

Coloreo de mapas

Dr. Alejandro Padilla Díaz

Inteligencia Artificial

TSP y Coloreo de mapas

- En Teoría de grafos, la **coloración de grafos** es un caso especial de etiquetado de grafos; es una asignación de etiquetas llamadas *colores* a elementos del grafo. De manera simple, una coloración de los vértices de un grafo tal que ningún vértice adyacente comparta el mismo color es llamado vértice coloración.

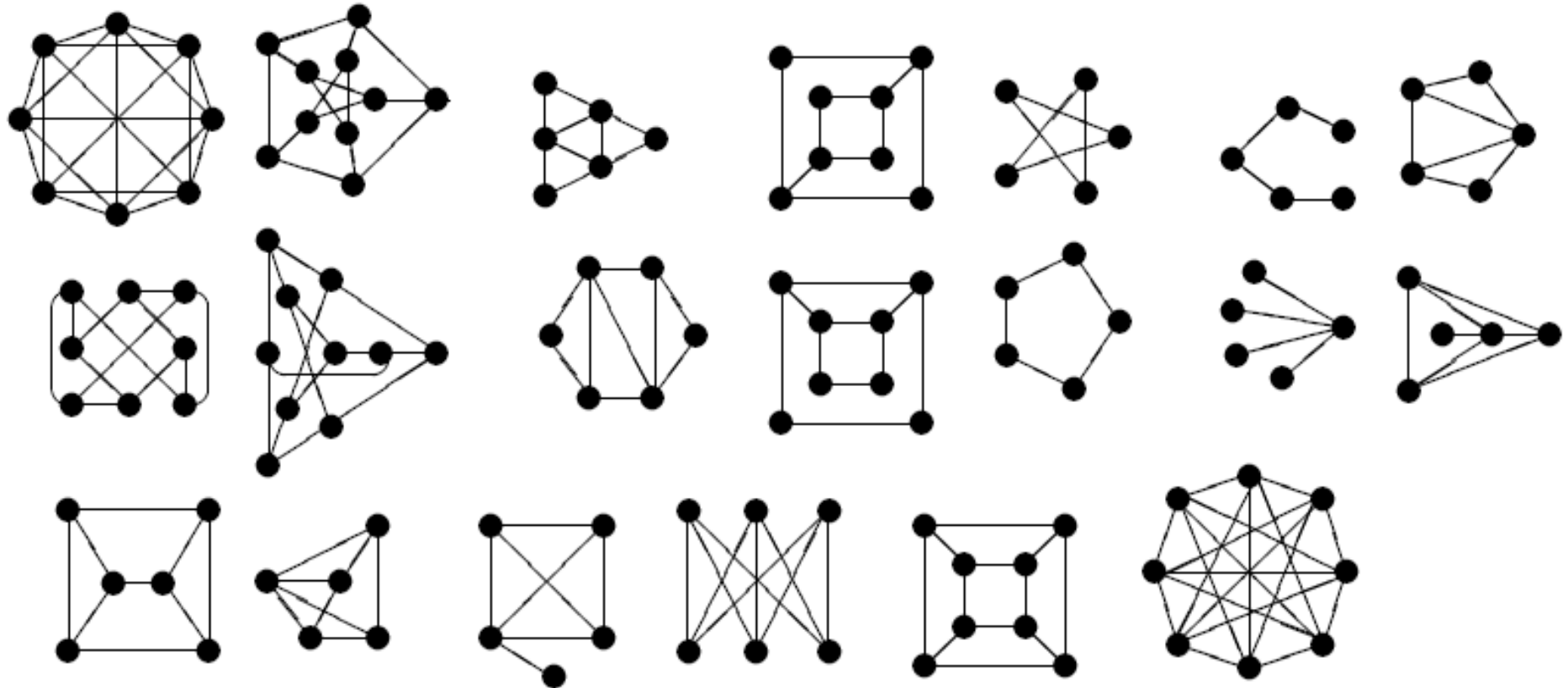
TSP y Coloreo de mapas

- Similarmente, una **arista coloración** asigna colores a cada arista tal que aristas adyacentes no compartan el mismo color, y una coloración de caras de un grafo plano a la asignación de un color a cada cara o región tal que caras que compartan una frontera común tengan colores diferentes.

TSP y Coloreo de mapas

- El vértice coloración es el punto de inicio de la coloración, y los otros problemas de coloreo pueden ser transformados a una versión con vértices. Por ejemplo, una arista coloración de un grafo es justamente una vértice coloración del grafo línea respectivo, y una coloración de caras de un grafo plano es una vértice coloración del grafo dual.

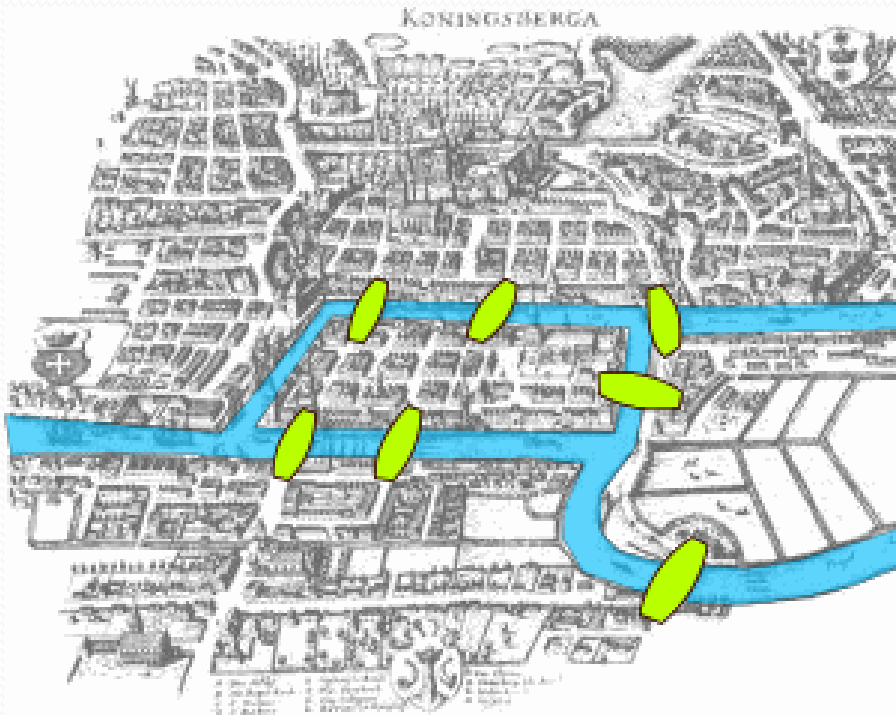
Ejemplos de Grafos



Antecedentes de Grafos y Coloreo de Mapas

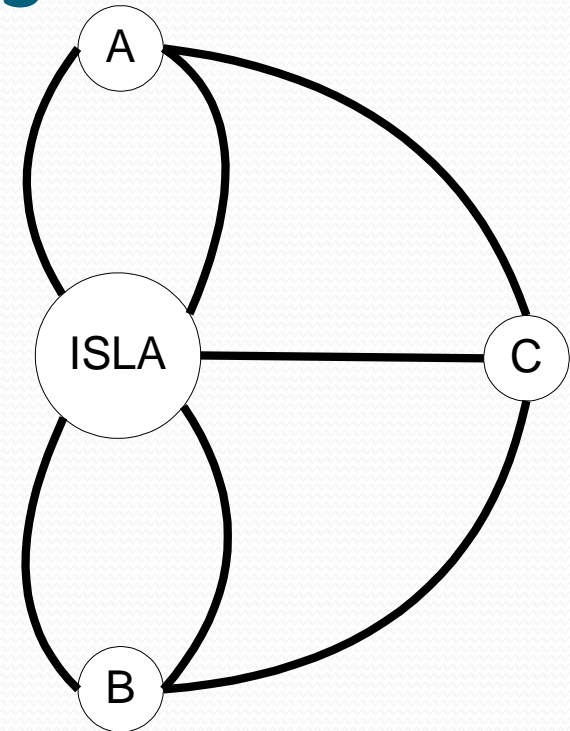
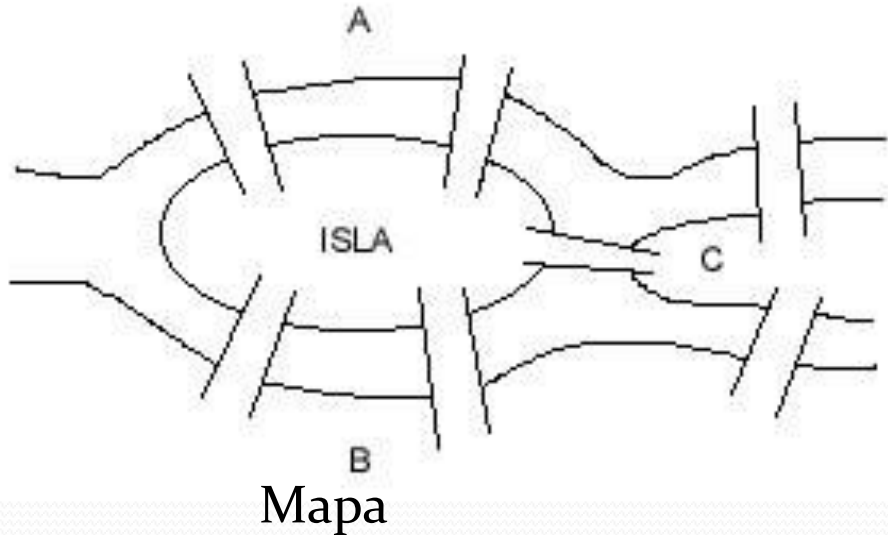
El problema de los siete puentes de Königsberg

Fue planteado y resuelto por Leonhard Euler en 1736, dando origen a la Teoría de los grafos.



Dos islas en el río Pregel que cruza Königsberg se unen entre ellas y con la tierra firme mediante siete puentes. ¿Es posible dar un paseo empezando por una cualquiera de las cuatro partes de tierra firme, cruzando cada puente una sola vez y volviendo al punto de partida?

Antecedentes de Grafos y Coloreo de Mapas

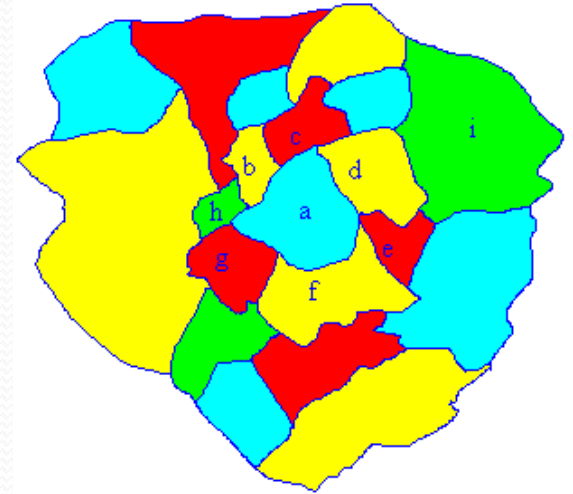


Grafo de Representación

El problema de los cuatro colores

Fue introducido en 1852 por Francis **Guthrie**, donde plantea si es posible, utilizando solamente cuatro colores, colorear cualquier mapa de países de tal forma que dos países vecinos nunca tengan el mismo color.

Fue resuelto en 1976 por Appel y Haken. Se usaron computadoras en la demostración.



El problema de los cuatro colores

Uso de Colores en Grafos

- La convención de usar colores se origina de la coloración de **países de un mapa**, donde cada cara es literalmente coloreada. Esto fue generalizado a la coloración de caras de grafos inmersos en el plano. En representaciones **matemáticas y computacionales** es típicamente usado enteros no-negativos como colores. En general se puede usar un conjunto finito como conjunto de colores. La naturaleza del problema de coloración depende del número de colores pero no sobre cuales son.

El problema de los cuatro colores

- El hermano de Guthrie pasa el problema a su profesor de matemáticas **Augustus de Morgan** en la universidad, mencionado en una carta a William Hamilton en 1852. **Arthur Cayley** envía el problema a la **London Mathematical Society** en 1879.

El problema de los cuatro colores

- Algunos años después, Alfred Kempe publicó un paper que resolvía el problema y por una década el problema de los 4 colores se consideró resuelto. Por su contribución Kempe fue elegido **Fellow** de la **Royal Society** y posteriormente presidente de la London Mathematical Society.

El problema de los cuatro colores

- La coloración de grafos han sido estudiada como un problema algorítmico desde 1970: el problema del número cromático es el problema 21 de **Karp NP-completo** de 1972, y aproximadamente al mismo tiempo varios algoritmos de tiempo exponencial fueron desarrollados basados en backtracking y en la eliminación y sustracción de Zykov (1949). Una de las mayores aplicaciones de la coloración de grafos, es la “**Asignación de registros en compiladores**” introducida en 1981.

Aplicaciones I

Redes de transporte



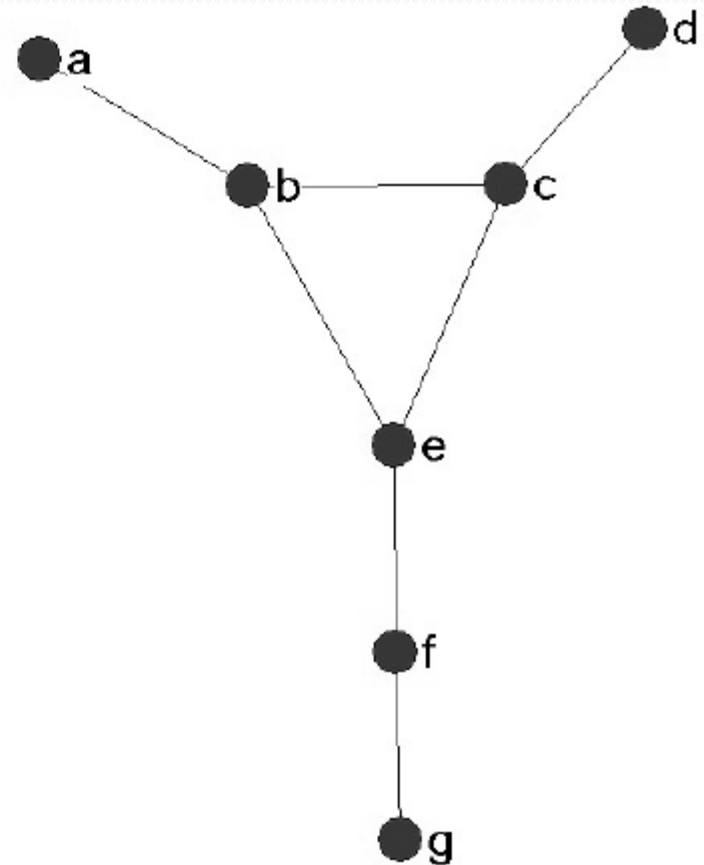
Plano de autopista



Aplicaciones III

Matriz de Distancias Geodésicas

	a	b	c	d	e	f	g
a	0	1	2	3	2	3	4
b	1	0	1	2	1	2	3
c	2	1	0	1	1	2	3
d	3	2	1	0	2	3	4
e	2	1	1	2	0	1	2
f	3	2	2	3	1	0	1
g	4	3	3	4	2	1	0



Coloreo de Mapas por numeración

