazo de palanca para F_B es cero, y la ecuación de torca $(\Sigma\tau = 0)$ se convierte en

$$-mg(1.10\,\text{m}) - Mg(2.20\,\text{m}) + F_{\text{T}y}(2.20\,\text{m}) = 0.$$

Al resolver para $F_{\text{T}y}$ se encuentra

$$F_{\text{T}y} = \frac{m}{2}g + Mg = (12.5\,\text{kg} + 28.0\,\text{kg})(9.80\,\text{m/s}^2) = 397\,\text{N}.$$

Se obtiene el mismo resultado, dentro de la precisión de las cifras significativas.

NOTA No importa cuál eje se elija para $\Sigma\tau = 0$. Utilizar un segundo eje sirve como comprobación.

Ejemplo adicional: la escalera

EJEMPLO 9–7 **Escalera.** Una escalera de 5.0 m de largo está apoyada contra una pared en un punto a 4.0 m sobre un piso de cemento, como se ilustra en la figura 9-11. La escalera es uniforme y tiene masa $m = 12.0$ kg. Si se supone que la pared no tiene fricción (pero el piso sí), determine las fuerzas que el piso y la pared ejercen sobre la escalera.

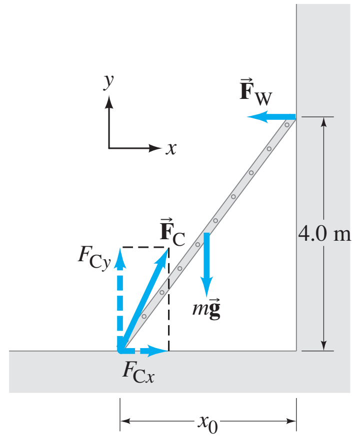


FIGURA 9–11 Una escalera está apoyada contra una pared. Ejemplo 9-7.

PLANTEAMIENTO La figura 9-11 es el diagrama de cuerpo libre para la escalera, en el que se representan todas las fuerzas que actúan sobre ella. La pared, puesto que no tiene fricción, sólo puede ejercer una fuerza perpendicular (una fuerza normal), la que se designa como $\vec{\mathbf{F}}_\text{P}$. El piso de cemento ejerce una fuerza $\vec{\mathbf{F}}_\text{C}$ que tiene componentes de fuerza horizontal y vertical: $F_{\text{C}x}$ es la fuerza de fricción y $F_{\text{C}y}$ es la fuerza normal. Finalmente, la gravedad ejerce una fuerza $mg = (12.0\,\text{kg})(9.80\,\text{m/s}^2) = 118$ N sobre la escalera en su punto medio, pues la escalera es uniforme.

SOLUCIÓN Se emplearán de nuevo las condiciones de equilibrio, $\Sigma F_x = 0$, $\Sigma F_y = 0$, $\Sigma\tau = 0$. Se necesitarán las tres, pues existen tres incógnitas: F_P, $F_{\text{C}x}$ y $F_{\text{C}y}$. El componente y de la ecuación de fuerza es

$$\Sigma F_y = F_{\text{C}y} - mg = 0,$$

así que inmediatamente se tiene

$$F_{\text{C}y} = mg = 118\,\text{N}.$$

El componente x de la ecuación de fuerza es

$$\Sigma F_x = F_{\text{C}x} - F_\text{P} = 0.$$

Para determinar tanto $F_{\text{C}x}$ como F_P, se necesita una ecuación de torca. Si se elige calcular torcas en torno a un eje a través del punto donde la escalera toca el piso de cemento, entonces $\vec{\mathbf{F}}_\text{C}$, que actúa en este punto, tendrá un brazo de palanca cero, de modo que no entrará en la ecuación. La escalera toca el piso a una distancia $x_0 = \sqrt{(5.0\,\text{m})^2 - (4.0\,\text{m})^2} = 3.0$ m de la pared. El brazo de palanca para mg es la mitad de esto, o 1.5 m, y el brazo de palanca para F_P es 4.0 m (figura 9-11). Se obtiene

$$\Sigma\tau = (4.0\,\text{m})F_\text{P} - (1.5\,\text{m})mg = 0.$$

En consecuencia

$$F_\text{P} = \frac{(1.5\,\text{m})(12.0\,\text{kg})(9.8\,\text{m/s}^2)}{4.0\,\text{m}} = 44\,\text{N}.$$

Entonces, a partir del componente x de la ecuación de fuerza,

$$F_{\text{C}x} = F_\text{P} = 44\,\text{N}.$$

Dado que los componentes de $\vec{\mathbf{F}}_\text{C}$ son $F_{\text{C}x} = 44$ N y $F_{\text{C}y} = 118$ N, entonces

$$F_\text{C} = \sqrt{(44\,\text{N})^2 + (118\,\text{N})^2} = 126\,\text{N} \approx 130\,\text{N}$$

(redondeado a dos cifras significativas) y actúa en un ángulo en relación con el piso de

$$\theta = \tan^{-1}(118\,\text{N}/44\,\text{N}) = 70°.$$

NOTA La fuerza $\vec{\mathbf{F}}_\text{C}$ *no* tiene que actuar a lo largo de la dirección de la escalera, porque ésta es rígida y no flexible como una cuerda o un cable.

EJERCICIO D ¿Por qué es razonable ignorar la fricción a lo largo de la pared, pero no es razonable ignorarla a lo largo del piso?

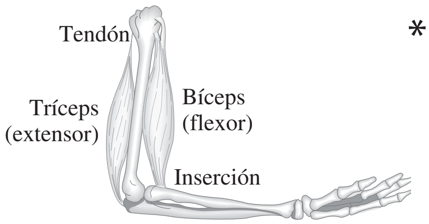
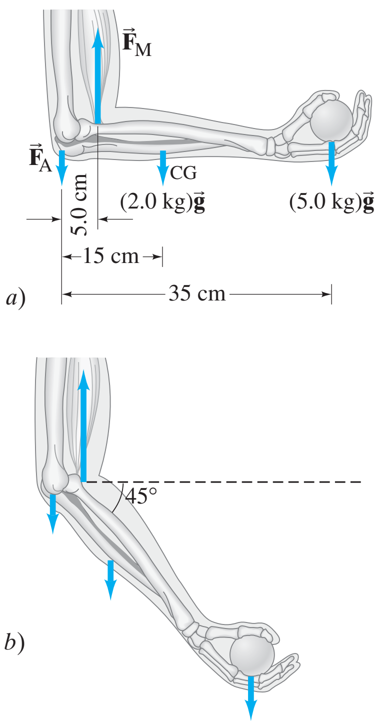


FIGURA 9–12 Bíceps (flexor) y tríceps (extensor) en el brazo humano.

FÍSICA APLICADA
Fuerzas en los músculos y las articulaciones

FIGURA 9–13 Ejemplo 9-8.



FÍSICA APLICADA
Inserción de un músculo y brazo de palanca

FÍSICA APLICADA
Fuerzas sobre la columna vertebral y dolor de espalda

* 9–3 Aplicaciones a músculos y articulaciones

Las técnicas que se han expuesto para calcular las fuerzas sobre los objetos en equilibrio se pueden aplicar fácilmente al cuerpo humano (o animal) y resultan de gran utilidad al estudiar las fuerzas sobre músculos, huesos y articulaciones para los organismos en movimiento o en reposo. Por lo general, un músculo está unido, mediante tendones, a dos huesos diferentes, como se observa en la figura 9-12. Los puntos de unión se llaman *inserciones*. Dos huesos están conectados flexiblemente con una *articulación*, como las del codo, rodilla y cadera. Un músculo ejerce un jalón cuando sus fibras se contraen bajo estimulación nerviosa, pero un músculo no puede ejercer un empujón. Los músculos que tienden a acercar dos extremidades, como el bíceps en el brazo (figura 9-12) se llaman *flexores*; los que actúan para extender una extremidad hacia afuera, como el tríceps en la figura 9-12, se llaman *extensores*. El flexor del brazo se usa cuando se eleva un objeto que se tiene en la mano; el extensor se usa cuando se lanza una bola.

EJEMPLO 9–8 **Fuerza ejercida por el bíceps.** ¿Cuánta fuerza debe ejercer el bíceps cuando una masa de 5.0 kg se sostiene en la mano *a*) con el brazo horizontal como en la figura 9-13*a*, y *b*) cuando el brazo está en un ángulo de 45° como en la figura 9-13*b*? Se supone que la masa conjunta del antebrazo y la mano es de 2.0 kg y que su CG es como se muestra.

PLANTEAMIENTO Las fuerzas que actúan en el antebrazo se muestran en la figura 9-13 e incluyen los pesos del brazo y la bola, la fuerza ascendente $\vec{\mathbf{F}}_M$ que ejerce el músculo y una fuerza $\vec{\mathbf{F}}_A$ que el hueso ejerce en la articulación en el brazo (se supone que todo actúa verticalmente). Se quiere encontrar la magnitud de $\vec{\mathbf{F}}_M$, lo que se hace más fácilmente si se usa la ecuación de torca y se elige el eje a través de la articulación de modo que $\vec{\mathbf{F}}_A$ aporte una torca cero.

SOLUCIÓN *a*) Se calculan las torcas en torno al punto donde actúa $\vec{\mathbf{F}}_A$ en la figura 9-13*a*. La ecuación $\Sigma\tau = 0$ da

$$(0.050\,\mathrm{m})F_M - (0.15\,\mathrm{m})(2.0\,\mathrm{kg})g - (0.35\,\mathrm{m})(5.0\,\mathrm{kg})g = 0.$$

Se resuelve para F_M:

$$F_M = \frac{(0.15\,\mathrm{m})(2.0\,\mathrm{kg})g + (0.35\,\mathrm{m})(5.0\,\mathrm{kg})g}{0.050\,\mathrm{m}} = (41\,\mathrm{kg})g = 400\,\mathrm{N}.$$

b) El brazo de palanca, calculado en torno a la articulación, se reduce por el factor sen 45° para las tres fuerzas. La ecuación de torca se parecerá a la que se presenta líneas arriba, excepto que cada término tendrá su brazo de palanca reducido por el mismo factor, que se cancelará. Se obtiene el mismo resultado: $F_M = 400$ N.

NOTA La fuerza que se requiere del músculo (400 N) es bastante grande en comparación con el peso del objeto levantado (49 N). De hecho, los músculos y articulaciones del cuerpo generalmente están sujetos a fuerzas muy intensas.

El punto de inserción de un músculo varía de persona a persona. Un ligero aumento en la distancia de la articulación hacia el punto de inserción del bíceps de 5.0 cm a 5.5 cm puede representar una ventaja considerable al momento de levantar y lanzar objetos. Con frecuencia se encuentra que los atletas campeones tienen inserciones de músculo localizadas más lejos de la articulación que la persona promedio, y si esto sucede con un músculo, generalmente sucede con todos.

Como otro ejemplo de las grandes fuerzas que se aplican dentro del cuerpo humano, considera los músculos que actúan para sostener el tronco cuando una persona se flexiona hacia delante (figura 9-14*a*). La vértebra inferior en la columna vertebral (la quinta vértebra lumbar) actúa como fulcro para esta posición flexionada. Los músculos "erectores de la espina" en la espalda, que sostienen el tronco, actúan en un ángulo efectivo de aproximadamente 12° con respecto al eje de la columna vertebral. La figura 9-14*b* es un esquema simplificado que muestra las fuerzas en la parte superior del cuerpo. Se supone que el tronco forma un ángulo de 30° con la horizontal.

La fuerza que ejercen los músculos de la espalda se representa mediante $\vec{\mathbf{F}}_M$, la fuerza que se ejerce sobre la base de la columna en la vértebra más baja es $\vec{\mathbf{F}}_V$, y $\vec{\mathbf{w}}_C$, $\vec{\mathbf{w}}_B$, y $\vec{\mathbf{w}}_T$ y representan los pesos de la **c**abeza, los **b**razos que cuelgan libremente y el **t**ronco, respectivamente. Los valores que se indican son aproximaciones tomadas de la tabla 7-1. Las distancias (en cm) se refieren a una persona de 180 cm de alto, pero están aproximadamente en la misma razón de 1:2:3 para una persona promedio de cualquier altura, y entonces el resultado en el ejemplo siguiente es independiente de la altura de la persona.

EJEMPLO 9–9 **Fuerzas sobre la espalda.** Calcule la magnitud y dirección de la fuerza $\vec{\mathbf{F}}_V$ que actúa sobre la quinta vértebra lumbar para el ejemplo de la figura 9-14*b*.

PLANTEAMIENTO Se utilizará el modelo de la parte superior del cuerpo descrita anteriormente y que se ilustra en la figura 9-14*b*. Es posible calcular F_M mediante la ecuación de torca si se toma el eje en la base de la columna vertebral (punto S); con esta elección, la otra incógnita, F_V, no aparece en la ecuación porque su brazo de palanca es cero. Para determinar los brazos de palanca, se necesitan funciones trigonométricas.

SOLUCIÓN Para $\vec{\mathbf{F}}_M$, el brazo de palanca (distancia perpendicular desde el eje de rotación a la línea de acción de la fuerza) será la distancia real donde actúa la fuerza (48 cm) multiplicada por sen 12°, como se indica en la figura 9-14*c*. Los brazos de palanca para $\vec{\mathbf{w}}_C$, $\vec{\mathbf{w}}_B$ y $\vec{\mathbf{w}}_T$ se pueden ver en la figura 9-14*b* que están a sus respectivas distancias desde S por sen 60°. F_M tiende a girar el tronco en sentido contrario a las manecillas del reloj, lo que se toma como positivo. Por su parte, $\vec{\mathbf{w}}_C$, $\vec{\mathbf{w}}_B$ y $\vec{\mathbf{w}}_T$ aportarán torcas negativas. Entonces, $\Sigma\tau = 0$ da

$$(0.48\,\mathrm{m})(\mathrm{sen}\,12^\circ)(F_M) - (0.72\,\mathrm{m})(\mathrm{sen}\,60^\circ)(w_C)$$
$$- (0.48\,\mathrm{m})(\mathrm{sen}\,60^\circ)(w_B) - (0.36\,\mathrm{m})(\mathrm{sen}\,60^\circ)(w_T) = 0.$$

Al resolver para F_M y colocar los valores de w_C, w_B y w_T que se dan en la figura 9-14*b*, se encuentra

$$F_M = \frac{(0.72\,\mathrm{m})(0.07w) + (0.48\,\mathrm{m})(0.12w) + (0.36\,\mathrm{m})(0.46w)}{(0.48\,\mathrm{m})(\mathrm{sen}\,12^\circ)}(\mathrm{sen}\,60^\circ)$$
$$= 2.37w \approx 2.4w,$$

donde w es el peso total del cuerpo. Para obtener los componentes de $\vec{\mathbf{F}}_V$ se usan los componentes x y y de la ecuación de fuerza (notando que $30^\circ - 12^\circ = 18^\circ$):

$$\Sigma F_y = F_{Vy} - F_M\,\mathrm{sen}\,18^\circ - w_C - w_B - w_T = 0$$

de modo que

$$F_{Vy} = 1.38w \approx 1.4w,$$

y

$$\Sigma F_x = F_{Vx} - F_M \cos 18^\circ = 0$$

así que

$$F_{Vx} = 2.25w \approx 2.3w,$$

donde se conservan 3 cifras significativas para efectuar el cálculo, pero se redondean a 2 para dar la respuesta. Entonces

$$F_V = \sqrt{F_{Vx}^2 + F_{Vy}^2} = 2.6w.$$

El ángulo θ que F_V forma con la horizontal está dado por $\tan\theta = F_{Vy}/F_{Vx} = 0.61$, así que $\theta = 32^\circ$.

NOTA ¡La fuerza sobre la quinta vértebra lumbar equivale a más de $2\frac{1}{2}$ veces el peso total del cuerpo! Esta fuerza la ejerce el sacro en la base de la columna, mediante el *disco intervertebral* lleno de fluido y un poco flexible. Los discos en la base de la columna claramente son comprimidos bajo fuerzas muy grandes. [Si el cuerpo estuviese menos doblado (por ejemplo, si el ángulo de 30° en la figura 9-14*b* se convirtiera en uno de 40° o 50°), entonces la tensión sobre la espalda baja será menor (véase el problema 35)].

Si la persona de la figura 9-14 tiene una masa de 90 kg y sostiene 20 kg en sus manos (esto aumenta w_B a $0.34w$), entonces F_V aumenta hasta llegar a representar casi cuatro veces el peso de la persona ($3.7w$). Para esta persona de 200 lb, ¡la fuerza sobre el disco sería casi de 700 lb! Con tales fuerzas tan intensas en acción, es explicable que tantas personas sufran de dolor de espalda baja en un momento u otro.

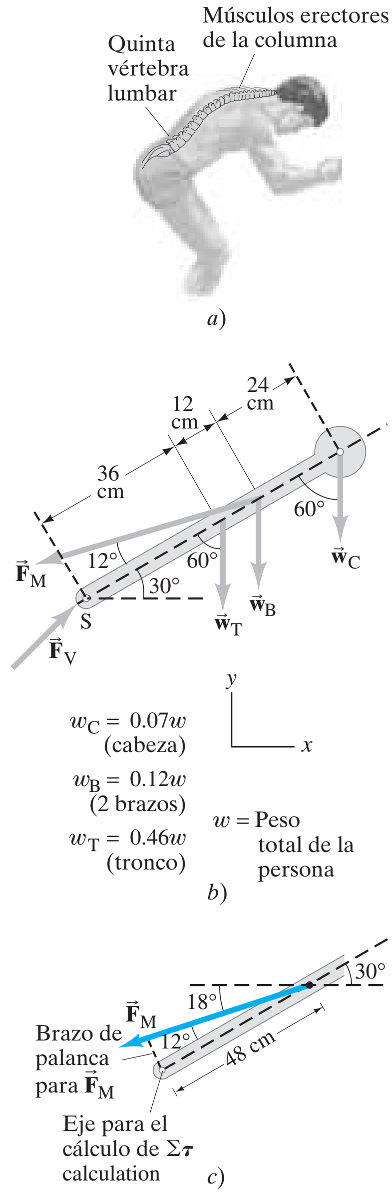


FIGURA 9–14 *a*) Una persona flexionada. *b*) Fuerzas sobre la espalda ejercida por los músculos de la espalda $(\vec{\mathbf{F}}_M)$ y por la vértebra $(\vec{\mathbf{F}}_V)$ cuando una persona se flexiona. *c*) Cómo encontrar el brazo de palanca para $\vec{\mathbf{F}}_M$.

9–4 Estabilidad y balance

Equilibrios estable e inestable

Un objeto en equilibrio estático, si se le deja imperturbado, no experimentará aceleración de traslación ni de rotación, ya que la suma de todas las fuerzas y la suma de todas las torcas que actúan sobre él son cero. Sin embargo, si el objeto se desplaza ligeramente, existen tres resultados posibles**: 1.** el objeto regresa a su posición original, en cuyo caso se dice que está en **equilibrio estable**; **2.** el objeto se mueve todavía más lejos de su posición original, y se dice que está en **equilibrio inestable**; o **3.** el objeto permanece en su nueva posición, y entonces se dice que está en **equilibrio neutro**.

Considere los siguientes ejemplos. Una bola suspendida libremente de una cuerda está en equilibrio estable, pero si se le desplaza a un lado, regresará a su posición original (figura 9-15*a*) a causa de la fuerza y torca netas que se ejercen sobre ella. Por otra parte, un lápiz colocado sobre su punta está en equilibrio inestable. Si su centro de gravedad está directamente sobre su punta (figura 9-15*b*), la fuerza y torca netas sobre él serán cero. Pero si se le desplaza incluso ligeramente como se muestra (por ejemplo, mediante una ligera vibración o una leve corriente de aire) existirá una torca sobre él que actuará para hacerlo que continúe su caída en la dirección del desplazamiento original. Por último, un ejemplo de objeto en equilibrio neutro es una esfera que descansa sobre una mesa horizontal. Si se coloca ligeramente a un lado, permanecerá en su nueva posición: ninguna torca neta actuará sobre ella.

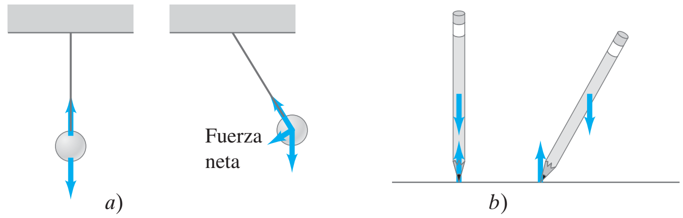


FIGURA 9–15 *a*) Equilibrio estable y *b*) equilibrio inestable.

En la mayoría de las situaciones, como en el diseño de estructuras y al trabajar con el cuerpo humano, el interés reside en conservar el equilibrio estable, o *balance*, como a veces se le llama. En general, un objeto cuyo centro de gravedad (CG) está debajo de su punto de soporte, como una bola sobre una cuerda, estará en equilibrio estable. Si el CG está sobre la base de soporte, se está ante una situación más complicada. Considere un refrigerador cuyo lado inferior está apoyado sobre el piso (figura 9-16*a*). Si se inclina ligeramente, regresará a su posición original por la torca que se ejerce sobre él, como se indica en la figura 9-16*b*. Pero si se le inclina demasiado (figura 9-16*c*), terminará por caer. El punto crítico se alcanza cuando el CG se recorre desde un lado del punto pivote al otro. Cuando el CG está a un lado, la torca jala al objeto de vuelta a su base de soporte original (figura 9-16*b*). Si el objeto es inclinado más allá, el CG pasa al punto pivote y la torca provoca que el objeto vuelque (figura 9-16*c*). En general, *un objeto cuyo centro de gravedad está sobre su base de soporte estará estable si una línea vertical proyectada hacia abajo desde el CG cae dentro de la base de soporte*. Esto se debe a que la fuerza normal hacia arriba sobre el objeto (que equilibra la gravedad) se puede ejercer sólo dentro del área de contacto, así que, si la fuerza de gravedad actúa más allá de esta área, actuará una torca neta para volcar al objeto.

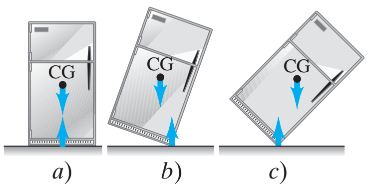
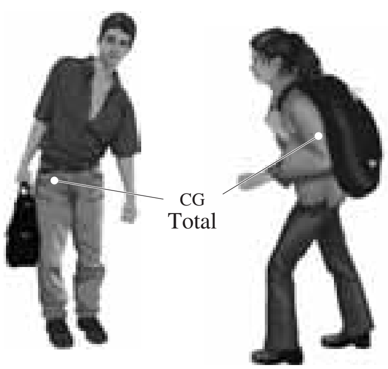


FIGURA 9–16 Equilibrio de un refrigerador que descansa sobre un piso plano.

La estabilidad, entonces, puede ser relativa. Un ladrillo que se encuentra sobre su cara más ancha es más estable que un ladrillo que se sostiene sobre su extremo, porque se requerirá más esfuerzo para voltear al primero. En el caso extremo del lápiz de la figura 9-15*b*, la base es prácticamente un punto y la perturbación más ligera lo hará caer. En general, cuanto más grande sea la base y cuanto más bajo esté el CG, más estable será el objeto.

FIGURA 9–17 Los humanos ajustan su postura para lograr estabilidad cuando llevan cargas.



FÍSICA APLICADA

Humanos y balance

En este sentido, los humanos son mucho menos estables que los mamíferos de cuatro patas, que no sólo tienen una base de soporte más grande por sus cuatro piernas, sino que también tienen un centro de gravedad más bajo. Cuando una persona camina y realiza otros tipos de movimientos, continuamente efectúa cambios en el cuerpo de modo que su CG esté sobre los pies, aunque, en el adulto normal, esto no requiere de pensamiento consciente. Incluso un movimiento tan simple como doblarse hacia delante requiere mover las caderas hacia atrás de modo que el CG permanezca sobre los pies, y este reposicionamiento se realiza sin pensar en él. Para comprobar esto, colóquese con los talones y la espalda contra una pared e intente tocar los dedos de sus pies. No será capaz de hacerlo sin caer. Las personas que llevan cargas pesadas automáticamente ajustan sus posturas de modo que el CG de la masa total esté sobre sus pies (figura 9-17).

* 9–5 Elasticidad; tensión y deformación

En la primera parte de este capítulo se estudió cómo calcular las fuerzas sobre los objetos en equilibrio. En esta sección se estudiarán los efectos de esas fuerzas: cualquier objeto cambia de forma bajo la acción de las fuerzas aplicadas. Si las fuerzas son lo suficientemente intensas, el objeto se romperá, o *fracturará*, como se verá en la sección 9-6.

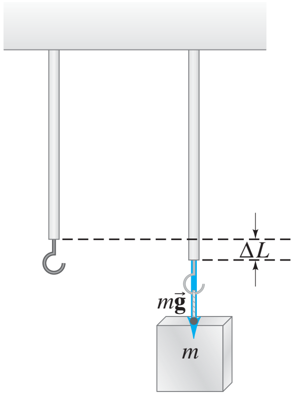


FIGURA 9–18 Ley de Hooke: $\Delta L \propto$ fuerza aplicada.

* Elasticidad y ley de Hooke

Si una fuerza se ejerce sobre un objeto, como la varilla metálica suspendida verticalmente que se representa en la figura 9-18, la longitud del objeto cambia. Los experimentos demuestran que si la cantidad de elongación, ΔL, es pequeña en comparación con la longitud del objeto, ΔL será proporcional a la fuerza ejercida sobre el objeto. Esta proporcionalidad, como se vio en la sección 6-4, se puede expresar como ecuación:

$$F = k\,\Delta L. \tag{9–3}$$

Ley de Hooke (de nuevo)

Aquí, F representa la fuerza que jala sobre el objeto, ΔL es el cambio en la longitud y k es una constante de proporcionalidad. La ecuación 9-3, a la que a veces se llama **ley de Hooke**[†] en honor de Robert Hooke (1635-1703), quien primero la describió, es válida para casi cualquier material sólido desde el hierro hasta el hueso, pero sólo es válida hasta cierto punto. Si la fuerza es muy grande, el objeto se estira de manera excesiva y eventualmente terminará por romperse.

La figura 9-19 muestra una gráfica típica de la fuerza aplicada contra la elongación. Hasta un punto denominado **límite proporcional**, la ecuación 9-3 es una buena aproximación para muchos materiales comunes, y la curva es en realidad una línea recta. Más allá de este punto, la gráfica se desvía de una línea recta y no existe una relación simple entre F y ΔL. No obstante, en un punto más allá a lo largo de la curva, llamado el **límite elástico**, el objeto regresará a su longitud original si se elimina la fuerza aplicada. La región desde el origen hasta el límite elástico se conoce como *región elástica*. Si el objeto es estirado más allá del límite elástico, ingresa a la *región plástica*: no regresa a la longitud original cuando se remueve la fuerza externa, sino que permanece deformado (como un clip doblado). La elongación máxima se alcanza en el *punto de ruptura*. La fuerza máxima que se puede aplicar sin rompimiento se llama **resistencia máxima a la rotura** del material (en realidad, fuerza por unidad de área, como se explica en la sección 9-6).

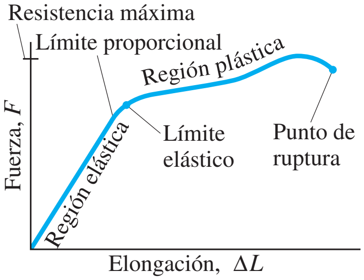


FIGURA 9–19 Fuerza aplicada contra elongación para un metal típico bajo tensión.

* Módulo de Young

La cantidad de elongación de un objeto, como la barra que se ilustra en la figura 9-18, no sólo depende de la fuerza aplicada, sino también del material del que esté hecho y de sus dimensiones. Esto es, la constante k en la ecuación 9-3 se puede escribir en términos de estos factores.

[†] El término "ley" que se aplica a esta relación en realidad no es apropiado, pues, ante todo, sólo es una aproximación y, en segundo lugar, se refiere solamente a un conjunto limitado de fenómenos. La mayoría de los físicos prefieren reservar la palabra "ley" para aquellas relaciones que son más profundas, más precisas y más extensivas en su aplicación, como las leyes de Newton del movimiento o la ley de la conservación de la energía.

TABLA 9–1 Módulos elásticos

Material	Módulo de Young E (N/m²)	Módulo de corte G (N/m²)	Módulo volumétrico B (N/m²)
Sólidos			
Hierro, fundido	100×10^9	40×10^9	90×10^9
Acero	200×10^9	80×10^9	140×10^9
Latón	100×10^9	35×10^9	80×10^9
Aluminio	70×10^9	25×10^9	70×10^9
Concreto	20×10^9		
Ladrillo	14×10^9		
Mármol	50×10^9		70×10^9
Granito	45×10^9		45×10^9
Madera (pino) (paralela a la veta)	10×10^9		
(perpendicular a la veta)	1×10^9		
Nylon	5×10^9		
Hueso (pierna)	15×10^9	80×10^9	
Líquidos			
Agua			2.0×10^9
Alcohol (etílico)			1.0×10^9
Mercurio			2.5×10^9
Gases[†]			
Aire, H_2, He, CO_2			1.01×10^5

[†] A presión atmosférica normal; ninguna variación en temperatura durante el proceso.

Si se comparan barras elaboradas del mismo material pero de diferentes longitudes y áreas transversales, se encuentra que, para la misma fuerza aplicada, la cantidad de estiramiento (que de nuevo se supone pequeña en comparación con la longitud total) es proporcional a la longitud original e inversamente proporcional al área transversal. Esto es, cuanto más largo sea el objeto, mayor elongación se produce bajo la acción de una fuerza dada; y cuanto más grueso sea, menor es la elongación. Estos hallazgos se combinan con la ecuación 9-3 para dar

$$\Delta L = \frac{1}{E}\frac{F}{A}L_0, \qquad \textbf{(9–4)}$$

donde L_0 es la longitud original del objeto, A es el área transversal y ΔL es el cambio en longitud que provoca la fuerza aplicada F. E es una constante de proporcionalidad[‡] conocida como **módulo elástico** o **módulo de Young**; su valor sólo depende del material. En la tabla 9-1 se proporciona el valor del módulo de Young para varios materiales (los módulos de corte y volumétrico se analizarán más adelante en esta sección). Puesto que E es una propiedad exclusiva del material y es independiente del tamaño o forma del objeto, la ecuación 9-4 es mucho más útil para cálculos prácticos que la ecuación 9-3.

Módulo de Young

EJEMPLO 9–10 Tensión en una cuerda de piano. Una cuerda de acero de piano mide 1.60 m de longitud y 0.20 cm de diámetro. ¿Cuál es la tensión en la cuerda si ésta se estira 0.25 cm cuando se aprieta?

PLANTEAMIENTO Se supone que la ley de Hooke se sostiene, y se le usa en la forma de la ecuación 9-4; se busca E para el acero en la tabla 9-1.

SOLUCIÓN Se resuelve para F en la ecuación 9-4 y se sabe que el área de la cuerda es $A = \pi r^2 = (3.14)(0.0010\,\text{m})^2 = 3.14 \times 10^{-6}\,\text{m}^2$. Entonces

$$F = E\frac{\Delta L}{L_0}A = \left(2.0 \times 10^{11}\,\text{N/m}^2\right)\left(\frac{0.0025\,\text{m}}{1.60\,\text{m}}\right)\left(3.14 \times 10^{-6}\,\text{m}^2\right) = 980\,\text{N}.$$

Un fuerte marco debe soportar la gran tensión en todas las cuerdas de un piano.

[‡] El hecho de que E esté en el denominador, de modo que $1/E$ es la verdadera constante de proporcionalidad, es simplemente una convención. Cuando la ecuación 9-4 se reescribe para obtener la ecuación 9-5, E se encuentra en el numerador.

* Esfuerzo y deformación

Regresemos a los objetos sólidos. A partir de la ecuación 9-4 se ve que el cambio en longitud de un objeto es directamente proporcional al producto de la longitud L_0 la del objeto y la fuerza por unidad de área F/A que se le aplica. Es una práctica general definir la fuerza por unidad de área como el **esfuerzo**:

Definición de esfuerzo

$$\text{esfuerzo} = \frac{\text{fuerza}}{\text{área}} = \frac{F}{A},$$

que tiene unidades SI de N/m^2. Además, la **deformación** se define como la razón entre el cambio en longitud y la longitud original:

Definición de deformación

$$\text{deformación} = \frac{\text{cambio en longitud}}{\text{longitud original}} = \frac{\Delta L}{L_0},$$

y es adimensional (no tiene unidades). La deformación es, por tanto, el cambio fraccional en la longitud del objeto, y es una medida de cuánto se ha deformado la barra. El esfuerzo se aplica al material por agentes externos, mientras que la deformación es la respuesta del material al esfuerzo. La ecuación 9-4 se puede reescribir como

$$\frac{F}{A} = E\frac{\Delta L}{L_0} \tag{9–5}$$

o

Módulo de Young

$$E = \frac{F/A}{\Delta L/L_0} = \frac{\text{esfuerzo}}{\text{deformación}}.$$

Así entonces, se ve que la deformación es directamente proporcional al esfuerzo, en la región lineal (elástica) de la figura 9-19.

* Esfuerzo de tensión, de compresión y de corte

Tensión y compresión

Se dice que la barra que se representa en la figura 9-20*a* está bajo *tensión* o **esfuerzo de tensión (o tracción)**. No sólo existe una fuerza que jala hacia abajo sobre la barra en su extremo inferior, sino que, como la barra está en equilibrio, se sabe que el soporte en la parte superior ejerce una fuerza igual[†] hacia arriba sobre ella en su extremo superior (figura 9-20*a*). De hecho, este esfuerzo de tensión existe a través de todo el material. Considere, por ejemplo, la mitad inferior de una barra suspendida como la que se ilustra en la figura 9-20*b*. Esta mitad inferior está en equilibrio, así que debe existir una fuerza ascendente sobre ella para balancear la fuerza descendente en su extremo inferior. ¿Qué ejerce esta fuerza ascendente? Debe ser la parte superior de la barra. De esta forma, se ve que las fuerzas externas aplicadas a un objeto dan origen a fuerzas internas, o esfuerzos, dentro del material mismo. (Recuerde también cuando se habló de la tensión que existe en una cuerda, página 86).

La deformación debida al esfuerzo de tensión no es sino un tipo de esfuerzo al que están sujetos los materiales. Existen otros dos tipos comunes de esfuerzo: el de compresión y el de corte. El **esfuerzo de compresión** es el opuesto exacto del esfuerzo de tracción. En lugar de estirarse, el material se comprime: las fuerzas actúan hacia dentro del objeto. Las columnas que sostienen un peso, como las columnas de un templo griego (figura 9-21), están sujetas a esfuerzo de compresión. Las ecuaciones 9-4 y 9-5 se aplican igualmente bien a la compresión y a la tensión, y los valores para los módulos E, por lo general, son los mismos.

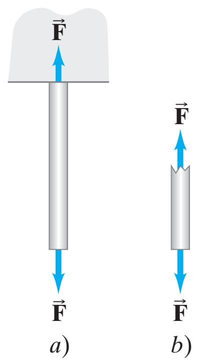


FIGURA 9–20 El esfuerzo existe *dentro* del material.

[†] Si el peso de la barra se puede ignorar, en comparación con F.

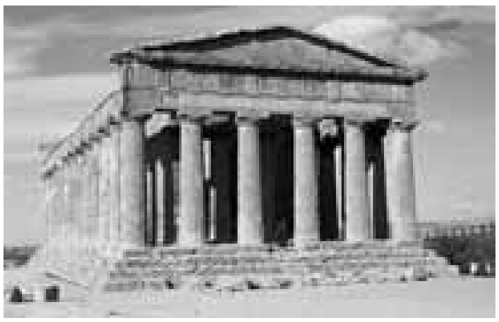


FIGURA 9–21 Este templo griego, en Agrigento, Sicilia, erigido hace 2500 años, es un ejemplo de construcción con postes y vigas. Las columnas están bajo compresión.

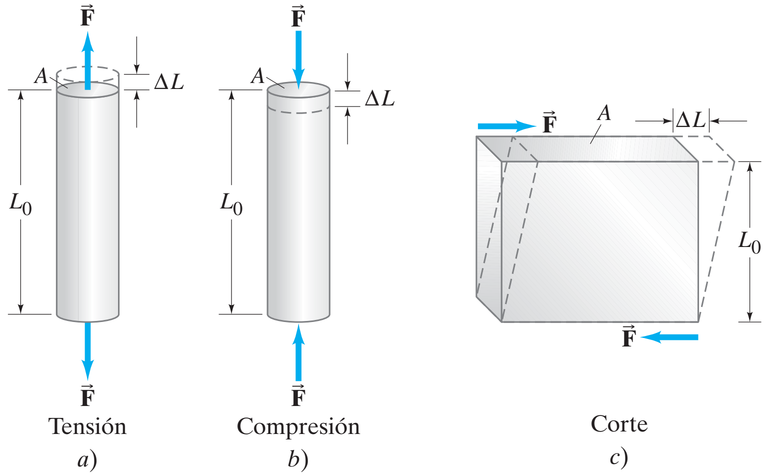


FIGURA 9–22 Los tres tipos de esfuerzo para objetos rígidos.

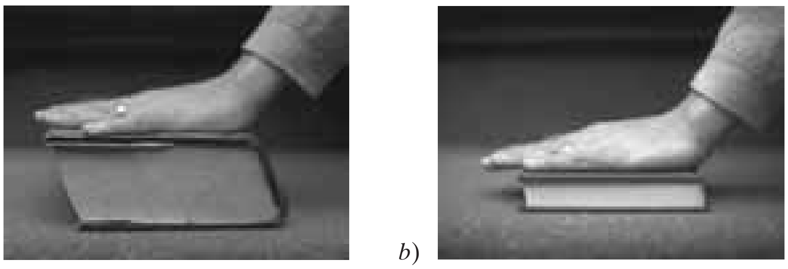
La figura 9-22 compara los esfuerzos de tensión y compresión así como el tercer tipo, el esfuerzo de corte. Un objeto bajo **esfuerzo de corte** (cortante) tiene fuerzas iguales y opuestas aplicadas *a través* de sus caras opuestas. Un ejemplo simple es un libro o ladrillo firmemente unido a una mesa, sobre el que se ejerce una fuerza paralela a la superficie superior. La mesa ejerce una fuerza igual y opuesta a lo largo de la superficie inferior. Aunque las dimensiones del objeto no cambian significativamente, la forma del objeto sí cambia (figura 9-22*c*). Para calcular el esfuerzo de corte se puede aplicar una ecuación similar a la ecuación 9-4:

Corte

$$\Delta L = \frac{1}{G}\frac{F}{A}L_0, \qquad \textbf{(9–6)}$$

pero ΔL, L_0 y A se deben reinterpretar como se indica en la figura 9-22*c*. Hay que hacer notar que A es el área de la superficie *paralela* a la fuerza aplicada (y no perpendicular como para la tensión y la compresión), y ΔL es *perpendicular* a L_0. La constante de proporcionalidad G se llama **módulo de corte** y es generalmente de un medio a un tercio del valor del módulo de Young E (véase la tabla 9-1). La figura 9-23 ilustra por qué $\Delta L \propto L_0$: el libro más grueso se corre más por la misma fuerza de corte.

Módulo de corte



a) b)

FIGURA 9–23
El libro más grueso *a*) se corre más que el libro más delgado *b*) con la misma fuerza de corte aplicada.

* Cambio de volumen: módulo volumétrico

Si un objeto está sujeto a fuerzas hacia dentro desde todos los lados, su volumen disminuirá. Una situación común es la de un objeto sumergido en un fluido; en este caso, el fluido ejerce una presión sobre el objeto en todas direcciones, como se verá en el capítulo 10. La *presión* se define como fuerza por unidad de área y, en consecuencia, es un equivalente del esfuerzo. Para esta situación, el cambio en volumen, ΔV, es proporcional al volumen original, V_0, y al cambio en la presión, ΔP. Así, se obtiene una relación de la misma forma que la ecuación 9-4 pero con una constante de proporcionalidad llamada **módulo volumétrico** B:

$$\frac{\Delta V}{V_0} = -\frac{1}{B}\Delta P \qquad \textbf{(9–7)}$$

o

Definición de módulo volumétrico

$$B = -\frac{\Delta P}{\Delta V/V_0}.$$

El signo menos significa que el volumen *disminuye* con un aumento en la presión.

En la tabla 9-1 se proporcionan valores para el módulo volumétrico. Como los líquidos y gases no tienen una forma fija, a ellos sólo se les aplica el módulo volumétrico (no el módulo de Young ni el de corte).

* 9–6 Fractura

Si el esfuerzo sobre un objeto sólido es demasiado grande, el objeto se fractura, o rompe (figura 9-24). En la tabla 9-2 se presenta una lista de las resistencias (máximas) a la rotura por tensión, compresión y corte de varios materiales. Estos valores proporcionan la fuerza máxima por unidad de área, o esfuerzo, que un objeto puede soportar bajo cada uno de estos tres tipos de esfuerzo para varios tipos de material. Sin embargo, sólo son valores representativos, y el valor verdadero para un ejemplar específico puede diferir considerablemente. Por esa razón, es necesario mantener un *factor de seguridad* que va de 3 hasta tal vez 10 o más; esto es, los esfuerzos reales sobre una estructura no deben exceder de un décimo a un tercio de los valores incluidos en la tabla. Es posible encontrar tablas de "esfuerzos permisibles" en los que ya se han incluido los factores de seguridad apropiados.

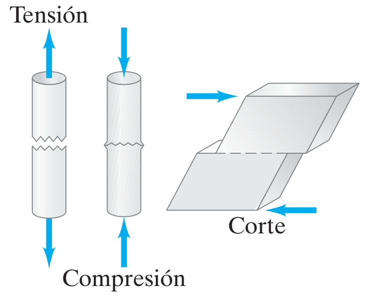


FIGURA 9–24 Fractura como resultado de los tres tipos de esfuerzo.

TABLA 9–2 Resistencias a la rotura de materiales (fuerza/área)

Material		Resistencia a la tensión (N/m^2)	Resistencia a la compresión (N/m^2)	Resistencia al corte (N/m^2)
Hierro, fundido		170×10^6	550×10^6	170×10^6
Acero		500×10^6	500×10^6	250×10^6
Latón		250×10^6	250×10^6	200×10^6
Aluminio		200×10^6	200×10^6	200×10^6
Concreto		2×10^6	20×10^6	2×10^6
Ladrillo			35×10^6	
Mármol			80×10^6	
Granito			170×10^6	
Madera (pino)	(paralela a la veta)	40×10^6	35×10^6	5×10^6
	(perpendicular a la veta)		10×10^6	
Nylon		500×10^6		
Hueso (pierna)		130×10^6	170×10^6	

EJEMPLO 9–11 **Rompimiento de la cuerda de piano.** La cuerda de acero del piano de la que se habló en el ejemplo 9-10 medía 1.60 m de longitud y 0.20 cm de diámetro. ¿Aproximadamente qué fuerza de tensión la rompería?

PLANTEAMIENTO Sea el esfuerzo de tensión F/A igual a la resistencia a la tensión del acero indicada en la tabla 9-2.

SOLUCIÓN El área de la cuerda es $A = \pi r^2$, donde $r = 0.10\text{ cm} = 1.0 \times 10^{-3}\text{ m}$. Entonces

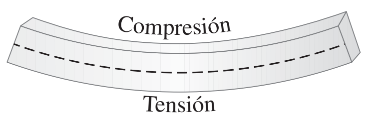
$$\frac{F}{A} = 500 \times 10^6\,\text{N/m}^2$$

de modo que la cuerda probablemente se rompería si la fuerza se excediera

$$F = (500 \times 10^6\,\text{N/m}^2)(\pi)(1.0 \times 10^{-3}\,\text{m})^2 = 1600\,\text{N}.$$

Como se puede ver en la tabla 9-2, el concreto (como la piedra y el ladrillo) es razonablemente fuerte bajo compresión, pero extremadamente débil bajo tensión. Por esa razón, el concreto es un material adecuado para columnas verticales colocadas bajo compresión, pero es de poco valor como viga porque no puede soportar las fuerzas de tracción que resultan del inevitable pandeo del extremo inferior de una viga (figura 9-25). El *concreto reforzado*, en cuyo interior hay varillas de hierro in-

FIGURA 9–25 Una viga se pandea, al menos un poco (aunque esto aquí se exagera), incluso bajo su propio peso. Por eso, la viga cambia de forma: el borde superior se comprime y el inferior está bajo tensión (alargado). También dentro de la viga ocurre esfuerzo de corte.



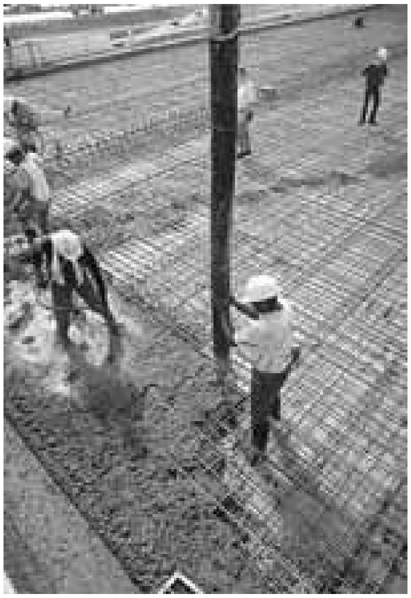


FIGURA 9–26 Varillas de acero alrededor de las cuales se vierte concreto para formar una nueva autopista.

FÍSICA APLICADA

Concreto reforzado y concreto pretensado

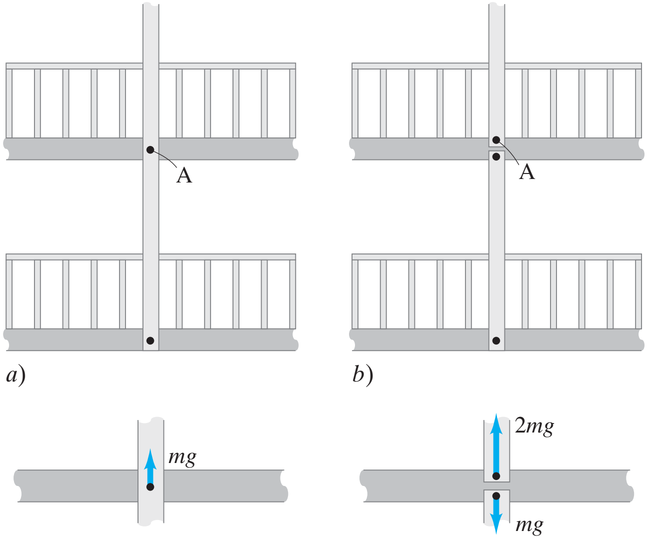
crustadas (figura 9-26), es mucho más fuerte. Pero el concreto en el borde inferior de una viga de carga todavía tiende a romperse porque es un material débil cuando está bajo tensión. Este problema se resuelve con el *concreto pretensado*, que también contiene varillas de hierro o una malla metálica, pero durante el colocado del concreto, las varillas o el alambre se mantienen bajo tensión. Después de que el concreto se seca, la tensión sobre el hierro se libera, poniendo al concreto bajo compresión. La cantidad de esfuerzo de compresión se predetermina cuidadosamente de modo que, cuando las cargas se apliquen a la viga, reduzcan la compresión en el borde inferior, pero nunca pongan al concreto en tensión.

FÍSICA APLICADA

Un colapso trágico

EJEMPLO CONCEPTUAL 9–12 **Una sustitución trágica.** Dos pasos peatonales, uno sobre otro, están suspendidos de barras verticales unidas al techo del gran vestíbulo de un hotel (figura 9-27*a*). El diseño original requería barras de 14 m de largo, pero cuando se vio que tal longitud de barras resultaba inmanejable para hacer la instalación, se decidió sustituir cada barra larga por dos más cortas, como se muestra en la figura 9-27*b*. Determine la fuerza neta ejercida por las barras sobre el perno de soporte A (que se supone tiene el mismo tamaño) para cada diseño. Cada barra vertical soporta una masa *m* de cada puente.

FIGURA 9–27 Ejemplo 9-12.



c) Fuerza sobre el perno A ejercida por la barra vertical

d) Fuerzas sobre los pernos en A ejercidas por las barras verticales

RESPUESTA La larga barra vertical de la figura 9-27*a* ejerce una fuerza ascendente igual a mg en el perno A para soportar la masa m del puente superior. ¿Por qué? Porque el perno está en equilibrio y la otra fuerza que equilibra esto es la fuerza descendente mg que ejerce el puente superior sobre él (figura 9-27*c*). Por tanto, existe un esfuerzo de corte sobre el perno porque la barra jala hacia arriba sobre un extremo del perno y el puente jala hacia abajo sobre el otro extremo. En la figura 9-27*d* se ilustra la situación cuando dos barras más cortas soportan los puentes (figura 9-27*b*), en donde sólo se muestran las conexiones del puente superior. Las barras inferiores ejercen una fuerza mg hacia abajo sobre la parte inferior de los dos pernos porque soportan al puente inferior. La barra superior ejerce una fuerza de $2mg$ sobre el perno superior (perno A) porque la barra superior soporta ambos puentes. En consecuencia, se ve que, cuando los constructores sustituyeron cada barra larga por dos barras más cortas, el esfuerzo en el perno de soporte A se *duplicó*. Lo que acaso parecía una simple sustitución, de hecho condujo a un trágico colapso en 1981, en el que más de 100 personas perdieron la vida (figura 9-1). Tener pasión por la física, y ser capaz de efectuar cálculos simples con base en ella, puede tener un gran efecto, literalmente, sobre las vidas de las personas.

*9–7 Cubrir un espacio: arcos y domos

Existen muchas áreas donde las artes y las humanidades se traslapan con las ciencias, y esto es especialmente claro en la arquitectura, una actividad en la que es necesario comprender las fuerzas en los materiales que conforman una estructura para evitar una deformación excesiva y un colapso. Muchas de las características admirables en la arquitectura del pasado se introdujeron no simplemente por su efecto decorativo, sino por razones técnicas. Un ejemplo es el desarrollo de métodos para abarcar un espacio, utilizando desde una simple viga hasta los arcos y domos.

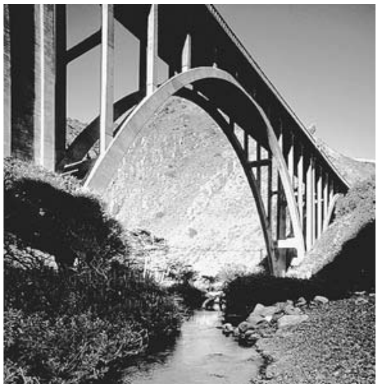
FÍSICA APLICADA

Arquitectura: vigas, arcos y domos

La primera invención arquitectónica importante fue la construcción con postes y vigas (o postes y dinteles), en la que dos postes verticales soportan una viga horizontal. Antes de que el acero se introdujera en el siglo XIX, la longitud de una viga era bastante limitada porque los materiales de construcción más fuertes eran piedras y ladrillos. Así que el ancho del espacio abarcado estaba limitado por el tamaño de las piedras disponibles. Y algo también muy importante: la piedra y el ladrillo, aunque fuertes bajo compresión, son muy débiles bajo tensión y corte; los tres tipos de esfuerzo ocurren en una viga (figura 9-25). El espacio mínimo que se podía abarcar utilizando piedras se constata al observar las columnas cercanamente espaciadas de los grandes templos griegos (figura 9-21).

La introducción del **arco** semicircular o de medio punto por los romanos (figura 9-28*a*), además de su apariencia estética, fue una tremenda innovación tecnológica.

a)



b)

FIGURA 9–28 *a*) Arcos redondos de 2000 años de antigüedad en Roma. El del fondo es el Arco de Tito. *b*) Un arco moderno utilizado para salvar un precipicio en la costa de California.

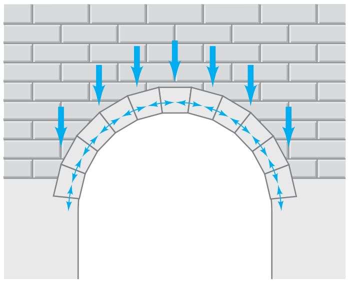


FIGURA 9–29 Las piedras en un arco redondo (o “verdadero”) principalmente están bajo compresión.

La ventaja del arco “verdadero” o redondo (semicircular) es que, si está bien diseñado, sus piedras en forma de cuña experimentan esfuerzo que es principalmente de compresión (figura 9-29) incluso cuando se le destine a soportar una gran carga como la pared y el techo de una catedral. Un arco redondo consistente en muchas piedras bien conformadas podría abarcar un espacio muy ancho. Sin embargo, se necesitaban considerables contrafuertes a los lados para soportar los componentes horizontales de las fuerzas, como se verá dentro de poco.

El arco en punta u ojival entró en uso alrededor del 1100 DC y se convirtió en un sello distintivo de las grandes catedrales góticas. También fue una importante innovación técnica y se usó por primera vez para soportar cargas pesadas como la torre de una catedral y se utilizó como el arco central. A causa de lo pronunciado del arco en punta, las fuerzas debidas al peso sobre él se podrían llevar hacia abajo de manera más vertical, así que se necesitarían menos contrafuertes horizontales. El arco ojival redujo la carga sobre las paredes, de modo que podía haber más apertura y luz. La menor fuerza en contra necesaria se proporcionó en el exterior mediante elegantes contrafuertes volados (figura 9-30).

FIGURA 9–30 Contrafuertes volados en la catedral de Notre Dame, en París.

La innovación técnica del arco ojival se logró no a través del cálculo, sino a través de la experiencia y la intuición; no fue sino hasta mucho más tarde que comenzaron a usarse cálculos detallados, como los que se presentaron anteriormente en este capítulo. En la práctica, realizar un análisis preciso de un arco de piedra es bastante difícil. Pero, si se hacen algunas suposiciones simplificadoras, es posible demostrar por qué el componente horizontal de la fuerza en la base es menor para un arco en punta que para un arco redondo. La figura 9-31 muestra un arco redondo y un arco en punta, cada uno con un claro de 8.0 m. La altura del arco redondo es de 4.0 m, mientras que la del arco en punta es mayor y se eligió como 8.0 m. Cada arco soporta un peso de 12.0×10^4 N ($\approx$ 12,000 kg $\times\, g$), que, por simplicidad, se ha dividido en dos partes (cada una de 6.0×10^4 N) que actúan sobre las dos mitades de cada arco, como se muestra. Para que el arco esté en equilibrio, cada uno de los soportes debe ejercer una fuerza ascendente de 6.0×10^4 N. Cada soporte también debe ejercer una fuerza horizontal, F_{H}, en la base del arco, y es ésta la que se quiere calcular. La atención se centra sólo sobre la mitad derecha de cada arco. La torca total calculada en torno al ápice (cúspide) del arco, debida a las fuerzas ejercidas sobre esa mitad del arco, se establece igual a cero, como si hubiese una bisagra en el ápice. Para el arco redondo, la ecuación de torca $(\Sigma\tau = 0)$ es

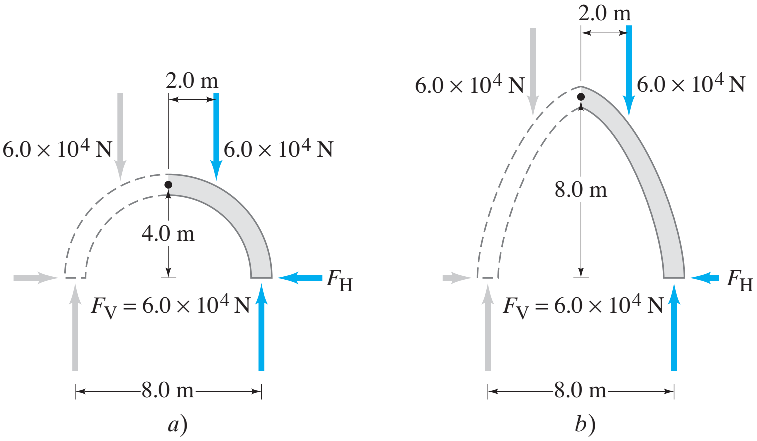
$$(4.0\,\mathrm{m})(6.0 \times 10^4\,\mathrm{N}) - (2.0\,\mathrm{m})(6.0 \times 10^4\,\mathrm{N}) - (4.0\,\mathrm{m})(F_{\mathrm{H}}) = 0.$$

En consecuencia, $F_{\mathrm{H}} = 3.0 \times 10^4$ N para el arco redondo. Para el arco en punta, la ecuación de torca es

$$(4.0\,\mathrm{m})(6.0 \times 10^4\,\mathrm{N}) - (2.0\,\mathrm{m})(6.0 \times 10^4\,\mathrm{N}) - (8.0\,\mathrm{m})(F_{\mathrm{H}}) = 0.$$

Al resolver, se encuentra que $F_{\mathrm{H}} = 1.5 \times 10^4$ N, ¡sólo la mitad de la del arco redondo! A partir de este cálculo se ve que la fuerza de contrafuerte horizontal que se requiere para un arco en punta es menor porque el arco es más alto, y por tanto, existe un brazo de palanca más largo para esta fuerza. De hecho, cuanto más inclinado sea el arco, menor será el componente horizontal de la fuerza necesaria, y, por tanto, más cerca de la vertical estará la fuerza que se ejerce en la base del arco.

FIGURA 9–31 Fuerzas en *a*) un arco redondo, en comparación con las de *b*) un arco en punta.



Mientras que un arco abarca un espacio bidimensional, un **domo** (que en esencia es un arco girado en torno a un eje vertical) abarca un espacio tridimensional. Los romanos construyeron los primeros grandes domos. Su forma era hemisférica y algunos siguen en pie, como el del Panteón en Roma (figura 9-32), construido hace 2000 años.

Catorce siglos más tarde, comenzó a construirse una nueva catedral en Florencia. Debía tener una cúpula de 43 m para rivalizar con la del Panteón, cuya construcción seguía siendo un misterio. La nueva cúpula debía descansar sobre un "tambor" sin empalmes externos. Filippo Brunelleschi (1377-1446) diseñó una cúpula en punta (figura 9-33), pues un domo en punta, al igual que un arco en punta, ejerce un menor empuje lateral contra su base. Un domo, como un arco, no es estable sino hasta que todas las piedras están en su lugar. Para soportar domos más pequeños durante la construcción, se usaron marcos de madera. Pero ningún árbol era lo suficientemente grande ni lo suficientemente fuerte para abarcar el espacio requerido de 43 m. Brunelleschi decidió intentar construir el domo en capas horizontales, cada una enlazada a la anterior, manteniéndola en su lugar hasta que la última piedra del círculo era colocada. Entonces cada anillo cerrado era lo suficientemente fuerte para soportar a la capa siguiente. Fue una hazaña sorprendente. Sólo hasta el siglo XX se construirían domos más grandes; entre ellos, el de mayor tamaño es el Superdomo en Nueva Orleans, concluido en 1975.

FIGURA 9–32 Interior del Panteón en Roma, construido en el siglo I DC. Esta imagen, que muestra la gran cúpula y su abertura central que permite la entrada de la luz, la pintó Panini alrededor de 1740. Las fotografías no capturan su grandeza tan bien como lo hace esta pintura.

FIGURA 9–33 Una vista panorámica de Florencia, en la que destaca la cúpula de Brunelleschi sobre la catedral.

EJEMPLO 9–13 **Un domo moderno.** El domo de 1.2×10^6 kg del Pequeño Palacio Deportivo en Roma (figura 9-34*a*) está sostenido por 36 contrafuertes ubicados en ángulos de 38°, de modo que se conectan suavemente con el domo. Calcule los componentes de la fuerza, F_H y F_V, que cada contrafuerte ejerce sobre el domo de modo que la fuerza actúe meramente en compresión, es decir, en un ángulo de 38° (figura 9-34*b*).

PLANTEAMIENTO Se puede encontrar el componente vertical F_V ejercido hacia arriba por cada contrafuerte porque cada uno soporta $\frac{1}{36}$ del peso del domo. F_H se encuentra al saber que el contrafuerte necesita estar bajo compresión, de modo que $\vec{\mathbf{F}} = \vec{\mathbf{F}}_V + \vec{\mathbf{F}}_H$ actúa en un ángulo de 38°.

SOLUCIÓN La carga vertical sobre *cada* contrafuerte es $\frac{1}{36}$ del peso total. En consecuencia

$$F_V = \frac{mg}{36} = \frac{(1.2 \times 10^6\,\text{kg})(9.8\,\text{m/s}^2)}{36} = 330{,}000\,\text{N}.$$

La fuerza debe actuar en un ángulo de 38° en la base del domo, con la finalidad de ser meramente compresiva. Por tanto

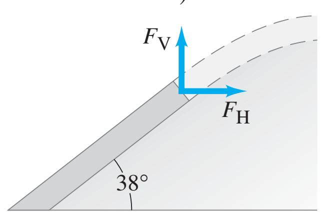
$$\tan 38° = \frac{F_V}{F_H};$$

$$F_H = \frac{F_V}{\tan 38°} = \frac{330{,}000\,\text{N}}{\tan 38°} = 420{,}000\,\text{N}.$$

NOTA Para que cada contrafuerte ejerza esta fuerza horizontal de 420,000 N, un anillo de tensión de concreto pretensado rodea la base del contrafuerte debajo del suelo (véase problema 56 y figura 9-70).

FIGURA 9–34 Ejemplo 9-13. *a*) El domo del Pequeño Palacio Deportivo en Roma, construido para los Juegos Olímpicos de 1960. *b*) Componentes de fuerza que cada contrafuerte ejerce sobre el domo.

a)



b)

Resumen

Se dice que un objeto en reposo está en **equilibrio**. La materia que se encarga de determinar las fuerzas dentro de una estructura en reposo se llama **estática**.

Las dos condiciones necesarias para que un objeto esté en equilibrio son **1.** que la suma vectorial de todas las fuerzas sobre él sea cero y **2.** que la suma de todas las torcas (calculadas en torno a cualquier eje arbitrario) también sea cero:

$$\Sigma F_x = 0, \qquad \Sigma F_y = 0, \qquad \Sigma \tau = 0. \qquad \textbf{(9–1, 9–2)}$$

Cuando se resuelven problemas de estática, es importante aplicar las condiciones de equilibrio sólo a un objeto a la vez.

[*Se dice que un objeto en equilibrio estático está en **equilibrio estable** o en **balance** si un ligero desplazamiento lo hace retornar a la posición original; en **equilibrio inestable** si un leve desplazamiento lo conduce a un mayor movimiento lejos de la posición original; y está en **equilibrio neutro**, si un ligero desplazamiento lo lleva al reposo en la nueva posición].

[*La **ley de Hooke** se aplica a muchos sólidos elásticos, y afirma que el cambio en la longitud de un objeto es proporcional a la fuerza aplicada:

$$F = k\,\Delta L. \qquad \textbf{(9–3)}$$

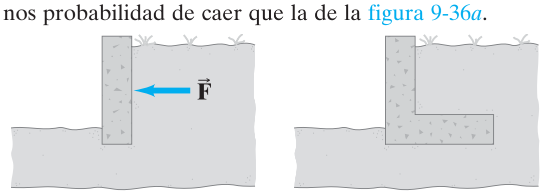
Si la fuerza es demasiado grande, el objeto superará su **límite elástico**, lo que significa que ya no regresará más a su forma original cuando la fuerza de distorsión se remueva. Si la fuerza es todavía mayor, se puede superar la **resistencia máxima o a la rotura** del material, y el objeto se **fracturará**. La fuerza por unidad de área que actúa sobre un objeto se llama **esfuerzo**, y el resultante cambio fraccional en la longitud se llama **deformación**. El esfuerzo sobre un objeto está presente dentro del objeto y puede ser de tres tipos: **compresión, tensión** o **corte**. La razón entre el esfuerzo y la deformación se llama **módulo elástico** del material. El **módulo de Young** se aplica para compresión y tensión, y el **módulo de corte** para corte; el **módulo volumétrico** se aplica a un objeto cuyo volumen cambia como resultado de ejercer presión en todos sus lados. Estos tres módulos son constantes para un material dado cuando se distorsiona dentro de la región elástica].

Preguntas

1. Describa varias situaciones en las que un objeto no esté en equilibrio, aun cuando la fuerza neta sobre él sea cero.
2. Un saltador de *bungee* llega momentáneamente al reposo en el fondo del clavado antes de "brincar" de vuelta hacia arriba. En ese momento, ¿el saltador *bungee* está en equilibrio? Explique su respuesta.
3. El centro de gravedad de una regla se puede encontrar al colocarla en reposo horizontalmente sobre los dedos índices y luego juntar lentamente los dedos. Primero la regla se deslizará sobre un dedo, y luego sobre el otro, pero eventualmente los dedos se encontrarán en el CG. ¿Por qué funciona esto?
4. La báscula que utilizan los médicos tiene brazos sobre los que se deslizan los pesos para indicar el peso de las personas (figura 9-35). Estos pesos son mucho más ligeros que una persona. ¿Cómo funciona esto?

FIGURA 9–35 Pregunta 4.

5. En la figura 9-36*a* se muestra un muro de contención. La tierra, particularmente cuando está húmeda, ejerce una fuerza significativa *F* sobre la pared. *a*) ¿Qué fuerza produce la torca que mantiene a la pared derecha? *b*) Explique por qué la pared contenedora de la figura 9-36*b* tendría mucho menos probabilidad de caer que la de la figura 9-36*a*.



a) *b*)

FIGURA 9–36 Pregunta 5.

6. Explique por qué el hecho de tocar los dedos de los pies mientras está sentado sobre el suelo con las piernas estiradas produce menos esfuerzo sobre la parte baja de la columna vertebral que cuando toca los dedos de los pies desde una posición erguida. Elabore un diagrama.
7. Una escalera, recargada contra una pared, forma un ángulo de 60° con el suelo. ¿Cuándo es más probable que se deslice: cuando una persona está de pie sobre la escalera cerca de la parte superior, o cerca de la parte inferior? Explique su respuesta.
8. Una regla uniforme, sostenida en la marca de 25 cm, está en equilibrio cuando una piedra de 1 kg se suspende en el extremo de 0 cm (como se muestra en la figura 9-37). ¿La masa de la regla es mayor que, igual que o menor que la masa de la piedra? Explique su razonamiento.

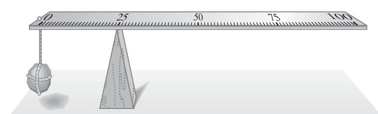


FIGURA 9–37 Pregunta 8.

9. ¿La suma de las torcas sobre un objeto puede ser cero aunque la fuerza neta sobre el objeto sea distinta de cero? Explique su respuesta.
10. La figura 9-38 muestra un cono. Explique cómo tenderlo sobre una mesa plana de modo que esté en *a*) equilibrio estable, *b*) equilibrio inestable, *c*) equilibrio neutro.

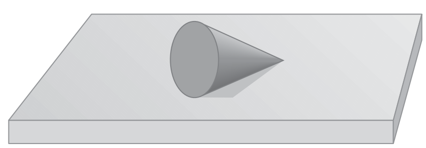


FIGURA 9–38 Pregunta 10.

11. ¿Cuál de las configuraciones de ladrillos de la figura 9-39, *a*) o *b*), es más probable que esté estable? ¿Por qué?

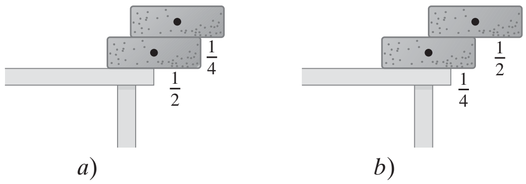


FIGURA 9–39 Pregunta 11. Los puntos indican el CG de cada ladrillo. Las fracciones $\frac{1}{4}$ y $\frac{1}{2}$ indican qué porción de cada ladrillo cuelga más allá de su soporte.

12. ¿Por qué las personas tienden a doblarse hacia atrás cuando llevan una carga pesada en los brazos?

13. Colóquese mirando el extremo (canto) de una puerta abierta. Coloque sus pies a horcajadas sobre la puerta, con su nariz y abdomen tocando el extremo de la puerta. Intente elevarse sobre la punta de sus pies. ¿Por qué no se puede hacer esto?

14. ¿Por qué no es posible sentarse erguido en una silla y elevar el pie sin primero inclinarse hacia adelante?

15. ¿Por qué es más difícil hacer abdominales cuando las rodillas están dobladas que cuando las piernas están estiradas?

16. Mencione el tipo de equilibrio para cada posición de la bola en la figura 9-40.

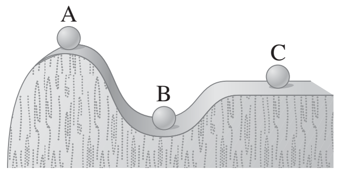


FIGURA 9–40 Pregunta 16.

* **17.** ¿El módulo de Young para una cuerda de *bungee* es menor o mayor que el de una soga ordinaria?

* **18.** Examine cómo unas tijeras cortan un cartón. ¿Está justificado el nombre de “cortadoras”?† Explique su respuesta.

* **19.** Los materiales como el concreto ordinario y las piedras son muy débiles bajo tracción o corte. ¿Sería aconsejable usar tales materiales para cualquiera de los soportes de la viga voladiza que se ilustra en la figura 9-9? Si es así, ¿cuál? Explique su respuesta.

Problemas

9–1 y 9–2 Equilibrio

1. (I) Para estabilizar un árbol joven, se aplican tres fuerzas como muestra la figura 9-41. Si $\vec{\mathbf{F}}_A = 310$ N y $\vec{\mathbf{F}}_B = 425$ N, determine $\vec{\mathbf{F}}_C$ en magnitud y dirección.

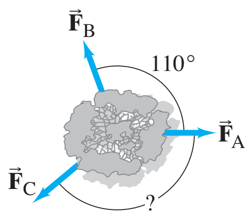


FIGURA 9–41 Problema 1.

2. (I) Calcule la torca en torno al poste de soporte frontal (B) de un trampolín (figura 9-42), que ejerce una persona de 58 kg a 3.0 m de dicho poste.

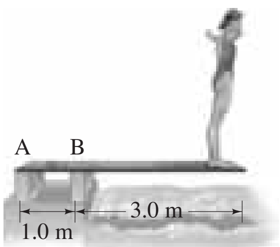


FIGURA 9–42 Problemas 2, 4 y 6.

3. (I) Calcule la masa *m* que se necesita para suspender una pierna como se indica en la figura 9-43. La pierna (con yeso) tiene una masa de 15.0 kg y su CG está a 35.0 cm de la articulación de la cadera; el cabestrillo está a 80.5 cm de la articulación de la cadera.

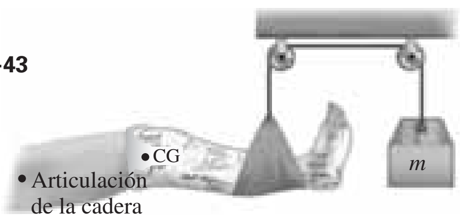


FIGURA 9–43 Problema 3.

4. (I) En relación con el poste de soporte izquierdo (A), ¿a qué distancia sobre el trampolín (figura 9-42) tendría que estar una clavadista de 58 kg para ejercer una torca de 1100 m·N sobre la tabla?

5. (II) Dos cuerdas sostienen un candelabro en la forma mostrada en la figura 9-4, excepto que el alambre superior forma un ángulo de 45° con el techo. Si las cuerdas pueden sostener una fuerza de 1550 N sin romperse, ¿cuál es el peso máximo del candelabro que pueden soportar?

6. (II) Calcule las fuerzas F_A y F_B que los soportes ejercen sobre el trampolín de la figura 9-42 cuando una persona de 58 kg está de pie en su punta. *a*) Ignore el peso de la tabla. *b*) Tome en cuenta la masa de la tabla, de 35 kg. Considere que el CG de la tabla está en su centro.

7. (II) Una viga uniforme de acero tiene una masa de 940 kg. Sobre ella reposa la mitad de una viga idéntica, como se ilustra en la figura 9-44. ¿Cuál es la fuerza de soporte vertical en cada extremo?

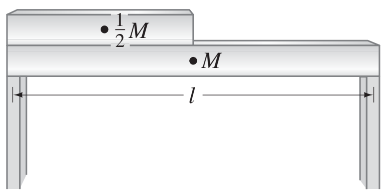


FIGURA 9–44 Problema 7.

8. (II) Una viga horizontal de 140 kg está sostenida en cada extremo. Un piano de 320 kg descansa a un cuarto del camino desde un extremo. ¿Cuál es la fuerza vertical sobre cada uno de los soportes?

9. (II) Un adulto de 75 kg se sienta en un extremo de una tabla de 9.0 m de largo. Su hijo de 25 kg se sienta en el otro extremo. *a*) ¿Dónde se debe colocar el pivote de modo que la tabla esté balanceada, si se ignora la masa de la tabla? *b*) Encuentre el punto pivote si la tabla es uniforme y tiene una masa de 15 kg.

10. (II) Calcule F_A y F_B para la viga voladiza uniforme que se ilustra en la figura 9-9, cuya masa es de 1200 kg.

†*N. del T*. En inglés, *shears* (tijeras, cizallas) deriva de *shear* (cortar). Así que *shears* se podría traducir literalmente como “cortadoras”.

11. (II) Calcule la tensión en las dos cuerdas que se representan en la figura 9-45. Desprecie la masa de las cuerdas y considere que el ángulo θ es de 33° y la masa m es de 170 kg.

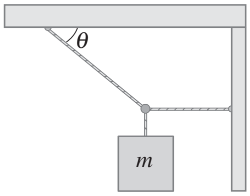


FIGURA 9–45
Problema 11.

12. (II) Calcule la tensión en los dos alambres que sostienen el semáforo que se ilustra en la figura 9-46.

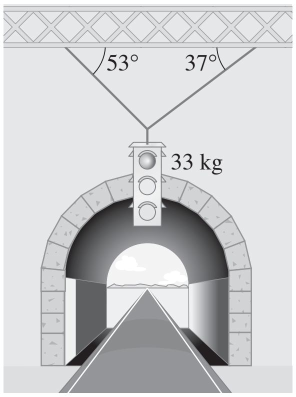


FIGURA 9–46
Problema 12.

13. (II) ¿A qué distancia del borde de la mesa de 20.0 kg de la figura 9-47 puede sentarse una persona de 66.0 kg sin voltearla?

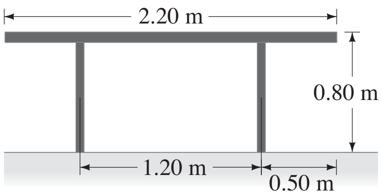


FIGURA 9–47 Problema 13.

14. (II) Una sábana de 0.60 kg cuelga de un tendedero cuya masa se puede despreciar, como se observa en la figura 9-48. El tendedero, en cualquiera de los lados de la sábana, forma un ángulo de 3.5° con la horizontal. Calcule la tensión en el tendedero en cualquier lado de la sábana. ¿Por qué la tensión es mucho mayor que el peso de la sábana?

FIGURA 9–48 Problema 14.

15. (II) Calcule F_A y F_B para la viga que se representa en la figura 9-49. Las fuerzas descendentes representan los pesos de maquinaria sobre la viga. La viga es uniforme y tiene una masa de 250 kg.

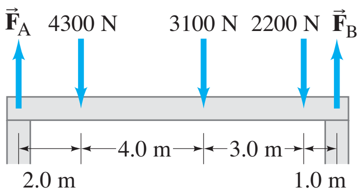


FIGURA 9–49
Problema 15.

16. (II) Tres niños intentan equilibrar un sube y baja, que consiste en una piedra fulcro, que actúa como pivote en el centro, y una tabla muy ligera de 3.6 m de largo (figura 9-50). Dos compañeros de juego ya están, cada uno, en un extremo. El niño A tiene una masa de 50 kg, y la niña B tiene una masa de 35 kg. ¿Dónde se debe colocar la niña C, de 25 kg de masa, para que se equilibre el sube y baja?

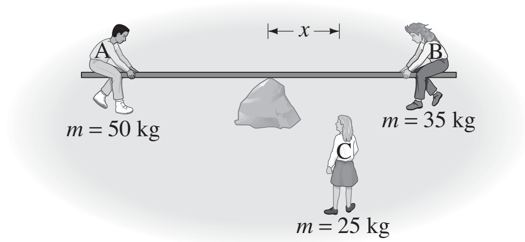


FIGURA 9–50 Problema 16.

17. (II) La figura 9-51 muestra un par de fórceps que se utilizan para sostener firmemente una delgada barra de plástico. Si cada dedo aprieta con una fuerza $F_T = F_B = 11.0$ N, ¿qué fuerza debe ejercer la mandíbula del fórceps sobre la barra plástica?

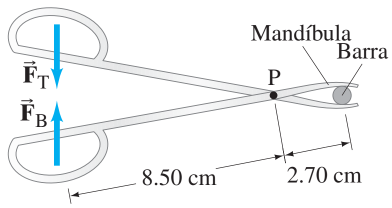


FIGURA 9–51
Problema 17.

18. (II) Calcule a) la tensión F_T en el alambre que soporta la viga de 27 kg que se representa en la figura 9-52, y b) la fuerza $\vec{F}_P$ que ejerce la pared sobre la viga (proporcione magnitud y dirección).

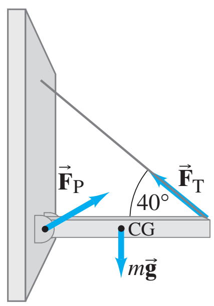


FIGURA 9–52
Problema 18.

19. (II) Una persona de 172 cm de alto yace sobre una tabla ligera (cuya masa se puede ignorar) que está sostenida por dos básculas, una bajo la parte superior de la cabeza y una debajo de sus talones (figura 9-53). Las básculas arrojan una lectura de 35.1 y 31.6 kg respectivamente. ¿A qué distancia, desde sus talones, está el centro de gravedad de esta persona?

FIGURA 9–53 Problema 19.

20. (II) El letrero con el nombre de una tienda pesa 245 N y está sostenido por una viga uniforme de 155 N, como se indica en la figura 9-54. Calcule la tensión en el cable de sujeción y las fuerzas horizontal y vertical que la bisagra ejerce sobre la viga.

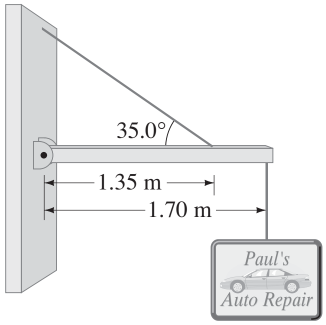


FIGURA 9–54 Problema 20.

21. (II) Un semáforo cuelga de una pértiga como se ilustra en la figura 9-55. La pértiga uniforme de aluminio AB mide 7.50 m de longitud y tiene una masa de 12.0 kg. La masa del semáforo es de 21.5 kg. Determine *a*) la tensión en el cable horizontal sin masa cd, y *b*) los componentes vertical y horizontal de la fuerza que el pivote A ejerce sobre la pértiga de aluminio.

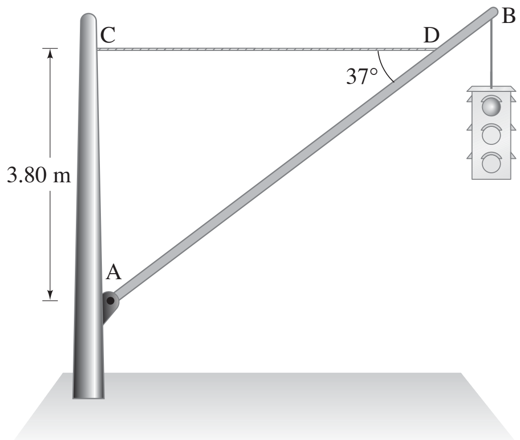


FIGURA 9–55 Problema 21.

22. (II) Las manos de la mujer de 65 kg de la figura 9-56 están separadas 40 cm. Su CG está ubicado a 75% de la distancia desde su mano derecha hacia la izquierda. Calcule la fuerza debida al suelo sobre cada mano.

FIGURA 9–56 Problema 22.

23. (II) Una regla uniforme, con una masa de 180 g, está sostenida horizontalmente por dos cuerdas verticales, una en la marca de 0 cm y la otra en la marca de 90 cm (figura 9-57). ¿Cuál es la tensión en la cuerda *a*) en 0 cm? y *b*) ¿en 90 cm?

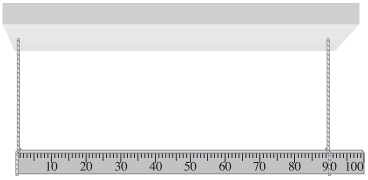


FIGURA 9–57 Problema 23.

24. (II) Los dos árboles de la figura 9-58 están separados 7.6 m. Un excursionista intenta elevar su mochila lejos del alcance de los osos. Calcule la magnitud de la fuerza $\vec{\mathbf{F}}$ que debe ejercer hacia abajo para sostener una mochila de 19 kg de modo que la soga se pandee en su punto medio *a*) 1.5 m, *b*) 0.15 m.

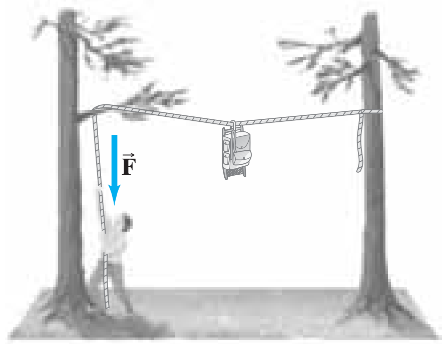


FIGURA 9–58 Problema 24.

25. (III) Una puerta, de 2.30 m de alto y 1.30 m de ancho, tiene una masa de 13.0 kg. Dos bisagras, una ubicada a 0.40 m desde la parte superior y la otra a 0.40 m desde la parte inferior, soportan cada una la mitad del peso de la puerta (figura 9-59). Considere que el centro de gravedad está en el centro geométrico de la puerta y determine los componentes de las fuerzas horizontal y vertical que cada bisagra ejerce sobre la puerta.

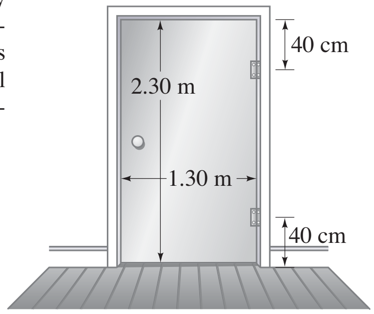


FIGURA 9–59 Problema 25.

26. (III) Una escalera uniforme, de masa m y longitud l, se inclina en un ángulo θ contra una pared sin fricción (figura 9-60). Si el coeficiente de fricción estática entre la escalera y el suelo es μ, determine una fórmula para el ángulo mínimo en el que la escalera no resbalará.

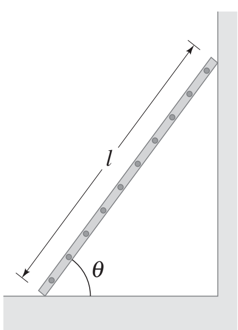


FIGURA 9–60 Problema 26.

27. (III) Una pintora asciende por una escalera (figura 9-61). Si la masa de la escalera es de 12.0 kg, la masa de la pintora es de 55.0 kg y la escalera comienza a deslizarse en su base cuando los pies de la joven están en el 70% hacia arriba a lo largo de la escalera, ¿cuál es el coeficiente de fricción estática entre la escalera y el suelo? Se supone que la pared no tiene fricción.

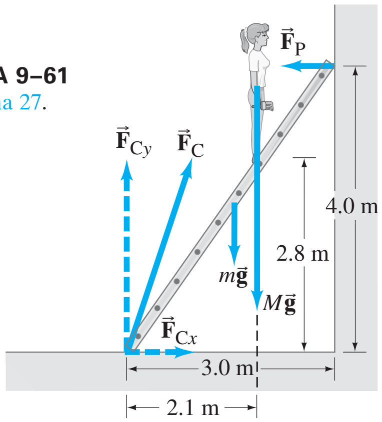


FIGURA 9–61 Problema 27.

28. (III) Una persona quiere empujar una lámpara (masa = 7.2 kg) a través del suelo, cuyo coeficiente de fricción es 0.20. Calcule la altura máxima x sobre el suelo a la cual la persona puede empujar la lámpara de modo que se deslice más que tambalearse (figura 9-62).

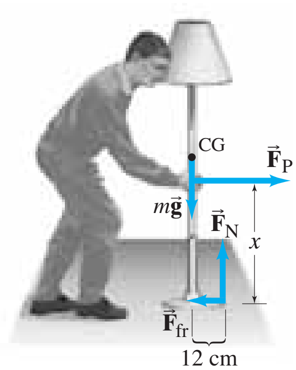


FIGURA 9–62 Problema 28.

29. (III) Dos alambres corren desde lo alto de un poste de 2.6 m de altura que sostiene una red de volleyball. Los dos alambres están anclados al suelo con 2.0 m de separación entre sí, y cada uno está a 2.0 m del poste (figura 9-63). La tensión en cada alambre es de 95 N. ¿Cuál es la tensión en la red, si se supone horizontal y unida a la parte más alta del poste?

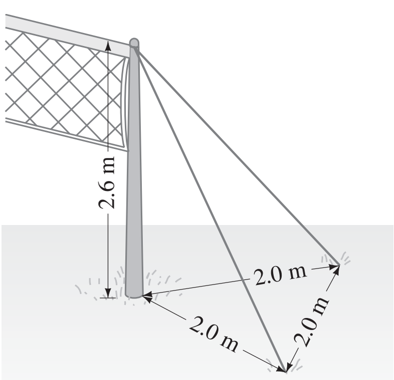


FIGURA 9–63 Problema 29.

* 9–3 Músculos y articulaciones

* **30.** (I) Suponga que el punto de inserción del bíceps en el antebrazo mostrado en la figura 9-13*a* (ejemplo 9-8) está a 6.0 cm en lugar de 5.0 cm; ¿cuánta masa podría sostener la persona con un músculo que ejerce 450 N?

* **31.** (I) ¿Aproximadamente qué magnitud de fuerza, F_M, debe ejercer el músculo extensor del brazo sobre el antebrazo para sostener un peso de 7.3 kg (figura 9-64)? El antebrazo tiene una masa de 2.8 kg y su CG está a 12 cm del pivote de la articulación del codo.

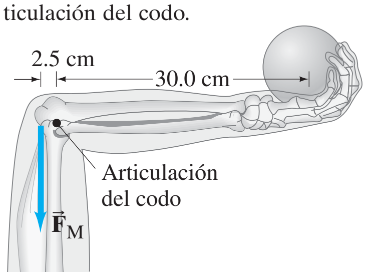


FIGURA 9–64 Problema 31.

* **32.** (II) *a*) Calcule la fuerza, F_M, que se requiere del deltoides para mantener estirado el brazo como se indica en la figura 9-65. La masa total del brazo es de 3.3 kg. *b*) Calcule la magnitud de la fuerza F_A que la articulación del hombro ejerce sobre la parte superior del brazo.

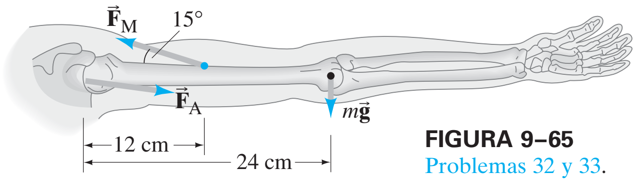


FIGURA 9–65 Problemas 32 y 33.

* **33.** (II) Suponga que la mano en el problema 32 sostiene una masa de 15 kg. ¿Qué fuerza, F_M, se requiere del deltoides, si se supone que la masa está a 52 cm de la articulación del hombro?

* **34.** (II) El tendón de Aquiles está unido al talón, como se muestra en la figura 9-66. Cuando una persona apenas se eleva del suelo sobre la almohadilla de un pie, estime la tensión F_T en el tendón de Aquiles (que jala hacia arriba) y la fuerza (descendente) F_h que ejerce el hueso de la pierna (tibia) sobre el pie. Considere que la persona tiene una masa de 72 kg y que D es el doble de d.

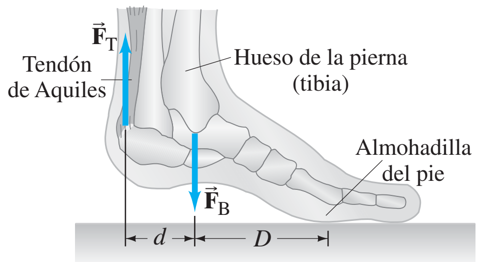


FIGURA 9–66 Problema 34.

* **35.** (II) Vuelva a trabajar con el ejemplo 9-9, pero ahora suponiendo que la persona está menos flexionada, de modo que, en lugar de los 30° de la figura 9-14*b*, se tienen 45°. ¿Cuál será la magnitud de F_V sobre la vértebra?

9–4 Estabilidad y balance

36. (II) La torre inclinada de Pisa mide 55 m de alto y aproximadamente 7.0 m de diámetro. La parte superior está desalineada 4.5 m con respecto al centro. ¿La torre está en equilibrio estable? Si es así, ¿cuánto más se puede inclinar antes de que se vuelva inestable? Considere que la torre es de composición uniforme.

37. (III) Cuatro ladrillos están apilados sobre el borde de una mesa, y cada uno sobrepasa al que tiene debajo, de modo que el ladrillo de hasta arriba se extiende tan lejos como es posible del borde de la mesa. *a*) Para lograr esto, demuestre que los ladrillos sucesivos deben extenderse no más de (comenzando en la parte superior) $\frac{1}{2}$, $\frac{1}{4}$, $\frac{1}{6}$ y $\frac{1}{8}$ de su longitud más allá del que tiene abajo (figura 9-67*a*). *b*) ¿El ladrillo superior está completamente más allá de la base? *c*) Determine una fórmula general para la distancia total máxima que abarcan *n* ladrillos si han de permanecer estables. *d*) Un constructor quiere edificar un arco voladizo (figura 9-67*b*) con base en el principio de estabilidad analizado en los incisos *a*) y *c*) anteriores. ¿Qué número mínimo de ladrillos, cada uno de 0.30 cm de largo, se necesitan si el arco debe abarcar 1.0 m?

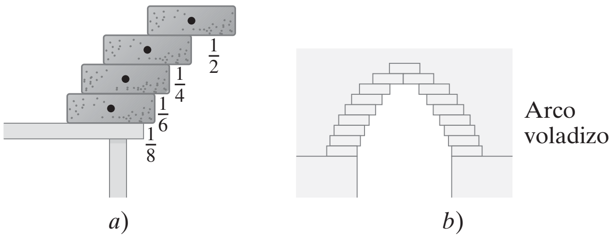


FIGURA 9–67 Problema 37.

* 9–5 Elasticidad; esfuerzo y deformación

* 38. (I) Una cuerda de nylon en una raqueta de tenis está bajo una tensión de 275 N. Si su diámetro es de 1.00 mm, ¿cuánto se alarga con respecto a la longitud de 30.0 cm que mide sin tensión?

* 39. (I) Una columna de mármol de 1.2 m^2 de área transversal, sostiene una masa de 25,000 kg. *a*) ¿Cuál es el esfuerzo dentro de la columna? *b*) ¿Cuál es la deformación?

* 40. (I) ¿En cuánto se acorta la columna del problema 39, si mide 9.6 m de altura?

* 41. (I) Un señalamiento (masa = 2100 kg) cuelga del final de una viga de acero en posición vertical con 0.15 m^2 de área transversal. *a*) ¿Cuál es el esfuerzo dentro de la viga? *b*) ¿Cuál es la deformación en la viga? *c*) Si la viga mide 9.50 m de longitud, ¿de cuánto será su elongación? (Ignore la masa de la viga misma).

* 42. (II) Un litro de alcohol (1000 cm^3) en un contenedor flexible se lleva al fondo del mar, donde la presión es de 2.6×10^6 N/m^2. ¿Cuál será su volumen ahí?

* 43. (II) Se encontró que un tendón de 15 cm de largo se estira 3.7 mm mediante una fuerza de 13.4 N. El tendón era aproximadamente redondo, con un diámetro promedio de 8.5 mm. Calcule el módulo de Young de este tendón.

* 44. (II) ¿Cuánta presión se necesita para comprimir el volumen de un bloque de hierro en un 0.10%? Exprese la respuesta en N/m^2 y compárela con la presión atmosférica (1.0×10^5 N/m^2).

* 45. (II) A profundidades de 2000 m en el mar, la presión es casi 200 veces la presión atmosférica (1 atm = 1.0×10^5 N/m^2). A esta profundidad, ¿en qué porcentaje cambia el volumen del espacio interior de una batiesfera de hierro?

* 46. (III) Una ostra (vieira) abre su concha con un material elástico llamado abductina, cuyo módulo de Young es de 2.0×10^6 N/m^2. Si esta pieza de abductina mide 3.0 mm de grosor y tiene una área transversal de 0.50 cm^2, ¿cuánta energía potencial almacena cuando se comprime 1.0 mm?

* 47. (III) Una pértiga (barra) se proyecta horizontalmente desde la pared frontal de una tienda. Un letrero de 5.1 kg cuelga de la pértiga en un punto a 2.2 m de la pared (figura 9-68). *a*) ¿Cuál es la torca debida a este letrero, calculada en torno al punto donde la pértiga topa con la pared? *b*) Si la pértiga no cae, debe existir otra torca que se ejerce para equilibrarla. ¿Qué ejerce esta torca? Haga un diagrama para mostrar cómo debe actuar esta torca. *c*) Discuta si la compresión, la tensión y/o el corte juegan algún papel en el inciso *b*).

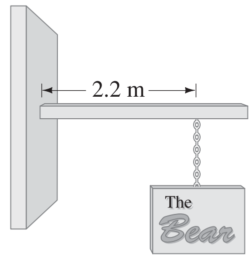


FIGURA 9–68 Problema 47.

* 9–6 Fractura

* 48. (I) El fémur del humano tiene una mínima sección transversal efectiva de alrededor de 3.0 cm^2 ($= 3.0 \times 10^{-4}$ m^2). ¿Cuánta fuerza compresiva puede soportar antes de romperse?

* 49. (II) *a*) ¿Cuál es la máxima tensión posible en una cuerda de nylon de 1.00 mm en una raqueta de tenis? *b*) Si se quieren cuerdas más apretadas, ¿qué será lo más conveniente para evitar que se rompan: usar cuerdas más delgadas o más gruesas? ¿Por qué? ¿Qué provoca que las cuerdas se rompan cuando son golpeadas por la bola?

* 50. (II) Si se ejerce una fuerza compresiva de 3.6×10^4 N sobre el extremo de un hueso de 22 cm de largo y 3.6 cm^2 de área transversal, *a*) ¿el hueso se romperá? *b*) Si no, ¿en cuánto se acorta?

* 51. (II) *a*) ¿Cuál es el área transversal mínima que se requiere de un cable de acero vertical del cual está suspendido un candelabro de 320 kg? Considere un factor de seguridad de 7.0. *b*) Si el cable mide 7.5 m de largo, ¿cuánto se alarga?

* 52. (II) Los soportes de la viga voladiza uniforme que se representa en la figura 9-69 (masa = 2600 kg) están hechos de madera. Calcule el área transversal mínima que se requiere de cada una, si se supone un factor de seguridad de 8.5.

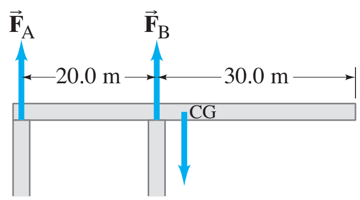


FIGURA 9–69 Problema 52.

* 53. (II) Se usa un tornillo de hierro para conectar dos placas de hierro. El tornillo debe soportar fuerzas de corte superiores a los 3200 N. Calcule el diámetro mínimo del tornillo, con base en un factor de seguridad de 6.0.

* 54. (II) Un cable de acero soporta un elevador cuya masa total (cargado) no supera los 3100 kg. Si la aceleración máxima del elevador es de 1.2 m/s^2, calcule el diámetro del cable requerido. Considere un factor de seguridad de 7.0.

* 9–7 Arcos y domos

* 55. (II) ¿Qué altura debe tener un arco en punta si debe abarcar un espacio de 8.0 m de ancho y ejercer en su base un tercio de la fuerza horizontal que tendría un arco redondo?

* **56.** (II) El anillo de tensión subterránea que ejerce la fuerza horizontal de equilibrio sobre los empalmes del domo de la figura 9-34 tiene 36 lados, de modo que cada segmento forma un ángulo de 10° con el adyacente (figura 9-70). Calcule la tensión F que debe existir en cada segmento de modo que la fuerza requerida de 4.2×10^5 N se pueda ejercer en cada esquina (ejemplo 9-13).

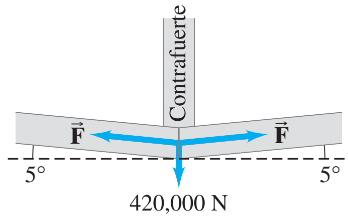


FIGURA 9–70 Problema 56.

Problemas generales

57. El móvil de la figura 9-71 está en equilibrio. El objeto B tiene una masa de 0.885 kg. Determine las masas de los objetos A, C y D. (Los pesos de las barras transversales se consideran despreciables).

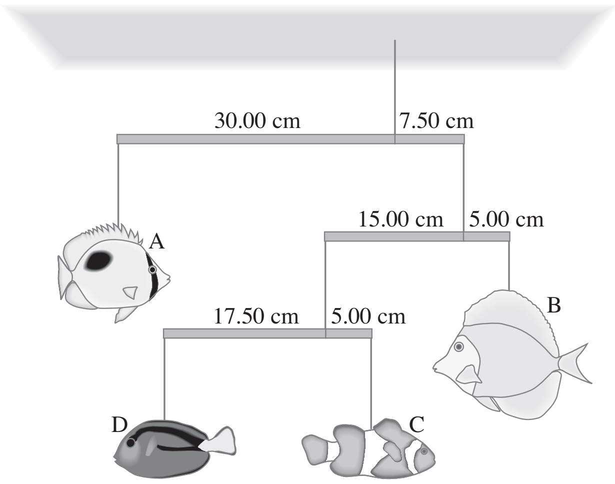


FIGURA 9–71 Problema 57.

58. Un alambre para realizar acrobacias fuertemente estirado mide 46 m de largo. Se pandea 2.2 m cuando un equilibrista de 60.0 kg se coloca en su centro. ¿Cuál es la tensión en el alambre? ¿Es posible aumentar la tensión en el alambre de modo que no exista pandeo?

59. ¿Qué fuerza horizontal mínima F se necesita para jalar una rueda de radio R y masa M sobre un escalón de altura a, como se ilustra en la figura 9-72 ($R > a$)? *a*) Suponga la fuerza se aplica en el borde superior, como se señala. *b*) Considere ahora que la fuerza se aplica en el centro de la rueda.

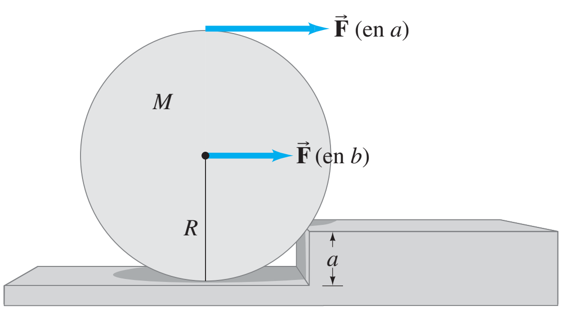


FIGURA 9–72 Problema 59.

60. Una mesa redonda de 25 kg está sostenida por tres patas separadas a la misma distancia del borde. ¿Qué masa mínima, colocada en el borde de la mesa, provocará que ésta se voltee?

61. Cuando una repisa de madera, de 5.0 kg de masa, se fija dentro de una rendija en un soporte vertical, como se muestra en la figura 9-73, el soporte ejerce una torca sobre la repisa. *a*) Dibuje un diagrama de cuerpo libre para la repisa, si se supone que existen tres fuerzas verticales (dos ejercidas por la rendija de soporte, explique por qué). Luego calcule *b*) las magnitudes de las tres fuerzas y *c*) la torca ejercida por el soporte (en torno al extremo izquierdo de la repisa).

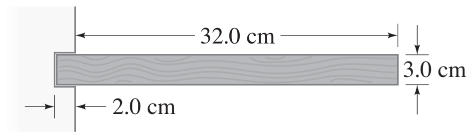


FIGURA 9–73 Problema 61.

62. Se planea construir un edificio de 50 pisos. Medirá 200.0 m de alto, con una base de 40.0 m por 70.0 m. Su masa total será aproximadamente de 1.8×10^7 kg y su peso, en consecuencia, de alrededor de 1.8×10^8 N. Suponga que un viento de 200 km/h ejerce una fuerza de 950 N/m^2 sobre la cara de 70.0 m de ancho (figura 9-74). Calcule la torca en torno al punto pivote potencial, el extremo trasero del edificio (donde actúa $\vec{\mathbf{F}}_T$ en la figura 9-74) y determine si el edificio se caerá. Suponga que la fuerza total del viento actúa en el punto medio de la cara del edificio, y que el edificio no está anclado en suelo rocoso. [*Sugerencia:* Considere que en la figura 9-74, $\vec{\mathbf{F}}_T$ representa la fuerza que la Tierra ejercería sobre el edificio en el caso donde el edificio apenas comenzara a balancearse].

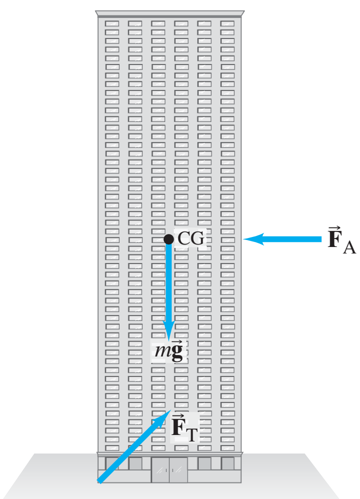


FIGURA 9–74 Fuerzas sobre un edificio expuesto al viento $(\vec{\mathbf{F}}_A)$, y sujeto a la gravedad $(m\vec{\mathbf{g}})$, y a la fuerza $\vec{\mathbf{F}}_T$ debida a la Tierra si el edificio apenas comenzara a balancearse. Problema 62.

63. El centro de gravedad de un camión cargado depende de cómo lleve distribuida la carga. Si tiene 4.0 m de alto y 2.4 m de ancho, y su CG está a 2.2 m sobre el suelo, ¿qué inclinación podría tener la pendiente sobre la que se estacione el camión, de modo que éste no se voltee?

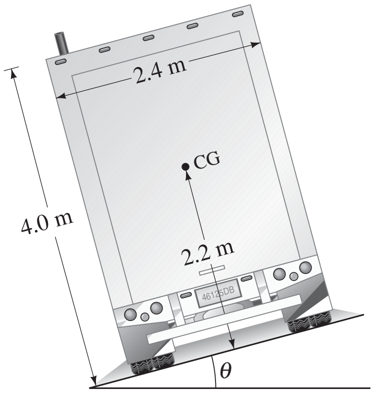


FIGURA 9–75 Problema 63.

64. En la figura 9-76, considere la sección derecha (la que está más hacia el norte) del puente Golden Gate, que tiene una longitud $d_1 = 343$ m. El CG de este espacio está a la mitad entre la torre y el ancla. Determine F_{T1} y F_{T2} (que actúan sobre el cable más al norte) en términos de mg, el peso del espacio más al norte, y calcule la altura de la torre a necesaria para el equilibrio. Suponga que la carretera está sostenida sólo mediante los cables de suspensión y desprecie la masa de los cables y de los alambres verticales. [*Sugerencia:* Tome en cuenta que F_{T3} no actúa en esta sección].

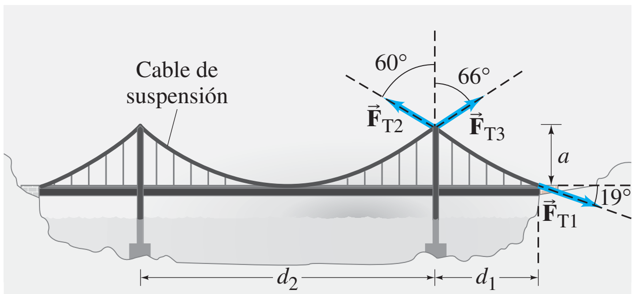


FIGURA 9–76 Problema 64.

65. Cuando una masa de 25 kg se cuelga a la mitad de un alambre recto fijo de aluminio, el alambre se pandea para formar un ángulo de 12° con la horizontal, como se indica en la figura 9-77. Determine el radio del alambre.

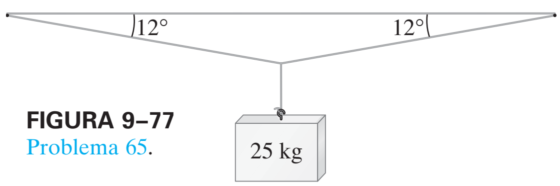


FIGURA 9–77 Problema 65.

66. En la figura 9-78 se muestran las fuerzas que actúan sobre una aeronave de 67,000 kg que vuela con velocidad constante. El empuje del motor, $F_E = 5.0 \times 10^5$ N, actúa sobre una línea ubicada 1.6 m por debajo del CM. Determine la fuerza de arrastre F_A y a qué distancia por encima del CM actúa. Suponga que $\vec{\mathbf{F}}_A$ y $\vec{\mathbf{F}}_E$ son horizontales.

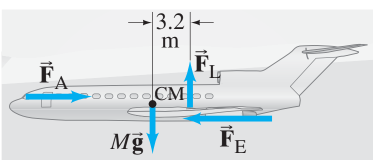


FIGURA 9–78 Problema 66.

67. Un cable flexible de acero uniforme, de peso mg, está suspendido entre dos puntos a la misma elevación, como se muestra en la figura 9-79, donde $\theta = 60°$. Determine la tensión en el cable *a*) en su punto más bajo y *b*) en los puntos de unión. *c*) ¿Cuál es la dirección de la fuerza de tensión en cada caso?

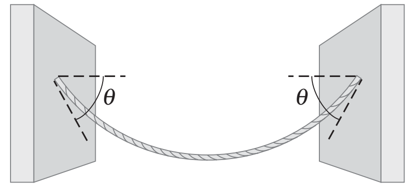


FIGURA 9–79 Problema 67.

68. Una viga uniforme, de 20.0 m de largo y 550 N de peso, descansa sobre las paredes A y B, como se observa en la figura 9-80. *a*) Determine el peso máximo de una persona que pueda caminar hacia el extremo D sin inclinar la viga. Calcule las fuerzas que ejercen las paredes A y B sobre la viga cuando la persona está de pie: *b*) en D, *c*) en un punto a 2.0 m hacia la derecha de B, *d*) 2.0 m hacia la derecha de A.

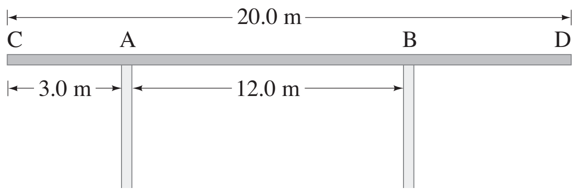


FIGURA 9–80 Problema 68.

69. Un cubo de lado l descansa sobre un suelo rugoso. Está sujeto a un jalón horizontal estable F, que se ejerce a una distancia a sobre el suelo, como se indica en la figura 9-81. Conforme F aumenta, el bloque comenzará a deslizarse, o bien, a ladearse. Determine el coeficiente de fricción estática μ_e tal que *a*) el bloque comience a deslizarse en lugar de inclinarse; *b*) el bloque comience a inclinarse. [*Sugerencia:* Averigüe dónde actuará la fuerza normal sobre el bloque si éste se inclina].

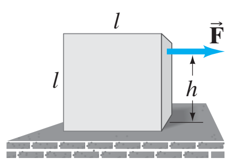


FIGURA 9–81 Problema 69.

70. Un pintor de 60.0 kg está sobre un andamio uniforme de 25 kg sostenido desde arriba mediante sogas (figura 9-82). Como se observa, hay un bote de pintura de 4.0 kg en un lado del andamio. ¿El pintor puede caminar con seguridad hacia ambos extremos del andamio? Si no, ¿cuál extremo es más peligroso y qué tan cerca del extremo puede llegar con seguridad?

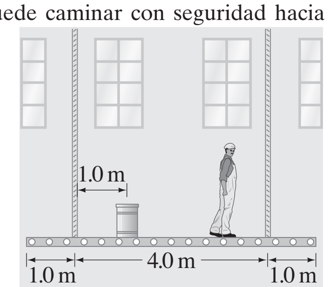


FIGURA 9–82 Problema 70.

71. Una mujer sostiene una pértiga (barra) uniforme de 2.0 m de largo y 10.0 kg, como se ilustra en la figura 9-83. *a*) Determine las fuerzas que debe ejercer con cada mano (magnitud y dirección). ¿A qué posición debe mover su mano izquierda de modo que ninguna mano tenga que ejercer una fuerza mayor que *b*) 150 N? *c*) 85 N?

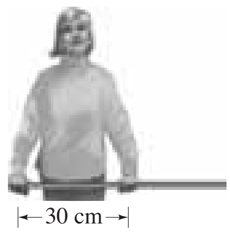


FIGURA 9–83 Problema 71.

72. Un hombre que hace "lagartijas" se detiene en la posición mostrada en la figura 9-84. Su masa es $m = 75$ kg. Determine la fuerza normal que el suelo ejerce sobre *a*) cada mano; *b*) cada pie.

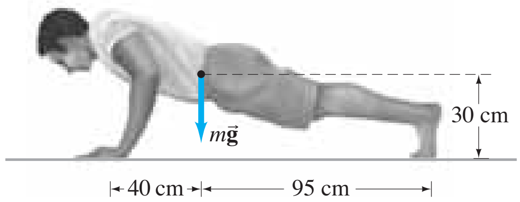


FIGURA 9–84 Problema 72.

73. Una esfera de 20 kg descansa entre dos planos suaves como se observa en la figura 9-85. Determine la magnitud de la fuerza que cada plano ejerce sobre la esfera.

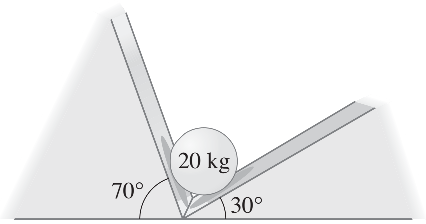


FIGURA 9–85 Problema 73.

74. Un remolque de 2200 kg está unido a un camión estacionario en el punto B (figura 9-86). Determine la fuerza normal que el camino ejerce sobre las llantas traseras en A, y la fuerza vertical que el soporte B ejerce sobre el remolque.

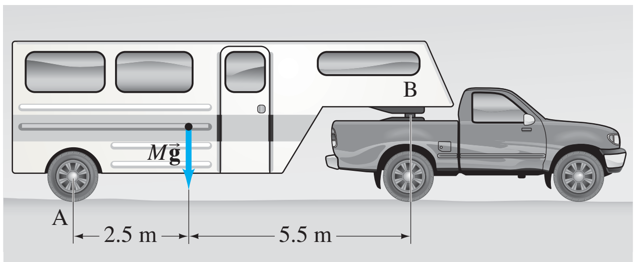


FIGURA 9–86 Problema 74.

* **75.** Se ha sabido de paracaidistas que han sobrevivido al caer en nieve profunda, luego de que sus paracaídas no lograron abrirse. Suponga que un paracaidista de 75 kg golpea el suelo con una área de impacto de 0.30 m^2 a una velocidad de 60 m/s, y que la resistencia a la rotura del tejido humano es de 5×10^5 N/m^2. Si se supone que la persona llega al reposo en 1.0 m de nieve, demuestre que la persona puede salvarse de lesiones serias.

* **76.** Un alambre de acero de 2.0 mm de diámetro se estira en un 0.030% cuando una masa se suspende de él. ¿Cuál es la magnitud de la masa?

* **77.** En el ejemplo 7-6 del capítulo 7 se calculó el impulso y la fuerza promedio sobre la pierna de una persona que salta desde una altura de 3.0 m hacia el suelo. Si las piernas no se doblan al caer, de modo que el cuerpo se mueva un distancia *d* de sólo 1.0 cm durante la colisión, determine *a*) el esfuerzo en la tibia (hueso de la pantorrilla con área $= 3.0 \times 10^{-4}$ m^2) y *b*) si el hueso se romperá o no. *c*) Ahora elabore los cálculos para una caída con las piernas flexionadas ($d = 50.0$ cm).

* **78.** El techo sobre un cuarto de 7.0 m × 10.0 m en una escuela tiene una masa total de 12,600 kg. El techo será sostenido por soportes verticales de "2 × 4" (en realidad aproximadamente 4.0 cm × 9.0 cm) en los lados de 10.0 m. ¿Cuántos soportes se requieren en cada lado, y qué tan separados deben estar? Considere solamente compresión y un factor de seguridad de 12.

* **79.** Un objeto de 25 kg es elevado al jalar los extremos de una cuerda de nylon de 1.00 mm de diámetro que pasa sobre dos poleas a 3.00 m de alto y que están separadas 4.0 m, como se ilustra en la figura 9-87. ¿A qué altura sobre el suelo estará el objeto cuando la cuerda se rompa?

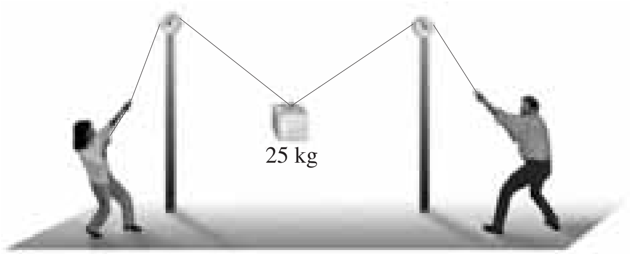


FIGURA 9–87 Problema 79.

* **80.** Existe una altura máxima de una columna vertical uniforme elaborada de cualquier material que puede soportarse a sí misma sin torcerse, y es independiente del área transversal (¿por qué?). Calcule esta altura para una columna de *a*) acero (densidad = masa/volumen = 7.8×10^3 kg/m^3) y *b*) granito (densidad = 2.7×10^3 kg/m^3).

Respuestas a los ejercicios

A: F_A también tiene un componente para equilibrar la fuerza lateral F_B.
B: Sí: sen θ aparece en ambos lados y se cancela.
C: $F_N = m_A g + m_B g + Mg = 560$ N.
D: La fricción estática es crucial en el piso de cemento ($= F_{Cx}$), o de otro modo la escalera se deslizará. En lo alto, la escalera se puede mover y ajustar, así que ahí no se esperaría una intensa fuerza de fricción estática.

APÉNDICE A

Repaso matemático

A–1 Relaciones, proporcionalidad y ecuaciones

Uno de los aspectos importantes de la física es la búsqueda de relaciones entre diferentes cantidades; es decir, determinar cómo una cantidad afecta a otra. Por ejemplo, ¿cómo la temperatura afecta la presión del aire en una llanta? ¿O cómo la fuerza neta sobre un objeto afecta su aceleración? A veces una cantidad dada se ve afectada por dos o más cantidades; por ejemplo, la aceleración de un objeto se relaciona tanto con su masa como con la fuerza aplicada. Si se sospecha que existe una relación entre dos o más cantidades, es conveniente intentar determinar la naturaleza precisa de esta relación. Esto se hace al variar una de las cantidades y medir cómo la otra se modifica como resultado. Si es probable que una cantidad particular resulte afectada por más de un factor o cantidad, sólo una cantidad varía a la vez, mientras que las otras se mantienen constantes.[†]

Como ejemplo simple, los antiguos encontraron que si un círculo tiene el doble de diámetro que un segundo círculo, el primero también tiene el doble de circunferencia. Si el diámetro es tres veces más grande, la circunferencia también es tres veces mayor. En otras palabras, un aumento en el diámetro da como resultado un aumento proporcional en la circunferencia. Se dice que la circunferencia es *directamente proporcional* al diámetro. Esto se escribe en símbolos como $C \propto D$, donde "$\propto$" significa "es proporcional a", y C y D se refieren a la circunferencia y el diámetro de un círculo, respectivamente. El siguiente paso es cambiar esta proporcionalidad a una ecuación, que hará posible vincular las dos cantidades numéricamente. Esto simplemente requiere insertar una constante de proporcionalidad, que en muchos casos está determinada por la medición. (En algunos casos se puede elegir arbitrariamente, si sólo implica la definición de una nueva unidad). Los antiguos encontraron que la razón entre la circunferencia y el diámetro de cualquier círculo era 3.1416 (para mantener sólo algunos de los primeros lugares decimales). Este número está designado por la letra griega π, y es la constante de proporcionalidad para la relación $C \propto D$. Para obtener una ecuación, se inserta π en la proporción y se cambia $\propto$ por $=$. En consecuencia, $C = \pi D$.

Proporción directa

También ocurren otros tipos de proporcionalidad. Por ejemplo, el área de un círculo es proporcional al *cuadrado* de su radio. Esto es, si el radio se duplica, el área se vuelve cuatro veces más grande; etcétera. En este caso se puede escribir $A \propto r^2$, donde A representa el área y r el radio del círculo.

En ocasiones dos cantidades están relacionadas de tal forma que un aumento en una conduce a una *disminución* proporcional en la otra. A esto se le llama *proporción inversa*. Por ejemplo, el tiempo que se requiere para recorrer una distancia dada es inversamente proporcional a la rapidez del recorrido. Cuanto mayor sea la rapidez, menor será el tiempo que tarde. Esta proporción inversa se escribe como tiempo $\propto$ 1/rapidez. Cuanto mayor sea el denominador de una fracción, menor será el valor de la fracción como un todo. Por ejemplo, $\frac{1}{4}$ es menor que $\frac{1}{2}$. Por tanto, si la rapidez se duplica, el tiempo se divide a la mitad, que es lo que se quiere expresar mediante esta relación de proporcionalidad inversa.

Proporción inversa

[†] Cuando una cantidad afecta a otra, con frecuencia se usa la expresión "es una función de" para indicar esta dependencia; por ejemplo, se dice que la presión en una llanta es una función de la temperatura.

Cualquiera que sea el tipo de relación que se mantenga, se puede cambiar a una igualdad al insertar una constante de proporcionalidad adecuada. Entonces, las afirmaciones o predicciones cuantitativas acerca del mundo físico se pueden expresar mediante ecuaciones.

A–2 Exponentes

Cuando se escribe 10^4, se quiere dar a entender que se multiplica 10 por sí mismo cuatro veces: $10^4 = 10 \times 10 \times 10 \times 10 = 10{,}000$. El superíndice 4 se llama *exponente*, y se dice que 10 se eleva a la cuarta potencia. Cualquier número o símbolo es susceptible de elevarse a una potencia; se usan nombres especiales cuando el exponente es 2 (a^2 es "a al cuadrado") o 3 (a^3 es "a al cubo"). Para cualquier otra potencia, se dice que a^n es "a a la n-ésima potencia". Si el exponente es 1, generalmente se quita: $a^1 = a$, pues no implica ninguna multiplicación.

Las reglas para multiplicar números expresados como potencias son las siguientes:

$$(a^n)(a^m) = a^{n+m}. \qquad \textbf{(A–1)}$$

Es decir, los exponentes se suman. Para ver por qué, considere el resultado de la multiplicación de 3^3 por 3^4:

$$(3^3)(3^4) = (3)(3)(3) \times (3)(3)(3)(3) = (3)^7.$$

Aquí la suma de los exponentes es $3 + 4 = 7$, de modo que la regla A-1 funciona. Note que esta regla funciona sólo si los números base (a en la ecuación A-1) son iguales. En consecuencia, *no se puede* usar la regla de suma de exponentes para $(6^3)(5^2)$; estos números tendrían que escribirse. Sin embargo, si los números base son diferentes, pero los exponentes son iguales, se tiene una segunda regla:

$$(a^n)(b^n) = (ab)^n. \qquad \textbf{(A–2)}$$

Por ejemplo, $(5^3)(6^3) = (30)^3$, pues

$$(5)(5)(5)(6)(6)(6) = (30)(30)(30).$$

La tercera regla contempla el caso que se presenta cuando una potencia se eleva a otra potencia: $(a^3)^2$ significa $(a^3)(a^3)$, que es igual a $a^{3+3} = a^6$. Entonces la regla general es

$$(a^n)^m = a^{nm}. \qquad \textbf{(A–3)}$$

En este caso, los exponentes se multiplican.

Los *exponentes negativos* se usan para recíprocos. Por ende,

$$\frac{1}{a} = a^{-1}, \qquad \frac{1}{a^3} = a^{-3},$$

etcétera. La razón para usar exponentes negativos es permitir el uso de las reglas de multiplicación que se dieron anteriormente. Por ejemplo, $(a^5)(a^{-3})$ significa

$$\frac{(a)(a)(a)(a)(a)}{(a)(a)(a)} = a^2.$$

La regla A-1 da el mismo resultado:

$$(a^5)(a^{-3}) = a^{5-3} = a^2.$$

¿Qué significa un exponente cero? Esto es, ¿qué significa a^0? Cualquier número elevado a la cero potencia es por definición igual a 1:

$$a^0 = 1.$$

Esta definición se usa porque se desprende de las reglas para sumar exponentes. Por ejemplo,

$$a^3 a^{-3} = a^{3-3} = a^0 = 1.$$

Pero, ¿a^3a^{-3} en realidad *es* igual a 1? Sí, porque

$$a^3 a^{-3} = \frac{a^3}{a^3} = 1.$$

Los *exponentes fraccionarios* se usan para representar *raíces*. Por ejemplo, $a^{\frac{1}{2}}$ significa la raíz cuadrada de a; esto es, $a^{\frac{1}{2}} = \sqrt{a}$. De manera similar, $a^{\frac{1}{3}}$ significa la raíz cúbica de a, etcétera. La raíz cuarta de a significa que si se multiplica la raíz cuarta de a por sí misma cuatro veces, de nuevo se obtiene a:

$$\left(a^{\frac{1}{4}}\right)^4 = a.$$

Esto es consistente con la regla A-3, pues $\left(a^{\frac{1}{4}}\right)^4 = a^{\frac{4}{4}} = a^1 = a.$

A–3 Potencias de 10 o notación exponencial

Escribir números muy grandes y muy pequeños, como la distancia de Neptuno al Sol, 4,500,000,000 km, o el diámetro de un átomo típico, 0.00000001 cm, es inconveniente y proclive al error. También deja en duda (véase la sección 1–4) el número de cifras significativas. (¿Cuántos ceros son significativos en el número 4,500,000,000 km?) En estos casos es conveniente utilizar las "potencias de 10" o notación exponencial. La distancia de Neptuno al Sol se expresa entonces como 4.50×10^9 km (si se supone que el valor es significativo a tres dígitos), y el diámetro de un átomo como 1.0×10^{-8} cm. Este modo de escribir números se basa en el uso de exponentes, donde a^n significa a multiplicado por sí mismo n veces. Por ejemplo, $10^4 = 10 \times 10 \times 10 \times 10 = 10{,}000$. En consecuencia, $4.50 \times 10^9 = 4.50 \times 1{,}000{,}000{,}000 = 4{,}500{,}000{,}000$. Note que el exponente (9 en este caso) es justo el número de lugares que el punto decimal se mueve hacia la derecha para obtener el número escrito de forma completa (4.500,000,000).

Cuando dos números se multiplican (o dividen), primero se multiplican (o se dividen) las partes simples y luego las potencias de 10. Así, 2.0×10^3 multiplicado por 5.5×10^4 es igual a $(2.0 \times 5.5) \times \left(10^3 \times 10^4\right) = 11 \times 10^7$, donde se usó la regla para sumar exponentes (apéndice A-2). De manera similar, 8.2×10^5 dividido por 2.0×10^2 es igual a

$$\frac{8.2 \times 10^5}{2.0 \times 10^2} = \frac{8.2}{2.0} \times \frac{10^5}{10^2} = 4.1 \times 10^3.$$

Para números menores que 1, por ejemplo, 0.01, el exponente potencia de 10 se escribe con un signo negativo: $0.01 = 1/100 = 1/10^2 = 1 \times 10^{-2}$. De manera similar, $0.002 = 2 \times 10^{-3}$. El punto decimal de nuevo se mueve el número de lugares que expresa el exponente. Entonces, $0.020 \times 3600 = 72$; en notación exponencial, $\left(2.0 \times 10^{-2}\right) \times \left(3.6 \times 10^3\right) = 7.2 \times 10^1 = 72$.

Note también que $10^1 \times 10^{-1} = 10 \times 0.1 = 1$, y, por la ley de exponentes, $10^1 \times 10^{-1} = 10^0$. Por tanto, $10^0 = 1$.

Cuando se escribe un número en notación exponencial, es común hacer que el número simple esté entre 1 y 10. De esta forma, es una convención escribir 4.5×10^9 en lugar de 45×10^8, aunque se trate del mismo número.[†] Esta notación también permite que el número de *cifras significativas* esté claramente expresado. Se escribe 4.50×10^9 si este valor es preciso a tres cifras significativas, pero 4.5×10^9 si es preciso sólo a dos.

A–4 Álgebra

Las relaciones físicas entre cantidades se expresan como ecuaciones que incluyen símbolos (generalmente letras del abecedario) que representen las cantidades. La manipulación de tales ecuaciones es el campo del álgebra, y se emplean con mucha frecuencia en física. Una ecuación incluye un signo igual, que indica que las cantidades en cualquier lado del signo igual tienen el mismo valor. Ejemplos de ecuaciones son

$$3 + 8 = 11$$
$$2x + 7 = 15$$
$$a^2b + c = 6.$$

La primera ecuación sólo incluye números, así que se llama ecuación aritmética. Las otras dos ecuaciones son algebraicas porque contienen símbolos. En la tercera ecuación, la cantidad a^2b significa el producto de a por a por b: $a^2b = a \times a \times b$.

[†] Otra convención que se usa, en particular en las computadoras, es que el número simple esté entre 0.1 y 1. Por tanto, 4,500,000,000 se podría escribir como 0.450×10^{10}.

Resolución para una incógnita

Con frecuencia se quiere resolver para uno (o más) símbolo(s), y se les trata como *incógnitas*. Por ejemplo, en la ecuación $2x + 7 = 15$, x es la incógnita; sin embargo, esta ecuación es verdadera sólo cuando $x = 4$. A la determinación de qué valor (o valores) puede(n) tener la(s) incógnita(s) para satisfacer la ecuación (o ecuaciones) se le llama *resolución de la ecuación*. Para resolver una ecuación, se usa la siguiente regla:

> *Una ecuación permanecerá verdadera si cualquier operación realizada en un lado también se realiza en el otro lado:* por ejemplo, *a*) suma o resta de un número o símbolo; *b*) multiplicación o división por un número o símbolo; *c*) elevar cada lado de la ecuación a la misma potencia o sacar la misma raíz (como la raíz cuadrada).

EJEMPLO A–1 Resuelva para x en la ecuación

$$2x + 7 = 15.$$

PLANTEAMIENTO Realice las mismas operaciones en ambos lados de la ecuación para aislar x como la única variable en el lado izquierdo del signo igual.

SOLUCIÓN Primero reste 7 de ambos lados:

$$2x + 7 - 7 = 15 - 7$$

o

$$2x = 8.$$

Luego divida ambos lados entre 2 para obtener

$$\frac{2x}{2} = \frac{8}{2},$$

o, al realizar las divisiones,

$$x = 4,$$

y esto resuelve la ecuación.

EJEMPLO A–2 *a*) Resuelva la ecuación

$$a^2b + c = 24$$

para la incógnita a en términos de b o c. *b*) Resuelva para a si se supone que $b = 2$ y $c = 6$.

PLANTEAMIENTO Se realizan las operaciones para aislar a como la única variable en el lado izquierdo del signo igual.

SOLUCIÓN *a*) Se intenta resolver para a, así que primero se resta c de ambos lados:

$$a^2b = 24 - c,$$

luego se divide entre b:

$$a^2 = \frac{24 - c}{b},$$

y finalmente se saca la raíz cuadrada:

$$a = \sqrt{\frac{24 - c}{b}}.$$

b) Si se sabe que $b = 2$ y $c = 6$, entonces

$$a = \sqrt{\frac{24 - 6}{2}} = 3.$$

NOTA Siempre que se saque raíz cuadrada, el número puede ser positivo o negativo. Por ende, $a = -3$ también es una solución. ¿Por qué? Porque $(-3)^2 = 9$, tal como $(+3)^2 = 9$. Así que, en realidad, se tienen dos soluciones: $a = +3$ y $a = -3$.

Para comprobar una solución, se le coloca de vuelta en la ecuación original (en realidad ésta es una comprobación de que se hicieron las manipulaciones correctamente). En la ecuación

$$a^2b + c = 24,$$

se pone $a = 3, b = 2, c = 6$ y se encuentra

$$\begin{aligned}(3)^2(2) + (6) &\stackrel{?}{=} 24\\ 24 &= 24,\end{aligned}$$

lo que concuerda.

EJERCICIO A Ponga $a = -3$ en la ecuación del ejemplo A-2 y demuestre que también funciona.

Dos o más incógnitas

Si se tienen dos o más incógnitas, una ecuación no es suficiente para encontrarlas. En general, si existen n incógnitas, se necesitan n ecuaciones independientes. Por ejemplo, si existen dos incógnitas, se necesitan dos ecuaciones. Si las incógnitas se llaman x y y, un procedimiento típico es resolver una ecuación para x en términos de y, y sustituir esto en la segunda ecuación.

EJEMPLO A–3 Resuelva el siguiente par de ecuaciones para x y y.

$$\begin{aligned}3x - 2y &= 19\\ x + 4y &= -3.\end{aligned}$$

PLANTEAMIENTO Se tienen dos incógnitas y dos ecuaciones; se puede comenzar por resolver la segunda ecuación para x en términos de y. Luego se sustituye este resultado para x en la primera ecuación.

SOLUCIÓN Se resta $4y$ de ambos lados de la segunda ecuación:

$$x = -3 - 4y.$$

Esta expresión se sustituye para x en la primera ecuación y se simplifica:

$$\begin{aligned}3(-3 - 4y) - 2y &= 19\\ -9 - 12y - 2y &= 19 &&\text{(al realizar la multiplicación por 3)}\\ -14y &= 28 &&\text{(al sumar 9 a ambos lados)}\\ y &= -2. &&\text{(al dividir ambos lados entre –14)}\end{aligned}$$

Ahora que se conoce $y = -2$, se sustituye esto en la expresión para x:

$$\begin{aligned}x &= -3 - 4y\\ &= -3 - 4(-2) = -3 + 8 = 5.\end{aligned}$$

La solución es $x = 5, y = -2$. Esta solución se comprueba al colocar dichos valores de vuelta en las ecuaciones originales:

$$\begin{aligned}3x - 2y &\stackrel{?}{=} 19\\ 3(5) - 2(-2) &\stackrel{?}{=} 19\\ 15 + 4 &\stackrel{?}{=} 19\\ 19 &= 19 &&\text{(sí concuerda)}\end{aligned}$$

y

$$\begin{aligned}x + 4y &\stackrel{?}{=} -3\\ 5 + 4(-2) &\stackrel{?}{=} -3\\ -3 &= -3. &&\text{(sí concuerda)}\end{aligned}$$

En los libros de álgebra se explican otros métodos para resolver dos o más ecuaciones, como el método de determinantes.

La fórmula cuadrática

En ocasiones se encuentran ecuaciones que incluyen una incógnita, por ejemplo x, que no sólo aparece a la primera potencia, sino también al cuadrado. Tal *ecuación cuadrática* se escribe en la forma

$$ax^2 + bx + c = 0.$$

Las cantidades a, b y c generalmente son números o constantes dadas.[†] Las soluciones generales a tal ecuación están dadas por la *fórmula cuadrática:*

Fórmula cuadrática

$$x = \frac{-b \pm \sqrt{b^2 - 4ac}}{2a}. \tag{A–4}$$

El signo $\pm$ indica que existen dos soluciones para x: una donde se usa el signo más, la otra donde se usa el signo menos.

EJEMPLO A–4 Encuentre las soluciones para x en la ecuación

$$3x^2 - 5x = 2.$$

PLANTEAMIENTO Aquí, x aparece tanto a la primera potencia como al cuadrado, por lo que se emplea la ecuación cuadrática.

SOLUCIÓN Primero se escribe esta ecuación en la forma estándar

$$ax^2 + bx + c = 0$$

al restar 2 de ambos lados:

$$3x^2 - 5x - 2 = 0.$$

En este caso, a, b y c en la fórmula estándar toman los valores $a = 3$, $b = -5$ y $c = -2$. Las dos soluciones para x son

$$x = \frac{+5 + \sqrt{25 - (4)(3)(-2)}}{(2)(3)} = \frac{5 + 7}{6} = 2$$

y

$$x = \frac{+5 - \sqrt{25 - (4)(3)(-2)}}{(2)(3)} = \frac{5 - 7}{6} = -\frac{1}{3}.$$

En este ejemplo, las dos soluciones son $x = 2$ y $x = -\frac{1}{3}$. En los problemas de física a veces ocurre que sólo una de las soluciones corresponde a una situación de la vida real; en este caso, la otra solución se descarta. En otros casos, ambas soluciones pueden corresponder a la realidad física.

Note, incidentalmente, que b^2 debe ser mayor que $4ac$, de modo que $\sqrt{b^2 - 4ac}$ produzca un número real. Si $(b^2 - 4ac)$ es menor que cero (negativo), no existe solución real. La raíz cuadrada de un número negativo se llama *imaginario*.

Una ecuación de segundo orden (aquella en la que la potencia más alta de x es 2) tiene dos soluciones; una ecuación de tercer orden (que incluye x^3) tiene tres soluciones; y así sucesivamente.

A–5 La expansión binomial

En ocasiones uno termina con una cantidad de la forma $(1 + x)^n$. Esto es, la cantidad $(1 + x)$ se eleva a la n-ésima potencia. Esto se escribe como una suma infinita de términos, conocida como *serie de expansión*, del modo siguiente:

$$(1 + x)^n = 1 + nx + \frac{n(n-1)}{2!}x^2 + \cdots. \tag{A–5}$$

Esta fórmula es útil principalmente cuando x es muy pequeña comparada con $(x \ll 1)$. En este caso, cada término sucesivo es mucho menor que el término precedente. Por ejemplo, si $x = 0.01$ y $n = 2$, entonces, mientras el primer término es

[†] Uno o más de ellos podrían ser variables, en cuyo caso se necesitan ecuaciones adicionales.

igual a 1, el segundo término es $nx = (2)(0.01) = 0.02$, y el tercer término es $[(2)(1)/2](0.01)^2 = 0.0001$, etcétera. Por ende, cuando x es pequeño, es posible ignorar todos los términos, excepto los primeros dos (o tres) términos, y escribir

$$(1 + x)^n \approx 1 + nx. \tag{A–6}$$

Esta aproximación con frecuencia permite resolver una ecuación fácilmente, que de otro modo resultaría muy difícil. Algunos ejemplos son

$$(1 + x)^2 \approx 1 + 2x,$$

$$\frac{1}{1+x} = (1 + x)^{-1} \approx 1 - x,$$

$$\sqrt{1+x} = (1 + x)^{\frac{1}{2}} \approx 1 + \tfrac{1}{2}x,$$

$$\frac{1}{\sqrt{1+x}} = (1 + x)^{-\frac{1}{2}} \approx 1 - \tfrac{1}{2}x,$$

donde $x \ll 1$.

Como ejemplo numérico, evaluemos $\sqrt{1.02}$ utilizado la expansión binomial, dado que $x = 0.02$ es mucho menor que 1:

$$\sqrt{1.02} = (1.02)^{\frac{1}{2}} = (1 + 0.02)^{\frac{1}{2}} \approx 1 + \tfrac{1}{2}(0.02) = 1.01.$$

Puede comprobar con una calculadora (y quizá no más rápidamente) que $\sqrt{1.02} \approx 1.01$.

A–6 Geometría plana

Aquí se revisan varios de los teoremas que incluyen ángulos y triángulos que son útiles en física.

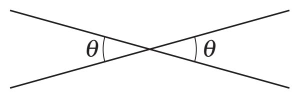


FIGURA A–1

FIGURA A–2

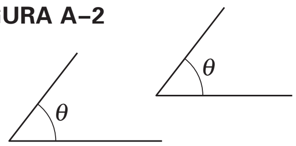
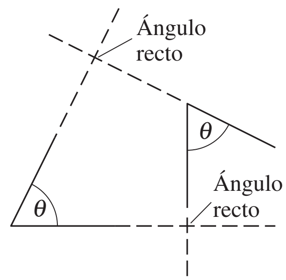


FIGURA A–3



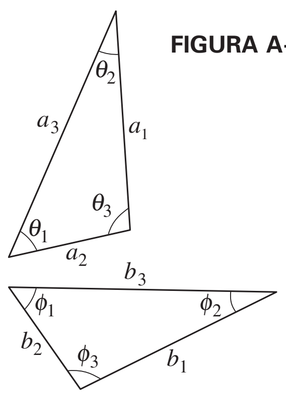


FIGURA A–4

1. *Ángulos iguales.* Dos ángulos son iguales si cualquiera de las siguientes condiciones son verdaderas:
   a) Son ángulos verticales (figura A-1); *o*
   b) el lado izquierdo de uno es paralelo al lado izquierdo del otro, y el lado derecho de uno es paralelo al lado derecho del otro (los lados izquierdo y derecho son vistos desde el vértice, donde los dos lados se encuentran, figura A-2); *o*
   c) el lado izquierdo de uno es perpendicular al lado izquierdo del otro, y los lados derechos son igualmente perpendiculares (figura A-3).

2. La *suma de los ángulos* en cualquier triángulo plano es 180°.

3. *Triángulos similares.* Se dice que dos triángulos son similares si sus tres ángulos son iguales ($\theta_1 = \phi_1, \theta_2 = \phi_2$ y $\theta_3 = \phi_3$). Por tanto, los triángulos similares tienen la misma forma básica, pero pueden ser de tamaños diferentes y tener orientaciones diferentes. Dos teoremas útiles acerca de los triángulos similares son:
   a) Dos triángulos son similares si cualesquiera dos de sus ángulos son iguales. (Esto se sigue porque los terceros ángulos también deben ser iguales, pues la suma de los ángulos de un triángulo es 180°).
   b) Las razones de lados correspondientes de dos triángulos similares son iguales. Esto es (figura A-4):

$$\frac{a_1}{b_1} = \frac{a_2}{b_2} = \frac{a_3}{b_3}.$$

4. *Triángulos congruentes.* Dos triángulos son congruentes si uno se puede colocar precisamente encima del otro. Esto es, son triángulos similares y tienen el mismo tamaño. Dos triángulos son congruentes si cualquiera de las condiciones siguientes se cumplen:
   a) Los tres lados correspondientes son iguales.
   b) Dos lados y el ángulo encerrado son iguales (“lado-ángulo-lado”).
   c) Dos ángulos y el lado encerrado son iguales (“ángulo-lado-ángulo”).

FIGURA A–5

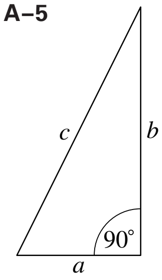


FIGURA A–6

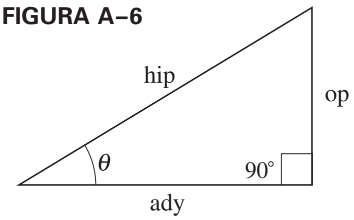


FIGURA A–7

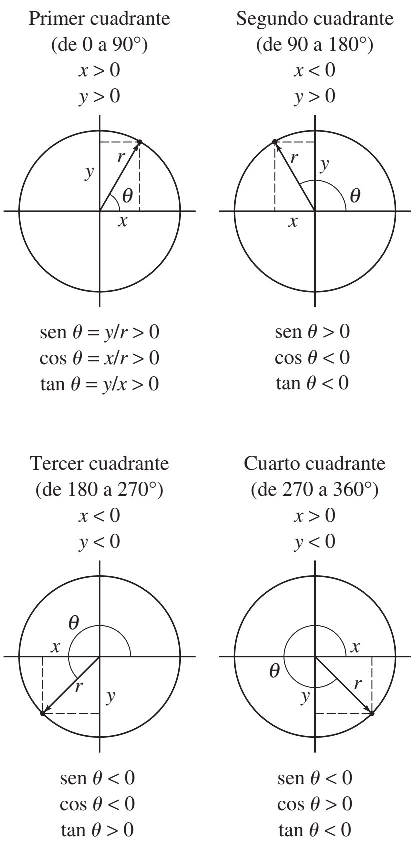
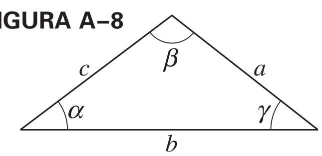


FIGURA A–8



5. *Triángulos rectángulos.* Un triángulo rectángulo tiene un ángulo de 90° (un *ángulo recto*); es decir, los dos lados que se encuentran en el ángulo recto son perpendiculares (figura A-5). Los otros dos ángulos (agudos) en el triángulo rectángulo suman 90°.
6. *Teorema de Pitágoras*. En cualquier triángulo recto, el cuadrado de la longitud de la hipotenusa (el lado opuesto al ángulo recto) es igual a la suma de los cuadrados de las longitudes de los otros dos lados o catetos. En la figura A-5,
$$c^2 = a^2 + b^2.$$

A–7 Funciones trigonométricas e identidades

Las funciones trigonométricas para cualquier ángulo θ se definen mediante la construcción de un triángulo rectángulo en torno a dicho ángulo, como se muestra en la figura A-6; op y ady son las longitudes de los catetos opuesto y adyacente al ángulo θ, e hip es la longitud de la hipotenusa:

$$\operatorname{sen}\theta = \frac{\text{op}}{\text{hip}} \qquad \csc\theta = \frac{1}{\operatorname{sen}\theta} = \frac{\text{hip}}{\text{op}}$$
$$\cos\theta = \frac{\text{ady}}{\text{hip}} \qquad \sec\theta = \frac{1}{\cos\theta} = \frac{\text{hip}}{\text{ady}}$$
$$\tan\theta = \frac{\text{op}}{\text{ady}} = \frac{\operatorname{sen}\theta}{\cos\theta} \qquad \cot\theta = \frac{1}{\tan\theta} = \frac{\text{ady}}{\text{op}}$$
$$\text{ady}^2 + \text{op}^2 = \text{hip}^2 \qquad \text{(Teorema de Pitágoras).}$$

La figura A-7 muestra los signos (+ o −) que toman el coseno, el seno y la tangente para los ángulos θ en los cuatro cuadrantes (de 0 a 360°). Note que los ángulos se miden en el sentido contrario al de las manecillas del reloj desde el eje x, como se muestra; los ángulos negativos se miden por *abajo* del eje x, en sentido de las manecillas del reloj: por ejemplo, $-30° = +330°$, etcétera.

Las siguientes son algunas identidades útiles entre las funciones trigonométricas:

$$\operatorname{sen}^2\theta + \cos^2\theta = 1$$
$$\operatorname{sen}2\theta = 2\operatorname{sen}\theta\cos\theta$$
$$\cos 2\theta = \cos^2\theta - \operatorname{sen}^2\theta = 2\cos^2\theta - 1 = 1 - 2\operatorname{sen}^2\theta$$
$$\tan 2\theta = \frac{2\tan\theta}{1-\tan^2\theta}$$
$$\operatorname{sen}(A \pm B) = \operatorname{sen}A\cos B \pm \cos A\operatorname{sen}B$$
$$\cos(A \pm B) = \cos A\cos B \mp \operatorname{sen}A\operatorname{sen}B$$
$$\tan(A \pm B) = \frac{\tan A \pm \tan B}{1 \mp \tan A\tan B}$$
$$\operatorname{sen}(180° - \theta) = \operatorname{sen}\theta$$
$$\cos(180° - \theta) = -\cos\theta$$
$$\operatorname{sen}(90° - \theta) = \cos\theta$$
$$\cos(90° - \theta) = \operatorname{sen}\theta$$
$$\operatorname{sen}\tfrac{1}{2}\theta = \sqrt{\frac{1-\cos\theta}{2}}$$
$$\cos\tfrac{1}{2}\theta = \sqrt{\frac{1+\cos\theta}{2}}$$
$$\tan\tfrac{1}{2}\theta = \sqrt{\frac{1-\cos\theta}{1+\cos\theta}}$$
$$\operatorname{sen}A \pm \operatorname{sen}B = 2\operatorname{sen}\left(\frac{A \pm B}{2}\right)\cos\left(\frac{A \mp B}{2}\right).$$

Para cualquier triángulo (véase la figura A-8):

$$\frac{\operatorname{sen}\alpha}{a} = \frac{\operatorname{sen}\beta}{b} = \frac{\operatorname{sen}\gamma}{c} \qquad \text{(ley de senos)}$$
$$c^2 = a^2 + b^2 - 2ab\cos\gamma. \qquad \text{(ley de cosenos)}$$

Tabla trigonométrica: valores numéricos de sen, cos, tan

Ángulo en grados	Ángulo en radianes	Seno	Coseno	Tangente	Ángulo en grados	Ángulo en radianes	Seno	Coseno	Tangente
0°	0.000	0.000	1.000	0.000					
1°	0.017	0.017	1.000	0.017	46°	0.803	0.719	0.695	1.036
2°	0.035	0.035	0.999	0.035	47°	0.820	0.731	0.682	1.072
3°	0.052	0.052	0.999	0.052	48°	0.838	0.743	0.669	1.111
4°	0.070	0.070	0.998	0.070	49°	0.855	0.755	0.656	1.150
5°	0.087	0.087	0.996	0.087	50°	0.873	0.766	0.643	1.192
6°	0.105	0.105	0.995	0.105	51°	0.890	0.777	0.629	1.235
7°	0.122	0.122	0.993	0.123	52°	0.908	0.788	0.616	1.280
8°	0.140	0.139	0.990	0.141	53°	0.925	0.799	0.602	1.327
9°	0.157	0.156	0.988	0.158	54°	0.942	0.809	0.588	1.376
10°	0.175	0.174	0.985	0.176	55°	0.960	0.819	0.574	1.428
11°	0.192	0.191	0.982	0.194	56°	0.977	0.829	0.559	1.483
12°	0.209	0.208	0.978	0.213	57°	0.995	0.839	0.545	1.540
13°	0.227	0.225	0.974	0.231	58°	1.012	0.848	0.530	1.600
14°	0.244	0.242	0.970	0.249	59°	1.030	0.857	0.515	1.664
15°	0.262	0.259	0.966	0.268	60°	1.047	0.866	0.500	1.732
16°	0.279	0.276	0.961	0.287	61°	1.065	0.875	0.485	1.804
17°	0.297	0.292	0.956	0.306	62°	1.082	0.883	0.469	1.881
18°	0.314	0.309	0.951	0.325	63°	1.100	0.891	0.454	1.963
19°	0.332	0.326	0.946	0.344	64°	1.117	0.899	0.438	2.050
20°	0.349	0.342	0.940	0.364	65°	1.134	0.906	0.423	2.145
21°	0.367	0.358	0.934	0.384	66°	1.152	0.914	0.407	2.246
22°	0.384	0.375	0.927	0.404	67°	1.169	0.921	0.391	2.356
23°	0.401	0.391	0.921	0.424	68°	1.187	0.927	0.375	2.475
24°	0.419	0.407	0.914	0.445	69°	1.204	0.934	0.358	2.605
25°	0.436	0.423	0.906	0.466	70°	1.222	0.940	0.342	2.747
26°	0.454	0.438	0.899	0.488	71°	1.239	0.946	0.326	2.904
27°	0.471	0.454	0.891	0.510	72°	1.257	0.951	0.309	3.078
28°	0.489	0.469	0.883	0.532	73°	1.274	0.956	0.292	3.271
29°	0.506	0.485	0.875	0.554	74°	1.292	0.961	0.276	3.487
30°	0.524	0.500	0.866	0.577	75°	1.309	0.966	0.259	3.732
31°	0.541	0.515	0.857	0.601	76°	1.326	0.970	0.242	4.011
32°	0.559	0.530	0.848	0.625	77°	1.344	0.974	0.225	4.331
33°	0.576	0.545	0.839	0.649	78°	1.361	0.978	0.208	4.705
34°	0.593	0.559	0.829	0.675	79°	1.379	0.982	0.191	5.145
35°	0.611	0.574	0.819	0.700	80°	1.396	0.985	0.174	5.671
36°	0.628	0.588	0.809	0.727	81°	1.414	0.988	0.156	6.314
37°	0.646	0.602	0.799	0.754	82°	1.431	0.990	0.139	7.115
38°	0.663	0.616	0.788	0.781	83°	1.449	0.993	0.122	8.144
39°	0.681	0.629	0.777	0.810	84°	1.466	0.995	0.105	9.514
40°	0.698	0.643	0.766	0.839	85°	1.484	0.996	0.087	11.43
41°	0.716	0.656	0.755	0.869	86°	1.501	0.998	0.070	14.301
42°	0.733	0.669	0.743	0.900	87°	1.518	0.999	0.052	19.081
43°	0.750	0.682	0.731	0.933	88°	1.536	0.999	0.035	28.636
44°	0.768	0.695	0.719	0.966	89°	1.553	1.000	0.017	57.290
45°	0.785	0.707	0.707	1.000	90°	1.571	1.000	0.000	∞

A–8 Logaritmos

Los logaritmos se definen del modo siguiente:

$$\text{si } y = A^x, \qquad \text{entonces } x = \log_A y.$$

Logaritmos comunes

Esto es, el logaritmo de un número y a la base A es aquel número que, como exponente de A, da de vuelta el número y. Para *logaritmos comunes*, la base es 10, de modo que

$$\text{si } y = 10^x, \qquad \text{entonces } x = \log y.$$

Logaritmos naturales

El subíndice 10 en $\log_{10}$ por lo general se omite cuando se trata con logaritmos comunes. Otra base que se usa ocasionalmente es la base exponencial $e = 2.718\cdots$, un número natural.† Tales logaritmos se llaman *logaritmos naturales* y se escriben ln. En consecuencia,

$$\text{si } y = e^x, \qquad \text{entonces } x = \ln y.$$

Para cualquier número y, los dos tipos de logaritmo están relacionados mediante

$$\ln y = 2.3026 \log y.$$

Algunas reglas simples para los logaritmos son las siguientes:

$$\log(ab) = \log a + \log b. \qquad \textbf{(A–7)}$$

Esto es cierto porque si $a = 10^n$ y $b = 10^m$, entonces $ab = 10^{n+m}$. A partir de la definición de logaritmo, $\log a = n$, $\log b = m$, y $\log(ab) = n + m$; por tanto, $\log(ab) = n + m = \log a + \log b$. De forma similar, es posible demostrar que

$$\log\left(\frac{a}{b}\right) = \log a - \log b \qquad \textbf{(A–8)}$$

y

$$\log a^n = n \log a. \qquad \textbf{(A–9)}$$

Estas tres reglas se aplican no sólo a los logaritmos comunes, sino a los naturales o a cualquier otro tipo de logaritmo.

Los logaritmos se usaron alguna vez como técnica para simplificar ciertos tipos de cálculos. Con la llegada de las calculadoras electrónicas y las computadoras, ya no se usan con tanta frecuencia para este propósito. Sin embargo, los logaritmos aparecen en ciertas ecuaciones físicas, así que es útil saber cómo tratar con ellos. Si usted no tiene una calculadora que calcule logaritmos, puede utilizar fácilmente una *tabla de logaritmos*, como la pequeña que se incluye aquí (tabla A-1). El número N está dado a dos dígitos (algunas tablas dan N a tres o más dígitos); el primer dígito está en la columna vertical a la izquierda, el segundo dígito está en la hilera horizontal a lo largo de la parte superior. Por ejemplo, la tabla dice que $\log 1.0 = 0.000$, $\log 1.1 = 0.041$ y $\log 4.1 = 0.613$. La tabla A-1 no incluye el punto decimal, se sobreentiende. La tabla proporciona logaritmos para los números comprendidos entre 1.0 y 9.9; para números más grandes o más pequeños, utilice la regla A-7:

$$\log(ab) = \log a + \log b.$$

Por ejemplo,

$$\log(380) = \log(3.8 \times 10^2) = \log(3.8) + \log(10^2).$$

A partir de la tabla, $\log 3.8 = 0.580$; y a partir de la regla A-9,

$$\log(10^2) = 2\log(10) = 2,$$

† La base exponencial e se escribe como serie infinita:

$$e = 1 + \frac{1}{1} + \frac{1}{1\cdot 2} + \frac{1}{1\cdot 2\cdot 3} + \frac{1}{1\cdot 2\cdot 3\cdot 4} + \cdots.$$

TABLA A–1 Tabla de logaritmos comunes

N	0.0	0.1	0.2	0.3	0.4	0.5	0.6	0.7	0.8	0.9
1	000	041	079	114	146	176	204	230	255	279
2	301	322	342	362	380	398	415	431	447	462
3	477	491	505	519	531	544	556	568	580	591
4	602	613	623	633	643	653	663	672	681	690
5	699	708	716	724	732	740	748	756	763	771
6	778	785	792	799	806	813	820	826	833	839
7	845	851	857	863	869	875	881	886	892	898
8	903	908	914	919	924	929	935	940	944	949
9	954	959	964	968	973	978	982	987	991	996

pues log (10) = 1. [Esto se desprende de la definición de logaritmo: si $10 = 10^1$, entonces $1 = \log(10)$]. Por tanto,

$$\begin{aligned}\log(380) &= \log(3.8) + \log(10^2)\\ &= 0.580 + 2\\ &= 2.580.\end{aligned}$$

De manera similar

$$\begin{aligned}\log(0.081) &= \log(8.1) + \log(10^{-2})\\ &= 0.908 - 2 = -1.092.\end{aligned}$$

En ocasiones se necesita hacer el proceso inverso: encontrar el número N cuyo logaritmo es, por ejemplo, 2.670. A esto se le llama "tomar el antilogaritmo". Para hacerlo, se separa el número 2.670 en dos partes, a partir del punto decimal:

Antilogaritmo

$$\begin{aligned}\log N = 2.670 &= 2 + 0.670\\ &= \log 10^2 + 0.670.\end{aligned}$$

Ahora se consulta la tabla A-1 para ver qué número tiene su logaritmo igual a 0.670; ninguno lo tiene, así que es necesario *interpolar*: se ve que $\log 4.6 = 0.663$ y $\log 4.7 = 0.672$. De modo que el número que se quiere está entre 4.6 y 4.7, y más cerca del último por $\frac{7}{9}$. Aproximadamente se puede decir que $\log 4.68 = 0.670$. Por tanto,

Interpolación

$$\begin{aligned}\log N &= 2 + 0.670\\ &= \log(10^2) + \log(4.68) = \log(4.68 \times 10^2),\end{aligned}$$

de modo que $N = 4.68 \times 10^2 = 468$.

Si el logaritmo dado es negativo, por ejemplo -2.180, se procede como sigue:

$$\begin{aligned}\log N = -2.180 &= -3 + 0.820\\ &= \log 10^{-3} + \log 6.6 = \log 6.6 \times 10^{-3},\end{aligned}$$

así que $N = 6.6 \times 10^{-3}$. Note que al logaritmo dado se le suma el siguiente entero más grande (3 en este caso), de modo que se tiene un entero, más un número decimal entre 0 y 1.0 cuyo antilogaritmo se busca en la tabla.

APÉNDICE B

Isótopos seleccionados

(1) Número atómico Z	(2) Elemento	(3) Símbolo	(4) Número de masa A	(5) Masa atómica[†]	(6) % abundancia (o modo de decaimiento radiactivo)[‡]	(7) Vida media (si es radiactivo)
0	(Neutrón)	n	1	1.008665	β^-	10.24 min
1	Hidrógeno	H	1	1.007825	99.9885%	
	Deuterio	d o D	2	2.014102	0.0115%	
	Tritio	t o T	3	3.016049	β^-	12.33 años
2	Helio	He	3	3.016029	0.000137%	
			4	4.002603	99.999863%	
3	Litio	Li	6	6.015122	7.59%	
			7	7.016004	92.41%	
4	Berilio	Be	7	7.016929	CE, γ	53.29 días
			9	9.012182	100%	
5	Boro	B	10	10.012937	19.9%	
			11	11.009306	80.1%	
6	Carbono	C	11	11.011434	β^+, CE	20.39 min
			12	12.000000	98.93%	
			13	13.003355	1.07%	
			14	14.003242	β^-	5730 años
7	Nitrógeno	N	13	13.005739	β^+, CE	9.965 min
			14	14.003074	99.632%	
			15	15.000109	0.368%	
8	Oxígeno	O	15	15.003065	β^+, CE	122.24 s
			16	15.994915	99.757%	
			18	17.999160	0.205%	
9	Flúor	F	19	18.998403	100%	
10	Neón	Ne	20	19.992440	90.48%	
			22	21.991386	9.25%	
11	Sodio	Na	22	21.994437	β^+, CE, γ	2.6019 años
			23	22.989770	100%	
			24	23.990963	β^-, γ	14.951 h
12	Magnesio	Mg	24	23.985042	78.99%	
13	Aluminio	Al	27	26.981538	100%	
14	Silicio	Si	28	27.976927	92.2297%	
			31	30.975363	β^-, γ	157.3 min

[†] Las masas dadas en la columna (5) son las del átomo neutro, incluidos los Z electrones.
[‡] CE = captura de electrón.

(1) Número atómico Z	(2) Elemento	(3) Símbolo	(4) Número de masa A	(5) Masa atómica	(6) % abundancia (o modo de decaimiento radiactivo)	(7) Vida media (si es radiactivo)
15	Fósforo	P	31	30.973762	100%	
			32	31.973907	β^-	14.262 días
16	Azufre	S	32	31.972071	94.9%	
			35	34.969032	β^-	87.38 días
17	Cloro	Cl	35	34.968853	75.78%	
			37	36.965903	24.22%	
18	Argón	Ar	40	39.962383	99.600%	
19	Potasio	K	39	38.963707	93.258%	
			40	39.963999	0.0117%	
					β^-, CE, γ, β^+	1.277×10^9 años
20	Calcio	Ca	40	39.962591	96.94%	
21	Escandio	Sc	45	44.955910	100%	
22	Titanio	Ti	48	47.947947	73.72%	
23	Vanadio	V	51	50.943964	99.750%	
24	Cromo	Cr	52	51.940512	83.789%	
25	Manganeso	Mn	55	54.940363	100%	
26	Hierro	Fe	56	55.934942	91.75%	
27	Cobalto	Co	59	58.933200	100%	
			60	59.933822	β^-, γ	5.2708 años
28	Níquel	Ni	58	57.935348	68.077%	
			60	59.930791	26.223%	
29	Cobre	Cu	63	62.929601	69.17%	
			65	64.927794	30.83%	
30	Zinc	Zn	64	63.929147	48.6%	
			66	65.926037	27.9%	
31	Galio	Ga	69	68.925581	60.108%	
32	Germanio	Ge	72	71.922076	27.5%	
			74	73.921178	36.3%	
33	Arsénico	As	75	74.921596	100%	
34	Selenio	Se	80	79.916522	49.6%	
35	Bromo	Br	79	78.918338	50.69%	
36	Kriptón	Kr	84	83.911507	57.00%	
37	Rubidio	Rb	85	84.911789	72.17%	
38	Estroncio	Sr	86	85.909262	9.86%	
			88	87.905614	82.58%	
			90	89.907738	β^-	28.79 años
39	Itrio	Y	89	88.905848	100%	
40	Zirconio	Zr	90	89.904704	51.4%	
41	Niobio	Nb	93	92.906378	100%	
42	Molibdeno	Mo	98	97.905408	24.1%	
43	Tecnecio	Tc	98	97.907216	β^-, γ	4.2×10^6 años
44	Rutenio	Ru	102	101.904350	31.55%	
45	Rodio	Rh	103	102.905504	100%	
46	Paladio	Pd	106	105.903483	27.33%	
47	Plata	Ag	107	106.905093	51.839%	
			109	108.904756	48.161%	

(1) Número atómico Z	(2) Elemento	(3) Símbolo	(4) Número de masa A	(5) Masa atómica	(6) % abundancia (o modo de decaimiento radiactivo)	(7) Vida media (si es radiactivo)
48	Cadmio	Cd	114	113.903358	28.7%	
49	Indio	In	115	114.903878	95.71%; β^-	4.41×10^{14} años
50	Estaño	Sn	120	119.902197	32.58%	
51	Antimonio	Sb	121	120.903818	57.21%	
52	Telurio	Te	130	129.906223	34.1%; $\beta^-\beta^-$	$> 5.6 \times 10^{22}$ años
53	Yodo	I	127	126.904468	100%	
			131	130.906124	β^-, γ	8.0207 días
54	Xenón	Xe	132	131.904155	26.89%	
			136	135.907220	8.87%; $\beta^-\beta^-$	$> 3.6 \times 10^{20}$ años
55	Cesio	Cs	133	132.905447	100%	
56	Bario	Ba	137	136.905821	11.232%	
			138	137.905241	71.70%	
57	Lantano	La	139	138.906348	99.910%	
58	Cerio	Ce	140	139.905434	88.45%	
59	Praseodimio	Pr	141	140.907648	100%	
60	Neodimio	Nd	142	141.907719	27.2%	
61	Prometio	Pm	145	144.912744	CE, α	17.7 años
62	Samario	Sm	152	151.919728	26.75%	
63	Europio	Eu	153	152.921226	52.19%	
64	Gadolinio	Gd	158	157.924101	24.84%	
65	Terbio	Tb	159	158.925343	100%	
66	Disprosio	Dy	164	163.929171	28.2%	
67	Holmio	Ho	165	164.930319	100%	
68	Erbio	Er	166	165.930290	33.6%	
69	Tulio	Tm	169	168.934211	100%	
70	Iterbio	Yb	174	173.938858	31.8%	
71	Lutecio	Lu	175	174.940768	97.41%	
72	Hafnio	Hf	180	179.946549	35.08%	
73	Tantalio	Ta	181	180.947996	99.988%	
74	Tungsteno (wolframio)	W	184	183.950933	30.64%; α	$> 4 \times 10^{18}$ años
75	Renio	Re	187	186.955751	62.60%; β^-	4.35×10^{10} años
76	Osmio	Os	191	190.960928	β^-, γ	15.4 días
			192	191.961479	40.78%	
77	Iridio	Ir	191	190.960591	37.3%	
			193	192.962924	62.7%	
78	Platino	Pt	195	194.964774	33.832%	
79	Oro	Au	197	196.966552	100%	
80	Mercurio	Hg	199	198.968262	16.87%	
			202	201.970626	29.9%	
81	Talio	Tl	205	204.974412	70.476%	
82	Plomo	Pb	206	205.974449	24.1%	
			207	206.975881	22.1%	
			208	207.976636	52.4%	
			210	209.984173	β^-, γ, α	22.3 años
			211	210.988731	β^-, γ	36.1 min
			212	211.991887	β^-, γ	10.64 h
			214	213.999798	β^-, γ	26.8 min

(1) Número atómico Z	(2) Elemento	(3) Símbolo	(4) Número de masa A	(5) Masa atómica	(6) % abundancia (o modo de decai-miento radiactivo)	(7) Vida media (si es radiactivo)
83	Bismuto	Bi	209	208.980383	100%	
			211	210.987258	α, γ, β^-	2.14 min
84	Polonio	Po	210	209.982416	α, γ, CE	138.376 días
			214	213.995186	α, γ	164.3 μs
85	Astatino	At	218	218.008681	α, β^-	1.5 s
86	Radón	Rn	222	222.017570	α, γ	3.8235 días
87	Francio	Fr	223	223.019731	β^-, γ, α	22.00 min
88	Radio	Ra	226	226.025403	α, γ	1600 años
89	Actinio	Ac	227	227.027747	β^-, γ, α	21.773 años
90	Torio	Th	228	228.028731	α, γ	1.9116 años
			232	232.038050	100%; α, γ	1.405×10^{10} años
91	Protactinio	Pa	231	231.035879	α, γ	3.276×10^4 años
92	Uranio	U	232	232.037146	α, γ	68.9 años
			233	233.039628	α, γ	1.592×10^5 años
			235	235.043923	0.720%; α, γ	7.038×10^8 años
			236	236.045562	α, γ	2.342×10^7 años
			238	238.050783	99.274%; α, γ	4.468×10^9 años
			239	239.054288	β^-, γ	23.45 min
93	Neptunio	Np	237	237.048167	α, γ	2.144×10^6 años
			239	239.052931	β^-, γ	2.3565 días
94	Plutonio	Pu	239	239.052157	α, γ	24,110 años
			244	244.064198	α	8.00×10^7 años
95	Americio	Am	243	243.061373	α, γ	7370 años
96	Curio	Cm	247	247.070347	α, γ	1.56×10^7 años
97	Berkelio	Bk	247	247.070299	α, γ	1380 años
98	Californio	Cf	251	251.079580	α, γ	898 años
99	Einstenio	Es	252	252.082970	α, CE, γ	471.7 días
100	Fermio	Fm	257	257.095099	α, γ	100.5 días
101	Mendelevio	Md	258	258.098425	α, γ	51.5 días
102	Nobelio	No	259	259.10102	α, CE	58 min
103	Lawrencio	Lr	262	262.1097	α, CE, fisión	3.6 h
104	Rutherfordio	Rf	263	263.11831	fisión	10 min
105	Dubnio	Db	262	262.11415	α, fisión, CE	34 s
106	Seaborgio	Sg	266	266.1219	α, fisión	21 s
107	Bohrio	Bh	264	264.1247	α	0.44 s
108	Hasio	Hs	269	269.1341	α	9 s
109	Meitnerio	Mt	268	268.1388	α	0.07 s
110	Darmstadtio	Ds	271	271.14608	α	0.06 ms
111		Uuu	272	272.1535	α	1.5 ms
112		Uub	277	277	α	0.24 ms

APÉNDICE C

Marcos de referencia en rotación; fuerzas inerciales; efecto Coriolis

Marcos de referencia inerciales y no inerciales

En los capítulos 5 y 8 se examinó el movimiento de los objetos, incluso los movimientos circular y de rotación, desde el exterior, como observadores fijos en la Tierra. A veces es conveniente ubicarse uno mismo (si no físicamente, al menos en teoría) en un marco de referencia que esté en rotación. Ahora se examinará el movimiento de los objetos desde el punto de vista, o marco de referencia, de las personas sentadas en una plataforma giratoria como un tiovivo. A ellos les parece como si el resto del mundo girase alrededor *de ellos*. Pero nos enfocaremos en lo que ellos observan cuando ponen una pelota de tenis en el piso de la plataforma giratoria, que se supone no tiene fricción. Si ponen la bola suavemente, sin darle ningún empujón, observarán que acelera desde el reposo y se mueve hacia fuera como se ilustra en la figura C-1*a*. De acuerdo con la primera ley de Newton, un objeto inicialmente en reposo deberá permanecer en reposo si no actúa ninguna fuerza sobre él. Pero, de

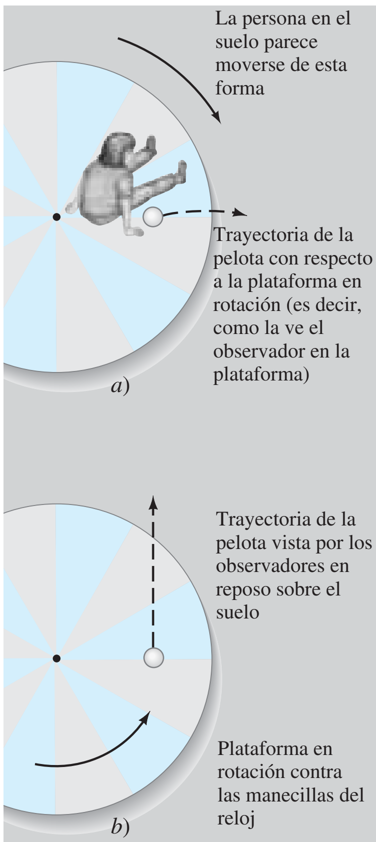


FIGURA C–1 Trayectoria de una pelota liberada sobre un tiovivo en rotación según se ve *a*) en el marco de referencia del tiovivo y *b*) en un marco de referencia fijo en el suelo.

acuerdo con los observadores en la plataforma en rotación, la pelota comienza a moverse aun cuando no exista fuerza aplicada sobre ella. Para los observadores en el suelo, esto está muy claro: la pelota tiene una velocidad inicial cuando se libera (puesto que la plataforma está en movimiento) y simplemente continúa moviéndose en una trayectoria en línea recta, como se indica en la figura C-1*b*, en concordancia con la primera ley de Newton.

Pero, ¿qué se debe hacer acerca del marco de referencia de los observadores en la plataforma en rotación? Es evidente que la primera ley de Newton, la ley de la inercia, no se sostiene en este marco de referencia en rotación. Por esta razón, a tal marco se le denomina **marco de referencia no inercial**. Un **marco de referencia inercial** (como se explicó en el capítulo 4) es aquel en el que la ley de la inercia (primera ley de Newton) sí se sostiene, y lo mismo la segunda y la tercera leyes de Newton. En un marco de referencia no inercial, como la plataforma en rotación, la segunda ley de Newton no se sostiene. Por ejemplo, en la situación descrita líneas arriba, no hay fuerza sobre la pelota; sin embargo, con respecto a la plataforma en rotación, la pelota acelera.

Fuerzas ficticias (inerciales)

Puesto que la ley de Newton no se sostiene cuando se realizan observaciones con respecto a un marco de referencia en rotación, el cálculo del movimiento resulta complicado. Sin embargo, todavía se pueden aplicar las leyes de Newton en tal marco de referencia si se utiliza un truco. La pelota en la plataforma en rotación de la figura C-1*a* vuela hacia fuera cuando se le libera (como si una fuerza actuase sobre ella aunque, como se vio anteriormente, en realidad ninguna fuerza actúa sobre ella) de modo que el truco utilizado es escribir la ecuación $\Sigma F = ma$ como si una fuerza igual a mv^2/r (o $m\omega^2 r$) actuase radialmente hacia fuera sobre el objeto, además de otras fuerzas cualesquiera que pudiesen actuar. Esta fuerza adicional, que se designa como "fuerza centrífuga", porque *parece* actuar hacia fuera, se llama **fuerza ficticia** o **pseudofuerza**. Es una pseudofuerza ("pseudo" significa "falso") porque no hay objeto que ejerza esta fuerza. Más aún, cuando se ve desde un marco de referencia inercial, el efecto no existe en absoluto. Se ha construido esta pseudofuerza de modo que se puedan realizar cálculos en un marco de referencia no inercial con la segunda ley de Newton, $\Sigma F = ma$. Por ende, el observador en el marco no inercial de la figura C-1*a* usa la segunda ley de Newton para el movimiento hacia fuera de la pelota, al suponer que una fuerza igual a mv^2/r actúa sobre ella. A tales pseudofuerzas también se les denomina **fuerzas inerciales**, pues surgen sólo porque el marco de referencia es no inercial.

Fuerza ficticia (pseudofuerza)

Fuerza inercial

Ahora se examinará el movimiento de una partícula en una centrifugadora (sección 5-5) desde el marco de referencia del tubo de ensayo en rotación. En este marco de referencia, las partículas se mueven en el tubo en una trayectoria más o menos recta. (Desde el marco de referencia de la Tierra, las partículas dan vueltas y vueltas). La aceleración de una partícula con respecto al tubo en rotación se puede calcular entonces con el uso de $F = ma$ si se incluye una pseudofuerza, "F", igual a $m\omega^2 r = m(v^2/r)$ que actúa a lo largo del tubo, además de la fuerza de arrastre F_A ejercida por el fluido sobre la partícula (figura C-2) hacia la boquilla del tubo.

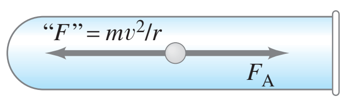


FIGURA C–2 Fuerzas sobre una partícula en un tubo de ensayo en rotación en una centrifugadora, vistas en el marco de referencia del tubo de ensayo.

En la sección 5-3 se analizaron las fuerzas sobre una persona en un automóvil que toma una curva (figura 5-11) desde el punto de vista de un marco inercial. El automóvil, por otra parte, no es un marco inercial. Los pasajeros en ese automóvil podrían interpretar esta presión hacia fuera como el efecto de una fuerza "centrífuga". Pero necesitan reconocer que es una pseudofuerza porque no existe objeto identificable que la ejerza. Es un efecto de estar en un marco de referencia no inercial.

La Tierra misma gira sobre su eje. Por ende, en sentido estricto, las leyes de Newton no son válidas en la Tierra. Sin embargo, el efecto de la rotación de la Tierra generalmente es tan pequeño que puede ignorarse, aunque sí influye en el movimiento de grandes masas de aire y de las corrientes oceánicas. En virtud del movimiento de rotación, el material de la Tierra está ligeramente más concentrado en el ecuador. La Tierra, por tanto, no es una esfera perfecta, sino que es ligeramente más ensanchada en el ecuador que en los polos.

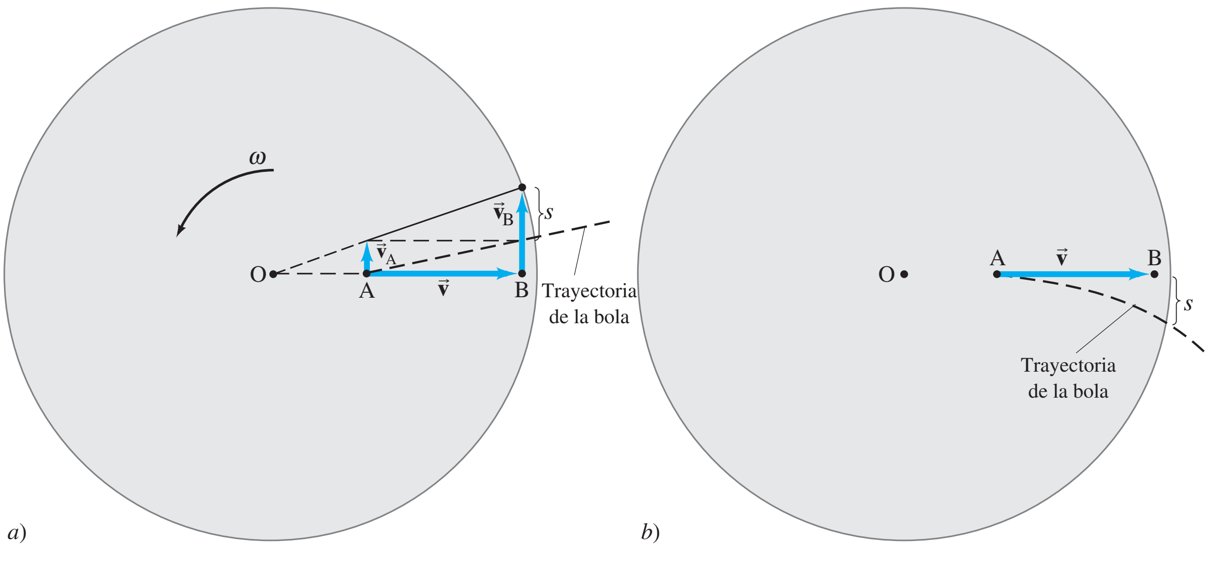
Efecto Coriolis

En un marco de referencia que gira con rapidez angular constante ω (relativa a un marco inercial), existen otras pseudofuerzas conocidas como *fuerza Coriolis*. Parece actuar sobre un cuerpo en un marco de referencia en rotación sólo si el cuerpo se mueve en relación con ese marco de referencia, y actúa para desviar al cuerpo hacia los lados. También es un efecto del marco de referencia no inercial; por tanto, se le considera como una *fuerza inercial*. Para ver cómo surge la fuerza Coriolis, considere a dos personas, A y B, en reposo sobre una plataforma en rotación con rapidez angular ω, como se ilustra en la figura C-3*a*. Están situadas a distancias r_A y r_B, respectivamente, del eje de rotación (en O). La mujer en A lanza una bola con una velocidad horizontal $\vec{\mathbf{v}}$ (en su marco de referencia) radialmente hacia fuera, hacia el hombre en B sobre el borde exterior de la plataforma. En la figura C-3*a* se ve la situación desde un marco de referencia inercial. La bola inicialmente no sólo tiene la velocidad $\vec{\mathbf{v}}$ radialmente hacia fuera, también tiene una velocidad tangencial $\vec{\mathbf{v}}_A$ debida a la rotación de la plataforma. Ahora, la ecuación 8-4 dice que $v_A = r_A\omega$, donde r_A es la distancia radial de la mujer desde el eje de rotación en O. Si el hombre en B tuviese esta misma velocidad v_A, la bola lo alcanzaría perfectamente. Pero su rapidez es mayor que v_A (figura C-3*a*), puesto que él está más lejos del eje de rotación. Su rapidez es $v_B = r_B\omega$, que es mayor que v_A, porque $r_B > r_A$. Por ende, cuando la bola alcanza el borde exterior de la plataforma, pasa un punto que el hombre en B ya pasó porque su rapidez en esa dirección es mayor que la de la bola. De modo que la bola pasa detrás de él.

La figura C-3*b* muestra la situación como se ve desde la plataforma en rotación como marco de referencia. Tanto A como B están en reposo, y la bola se lanza con velocidad $\vec{\mathbf{v}}$ hacia B, pero se desvía hacia la derecha como se muestra y pasa detrás de B como se describió anteriormente. Este no es un efecto de fuerza centrífuga, pues la última actúa radialmente hacia fuera. En vez de ello, este efecto actúa hacia los lados, de forma perpendicular a $\vec{\mathbf{v}}$, y se llama **aceleración Coriolis**; se dice que se debe a la fuerza Coriolis, que es una fuerza inercial ficticia. Su explicación, como se ve desde un sistema inercial, se dio anteriormente: es un efecto de estar en un sistema en rotación, en aquellos puntos que están más lejos del eje de rotación que tienen mayores rapideces lineales. Por otra parte, cuando se ve desde el sistema en rotación, el movimiento se puede describir con el uso de la segunda ley de Newton, $\Sigma\vec{\mathbf{F}} = m\vec{\mathbf{a}}$, si se añade un término de "pseudofuerza" correspondiente a este efecto Coriolis.

Ahora se determinará la magnitud de la aceleración Coriolis para el caso simple descrito líneas arriba. (Se supone que v es grande y las distancias son cortas, así

FIGURA C–3 Origen del efecto Coriolis. Al ver desde arriba una plataforma en rotación, *a*) desde un sistema inercial no giratorio y *b*) desde la plataforma giratoria como marco de referencia.



que se puede ignorar la gravedad). El cálculo se hace desde el marco de referencia inercial (figura C-3*a*). La bola se mueve radialmente hacia fuera una distancia $r_B - r_A$ con rapidez v en un tiempo t dado por

$$r_B - r_A = vt.$$

Durante este tiempo, la bola se mueve hacia el lado una distancia s_A dada por

$$s_A = v_A t.$$

El hombre en B, en este tiempo t, se mueve una distancia

$$s_B = v_B t.$$

Por tanto, la bola pasa detrás de él una distancia s (figura C-3*a*) dada por

$$s = s_B - s_A = (v_B - v_A)t.$$

Anteriormente se vio que $v_A = r_A\omega$ y $v_B = r_B\omega$, de modo que

$$s = (r_B - r_A)\omega t.$$

Se sustituye $r_B - r_A = vt$ (véase arriba) y se obtiene

$$s = \omega v t^2. \qquad \textbf{(C–1)}$$

Esta misma s es igual al desplazamiento lateral como se ve desde el sistema en rotación no inercial (figura C-3*b*).

Inmediatamente se ve que la ecuación C-1 corresponde al movimiento con aceleración constante. Porque, como se vio en el capítulo 2 (ecuación 2-11b), $y = \frac{1}{2}at^2$ para una aceleración constante (con velocidad inicial cero en la dirección y). En consecuencia, si la ecuación C-1 se escribe en la forma $s = \frac{1}{2}a_{Cor}t^2$, se ve que la aceleración Coriolis a_{Cor} es

$$a_{Cor} = 2\omega v. \qquad \textbf{(C–2)}$$

Esta relación es válida para cualquier velocidad en el plano de rotación, es decir, en el plano perpendicular al eje de rotación (en la figura C-3, el eje a través del punto O perpendicular a la página).

Puesto que la Tierra gira, el efecto Coriolis tiene ciertas manifestaciones interesantes sobre ella. Afecta el movimiento de las masas de aire y, por tanto, tiene una influencia en el clima. En ausencia del efecto Coriolis, el aire se lanzaría directamente en una región de baja presión, como se muestra en la figura C-4*a*. Pero en virtud del efecto Coriolis, los vientos se desvían hacia la derecha en el hemisferio norte (figura C-4*b*), pues la Tierra gira de oeste a este. Así que, alrededor de una área de baja presión, tiende a haber un patrón de viento en sentido contrario a las manecillas del reloj. Lo contrario es cierto en el hemisferio sur. Por eso, los ciclones giran en sentido contrario a las manecillas del reloj en el hemisferio norte y en sentido de las manecillas del reloj en el hemisferio sur. El mismo efecto explica el movimiento de los vientos hacia el este cerca del ecuador: cualquier viento con dirección sur hacia el ecuador se desviará hacia el oeste (esto es, como si viniese del este).

El efecto Coriolis también actúa sobre la caída de los cuerpos. Un cuerpo que se libera desde lo alto de una alta torre no golpeará el suelo directamente debajo del punto de liberación, sino que se desviará ligeramente hacia el este. Visto desde un marco inercial, esto se debe a que la parte superior de la torre da vueltas con una rapidez ligeramente mayor que la base de la torre.

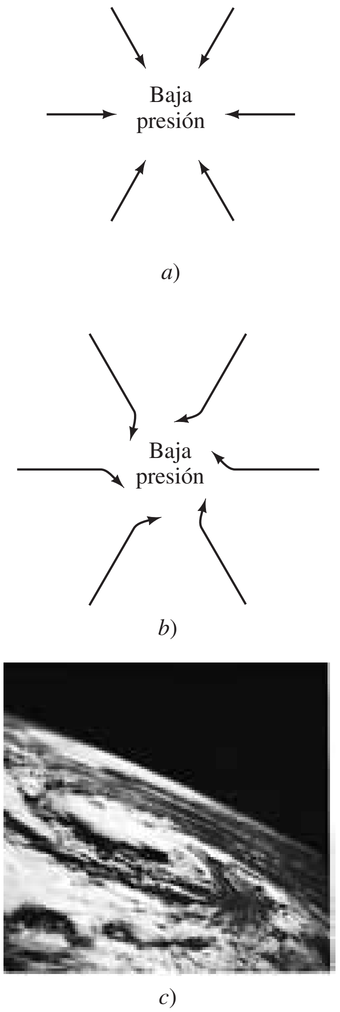


FIGURA C–4 *a*) Los vientos (masas de aire en movimiento) fluirían directamente hacia una área de baja presión si la Tierra no girara; *b*) y *c*): A causa de la rotación de la Tierra, los vientos se desvían hacia la derecha en el hemisferio norte (como en la figura C-3) como si actuase una fuerza ficticia (Coriolis).

APÉNDICE D

Calores específicos molares para gases y la equipartición de la energía

Calores específicos molares para gases

Los valores de los calores específicos para gases dependen de cómo se lleva a cabo el proceso termodinámico. Dos importantes procesos son aquellos en los que el volumen o la presión se mantienen constantes; la tabla D-1 muestra cuán diferentes pueden ser.

La diferencia en calores específicos se explica bastante bien en términos de la primera ley de la termodinámica y la teoría cinética. Para los gases generalmente se usan **calores específicos molares**, C_V y C_P, que se definen como el calor requerido para elevar 1 mol de gas en 1 C° a volumen constante y a presión constante, respectivamente. En analogía con la ecuación 14-2, el calor Q necesario para elevar la temperatura de n moles de gas por ΔT es

Calores específicos molares

$$Q = nC_V\,\Delta T \qquad \text{[volumen constante]} \qquad \textbf{(D–1a)}$$

$$Q = nC_P\,\Delta T. \qquad \text{[presión constante]} \qquad \textbf{(D–1b)}$$

Es claro a partir de la definición de calor específico molar (compare las ecuaciones 14-2 y D-1) que

$$C_V = Mc_V \quad \text{y} \quad C_P = Mc_P,$$

donde M es la masa molecular del gas ($M = m/n$ en gramos/mol). Los valores para calores específicos molares se incluyen en la tabla D-1. Estos valores son casi los mismos para diferentes gases que tienen el mismo número de átomos por molécula.

Ahora se empleará la teoría cinética de los gases para ver, primero, por qué los calores específicos de los gases son mayores para procesos a presión constante que para procesos a volumen constante. Imagine que un gas ideal se calienta lentamente mediante estos dos procesos: primero a volumen constante y luego a presión constan-

TABLA D – 1 Calores específicos de gases a 15°C

Gas	Calores específicos (kcal/kg·K) c_V	c_P	Calores específicos molares (cal/mol·K) C_V	C_P	$C_P - C_V$ (cal/mol · K)
Monoatómico					
He	0.75	1.15	2.98	4.97	1.99
Ne	0.148	0.246	2.98	4.97	1.99
Diatómico					
N_2	0.177	0.248	4.96	6.95	1.99
O_2	0.155	0.218	5.03	7.03	2.00
Triatómico					
CO_2	0.153	0.199	6.80	8.83	2.03
H_2O (100°C)	0.350	0.482	6.20	8.20	2.00
Poliatómico					
C_2H_6	0.343	0.412	10.30	12.35	2.05

te. En ambos procesos se deja que la temperatura aumente por la misma cantidad, ΔT. En el proceso a volumen constante no se realiza trabajo, pues $\Delta V = 0$. Por tanto, de acuerdo con la primera ley de la termodinámica, el calor agregado (denotado por Q_V) se destina en su totalidad a aumentar la energía del gas:

$$Q_V = \Delta U.$$

En el proceso de presión constante, *sí* se realiza trabajo. De este modo, el calor añadido Q_P no sólo debe aumentar la energía interna, sino también se utiliza para realizar trabajo $W = P\,\Delta V$. Así, para el mismo ΔT, en el proceso a presión constante se debe agregar más calor que en el de volumen constante. Para el proceso a presión constante, la primera ley de la termodinámica da

$$Q_P = \Delta U + P\,\Delta V.$$

Como ΔU es igual en los dos procesos (se elige ΔT como el mismo), es factible combinar las dos ecuaciones anteriores:

$$Q_P - Q_V = P\,\Delta V.$$

A partir de la ley de gas ideal, $V = nRT/P$, de modo que para un proceso a presión constante $\Delta V = nR\,\Delta T/P$. Al colocar esto en la ecuación anterior y utilizar las ecuaciones D-1, se encuentra

$$nC_P\,\Delta T - nC_V\,\Delta T = P\left(\frac{nR\,\Delta T}{P}\right)$$

o, después de cancelaciones,

$$C_P - C_V = R. \tag{D–2}$$

Puesto que la constante de gas $R = 8.315\ \mathrm{J/mol\cdot K} = 1.99\ \mathrm{cal/mol\cdot K}$, se predice que C_P será mayor que C_V por aproximadamente 1.99 cal/mol·K. De hecho, esto está muy cerca de lo que se obtiene experimentalmente, como indica la última columna de la tabla D-1.

Ahora se calculará el calor específico molar de un gas monoatómico con la teoría cinética. Para un proceso que se lleva a cabo a volumen constante, no se realiza trabajo, así que la primera ley de la termodinámica dice que

$$\Delta U = Q_V.$$

Para un gas monoatómico ideal, la energía interna U, es la energía cinética total de todas las moléculas

$$U = N\left(\tfrac{1}{2}m\overline{v^2}\right) = \tfrac{3}{2}nRT$$

como se vio en la sección 14-2. Entonces, a partir de la ecuación D-1a, $\Delta U = Q_V$ se escribe como

$$\Delta U = \tfrac{3}{2}nR\,\Delta T = nC_V\,\Delta T \tag{D–3}$$

o

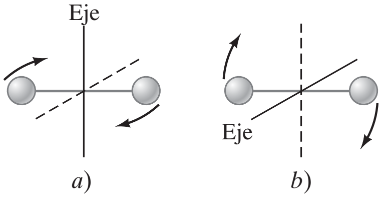
$$C_V = \tfrac{3}{2}R. \tag{D–4}$$

Como $R = 8.315\ \mathrm{J/mol\cdot K} = 1.99\ \mathrm{cal/mol\cdot K}$, la teoría cinética predice que $C_V = 2.98\ \mathrm{cal/mol\cdot K}$ para un gas monoatómico ideal. Esto está muy cerca de los valores experimentales para gases monoatómicos como el helio y el neón (tabla D-1). A partir de la ecuación D-2, se predice que C_P es aproximadamente 4.97 cal/mol·K, también en concordancia con los experimentos (tabla D-1).

Equipartición de energía

Los calores específicos molares medidos para gases más complejos (tabla D-1), como los gases diatómicos (dos átomos) y triatómicos (tres gases), aumentan con el número creciente de átomos por molécula. Esto se explica al suponer que la energía interna incluye no sólo energía cinética de traslación, sino también otras formas de energía. Por ejemplo, en un gas diatómico (figura D-1) los dos átomos pueden girar en torno a dos ejes diferentes (pero la rotación en torno a un tercer eje que pase a través de los dos átomos daría lugar a energía despreciable, pues el momento de inercia sería muy pequeño). Las moléculas también pueden tener energía cinética de rotación, así como de traslación.

FIGURA D–1 Una molécula diatómica puede girar en torno a dos ejes diferentes.



Grados de libertad

Es útil introducir la idea de **grados de libertad**, con lo que se entiende el número de formas independientes en que las moléculas pueden poseer energía. Por ejemplo, un gas monoatómico tiene tres grados de libertad, porque un átomo puede tener velocidad a lo largo de los ejes x, y y z. Éstos se consideran tres movimientos independientes porque un cambio en cualquiera de los componentes no afectaría a los otros. Una molécula diatómica tiene los mismos tres grados de libertad asociados con la energía cinética de traslación más dos grados de libertad asociados con la energía cinética de rotación (figura D-1), para un total de cinco grados de libertad.

Equipartición de la energía

La tabla D-1 indica que el C_V para gases diatómicos es aproximadamente $\frac{5}{3}$ veces el de un gas monoatómico; es decir, en la misma razón que sus grados de libertad. Esto condujo a los físicos del siglo XIX al **principio de equipartición de la energía**. Este principio afirma que la energía se comparte equitativamente entre los grados de libertad activos, y cada grado de libertad activo de una molécula tiene en promedio una energía igual a $\frac{1}{2}kT$. De esta forma, la energía promedio para una molécula de un gas monoatómico sería $\frac{3}{2}kT$ (lo que ya se sabía) y de un gas diatómico $\frac{5}{2}kT$. En consecuencia, la energía interna de un gas diatómico sería $U = N\left(\frac{5}{2}kT\right) = \frac{5}{2}nRT$, donde n es el número de moles. Al utilizar el mismo argumento que se empleó para gases monoatómicos, se ve que para los gases diatómicos el calor específico molar a volumen constante sería $\frac{5}{2}R = 4.97\ \text{cal/mol}\cdot\text{K}$, en concordancia con los valores medidos. Las moléculas más complejas tienen incluso más grados de libertad y, por ende, mayores calores específicos molares.

Sin embargo, las mediciones mostraron que, para gases diatómicos a temperaturas muy bajas, C_V tiene un valor de apenas $\frac{3}{2}R$, como si sólo hubiese tres grados de libertad. Y a temperaturas muy altas, C_V fue de aproximadamente $\frac{7}{2}R$, como si hubiese siete grados de libertad. La explicación es que, a temperaturas bajas, casi todas las moléculas tienen sólo energía cinética de traslación, de modo que ninguna energía pasa a energía de rotación y sólo tres grados de libertad están "activos". A temperaturas muy altas, los cinco grados de libertad están activos más dos adicionales. Los dos nuevos grados de libertad se interpretan como asociados con los dos átomos en vibración, como si estuviesen conectados por un resorte (figura D-2). Un grado de libertad viene de la energía cinética del movimiento vibracional, y el segundo de la energía potencial de movimiento vibracional $\left(\frac{1}{2}kx^2\right)$. A temperatura ambiente, estos dos grados de libertad aparentemente no están activos. Einstein explicó, mediante la teoría cuántica, por qué menos grados de libertad están "activos" a temperaturas más bajas.

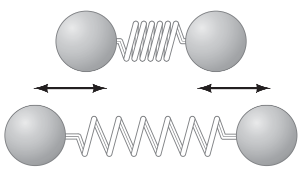
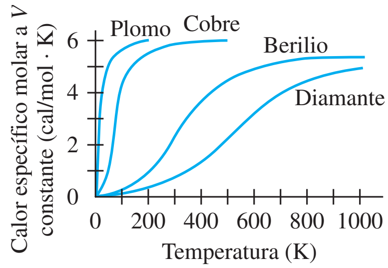


FIGURA D–2 Una molécula diatómica puede vibrar, como si los dos átomos estuviesen conectados mediante un resorte. Desde luego no lo están, sino que más bien ejercen fuerzas de naturaleza eléctrica entre sí, de una forma que recuerda la fuerza de un resorte.

Sólidos

El principio de equipartición de la energía también es aplicable a los sólidos. El calor específico molar de cualquier sólido a altas temperaturas está cerca de $3R$ (6.0 cal/mol·K), figura D-3. Se le llama *valor de Dulong y Petit*, en honor de los científicos que lo midieron por primera vez en 1819. (Hay que hacer notar que la tabla 14-1 proporciona los calores específicos por kilogramo, no por mol). A altas temperaturas, cada átomo aparentemente tiene seis grados de libertad, aunque algunos no están activos a bajas temperaturas. Cada átomo en un sólido cristalino puede vibrar en torno de su posición de equilibrio como si estuviese conectado mediante resortes a cada uno de sus vecinos (figura D-4). Por tanto, puede tener tres grados de libertad para la energía cinética y tres más asociados con energía potencial de vibración en cada una de las direcciones x, y y z, en concordancia con valores medidos.

FIGURA D–3 Calores específicos molares de sólidos como una función de la temperatura.



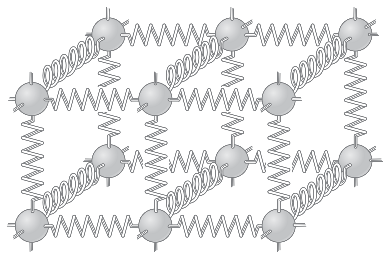


FIGURA D–4 Los átomos en un sólido cristalino pueden vibrar en torno a sus posiciones de equilibrio como si estuviesen conectados a sus vecinos mediante resortes. (Las fuerzas entre átomos en realidad son de naturaleza eléctrica).

APÉNDICE E

Transformaciones galileanas y de Lorentz

Ahora se examinarán en detalle las matemáticas que permiten relacionar cantidades en un marco de referencia inercial con las cantidades equivalentes en otro. En particular, se verá cómo las posiciones y las velocidades se *transforman* (es decir, cambian) conforme se pasa de un marco de referencia a otro.

Comenzaremos con el punto de vista clásico, o galileano. Considere dos marcos de referencia S y S′ que se caracterizan cada uno por un conjunto de ejes coordenados (figura E-1). Los ejes x y y (z no se muestra) se refieren a S, y x' y y' se refieren a S′. Los ejes x' y x se traslapan y se supone que el marco S′ se mueve hacia la derecha (en la dirección x) con rapidez v con respecto a S. Por simplicidad, se supondrá que los orígenes O y O′ de los dos marcos de referencia se superponen en el tiempo $t = 0$.

Ahora considere un evento que ocurre en algún punto P (figura E-1) representado por las coordenadas x', y', z' en el marco de referencia S′ en el tiempo t'. ¿Cuáles serán las coordenadas de P en S? Como S y S′ se traslapan precisamente en el inicio, después de un tiempo t, S′ se habrá movido una distancia vt'. Por tanto, en el tiempo t', $x = x' + vt'$. Las coordenadas y y z, por otra parte, no se alteran con el movimiento a lo largo del eje x; de esta forma, $y = y'$ y $z = z'$. Finalmente, puesto que el tiempo se supone absoluto en la física galileana-newtoniana, los relojes en los dos marcos concordarán uno con otro, de modo que $t = t'$. Esto se resume en las siguientes ecuaciones de **transformación galileana**:

$$
\begin{aligned}
x &= x' + vt' \\
y &= y' \\
z &= z' \\
t &= t'.
\end{aligned}
\qquad \text{(E–1)}
$$

Transformaciones galileanas

Estas ecuaciones proporcionan las coordenadas de un evento en el marco S cuando se conocen las del marco S′. Si las del sistema S se conocen, entonces las coordenadas en S′ se obtienen a partir de

$$x' = x - vt, \qquad y' = y, \qquad z' = z, \qquad t' = t.$$

Estas cuatro ecuaciones son la transformación "inversa" y se obtienen muy fácilmente a partir de las ecuaciones E-1. Note que el efecto es simplemente intercambiar las cantidades primas y no primas y sustituir v por $-v$. Esto tiene sentido, pues desde el marco S′, S se mueve hacia la izquierda (dirección x negativa) con rapidez v.

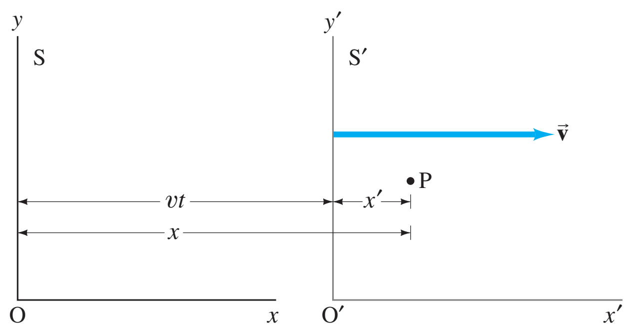


FIGURA E–1 El marco de referencia inercial S′ se mueve hacia la derecha con rapidez v con respecto al marco inercial S.

Suponga ahora que el punto P en la figura E-1 representa un objeto que se mueve. Sean los componentes de su vector velocidad en S′ u'_x, u'_y y u'_z (se usa u para distinguir de la velocidad relativa de los dos marcos, v). Ahora, $u'_x = \Delta x'/\Delta t'$, $u'_y = \Delta y'/\Delta t'$ y $u'_z = \Delta z'/\Delta t'$, donde todas las cantidades son como se miden en el marco S′. Por ejemplo, si en el tiempo t'_1 la partícula está en x'_1, y poco tiempo después t'_2, está en x'_2, entonces

$$u'_x = \frac{x'_2 - x'_1}{t'_2 - t'_1} = \frac{\Delta x'}{\Delta t'}.$$

Ahora la velocidad de P vista desde S tendrá componentes u_x, u_y y u_z. Con la ecuación E-1 se demuestra cómo están relacionados éstos con los componentes de velocidad en S′. Por ejemplo,

$$\begin{aligned} u_x = \frac{\Delta x}{\Delta t} = \frac{x_2 - x_1}{t_2 - t_1} &= \frac{(x'_2 + vt'_2) - (x'_1 + vt'_1)}{t'_2 - t'_1} \\ &= \frac{(x'_2 - x'_1) + v(t'_2 - t'_1)}{t'_2 - t'_1} \\ &= \frac{\Delta x'}{\Delta t'} + v = u'_x + v. \end{aligned}$$

Para los otros componentes, $u'_y = u_y$ y $u'_z = u_z$, así que se tiene

Transformaciones galileanas de velocidad

$$\begin{aligned} u_x &= u'_x + v, \\ u_y &= u'_y, \\ u_z &= u'_z. \end{aligned} \qquad \textbf{(E–2)}$$

Éstas se conocen como las ecuaciones de **transformación galileana de velocidad**. Se ve que los componentes y y z de la velocidad no varían, pero los componentes x difieren por v. Esto es justo lo que se empleó antes, cuando se trató con velocidad relativa. Por ejemplo, si S′ es un tren y S la Tierra, y el tren se mueve con rapidez v con respecto a la Tierra, una persona que camine hacia el frente del tren con rapidez u'_x tendrá una rapidez con respecto a la Tierra de $u_x = u'_x + v$.

Teoría de la relatividad

Las transformaciones galileanas (ecuaciones E-1 y E-2) son válidas sólo cuando las velocidades implicadas no sean relativistas, es decir, mucho menores que la rapidez de la luz, c. Se observa, por ejemplo, que la primera de las ecuaciones E-2 no funcionará para la rapidez de la luz, c, que es la misma en todos los marcos de referencia inerciales (un postulado básico de la teoría de la relatividad). Es decir, la luz que viaje en S′ con rapidez $u'_x = c$ tendrá una rapidez $c + v$ en S, de acuerdo con la ecuación E-2, mientras que la teoría de la relatividad insiste que debe ser c en S. Entonces, como es evidente, se necesita un nuevo conjunto de ecuaciones de transformación para tratar con velocidades relativistas.

Las ecuaciones requeridas se deducirán de forma simple, de nuevo a partir de la figura E-1. Se supone que la transformación es lineal y de la forma

$$x = \gamma(x' + vt'), \qquad y = y', \qquad z = z'.$$

Es decir, se modifica la primera de las ecuaciones E-1 al multiplicar por un factor γ que está aún por determinarse. Pero se supone que las ecuaciones de y y z no varían, porque ya no se espera contracción de longitud en estas direcciones. No se supone una forma para t, pero se le deducirá. Las ecuaciones inversas deben tener la misma forma con v sustituida por $-v$. (El principio de relatividad así lo demanda, puesto que S′ en movimiento hacia la derecha con respecto a S es equivalente a S en movimiento hacia la izquierda con respecto a S′). Por tanto,

$$x' = \gamma(x - vt).$$

Ahora, si un pulso de luz sale del origen común de S y S′ en el tiempo $t = t' = 0$, después de un tiempo t habrá viajado a lo largo del eje x una distancia $x = ct$ (en S) o $x' = ct'$ (en S′). De esta manera, a partir de las ecuaciones para x y x' anteriores

$$ct = \gamma(ct' + vt') = \gamma(c + v)t',$$

$$ct' = \gamma(ct - vt) = \gamma(c - v)t.$$

Se sustituye t' de la segunda ecuación en la primera y se encuentra $ct = \gamma(c + v)\gamma(c - v)(t/c) = \gamma^2(c^2 - v^2)t/c$. Se cancela t en cada lado y se resuelve para γ para encontrar

$$\gamma = \frac{1}{\sqrt{1 - v^2/c^2}}.$$

Ahora que se encontró γ, sólo se necesita encontrar la relación entre t y t'. Para ello, se combina $x' = \gamma(x - vt)$ con $x = \gamma(x' + vt')$:

$$x' = \gamma(x - vt) = \gamma[\gamma(x' + vt') - vt].$$

Se resuelve para t y se encuentra $t = \gamma(t' + vx'/c^2)$. En resumen,

$$\begin{aligned} x &= \frac{1}{\sqrt{1 - v^2/c^2}}(x' + vt'), \\ y &= y', \\ z &= z', \\ t &= \frac{1}{\sqrt{1 - v^2/c^2}}\left(t' + \frac{vx'}{c^2}\right). \end{aligned} \qquad \textbf{(E–3)}$$

Transformaciones de Lorentz

Éstas se llaman ecuaciones de **transformación de Lorentz**. Fue Lorentz quien las propuso por primera vez en 1904, con una forma ligeramente diferente, para explicar el resultado nulo del experimento Michelson-Morley y para hacer que las ecuaciones de Maxwell tomaran la misma forma en todos los sistemas inerciales. Un año después, Einstein las dedujo independientemente con base en su teoría de la relatividad. Advierta que no sólo la ecuación x se modifica en comparación con la transformación galileana, sino también la ecuación de t. De hecho, en esta última ecuación se ve directamente, así como en la primera, cómo se mezclan las coordenadas espacio y tiempo.

Las ecuaciones de velocidad correctas desde el punto de vista relativista se obtienen con facilidad. Por ejemplo, utilizando las ecuaciones E-3 (sea $\gamma = 1/\sqrt{1 - v^2/c^2}$),

$$\begin{aligned} u_x = \frac{\Delta x}{\Delta t} &= \frac{\gamma(\Delta x' + v\,\Delta t')}{\gamma(\Delta t' + v\,\Delta x'/c^2)} = \frac{(\Delta x'/\Delta t') + v}{1 + (v/c^2)(\Delta x'/\Delta t')} \\ &= \frac{u'_x + v}{1 + vu'_x/c^2}. \end{aligned}$$

Las otras se obtienen de la misma forma, y se reúnen aquí:

$$\begin{aligned} u_x &= \frac{u'_x + v}{1 + vu'_x/c^2}, \\ u_y &= \frac{u'_y\sqrt{1 - v^2/c^2}}{1 + vu'_x/c^2}, \\ u_z &= \frac{u'_z\sqrt{1 - v^2/c^2}}{1 + vu'_x/c^2}. \end{aligned} \qquad \textbf{(E–4)}$$

Transformaciones relativistas de velocidad

La primera de estas ecuaciones explica cómo las velocidades no se suman en el sentido común (galileano), a causa del denominador $(1 + vu'_x/c^2)$. Ahora se puede ver que los componentes x y y de la velocidad también se alteran y que dependen del componente x' de velocidad.

EJEMPLO E–1 **Contracción de la longitud.** Deduzca la fórmula de contracción de la longitud a partir de las ecuaciones de transformación de Lorentz.

SOLUCIÓN Sea un objeto de longitud L_0 en reposo en el eje x en S. Las coordenadas de sus dos puntos extremos son x_1 y x_2, de modo que $x_2 - x_1 = L_0$. En cualquier instante en S′, los puntos extremos estarán en x_1' y x_2', dados por las ecuaciones de transformación de Lorentz. La longitud medida en S′ es $L = x_2' - x_1'$. Un observador en S′ mide esta longitud al medir x_2' y x_1' al mismo tiempo (en el marco S′), de modo que $t_2' = t_1'$. Entonces, a partir de la primera de las ecuaciones E-3,

$$L_0 = x_2 - x_1 = \frac{1}{\sqrt{1 - v^2/c^2}}\left(x_2' + vt_2' - x_1' - vt_1'\right).$$

Puesto que $t_2' = t_1'$, se tiene

$$L_0 = \frac{1}{\sqrt{1 - v^2/c^2}}\left(x_2' - x_1'\right) = \frac{L}{\sqrt{1 - v^2/c^2}},$$

o

$$L = L_0\sqrt{1 - \frac{v^2}{c^2}},$$

EJEMPLO E–2 **Dilatación del tiempo.** Deduzca la fórmula de dilatación del tiempo a partir de las ecuaciones de transformación de Lorentz.

SOLUCIÓN El tiempo Δt_0 entre dos eventos que ocurren en el mismo lugar $\left(x_2' = x_1'\right)$ en S′ se mide que es $\Delta t_0 = t_2' - t_1'$. Como $x_2' = x_1'$, entonces, a partir de la última de las ecuaciones E-3, el tiempo Δt entre los eventos, según se mide en S, es

$$\begin{aligned}\Delta t = t_2 - t_1 &= \frac{1}{\sqrt{1 - v^2/c^2}}\left(t_2' + \frac{vx_2'}{c^2} - t_1' - \frac{vx_1'}{c^2}\right)\\ &= \frac{1}{\sqrt{1 - v^2/c^2}}\left(t_2' - t_1'\right)\\ &= \frac{\Delta t_0}{\sqrt{1 - v^2/c^2}},\end{aligned}$$

Cabe hacer notar que se elige S′ como el marco en el que los dos eventos ocurren en el mismo lugar, de modo que $x_1' = x_2'$, y los términos que contienen x_1' y x_2' se cancelan.

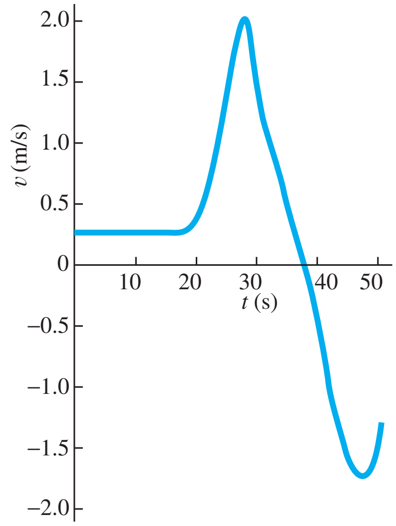
RESPUESTAS A PROBLEMAS CON NÚMERO IMPAR

CAPÍTULO 1

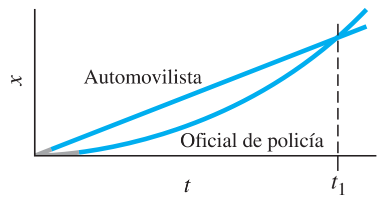
1. *a*) 1.4×10^{10} años;
b) 4.4×10^{17} s.
3. *a*) 1.156×10^{0};
b) 2.18×10^{1};
c) 6.8×10^{-3};
d) 2.7635×10^{1};
e) 2.19×10^{-1};
f) 4.44×10^{2}.
5. 1%.
7. *a*) 4%;
b) 0.4%;
c) 0.07%.
9. 1.7 m.
11. 9%.
13. *a*) 1 megavolt;
b) 2 micrometros;
c) 6 kilodías;
d) 18 hectodólares;
e) 8 nanopiezas.
15. *a*) 1.5×10^{11} m;
b) 150 gigametros.
17. 3.8 s.
19. 3.76 m.
21. 7.3%.
23. *a*) $3.80 \times 10^{13}\ \mathrm{m}^2$;
b) 13.4.
25. $\approx 7 \times 10^{5}$ libros.
27. ≈ 11 horas.
29. $8 \times 10^{4}\ \mathrm{cm}^3$.
31. 4×10^{8} kg/año.
33. *a*) No puede ser correcta;
b) puede ser correcta;
c) puede ser correcta.
35. 50,000 chips.
37. 2×10^{-4} m.
39. *a*) 10^{12} protones o neutrones;
b) 10^{10} protones o neutrones;
c) 10^{29} protones o neutrones;
d) 10^{68} protones o neutrones.
41. 1500 bolas de chicle.
43. ≈ 3 pies.
45. ≈ 3500 km.
47. 150 m de largo, 25 m de ancho, 15 m de alto; $6 \times 10^{4}\ \mathrm{m}^3$.
49. 210 yd, 190 m.
51. $2.21 \times 10^{19}\ \mathrm{m}^3$, 49.3 Lunas.
53. *a*) 3%, 3%;
b) 0.7%, 0.2%.

CAPÍTULO 2

1. 72.3 km/h.
3. 61 m.
5. -2.5 cm/s.
7. *a*) 2.6×10^{2} km;
b) 77 km/h.
9. *a*) 4.3 m/s;
b) 0 m/s.
11. 2.7 min.
13. 6.8 h, 8.7×10^{2} km/h.
15. 6.73 m/s.
17. *a*) $7.41\ \mathrm{m/s^2}$;
b) $9.60 \times 10^{4}\ \mathrm{km/h^2}$.
19. $-5.5\ \mathrm{m/s^2}$, $-0.56\ g$.
21. $2.0\ \mathrm{m/s^2}$, 114 m.
23. 1.8×10^{2} m.
25. 63.0 m.
27. $-36\ g$.
31. 3.1 s.
33. 51.8 m.
35. *a*) 8.8 s;
b) 86 m/s.
37. 15 m/s, 11 m.
39. 5.61 s.
43. 4.1×10^{-2} s.
45. 46 m.
47. *a*) 5.20 s;
b) 38.9 m/s;
c) 84.7 m.
49. *a*) 48 s;
b) 90 s a 108 s;
c) 0 s a 38 s, 65 s a 83 s, 90 s a 108 s;
d) 65 s a 83 s.
51. *a*) 0 s a 18 s;
b) 27 s;
c) 38 s;
d) ambas direcciones.
53. *a*) $4\ \mathrm{m/s^2}$;
b) $3\ \mathrm{m/s^2}$;
c) $0.35\ \mathrm{m/s^2}$;
d) $1.6\ \mathrm{m/s^2}$.
55.



57. *a*) $-150\ \mathrm{m/s^2}$;
b) aflojarla.
59. 1.3 m.
61. *b*) 14 m;
c) 39.4 m.
63. 31 m/s.
65. *a*) 8.8 min;
b) 7.5 min.
67. 4.9 m/s a 5.7 m/s, 6.0 m/s a 6.9 m/s, rango más pequeño de velocidades iniciales.
69. 29.0 m.
71. $5.1 \times 10^{-2}\ \mathrm{m/s^2}$.
73. 3.3 min; 5.2 km; 23.3 s, 0.61 km.
75. *a*) 88 m/s;
b) 27 s;
c) 1590 m;
d) 36 s;
e) -177 m/s;
f) 54 s.
77.
a)

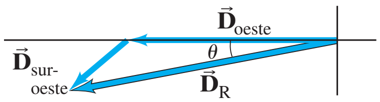


b) 23 s;
c) $3.0\ \mathrm{m/s^2}$;
d) 67 m/s.
79. 18 m/s.
81. 0.44 m/min, 2.9 hamburguesas/min.
83. 12 m/s.

85. *a*) Cerca del punto medio del intervalo de tiempo;
b) A;
c) en los puntos donde las dos gráficas se cruzan; en el primer cruce, la bicicleta B pasa a la bicicleta A; en el segundo cruce, la bicicleta A pasa a la bicicleta B;
d) A;
e) tienen la misma velocidad promedio.

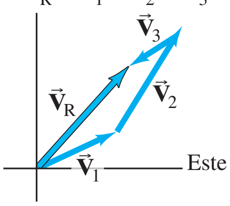
CAPÍTULO 3

1. 282 km, 12° al sur del oeste.

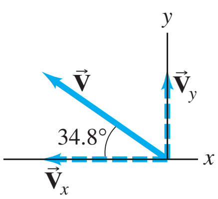


3. $\vec{\mathbf{V}}_2 - \vec{\mathbf{V}}_1$.

5. 58 m, 48°. $\vec{\mathbf{V}}_{\text{R}} = \vec{\mathbf{V}}_1 + \vec{\mathbf{V}}_2 + \vec{\mathbf{V}}_3$



7. *a*)



b) −11.7 unidades, 8.16 unidades;
c) 14.3 unidades, 34.8° sobre el eje $-x$.

9. *a*) 550 km/h, 487 km/h;
b) 1650 km, 1460 km.

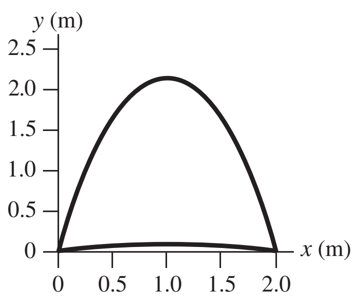
11. 64.6, 53.1°.

13. *a*) 62.6, 329°;
b) 77.5, 71.9°;
c) 77.5, 251.9°.

15. −2450 m, 3870 m, 2450 m; 5190 m.

17. 4.0 m.

19. 13° y 77°.



21. 7.92 m/s.

23. 12.9 m.

25. 6 veces más lejos.

27. 5.71 s.

29. El balón no librará la barra. Está 0.76 m abajo cuando alcanza el poste.

31. *a*) 10.4 s;
b) 541 m;
c) 51.9 m/s, −63.1 m/s;
d) 81.7 m/s;
e) 50.6° bajo el horizonte;
f) 78.1 m.

33. 76°.

35. *a*) 481 m;
b) 8.37 m/s abajo;
c) 97.4 m/s.

37. 1.8 m/s, 19° al banco del río.

39. *a*) 2.59 m/s, 62° desde la orilla;
b) 3.60 m corriente abajo, 6.90 m a través del río.

41. *a*) 543 km/h, 7.61° al este del sur;
b) 17 km.

43. 1.41 m/s.

45. *a*) 1.24 m/s;
b) 2.28 m/s.

47. *a*) 67 m;
b) 170 s.

49. 42.2° al norte del este.

51. 114 km/h.

53. 6.2°.

55. 4.7 m/s^2 izquierda (opuesto al movimiento del camión), 2.8 m/s^2 abajo.

57. $v_{\text{T}}/\tan\theta$.

59. 180 s, 4.8 km; 21.2 s, 0.56 km.

61. 1.9 m/s^2.

63. 1.9 m/s, 2.7 s.

65. 49.6°.

67. 63 m/s, 66° sobre el horizontal.

69. 10.8 m/s a 11.0 m/s.

71. *a*) 36 m/s;
b) 20 m/s.

73. 7.0 m/s, 97°.

75. 39 m.

CAPÍTULO 4

1. 75.0 N.

3. 1.15×10^3 N.

5. *a*) 196 N, 196 N;
b) 294 N, 98.0 N.

7. 68.4 N.

9. 780 N, hacia atrás.

11. 2.00 g's, 9.51×10^3 N.

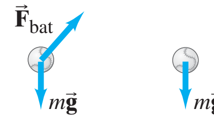
13. 5.08×10^4 N, 4.43×10^4 N.

15. 2.5 m/s^2, hacia abajo.

17. *a*) 7.4 m/s^2, hacia abajo;
b) 1.29×10^3 N.

19. *a*) 47.0 N;
b) 17.0 N;
c) 0 N.

21.



a) *b*)

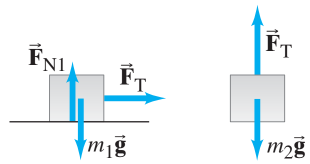
23. 1.41×10^3 N.

25. *a*) 63 N, 31 N;
b) 73 N, 36 N.

27. 6.9×10^3 N, 8.9×10^3 N.

29. *a*) 320 N;
b) 1.5 m/s^2.

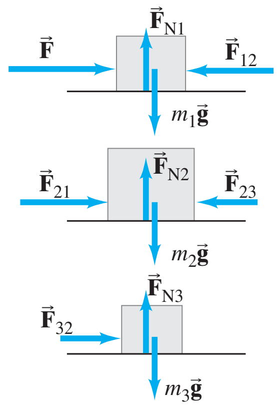
31. *a*)



b) $a = g\dfrac{m_2}{m_1 + m_2}$,

$F_{\text{T}} = m_1 a = g\dfrac{m_1 m_2}{m_1 + m_2}$.

33. *a*)



b) $a = \dfrac{F}{m_1 + m_2 + m_3}$;

c) $F_{1\,\text{net}} = \dfrac{m_1 F}{m_1 + m_2 + m_3}$,

$F_{2\,\text{net}} = \dfrac{m_2 F}{m_1 + m_2 + m_3}$,

$F_{3\,\text{net}} = \dfrac{m_3 F}{m_1 + m_2 + m_3}$;

d) $F_{12} = F_{21} = \dfrac{(m_2 + m_3)F}{m_1 + m_2 + m_3}$,

$F_{23} = F_{32} = \dfrac{m_3 F}{m_1 + m_2 + m_3}$;

e) 2.67 m/s^2; 32.0 N, 64.0 N, 32.0 N.

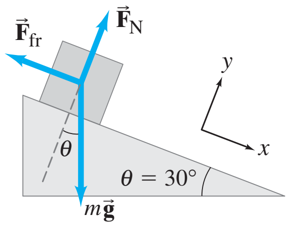
35. 1.74 m/s^2, 22.6 N, 20.9 N.

37. *a*) 0.98;
b) 0.91.

39. 7.8 m/s^2.

41. 73 N, 0.59.

43. *a*)



b) No hay cambio;
c) la dirección de la fuerza de fricción se invertiría.

45. 40 N.

47. 4.1 m.

49. $-7.4\ m/s^2$.

51. 0.40.

53. *a*) 1.2 m;
b) 1.6 s.

55. 101 N, 0.719.

57. *a*) 0.58;
b) 5.7 m/s;
c) 15 m/s.

59. 0.36.

61. 5.3×10^2 N.

63. *a*) $g\dfrac{(m_1 \operatorname{sen}\theta - m_2)}{(m_1 + m_2)}$;
b) $m_1 \operatorname{sen}\theta > m_2$ (hacia abajo del plano), $m_1 \operatorname{sen}\theta < m_2$ (hacia arriba del plano).

65. 1.3×10^2 N.

67. 1.3 m.

69. 1.54×10^3 N.

71. *a*) 16 m/s;
b) 13 m/s.

73. Sí, 3.8 m/s.

75. 82 m/s.

77. 5.9°.

79. 940 N, 79° sobre la horizontal.

81. *a*) 9.43×10^4 N;
b) 1.33×10^4 N;
c) 1.33×10^4 N.

83. 12 m/s.

85. *a*) 45 N (10 lb);
b) 37 N (8.4 lb);
c) no cuando se jala verticalmente.

87. *a*) 4.1 m/s^2, 3.2 m/s^2;
b) 4.1 m/s^2, 3.2 m/s^2;
c) 3.5 m/s^2.

89. 5.3×10^2 N, 2.6×10^2 N.

CAPÍTULO 5

1. *a*) 1.42 m/s^2;
b) 35.5 N.

3. $5.97 \times 10^{-3}\ m/s^2$, 3.56×10^{22} N, el Sol.

5. 0.9 *g*'s.

7. *a*) 3.73 N;
b) 9.61 N.

9. 25 m/s, sí.

11. 30.4 m/s, 0.403 rev/s.

13. 8.5 m/s.

15. 11 rpm.

17. 3.38×10^4 rpm.

21. 0.22.

23. $4\pi^2 f^2(m_1 r_1 + m_2 r_2)$, $4\pi^2 m_2 r_2 f^2$.

25. 3.5×10^3 N, 5.0×10^2 N.

27. *a*) 1.27 m/s;
b) 3.05 m/s.

29. *a*) 21.0 kg, 21.0 kg;
b) 206 N, 252 N.

31. 4.4 m/s^2.

33. 3.9 kg, 0.1 kg.

35. 2.02×10^7 m.

37. $4.38 \times 10^7\ m/s^2$.

39. 3.2×10^{-8} N hacia el centro del cuadrado.

41. 6.4×10^{23} kg.

43. 6.32×10^3 m/s.

45. 10 s/rev.

47. 7.90×10^3 m/s.

49. 2.0×10^4 s, 7.1×10^4 s.

51. *a*) 21 N, hacia la Luna;
b) 2.0×10^2 N, alejándose de la Luna.

53. *a*) 5.4×10^2 N;
b) 5.4×10^2 N;
c) 7.2×10^2 N;
d) 3.6×10^2 N;
e) 0 N.

55. (*b*) $5.4 \times 10^3\ kg/m^3$.

57. 1.62×10^{11} m.

59. 2690×10^6 km; sí, Plutón.

61. *a*) 1.90×10^{27} kg;
b) 1.90×10^{27} kg, 1.89×10^{27} kg, 1.90×10^{27} kg, sí.

63. 671×10^3 km, 1070×10^3 km, 1880×10^3 km.

65. 9.0 d.

67. 2.64×10^6 m.

69. 0.344%.

71. 2.6 m/s^2 hacia arriba.

73. *a*) 2.2×10^3 m;
b) 5.4×10^3 N;
c) 3.8×10^3 N.

75. *a*) $\theta = \tan^{-1} m_L R^2_{\text{Tierra}}/M_{\text{Tierra}} D^2_L$;
b) 5×10^{13} kg;
c) $(8 \times 10^{-4})°$.

77. 5.07×10^3 s.

79. 26.9 m/s.

81. 5.2×10^{39} kg, 2.6×10^9 masa de solares.

83. *a*) 3.86×10^3 m/s;
b) 4.36×10^4 s.

85. *a*) ≈12 h;
b) 1.8×10^3 m.

87. $5 \times 10^{-5}\ N \cdot m^2/kg^2$.

89. 3.8×10^{-10} N, hacia arriba.

91. $1.6 \times 10^{-4}\ m/s^2$.

93. $v_{\text{mín}} = v_0\sqrt{\dfrac{(1 - \mu_s Rg/v_0^2)}{(1 + \mu_s v_0^2/Rg)}}$,

$v_{\text{máx}} = v_0\sqrt{\dfrac{(1 + Rg\mu_s/v_0^2)}{(1 - \mu_s v_0^2/Rg)}}$.

CAPÍTULO 6

1. 7.27×10^3 J.

3. *a*) 9.2×10^2 J;
b) 5.2×10^3 J.

5. 4.9×10^2 J.

9. *a*) 1.10*Mg*;
b) 1.10*Mgh*.

11. 5.0×10^3 J.

13. 8.4×10^{-2} J.

15. 484 m/s.

17. -1.64×10^{-18} J.

19. 44 m/s.

21. 2.25.

23. 1.1 N.

25. *a*) 3.24×10^3 N;
b) 9.83×10^3 J;
c) 7.13×10^4 J;
d) -6.14×10^4 J;
e) 8.31 m/s.

27. 82 J.

29. 8.1×10^4 N/m.

31. *a*) 9.2×10^5 J;
b) 9.2×10^5 J;
c) sí.

33. 1.4 m, no a menos que la longitud <0.7 m.

35. 5.14 m/s.

37. *a*) 9.2 m/s;
b) -0.31 m.

39. *a*) 8.3 m/s;
b) 3.64 m.

41. $\frac{1}{2}mv^2 + \frac{1}{2}kx^2 = \frac{1}{2}kx_0^2$.

43. 26 m/s, 12 m/s, 20 m/s.

45. 12 Mg/h.

47. 5.3×10^6 J.

49. *a*) 21 m/s;
b) 2.4×10^2 m.

51. *a*) 25%;
b) 5.4 m/s;
c) calor, sonido, deformación no elástica

53. 23 m/s.

55. 0.40.

57. *a*) 1.1×10^3 km/h;
b) 2×10^3 N.

59. 5.5×10^2 N.

61. (*b*) 0.10 hp.

63. 2.2×10^4 W, 3.0×10^1 hp.

65. 480 W.

67. 1.0×10^3 W.

69. 18°.

71. 9.0×10^2 W.

73. 1.5×10^3 J.

75. *a*) $2.5r$;
b) $11mg$;
c) $5mg$;
d) mg.

77. *a*) $\sqrt{2gL}$;
b) $\sqrt{1.2\,gL}$.

79. *a*) 2.5×10^5 J;
b) 23 m/s;
c) −1.56 m.

81. *a*) 4.0×10^1 m/s;
b) 3.0×10^5 W.

83. *a*) 1.4×10^3 m;
b) 1.6×10^2 m/s.

85. 4.2×10^4 N.

87. 3.9×10^2 W.

89. $2k$.

91. 4.6 s.

93. *a*) 1×10^2 m/s;
b) 4×10^7 W.

CAPÍTULO 7

1. 0.24 kg·m/s.

3. 4.40×10^3 N hacia el pítcher.

5. 6.0×10^7 N hacia arriba.

7. 12.6 m/s.

9. 8×10^2 N, $F_{\text{viento}} > F_{\text{fr}} \approx 7 \times 10^2$ N.

11. 4.2×10^3 m/s.

13. *a*) 6.9×10^3 m/s alejándose de la Tierra, 4.7×10^3 m/s alejándose de la Tierra;
b) 5.9×10^8 J.

15. *a*) 2.0 kg·m/s;
b) 5.8×10^2 N.

17. 2.1 kg·m/s hacia la izquierda.

19. *a*) 3.8×10^2 kg·m/s;
b) -3.8×10^2 kg·m/s;
c) 3.8×10^2 kg·m/s;
d) 5.1×10^2 N.

21. 69 m.

23. 1.00 m/s oeste, 2.00 m/s este.

25. 0.88 m/s y 2.23 m/s, ambas en la dirección del movimiento inicial de la bola de tenis..

27. *a*) 3.62 m/s, 4.42 m/s;
b) -4.0×10^2 kg·m/s, 4.0×10^2 kg·m/s.

29. 0.35 m, 1.4 m.

31. $v_2 = \sqrt{2}\, v_1$.

33. *a*) $-M/(m + M)$;
b) −0.96.

35. 23 m/s.

37. (*b*) $e = \sqrt{h'/h}$.

39. *a*) 1.7 m/s para ambos;
b) −2.1 m/s, 7.4 m/s;
c) 0, 4.3 m/s, razonable;
d) 2.8 m/s, 0, no razonable;
e) −4.0 m/s, 10.3 m/s, no razonable.

41. 60° relativo al águila A, 6.7 m/s.

43. 141°.

45. 39.9 u.

47. 6.5×10^{-11} m.

49. (1.04 m, −1.04 m) relativo al centro del transbordador.

51. $(1.2l, 0.9l)$ relativo a la esquina trasera izquierda.

53. 17% de toda la masa corporal.

55. 21.7 cm horizontal, 7.6 cm vertical.

57. *a*) 4.66×10^6 m desde el centro de la Tierra.

59. 24.8 cm.

61. $vm/(m + M)$ hacia arriba, el globo se detiene.

63. $v'_x = \frac{3}{2}v_0,\ v'_y = -v_0$.

65. *a*) 0.194 m/s;
b) 8.8×10^2 N.

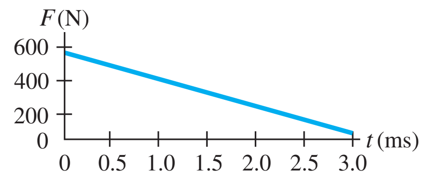
67. $m_B = \frac{5}{3}m$.

69. 4.00 m.

71. 3.8×10^2 m/s.

73. *a*) 2.5×10^{-13} m/s;
b) 1.7×10^{-17};
c) 0.19 J.

75. *a*)



b) 0.93 N·s;
c) 4.2×10^{-3} kg.

77. 6.7×10^3 m/s.

79. *a*) −4.4 m/s, 4.0 m/s;
b) 2.0 m.

81. −29.6 km/s.

CAPÍTULO 8

1. *a*) 0.52 rad, $\pi/6$ rad;
b) 0.99 rad, $19\pi/60$ rad;
c) 1.57 rad, $\pi/2$ rad;
d) 6.28 rad, 2π rad;
e) 7.33 rad, $7\pi/3$ rad.

3. 5.3×10^3 m.

5. 7.4×10^{-2} m.

7. *a*) 2.6×10^2 rad/s;
b) 46 m/s, 1.2×10^4 m/s^2.

9. *a*) 1.99×10^{-7} rad/s;
b) 7.27×10^{-5} rad/s.

11. 3.6×10^4 rpm.

13. $\omega_1/\omega_2 = R_2/R_1$.

15. 2.8×10^4 rev.

17. *a*) 4.0×10^1 rev/min^2;
b) 4.0×10^1 rpm.

19. *a*) −0.42 rad/s^2;
b) 210 s.

21. *a*) −4.1 rad/s^2;
b) 7.6 s.

23. *a*) 41 m·N;
b) 29 m·N.

25. $mg(L_2 - L_1)$, en sentido de las manecillas del reloj.

27. 1.81 kg·m^2.

29. *a*) 0.94 kg·m^2;
b) 2.4×10^{-2} m·N.

31. *a*) 6.1 kg·m^2;
b) 0.61 kg·m^2;
c) eje vertical.

33. 20 N.

35. 62 m·N.

37. 993 rev, 10.9 s.

39. *a*) 92 rad/s^2;
b) 7.9×10^2 N.

41. $a = \dfrac{(m_2 - m_1)}{(m_1 + m_2 + I/r^2)} g < a_{I=0}$,

$a_{I=0} = \dfrac{(m_2 - m_1)}{(m_1 + m_2)} g$.

43. 1.40×10^4 J.

45. 56 J.

47. 1.42×10^4 J.

49. 3.22 m/s.

51. 2.64 $kg \cdot m^2/s$.

53. *a*) Su inercia de rotación aumenta;
b) 1.6.

55. 0.77 $kg \cdot m^2$, al jalar los brazos hacia el centro de su cuerpo.

57. *a*) 14 $kg \cdot m^2/s$;
b) -2.7 m·N.

59. $\omega/2$.

61. *a*) 1.2 rad/s;
b) 1.8×10^3 J, 1.1×10^3 J.

63. 5×10^{-2} rad/s, 2×10^4 KE_i.

65. $(2.7 \times 10^{-16})\%$.

67. -0.30 rad/s.

69. 8.21×10^{-6}.

71. 53 m·N.

73. *a*) $\omega_R/\omega_F = N_F/N_R$.
b) 4.0;
c) 1.5.

75. (*b*) 2.2×10^3 rad/s; (*c*) 25 min.

77. *a*) 4.3 m;
b) 5.2 s.

79. $Mg\sqrt{2Rh - h^2}/(R - h)$.

81. 2.8 m·N, desde los músculos de sus brazos.

83. *a*) 7.8 $kg \cdot m^2/s$;
b) 3.9 m·N;
c) 2.9 rad/s.

85. $2.7(R - r)$.

CAPÍTULO 9

1. 430 N, 112° en sentido de las manecillas del reloj desde $\vec{\mathbf{F}}_A$.

3. 6.52 kg.

5. 1.1×10^3 N.

7. 5.8×10^3 N, 8.1×10^3 N.

9. *a*) 2.3 m del adulto;
b) 2.5 m del adulto.

11. 2.6×10^3 N, 3.1×10^3 N.

13. 0.32 m.

15. 6.1×10^3 N, 5.9×10^3 N.

17. 34.6 N.

19. 9.05×10^{-1} m.

21. *a*) 4.25×10^2 N;
b) 4.25×10^2 N, 3.28×10^2 N.

23. *a*) 0.78 N;
b) 0.98 N.

25. 55.2 N, 63.7 N.

27. 0.50.

29. 1.0×10^2 N.

31. 9.9×10^2 N.

33. 2.7×10^3 N.

35. $2.4w$.

37. *b*) Sí, por 1/24 de longitud de ladrillo;
c) $D = \sum_{i=1}^{n} \dfrac{L}{2i}$;
d) 35 ladrillos.

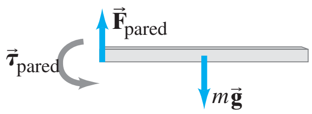
39. *a*) 2.0×10^5 N/m^2;
b) 4.1×10^{-6}.

41. *a*) 1.4×10^5 N/m^2;
b) 6.9×10^{-7};
c) 6.5×10^{-6} m.

43. 9.6×10^6 N/m^2.

45. $(-2 \times 10^{-2})\%$.

47. *a*) 1.1×10^2 m·N, en sentido de las manecillas del reloj;
b) la pared.



49. *a*) 393 N;
b) más gruesas.

51. *a*) 4.4×10^{-5} m^2;
b) 2.7×10^{-3} m.

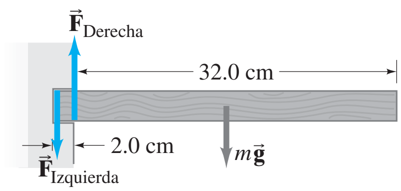
53. 1.2×10^{-2} m.

55. 12 m.

57. 2.94×10^{-1} kg, 2.29×10^{-1} kg, 6.56×10^{-2} kg.

59. *a*) $Mg\sqrt{h/(2R - h)}$;
b) $Mg\sqrt{h(2R - h)}/(R - h)$.

61. *a*)



b) $F_{Izquierda} = 3.7 \times 10^2$ N,
$F_{Derecha} = 4.2 \times 10^2$ N,
$mg = 49$ N;
c) 8.3 m·N.

63. 29°.

65. 7.7×10^{-6} m.

67. *a*) $0.29mg$;
b) $0.58mg$;
c) horizontal en el punto más bajo, 60° sobre la horizontal en puntos de unión.

69. *a*) $\mu_s < l/2h$;
b) $\mu_s > l/2h$.

71. *a*) $F_{Izquierda} = 3.3 \times 10^2$ N arriba,
$F_{Derecha} = 2.3 \times 10^2$ N abajo;
b) 0.65 m;
c) 1.2 m.

73. $F_{Izquierda} = 1.0 \times 10^2$ N,
$F_{Derecha} = 1.9 \times 10^2$ N.

75. fuerza promedio por área área $= 4.5 \times 10^5$ N/m^2.

77. *a*) 3.5×10^8 N/m^2;
b) el hueso se fracturará;
c) 8.2×10^6 N/m^2, el hueso no se fracturará.

79. 2.34 m.

CAPÍTULO 10

1. 3×10^{11} kg.

3. 5.8×10^2 kg.

5. 0.8477.

7. *a*) 7×10^7 N/m^2;
b) 2×10^5 N/m^2.

9. *a*) 4.7×10^5 N;
b) 4.7×10^5 N.

11. 2.2×10^3 kg.

13. 13 m.

15. 1.60×10^4 m.

17. *a*) 9.6×10^5 N/m^2;
b) 98 m.

19. *a*) 1.41×10^5 Pa;
b) 9.8×10^4 Pa.

21. 1.06×10^3 kg/m^3, 3% más alto.

23. 0.199.

25. 920 kg.

27. Hierro o acero.

29. *a*) 7.4×10^5 N;
b) 1.0×10^4 N.

31. *a*) 1.03×10^3 kg/m^3;
b) $\rho_{líquido} =$
$\rho_{objeto}(m_{objeto} - m_{aparente})/m_{objeto}$.

33. 0.105.

35. 0.90 m/s.

39. 4.4×10^5 s (5.1 días).

41. 5.6×10^{-3} m^3/s.

43. 1.9×10^5 N.

45. 9.7×10^4 Pa ($\approx$0.96 atm).

47. (*b*) 0.24 m/s.

49. *a*) $2\sqrt{h_1(h_2 - h_1)}$;
b) $h_1' = h_2 - h_1$.

51. nuevo tiempo = 0.13 (tiempo previo).

53. 9.9×10^2 Pa.

55. 0.9 Pa/cm.

57. *a*) $Re = 2500$, turbulento;
b) $Re = 5000$, turbulento.

59. 3.6×10^{-2} N/m.

61. No, 8.3×10^{-6} kg es la máxima masa que podría sostener.

63. *a*) 0.75 m;
b) 0.65 m;
c) 0.24 m.

65. 150 N a 220 N.

67. 0.047 atm.

69. 0.6 atm.

71. 0.142 m.

73. 1.3×10^2 N.

75. 1.1 m.

77. 0.33 kg.

79. 1.1 W.

81. 4.6 m.

83. *a*) 9.1 m/s;
b) 0.26 L/s;
c) 0.91 m/s.

85. 4.0×10^{-4} m^3/s.

87. 4.2×10^{-3} Pa·s.

CAPÍTULO 11

1. 0.72 m.

3. 1.5 Hz.

5. 3.8 Hz.

7. *a*) 0.16 N/m;
b) 2.8 Hz.

9. *a*) 2.5 m/s;
b) ± 1.6 m/s;
c) 1.8 J;
d) $x = (0.13\text{ m})\cos(6.0\pi t)$.

11. $\pm\frac{1}{2}x_0$.

13. *a*) 6.0×10^{-2} m;
b) 0.58 m/s.

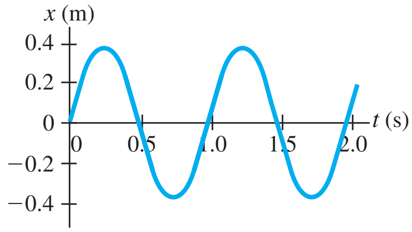
15. *a*) 4.2×10^2 N/m;
b) 3.3 kg.

17. $\pm 0.707A$.

19. *a*) $y = (0.18\text{ m})\cos(2\pi t/0.65\text{ s})$;
b) 0.16 s;
c) 1.7 m/s;
d) 17 m/s^2, en el punto de liberación.

21. *a*) 0.38 m;
b) 1.03 Hz;
c) 0.967 s;
d) 0.92 J;
e) 5.1×10^{-2} J, 0.86 J.

f)



23. *a*) 0.490 s, 2.04 Hz;
b) 0.231 m;
c) 37.9 m/s^2;
d) $y = (0.231\text{ m})\,\text{sen}(4.08\pi t)$;
e) 3.31 J.

27. 114 N/m, 19.4 m.

29. 0.99 m.

31. *a*) 1.8 s;
b) el péndulo no oscilará.

33. Acortar el péndulo por 0.7 mm.

35. *a*) $-11°$;
b) 15°;
c) 15°.

37. 1.31 m.

39. *a*) 1.4×10^3 m/s;
b) 4.1×10^3 m/s;
c) 5.1×10^3 m/s.

41. 0.35 s.

43. 2.1×10^3 m.

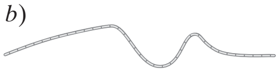
45. 0.99 m.

47. *a*) 4.6×10^9 W/m^2;
b) 2.3×10^{10} W.

49. 1.73.

51. *a*)

b)



c) Toda la energía es energía cinética.

53. 441 Hz.

55. 9.7×10^{-2} m.

57. 290 Hz, 580 Hz, 870 Hz.

59. *a*) 1.3 kg;
b) 0.32 kg;
c) 5.2×10^{-2} kg.

61. 1.1 m/s.

63. 25°.

65. 44°.

67. 10 min.

69. *a*) 3.2×10^{-2} m;
b) 1.5 m.

71. *a*) 1.8×10^4 N/m;
b) 0.71 s.

73. 220 Hz.

75. *a*) $1.22f$;
b) $0.71f$.

77. *a*) G: 784 Hz, 1180 Hz; A: 880 Hz, 1320 Hz;
b) 1.26;
c) 1.12;
d) 0.794.

79. *a*) 3.0 m/s;
b) 5.0×10^3 m/s^2.

81. $\lambda = 4L/(2n - 1), n = 1, 2, 3, \cdots$.

83. El periodo horizontal es más largo por un factor de $\sqrt{1 + l_0 k/mg}$.

85. 6.44 m desde el origen del primer pulso.

87. 0.40 s.

CAPÍTULO 12

1. 3.4×10^2 m.

3. *a*) 17 cm a 17 m;
b) 3.4×10^{-5} m.

5. 55 m.

7. *a*) 8%;
b) 4%.

9. 63 dB.

11. 114 dB.

13. *a*) 9×10^{-6} W;
b) 1×10^7 personas.

15. *a*) 122 dB, 114 dB;
b) no.

17. 1.3.

19. 4.

21. 25 dB.

23. *a*) 10^9;
b) 10^{12}.

25. *a*) 76.6 Hz, 230 Hz, 383 Hz, 536 Hz;
b) 153 Hz, 306 Hz, 459 Hz, 613 Hz.

27. 8.6 mm a 8.6 m.

29. *a*) 0.18 m;
b) 1.1 m;
c) 440 Hz, 0.78 m.

31. -2.6%.

33. *a*) 0.583 m;
b) 862 Hz.

35. *a*) 55 Hz;
b) 2.0×10^2 m/s.

37. *a*) 248 sobretonos;
b) 249 sobretonos.

39. ± 0.50 Hz.
41. 28.5 kHz.
43. 3.0 Hz.
45. $f_A = 438$ Hz o 444 Hz, $f_C = 437$ Hz o 445 Hz, $f_{\text{batimiento}} = 1$ Hz o 7 Hz.
47. *a*) 130.5 Hz, 133.5 Hz;
b) aumenta por 2.3%, disminuye por 2.2%.
49. *a*) 1690 Hz;
b) 1410 Hz.
51. *a*) 2091 Hz y 2087 Hz;
b) 3550 Hz y 2870 Hz;
c) 16,000 Hz y 3750 Hz.
53. 4.32×10^4 Hz.
55. 2 Hz.
57. 0.171 m/s.
59. *a*) 110 m/s;
b) 260 m/s.
61. *a*) 120;
b) 0.48°.
65. 0.3 s.
67. *a*) 57 Hz, 69 Hz, 86 Hz, 110 Hz, 170 Hz.
69. 88 dB.
71. 15 W.
73. 50 dB.
75. *a*) 2.8×10^2 m/s, 48 N;
b) 0.195 m;
c) 880 Hz, 1320 Hz.
77. 7.4×10^2 N.
79. 504 Hz.
81. 17 m/s.
83. 2.84 m.
85. 2.29×10^3 Hz.
87. 11.5 m.
89. 34 Hz, 43 Hz, 61 Hz.
91. 10^6.
93. 17 km/h.

CAPÍTULO 13

1. 3.3×10^{22} átomos.
3. *a*) 20°C;
b) 3300°F.
5. *a*) 5°F;
b) −26°C.
7. 4.3×10^{-3} m.
9. 8×10^{-2} m.
11. 981 kg/m^3.
13. 5.12 mL.
15. *a*) −140°C;
b) 180°C.
17. (*b*) 5.7×10^{-3} (0.57% de aumento).
21. *a*) 6.1 cm;
b) $\delta L = \dfrac{V_{0\,\text{bombilla}}}{\pi r_0^2}(\beta_{\text{Hg}} - \beta_{\text{vidrio}})\,\Delta T.$
23. 3.5×10^7 N/m^2.
25. *a*) 27°C;
b) 4.3×10^3 N.
27. −459.67°F.
29. 1.07 m^3.
31. 1.43 kg/m^3.
33. *a*) 14.8 m^3;
b) 1.83×10^5 Pa.
35. 2.40×10^8 Pa.
37. 37°C.
39. 3.43 atm.
41. 2.69×10^{25} moléculas/m^3.
43. *a*) 7×10^{22} moles;
b) 4×10^{46} moléculas.
45. 19 moléculas/inhalación.
47. 6×10^3 m/s.
49. 899°C.
51. 25.9°C.
55. 3.9×10^2 m/s.
57. 3.34×10^{-9} m.
61. *a*) sólido o vapor;
b) 5.11 atm $\leq P \leq$ 73 atm, $-56.6°\text{C} \leq T \leq 31°\text{C}$.
63. 14°C.
65. 91°C.
67. 1.1×10^3 Pa.
69. 3.1 kg.
71. 0.28 s, $v_{\text{difusión}} = 5.4 \times 10^{-5}$ m/s, $v_{\text{rms}} = 3.1 \times 10^2$ m/s, $v_{\text{difusión}}$y $v_{\text{rms}} = 1.7 \times 10^{-7}$.
73. *a*) bajo;
b) (1.7×10^{-2})%.
75. 0.21.
77. 260 m/s, 4×10^{-22} atm.
79. 11 L, no aconsejable.
81. 1.65, 1.29.
83. 1.1×10^{44} moléculas.
85. 15 horas.
87. 0.66×10^3 kg/m^3, −3.5%.
89. 1.6×10^{-3} cm.
91. *a*) 2.20×10^3 L;
b) 92 min;
c) 30 min.
93. 6.8 pelotas/s.
95. *a*) 1.7×10^3 Pa;
b) 7.0×10^2 Pa.
97. 6% disminución.
99. 3.0 kg.

CAPÍTULO 14

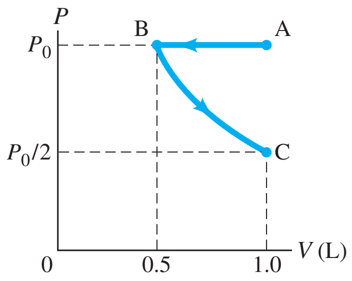
1. 1.0×10^7 J.
3. *a*) 1.0×10^7 J;
b) 2.9 kWh;
c) \$0.29 por día, no.
5. 220 kg/h.
7. 100 kcal.
9. 2.0×10^3 J/kg·C°.
11. 40.1°C.
13. (1.9×10^2)°C.
15. 425 s.
17. 2.3×10^3 J/kg·C°.
19. 0.32 C°.
21. 5.0×10^6 J.
23. 1.3 kg.
25. 9.90×10^{-3} kg.
27. 4.7×10^3 kcal.
29. 1.12×10^4 J/kg.
31. 1.7 g.
33. 83 W.
35. *a*) 95 W;
b) 33 W.
37. 23 bombillas.
39. (1.6×10^2)°C.
41. 10 C°.
43. (*b*) $\dfrac{Q}{t} = A\dfrac{(T_1 - T_2)}{\sum_{i=1}^{n} l_i/k_i}.$
45. 6.4 calorías.
47. 4×10^{15} J.
49. *a*) 3.2×10^{26} W;
b) 1.1×10^3 W/m^2.
51. 0.80 C°.
53. *a*) 46 W;
b) 7.3×10^3 W.
55. 20 W, apenas un 9% de la tasa de pérdida de calor requerida.
57. *a*) 44 C°;
b) ninguna de las balas se fundirá.
59. 4.1 g/h.
61. *a*) 1.2×10^{18} J;
b) $Q_{\text{Sol}} = 1.3 \times 10^4\, Q_{\text{interior}}$.
63. Una mezcla de agua líquida y vapor a 100 °C, con la masa de agua líquida igual al doble de la masa del vapor.

65. *a*) 3.1×10^7 J;
b) 3.3×10^3 s.

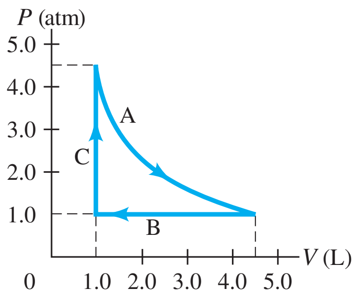
CAPÍTULO 15

1. *a*) 0 J;
b) 3.40×10^3 J.

3.



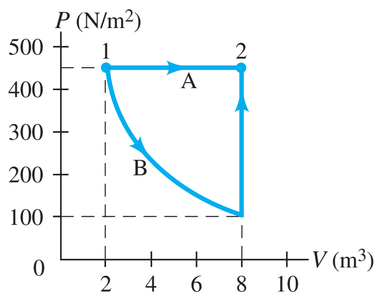
5.



7. *a*) 0 J;
b) 1850 J;
c) se eleva.

9. -4.0×10^2 K.

11. (*a*, *c*)



b) 2.73×10^3 J, 4.10×10^3 J;
d) 4.10×10^3 J.

13. *a*) 25 J;
b) 63 J;
c) -95 J;
d) -120 J;
e) -15 J.

15. 162 W.

17. 0.28.

19. 0.23.

21. 1.6×10^{13} J/h.

23. 440°C.

25. 9.0×10^2 MW (MJ/s).

27. 250°C.

29. 5.7.

31. -21°C.

33. 76 L.

35. -1.5×10^3 J/K.

37. -1.22×10^6 J/K.

39. 0.15 J/K.

41. $4.35 \times 10^{-2} \dfrac{\text{J/K}}{\text{s}}$.

43. 1.1 J/K.

45. *a*) 1/9;
b) 1/18.

47. *a*) 5/16;
b) 1/64.

49. *a*) 1.32×10^6 kWh;
b) 7.09×10^4 kW.

51. Sí, la máquina propuesta opera a una eficiencia mayor que la ideal.

53. *a*) 4.0×10^4 J/s;
b) 1.6×10^5 J/s;
c) 220 s.

55. *a*) 0.077.

57. *a*) 45°C;
b) 0.58 J/K.

59. 0.24.

61. *a*) $P_A(V_C - V_A)$;
b) $P_C(V_C - V_A)$;
c) $\frac{1}{2}(P_C + P_A)(V_C - V_A)$.

63. *a*) 5.3C°;
b) 77 J/kg·K.

65. 200 J.

67. 180 W.

CAPÍTULO 16

1. 13 N.

3. 2.7×10^{-3} N.

5. 5.5×10^3 N.

7. 4.88 cm.

9. -5.4×10^7 C.

11. *a*) $q_1 = q_2 = 0.5Q_T$;
b) $q_1 = 0, q_2 = Q_T$.

13. carga superior: 83.7 N, 90°; carga inferior izquierda: 83.7 N, 210°; carga inferior derecha: 83.7 N, 330°.

15. 2.96×10^7 N, hacia el centro del cuadrado.

17. $\vec{\mathbf{F}}_1 = 0.30$ N a 265°, $\vec{\mathbf{F}}_2 = 0.26$ N a 139°, $\vec{\mathbf{F}}_3 = 0.26$ N a 30°.

19. $0.40Q_0$, $0.37l$ desde $-Q_0$ hacia $-3Q_0$.

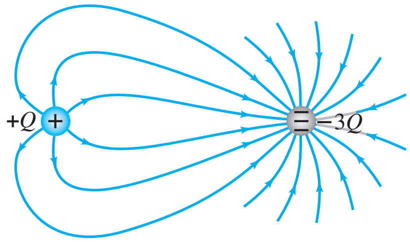
21. *a*) 69.9×10^{-6} C, 22.1×10^{-6} C;
b) 104.4×10^{-6} C, -14.4×10^{-6} C.

23. 3.78×10^{-16} N, oeste.

25. 9.5×10^5 N/C, arriba.

27. 1.32×10^{14} m/s^2, la dirección de la aceleración es opuesta a la dirección del campo.

29.



31. 6.54×10^{-10} N/C, sur.

33. 4.70×10^6 N/C a 45°.

35. $\dfrac{4kQxa}{(x^2 - a^2)^2}$, hacia la izquierda.

37. *a*) $\dfrac{\sqrt{3}\,kQ}{l^2}$, 240°;
b) $\dfrac{kQ}{l^2}$, 330°.

39. 1/4.

41. (*a*) 7.49×10^6 m/s.

43. 1.28×10^{-8} C.

45. *a*) -1.1×10^5 N·m^2/C;
b) 0.

47. 1.15×10^{-9} C.

49. *a*) 0;
b) 0;
c) 3.27×10^3 N/C;
d) 8.74×10^2 N/C;
e) no hay diferencia.

51. *a*) 4.6×10^{-10} N;
b) 7.1×10^{-10} N;
c) 6×10^{-5} N.

53. $1/(3.5 \times 10^9)$.

55. 6.8×10^5 C, negativa.

57. 1.0×10^7 cargas de electrón.

59. 2.1×10^{-10} m.

61. *a*) 0.115 m;
b) 2.14×10^{-8} s.

63. $\dfrac{1.08 \times 10^7}{[3.00 - \cos(12.5t)]^2}$ N/C (hacia arriba).

65. 5×10^{-9} C.

67. 7.8×10^{-7} C, positiva.

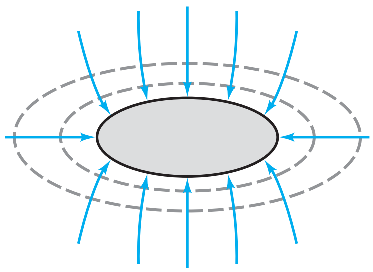
69. -7.0×10^8 C, 0 C.

71. $x = \dfrac{d}{\sqrt{2} - 1} \approx 2.41d$, no.

73. -7.66×10^{-6} C, inestable.

CAPÍTULO 17

1. 4.2×10^{-4} J.
3. 3.7×10^{-15} J, 2.3×10^{4} eV.
5. 3.8×10^{4} V/m.
7. 3.0×10^{-2} m.
9. 7×10^{-5} m.
11. *a*) 1.6×10^{7} m/s;
    b) 3.4×10^{7} m/s.
13. 1.63×10^{7} m/s.
15. 2.1×10^{-9} C.
17.



19. $\frac{\sqrt{2}kQ}{2L}(\sqrt{2} + 1)$.
21. 4.8×10^{3} m/s.
23. 6.9×10^{-18} J.
25. 4.2×10^{6} V.
27. *a*) 27 V;
    b) 2.2×10^{-18} J, 14 eV;
    c) -2.2×10^{-18} J, -14 eV;
    d) 2.2×10^{-18} J, 14 eV.
29. *a*) 3.6×10^{-2} V;
    b) 2.5×10^{-2} V;
    c) -2.5×10^{-2} V.
31. 2.9×10^{-6} F.
33. 7.9×10^{-13} F.
35. 5.0×10^{7} m^2.
37. 2.63×10^{-8} C.
39. 4.5×10^{4} V/m.
41. $C_{2.50}$: 712 V, 1.78×10^{-3} C;
    $C_{6.80}$: 712 V, 4.84×10^{-3} C.
43. 1.5×10^{-10} F.
45. 4.82×10^{-9} F, 0.283 m^2.
47. 9.6×10^{-5} F.
49. *a*) 7×10^{-12} F;
    b) 7×10^{-11} C;
    c) 200 V/m;
    d) 3×10^{-10} J;
    e) capacitancia, carga, energía.
51. *a*) se cuadruplica;
    b) se duplica.
53. 2.9×10^{5} V/m.
55. *a*) 6.3 KeV;
    b) 42.8 : 1.
57. 1.0×10^{-7} J/m^3.
59. 620 V.
61. 1.5×10^{-7} C.
63. *a*) 11 cm de la carga $-$, en el lado opuesto de la carga $-$ desde la carga $+$;
    b) 0.7 cm desde la carga $-$, en el mismo lado de la carga $-$ que la carga $+$; 5.2 cm desde la carga $-$, en el lado opuesto de la carga $-$ desde la carga $+$.
65. 6.5°.
67. 9×10^{-16} m, no.
69. *a*) 23 J;
    b) 3.4×10^{5} W.
71. 1.03×10^{6} m/s.
73. 2.5×10^{-10} C.
75. *a*) 4.2×10^{-11} C;
    b) 4.2×10^{-11} C;
    c) 18 V;
    d) 1.3×10^{-10} J.
77. *a*) 2.7×10^{3} m/s;
    b) 2.2×10^{3} m/s.

CAPÍTULO 18

1. 8.13×10^{18} electrones/s.
3. 5.5×10^{-11} A.
5. 950 V.
7. *a*) 25 A;
    b) 7.5×10^{4} C.
9. 2.8×10^{-3} V.
11. *a*) 20 Ω;
    b) 430 J.
13. 3.3×10^{-2} Ω.
15. Sí, diámetro del tungsteno = 4.6 mm.
17. 22 C°.
19. 1800°C.
21. *a*) 3.8×10^{-4} Ω;
    b) 1.5×10^{-3} Ω;
    c) 6.0×10^{-3} Ω.
23. 58.3°C.
25. $R_{\text{carbón}} = 2090\ \Omega$;
    $R_{\text{Nicromo}} = 2610\ \Omega$.
27. 0.96 W.
29. *a*) 190 Ω, 0.63 A;
    b) 33 Ω, 3.7 A.
31. *a*) 850 W;
    b) 17 Ω;
    c) 12 Ω.
33. 0.14 kWh, 20 centavos/mes.
35. *a*) 6.7 Ω, 1.4 W;
    b) 4.
37. 18 bombillas.
39. 7500 W.
41. *a*) 10 A;
    b) 1.2 Ω.
43. 0.39 A, 0.55 A.
45. 390 V.
47. *a*) 4500 W;
    b) 13 A.
49. 5.1×10^{-10} m/s.
51. 2.6 A/m^2, norte.
53. 35 m/s.
55. 3×10^{-14} W.
57. 6.2 A.
59. 2.9×10^{-4} m.
61. $1200 por hora por metro.
63. 1/4.
65. 3.8×10^{-3} m.
67. *a*) 1500 W;
    b) 12 A.
69. 2 : 1.
71. *a*) 26 Ω;
    b) 26 s;
    c) 0.17 centavos.
73. 2.58×10^{-4} m, 38.8 m.
75. 1.4×10^{12} protones.
77. 1.79×10^{-4} m.
79. *a*) $I_A = 0.33$ A, $I_B = 3.3$ A;
    b) $R_A = 360\ \Omega$, $R_B = 3.6\ \Omega$;
    c) $Q_A = 1.2 \times 10^{3}$ C,
    $Q_B = 1.2 \times 10^{4}$ C;
    d) $E_A = E_B = 1.4 \times 10^{5}$ J;
    e) B.
81. 1.34×10^{-4} Ω.
83. 2200°C.

CAPÍTULO 19

1. *a*) 8.41 V;
    b) 8.49 V.
3. 0.048 Ω, 0.11 Ω.
5. 960 Ω, 60 Ω.
7. 9.3 V.
9. *a*) 2820 Ω;
    b) 300 Ω.
11. 720 Ω (todos en serie), 80 Ω (todos en paralelo), 360 Ω (dos en paralelo, en serie con el tercero), 160 Ω (dos en serie, en paralelo con el tercero).
13. *a*) 14 V;
    b) 28 Ω, 6.9 W.
15. 27 Ω.
17. *a*) 840 Ω;
    b) $V_{470} = 6.7$ V;
    $V_{680} = V_{820} = 5.3$ V.
19. *a*) V_1, V_2 aumenta;
    V_3, V_4 disminuye;
    b) I_1, I_2 aumenta;
    I_3, I_4 disminuye;
    c) aumenta;
    d) antes: $I_1 = 0.117$ A, $I_2 = 0$,
    $I_3 = I_4 = 0.059$ A;
    después: $I_1 = 0.132$ A,
    $I_2 = I_3 = I_4 = 0.044$ A; sí.

21. *a*) $V_{\text{izquierda}}$ disminuye, V_{media} aumenta, V_{derecha} va a 0;
b) $I_{\text{izquierda}}$ disminuye, I_{media} aumenta, I_{derecha} va a 0;
c) aumenta;
d) 14.1 V;
e) 14.3 V.
23. 0.41 A.
25. *a*) −25.7 V;
b) $V_{80} = 77.4$ V, $V_{45} = 43.3$ V.
27. $I_1 = 0.68$ A, izquierda; $I_2 = 0.40$ A, izquierda.
29. $I_1 = 0.13$ A, derecha; $I_2 = 0.31$ A, izquierda; $I_3 = 0.18$ A, arriba.
31. 2 Ω: 0.26 A, 6 Ω: 0.028 A, 8 Ω: 0.29 A, 10 Ω: 0.26 A, 12 Ω: 0.29 A.
33. 1.30 A.
35. *a*) 28.2 μF;
b) 0.78 μF.
37. 3.71 μF.
39. 7300 pF, sí.
41. $C_1 + \dfrac{C_2 C_3}{C_2 + C_3}$.
43. $Q_1 = 48.0\,\mu$C, $Q_3 = 24.0\,\mu$C; $V_1 = 3.00$ V, $V_2 = 1.50$ V, $V_3 = 1.50$ V; $V = 3.00$ V.
45. *a*) $V_{0.40} = 5.4$ V, $V_{0.60} = 3.6$ V;
b) $Q_{0.40} = Q_{0.60} = 2.2 \times 10^{-6}$ C;
c) $V_{0.40} = V_{0.60} = 9.0$ V, $Q_{0.40} = 3.6 \times 10^{-6}$ C, $Q_{0.60} = 5.4 \times 10^{-6}$ C.
47. en paralelo, 500 pF.
49. 1.0×10^{6} Ω.
51. 9.3×10^{-2} s.
53. 7.5×10^{6} Ω.
55. *a*) 5.0×10^{-5} Ω en paralelo;
b) 5.0×10^{6} A en serie.
57. 1000 Ω en serie, 100 Ω/V.
59. 5.52×10^{-3} A.
61. 10 V.
63. 10.4 V, 2.6 Ω.
65. (*b*) 290 Ω, 140 Ω.
67. 7×10^{-3} A.
69. 1.1×10^{-5} Ω.
71. *a*) $R_x = R_2 R_3/R_1$;
b) 65.7 Ω.
73. $\frac{1}{4}C, \frac{2}{5}C, \frac{3}{5}C, \frac{3}{4}C, C, \frac{4}{3}C, \frac{5}{2}C, 4C$.
75. 50.1 V, 1.25 Ω.
77. 52.3 V, −28.3 V (dos respuestas porque la dirección de la corriente a través del resistor de 4.0 Ω es desconocida.)
79. *a*) 6.7×10^{-5} A, hacia arriba;
b) 16 V.
81. *a*) 3.3 Ω;
b) 2.2 V.
83. 100 Ω.
85. *a*) 7.6 Ω;
b) 0.33 A;
c) 0.33 A;
d) 0.95 W.
87. 7.2 Ω.

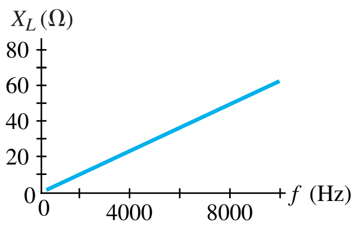
CAPÍTULO 20

1. *a*) 7.6 N/m;
b) 5.3 N/m.
3. 1.95 A.
5. 0.264 T.
7. *a*) polo sur;
b) 4.1 A;
c) 6.4×10^{-2} N.
9. 1.3 T.
11. *a*) izquierda;
b) izquierda;
c) hacia arriba;
d) hacia dentro;
e) no hay fuerza;
f) hacia abajo.
13. movimiento circular en sentido de las manecillas del reloj con radio 2.77×10^{-5} m.
15. 1.6 T, este.
17. *a*) 2.7×10^{-2} m;
b) 3.8×10^{-7} s.
23. 6.20×10^{-7} m.
25. *a*) 45°;
b) 3.5×10^{-3} m.
27. 69 A.
29. 13 A, hacia arriba.
31. 2.5 A.
33. 1.1×10^{-4} T arriba.
35. 4.1×10^{-5} T, 11° bajo la horizontal.
37. *a*) $(2.0 \times 10^{-5}\,\text{T/A})(I - 15\,\text{A})$;
b) $(2.0 \times 10^{-5}\,\text{T/A})(I + 15\,\text{A})$.
39. cerca del alambre: 4.5×10^{-2} N, se atraen; lejos del alambre: 2.2×10^{-2} N, se repelen.
41. 2.6×10^{-6} N, hacia el alambre recto.
43. 4.1×10^{-5} T.
45. M: 5.8×10^{-4} N/m, 90°; N: 3.4×10^{-4} N/m, 300°; P: 3.4×10^{-4} N/m, 240°.
47. $\dfrac{\mu_0 I}{2\pi}\left(\dfrac{1}{x} - \dfrac{1}{d - x}\right)$, dirección *y*.
49. 94.3 A.
51. corto y grueso.
55. 61.6 μA.
57. 0.88.
59. *a*) 4.01×10^{-5} m·N;
b) norte.
61. 70 u, 72 u, 73 u, 74 u.
63. 2.5 m.
65. 41 T.
67. 3.0 T, hacia arriba.
69. 0.25 N, hacia el norte, 68° sobre la horizontal.
71. 1.12×10^{-6} m/s, oeste.
73. 1.6 A, abajo.
75. *a*) $\dfrac{IlB}{m}t$;
b) $\left(\dfrac{IlB}{m} - \mu_k g\right)t$;
c) este.
77. (*c*) 48 MeV.
79. Perderán el segundo tubo, 9.1°.
81. 1×10^{9} A.
83. *a*) 2.1×10^{-3} T;
b) fuera del plano formado por las direcciones de la velocidad y el campo eléctrico;
c) 5.8×10^{7} Hz.
85. 1.3×10^{4} vueltas.
87. 5.3×10^{-5} m, 3.3×10^{-4} m.

CAPÍTULO 21

1. −420 V.
3. hacia la izquierda.
5. 8.5×10^{-2} V.
7. *a*) 8.8×10^{-3} Wb;
b) 55°;
c) 5.1×10^{-3} Wb.
9. *a*) en sentido de las manecillas del reloj;
b) en sentido contrario a las manecillas del reloj;
c) en sentido de las manecillas del reloj;
d) no hay corriente inducida.
11. *a*) 6.1×10^{-2} V;
b) en sentido de las manecillas del reloj.
13. *a*) en sentido de las manecillas del reloj;
b) 4.3×10^{-2} V;
c) 1.7×10^{-2} A.
15. 0.548 N.
17. *a*) 0.17 V;
b) 6.1×10^{-3} A;
c) 6.4×10^{-4} N.
19. 5.86 C.
21. 28.2 V.
23. 2.08 rev/s.
25. *a*) 99.0 A;
b) 1.3×10^{-2} m^2.
27. 100 V.
29. 13 A.
31. de bajada, 0.375, 2.67.
33. 50, 4.8 V.

35. *a*) de subida;
b) 2.8.
37. *a*) 48 kV (rms);
b) 0.056.
39. 7.7 V.
41. 0.14 H.
43. *a*) 1.7×10^{-2} H,
b) 81 vueltas.
45. $\mu_0 N_1 N_2 A/l$.
47. 29 J.
49. 5.1×10^{15} J.
51. *a*) 2.3;
b) 4.6;
c) 6.9.
53. *a*) 368 Ω;
b) 2.21×10^{-2} Ω.
55. 9.90 Hz.
57.



59. 4.97×10^{-2} H.
61. *a*) 30 kΩ;
b) 31 kΩ.
63. 1700 Ω.
65. 8.78 kΩ, −7.62°, 8.26×10^{-2} A.
67. *a*) 6.65×10^{-2} A;
b) 4.19°;
c) 119.7 V, 8.77 V.
69. 3.63×10^{5} Hz.
71. *a*) 1.32×10^{-7} F;
b) 34.1 A.
73. 7.05×10^{-3} J.
75. 200 kV.
77. *a*) 41 kV;
b) 3.1×10^{7} W;
c) 8.8×10^{5} W;
d) 3.0×10^{7} W.
81. Colocando un inductor de 120 mH en serie con el dispositivo.
83. 102 V.
85. 0.10 H.
87. 7.5×10^{-2} H, 14 Ω.
89. (*b*) 2.5×10^{-6} H, 2.9×10^{-2} Ω.

CAPÍTULO 22

1. 7.9×10^{14} V/m/s.
3. 5.25 V/m.
5. 1.88×10^{10} Hz.
7. 3.11×10^{-7} m, ultravioleta.
9. 499 s (8.31 min).
11. 4.0×10^{16} m.
13. *a*) 261 s;
b) 1260 s.
15. 2.1×10^{6} rev/s.
17. 9040 longitudes de onda, 3.54×10^{-15} s.
19. 1.21×10^{7} s (≈ 140 días).
21. 0.95 W/m^2, 19 V/m.
23. 3.80×10^{26} W.
25. *a*) 280 J;
b) 2.6×10^{9} V/m.
27. *a*) 2.78 m a 3.41 m;
b) 176 m a 561 m.
29. AM es más larga, por un factor de 100.
31. 330 pF.
33. 2.6×10^{-9} H a 3.9×10^{-9} H.
35. 1.5 V/m.
37. 499 s (8.31 min).
39. *a*) 1.28 s;
b) 260 s (4.3 min).
41. *a*) 0.07 V/m;
b) 8 km.
43. 469 V/m.
45. *a*) 150 m;
b) 75 m.
47. *a*) 1.8×10^{-10} J;
b) 8.7×10^{-6} V/m, 2.9×10^{-14} T.
49. *a*) en paralelo;
b) 8.9 pF a 11 pF;
c) 1.1 mH.
53. *a*) 4.0×10^{-7} J;
b) 1.2×10^{-2} V/m;
c) 1.2×10^{-2} V.

ÍNDICE

NOTA: La abreviatura *def* significa que la página citada proporciona la definición del término; *np* significa que la referencia está en una nota al pie de página; *pr* significa que se encuentra en un problema o pregunta; *ss* significa que también hay que consultar las páginas siguientes.

C

D

E

F

Créditos de fotografías

Página de título Art Wolfe/Getty Images, Inc. **1-01** Erich Lessing/Art Resource, N.Y. **1-02a, 1-02b** Franca Principe/Istituto e Museo di Storia della Scienza **1-03** Franca Principe/Istituto e Museo di Storia della Scienza **1-04b** Antranig M. Ouzoonian, P.E./Weidlinger Associates, Inc. **1-06a, 1-06b** Douglas C. Giancoli **1-08a** Oliver Meckes/Eye of Science/Max-Planck-Institut-Tubingen/Photo Researchers, Inc. **1-08b** Douglas C. Giancoli **1-09** Adolfo Viansson **1-10a** Douglas C. Giancoli **1-14** David Parker/Science Photo Library/Photo Researchers, Inc. **1-15** The Image Works **2-16** SuperStock, Inc. **2-18** Harold E. Edgerton/Palm Press, Inc. **3-19** Richard Megna/Fundamental Photographs **3-27c** Douglas C. Giancoli **4-04** Bettmann/Corbis **4-05** Gerard Vandystadt/Agence Vandystadt/Photo Researchers, Inc. **4-07** David Jones/Photo Researchers, Inc. **4-37** Lars Ternblad/Getty Images, Inc.–Image Bank **4-39** Kathleen Schiaparelli **AC-5** Earth Imaging/Getty Images Inc.–Stone Allstock **5-35** Daniel L. Feicht/ Cedar Fair L.P. **AC-6** Al Bello/Getty Images, Inc.–Liaison **6-21** Harold E. Edgerton/Palm Press, Inc. **6-42** CORBIS BETTMANN **AC-7** Richard Megna/Fundamental Photographs **7-15** D.J. Johnson **7-18** Science Photo Library/Photo Researchers, Inc. **8-36** AP/Wide World Photos **9-01** AP/Wide World Photos **9-21** Douglas C. Giancoli **9-28a** Douglas C. Giancoli **9-28b** Galen Rowell/Mountain Light Photography, Inc. **9-30** Douglas C. Giancoli **9-33** Douglas C. Giancoli **9-34a** Consejo Italiano de Turismo **AC-10** Verlinden, Vic/Getty Images, Inc.–Image Bank **10-10** CORBIS BETTMANN **10-19a-R, 10-19b-R,** David Hazen **10-33a** Lester V. Bergman/CORBIS BETTMANN **10-33b** Biophoto Associates/Photo Researchers, Inc. **10-36** Alan Blank/Bruce Coleman, Inc. **AC-11 I** Fundamental Photographs **AC-11 D** Jonathan Nourok/PhotoEdit **11-11** Photo Researchers, Inc. **11-13** Douglas C. Giancoli **11-17** Taylor Devices, Inc. **11-19a** AP/Wide World Photos **11-19b** Corbis/Sygma **11-20** Douglas C. Giancoli **11-27** Art Wolfe/Getty Images, Inc.–Stone Allstock **11-37** Douglas C. Giancoli **11-42** Visuals Unlimited **AC-12** Fra Angelico, Linaioli Altarpiece, detalle Museo di San Marco, Florencia, Italia. Scala/Art Resource, N.Y. **12-25b** SETTLES, GARY S./Photo Researchers, Inc. **12-28a** P. Saada/Eurelios/Science Photo Library/Photo Researchers, Inc. **12-28b** Howard Sochurek/Medical Images, Inc. **12-38** Dallas & John Heaton/CORBIS BETTMANN **13-03** Bob Daemmrich/Stock Boston **13-04a, 13-04b, 13-04c** Franca Principe/Istituto e Museo di Storia della Scienza **13-06** Leonard Lessin/Peter Arnold, Inc. **13-28** Kennan Harvey/Getty Images, Inc.–Stone Allstock **14-14a, 14-14b** Science Photo Library/Photo Researchers, Inc. **14-16** Phil Degginger/Color-Pic, Inc. **15-10a, 15-10b, 15-10c** Leonard Lessin/Peter Arnold, Inc. **15-20a** Sandia National Laboratories **15-20b** Martin Bond/Science Photo Library/Photo Researschers, Inc. **Tabla 15-4** (en sentido de las manecillas del reloj desde arriba a la derecha) Ed Degginger/Color-Pic, Inc; Michael Collier; Malcolm Fife/Getty Images, Inc.–Photodisc; Inga Spence/Visuals Unlimited **15-25** Geoff Tompkinson/Science Photo Library/Photo Researchers, Inc. **15-26** Inga Spence/Visuals Unlimited **15-27** Michael Collier **16-36** Michael J. Lutch/Boston Museum of Science **16-43** Dr. Gopal Murti/Science Photo Library/Photo Researchers, Inc. **AC-17** Gene Moore/Phototake NYC **17-17** Tom Pantages/Tom Pantages **17-18** Custom Medical Stock Photo, Inc. **18-01** J. L. Charmet/Science Photo Library/Photo Researchers **18-06b** Dave King/Dorling Kindersley Media Library **18-16** Tony Freeman/PhotoEdit **18-18** Barbara Filet/Tony Stone Images **18-32** Jerry Marshall/Jerry Marshall **18-34** Scott T. Smith/Corbis/Bettmann; www.corbis.com/Scott T. Smith/Corbis Images **18-36** Jim Wehtje/Getty Images, Inc.—Photodisc. **19-24** Departamento de Radiología Clínica, Salisbury District Hospital/SPL/Photo Researchers, Inc.; Departamento de Radiología Clínica, Salisbury District Hospital/Science Photo Library/Photo Researchers, Inc. **AC-20** Chris Rogers/ Rainbow; © 2000 Chris Rogers/Rainbow **20-01** No identificado/Dorling Kindersley Media Library; © Dorling Kindersley **20-04a** Stephen Oliver/Dorling Kindersley Media Library; Stephen Oliver © Dorling Kindersley **20-06** Mary Teresa Giancoli **20-08a** Richard Megna/Fundamental Photographs **20-50** Clive Streeter/Dorling Kindersley Media Library; Clive Streeter © Dorling Kindersley **AC-21** Richard Megna/Fundamental Photographs **21-21** Joe Raedle/Getty Images, Inc—Liaison **21-27b** Pete Saloutos/Corbis/Bettmann **22-21** World Perspectives/Getty Images, Inc.—Stone Allstock.

Tabla periódica de los elementos[§]

Símbolo — **Cl** 17 — Número atómico
Masa atómica[§] — 35.4527
$3p^5$ — Configuración electrónica (sólo capas externas)

Grupo I	Grupo II	Elementos de transición										Grupo III	Grupo IV	Grupo V	Grupo VI	Grupo VII	Grupo VIII
H 1 1.00794 $1s^1$																	**He** 2 4.002602 $1s^2$
Li 3 6.941 $2s^1$	**Be** 4 9.012182 $2s^2$											**B** 5 10.811 $2p^1$	**C** 6 12.0107 $2p^2$	**N** 7 14.00674 $2p^3$	**O** 8 15.9994 $2p^4$	**F** 9 18.9984032 $2p^5$	**Ne** 10 20.1797 $2p^6$
Na 11 22.989770 $3s^1$	**Mg** 12 24.3050 $3s^2$											**Al** 13 26.981538 $3p^1$	**Si** 14 28.0855 $3p^2$	**P** 15 30.973761 $3p^3$	**S** 16 32.066 $3p^4$	**Cl** 17 35.4527 $3p^5$	**Ar** 18 39.948 $3p^6$
K 19 39.0983 $4s^1$	**Ca** 20 40.078 $4s^2$	**Sc** 21 44.955910 $3d^14s^2$	**Ti** 22 47.867 $3d^24s^2$	**V** 23 50.9415 $3d^34s^2$	**Cr** 24 51.9961 $3d^54s^1$	**Mn** 25 54.938049 $3d^54s^2$	**Fe** 26 55.845 $3d^64s^2$	**Co** 27 58.933200 $3d^74s^2$	**Ni** 28 58.6934 $3d^84s^2$	**Cu** 29 63.546 $3d^{10}4s^1$	**Zn** 30 65.39 $3d^{10}4s^2$	**Ga** 31 69.723 $4p^1$	**Ge** 32 72.61 $4p^2$	**As** 33 74.92160 $4p^3$	**Se** 34 78.96 $4p^4$	**Br** 35 79.904 $4p^5$	**Kr** 36 83.80 $4p^6$
Rb 37 85.4678 $5s^1$	**Sr** 38 87.62 $5s^2$	**Y** 39 88.90585 $4d^15s^2$	**Zr** 40 91.224 $4d^25s^2$	**Nb** 41 92.90638 $4d^45s^1$	**Mo** 42 95.94 $4d^55s^1$	**Tc** 43 (98) $4d^55s^2$	**Ru** 44 101.07 $4d^75s^1$	**Rh** 45 102.90550 $4d^85s^1$	**Pd** 46 106.42 $4d^{10}5s^0$	**Ag** 47 107.8682 $4d^{10}5s^1$	**Cd** 48 112.411 $4d^{10}5s^2$	**In** 49 114.818 $5p^1$	**Sn** 50 118.710 $5p^2$	**Sb** 51 121.760 $5p^3$	**Te** 52 127.60 $5p^4$	**I** 53 126.90447 $5p^5$	**Xe** 54 131.29 $5p^6$
Cs 55 132.90545 $6s^1$	**Ba** 56 137.327 $6s^2$	57–71†	**Hf** 72 178.49 $5d^26s^2$	**Ta** 73 180.9479 $5d^36s^2$	**W** 74 183.84 $5d^46s^2$	**Re** 75 186.207 $5d^56s^2$	**Os** 76 190.23 $5d^66s^2$	**Ir** 77 192.217 $5d^76s^2$	**Pt** 78 195.078 $5d^96s^1$	**Au** 79 196.96655 $5d^{10}6s^1$	**Hg** 80 200.59 $5d^{10}6s^2$	**Tl** 81 204.3833 $6p^1$	**Pb** 82 207.2 $6p^2$	**Bi** 83 208.98038 $6p^3$	**Po** 84 (209) $6p^4$	**At** 85 (210) $6p^5$	**Rn** 86 (222) $6p^6$
Fr 87 (223) $7s^1$	**Ra** 88 (226) $7s^2$	89–103‡	**Rf** 104 (261) $6d^27s^2$	**Db** 105 (262) $6d^37s^2$	**Sg** 106 (266) $6d^47s^2$	**Bh** 107 (264) $6d^57s^2$	**Hs** 108 (269) $6d^67s^2$	**Mt** 109 (268) $6d^77s^2$	**Ds** 110 (271) $6d^97s^1$	111 (272) $6d^{10}7s^1$	112 (277) $6d^{10}7s^2$						

†Serie de lantánidos

La 57 138.9055 $5d^16s^2$	**Ce** 58 140.115 $4f^15d^16s^2$	**Pr** 59 140.90765 $4f^35d^06s^2$	**Nd** 60 144.24 $4f^45d^06s^2$	**Pm** 61 (145) $4f^55d^06s^2$	**Sm** 62 150.36 $4f^65d^06s^2$	**Eu** 63 151.964 $4f^75d^06s^2$	**Gd** 64 157.25 $4f^75d^16s^2$	**Tb** 65 158.92534 $4f^95d^06s^2$	**Dy** 66 162.50 $4f^{10}5d^06s^2$	**Ho** 67 164.93032 $4f^{11}5d^06s^2$	**Er** 68 167.26 $4f^{12}5d^06s^2$	**Tm** 69 168.93421 $4f^{13}5d^06s^2$	**Yb** 70 173.04 $4f^{14}5d^06s^2$	**Lu** 71 174.967 $4f^{14}5d^16s^2$

‡Serie de actínidos

Ac 89 (227.02775) $6d^17s^2$	**Th** 90 232.0381 $6d^27s^2$	**Pa** 91 (231) $5f^26d^17s^2$	**U** 92 238.0289 $5f^36d^17s^2$	**Np** 93 (237) $5f^46d^17s^2$	**Pu** 94 (244) $5f^66d^07s^2$	**Am** 95 (243) $5f^76d^07s^2$	**Cm** 96 (247) $5f^76d^17s^2$	**Bk** 97 (247) $5f^96d^07s^2$	**Cf** 98 (251) $5f^{10}6d^07s^2$	**Es** 99 (252) $5f^{11}6d^07s^2$	**Fm** 100 (257) $5f^{12}6d^07s^2$	**Md** 101 (258) $5f^{13}6d^07s^2$	**No** 102 (259) $5f^{14}6d^07s^2$	**Lr** 103 (262) $5f^{14}6d^17s^2$

[§]Los valores de masa atómica están promediados sobre los isótopos en los porcentajes que se registran en la superficie de la Tierra. Para elementos inestables, la masa del isótopo conocido de vida más larga se proporciona entre paréntesis. Revisiones 2003. (Véase también el apéndice B).