

1 Habilidades e Competências

- Calcular grandezas elétricas em circuitos elétricos;
- Calcular a resistência equivalente total de circuitos elétricos.

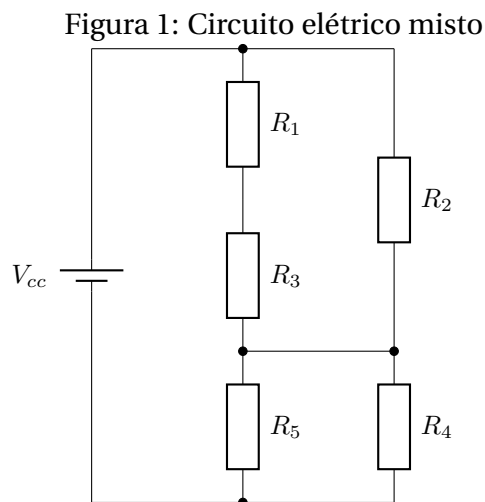
2 Desafio

Dado o circuito da **Figura 1**, considerar:

$R_1 = 330\Omega$, $R_2 = 150\Omega$, $R_3 = 270\Omega$,

$R_4 = 400\Omega$ e $R_5 = 100\Omega$.

- Identificar:
 - os nós do circuito;
 - a configuração de ligação dos componentes: série ou paralelo;
- Calcular a resistência equivalente em cada ramo;
- Simplificar o circuito ao redesenhá-lo;
- Repetir o processo até obter a resistência equivalente total.



Fonte: Próprio autor.

3 Revisitando Conhecimentos

A identificação de configurações e características do circuito é fundamental para a sua análise. Entre os principais pontos estão:

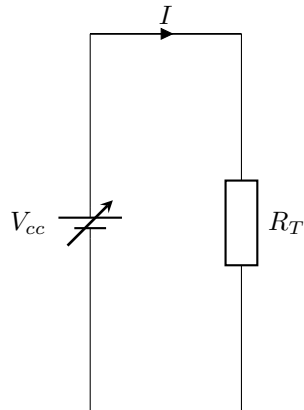
- A identificação da(s) fonte(s) e da(s) carga(s) do circuito;
- A identificação dos nós;
- A identificação dos ramos;
- As ligações em série e em paralelo.

4 Lei de Ohm

A **primeira lei de Ohm** é a relação entre as três grandezas elétricas básicas: **tensão**, **resistência** e **corrente**.

Considerando o circuito a seguir:

Figura 2: Circuito elétrico simples



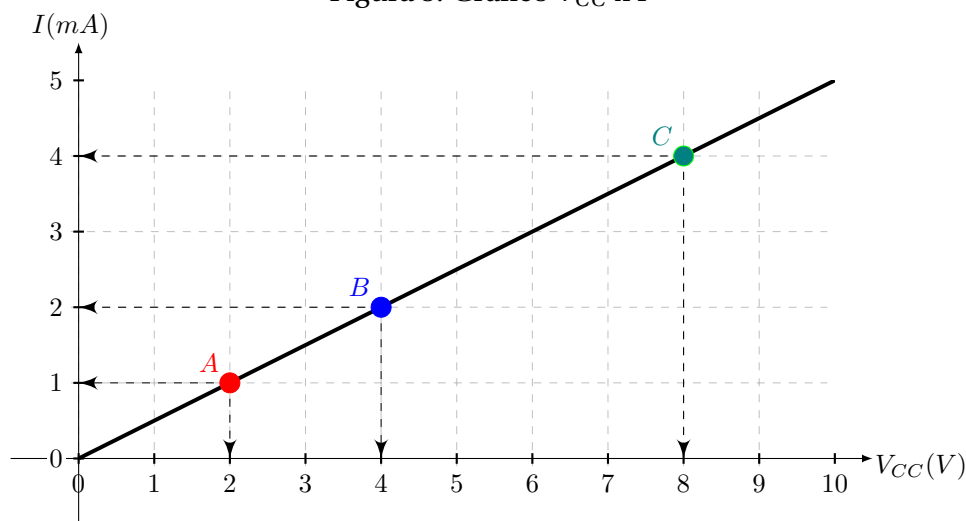
Fonte: Próprio autor.

- V_{CC} : Fonte de tensão ajustável, em Volts[V];
- I : Intensidade de corrente elétrica, em Amperes [A];
- R_T : Resistência elétrica em Ohms [Ω].

Georg Simon Ohm percebeu que a relação entre tensão e corrente em um circuito resistivo é constante, ou seja, para um dado circuito, com uma resistência fixa, ao variar a tensão aplicada aos seus terminais a intensidade da corrente que percorre o circuito varia de forma proporcional.

Ao tomar nota de alguns pontos de medição, pode-se desenhar um gráfico como na Figura 3, e perceber que os pontos anotados formam uma reta. Isso ocorre pela proporcionalidade entre a variável manipulada, aquela que é ajustada por quem conduz a experiência, e a variável controlada, que é aquela que depende de outro parâmetro do sistema, e que não é manipulada diretamente.

Figura 3: Gráfico $V_{CC} \times I$



Fonte: Próprio autor.

Estão destacados no gráfico três pontos, A , B e C , e pode-se perceber que o ponto B está localizado em uma tensão que é o dobro da tensão do ponto A , por consequência, a intensidade da corrente produzida também é o dobro. O mesmo ocorre no ponto C em relação ao ponto B .

A representação matemática para uma reta, é uma equação do primeiro grau, assim a equação que representa a reta do gráfico da Figura 3 pode ser obtida da seguinte forma:

Escolha dois pontos quaisquer da reta, A e B , A e C , B e C , ou ainda algum deles com a origem $(0,0)$.

Pontos escolhidos: B e $(0,0)$.

Ao projetar o ponto B no eixo da tensão, temos um triângulo retângulo formado pelos pontos: B , $(4,0)$ e $(0,0)$.

Utilizando a relação $\frac{\Delta I}{\Delta V}$, temos o coeficiente angular da reta G .

$$\begin{aligned}\frac{\Delta I}{\Delta V} &= G \\ \Delta I &= G \cdot \Delta V \\ I - I_0 &= G \cdot (V - V_0)\end{aligned}\tag{1}$$

Como a origem foi escolhida como um dos pontos do triângulo, o ΔI será o próprio valor no ponto B , ou seja, I_0 e V_0 valem 0.

$$I = G \cdot V\tag{2}$$

Analogamente à equação da reta $f(x) = ax + b$ temos que:

- I é o resultado da função, é a variável dependente pois varia em função da variável independente;
- V é a variável independente, é manipulada por quem conduz o experimento, ajustando o valor da fonte para um valor desejado;
- G é coeficiente angular, valor que exprime o quanto a reta está inclinada.

O coeficiente angular G mostra que, para um ângulo de inclinação pequeno, uma variação de tensão alta produz uma variação de corrente é pequena, ou seja, a condução é ruim. Com um ângulo de inclinação grande, uma variação de tensão pequena produz uma grande variação de corrente, ou seja, uma ótima condução.

O coeficiente angular G é denominado como **condutância**, e sua unidade é o **Siemens[S]**.

A condutância é o inverso da resistência, ou seja, dois aspectos de um mesmo fenômeno.

$$G = \frac{1}{R} \quad (3)$$

Substituindo (3) em (2), temos a **Primeira Lei de OHM**.

$$I = \frac{1}{R} \cdot V \quad (4)$$

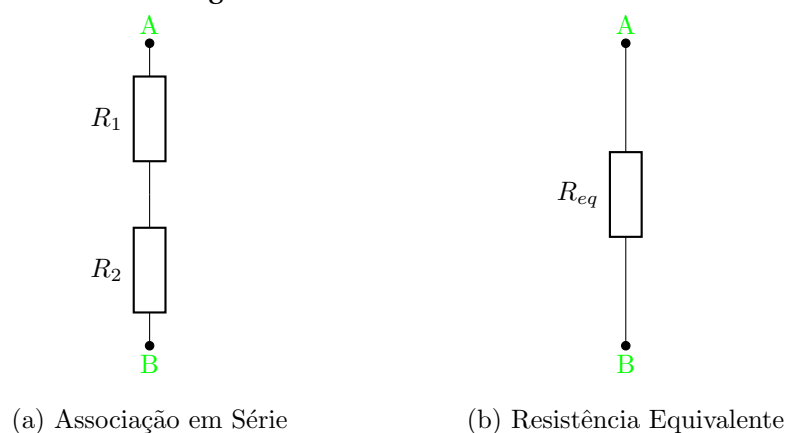
5 Associação de Resistores em Série

Dado um ramo qualquer de um circuito resistivo, sabe-se que todos os elementos nele contidos estão associados em série, pois, aplicada uma diferença de potencial às suas extremidades, a corrente que percorre esse ramo é a mesma em todos os componentes, havendo apenas um caminho entre os nós conectados às extremidades.

Ao aplicar uma diferença de pontencial não nula entre os nós A e B , haverá uma corrente elétrica entre esses pontos. O valor da intensidade dessa corrente depende, além da própria tensão, da resistência que o ramo apresenta, como diz a 1ª Lei de Ohm.

Todo elemento inserido em série no ramo, acrescenta resistência a ele. Todo ramo com mais do que um resistor, pode ser substituído por um ramo equivalente, sem que haja mudança dos parâmetros elétricos do circuito, desde que não se altere a resistência equivalente do ramo, como mostrado na Figura 4.

Figura 4: Ramo entre nós A e B



A Figura 4(a) mostra o ramo com dois resistores, que formam a resistência total do ramo, que é ilustrado na Figura 4(b) com a resistência equivalente. Pode-se representar a resistência equivalente em um ramo da seguinte forma:

$$R_1 + R_2 = R_{eq} \quad (5)$$

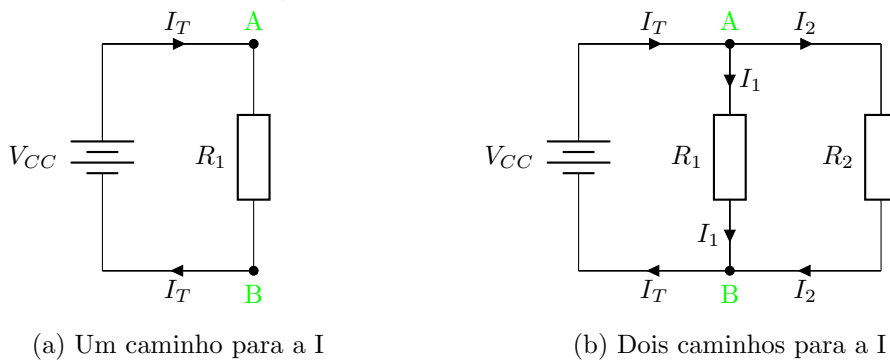
Para uma quantidade de resistores no ramo maior do que dois, a resistência equivalente é calculada da mesma forma:

$$R_1 + R_2 + \dots + R_n = R_{eq} \quad (6)$$

6 Associação de Resistores em Paralelo

A intensidade da corrente que circula em um ramo, depende da tensão aplicada aos seus nós e da resistência total do ramo. Assim, para o circuito da Figura 5 (a) a corrente total depende apenas do valor de V_{CC} e R_1 . Não havendo mudanças nesses valores, também não haverá mudança no valor da intensidade de corrente, denotada I_T . A intensidade da corrente que flui da fonte é a mesma que atravessa a carga, com uma certa resistência e condutância.

Figura 5: Circuito em paralelo



Ao inserir outro ramo ao circuito, como mostrado na Figura 5(b), a intensidade da corrente no ramo de R_1 não é alterado, pois a tensão entre os pontos A e B não muda, bem como seu valor ôhmico, porém, a intensidade total da corrente muda, pois há agora um novo caminho, um novo ramo para circulação da corrente.

A mudança do circuito (a) para o (b), produz um novo caminho para a circulação da corrente. Pode-se dizer então que com a inclusão do novo ramo, conectado aos mesmos pontos do ramo já existente, há uma maior facilidade para a corrente fluir, pois agora são dois caminhos, aumentando a condutância entre os nós.

Pode-se obter a condutância total do circuito paralelo somando as condutâncias dos ramos, da seguinte forma:

$$G_T = G_{R_1} + G_{R_2} \quad (7)$$

A forma mais comum é trabalhar com a resistência e não a condutância, então, substituindo (3) em (7) pode-se obter a resistência total:

$$\begin{aligned} \frac{1}{R_T} &= \frac{1}{R_1} + \frac{1}{R_2} \\ R_T &= \frac{1}{\frac{1}{R_1} + \frac{1}{R_2}} \end{aligned} \quad (8)$$

Da mesma forma pode-se aplicar para circuitos com varios ramos em paralelo, basta somar as condutâncias:

$$G_T = G_1 + G_2 + \dots + G_n \quad (9)$$

Analogamente para a resistência total temos:

$$R_T = \frac{1}{\frac{1}{R_1} + \frac{1}{R_2} + \dots + \frac{1}{R_n}} \quad (10)$$

6.1 Associação em Paralelo - Apenas 2 resistores

O cálculo de resistores em paralelo pode ser realizado manipulando a Equação (8) da seguinte forma:

$$G_{eq} = G_{R_1} + G_{R_2}$$

$$\frac{1}{R_{eq}} = \frac{1}{R_1} + \frac{1}{R_2}$$

$$\frac{1}{R_{eq}} = \frac{R_1 + R_2}{R_1 \cdot R_2}$$

$$R_{eq} = \frac{R_1 \cdot R_2}{R_1 + R_2}$$

Atenção! Essa forma só é válida para a associação de dois resistores.

6.2 Associação resistores em paralelo - Todos iguais

Outra forma particular para calcular resistência equivalente é quando os resistores em paralelo são **todos** de mesmo valor, então o cálculo pode ser realizado manipulando a Equação (10) da seguinte forma:

Dados os seguintes resistores em paralelo e nomeados sequencialmente: $R_1 = R_2 = \dots = R_n$.

$$\begin{aligned}G_{eq} &= G_1 + G_2 + \dots + G_n \\ \frac{1}{R_{eq}} &= \frac{1}{R_1} + \frac{1}{R_2} + \dots + \frac{1}{R_n} \\ \frac{1}{R_{eq}} &= n \cdot \frac{1}{R} \\ \frac{1}{R_{eq}} &= \frac{n}{R} \\ \frac{R_{eq}}{1} &= \frac{R}{n} \\ R_{eq} &= \frac{R}{n}\end{aligned}\tag{11}$$

Atenção! Essa forma só é válida para a associação de resistores iguais.

7 Leis de Kirchhoff

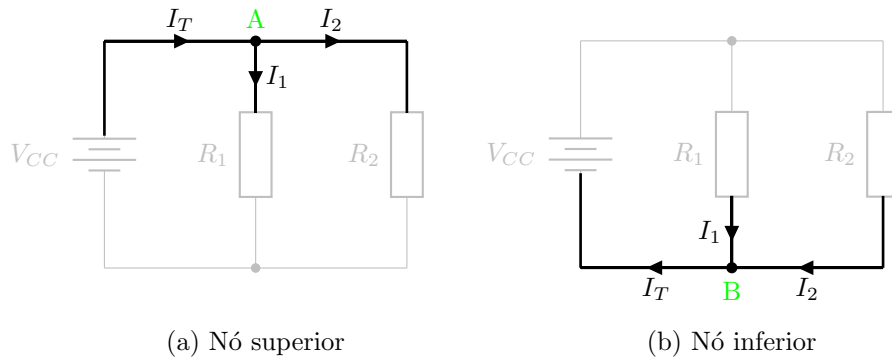
A **primeira lei de Kirchhoff** fala sobre as correntes em um nó, por isso é comum ser chamada de **lei dos nós**, enquanto que a **segunda lei de Kirchhoff** fala sobre as tensões em uma malha, sendo assim a **lei das malhas**.

7.1 1ª Lei de Kirchhoff

A soma das correntes em um nó é igual a zero.

A Figura 6 mostra o sentido convencional da corrente nos dois nós do circuito.

Figura 6: Circuito em paralelo



Tendo um nó como referência, adota-se uma convenção para o sentido da corrente. Assim, a corrente que chega ao nó é anotada como positiva e a corrente que sai é negativa. O oposto também pode ser adotado.

Escrevendo, pela definição, a equação para o nó A temos:

$$(+I_T) + (-I_1) + (-I_2) = 0 \quad (12)$$

$$I_T - I_1 - I_2 = 0$$

$$I_T - I_1 - I_2 + I_1 + I_2 = 0 + I_1 + I_2$$

$$\cancel{I_T} - \cancel{I_1} - \cancel{I_2} + \cancel{I_1} + \cancel{I_2} = +I_1 + I_2$$

$$I_T = I_1 + I_2 \quad (13)$$

Da mesma forma para o nó B :

$$(-I_T) + (+I_1) + (+I_2) = 0$$

$$-I_T + I_1 + I_2 + I_T = 0 + I_T$$

$$\cancel{-I_T} + I_1 + I_2 + \cancel{I_T} = 0 + I_T$$

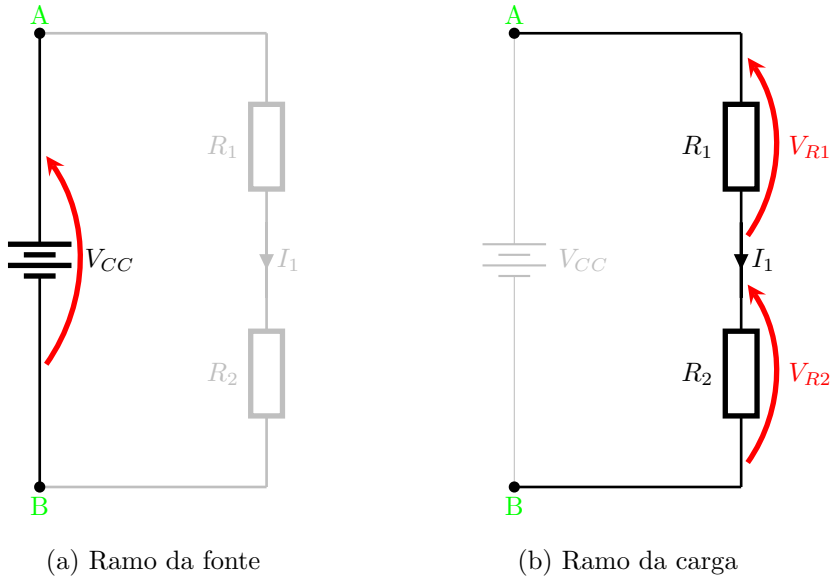
$$I_1 + I_2 = I_T$$

7.2 2ª Lei de Kirchhoff

A Figura 7 mostra os dois ramos que formam o circuito em série. A limitação dos ramos são os nós A e B , cuja diferença de potencial é proporcionada pelo ramo da fonte, tensão gerada. Essa diferença de potencial, é aplicada ao ramo que contém os resistores, R_1 e R_2 , que dividem essa tensão em valores parciais, denominados de queda de tensão.

A segunda lei de Kirchhoff diz que: **A soma das tensões (ou quedas de tensão) em uma malha é igual a zero.**

Figura 7: Circuito em Série



Adotando um ponto como referência de partida, por exemplo o ponto A, percorre-se no sentido da corrente, por todo circuito até retornar ao ponto de partida. Ao encontrar uma indicação de tensão no mesmo sentido, adota-o como valor positivo, e no sentido contrário, adota-o como negativo.

Assim, pode-se representar a equação da malha pela definição da seguinte forma:

$$(-V_{R1}) + (-V_{R2}) + (V_{CC}) = 0 \quad (14)$$

$$-V_{R1} - V_{R2} + V_{CC} = 0$$

$$\cancel{+V_{R1}} + \cancel{+V_{R2}} - \cancel{V_{R1}} - \cancel{V_{R2}} + V_{CC} = +V_{R1} + V_{R2} \quad (15)$$

$$V_{CC} = V_{R1} + V_{R2}$$

Sabemos que em um ramo cada resistor apresenta uma parcela proporcional da resistência total, pois a soma dessas parcelas é a própria resistência total.

$$R_1 + R_2 = R_{T_{ramo}} \quad (16)$$

Temos que $R_{T_{ramo}}$ é a resistência total do ramo e é formada por duas partes, R_1 e R_2 , somados. Assim cada resistor é uma parte da resistência total do ramo, um parte do todo.

Sabemos que a parte dividida pelo todo é uma relação de proporcionalidade e que a queda de tensão em cada resistor do ramo é proporcional a sua resistência em relação a resistência total, assim temos que:

$$\frac{R_1}{R_2 + R_1} = \frac{V_{R1}}{V_{R2} + V_{R1}} \quad (17)$$

$$V_{AB} = V_{R1} + V_{R2} \quad (18)$$

$$\frac{R_1}{R_2 + R_1} = \frac{V_{R1}}{V_{AB}} \quad (19)$$

Isolando-se V_{R1} temos:

$$V_{R1} = \frac{R_1}{R_2 + R_1} \cdot V_{AB} \quad (20)$$

Iguanlmente para V_{R2} :

$$V_{R2} = \frac{R_2}{R_2 + R_1} \cdot V_{AB} \quad (21)$$

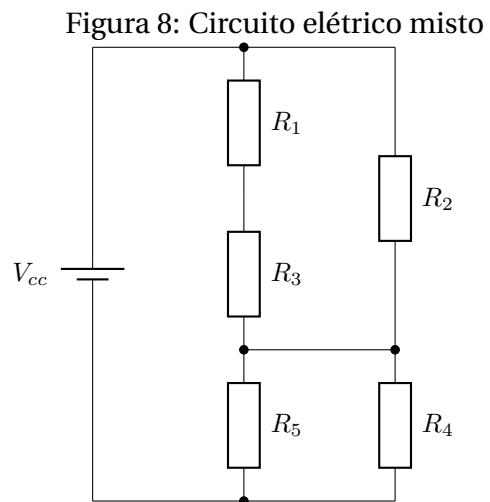
8 Resolução do Desafio

Dado o circuito da **Figura 8**, considerar:

$R_1 = 330\Omega$, $R_2 = 150\Omega$, $R_3 = 270\Omega$,

$R_4 = 400\Omega$ e $R_5 = 100\Omega$.

- Identificar:
 - os nós do circuito;
 - a configuração de ligação dos componentes: série ou paralelo;
- Calcular a resistência equivalente em cada ramo;
- Simplificar o circuito ao redesenhá-lo;
- Repetir o processo até obter a resistência equivalente total.



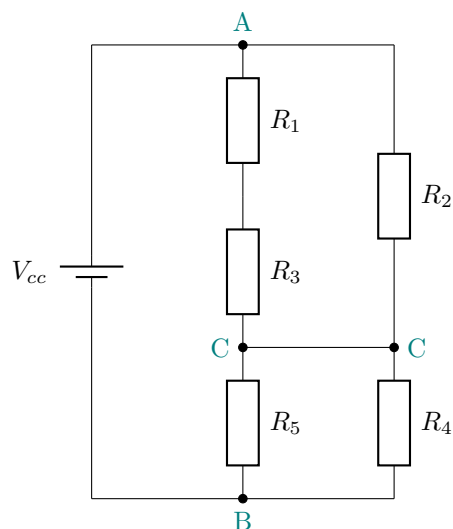
Fonte: Próprio autor.

8.1 Passo 1: Identificação dos nós

Dados do circuito:

$R_1 = 330\Omega$, $R_2 = 150\Omega$, $R_3 = 270\Omega$,

$R_4 = 400\Omega$ e $R_5 = 100\Omega$.



8.2 Passo 2: Identificação de resistores em série

Dados do circuito:

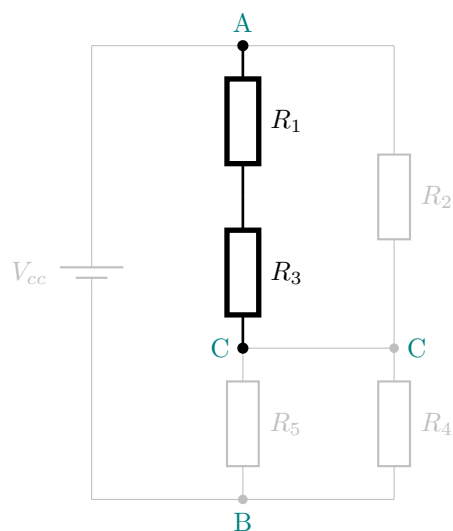
$R_1 = 330\Omega$, $R_2 = 150\Omega$, $R_3 = 270\Omega$,

$R_4 = 400\Omega$ e $R_5 = 100\Omega$.

$$R_A = R_1 + R_3$$

$$R_A = 330 + 270$$

$$R_A = 600\Omega$$



8.3 Passo 3: Identificação de resistores em paralelo

Dados do circuito:

$$R_1 = 330\Omega, R_2 = 150\Omega, R_3 = 270\Omega,$$

$$R_4 = 400\Omega \text{ e } R_5 = 100\Omega,$$

$$R_A = R_1 + R_3 = 600\Omega.$$

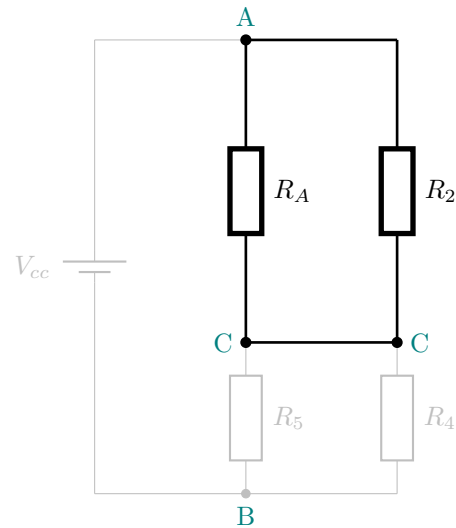
$$G_B = G_A + G_2$$

$$R_B = R_A // R_2$$

$$R_B = \frac{1}{\frac{1}{R_A} + \frac{1}{R_2}}$$

$$R_B = \frac{1}{\frac{1}{600} + \frac{1}{150}}$$

$$R_B = 120\Omega$$



8.4 Passo 4: Identificação de resistores em paralelo

Dados do circuito:

$$R_1 = 330\Omega, R_2 = 150\Omega, R_3 = 270\Omega,$$

$$R_4 = 400\Omega \text{ e } R_5 = 100\Omega,$$

$$R_A = R_1 + R_3 = 600\Omega,$$

$$R_B = R_A // R_2 = 120\Omega.$$

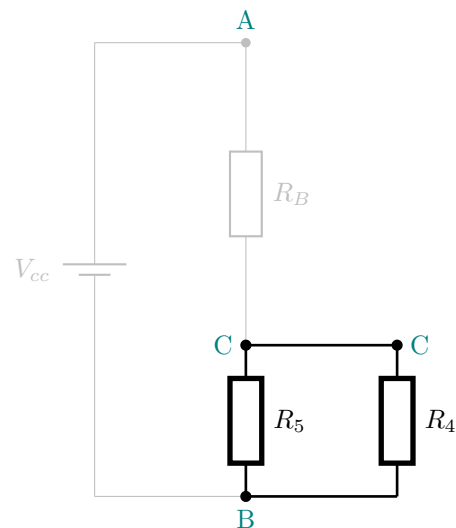
$$G_C = G_4 + G_5$$

$$R_C = R_4 // R_5$$

$$R_C = \frac{R_4 \cdot R_5}{R_4 + R_5}$$

$$R_C = \frac{400 \cdot 100}{400 + 100}$$

$$R_C = 80\Omega$$



8.5 Passo 5: Identificação de resistores em série

Dados do circuito:

$$R_1 = 330\Omega, R_2 = 150\Omega, R_3 = 270\Omega,$$

$$R_4 = 400\Omega \text{ e } R_5 = 100\Omega,$$

$$R_A = R_1 + R_3 = 600\Omega,$$

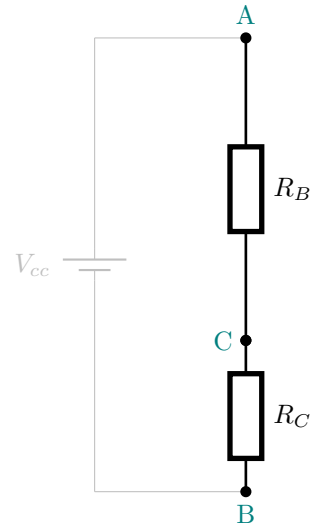
$$R_B = R_A // R_2 = 120\Omega,$$

$$R_C = 80\Omega.$$

$$R_T = R_B + R_C$$

$$R_T = 120 + 80$$

$$R_T = 200\Omega$$



8.6 Passo 6: Resistência Total do Circuito

Dados do circuito:

$$R_1 = 330\Omega, R_2 = 150\Omega, R_3 = 270\Omega,$$

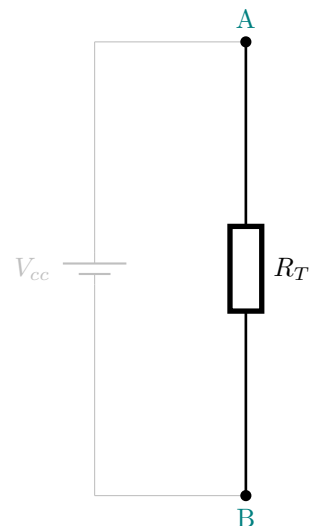
$$R_4 = 400\Omega \text{ e } R_5 = 100\Omega,$$

$$R_A = R_1 + R_3 = 600\Omega,$$

$$R_B = R_A // R_2 = 120\Omega,$$

$$R_C = 80\Omega,$$

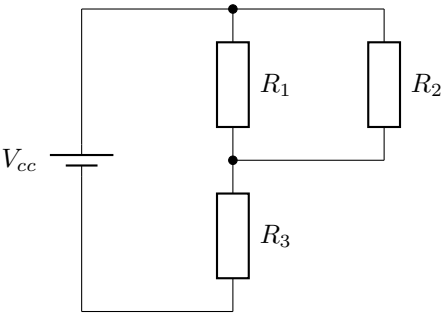
$$R_T = 200\Omega.$$



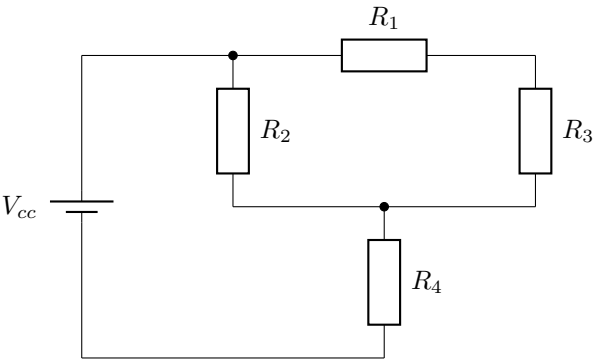
9 Atividades

Calcular a resistência equivalente total dos circuitos.

9.1 Circuito 1



9.2 Circuito 2



9.3 Circuito 3

