Análise de circuitos

Resistência Equivalente Total

Eletricidade - ELE
Maio / 2020

José W. R. Pereira josewrpereira.github.io/ddp/

1 Habilidades e Competências

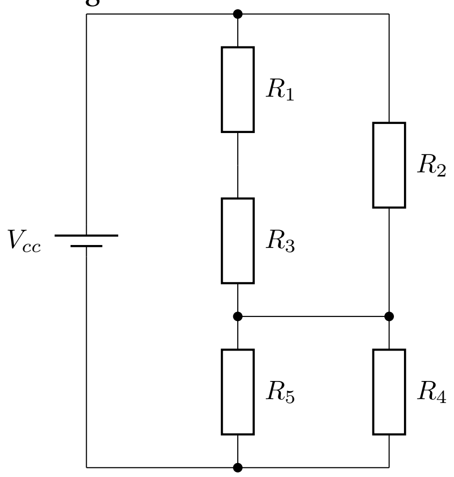
- Calcular grandezas elétricas em circuitos elétricos;
- Calcular a resistência equivalente total de circuitos elétricos.

2 Desafio

Dado o circuito da **Figura 1**, considerar: $R_1 = 330\Omega$, $R_2 = 150\Omega$, $R_3 = 270\Omega$, $R_4 = 400\Omega$ e $R_5 = 100\Omega$.

- Identificar:
  - os nós do circuito;
  - a configuração de ligação dos componentes: série ou paralelo;
- Calcular a resistência equivalente em cada ramo;
- Simplificar o circuito ao redesenhá-lo;
- Repetir o processo até obter a resistência equivalente total.

Figura 1: Circuito elétrico misto



Fonte: Próprio autor.

3 Revisitando Conhecimentos

A identificação de configurações e características do circuito é fundamental para a sua análise. Entre os principais pontos estão:

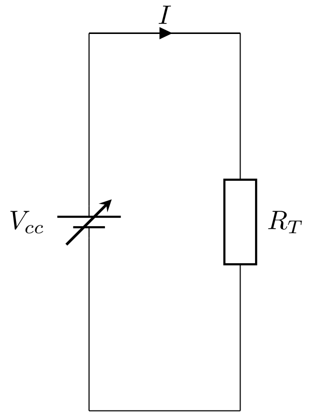
- A identificação da(s) fonte(s) e da(s) carga(s) do circuito;
- A identificação dos nós;
- A identificação dos ramos;
- As ligações em série e em paralelo.

4 Lei de Ohm

A **primeira lei de Ohm** é a relação entre as três grandezas elétricas básicas: **tensão**, **resistência** e **corrente**.

Considerando o circuito a seguir:

Figura 2: Circuito elétrico simples



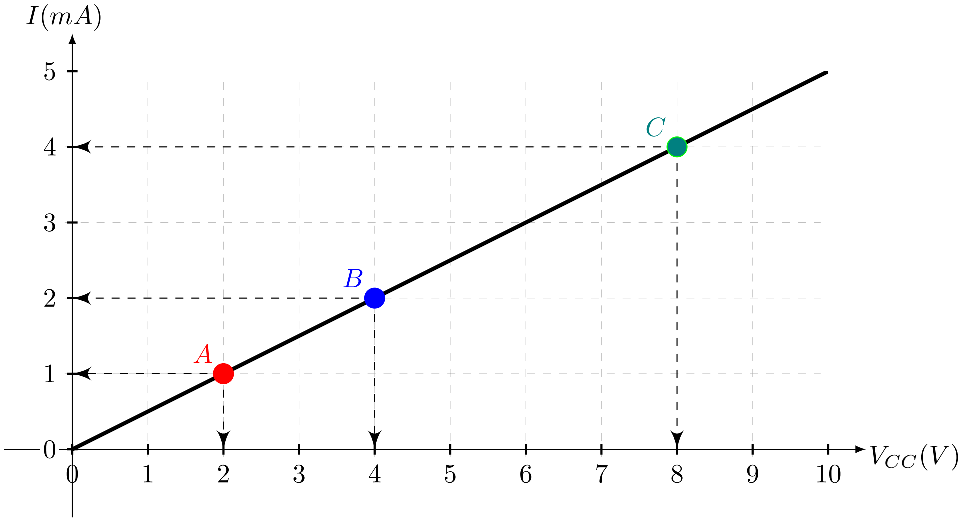
Fonte: Próprio autor.

- V_{CC}: Fonte de tensão ajustável, em Volts[V];
- I: Intensidade de corrente elétrica, em Amperes [A];
- R_T: Resistência elétrica em Ohms [Ω].

Georg Simon Ohm percebeu que a relação entre tensão e corrente em um circuito resistivo é constante, ou seja, para um dado circuito, com uma resistência fixa, ao variar a tensão aplicada aos seus terminais a intensidade da corrente que percorre o circuito varia de forma proporcional.

Ao tomar nota de alguns pontos de medição, pode-se desenhar um gráfico como na Figura 3, e perceber que os pontos anotados formam uma reta. Isso ocorre pela proporcionalidade entre a variável manipulada, aquela que é ajustada por quem conduz a experiência, e a variável controlada, que é aquela que depende de outro parâmetro do sistema, e que não é manipulada diretamente.

Figura 3: Grafico V_{CC} x I



Fonte: Próprio autor.

Estão destacados no gráfico três pontos, A, B e C, e pode-se perceber que o ponto B está localizado em uma tensão que é o dobro da tensão do ponto A, por consequência, a intensidade da corrente produzida também é o dobro. O mesmo ocorre no ponto C em relação ao ponto B.

A representação matemática para uma reta, é uma equação do primeiro grau, assim a equação que representa a reta do gráfico da Figura 3 pode ser obtida da seguinte forma:

Escolha dois pontos quaisquer da reta, A e B, A e C, B e C, ou ainda algum deles com a origem $(0,0)$.

Pontos escolhidos: B e $(0,0)$.

Ao projetar o ponto B no eixo da tensão, temos um triângulo retângulo formado pelos pontos: B, $(4,0)$ e $(0,0)$.

Utilizando a relação $\frac{\Delta I}{\Delta V}$, temos o coeficiente algular da reta G.

$$\begin{aligned} \frac{\Delta I}{\Delta V} &= G \\ \Delta I &= G.\Delta V \\ I - I_0 &= G.(V - V_0) \end{aligned} \tag{1}$$

Como a origem foi escolhida como um dos pontos do triângulo, o ΔI será o próprio valor no ponto B, ou seja, I_0 e V_0 valem 0.

$$I = G.V \tag{2}$$

Analogamente à equação da reta $f(x) = ax + b$ temos que:

- I é o resultado da função, é a variável dependente pois varia em função da variável independete;
- V é a variável independente, é manipulada por quem conduz o experimento, ajustando o valor da fonte para um valor desejado;
- G é coeficiente angular, valor que exprime o quanto a reta está inclinada.

O coeficiente angular G mostra que, para um ângulo de inclinação pequeno, uma variação de tensão alta produz uma variação de corrente é pequena, ou seja, a condução é ruim. Com um ângulo de inclinação grande, uma variação de tensão pequena produz uma grande variação de corrente, ou seja, uma ótima condução.

O coeficiente angular G é denominado como **condutância**, e sua unidade é o **Siemens[S]**.

A condutância é o inverso da resistência, ou seja, dois aspectos de um mesmo fenômeno.

$$G = \frac{1}{R} \tag{3}$$

Substituindo (3) em (2), temos a **Primeira Lei de OHM**.

$$I = \frac{1}{R}.V \tag{4}$$

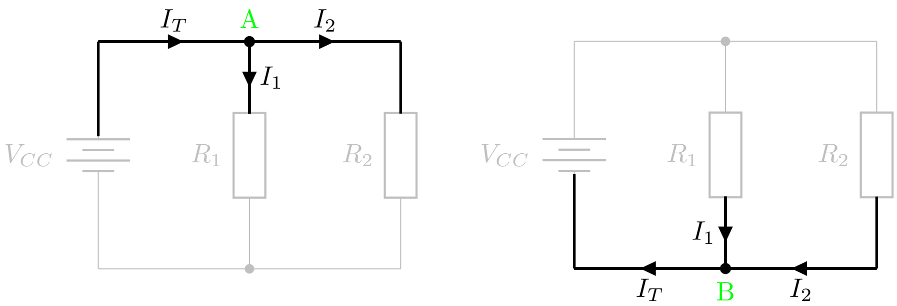
5 Leis de Kirchhoff

A **primeira lei de Kirchhoff** fala sobre as correntes em um nó, por isso é comum ser chamada de **lei dos nós**, enquanto que a **segunda lei de Kirchhoff** fala sobre as tensões em uma malha, sendo assim a **lei das malhas**.

5.1 1ª Lei de Kirchhoff

A soma das correntes em um nó é igual a zero.

Figura 4: Circuito em paralelo



(a) Nó superior (b) Nó inferior

A Figura 4 mostra o sentido convencional da corrente nos dois nós do circuito.

Tendo um nó como referência, adota-se uma convenção para o sentido da corrente. Assim, a corrente que chega ao nó é anotada como positiva e a corrente que sai é negativa. O oposto também pode ser adotado.

Escrevendo, pela definição, a equação para o nó A temos:

$$(+I_T) + (-I_1) + (-I_2) = 0 \tag{5}$$

$$
\begin{aligned}
I_T - I_1 - I_2 &= 0 \\
I_T - I_1 - I_2 + I_1 + I_2 &= 0 + I_1 + I_2 \\
I_T \cancel{-I_1} \cancel{-I_2} \cancel{+I_1} \cancel{+I_2} &= +I_1 + I_2 \\
I_T = I_1 + I_2 & \qquad (6)
\end{aligned}
$$

Da mesma forma para o nó B:

$$
\begin{aligned}
(-I_T) + (+I_1) + (+I_2) &= 0 \\
-I_T + I_1 + I_2 + I_T &= 0 + I_T \\
\cancel{-I_T} + I_1 + I_2 \cancel{+I_T} &= 0 + I_T \\
I_1 + I_2 &= I_T
\end{aligned}
$$

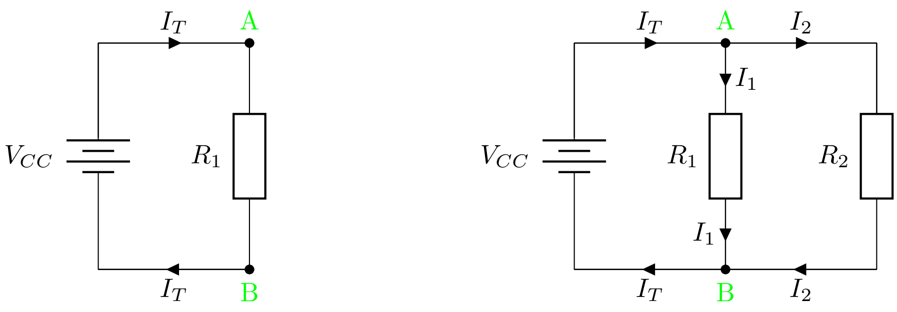
5.2 A divisão da corrente no nó

A intensidade da corrente que circula em um ramo, depende da tensão aplicada aos seus nós e da resistência total do ramo. Assim, para o circuito da Figura 5 (a) a corrente total depende apenas do valor de V_{CC} e R_1.

Não havendo mudanças em V_{CC} ou R_1, não haverá mudança no valor da intensidade de corrente, denotada I_T. A intensidade da corrente que flui da fonte é a mesma que atravessa a carga, com uma certa resistência e condutância.

Ao inserir outro ramo ao circuito, como mostrado na Figura 5(b), a intensidade da corrente no ramo de R_1 não é alterado, pois a tensão entre os pontos A e B não muda, bem como seu valor ôhmico, porém, a intensidade total da corrente muda, pois há agora um novo caminho, um novo ramo para circulação da corrente.

Figura 5: Circuito em paralelo



(a) Um caminho para a I (b) Dois caminhos para a I

A mudança do circuito (a) para o (b), do ponto de vista da corrente, produz um novo caminho para a circulação da corrente. Pode-se dizer então que com a inclusão do novo ramo, conectado aos mesmos pontos do ramo já existente, há agora uma maior facilidade para a corrente fluir, pois agora são dois caminhos.

Podemos obter a condutância total do circuito paralelo somando as condutâncias dos ramos, da seguinte forma:

$$G_T = G_{R_1} + G_{R_2} \tag{7}$$

Produzindo a condutância total do circuito.

Substituindo (3) em (7) para a resistência total temos:

$$\begin{aligned} \frac{1}{R_T} &= \frac{1}{R_1} + \frac{1}{R_2} \\ R_T &= \frac{1}{\frac{1}{R_1} + \frac{1}{R_2}} \end{aligned} \tag{8}$$

Da mesma forma pode-se aplicar para circuitos com varios ramos em paralelo, basta somar as condutâncias:

$$G_T = G_1 + G_2 + \ldots + G_n \tag{9}$$

Analogamente para a resistência total temos:

$$R_T = \frac{1}{\frac{1}{R_1} + \frac{1}{R_2} + \ldots + \frac{1}{R_n}} \tag{10}$$

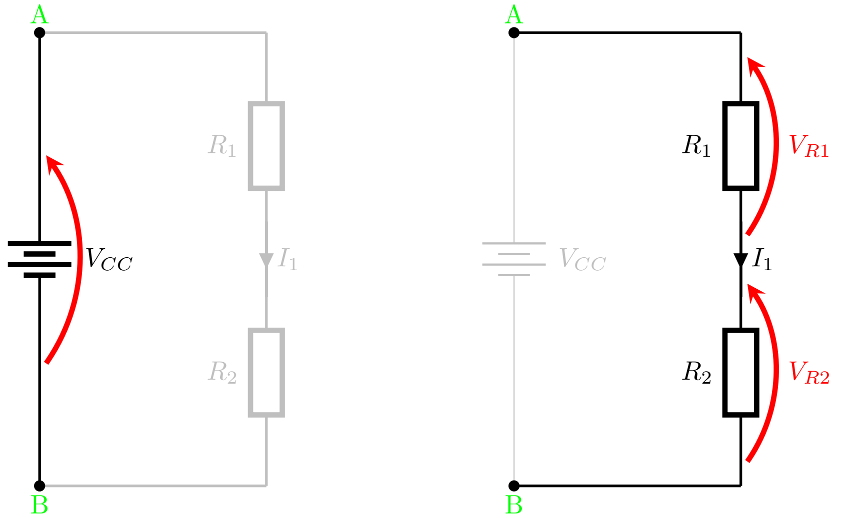
5.3 2ª Lei de Kirchhoff

A Figura 6 mostra os dois ramos que formam o circuito em série. A limitação dos ramos são os nós A e B, cuja diferença de potencial é proporcionada pelo ramo da fonte, tensão gerada. Essa diferença de potencial, é aplicada ao ramo que contém os resistores, R_1 e R_2, que dividem essa tensão em valores parciais, denominados de queda de tensão.

A segunda lei de Kirchhoff diz que: **A soma das tensões (ou quedas de tensão) em uma malha é igual a zero**.

Adotando um ponto como referencia de partida, por exemplo o ponto A, percorre-se no sentido da corrente, por todo circuito até retornar ao ponto de partida. Ao encontrar uma indicação

Figura 6: Circuito em Série



(a) Ramo da fonte

(b) Ramo da carga

de tensão no mesmo sentido, adota-o como valor positivo, e no sentido contrário, adota-o como negativo.

Assim, pode-se representar a equação da malha pela definição da seguinte forma:

$$
\begin{aligned}
(-V_{R1}) + (-V_{R2}) + (V_{CC}) &= 0 && (11)\\
-V_{R1} - V_{R2} + V_{CC} &= 0 \\
+\cancel{V_{R1}} + \cancel{V_{R2}} - \cancel{V_{R1}} - \cancel{V_{R2}} + V_{CC} &= +V_{R1} + V_{R2} \\
V_{CC} &= V_{R1} + V_{R2} && (12)
\end{aligned}
$$

Sabemos que em um ramo cada resistor apresenta uma parcela proporcional da resistência total, pois a soma dessas parcelas é a própria resistência total.

$$R_1 + R_2 = R_{T_{ramo}} \tag{13}$$

Temos que $R_{T_{ramo}}$ é a resistência total do ramo e é formada por duas partes, R_1 e R_2, somados. Assim cada resistor é uma parte da resistência total do ramo, um parte do todo.

Sabemos que a parte dividida pelo todo é uma relação de proporcionalidade e que a queda de tensão em cada resistor do ramo é proporcional a sua resistência em relação a resistência total, assim temos que:

$$\frac{R_1}{R_2 + R_1} = \frac{V_{R1}}{V_{R2} + V_{R1}} \tag{14}$$

$$V_{AB} = V_{R1} + V_{R2} \tag{15}$$

$$\frac{R_1}{R_2 + R_1} = \frac{V_{R1}}{V_{AB}} \tag{16}$$

Isolando-se V_{R1} temos:

$$V_{R1} = \frac{R_1}{R_2 + R_1}.V_{AB} \tag{17}$$

Iguanlmente para V_{R2}:

$$V_{R2} = \frac{R_2}{R_2 + R_1}.V_{AB} \tag{18}$$