

Análise de circuitos

Leis de Kirchhoff Eletricidade - ELE Maio / 2020



José W. R. Pereira

josewrpereira.github.io/ddp/

1 Habilidades e Competências

• Aplicar leis de Ohm e Kirchhoff na análise de circuitos.

2 Desafio

Dado o circuito da **Figura 1**, considerar: $R_1=330\Omega,\,R_2=150\Omega,\,R_3=270\Omega,$ $R_4=400\Omega,\,R_5=100\Omega$ e $V_{CC}=10V$.

- Calcular a intensidade da corrente em cada resistor;
- Calcular a queda de tensão em cada resistor;

Figura 1: Circuito elétrico misto R_1 R_2 R_3 R_4

Fonte: Próprio autor.

3 Revisitando Conhecimentos

Conhecimentos necessários para utilização das leis de Kirchhoff. Identificar:

- A(s) fonte(s) e a(s) carga(s) do circuito;
- Nós e ramos;
- Associação em série (Soma de resistências) $R_{eq} = R_x + R_y$;
- Associação em paralelo (Soma de condutâncias): $G_{eq} = G_x + G_y$;
- Associação em paralelo: $R_{eq} = R_x / / R_y$;

4 Leis de Kirchhoff

As leis de Kirchhoff são utilizadas para analisar circuitos de forma a poder obter valores de parâmetros elétricos em pontos ou componentes específicos de um circuito.

A **primeira lei de Kirchhoff** fala sobre as correntes em um nó, por isso é comum ser chamada de **lei dos nós**, enquanto que a **segunda lei de Kirchhoff** fala sobre as tensões em uma malha, sendo assim a **lei das malhas**.

4.1 Lei dos Nós - 1ª Lei de Kirchhoff

A Figura 2 mostra o **sentido convencional** da corrente que flui do polo positivo para o polo negativo da fonte. Entre o polo positivo da fonte e o nó A, tem-se a corrente total do circuito, I_T , que se divide nos dois ramos ali conectados em I_1 e I_2 . Assim, a soma das correntes que saem do nó é igual a corrente que chega nele.

$$I_T = I_1 + I_2 \tag{1}$$

Da mesma forma no nó *B*, temos:

$$I_1 + I_2 = I_T \tag{2}$$

Figura 2: Circuito em paralelo I_T A I_2 V_{CC} = R_1 R_2 V_{CC} = R_1 R_2 R_3 R_4 R_5 R_7 R_8 R_9 R_9

Pela definição da lei dos nós, A soma das correntes em um nó é igual a zero.

Tendo um nó como referência, adota-se uma convenção para o sentido da corrente. Assim, a corrente que chega ao nó é anotada como positiva e a corrente que sai é negativa. O oposto também pode ser adotado.

Escrevendo, pela definição, a equação para o nó A temos:

$$(+I_T) + (-I_1) + (-I_2) = 0$$

$$I_T - I_1 - I_2 = 0$$

$$I_T - I_1 - I_2 + I_1 + I_2 = 0 + I_1 + I_2$$
(3)

$$I_T = I_1 + I_2$$
 = $I_1 + I_2$ (4)

Da mesma forma para o nó B:

$$(-I_T) + (+I_1) + (+I_2) = 0$$

 $-I_T + I_1 + I_2 + I_T = 0 + I_T$
 $-I_T + I_1 + I_2 + I_T = 0 + I_T$
 $I_1 + I_2 = I_T$

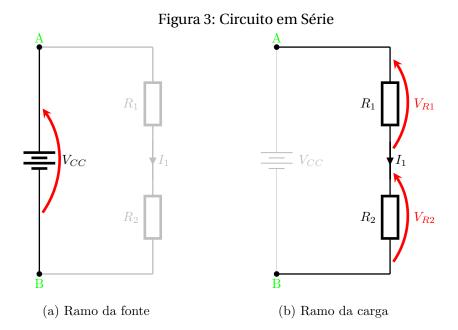
4.2 Lei das Malhas - 2ª Lei de Kirchhoff

A Figura 3 mostra os dois ramos que formam o circuito em série. A limitação dos ramos são os nós A e B, cuja diferença de potencial V_{AB} é proporcionada pelo ramo da fonte, V_{CC} .

$$V_{AB} = V_{CC} \tag{5}$$

Essa diferença de potencial, é aplicada ao ramo que contém os resistores, R_1 e R_2 , que dividem essa tensão em valores parciais, denominados de queda de tensão, V_{R1} e V_{R2} . Então:

$$V_{AB} = V_{R1} + V_{R2} \tag{6}$$



A segunda lei de Kirchhoff diz que: A soma das tensões (ou quedas de tensão) em uma malha é igual a zero.

Adotando um ponto como referencia de partida, por exemplo o ponto A, percorre-se no sen-

tido da corrente, por todo circuito até retornar ao ponto de partida. Ao encontrar uma indicação de tensão no mesmo sentido, adota-o como valor positivo, e no sentido contrário, adota-o como negativo.

Assim, pode-se representar a equação da malha pela definição da seguinte forma:

$$(-V_{R1}) + (-V_{R2}) + (V_{CC}) = 0$$

$$-V_{R1} - V_{R2} + V_{CC} = 0$$
(7)

$$+V_{R1} + V_{R2} - V_{R1} - V_{R2} + V_{CC} = +V_{R1} + V_{R2}$$

$$V_{CC} = V_{R1} + V_{R2}$$
(8)

4.2.1 Divisor de Tensão

Em um ramo cada resistor apresenta uma parcela proporcional da resistência total, pois a soma dessas parcelas, $R_1 + R_2$, é a própria resistência total do ramo, $R_{T_{ramo}}$.

$$R_{T_{ramo}} = R_1 + R_2 \tag{9}$$

Sendo **a parte dividida pelo todo** uma **relação de proporcionalidade**, e sabendo a queda de tensão em cada resistor do ramo é proporcional ao seu valor ôhmico em relação a resistência total do ramo, assim temos que:

$$\frac{V_{R_n}}{V_{AB}} = \frac{R_n}{R_{T_{ramo}}} \tag{10}$$

$$\frac{V_{R_1}}{V_{AB}} = \frac{R_1}{R_1 + R_2} \quad e \quad \frac{V_{R_2}}{V_{AB}} = \frac{R_2}{R_1 + R_2} \tag{11}$$

Isolando-se V_{R_1} e V_{R_2} temos:

$$V_{R_1} = \frac{R_1}{R_2 + R_1} \cdot V_{AB} \quad e \quad V_{R_2} = \frac{R_2}{R_2 + R_1} \cdot V_{AB}$$
 (12)

Escrevendo a resistência total do ramo:

$$V_{R_1} = \frac{R_1}{R_{T_{ramo}}}.V_{AB} \quad e \quad V_{R_2} = \frac{R_2}{R_{T_{ramo}}}.V_{AB}$$

$$V_{R_1} = R_1 \cdot \frac{V_{AB}}{R_{T_{ramo}}}$$
 e $V_{R_2} = R_2 \cdot \frac{V_{AB}}{R_{T_{ramo}}}$

Como a tensão total do ramo dividida pela resistência total do ramo é a corrente do ramo, temos simplesmente a primeira lei de Ohm.

$$V_{R_1} = R_1.I_{T_{ramo}} \quad e \quad V_{R_2} = R_2.I_{T_{ramo}}$$

5 Resolução do Desafio

Dado o circuito da Figura 4, considerar:

 $R_1 = 330\Omega, R_2 = 150\Omega, R_3 = 270\Omega,$ $R_4 = 400\Omega, R_5 = 100\Omega \text{ e } V_{CC} = 10V.$

- Calcular a intensidade da corrente em
- cada resistor;
- Calcular a queda de tensão em cada resistor;

Figura 4: Circuito elétrico misto R_1 R_2 R_3 R_4

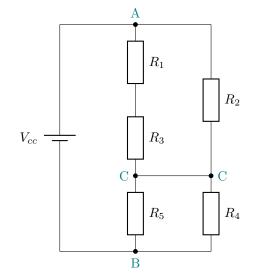
Fonte: Próprio autor.

5.1 Passo 1: Identificação dos nós

Dados do circuito:

$$R_1 = 330\Omega$$
, $R_2 = 150\Omega$, $R_3 = 270\Omega$,

 $R_4 = 400\Omega \text{ e } R_5 = 100\Omega.$



5.2 Passo 2: Identificação de resistores em série

Dados do circuito:

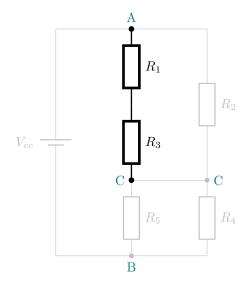
$$R_1 = 330\Omega,\, R_2 = 150\Omega,\, R_3 = 270\Omega,$$

$$R_4 = 400\Omega \text{ e } R_5 = 100\Omega.$$

$$R_A = R_1 + R_3$$

$$R_A = 330 + 270$$

$$R_A = 600\Omega$$



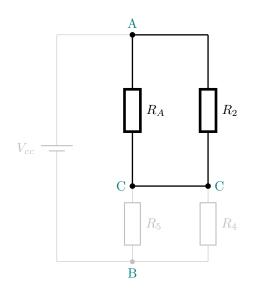
5.3 Passo 3: Identificação de resistores em paralelo

$$R_1 = 330\Omega, R_2 = 150\Omega, R_3 = 270\Omega,$$

$$R_4 = 400\Omega \text{ e } R_5 = 100\Omega,$$

$$R_A = R_1 + R_3 = 600\Omega.$$

$$G_B = G_A + G_2$$
 $R_B = R_A / / R_2$
 $R_B = \frac{1}{\frac{1}{R_A} + \frac{1}{R_2}}$
 $R_B = \frac{1}{\frac{1}{600} + \frac{1}{150}}$
 $R_B = 120\Omega$



5.4 Passo 4: Identificação de resistores em paralelo

Dados do circuito:

$$R_1 = 330\Omega, R_2 = 150\Omega, R_3 = 270\Omega,$$

$$R_4 = 400\Omega \text{ e } R_5 = 100\Omega,$$

$$R_A = R_1 + R_3 = 600\Omega,$$

$$R_B = R_A / / R_2 = 120 \Omega$$
.

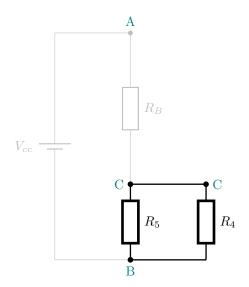
$$G_C = G_4 + G_5$$

$$R_C = R_4//R_5$$

$$R_C = \frac{R_4.R_5}{R_4 + R_5}$$

$$R_C = \frac{400.100}{400.100}$$

$$R_C = 80\Omega$$



5.5 Passo 5: Identificação de resistores em série

$$R_1 = 330\Omega, R_2 = 150\Omega, R_3 = 270\Omega,$$

$$R_4 = 400\Omega \text{ e } R_5 = 100\Omega,$$

$$R_A = R_1 + R_3 = 600\Omega,$$

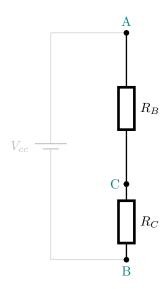
$$R_B = R_A / / R_2 = 120\Omega,$$

$$R_C = R_4 / / R_5 = 80 \Omega$$
.

$$R_T = R_B + R_C$$

$$R_T = 120 + 80$$

$$R_T = 200\Omega$$



5.6 Passo 6: Resistência Total do Circuito

Dados do circuito:

$$R_1 = 330\Omega, R_2 = 150\Omega, R_3 = 270\Omega,$$

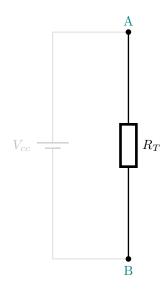
$$R_4 = 400\Omega$$
 e $R_5 = 100\Omega$,

$$R_A = R_1 + R_3 = 600\Omega,$$

$$R_B = R_A / / R_2 = 120\Omega,$$

$$R_C = R_4 / / R_5 = 80\Omega$$
,

$$R_T = R_B + R_C = 200\Omega.$$



5.7 Passo 7: Corrente total

$$R_1 = 330\Omega$$
, $R_2 = 150\Omega$, $R_3 = 270\Omega$,

$$R_4 = 400\Omega \text{ e } R_5 = 100\Omega,$$

$$R_A = R_1 + R_3 = 600\Omega$$
,

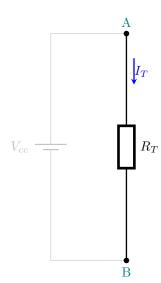
$$R_B = R_A / / R_2 = 120 \Omega$$
,

$$R_C = R_4 / / R_5 = 80\Omega$$
,

$$R_T = R_B + R_C = 200\Omega.$$

$$V_{AB} = V_{CC} = 10V$$

$$I_T = \frac{V_{AB}}{R_T} = \frac{10}{200} = 0,05A$$



Passo 8: Divisor de tensão

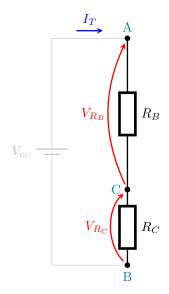
Dados do circuito:

 $I_T = \frac{V_{AB}}{R_T} = 0,05A.$

$$\begin{split} R_1 &= 330\Omega,\, R_2 = 150\Omega,\, R_3 = 270\Omega,\\ R_4 &= 400\Omega,\, R_5 = 100\Omega,\, V_{CC} = 10V,\\ R_A &= R_1 + R_3 = 600\Omega,\\ R_B &= R_A//R_2 = 120\Omega,\\ R_C &= R_4//R_5 = 80\Omega,\\ R_T &= R_B + R_C = 200\Omega, \end{split}$$

$$V_{R_B} = \frac{R_B}{R_T}.V_{AB} = \frac{120}{200}.10 = 6V$$

$$V_{R_C} = I_T.R_C = 0,05.80 = 4V$$
 (13)



Passo 9: Divisão da corrente **5.9**

$$R_1 = 330\Omega$$
, $R_2 = 150\Omega$, $R_3 = 270\Omega$,

$$R_4 = 400\Omega, R_5 = 100\Omega, V_{CC} = 10V,$$

$$R_A = R_1 + R_3 = 600\Omega$$
,

$$R_B = R_A / / R_2 = 120\Omega$$
,

$$R_C = R_4 / / R_5 = 80\Omega$$
,

$$R_T = R_B + R_C = 200\Omega,$$

$$I_T = \frac{V_{AB}}{R_T} = 0,05A$$

$$I_T = \frac{V_{AB}}{R_T} = 0,05A,$$

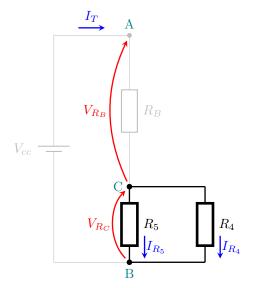
 $V_{R_B} = \frac{R_B}{R_T}.V_{AB} = 6V,$

$$V_{R_C} = R_C . I_T = 4V.$$

$$V_{R_C} = V_{CB} = V_{R_5} = V_{R_4}$$

$$I_{R_5} = \frac{V_{R_5}}{R_5} = \frac{4}{100} = 0.04A$$

$$I_{R_4} = \frac{V_{R_4}}{R_4} = \frac{4}{400} = 0.01A$$



Passo 10: Divisão da corrente

$$R_1 = 330\Omega$$
, $R_2 = 150\Omega$, $R_3 = 270\Omega$,

$$R_4 = 400\Omega$$
, $R_5 = 100\Omega$, $V_{CC} = 10V$,

$$R_A = R_1 + R_3 = 600\Omega$$
,

$$R_B = R_A / / R_2 = 120\Omega,$$

$$R_C = R_4 / / R_5 = 80\Omega$$
,

$$R_T = R_B + R_C = 200\Omega,$$

$$I_T = \frac{V_{AB}}{R_T} = 0,05A$$

$$I_T = \frac{V_{AB}}{R_T} = 0,05A,$$

 $V_{R_B} = \frac{R_B}{R_T}.V_{AB} = 6V,$

$$V_{RC} = R_C.I_T = 4V,$$

$$V_{RC} = V_{CB} = V_{R_5} = V_{R_4}$$
,

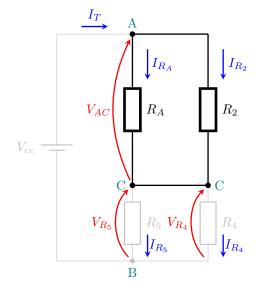
$$I_{R_5} = V_{R_5}/R_5 = 0,04A,$$

$$I_{R_4} = V_{R_4}/R_4 = 0,01A.$$

$$V_{R_B} = V_{AC} = V_{R_A} = V_{R_2}$$

$$I_{R_A} = \frac{V_{R_A}}{R_A} = \frac{6}{600} = 0.01A$$

$$I_{R_2} = \frac{V_{R_2}}{R_2} = \frac{6}{150} = 0,04A$$



5.11 Passo 11: Divisão da tensão

Dados do circuito:

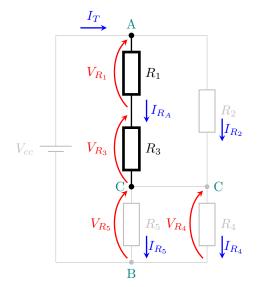
$$R_1 = 330\Omega$$
, $R_2 = 150\Omega$, $R_3 = 270\Omega$, $R_4 = 400\Omega$, $R_5 = 100\Omega$, $V_{CC} = 10V$, $R_A = R_1 + R_3 = 600\Omega$, $R_B = R_A //R_2 = 120\Omega$, $R_C = R_4 //R_5 = 80\Omega$, $R_T = R_B + R_C = 200\Omega$, $I_T = \frac{V_{AB}}{R_T} = 0,05A$, $V_{RB} = \frac{R_B}{R_T}$. $V_{AB} = 6V$, $V_{RC} = R_C$. $I_T = 4V$, $V_{RC} = V_{CB} = V_{R_5} = V_{R_4}$, $I_{R_5} = V_{R_5} / R_5 = 0,04A$, $I_{R_4} = V_{R_4} / R_4 = 0,01A$, $V_{RB} = V_{AC} = V_{R_A} = V_{R_2}$,

 $I_{R_A} = V_{R_A}/R_A = 0,01A,$ $I_{R_2} = V_{R_2}/R_2 = 0,04A.$

$$I_{R_A} = I_{R_1} = I_{R_3} = 0.01A$$

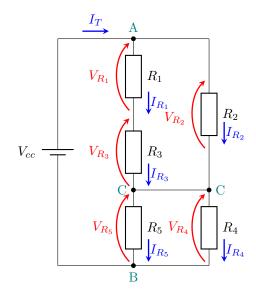
$$V_{R_1} = R_1.I_{R_1} = 330.0, 01 = 3,3V$$

$$V_{R_3} = R_3.I_{R_3} = 270.0,01 = 2,7V$$



5.12 Passo 12: Resultado

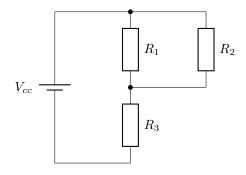
$$R_1 = 330\Omega, R_2 = 150\Omega, R_3 = 270\Omega,$$
 $R_4 = 400\Omega, R_5 = 100\Omega, V_{CC} = 10V,$
 $R_A = R_1 + R_3 = 600\Omega,$
 $R_B = R_A / / R_2 = 120\Omega,$
 $R_C = R_4 / / R_5 = 80\Omega,$
 $R_T = R_B + R_C = 200\Omega,$
 $I_T = \frac{V_{AB}}{R_T} = 0,05A,$
 $V_{RB} = \frac{R_B}{R_T}.V_{AB} = 6V,$
 $V_{RC} = R_C.I_T = 4V,$
 $V_{RC} = V_{CB} = V_{R_5} = V_{R_4},$
 $I_{R_4} = V_{R_4} / R_4 = 0,01A,$
 $V_{R_B} = V_{R_A} / R_A = 0,01A,$
 $I_{R_2} = V_{R_2} / R_2 = 0,04A,$
 $I_{R_3} = I_{R_1} = I_{R_3} = 0,01A,$
 $I_{R_4} = I_{R_1} = I_{R_3} = 0,01A,$
 $I_{R_5} = I_{R_1} = I_{R_3} = 0,01A,$
 $I_{R_7} = I_{R_1} = I_{R_3} = 0,01A,$
 $I_{R_8} = I_{R_1} = I_{R_3} = 0,01A,$



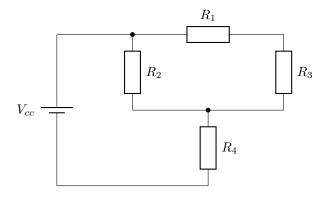
6 Atividades

Calcular a intensidade da corrente e a queda de tensão em cada resistor do circuito.

6.1 Circuito 1



6.2 Circuito 2



6.3 Circuito 3

