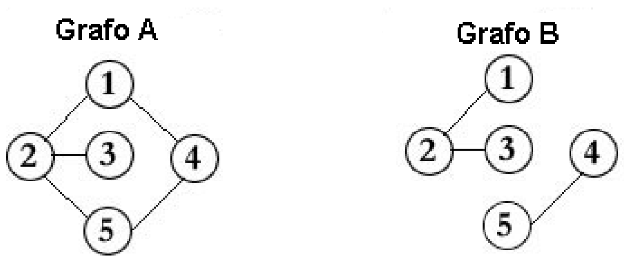
# 2ª Relación de ejercicios de grafos

**Ejercicio 1.**

Sean los grafos siguientes:



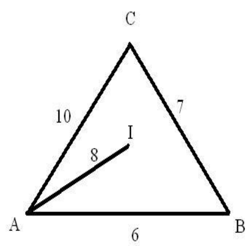

a) Escriba la matriz de adyacencia asociada a los grafos *A* y *B* de la figura anterior.

b) Si las matrices *C* y *D* unen los nodos numerados con las etiquetas 1, 2, 3, represente los grafos asociados a dichas matrices de adyacencia.

$$C = \begin{pmatrix} 0 & 1 & 0 \\ 1 & 0 & 1 \\ 0 & 1 & 0 \end{pmatrix} \qquad D = \begin{pmatrix} 0 & 1 & 1 \\ 1 & 0 & 1 \\ 1 & 1 & 0 \end{pmatrix}$$

c) Realice la siguiente operación matricial: $D \cdot C - C \cdot D$

**Ejercicio 2.**




En un instituto I hay alumnos de tres pueblos, A, B y C. La distancia entre A y B es 6 km, la de B a C es 7 km, la de A a C es 10 km y la de A a I es 8 km. Una empresa de transporte escolar hace dos rutas: la ruta 1 parte de B y recorre sucesivamente C, A e I; la ruta 2 parte de C y recorre sucesivamente B, A e I.

1. Determine la matriz *M*, 2x3, que expresa los kilómetros que recorren los alumnos de cada pueblo por cada ruta.

2. El número de alumnos que siguen cada ruta de cada pueblo es:

Pueblo A: 10 alumnos la ruta 1 y 9 alumnos la ruta 2.

Pueblo B: 15 alumnos la ruta 1 y 8 alumnos la ruta 2.

Pueblo C: 5 alumnos la ruta 1 y 9 alumnos la ruta 2.

Determine la matriz *N*, 3x2, que indique los alumnos que siguen cada ruta de cada pueblo.

3. **S**i la empresa cobra 12 céntimos por Km a cada persona, determine la matriz $P = 0.12\, M \cdot N$, e interprete cada uno de sus elementos.

$$M = \begin{array}{c} \\ Ruta1 \\ Ruta2 \end{array} \begin{array}{c} \begin{array}{ccc} A & B & C \end{array} \\ \begin{pmatrix} & & \\ & & \end{pmatrix} \end{array} \qquad N = \begin{array}{c} \\ AlumnosA \\ AlumnosB \\ AlumnosC \end{array} \begin{array}{c} \begin{array}{cc} Ruta1 & Ruta2 \end{array} \\ \begin{pmatrix} & \\ & \\ & \end{pmatrix} \end{array}$$

**Ejercicio 3.**

En una empresa de fabricación de móviles hay 3 categorías de empleados: A, B y C y se fabrican dos tipos de móviles: M y P. Diariamente cada empleado de la categoría A fabrica 4 móviles del tipo M y 3 del tipo P, mientras que cada uno de la categoría B fabrica 5 móviles del tipo M y 4 del tipo P, y cada uno de la categoría C fabrica 6 móviles del tipo M y 5 móviles del tipo P. Para fabricar cada móvil del tipo M se necesitan dos chips y 4 conexiones y para fabricar cada móvil del tipo P 4 chips y 6 conexiones.

a) Escriba una matriz $X$, 3x2, que describa el número de móviles de cada tipo y otra matriz $Y$, de orden 2, que exprese el número de chips y conexiones de cada tipo de móvil.

b) Realice el producto de matrices $X \cdot Y$ e indique qué expresa dicho producto.

**Ejercicio 4.**

Un proveedor que suministra materia prima a 3 fábricas, F, G y H, transporta una parte de sus envíos a cada fábrica por carretera y la otra parte por tren, según se indica en la matriz $T$, cuyos elementos son las toneladas de materia prima que recibe cada fábrica por cada vía de transporte.

$$T = \begin{array}{c} \begin{array}{ccc} F & G & H \end{array} \\ \begin{pmatrix} 300 & 200 & 150 \\ 400 & 250 & 200 \end{pmatrix} \end{array} \begin{array}{c} \\ carretera \\ tren \end{array}$$

Los precios del transporte de cada tonelada de materia prima son 200 euros por carretera y 180 euros por tren, como indica la matriz $C = (200, 180)$.

Explique qué operación debe efectuarse con estas matrices para determinar una nueva matriz cuyos elementos sean los costes de llevar este material a la fábrica.

**Ejercicio 5.**

Una persona tiene que comprar 2 kg de manzanas, 1 kg de ciruelas y 1.5 kg de plátanos y otra necesita 0.5 kg de manzanas, 2.5 de ciruelas y 3 de plátanos. En la frutería A, los precios de las manzanas son 1.8 euros/kg, los de las ciruelas 2.1 y los de los plátanos 1.9 y en la frutería B son 1.7, 2.3 y 1.75 respectivamente.

Se escriben las matrices:

$$M = \begin{pmatrix} 2 & 1 & 1.5 \\ 0.5 & 2.5 & 3 \end{pmatrix} \text{ y } N = \begin{pmatrix} 1.8 & 1.7 \\ 2.1 & 2.3 \\ 1.9 & 1.75 \end{pmatrix}$$

a) Determine $M \cdot N$ e indique qué representa cada uno de los elementos de la matriz producto.

b) ¿En qué frutería le conviene a cada persona hacer la compra?

**Ejercicio 6.**

Un fabricante de productos lácteos, que vende 3 tipos de productos, leche, queso y nata, a dos supermercados, S y H, ha anotado en la matriz *A* los pesos en kg de cada producto que vende a cada supermercado y, en la matriz *B*, las ganancias que obtiene en cada supermercado por cada kg de esos productos, siendo esas matrices las que aparecen a continuación

$$Matriz\ A = \begin{array}{c} \begin{array}{ccc} leche & queso & nata \end{array} \\ \begin{pmatrix} 500 & 300 & 250 \\ 460 & 300 & 200 \end{pmatrix} \end{array} \begin{array}{c} \\ S \\ H \end{array} \qquad Matriz\ B = \begin{array}{c} \begin{array}{ccc} leche & queso & nata \end{array} \\ \begin{pmatrix} 0.20 & 4 & 1 \\ 0.25 & 3.60 & 1.20 \end{pmatrix} \end{array} \begin{array}{c} \\ S \\ H \end{array}$$

Efectúe el producto $A \cdot B^t$ y explique el significado económico de cada uno de los elementos de la diagonal principal de la matriz resultante.

**<u>EJERCICIO 6</u> : En una acería se fabrican tres tipos de productos que llamaremos *A*, *B*, y *C*, que se obtienen a partir de chatarra, carbón mineral y ciertas aleaciones metálicas, según la tabla adjunta, que representa las unidades de cada material necesaria para fabricar una unidad de producto:**

| MATERIAL \ PRODUCTO | A | B | C |
|---|---|---|---|
| CHATARRA | 8 | 6 | 6 |
| CARBÓN | 6 | 6 | 4 |
| ALEACIONES | 2 | 1 | 3 |

**Obtener una matriz que indique las cantidades de chatarra, carbón y aleaciones necesarias para la producción de 6 unidades de *A*, 4 de *B* y 3 de C.**

**<u>EJERCICIO 7</u> : En una compañía se utilizan tres tipos de materiales (madera, plástico y aluminio) para fabricar tres tipos de muebles: sillas, mecedoras y sofás, según la tabla:**

| | SILLA | MECEDORA | SOFÁ |
|---|---|---|---|
| MADERA | 1 unidad | 1 unidad | 1 unidad |
| PLÁSTICO | 1 unidad | 1 unidad | 2 unidades |
| ALUMINIO | 2 unidades | 3 unidades | 5 unidades |

**Obtén, matricialmente, las unidades de madera, de plástico y de aluminio que se han utilizado para fabricar 100 sillas, 100 mecedoras y 200 sofás.**

**<u>EJERCICIO 8</u> : Un fabricante produce tres tipos de clavos: de aluminio (*A*), de cobre (*Q*) y de acero (*H*). Todos ellos se fabrican en longitudes de 1; 1,5 y 2 cm con los precios respectivos siguientes:**

| | | | | |
|---|---|---|---|---|
| **Clavos *A*:** | **0,20** | **0,30** | **0,40** | **céntimos de euro** |
| **Clavos *Q*:** | **0,30** | **0,45** | **0,60** | **céntimos de euro** |
| **Clavos *H*:** | **0,40** | **0,60** | **0,80** | **céntimos de euro** |

**Sabiendo que en un minuto se producen:**

| | | | |
|---|---|---|---|
| **De 1 cm de longitud:** | **100*A*** | **50*Q*** | **700*H*** |
| **De 1,5 cm de longitud:** | **200*A*** | **20*Q*** | **600*H*** |
| **De 2 cm de longitud:** | **500*A*** | **30*Q*** | **400*H*** |

**Se pide:**

a) **Resume la información anterior en dos matrices: *M* y *N*. *M* que recoja la producción por minuto, y *N* que recoja los precios.**
b) **Calcula el elemento $a_{11}$ de la matriz $M \cdot N$ y da su significado.**
c) **Calcula el elemento $a_{11}$ de la matriz $N \cdot M$ y da su significado.**

EJERCICIO 5 : En una papelería van a vender carpetas, cuadernos y bolígrafos, agrupándolos en tres tipos de lotes:
- Lote $A$: 1 carpeta, 1 cuaderno y 1 bolígrafo.
- Lote $B$: 1 carpeta, 3 cuadernos y 3 bolígrafos.
- Lote $C$: 2 carpetas, 3 cuadernos y 4 bolígrafos.

Cada carpeta cuesta 6 euros, cada cuaderno 1,5 euros y cada bolígrafo 0,24 euros.
a) Escribe una matriz que describa el contenido (número de carpetas, cuadernos y bolígrafos) de cada lote.

b) Obtén matricialmente el precio total de cada uno de los lotes $A$, $B$ y $C$.

EJERCICIO 6 : Una empresa produce tres bienes $A$, $B$, y $C$. Tiene tres factorías y, cada una de ellas, produce los tres bienes en las cantidades por hora siguientes:

| | FACTORÍA 1 | FACTORÍA 2 | FACTORÍA 3 |
|---|---|---|---|
| *A* | 10 unidades/hora | 20 unidades/hora | 15 unidades/hora |
| *B* | 25 unidades/hora | 25 unidades/hora | 20 unidades/hora |
| *C* | 30 unidades/hora | 25 unidades/hora | 25 unidades/hora |

En la Factoría 1 se trabajan 8 horas diarias, la Factoría 2 funciona las 24 horas del día y en la Factoría 3 se trabajan 10 horas diarias.
a) Calcula matricialmente el número de unidades diarias de los bienes $A$, $B$ y $C$ que fabrica la empresa.
b) Si se trabaja durante 22 días cada mes, obtén matricialmente la proporción mensual de la empresa en cada uno de los bienes $A$, $B$ y $C$.

EJERCICIO 7 : Una fábrica produce dos modelos de lavadoras, $A$ y $B$, en tres terminaciones: $N$, $L$ y $S$. Produce del modelo $A$: 400 unidades en la terminación $N$, 200 unidades en la terminación $L$ y 50 unidades en la terminación $S$. Produce del modelo $B$: 300 unidades en la terminación $N$, 100 unidades en la terminación $L$ y 30 unidades en la terminación $S$. La terminación $N$ lleva 25 horas de taller y 1 hora de administración. La terminación $L$ lleva 30 horas de taller y 1,2 horas de administración. La terminación $S$ lleva 33 horas de taller y 1,3 horas de administración.
a) Representa la información en dos matrices.
b) Halla una matriz que exprese las horas de taller y de administración empleadas para cada uno de los modelos.

EJERCICIO 8 : Un constructor construye chalés de lujo (C.L.), chalés adosados (C.A.) y viviendas de protección oficial (V.P.O.). Se sabe que cada C.L. tiene 3 cuartos de baño, 2 aseos y 2 cocinas; cada C.A. tiene 1 cuarto de baño, 1 aseo y una cocina; y cada V.P.O. tiene 1 aseo y una cocina. Por otra parte, cada cuarto de baño tiene una ventana grande y una pequeña; cada aseo tiene una ventana pequeña y cada cocina tiene dos grandes y una pequeña.
a) Halla la matriz $A$ que expresa el número de habitáculos (cocinas, cuartos de baño y aseos) en función de cada tipo de vivienda.
b) Halla la matriz $B$ que expresa el número de ventanas grandes y pequeñas en función del tipo de habitáculo.
c) Halla la matriz $C$ que expresa el número de ventanas grandes y pequeñas en función del tipo de vivienda. ¿Puede calcularse $C$ como resultado de una operación matricial entre $A$ y $B$?