

Análise de circuitos

Resistência Equivalente Total

Eletricidade - ELE Maio / 2020



José W. R. Pereira

josewrpereira.github.io/ddp/

1 Habilidades e Competências

- Calcular grandezas elétricas em circuitos elétricos;
- Calcular a resistência equivalente total de circuitos elétricos.

2 Desafio

Dado o circuito da Figura 1, considerar:

$$R_1 = 330\Omega$$
, $R_2 = 150\Omega$, $R_3 = 270\Omega$,

$$R_4 = 400\Omega \text{ e } R_5 = 100\Omega.$$

- Identificar:
 - os nós do circuito;
 - a configuração de ligação dos componentes: série ou paralelo;
- Calcular a resistência equivalente em cada ramo;
- Simplificar o circuito ao redesenhá-lo;
- Repetir o processo até obter a resistência equivalente total.

Figura 1: Circuito elétrico misto R_1 R_2 R_3 R_4

Fonte: Próprio autor.

3 Revisitando Conhecimentos

A identificação de configurações e características do circuito é fundamental para a sua análise. Entre os principais pontos estão:

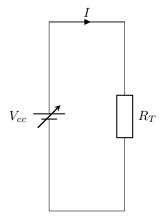
- A identificação da(s) fonte(s) e da(s) carga(s) do circuito;
- A identificação dos nós;
- A identificação dos ramos;
- As ligações em série e em paralelo.

4 Lei de Ohm

A **primeira lei de Ohm** é a relação entre as três grandezas elétricas básicas: **tensão**, **resistência** e **corrente**.

Considerando o circuito a seguir:

Figura 2: Circuito elétrico simples



Volts[V];

• V_{CC} : Fonte de tensão ajustável, em

- *I*: Intensidade de corrente elétrica, em Amperes [A];
- R_T : Resistência elétrica em Ohms [Ω].

Fonte: Próprio autor.

Georg Simon Ohm percebeu que a relação entre tensão e corrente em um circuito resistivo é constante, ou seja, para um dado circuito, com uma resistência fixa, ao variar a tensão aplicada aos seus terminais a intensidade da corrente que percorre o circuito varia de forma proporcional.

Ao tomar nota de alguns pontos de medição, pode-se desenhar um gráfico como na Figura 3, e perceber que os pontos anotados formam uma reta. Isso ocorre pela proporcionalidade entre a variável manipulada, aquela que é ajustada por quem conduz a experiência, e a variável controlada, que é aquela que depende de outro parâmetro do sistema, e que não é manipulada diretamente.

Fonte: Próprio autor.

Estão destacados no gráfico três pontos, *A*, *B* e *C*, e pode-se perceber que o ponto *B* está localizado em uma tensão que é o dobro da tensão do ponto *A*, por consequência, a intensidade da corrente produzida também é o dobro. O mesmo ocorre no ponto *C* em relação ao ponto *B*.

A representação matemática para uma reta, é uma equação do primeiro grau, assim a equação que representa a reta do gráfico da Figura 3 pode ser obtida da seguinte forma:

Escolha dois pontos quaisquer da reta, A e B, A e C, B e C, ou ainda algum deles com a origem (0,0). Pontos escolhidos: B e (0,0).

Ao projetar o ponto B no eixo da tensão, temos um triângulo retângulo formado pelos pontos: B, (4,0) e (0,0).

Utilizando a relação $\frac{\Delta I}{\Delta V}$, temos o coeficiente algular da reta G.

$$\frac{\Delta I}{\Delta V} = G$$

$$\Delta I = G.\Delta V$$

$$I - I_0 = G.(V - V_0)$$
(1)

Como a origem foi escolhida como um dos pontos do triângulo, o ΔI será o próprio valor no ponto B, ou seja, I_0 e V_0 valem 0.

$$I = G.V (2)$$

Analogamente à equação da reta f(x) = ax + b temos que:

- I é o resultado da função, é a variável dependente pois varia em função da variável independete;
- *V* é a variável independente, é manipulada por quem conduz o experimento, ajustando o valor da fonte para um valor desejado;
- G é coeficiente angular, valor que exprime o quanto a reta está inclinada.

O coeficiente angular *G* mostra que, para um ânglo de inclinação pequeno, uma variação de tensão alta produz uma variação de corrente é pequena, ou seja, a condução é ruim. Com um ângulo de inclinação grande, uma variação de tensão pequena produz uma grande variação de corrente, ou seja, uma ótima condução.

O coeficiente angular *G* é denominado como **condutância**, e sua unidade é o **Siemens**[S].

A condutância é o inverso da resistência, ou seja, dois aspectos de um mesmo fenômeno.

$$G = \frac{1}{R} \tag{3}$$

Substituindo (3) em (2), temos a Primeira Lei de OHM.

$$I = \frac{1}{R}.V \tag{4}$$

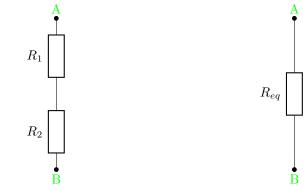
5 Associação de Resistores em Série

Dado um ramo qualquer de um circuito resistivo, sabe-se que todos os elementos nele contidos estão associados em série, pois, aplicada uma diferença de potencial às suas extremidades, a corrente que percorre esse ramo é a mesma em todos os componentes, havendo apenas um caminho entre os nós conectados às extremidades.

Ao aplicar uma diferença de pontencial não nula entre os nós A e B, haverá uma corrente elétrica entre esses pontos. O valor da intensidade dessa corrente depende, além da própria tensão, da resistência que o ramo apresenta, como diz a 1^a Lei de Ohm.

Todo elemento inserido em série no ramo, acrescenta resistência a ele. Todo ramo com mais do que um resistor, pode ser substituído por um ramo equivalente, sem que haja mudança dos parâmetros elétricos do circuito, desde que não se altere a resistência equivalente do ramo, como mostrado na Figura 4.

Figura 4: Ramo entre nós A e B



(a) Associação em Série

(b) Resistência Equivalente

A Figura 4(a) mostra o ramo com dois resistores, que formam a resistência total do ramo, que é ilustrado na Figura 4(b) com a resistência equivalente. Pode-se representar a resistência equivalente em um ramo da seguinte forma:

$$R_1 + R_2 = R_{eq} \tag{5}$$

Para uma quantidade de resistores no ramo maior do que dois, a resistência equivalente é calculada da mesma forma:

$$R_1 + R_2 + \dots + R_n = R_{eq} \tag{6}$$

6 Associação de Resistores em Paralelo

A intensidade da corrente que circula em um ramo, depende da tensão aplicada aos seus nós e da resistência total do ramo. Assim, para o circuito da Figura 5 (a) a corrente total depende apenas do valor de V_{CC} e R_1 . Não havendo mudanças nesses valores, também não haverá mudança no valor da intensidade de corrente, denotada I_T . A intensidade da corrente que flui da fonte é a mesma que atravessa a carga, com uma certa resistência e condutância.

Figura 5: Circuito em paralelo $V_{CC} = R_1 \qquad V_{CC} = R_1 \qquad R_2$ (a) Um caminho para a I

Ao inserir outro ramo ao circuito, como mostrado na Figura 5(b), a intensidade da corrente no ramo de R_1 não é alterado, pois a tensão entre os pontos A e B não muda, bem como seu valor ôhmico, porém, a intensidade total da corrente muda, pois há agora um novo caminho, um novo ramo para circulação da corrente.

A mudança do circuito (a) para o (b), produz um novo caminho para a circulação da corrente. Pode-se dizer então que com a inclusão do novo ramo, conectado aos mesmos pontos do ramo já existente, há uma maior facilidade para a corrente fluir, pois agora são dois caminhos, aumentando a condutância entre os nós.

Pode-se obter a condutância total do circuito paralelo somando as condutâncias dos ramos, da seguinte forma:

$$G_T = G_{R_1} + G_{R_2} \tag{7}$$

A forma mais comum é trabalhar com a resistência e não a condutância, então, substituindo (3) em (7) pode-se obter a resistência total:

$$\frac{1}{R_T} = \frac{1}{R_1} + \frac{1}{R_2}$$

$$R_T = \frac{1}{\frac{1}{R_1} + \frac{1}{R_2}}$$
(8)

Da mesma forma pode-se aplicar para circuitos com varios ramos em paralelo, basta somar as condutâncias:

$$G_T = G_1 + G_2 + \dots + G_n$$
 (9)

Analogamente para a resistência total temos:

$$R_T = \frac{1}{\frac{1}{R_1} + \frac{1}{R_2} + \dots + \frac{1}{R_n}} \tag{10}$$

6.1 Associação em Paralelo - Apenas 2 resistores

O cálculo de resistores em paralelo pode ser realizado manipulando a Equação (8) da seguinte forma:

$$G_{eq} = G_{R_1} + G_{R_2}$$

$$\frac{1}{R_{eq}} = \frac{1}{R_1} + \frac{1}{R_2}$$

$$\frac{1}{R_{eq}} = \frac{R_1 + R_2}{R_1 \cdot R_2}$$

$$R_{eq} = \frac{R_1 \cdot R_2}{R_1 + R_2}$$

Atenção! Essa forma só é válida para a associação de dois resistôres.

6.2 Associação resistores em paralelo - Todos iguais

Outra forma particular para calcular resistência equivalente é quanto os resistores em paralelo são **todos** de mesmo valor, então o cálculo pode ser realizado manipulado a Equação (10) da seguinte forma:

Dados os seguintes resistores em paralelo e nomeados sequencialmente: $R_1 = R_2 = ... = R_n$.

$$G_{eq} = G_1 + G_2 + ... + G_n$$

$$\frac{1}{R_{eq}} = \frac{1}{R_1} + \frac{1}{R_2} + \dots + \frac{1}{R_n}$$

$$\frac{1}{R_{eq}} = n \cdot \frac{1}{R}$$

$$\frac{1}{R_{eq}} = \frac{n}{R}$$

$$\frac{R_{eq}}{1} = \frac{R}{n}$$

$$R_{eq} = \frac{R}{n}$$
(11)

Atenção! Essa forma só é válida para a associação de resistôres iguais.

7 Resolução do Desafio

Dado o circuito da Figura 6, considerar:

$$R_1 = 330\Omega, R_2 = 150\Omega, R_3 = 270\Omega,$$

$$R_4 = 400\Omega \text{ e } R_5 = 100\Omega.$$

- Identificar:
 - os nós do circuito;
 - a configuração de ligação dos componentes: série ou paralelo;
- Calcular a resistência equivalente em cada ramo;
- Simplificar o circuito ao redesenhá-lo;
- Repetir o processo até obter a resistência equivalente total.

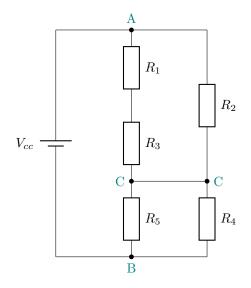
Figura 6: Circuito elétrico misto R_1 R_2 R_3 R_4

Fonte: Próprio autor.

7.1 Passo 1: Identificação dos nós

Dados do circuito:

$$R_1 = 330\Omega, R_2 = 150\Omega, R_3 = 270\Omega,$$
 $R_4 = 400\Omega$ e $R_5 = 100\Omega.$



7.2 Passo 2: Identificação de resistores em série

Dados do circuito:

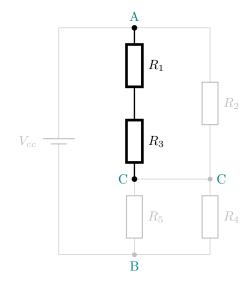
$$R_1 = 330\Omega, R_2 = 150\Omega, R_3 = 270\Omega,$$

$$R_4 = 400\Omega$$
 e $R_5 = 100\Omega$.

$$R_A = R_1 + R_3$$

$$R_A = 330 + 270$$

$$R_A = 600\Omega$$



7.3 Passo 3: Identificação de resistores em paralelo

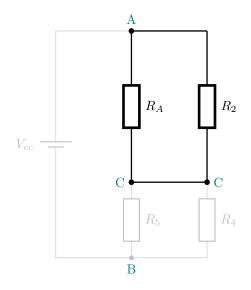
Dados do circuito:

$$R_1 = 330\Omega,\, R_2 = 150\Omega,\, R_3 = 270\Omega,$$

$$R_4 = 400\Omega \text{ e } R_5 = 100\Omega,$$

$$R_A = R_1 + R_3 = 600\Omega$$
.

$$G_B = G_A + G_2$$
 $R_B = R_A / / R_2$
 $R_B = \frac{1}{\frac{1}{R_A} + \frac{1}{R_2}}$
 $R_B = \frac{1}{\frac{1}{600} + \frac{1}{150}}$
 $R_B = 120\Omega$



7.4 Passo 4: Identificação de resistores em paralelo

Dados do circuito:

$$R_1 = 330\Omega,\, R_2 = 150\Omega,\, R_3 = 270\Omega,$$

$$R_4 = 400\Omega \text{ e } R_5 = 100\Omega,$$

$$R_A = R_1 + R_3 = 600\Omega$$
,

$$R_B = R_A / / R_2 = 120 \Omega$$
.

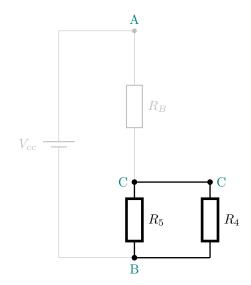
$$G_C = G_4 + G_5$$

$$R_C = R_4 / / R_5$$

$$R_C = \frac{R_4 . R_5}{R_4 + R_5}$$

$$R_C = \frac{400.100}{400 + 100}$$

$$R_C = 80\Omega$$



7.5 Passo 5: Identificação de resistores em série

Dados do circuito:

$$R_1 = 330\Omega$$
, $R_2 = 150\Omega$, $R_3 = 270\Omega$,

$$R_4 = 400\Omega$$
 e $R_5 = 100\Omega$,

$$R_A = R_1 + R_3 = 600\Omega$$
,

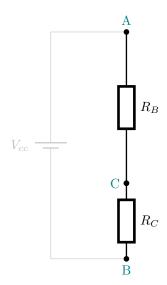
$$R_B = R_A / / R_2 = 120\Omega,$$

$$R_C = 80\Omega$$
.

$$R_T = R_B + R_C$$

$$R_T = 120 + 80$$

$$R_T = 200\Omega$$



7.6 Passo 6: Resistência Total do Circuito

Dados do circuito:

$$R_1 = 330\Omega, R_2 = 150\Omega, R_3 = 270\Omega,$$

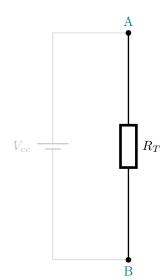
$$R_4 = 400\Omega \text{ e } R_5 = 100\Omega,$$

$$R_A = R_1 + R_3 = 600\Omega,$$

$$R_B = R_A / / R_2 = 120\Omega,$$

$$R_C = 80\Omega$$
,

$$R_T = 200\Omega$$
.

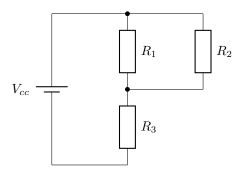


8 Atividades

Calcular a resistência equivatente total dos circuitos.

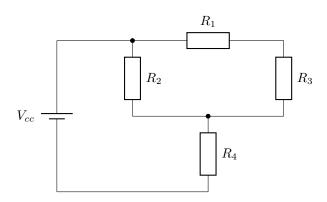
8.1 Circuito 1

Dados: $R_1 = 1k2\Omega$, $R_2 = 300\Omega$ e $R_3 = 120\Omega$.



8.2 Circuito 2

Dados: $R_1=2k7\Omega,\,R_2=24k\Omega,\,R_3=3k3\Omega$ e $R_4=200\Omega.$



8.3 Circuito 3

Dados: $R_1 = 100\Omega$, $R_2 = 100\Omega$, $R_3 = 100\Omega$, $R_4 = 300\Omega$, $R_5 = 200\Omega$, $R_6 = 100\Omega$, e $R_7 = 100\Omega$.

