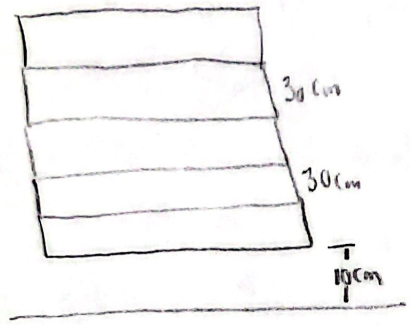
Trabajo y Energía

3

6.73) En cierta biblioteca, el primer anaquel está a 10cm del suelo y los restantes cuatro anaqueles están espaciados cada uno 30cm sobre el anterior. Si el libro promedio tiene una masa de 1.5kg con altura de 21cm, y un anaquel promedio puede sostener 25 libros. ¿Cuánto trabajo se requiere para llenar todos los anaqueles, si se supone que todos los libros yacen sobre el suelo al comenzar la operación?



① Sacar trabajo para cada libro

DCL libro

$\Sigma F_y = F - mg = 0$

$= F = mg$

$F = 1.5\,kg(9.81\,m/s^2)$

$= 14.715\,N$

$W_1 = \vec{F} \cdot \vec{\Delta x}$ → 1 estante

$= F\Delta x \cos\theta$

$= (14.715N)(.10m)\cos 0°$

$= 1.4715\,J$

$W_2 = \vec{F} \cdot \vec{\Delta x}$

$= (14.715N)(.40m)\cos 0°$

$= 5.886\,J$

$W_3 = \vec{F} \cdot \vec{\Delta x}$

$= (14.715N)(.70m)\cos 0°$

$= 10.300\,J$

$W_4 = \vec{F} \cdot \vec{\Delta x}$

$= (14.715N)(1m)\cos 0°$

$= 14.715\,J$

$W_5 = \vec{F} \cdot \vec{\Delta x}$

$= (14.715N)(1.3m)\cos 0°$

$= 19.129\,J$

Estante 1

25 libros $\times$ 1.4715 J = 36.78 J

Estante 2

25 libros $\times$ 5.886 J = 147.15 J

Estante 3

25 libros $\times$ 10.300 J = 257.512 J

Estante 4

25 libros $\times$ 14.715 J = 367.875 J

Estante 5

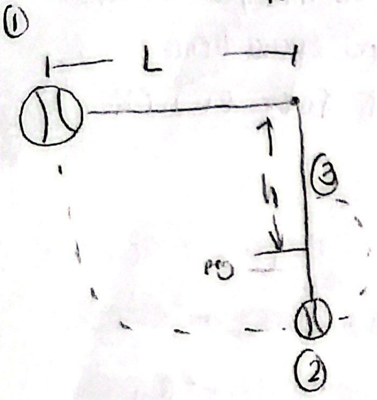
25 libros $\times$ 19.1295 J = 478.2375 J

$W_T = W_1 + W_2 + W_3 + W_4 + W_5$

$= 1287.5625\,J$

6.77) Una bola está atado a un cordón horizontal de longitud L, cuyo extremo está fijo. a) si la bola se libera, ¿Cuál será su rapidez en el punto más bajo de su trayectoria?

b) A una distancia h directamente por debajo del punto de unión del cordón se encuentra ubicado un perno. Si h = 0.80L, ¿Cuál será la rapidez de la bola cuando alcance lo alto de su trayectoria circular en torno al perno.



a) $\Delta K + \Delta U = 0$

$\frac{1}{2}m\overset{0}{\cancel{v_i^2}} - \frac{1}{2}mv_f^2 + mgy_i - mg\overset{0}{\cancel{y_f}} = 0$

$-\frac{1}{2}mv_f^2 + mgy_i = 0$

$-\frac{1}{2}mv_f^2 = -mgy_i$

$-\frac{1}{2}v_f^2 = -gy_i$

$v_f^2 = 2gy_i$

$v = \sqrt{2gy_i}$

$= \sqrt{2gL}$

b) $\Delta K + \Delta U = 0$

$\frac{1}{2}mv_f^2 - \frac{1}{2}mv_i^2 + mgy_f - mg\overset{0}{\cancel{y_i}} = 0$

$\frac{1}{2}mv_f^2 = \frac{1}{2}mv_i^2 - mgy_f$

$v_f^2 = \frac{2(\frac{1}{2}mv_i^2 - mgy_f)}{m}$

$\frac{1}{2}mv_f^2 - \frac{1}{2}mv_i^2 + mgy_f = 0$

$v_f^2 = v_i^2 - 2gy_f$

$v_f = \sqrt{v_i^2 - 2gy_f}$

$= \sqrt{(\sqrt{2gL})^2 - 2g\,0.40L}$

$= \sqrt{2gL - 0.80gL}$

$= \sqrt{1.2gL}$

6.83) a) Si el cuerpo humano pudiese convertir una barra de dulce directamente en trabajo, ¿a que altura de una escalera podría ascender un hombre de 82kg si fuese "cargado de combustible" con una barra (=1100kJ)
b) Si luego el hombre salta de la escalera ¿cuál sera su rapidez cuando alcance el fondo?

$kg\ m/s^2$

a) $1100kJ = \Delta U_g$

$1100kJ = mgy_f - \cancel{mgy_i}$

$1100kJ = mgy_f$

$\frac{1100kJ}{mg} = y_f$

$y_f = \frac{1100kJ}{82kg(9.81m/s^2)} = \frac{1{,}100{,}000\ J}{804.42\ kg\frac{m}{s^2}} = 1367.44\ m$

b) $\Delta K + \Delta U_g = 0$

$\frac{1}{2}mv_f^2 - \cancel{\frac{1}{2}mv_i^2}^0 + \cancel{mgy_f}^0 - mgy_i = 0$

$\frac{1}{2}mv_f^2 - mgy_i = 0$

$\frac{1}{2}\cancel{m}v_f^2 = \cancel{m}gy_i$

$v_f^2 = 2gy_i$

$v_f = \sqrt{2gy_i}$

$= \sqrt{2(9.81m/s^2)(1367.44m)}$

$= 163.79m/s$

6.87) En el ascenso de soga, un atleta de 72kg asciende una distancia vertical de 5.0m en 9.0s ¿Qué potencia de salida minima utilizo para lograr esta hazaña?

$\Delta U_g = W_T$

$W_T = \Delta U_g$

$= mgy_f - \cancel{mgy_i}^0$

$= mgy_f$

$= 72kg(9.81m/s^2)(5.0m)$

$= 3531.6\ J$

$\bar{P} = \frac{\Delta W}{\Delta t} = \frac{3531.6\ J}{9.0s} = 392.4\ \text{WATTS}$

6.92) Si un automóvil de 1500kg puede acelerar desde 35 hasta 55 Km/h en 3.2s, ¿Cuanto le tomará acelerar desde 55 hasta 75 Km/h? Se supone que la potencia permanece igual y que las pérdidas por fricción pueden despreciarse.

① trabajo de $35\frac{km}{h} - 55\frac{km}{h}$

$$35\frac{Km}{h}\left(\frac{1000m}{1km}\right)\left(\frac{1hr}{3600s}\right) = 9.72\frac{m}{s}$$

$$55\frac{Km}{h}\left(\frac{1000m}{1km}\right)\left(\frac{1hr}{3600s}\right) = 15.27\frac{m}{s}$$

$$\Delta K = W_T$$

$$\frac{1}{2}mV_f^2 - \frac{1}{2}mV_i^2$$

$$\frac{1}{2}m(15.27m/s)^2 - \frac{1}{2}m\left(9.72\frac{m}{s}\right)^2 =$$

$$174,879.675J - 70,858.8J = 104,020.875 J$$

$$\overline{P} = \frac{104,020.875J}{3.2s} = 32,506.52 \text{ WATT}$$

② trabajo de $55\frac{km}{h} - 75\frac{km}{h}$

$$55\frac{Km}{h}\left(\frac{1000m}{1km}\right)\left(\frac{1hr}{3600s}\right) = 15.27\frac{m}{s}$$

$$75\frac{Km}{h}\left(\frac{1000m}{1km}\right)\left(\frac{1hr}{3600s}\right) = 20.83\frac{m}{s}$$

$$W_T = \Delta K$$

$$= \frac{1}{2}mV_f^2 - \frac{1}{2}mV_i^2$$

$$= \frac{1}{2}(1500kg)\left(20.83\frac{m}{s}\right)^2 - \frac{1}{2}(1500kg)\left(15.27\frac{m}{s}\right)^2$$

$$= 325,416.675J - 174,879.675J$$

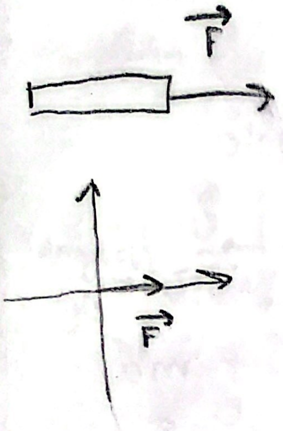
$$= 150,537J$$

$$\frac{\frac{J}{1}}{\frac{J}{s}} = \frac{\cancel{J}\cdot s}{\cancel{J}} = s$$

$$\overline{P} = \frac{\Delta W}{\Delta t} \qquad t = \frac{\Delta W}{\overline{P}} = \frac{150,537J}{32,506.52W} = 4.6309s$$

WORD

25-E) Un ladrillo de 10Kg se mueve a lo largo de un eje x. Su aceleración como función de su posición se muestra en la figura 7-32. ¿Cuál es el trabajo neto que efectúa sobre el ladrillo la fuerza que ocasiona la aceleración cuando el ladrillo se mueve de $x=0$ a $x=8.0m$?



$$\Sigma F_x = \vec{F} = ma$$
$$= \vec{F} = 10kg(20m/s^2)$$
$$= 200N$$

$$W = \vec{F}\cdot\Delta x$$
$$= F\Delta x \cos\theta$$
$$= F\Delta x \cos 0°$$
$$= 200N(8m)$$
$$= 1600J$$

$$W_T = \frac{1600J}{2}$$
$$= 800J$$

27-P) La fuerza sobre una partícula está dirigida a lo largo de un eje x y dada por $F = F_0(x/x_0 - 1)$. Encuentra el trabajo que realiza la fuerza al mover la partícula de $x=0$ a $x=2x_0$

a) trazar la gráfica $F(x)$ y medir el trabajo a partir de la gráfica.

b) integrar $F(x)$.

$$F = F_0\left(\frac{x}{x_0} - 1\right)$$

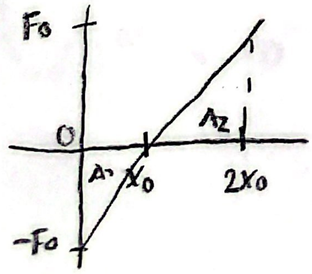
x	Fo
0	$-F_0$
x_0	0
$2x_0$	F_0

$x=0$ $\quad F = F_0\left(\frac{0}{x_0} - 1\right) = -F_0$

$x=x_0$ $\quad F = F_0\left(\frac{x_0}{x_0} - 1\right) = 0$

$x=2x_0$ $\quad F = F_0\left(\frac{2x_0}{x_0} - 1\right) = F_0$

a)



b) $= \int_0^{2x_0} F_0\left(\frac{x}{x_0} - 1\right)dx = F_0\int_0^{2x_0}\left(\frac{x}{x_0} - 1\right)dx$

$$= F_0\left[\frac{1}{x_0}\int_0^{2x_0} x\,dx - \int_0^{2x_0} dx\right]$$
$$= F_0\left[\frac{1}{x_0}\left(\frac{x^2}{2}\right)\Big|_0^{2x_0} - \left[(x)\Big|_0^{2x_0}\right]\right]$$
$$= F_0\left[\frac{1}{x_0}\left(\frac{(2x_0)^2}{2} - \frac{(0)^2}{2}\right) - [2x_0 - 0]\right]$$
$$= F_0\left[\frac{1}{\cancel{x_0}}\left(\frac{4x_0^{\cancel{2}}}{2}\right) - 2x_0\right]$$
$$= F_0[2x_0 - 2x_0] = F[0] = 0$$

29-P) ¿Qué trabajo es realizado por una fuerza $\vec{F} = (2x\,N)\hat{i} + (3N)\hat{j}$, con x en metros, que mueve una partícula desde una posición $\vec{r}_i = (2m)\hat{i} + (3m)\hat{j}$ hasta una posición $\vec{r}_f = -(4m)\hat{i} - 3m\hat{j}$?

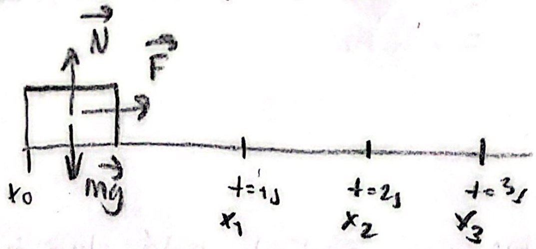
$$\vec{\Delta r} = \vec{r_f} - \vec{r_i} = -4m\hat{i} - 3m\hat{j} - 2m\hat{i} - 3m\hat{j} = -6m\hat{i} - 6m\hat{j}$$

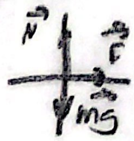
$$\vec{W} = \vec{F} \cdot \vec{\Delta r} = F_x \Delta r_x + F_y \Delta r_y = (2x\,N)(-6m) + (3N)(-6m)$$

$$= -12x\,Nm - 18\,Nm = (-12x - 18)\,J$$

33-P) Una Fuerza de 5N actua sobre un cuerpo de 15kg inicialmente en reposo. Calcule el trabajo realizado por la fuerza en

a) primer segundo
b) segundo 2
c) tercer segundo.
d) potencia instantanea.





$N = \frac{kg\,m/s^2}{kg}$

$\Sigma F_x: F = ma$

$= \frac{F}{m} = a$

$a = \frac{5N}{15kg} = 0.33\,m/s$

a) $x_1 = \cancel{x_0} + \cancel{v_0 t} + \frac{1}{2}at_1^2$
$= \frac{1}{2}(0.33\,m/s^2)(1s)^2$
$= 0.165\,m$

$W_1 = \vec{F} \cdot \Delta x$
$= F \Delta x \cos\theta$
$= 5N(0.165\,m)$
$= 0.825\,J$

b) $x_2 = \frac{1}{2}at_2^2$
$= \frac{1}{2}(0.33\,m/s^2)(2s)^2$
$= 0.66\,m$

$W_2 = \vec{F} \cdot \vec{\Delta x}$
$= 5N(0.66m - 0.165m)\cos\theta$
$= 2.475\,J$

c) $x_3 = \frac{1}{2}at_3^2$
$= \frac{1}{2}(0.33\,m/s^2)(3s^2)$
$= 1.485\,m$

$W_3 = \vec{F} \cdot \vec{\Delta x}$
$= 5N(1.485m - 0.66m)\cos\theta$
$= 4.125\,J$

$\overline{P} = \vec{F} \cdot \vec{v}$

$P = 5N \cdot 0.99\,\frac{m}{s} \cos 0°$
$= 4.95\,J$

$v = \cancel{v_0}^{0} + at$
$= (0.33\,m/s^2)(3s)$
$= 0.99\,\frac{m}{s}$

37-P) Lo fuerza (pero no la potencia) necesaria para remolcar un bote a una velocidad constante es proporcional a la rapidez. Si la rapidez de $4.0\frac{km}{h}$ requiere 7.5kw, ¿Cuanta potencia requiere una rapidez de $\frac{Km}{h}$?

$$v_1 = 4.0\frac{km}{h}\left(\frac{1000m}{1km}\right)\left(\frac{1hr}{3600s}\right) = 1.11\frac{m}{s}$$

$$\vec{P} = \vec{F}\cdot\vec{v}\cos 0°$$

$$\frac{\vec{P}}{\vec{v}} = \vec{F}_1 = \frac{7500w}{1.11m/s^2} = \underline{6756.76N}$$

$$P = 7.5kw\left(\frac{1000w}{1kw}\right) = 7500w$$

① Al ser proporcionales

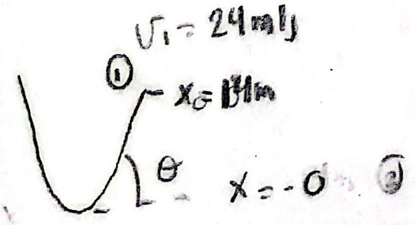
$$v_2 = 12\frac{Km}{h}\left(\frac{1000m}{1km}\right)\left(\frac{1hr}{3600s}\right) = 3.33m/s$$

$$\frac{F_1}{v_1} = \frac{F_2}{v_2} \qquad F_2 = \frac{v_2 F_1}{v_1} = \frac{(6756.76N)(3.33 m/s)}{1.11 m/s}$$

$$F_2 = 20270.26N$$

$$P_2 = \vec{F}\cdot\vec{v}$$
$$= Fv\cos\theta$$
$$= Fv_2\cos 0°$$
$$= 20270.26N(3.33m/s)$$
$$= \underline{67500.03\ W}$$

45-E) Un esquiador de 60kg sale de un extremo de una rampa para salto en esquis con una velocidad de 24m/s dirigida 25° arriba de la horizontal. Supongase que, como resultado de la resistencia del aire, el esquiador regresa al suelo aterrizando 14m verticalmente abajo del extremo de la rampa. Desde el lanzamiento hasta el regreso a tierra ¿Cuánto se reduce la energía mecanica del sistema formado por el esquiador y la tierra debido a la resistencia del aire?



① Energia mecanica en ① y ②

$$E_1 = k_i + U_{gi} = \frac{1}{2}mv_i^2 + mgy_i = \frac{1}{2}(60kg)(24.m/s)^2 + 60kg(9.81m/s^2)(14m)$$
$$= 17,280 kg\frac{m^2}{s^2} + 8240.4kg\frac{m^2}{s^2}$$
$$= 25520.4J$$

$$E_2 = K_f + \cancel{U_{gf}}^{0}$$
$$= \frac{1}{2}mv_f^2 = \frac{1}{2}(60kg)(22m/s)^2$$
$$= 14520\ J$$

$$E_1 - E_2 = 25520.4J - 14,520J = \underline{11,000.4J}$$

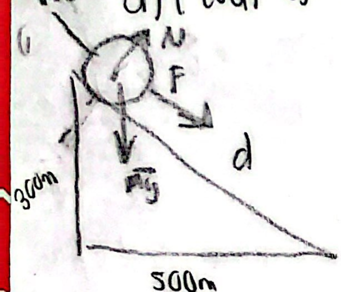
49-E) Durante un deslave, una roca de 520 kg se desliza desde el reposo hacia abajo en una colina que mide 500 m de largo y 300 m de alto. El coeficiente de fricción cinética entre la roca y la superficie de colina es de 0.25.

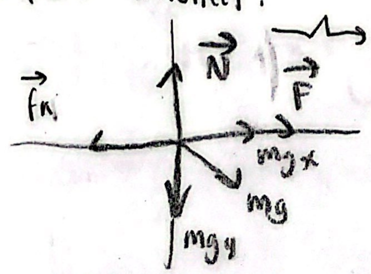
a) Si la energía potencial gravitacional U del sistema formado por la roca y la tierra es cero en el fondo de la colina, ¿cuál es el valor de U justo antes del deslave?

b) ¿Cuánta energía térmica se transfiere a energía térmica durante el deslave?

c) ¿Cuál es la energía cinética de la roca cuando llega al fondo de la colina?

d) ¿Cuál es la rapidez entonces?





a) $U_{gi} = mgy_i$
$= 520\,kg(9.81\,m/s^2)(300\,m)$
$= 1530360\,J$

b) Energía térmica es el trabajo realizado por la fuerza de fricción

$\theta = \tan^{-1}\left(\frac{y}{x}\right) = \tan^{-1}\left(\frac{300\,m}{500\,m}\right) = 30.96°$

$\Sigma F_y = N - mgy = 0$
$N = mgy$
$= mg\cos\theta$
$= 520\,kg(9.81\,m/s^2)\cos 30.96°$
$= 4374.41\,N$

$F_k = -N\mu_k = -(4374.41\,N)(0.25)$
$= \underline{-1093.6\,N}$

$d = \sqrt{x^2+y^2} = \sqrt{300_m^2 + 500_m^2} = \sqrt{340000\,m^2} = 583.09\,m$

$W_{Fk} = \vec{F_k} \cdot \Delta x = E_T$
$= F_k \Delta x \cos\theta$
$= F_k \Delta x$
$= -(-1093.6\,N)(583.09\,N)$
$= \underline{637{,}667.224\,J}$

c) $V_i = 0\,m/s^2$

$E_f = E_i - W_{NC} = K_f + \cancel{U_{gf}} = \cancel{K_i} + U_{gi} - W_{NC}$

$K_f = U_{gi} - W_{NC} = 1530360\,J - 637{,}667.224\,J$
$= 892691.82\,J \cong \underline{1\,MJ}$

d) $K_f = \frac{1}{2}mv_f^2 \quad v_f^2 = \sqrt{\frac{2K_f}{m}} = \underline{58.59\,m/s}$

53-P) Se encuentra que cierto resorte no se ajusta a la ley de Hooke. La fuerza (en newtons) que ejerce cuando se estira una distancia x (en metros) tiene una magnitud de $52.8x + 38.4x^2$ en dirección contraria al estiramiento.

a) Calcule el trabajo requerido para estirar el resorte de $x = 0.500$ m a $x = 1.00$ m.

b) Con un extremo del resorte fijo, una partícula de masa 2.17 kg se une al otro extremo del resorte cuando éste se extiende una cantidad $x = 1.00$ m. Si la partícula se suelta entonces desde el reposo, ¿cuál es la rapidez en el instante en que el resorte regresa a la configuración en que la extensión $x = 0.500$ m?

c) ¿La fuerza ejercida por el resorte es conservativa o no conservativa?

a) $x_i = .500\text{m}$, $x_f = 1\text{m}$

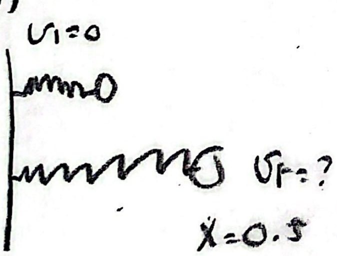
$$W = \int_{x_i}^{x_f} f(x)\,dx = \int_{.50}^{1} (52.8x + 38.4x^2)\,dx$$

$$= 52.8\int_{.5}^{1} x\,dx + 38.4\int_{.5}^{1} x^2\,dx$$

$$= 26.4(x^2)\Big|_{.5}^{1} + 12.8(x^3)\Big|_{.5}^{1}$$

$$= 26.4(.75) + 12.8(0.875) = \underline{31\text{ J}}$$

b)



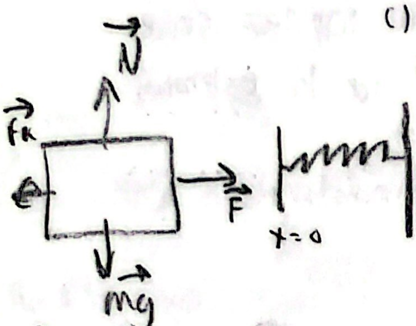
$m = 2.17\text{ kg}$

$$W = \Delta K = K_f - K_i = \tfrac{1}{2}mv_f^2 - \cancel{\tfrac{1}{2}mv_i^2}$$

$$W = \tfrac{1}{2}mv_f^2 \rightarrow v_f = \sqrt{\frac{2W}{m}} = \sqrt{\frac{2(31\text{J})}{2.17\text{kg}}} = \underline{5.34\text{ m/s}}$$

c) Al ser fuerza elástica es conservativa.

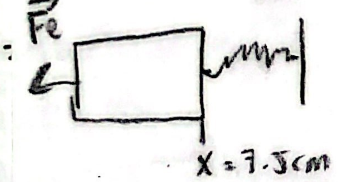
57-P) En la figura 8-47, un bloque de 2.5 kg se desliza de frente sobre un resorte que tiene constante de resorte de 320 N/m. Cuando el bloque se detiene, ha comprimido 7.5 cm al resorte. El coeficiente de fricción cinética entre el bloque y la superficie horizontal es de 0.25. Mientras el bloque está en contacto con el resorte y se lleva al reposo, ¿cuáles son
a) trabajo realizado por la fuerza del resorte?
b) el aumento de energía térmica del sistema formado?
c) ¿Cuál es la rapidez del bloque justo ~~antes~~ cuando llega al resorte?

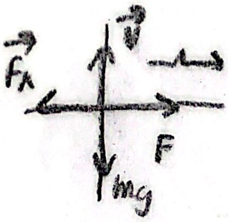


$m = 2.5\,kg$

$k_e = 320\,\frac{N}{m}$

$\mu_k = 0.25$





a) $W_e = -\frac{1}{2}k_e(x_f^2 - \cancel{x_i})$

$= -\frac{1}{2}(320\frac{N}{m})(0.075m^2) = \underline{-0.9\,J}$

b) $\Sigma F_y = N - mg = 0$

$= N = mg$

$N = 2.5\,kg(9.81\,m/s^2)$

$= \underline{24.52\,N}$

$\vec{F_k} = \mu_k N = (24.52N)(0.25) = 6.13\,N$

$W_{F_k} = \vec{F_k} \cdot \vec{\Delta x}$

$= F_k \Delta x \cos\theta$

$= F_k \Delta x$

$= 6.13N(0.075m)$

$= \underline{0.46\,J = E_T}$

c) $E_f = E_i + W_{NC}$

$K_f + U_{ef} = K_i + U_{ei} + W_{F_k}$

$= \frac{1}{2}\cancel{mv_f^2} + \frac{1}{2}k_e x_f^2 = \frac{1}{2}mv_i^2 + \cancel{\frac{1}{2}k_e x_i^2} + W_{F_k}$

$= \frac{1}{2}mv_i^2 = \frac{1}{2}k_e x_f^2 + W_{F_k}$

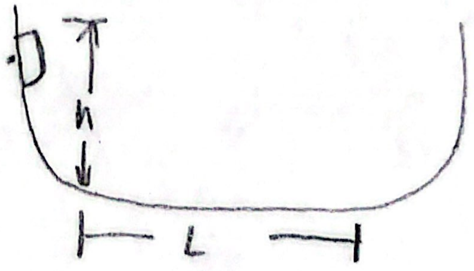
$v_i^2 = \frac{2(\frac{1}{2}k_e x_f + W_{F_k})}{m}$

$v_i = \sqrt{\frac{2[\frac{1}{2}k_e x_f^2 + 2W_{F_k}}{m}} = \sqrt{\frac{(320\frac{N}{m})(0.075m^2) + 2(0.46J}{2.5\,kg}}$

$v_i = \sqrt{1.09\,m^2/s^2} = \underline{1.04\,m/s}$

63-P) Una particula se puede deslizar a lo largo de una vía con extremos elevados y una parte central plana, como se muestra en la figura 8-50. La parte plana tiene longitud L. Las porciones curvas de la vía están libres de fricción, pero para la parte plana el coeficiente de fricción cinética es $\mu_k = 0.20$. La particula se suelta desde el reposo en el punto A, que está a una altura $h = L/2$ arriba de la parte plana de la vía. ¿dónde se detiene la particula?

① Obteniendo velocidad al llegar a la parte plana

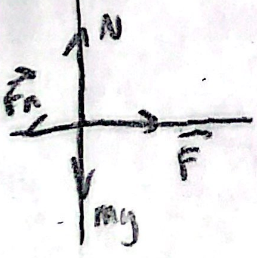


$K_f + \cancel{U_{gf}}^{0} = \cancel{K_i}^{0} + U_{gi}$

$\frac{1}{2}mv_f^2 = mgy_i$

$v_f^2 = 2gy_i$

$v_f = \sqrt{2gy_i} = \sqrt{2g\left(\frac{L}{2}\right)} = \sqrt{gL}$



en parte plana

$\Sigma F_y = N - mg = 0$
$\therefore N = mg$

$\Delta U = 0$
$v_i = \sqrt{gL}$

$W_{NC} = W_{fk} = \Delta K + \cancel{\Delta U}^{0} = \Delta K$

$W_{fk} = K_f - K_i = \frac{1}{2}\cancel{mv_f^2} - \frac{1}{2}mv_i^2 = -\frac{1}{2}m(\sqrt{gL})^2 = -\frac{1}{2}mgL$ ①

$W_{fk} = \vec{F_k} \cdot \vec{d}$
$= f_k \cdot d \cos\theta$
$= -f_k d = \mu_k N d = -mg\mu_k d$

Igualando ② y ①

$\cancel{-}mg\mu_k d = \cancel{-}\frac{1}{2}mgL$

$d = \frac{mgL}{2mg\mu_k} = \frac{L}{2\mu_k} = \frac{L}{0.4} = 2.5L$

$\therefore$ Recorre 2 veces el plano y se detiene a la mitad de la parte plana.