Adivinación 3.0

Matemática para computación 2

Explicación

El problema inicial consiste en resolver el truco de las 21 cartas mediante el uso de relaciones de recurrencia.

Este truco de cartas clásico emplea 21 cartas cualesquiera de una baraja y algunos reacomodos de estas siguiendo ciertas reglas especiales. El objetivo del truco es descubrir o adivinar la carta que usted ha escogido previamente. Después de tres redistribuciones repetidas, su carta siempre termina como la undécima. Básicamente.

Planteamiento

Para resolver el problema utilizaremos las siguientes notaciones:

$$n = numero\ de\ cartas\ ;\ a_n = numero\ de\ lanzamietos\ ; p = posicion\ final\ de\ la\ carta$$

Para el caso particular planteado tenemos que:

$$n = 21\ ;\ a_n = 3\ ; p = 11$$

Esto quiere decir que inicialmente tenemos 21 cartas, luego de repartir las cartas en los 3 grupos en 3 tiradas la carta siempre estará en la posición 11.

Solución

- Debido a que siempre el mazo se debe de dividir en 3 grupos, la cantidad de cartas que tendrá el mazo original solo puede ser un múltiplo de 3.
- Debido a la condición inicial podemos ver que la posición final de la carta siempre deja la misma cantidad de cartas de un lado como del otro, y esto solo se puede realizar si la cantidad de cartas es impar.

De ellos podemos deducir el siguiente modelo para encontrar la cantidad de cartas con las cuales el truco puede ser realizado:

$n = 3[2a + 1]\ \forall\ a \in N$ por lo tanto, la cantidad de cartas pueden ser $n = 3, 9, 15, 21, \ldots$

Luego de realizar las pruebas con cartas fisicas podemos obtener la siguiente distribución.

n	a_n	p
3	1	2
9	2	5
15	3	8
21	3	11
27	3	14
33	4	17

Como se puede observar en las filas marcadas los valores de n pertenecen a potencias de 3, y luego de dicha potencia cambia la cantidad de lanzamientos a realizar.

Teniendo esto en cuenta podemos construir la siguiente tabla, la cual se realiza hasta 99 cartas.

n	a_n	p
$3 = 3^1$	1	2
$9 = 3^2$	2	5
15	3	8
21	3	11
$27 = 3^3$	3	14
33	4	17
39	4	20
45	4	23
51	4	26
57	4	29
63	4	32
69	4	35
75	4	38
$81 = 3^4$	4	41
87	5	44
93	5	47
99	5	50

Luego de construir la tabla podemos deducir la relación de recurrencia

$$\log_3 3^1 = 1$$

$$\log_3 3^2 = 2$$

$$\log_3 3^3 = 3$$

$$\log_3 3^4 = 4$$

$a_n = \lceil \log_3 n \rceil$ *relacion de recurrencia monota creciente*