

INSTITUTO FEDERAL DE EDUCAÇÃO, CIÊNCIA E TECNOLOGIA DE SÃO PAULO

JOSÉ WILLIAM RODRIGUES PEREIRA

CONTROLE DE SISTEMA DINÂMICO UTILIZANDO LÓGICA  
PARACONSISTENTE ANOTADA EVIDENCIAL  $E\tau$

SÃO PAULO  
2018

JOSÉ WILLIAM RODRIGUES PEREIRA

CONTROLE DE SISTEMA DINÂMICO UTILIZANDO LÓGICA  
PARACONSISTENTE ANOTADA EVIDENCIAL  $E\tau$

Dissertação apresentada ao Instituto Federal  
de Educação, Ciência e Tecnologia de São  
Paulo como requisito para obtenção do grau  
de Mestre em Automação e Controle de  
Processos

Orientador: Profº Dr. Tarcisio Fernandes Leão

SÃO PAULO  
2018

P492c Pereira, José William Rodrigues

CONTROLE DE SISTEMA DINÂMICO UTILIZANDO  
LÓGICA PARACONSISTENTE ANOTADA EVIDENCIAL  $E\tau$  / José  
William Rodrigues Pereira , - - São Paulo, 2018.  
60f. : il

Orientador: Tarcisio Fernandes Leão .  
Mestre (Automação e Controle de Processos ) - -  
Instituto Federal de Educação, Ciência e Tecnologia de São Paulo ,  
2018.

1.Técnicas de Controle 2.Lógica Paraconsistente 3.Controle Não-  
Convencional. I. Leão, Tarcisio Fernandes. II. Título.

CDD 003.3

JOSÉ WILLIAM RODRIGUES PEREIRA

CONTROLE DE SISTEMA DINÂMICO UTILIZANDO LÓGICA  
PARACONSISTENTE ANOTADA EVIDENCIAL  $E\tau$

Dissertação apresentada ao Instituto Federal  
de Educação, Ciência e Tecnologia de São  
Paulo como requisito para obtenção do grau  
de Mestre em Automação e Controle de  
Processos

Orientador: Profº Dr. Tarcisio Fernandes Leão

Aprovado pela banca examinadora em 28/02/2018

**BANCA EXAMINADORA**

---

Profº Dr. Tarcisio Fernandes Leão  
Orientador

---

Profº Dr. Eduardo Alves da Costa

---

Profº Dr. Cláudio Rodrigo Torres

*Dedico este trabalho à minha família, pela paciência; aos amigos de curso e professores, pelo companheirismo e dedicação; a todos que em algum momento compartilharam ideias, palavras de incentivo e carinho; A todos os amantes do saber.*

# Agradecimentos

À minha família e à minha esposa Fernanda, que além de apoio incondicional souberam compreender todo o esforço e dedicação destinados a este trabalho.

Ao Profº Dr. Tarcisio Fernandes Leão por acreditar no potencial deste trabalho, pela orientação ativa e sempre bem humorada, pela dedicação e apoio tanto em sala quanto em conversas informais, desde sempre.

Ao Profº Me. Vander Célio Nunes por apresentar e ensinar a Lógica Paraconsistente Anotada Evidencial  $Et$ , pela dedicação e amor ao ensino.

Ao Instituto Federal de Educação Ciência e Tecnologia de São Paulo, em todo seu corpo docente de qualidade reconhecida, que foram e ainda são um referencial e um objetivo de formação profissional e de excelência nos diversos ramos do conhecimento educacional, científico e tecnológico, tanto na graduação quanto no programa de mestrado.

À todos os colegas que fizeram parte desta jornada algo muito agradável, mostrando as individualidades e as potencialidades, ampliando a noção de respeito, parceria e amizade.

*"... Reze e trabalhe, fazendo de conta que esta vida é um dia de capina com sol quente, que às vezes custa muito a passar, mas sempre passa. E você ainda pode ter muito pedaço bom de alegria... Cada um tem a sua hora e a sua vez: você há de ter a sua."(Sagarana)*

**João Guimarães Rosa**

# Resumo

Sistemas de Controle são amplamente utilizados no setor industrial e buscam uma maior eficiência de tempo e energia, mantendo uma qualidade dos processos e do sistema controlado. O objetivo deste estudo é mostrar uma implementação não convencional de um controle em malha fechada utilizando a Lógica Paraconsistente Anotada Evidencial  $E\tau$ , de forma a atender requisitos específicos de desempenho em um sistema físico proposto. O desenvolvimento de técnicas classificadas como Inteligência Artificial fez surgirem outras opções para o controle de sistemas, contudo ainda há escassez de implementações e testes usando técnicas alternativas. Os estudos e os resultados iniciais mostram um grande potencial para a implementação e exploração da LPA2v em sistemas de controle, de forma semelhante as técnicas mais difundidas como uma Lógica Fuzzy, Redes Neurais, Controle Adaptativo ou Algoritmo Evolutivo.

**PALAVRAS-CHAVE:** Controle Não Convencional; Lógica Paraconsistente; Técnicas de Controle



# Abstract

Control Systems are widely used in the industrial sector and seek greater efficiency of time and energy, maintaining a quality of processes and system controlled. The objective of this study is to show an unconventional implementation of a closed loop control using the Evidential Paraconsistent Annotated Logic  $E\tau$  in order to meet specific performance requirements in a proposed physical system. The development of techniques classified as Artificial Intelligence has given rise to other options for the control of systems, however there is still a shortage of implementations and tests using alternative techniques. The studies and the initial results show a great potential for the implementation and exploration of LPA2v in control systems, similar to the most widespread techniques such as Fuzzy Logic, Neural Networks, Adaptive Control or Evolutionary Algorithm.

**KEYWORDS:** Unconventional control; Paraconsistent logic; Control Techniques;

# Lista de Figuras

2.1	Reticulado finito de Hasse . . . . .	13
2.2	Representação do reticulado no quadrado unitário no plano cartesiano .	15
2.3	Representação da Reta Perfeitamente Definida . . . . .	16
2.4	Representação da Reta Perfeitamente Indefinida . . . . .	18
2.5	Representação dos Graus de Certeza e Contradição em um plano cartesiano	19
2.6	Representação dos valores de controle . . . . .	20
2.7	Representação do reticulado da Lógica $E\tau$ subdividido em 12 regiões . .	20
2.8	Representação do reticulado da Lógica $E\tau$ subdividido em 8 regiões . . .	21
2.9	Representação do Grau de Certeza Real no reticulado . . . . .	23
3.1	Diagrama de blocos de sistema de controle . . . . .	27
3.2	Diagrama de blocos de sistema de controle em malha aberta . . . . .	27
3.3	Diagrama em blocos de sistema de controle em malha fechada . . . . .	28
3.4	Diagrama em blocos de sistema de controle em malha fechada utilizando notação matemática . . . . .	28
3.5	Sistema simples . . . . .	30
3.6	Princípio da Superposição . . . . .	30
3.7	Gráfico da função Resposta . . . . .	33
3.8	Sistema de controle em malha aberta . . . . .	34
3.9	Sistema de Primeira Ordem . . . . .	35
3.10	Constante de tempo . . . . .	36
3.11	Ação de Controle Liga-Desliga . . . . .	37
3.12	Código da Ação de Controle Liga-Desliga . . . . .	37
3.13	Diagrama em blocos de sistema de controle em malha fechada utilizando notação matemática . . . . .	38
3.14	Ação de Controle Proporcional . . . . .	38
3.15	Código da Ação de Controle Proporcional . . . . .	39
3.16	Ação de Controle Integral . . . . .	41
3.17	Código da Ação de Controle Integral . . . . .	41
3.18	Ação de Controle Proporcional Integral . . . . .	42
3.19	Código da Ação de Controle Proporcional Integral . . . . .	42
3.20	Ação de Controle Proporcional Derivativo . . . . .	43
3.21	Código da Ação de Controle Proporcional Derivativo . . . . .	43
3.22	Ação de Controle Proporcional Integral Derivativo . . . . .	44
3.23	Código da Ação de Controle Proporcional Integral Derivativo . . . . .	45
3.24	Gráfico da função Resposta . . . . .	46
4.1	Visão geral do sistema . . . . .	47

4.2	Sistema de controle em malha aberta . . . . .	48
4.3	Sistema de Primeira Ordem . . . . .	49
4.4	Constante de tempo . . . . .	50
4.5	Ação de Controle em Malha Aberta . . . . .	51
5.1	Diagrama de blocos do controle utilizando a LPA2v . . . . .	54
5.2	Ação de controle utilizando LPA2v . . . . .	56
5.3	Ação de controle utilizando LPA2v para valores alvo variáveis . . . . .	57

# Lista de Tabelas

3.1	Pares de Transformadas de Laplace . . . . .	32
4.1	Erro Relativo Percentual para intervalos determinados por $\tau$ . . . . .	53

# Lista de abreviaturas e siglas

$c(t)$	Variável Controlada
$e(t)$	Erro em função do tempo
$f(t)$	Modelo do Controlador em função do tempo
FT	Função de Transferência
$g(t)$	Modelo da Planta do sistema
$h(t)$	Modelo do elemento sensor
$r(t)$	Valor de Referência em função do tempo
$u(t)$	Variável manipulada

# Lista de símbolos

$\mathcal{L}$	Operador da Transformada de Laplace
$\mathcal{L}^{-1}$	Operador da Transformada Inversa de Laplace
$s$	Variável complexa de Laplace
$a$	Polo da função
$c$	Número real constante
$K$	Constante de proporcionalidade
$e$	Número de Euler, função exponencial
$\tau$	Intervalo de tempo que uma curva de 1º grau alcança 64% do valor de regime
$\rightarrow$	Em lógica: Implica; Em cálculo: tende a
$\forall$	Para todo
$\neg$	Negação
$\vee$	Disjunção
$\wedge$	Conjunção
$\mu$	grau de evidência favorável
$\lambda$	grau de evidência desfavorável
$\mathbb{R}$	Conjunto dos números reais
$\in$	Pertence
$\subset$	Está contido em

$V$	Verdadeiro
$F$	Falso
$\top$	Contradição
$\perp$	Paracompleto
$\sim$	Negação
$\leftrightarrow$	Transposta

# Sumário

<b>1</b>	<b>Introdução</b>	<b>8</b>
1.1	Hipótese e Relevância do Trabalho . . . . .	9
1.2	Objetivo Geral . . . . .	9
1.2.1	Objetivos Específicos . . . . .	10
1.3	Justificativa . . . . .	10
1.4	Organização da Dissertação . . . . .	10
<b>2</b>	<b>Lógica Paraconsistente</b>	<b>11</b>
2.1	A Lógica Paraconsistente . . . . .	12
2.1.1	Reticulado de Hasse . . . . .	13
2.1.2	Quadrado Unitário no Plano Cartesiano - QUPC . . . . .	15
2.1.3	A Lógica $E\tau$ e suas aplicações . . . . .	23
<b>3</b>	<b>Controle Clássico</b>	<b>26</b>
3.1	Diagrama de Blocos . . . . .	26
3.2	Controle Clássico . . . . .	28
3.2.1	Modelagem matemática . . . . .	29
3.2.2	Sistema Linear . . . . .	29
3.2.3	Transformada de Laplace . . . . .	31
3.3	Ação de Controle . . . . .	32
3.3.1	Duas posições ou Liga-Desliga . . . . .	36
3.3.2	Controlador Proporcional (P) . . . . .	37
3.3.3	Controlador Integral (I) . . . . .	40
3.3.4	Controlador Proporcional + Integral (PI) . . . . .	41
3.3.5	Controlador Proporcional + Derivativo (PD) . . . . .	43
3.3.6	Controlador Proporcional + Integral + Derivativo (PID) . . . . .	44
3.4	Requisitos de desempenho do sistema . . . . .	45
<b>4</b>	<b>Sistema Físico</b>	<b>47</b>
4.1	Construção de um sistema físico para controle . . . . .	47
4.2	Obtenção de um modelo do processo . . . . .	47
4.2.1	Qualidade do modelo . . . . .	52
<b>5</b>	<b>Controlador Paraconsistente</b>	<b>54</b>
5.1	Resultados . . . . .	54
5.2	Etapas a serem desenvolvidas . . . . .	57
<b>6</b>	<b>Conclusão</b>	<b>58</b>



# 1. Introdução

Tendo em vista que estudos de novas formas de lógicas não clássicas estão em curso, a lógica paraconsistente surge como uma promissora ferramenta para tomada de decisão em diversos campos de aplicação como a robótica, automação industrial, inteligência artificial, logística, controle, entre outras(DA SILVA FILHO, 2006).

Segundo o Dr. KRAUSE(2004), professor e pesquisador do departamento de Filosofia da Universidade Federal de Santa Catarina: "Alguns dos campos mais férteis de aplicação dessas lógicas têm sido a ciência da computação, a engenharia e a medicina."e cita ainda que:

"... na inteligência artificial essas lógicas foram usadas a partir da década de 1980 por H. Blair e V. S. Subrahmanian, da Universidade de Siracusa, Estados Unidos, e colaboradores, na elaboração de sistemas para serem utilizados especialmente em medicina."

A Lógica Clássica, que utiliza um modelo lógico binário, foi de forma muito natural adaptado ao funcionamento dos transistores utilizados como chave liga/desliga, e este funcionamento embasou toda a tecnologia digital que vemos hoje em dia, baseada em princípios bem definidos e reais. Assim, surge a indagação sobre a utilização de Lógicas Paraconsistentes aplicadas ao mundo real como cita DA SILVA FILHO; ABE(2011):

Dentro desta percepção, surge a ideia da possibilidade real de um Sistema Lógico Paraconsistente que, assim como na lógica clássica, é um conjunto de axiomas e regras de inferência que objetivam representar formalmente raciocínio válido. Sendo assim, o Sistema Lógico Paraconsistente pode ser representado através de um algoritmo que tem sua utilização como o núcleo de um programa computacional com aplicações diretas em sistemas de Inteligência Artificial.

Algumas das Lógicas Paraconsistentes ainda não tiveram uma abordagem prática de sua implementação, ou ainda, tais abordagens são muito escassas, seja com dispositivos simples ou com os mais complexos.

Visando uma melhor compreensão da Lógica Paraconsistente, e vislumbrando sua utilização em controle de sistemas dinâmicos utilizando um ramo denominado Lógica Paraconsistente Anotada Evidencial  $E\tau$ , pressupõe-se um estudo de uma aplicação inicial como forma de desbravar uma nova possibilidade da utilização de uma lógica que vem sendo aplicado com sucesso em Inteligência Artificial no segmento de Controle.

## 1.1 Hipótese e Relevância do Trabalho

A Lógica Paraconsistente Anotada Evidencial  $E\tau$  pode ser utilizada para o controle de sistemas dinâmicos, hipótese esta que confirmada pode elevar ainda mais a sua relevância e elencar mais uma alternativa para aplicações técnicas e científicas.

A lógica paraconsistente vem ganhando relevância e adeptos principalmente a partir do final da década de 90 do século XX, quando houve o Primeiro Congresso Mundial sobre Paraconsistência em Gent na Bélgica em 1997, no ano 2000 o segundo congresso realizado em São Sebastião, São Paulo e o terceiro em Toulouse, França em julho de 2003, atraindo cada vez mais pesquisadores interessados de diversos centros de pesquisa do mundo (KRAUSE, 2004).

Em meados de setembro de 2016, aconteceu o pela primeira vez no Brasil a XVI Conferência Internacional de Lógica: Tendências da Lógica (*Trends In Logic XVI - Studia Logica International Conference*) (BUENO-SOLER; CARNIELLI; TESTA, 2016), realizada pelo Centro de Lógica, Epistemologia e História da Ciência (CLE) da Universidade Estadual de Campinas, que reuniu estudiosos brasileiros e de diversos países com trabalhos e apresentações sob o tema: Consistência, Contradição, Paraconsistência e Racioncínio (*Consistency, Contradiction, Paraconsistency, and Reasoning*).

Atualmente as pesquisas estão focadas no estudo da aplicação da Lógica Paraconsistente, e ganhar espaço no universo técnico e científico, contribuindo com uma nova e eficiente forma de trabalho.

## 1.2 Objetivo Geral

Estudar a  $E\tau$  e desenvolver um algoritmo que possa ser embarcado para atuar no controle dinâmico de um sistema físico.

### 1.2.1 Objetivos Específicos

Realizar a construção de um sistema físico para o controle de velocidade em um motor DC, de modo a utilizá-lo para a realização dos ensaios.

Desenvolver a malha de controle do sistema físico proposto utilizando o algoritmo da  $E\tau$ .

## 1.3 Justificativa

A função primordial do presente trabalho é realizar uma análise da implementação de uma lógica não-convencional, contribuindo para a ampliação do conhecimento em uma nova forma de lidar com o mundo e gerar aplicações em uma área ainda pouco explorada pela  $E\tau$ , o controle de sistemas.

A visão aristotélica cunhou a forma lógica de lidar com o mundo, estabelecendo regras que permearam a história até o presente momento, mas que, no século XX foram questionadas, procurando-se novas formas e ferramentas para tratar de questões que fogem das regras vigentes. A Lógica Paraconsistente é uma das ferramentas que permite o tratamento de contradições e incertezas, que estão além dos limites da lógica clássica.

A  $E\tau$  é a uma vertente da Lógica Paraconsistente que vem sendo explorada para finalidades práticas, tais como o reconhecimento de padrões em banco de dados, tomada de decisão e tratamento de incertezas em sistemas robóticos e logísticos, mas todas as áreas com uma abordagem ligada à Inteligência Artificial ou ao controle discreto do processo, ainda há escassez de trabalhos no controle contínuo de sistemas dinâmicos.

A análise da implementação da  $E\tau$  no universo das lógicas não-convencionais implica em possibilitar uma nova forma de controle de sistemas, sua definição permite um embasamento para criar novas possibilidades de seu uso, e ajudar a sedimentar a nova ferramenta no meio acadêmico.

## 1.4 Organização da Dissertação

## 2. Lógica Paraconsistente Anotada Evidencial $E\tau$

O controle moderno trata de sistemas multivariáveis, não lineares ou variantes no tempo de forma mais apropriada do que o controle clássico, reduzindo a complexidade das expressões para que haja a possibilidade de um processamento satisfatório. Dentro do universo do controle moderno, existe ainda o controle convencional que utiliza a análise de sistemas de controle no espaço de estados, que utiliza n-equações de primeira ordem combinadas em uma equação diferencial vetor-matricial, de forma a simplificar e possibilitar o trabalho com uma quantidade de variáveis alta sem que haja um grande impacto no processamento. (OGATA, 2010) Existem ainda o controle não convencional, que também é classificado como controle moderno e que apresenta uma grande diversidade de técnicas, tais como o controle adaptativo, algoritmo adaptativo e genético, redes neurais, as lógicas Fuzzy e Paraconsistente, esta última sendo o alvo da abordagem do presente trabalho, entre outras.

A lógica, como ramo filosófico que trata das relações de coerência racional e discursiva, proposições e conclusões, tem como origem a Grécia Antiga com o seu primeiro arranjo formal em *Tópicos* de Aristóteles por volta de 340 a.C. Apesar de suas bases serem conhecidas e discutidas por diversos pensadores anteriores, não havia a formalização de uma teoria bem fundada, apenas o tratamento de ideias como consistência e consequências da contraditoriedade por exemplo.

Os princípios da lógica enunciadas por Aristóteles são basilares para a teoria clássica e moldaram o pensamento e a noção de consistência, ou não contraditoriedade, estreitamente conectadas ao conceito de completude e podem ser descritos formalmente assim:

1. Princípio de Identidade:  $A \rightarrow B$  ou  $\forall x(x = x)$ ;
2. Princípio do Terceiro Excluído:  $A \vee \neg A$  ou  $\forall x(Ax \vee \neg Ax)$ ;

3. Princípio da Não Contradição:  $\neg(A \wedge \neg A)$  ou  $\forall x \neg(Ax \wedge \neg Ax)$ .

O grande desenvolvimento da lógica, principalmente nos séculos XIX e XX, forneceu ferramental para caracterização e tratamento preciso da lógica clássica e também possibilitou o desenvolvimento de sistemas lógicos não clássicos, rearranjos, experimentações e questionamentos de dogmas secularmente estabelecidos.

Uma questão que já havia sido objeto de estudo por diversos pensadores desde os pré-socráticos, como Heráclito e sua doutrina da harmonia dos opostos, é a questão da contradição, que por vezes incomodou-os mas que nunca havia sofrido um tratamento formal como o desenvolvido por Newton C. A. da Costa(1929-presente data) e Stanislaw Jaskiowski(1906-1965), que propuseram e desenvolveram sistemas lógicos que fossem capazes de lidar com essas inconsistências (KRAUSE, 2004).

## 2.1 A Lógica Paraconsistente

Ao restringir-se o princípio da não contradição, em um certo sistema lógico, obtém-se um resultado que pertence à lógica denominada Paraconsistente, desenvolvida por da Costa e Jaskiowski.

Assim sendo, para uma dada teoria, se houver um símbolo de negação, como por exemplo " $\neg$ ", se em qualquer fórmula fechada  $A$  não for demonstrável  $A$  e  $\neg A$ , a teoria é consistente (não contraditória), senão, ela é inconsistente(contraditória).

Teoria é definida por GOMES(2013 p.4) como sendo:

...um conjunto de fórmulas(expressões bem formuladas) de uma linguagem, fechadas por uma determinada relação de consequência, que caracteriza a lógica subjacente à teoria, da qual ela herda todas as suas características estruturais como, por exemplo, consistência(não contraditoriedade) e completude.

Na lógica clássica, uma teoria é completa, se e somente se, for consistente para toda a fórmula fechada  $A$  onde  $A$  e  $\neg A$  é teorema da teoria e a teoria é trivial ou supercompleta se todas as fórmulas expressáveis forem demonstráveis, tanto  $A$  quanto  $\neg A$ .

Sendo que toda a lógica paraconsistente, não se pode deduzir qualquer fórmula à partir de uma fórmula  $A$  e sua negação  $\neg A$ , mostrando assim que as noções de inconsistência (contraditoriedade) e trivialidade são de fato independentes.

### 2.1.1 Reticulado de Hasse

A Lógica Paraconsistente sendo apropriada para tratar dados inconsistentes foi utilizada em 1987, por H. Blair e V. S. Subrahmanian para representar e codificar o funcionamento de bancos de dados inconsistentes. Pouco depois Costa, Subrahmanian e Vago propuseram a lógica paraconsistente anotada e sua extensão a uma lógica de predicados paraconsistente anotada de primeira ordem.

Nas Lógicas Paraconsistentes Anotadas, uma proposição  $P$  utiliza um reticulado formado por pares ordenados tal que:

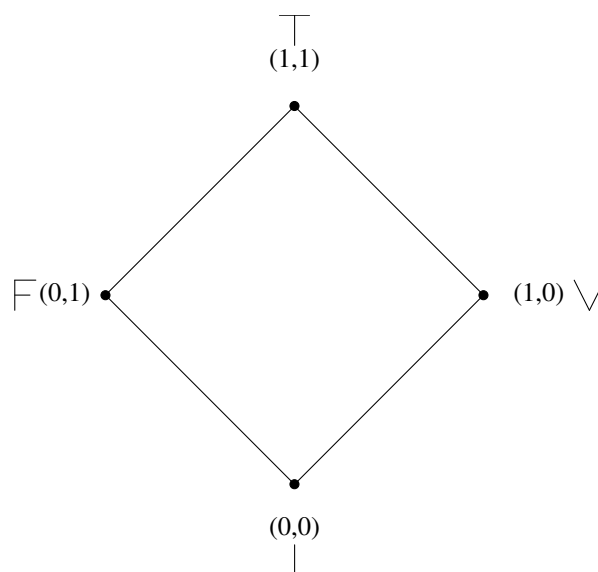
$$\tau = \{(\mu, \lambda) \mid \mu, \lambda \in [0, 1] \subset \mathfrak{R}\} \quad (2.1)$$

de acordo com graus de cresça das constantes anotacionais do reticulado de Hasse, associado à Lógica Paraconsistente Anotada Evidencial  $E\tau$ , formalmente descritas como

$$\tau = \{\top, V, F, \perp\} \quad (2.2)$$

os quais descrevem os extremos do reticulado como sendo inconsistente, verdadeiro, falso e paracompleto, respectivamente, e são representadas conforme Figura 2.1;

**Figura 2.1:** Reticulado finito de Hasse



Fonte: (DA SILVA FILHO, 2006)

Para toda proposição  $P$  há um par de valores, chamada de anotação,  $(\mu, \lambda)$ , onde  $\mu$  é o grau de evidência favorável e  $\lambda$  é o grau de evidência desfavorável, representada como  $P_{(\mu, \lambda)}$ .

Como exemplificação, para uma proposição  $P \equiv$  "A velocidade de rotação do motor atingiu o valor desejado.", assume-se dois especialistas para realizarem a leitura dos valores da anotação. Em um sistema físico, os especialistas geralmente são sensores, como neste caso, poderia ser um encoder ou sensor óptico como contador de voltas associado a uma base de tempo.

- $\mu$  = grau de evidência favorável (especialista 1), ou seja, com quanto de certeza, em um intervalo fechado  $[0, 1]$ , sendo 0 para grau nulo de certeza e 1 grau máximo de certeza para a dada proposição  $P$ ;
- $\lambda$  = grau de evidência desfavorável (especialista 2), ou seja, com quanto de certeza, em um intervalo fechado  $[0, 1]$ , sendo 0 o grau nulo de certeza à evidência desfavorável e 1 o grau máximo de certeza à evidência desfavorável para a dada proposição  $P$ .

Assim, podemos interpretar da seguinte forma os valores da anotação para as posições extremas do reticulado finito de Hasse:

- $(\mu, \lambda) = (1, 0)$  : Há um grau de evidência favorável total e um grau de evidência desfavorável nulo, ou seja, a afirmação da proposição é máxima e sua negação é nula, assim,  $P$  é *Verdadeira* e *A velocidade de rotação do motor atingiu o valor desejado*;
- $(\mu, \lambda) = (0, 1)$  : Há um grau de evidência favorável nulo e um grau de evidência desfavorável máximo, ou seja, a afirmação da proposição é nula e sua negação é máxima, assim,  $P$  é *Falsa* e *A velocidade de rotação do motor não atingiu o valor desejado*;
- $(\mu, \lambda) = (1, 1)$  : Há um grau de evidência favorável máximo e também um grau de evidência desfavorável máximo, ou seja, a afirmação da proposição é máxima e sua negação também é máxima, assim,  $P$  é *Inconsistente* e *A velocidade de rotação do motor atingiu e não atingiu o valor desejado*, contradição;
- $(\mu, \lambda) = (0, 0)$  : Há um grau de evidência favorável nulo e também um grau de evidência desfavorável nulo, ou seja, a afirmação da proposição é nula e sua negação também é nula, assim,  $P$  é *Indeterminada* e *A velocidade de rotação do motor nem atingiu o valor desejado e nem não atingiu o valor desejado*, situação paracompleta.

Os graus de evidência podem assumir valores não extremos:

- $(\mu, \lambda) = (0.8, 0.3)$  : Crê-se com grau de evidência favorável de 80% e um grau de evidência desfavorável de 30% que *A velocidade rotação do motor atingiu do valor desejado.*

Existe um operador de negação ( $\sim$ ) sobre  $\tau$  de forma que :

$$\sim: | \tau | \mapsto | \tau, \sim (\mu, \lambda) = (\lambda, \mu) \quad (2.3)$$

Então,

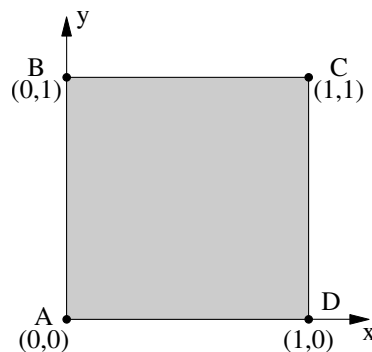
$$P_{(0.8, 0.3)} \leftrightarrow \sim P_{(0.3, 0.8)} \quad (2.4)$$

- $(\mu, \lambda) = (0.8, 0.3) = \sim (0.3, 0.8)$  : Não crê-se que há um grau de evidência favorável de 30% e um grau de evidência desfavorável de 80% que *A velocidade de rotação do motor atingiu do valor desejado.*

### 2.1.2 Quadrado Unitário no Plano Cartesiano - QUPC

Uma outra forma de representação da anotação é utilizando o Quadrado Unitário no Plano Cartesiano (QUPC) no qual são transpostos os pontos extremos às respectivas posições de acordo com o par ordenado,  $(\mu, \lambda) \leftrightarrow (x, y)$ , assim o eixo  $x$  corresponde ao grau de evidência favorável e o eixo  $y$  corresponde ao grau de evidência desfavorável, conforme mostrado na Figura 2.2.

**Figura 2.2:** Representação do reticulado no quadrado unitário no plano cartesiano



Fonte: (DA SILVA FILHO, 2006)

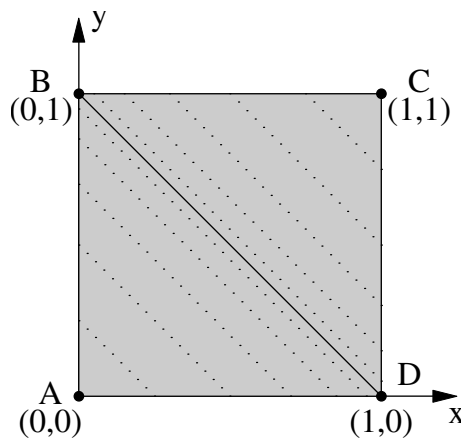
Os pontos extremos assim representam:



- $A : (0,0) = \perp \Rightarrow \text{Paracompleto};$
- $B : (0,1) = F \Rightarrow \text{Falso};$
- $C : (1,1) = \top \Rightarrow \text{Contradição};$
- $D : (1,0) = V \Rightarrow \text{Verdade}.$

O segmento de reta  $\overline{BD}$ , entre os pontos referentes às condições *Verdade* e *Falso*, conforme mostrado na Figura 2.3, é denominada de *Reta Perfeitamente Definida* e dada uma anotação  $(\mu, \lambda)$  situada nela, a soma das evidências anotadas é sempre o valor unitário do quadro.

**Figura 2.3:** Representação da Reta Perfeitamente Definida



Fonte: (DA SILVA FILHO, 2006)

A relação dos graus de evidência da anotação quando coincidente à Reta Perfeitamente Definida é:

$$\mu + \lambda = 1 \quad (2.5)$$

Assim, temos que:

$$\mu + \lambda - 1 = 0 \quad (2.6)$$

Os graus de evidência não precisam apresentar valores complementares, possuem independência entre si, assim das Equações 2.5 e 2.6 é elaborado o conceito de *Grau de Contradição* ( $G_{ct}$ ), e temos que:

$$G_{ct} = \mu + \lambda - 1 \quad (2.7)$$

pois quanto mais próximo da Reta Perfeitamente Definida, menor é o grau de contradição apresentado pelos graus de evidência, sendo zero quando não houver contradição e o ponto de anotação situar-se sobre a Reta Perfeitamente Definida. Quanto mais afastado da Reta Perfeitamente Definida estiver o ponto de anotação, e mais próximo aos pontos A ou C, maior é o Grau de Contradição.

Quando a anotação estiver situada na região entre os pontos BCD, acima da reta perfeitamente definida, o Grau de Contradição é denominado *Grau de Inconsistência* ( $G_{it}$ ), e isso ocorre quando,  $\mu \geq \lambda$ , de forma oposta, quando  $\mu < \lambda$  a anotação está situada na região entre os pontos BAD, abaixo da reta perfeitamente definida, e o grau de contradição é denominado *Grau de Indefinição* ( $G_{id}$ ), então pode-se dizer que:

$$-1 \leq G_{id} < 0 \leq G_{it} \leq 1 \quad (2.8)$$

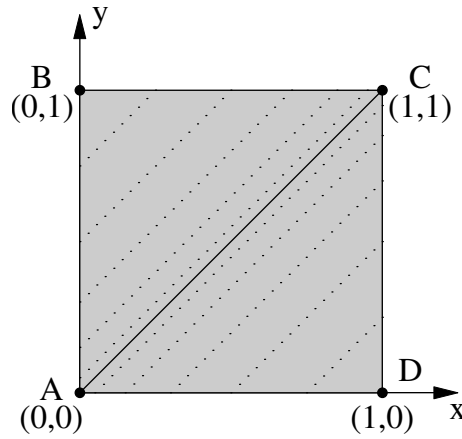
e

$$-1 \leq G_{ct} \leq 1 \quad (2.9)$$

O segmento de reta  $\overline{AC}$ , entre os pontos referentes às condições *Paracompleto* e *Contradição*, conforme mostrado na Figura 2.4, é denominada de *Reta Perfeitamente Indefinida* e dada uma anotação  $(\mu, \lambda)$  situada nela, a subtração das evidências anotadas é sempre zero,  $\mu = \lambda$ , e de forma contrária, quando a anotação está posicionada de forma não coincidente à Reta Perfeitamente Indeterminada, significa que  $\mu \neq \lambda$ .

A relação dos graus de evidência para uma anotação cuja posição coincide com a Reta Perfeitamente Indefinida é:

$$\mu - \lambda = 0 \quad (2.10)$$

**Figura 2.4:** Representação da Reta Perfeitamente Indefinida

Fonte: (DA SILVA FILHO, 2006)

De forma análoga ao Grau de Contradição, da Equação 2.10 é elaborado o conceito de *Grau de Certeza* ( $G_c$ ), assim temos que:

$$G_c = \mu - \lambda \quad (2.11)$$

Quando os graus de evidência, favorável e desfavorável, são iguais, não há certeza em relação à proposição, mas quando são diferentes, alguma certeza pode ser inferida, até a condição máxima onde uma das evidências é total (1) e a outra é nula (0), caracterizando a condição verdadeira ou falsa, afastando o ponto anotado da Reta Perfeitamente Indefinida.

Quando a anotação situa-se entre os pontos ABC do QUPC, o grau de certeza é denominado *Grau de Falsidade* ( $G_f$ ), e tal condição ocorre quando  $\mu < \lambda$ , caso contrário, se  $\mu \geq \lambda$ , a anotação situa-se entre os pontos ACD do QUPC, e o grau de certeza é denominado *Grau de Verdade* ( $G_v$ ), então pode-se dizer que:

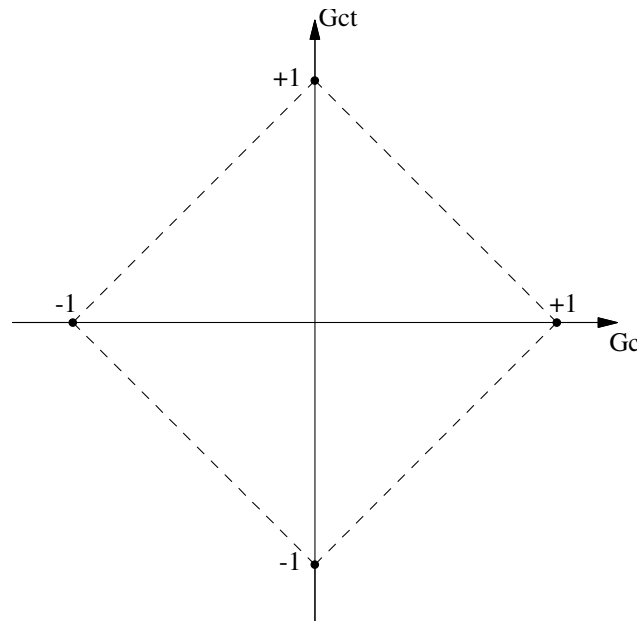
$$-1 \leq G_f < 0 \leq G_v \leq 1 \quad (2.12)$$

e

$$-1 \leq G_c \leq 1 \quad (2.13)$$

Graficamente são representadas como mostra a Figura 2.5:

**Figura 2.5:** Representação dos Graus de Certeza e Contradição em um plano cartesiano



Fonte: (DA SILVA FILHO, 2006)

A representação ainda é dividida em algumas partes, dependendo da aplicação, estabelecendo quais são os limites que definem cada estado, Verdadeiro, Falso, Paracompleto, Contradição e outros mais que forem pertinentes à aplicação, estão representados pelas linhas tracejadas na Figura 2.6 e são definidos como:

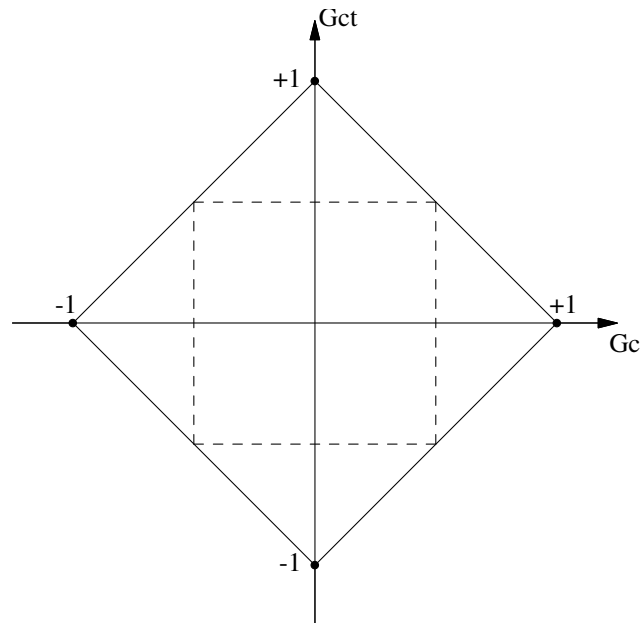
- $V_{sc}$  : Valor limite superior de Controle de Certeza;
- $V_{ic}$  : Valor limite inferior de Controle de Certeza;
- $V_{si}$  : Valor limite superior de Controle de Incerteza;
- $V_{sci}$  : Valor limite inferior de Controle de Incerteza.

Uma divisão em 12 partes é mostrada na Figura 2.7 com seus respectivos estados intermediários definidos conforme DA SILVA FILHO(2006), sendo 4 regiões extremas:

- V : Verdadeiro;
- F : Falso;
- T : Contradição;
- $\perp$  : Paracompleto.

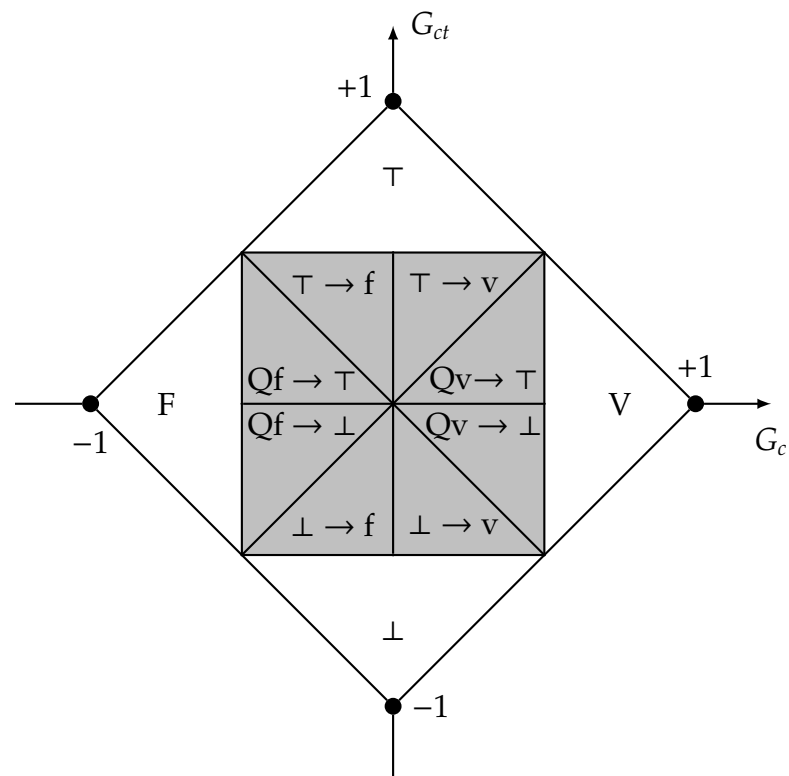
e 8 regiões intermediárias:

**Figura 2.6:** Representação dos valores de controle



Fonte: (DA SILVA FILHO, 2006)

**Figura 2.7:** Representação do reticulado da Lógica  $E\tau$  subdividido em 12 regiões



Fonte: (DA SILVA FILHO, 2006)

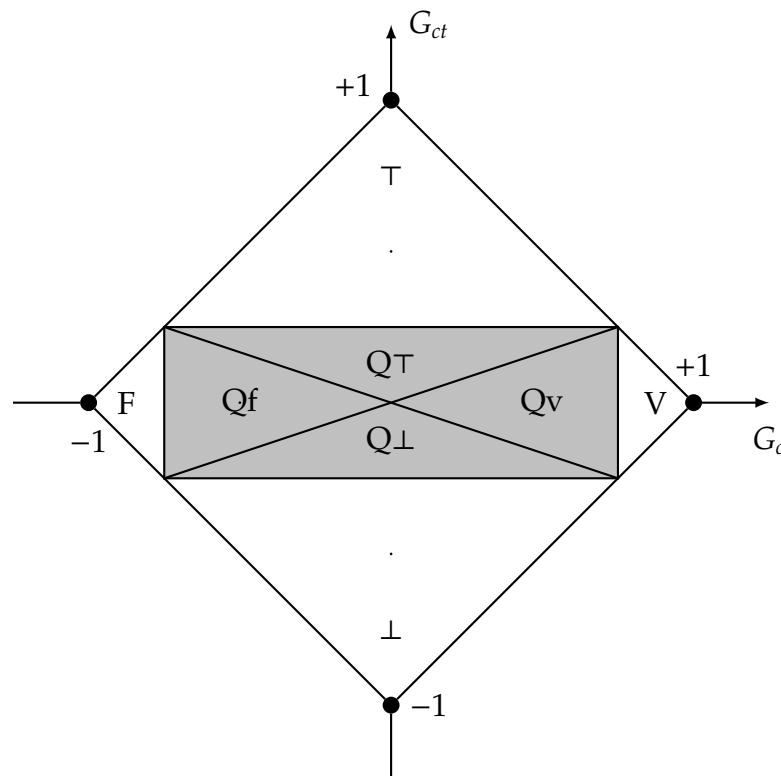
- $Qv \rightarrow \tau$  : Quase Verdade tendendo à Contradição;
- $Qv \rightarrow \perp$  : Quase Verdade tendendo à Paracompleto;

- $Q_f \rightarrow \top$  : Quase Falso tendendo à Contradição;
- $Q_f \rightarrow \perp$  : Quase Falso tendendo à Paracompleto;
- $\top \rightarrow f$  : Contradição tendendo à Falso;
- $\top \rightarrow v$  : Contradição tendendo à Verdadeiro;
- $\perp \rightarrow f$  : Paracompleto tendendo à Falso;
- $\perp \rightarrow v$  : Paracompleto tendendo à Verdadeiro.

O reticulado subdividido em 12 regiões como mostrado, é aplicado em situações nas quais a tomada de decisão utiliza estados discretos bem definidos para atuação, onde para cada posição da anotação e respectivamente um estado do reticulado, uma ação é tomada, assim sendo, a quantidade de subdivisões está fortemente dependente da aplicação.

O reticulado pode ser dividido de outras formas, dependendo dos limites dos Graus de Certeza e Contradição que o sistema permite. A Figura 2.8 mostra uma das possibilidades com a representação de 8 regiões do reticulado.

**Figura 2.8:** Representação do reticulado da Lógica  $E\tau$  subdividido em 8 regiões



Fonte: Próprio autor

Sendo 4 regiões extremas,

- V : Verdadeiro;
- F : Falso;
- $\top$  : Contradição;
- $\perp$  : Paracompleto.

e 4 regiões intermediárias:

- Qv: Quase Verdade;
- Qf: Quase Falso;
- Q $\top$ : Quase Contradição;
- Q $\perp$ : Quase Paracompleto.

É possível e desejável que se possa utilizar um valor resultante que exclua os efeitos das incertezas ou contradições, como é citado por ABE; FILHO; TORRES(2008):

“Um sistema de decisão capaz de analisar dados originários de Conhecimento Incerto terá maior robustez quando, ao final da análise, apresentar um resultado que represente o valor de certeza puro, isto é, não contaminado pelos efeitos das incertezas.”

O valor que elimina o efeito da incerteza é denominado *Grau de Certeza Real* -  $G_{CR}$  e é calculado pela distância (D) do Ponto de análise,  $(G_c, G_{ct})$ , em relação ao ponto de máximo Grau de Certeza V, no vértice direito do reticulado, conforme mostrado na Figura 2.9.

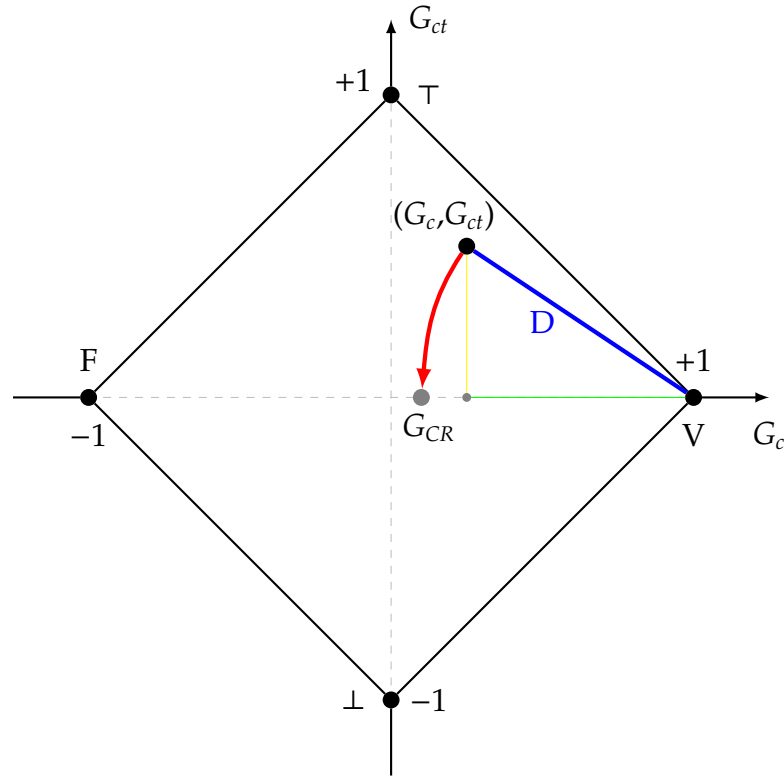
O Grau de Certeza Real ( $G_{CR}$ ) é calculado utilizando o Teorema de Pitágoras para achar a distância D conforme Equação 2.14.

$$D = \sqrt{(1 - |G_c|)^2 + G_{ct}^2} \quad (2.14)$$

Para valores de  $G_c \geq 0$ :

$$G_{CR} = (1 - D) \quad (2.15)$$

**Figura 2.9:** Representação do Grau de Certeza Real no reticulado



Fonte: (ABE; FILHO; TORRES, 2008)

Para valores de  $G_c < 0$ :

$$G_{CR} = (D - 1) \quad (2.16)$$

Tanto o Grau de Evidência Real quanto os estados ou regiões do reticulado podem ser utilizados para realizar o controle dos mais diversos tipos de sistemas, dependendo apenas do tipo de controle e de sistema que deve ser implementado.

### 2.1.3 A Lógica $E\tau$ e suas aplicações

Os Sistemas Inteligentes estão cada vez mais presentes em diversas aplicações modernas, e segundo DA SILVA FILHO; ABE(2011), há um predomínio de Lógicas Não-Clássicas no suporte à tomada de decisão desses sistemas. O sucesso na aplicação de técnicas como a Lógica  $E\tau$ , que é uma extensão da Lógica Paraconsistente Anotada, se dá em grande medida pelo uso de algoritmos baseados em estudos dos reticulados representativos e efetiva tradução matemática gerando um modelo eficiente aplicado em situações reais.



Assumindo que a lógica filosófica trata da descrição formal da linguagem natural e define a sua estrutura de declaração, então, sendo encontrada a linguagem adequada é possível traduzir o raciocínio formal em LPA, modelando raciocínios com a possibilidade de tratar contradições ou incoerências, e trabalhar com situações reais, da mesma forma que o Modelo Clássico, que aplica regras computacionais, a Lógica  $E\tau$  possui um conjunto de axiomas e regras de inferência que possibilitam um raciocínio válido em situações reais.

## **Robótica**

Os algoritmos baseados no estudo do Reticulado Representativo gera Estados Lógicos Paraconsistentes através da descrição do algoritmo Para-Analisador da Lógica  $E\tau$ , possibilitando que o sistema receba informação através dos graus de evidência  $(\mu, \lambda)$ , processe os graus de certeza e contradição ( $G_c$  e  $G_{ct}$ ) e chegue a uma conclusão, de alta contradição e busque por mais dados ou um alto grau de certeza, que de um modo geral, implica em tomar uma ação.

Os Graus de Certeza e Contradição podem gerar um Grau de Certeza Real, que pode servir de entrada para outra célula ou Nó de Análise Paraconsistente (NAP), possibilitando uma rede de análises para a tomada de decisão, como apresentado na construção e aperfeiçoamentos realizados no Robô Emmy, (DA SILVA FILHO, 2006)(TORRES; REIS, 2016) desenvolvendo e aplicando tais técnicas aplicadas ao sistema de movimentação.

## **Engenharia de Produção**

A Lógica  $E\tau$  pode ser aplicada em diversas áreas sendo um outro exemplo a sua aplicação na área de Eng. de Produção, como é mostrado no artigo de CARVALHO; BRUNSTEIN; ABE(2003), que mostram um estudo para avaliação do projeto de uma fábrica, como são selecionadas as variáveis relevantes, ou fatores, como são chamados, níveis de exigência para tomada de decisão, atribuição de pesos aos fatores de decisão, para obtenção dos graus de crença e descrença. Construção de uma base de dados, sua pesquisa e obtenção dos resultados. Análise dos resultados e fidedignidade utilizando um Método de Análise pelo Baricentro.

## **Logística**

No segmento logístico pode-se citar a dissertação do Profº Me. Vander Célio Nunes ((NUNES, 2015)), que aplicou a Lógica  $E\tau$  ao processo de paletização através da medição de peças e do tratamento de incertezas relacionadas a possibilidade de seu depósito ou encaixe na pilha de palets, levando à otimização de cargas armazenadas em um determinado espaço. O seu trabalho, utilizando uma célula de manufatura com um braço robótico industrial, permite a extrapolação da sua aplicação para portos e armazens de containers.

## **Medicina**

Em aplicações de apoio à medicina através de algoritmos para auxílio de diagnóstico de patologias como em MARIO; FILHO; ABE(2016), onde a Lógica Paraconsistente é aplicada na análise de mamografias.

## **Sistema de Controle Híbrido**

No segmento de controle, a Lógica  $E\tau$  é utilizada em conjunto com um sistema Proporcional-Integral - PI de modo que as ações convencionais são executadas pelo bloco PI, mas são estruturadas utilizando a Lógica  $E\tau$  no tratamento dos sinais externos. A implementação é feita por COELHO(2015) em uma planta de controle de nível e um controlador lógico programável. O sistema Híbrido é posto em operação e comparado com técnicas consagradas como o controle puramente PI, ajustado com o método de Ziegler-Nichols e com o método interno do controlador.

## 3. Controle Clássico

A modificação, de forma controlada, no comportamento de um sistema, garantindo uma maior eficiência é o objetivo do controle de sistemas, que é estudado desde os antigos, mas que obteve grande relevância na necessidade trazida com a revolução industrial, e hoje conta com o seu segmento específico da engenharia, com diversos trabalhos nessa área e uma infinidade de aplicações.

A principal tarefa de um engenheiro é, segundo DORF; BISHOP(2011), "o processo de concepção ou invenção de formas, partes e detalhes de um sistema para alcançar um propósito específico", processo este que soma a grande capacidade de análise e a criatividade para atender as demandas da função, como é o caso de projeto em engenharia no segmento de Sistemas de Controle, cujo objetivo é obter a configuração, as especificações e a identificação de processos para atender uma necessidade real.

Uma concepção semelhante é trazida por NISE(2009) onde "Um sistema de controle consiste em subsistemas e processos(ou plantas) construídos com o objetivo de se obter uma saída desejada com desempenho desejado para uma entrada específica fornecida".

Os sistemas de controle atuam basicamente gerando respostas específicas para estímulos específicos de forma controlada e automática, trazendo vantagens nas aplicações em diversas áreas, tais como, na movimentação de grandes equipamentos com precisão, em locais remotos ou perigosos, na compensação de perturbações, manipulando os dados de forma conveniente.

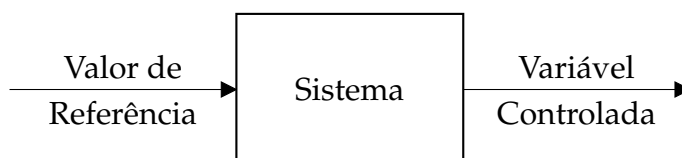
### 3.1 Diagrama de Blocos

Os sistemas de controle são geralmente representados através de diagramas de blocos ou fluxo de sinais, como na Figura 3.1, convenientes ao seu desenvolvimento e

análise. É composto por uma caixa representando o sistema a ser controlado, setas no sentido da caixa representando as entradas do processo e setas no sentido para fora da caixa para indicar a saída do sistema.

Em um sistema real podem haver muitas variáveis de entrada e de saída, mas a abordagem clássica de controle isola apenas uma das variáveis de entrada e uma de saída, ficando o sistema conhecido pela sigla em inglês SISO (*Single In Single Out* - Única Entrada e Única Saída).

**Figura 3.1:** Diagrama de blocos de sistema de controle



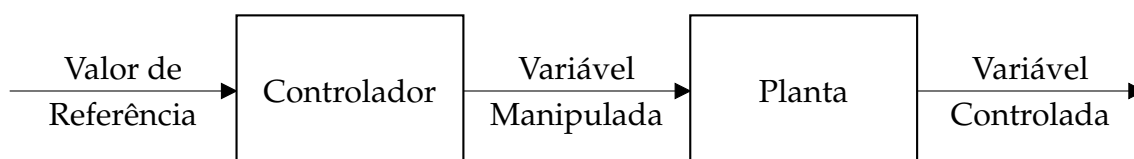
Fonte: (OGATA, 2010)

O diagrama de blocos mostrado na Figura 3.1 é uma simplificação ao máximo de um sistema de controle, contém apenas o bloco representando o sistema, uma entrada, para o valor de referência, e uma saída com o valor da variável controlada.

Em OGATA(2010) são encontradas definições, comentários sobre vantagens, aplicações e procedimento para construção de Diagramas de blocos, assim como a representação de sistemas em malha aberta, malha fechada, perturbações, técnicas e regras da álgebra de blocos.

O diagrama de blocos mostrado na Figura 3.1 é uma simplificação ao máximo de um sistema de controle, contém apenas o bloco representando o sistema, uma entrada, para o valor de referência, e uma saída com o valor da variável controlada. A Figura 3.2, divide o bloco do sistema em dois: controlador e planta. Neste caso, um sistema de controle em malha aberta, ou seja, não há uma reinserção do sinal de saída à entrada, chamada de realimentação ou retroalimentação. Assim, a entrada possui o valor de resposta desejada, que alimenta o processo e a saída apresenta a resposta real, porém nada garante que a resposta real está coerente ao valor de entrada.

**Figura 3.2:** Diagrama de blocos de sistema de controle em malha aberta

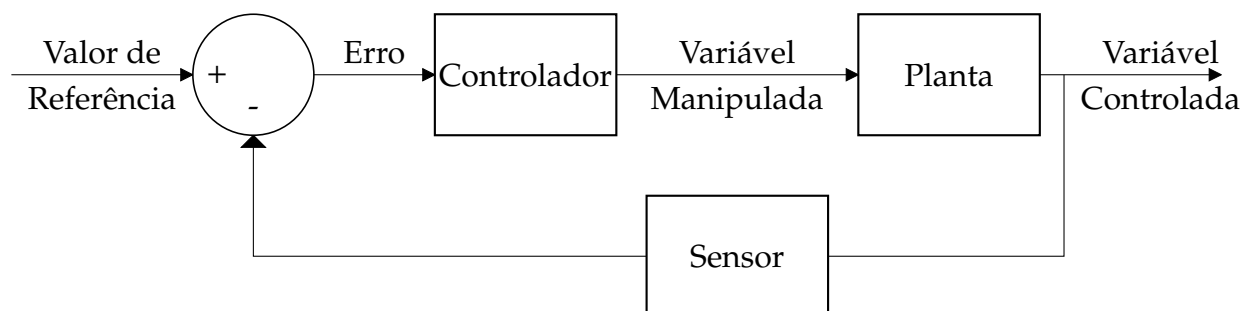


Fonte: (OGATA, 2010)

O diagrama da Figura 3.3 apresenta realimentação, ou seja, uma amostra da resposta real é lida por um elemento sensor e é reinserida à entrada da malha, aonde

é realizada a comparação entre resposta real e desejada, a diferença entre ambos os valores é chamado de Erro do Sistema e é baseado nesse valor que o controlador tem condições de efetuar as devidas correções, geralmente, afim de manter o sistema estável no valor de resposta desejada.

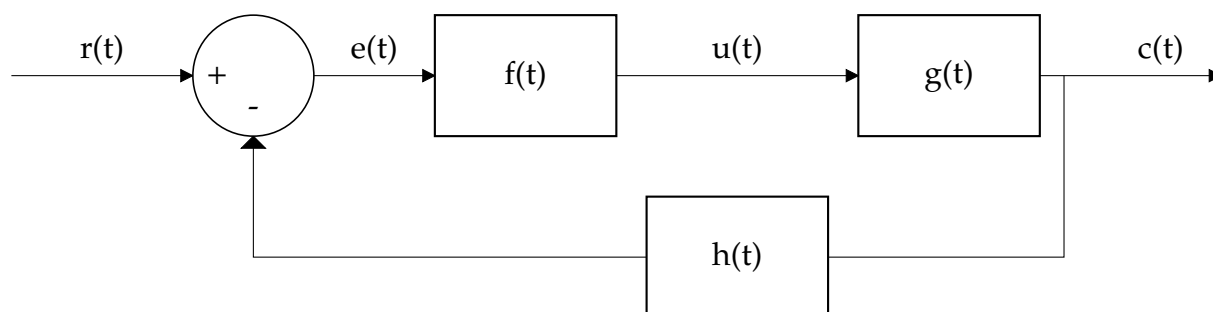
**Figura 3.3:** Diagrama em blocos de sistema de controle em malha fechada



Fonte: (OGATA, 2010)

Como notação para os elementos do diagrama de blocos, são adotadas letras para representar matematicamente as relações entre as grandezas conforme Figura 3.4

**Figura 3.4:** Diagrama em blocos de sistema de controle em malha fechada utilizando notação matemática



Fonte: (OGATA, 2010)

## 3.2 Controle Clássico

Os sistemas de controle clássicos possuem a predileção por tratar sistemas monovariáveis, lineares e invariantes no tempo, mas esta não é a condição mais provável para um sistema físico. Ao longo do tempo foram desenvolvidas ferramentas, como a Transformada de Laplace, para contornar algumas dificuldades inerentes ao equacionamento dos modelos matemáticos e também métodos como o dos lugares das raízes ou resposta de frequência.

Os sistemas de controle modernos possuem o índice de desempenho em termos de variáveis de estado, e possuem técnicas para tratar sistemas multivariáveis, não lineares e variantes no tempo.

A forma prática de trabalhar com sistemas de controle clássicos é através de modelos matemáticos para descrever a dinâmica dos sistemas a partir das leis físicas que regem seus comportamento e desempenho. As variáveis dos sistemas articulam-se dinamicamente e são expressas matematicamente utilizando, geralmente, equações diferenciais, e podem ser relações lineares ou não lineares. Para sistemas não lineares é habitual que seja feita a linearização do sistema, ou de uma região que se queira controlar, utilizando como ferramenta a Série de Taylor.

Outra ferramenta extremamente importante é a Transformada de Laplace que converte uma equação diferencial no domínio do tempo em uma equação algébrica no domínio da frequência, facilitando a manipulação matemática na utilização dos métodos de controle.

A relação das variáveis de saída com a de entrada do sistema, é denominada de Função de Transferência(FT) e apresenta as características dinâmicas do sistema.

### **3.2.1 Modelagem matemática**

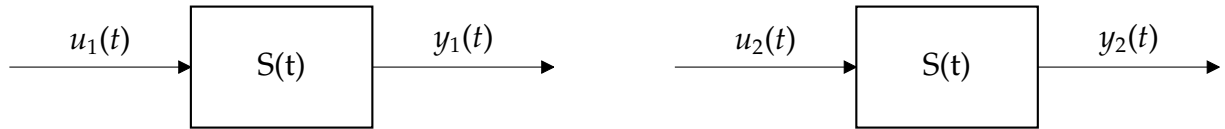
A maioria dos sistemas físicos pode ser modelado matematicamente através de equações diferenciais parciais e é comum que os sistemas apresentem comportamento exponencial, e também apresentam não linearidades, que dependendo da aplicação, podem ser aproximadas em regiões específicas de operação e as equações sofrem transformadas para simplificar a manipulação e resolução dos problemas encontrados nos diversos sistemas assim como o apresentado neste estudo.

### **3.2.2 Sistema Linear**

Quase que a totalidade dos processos naturais apresentam aspectos não lineares, porém a técnica de controle clássico trabalha apenas com sistemas lineares, assim existem duas opções para trabalhar com sistemas não lineares: mudar o método de controle para uma técnica não convencional ou linearizar em torno de um ponto de operação. A linearização é o processo de encontrar um modelo linear que atenda bem a aproximação do modelo não linear em questão (OGATA, 2010).

Dado um sistema  $S(t)$  para uma entrada  $u(t) = u_1(t)$  tem-se uma saída  $y(t) = y_1(t)$  e para uma entrada  $u(t) = u_2(t)$  tem-se uma saída  $y(t) = y_2(t)$ .

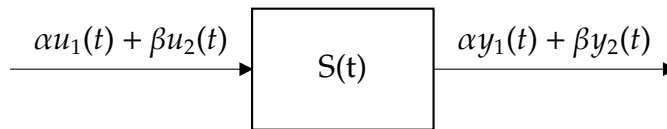
**Figura 3.5:** Sistema simples



Fonte: (OGATA, 2010)

Assim para a região linear próxima ao ponto de operação, uma combinação linear na entrada  $u(t) = \alpha u_1(t) + \beta u_2(t)$  produz  $y(t) = \alpha y_1(t) + \beta y_2(t)$ ,  $\forall \alpha, \beta \in \mathbb{R}$ , que é o princípio da superposição ilustrado na Figura 3.6.

**Figura 3.6:** Princípio da Superposição



Fonte: (OGATA, 2010)

## Linearização

Para o processo de linearização de um sinal, uma forma comumente utilizada é através da Série de Taylor, onde dado um plano cartesiano e uma função  $f$  com um ponto qualquer com coordenadas  $x$  e  $y$  com pequenas variações  $\bar{x}$  e  $\bar{y}$ , temos que:

$$y = \bar{y} + \left. \frac{df}{dx} \right|_{\bar{x}} (x - \bar{x}) + \frac{1}{2!} \left. \frac{d^2f}{dx^2} \right|_{\bar{x}} (x - \bar{x})^2 + \frac{1}{3!} \left. \frac{d^3f}{dx^3} \right|_{\bar{x}} (x - \bar{x})^3 + \dots \quad (3.1)$$

A Série de Taylor é truncada após o segundo membro da somatória, pois  $(x - \bar{x})^n$  é cada vez menor na medida em que o expoente aumenta, fazendo com que tal parcela da somatória tenda a zero, assim despreza-se tais termos e tem-se:

$$y = \bar{y} + \left. \frac{df}{dx} \right|_{\bar{x}} (x - \bar{x}) \quad (3.2)$$

### 3.2.3 Transformada de Laplace

A Transformada de Laplace é utilizada em controle como uma ferramenta matemática para facilitar a solução de equações diferenciais lineares, utilizando uma variável complexa  $s$ , operações como derivação e integração podem ser substituídas por operações algébricas no plano complexo, domínio da frequência, e após a resolução realiza-se a Transformada Inversa de Laplace para retornar a solução para o domínio do tempo.

A definição e sua dedução de forma rigorosa podem ser encontradas em (OGATA, 2010) e não será discutida neste trabalho, mas vale aqui apresentar apenas a sua definição e uma parte da tabela de conversão.

A Transformada de Laplace é definida como:

$$\mathcal{L}\{f(t)\} = F(s) = \int_0^{\infty} f(t)e^{-st} dt \quad (3.3)$$

Onde:

$\mathcal{L}$  : Operador da Transformada de Laplace

$f(t)$  : função da variável  $t$  tal que  $f(t) = 0$  para  $t < 0$

$F(s)$  : Transformada de Laplace de  $f(t)$

$s$  : variável complexa

A Transformada Inversa de Laplace é definida como:

$$\mathcal{L}^{-1}\{F(s)\} = \frac{1}{2\pi j} \int_{c-j\infty}^{c+j\infty} F(s)e^{st} ds, \text{ para } t > 0 \quad (3.4)$$

Onde:

$\mathcal{L}^{-1}$  : Operador da Transformada Inversa de Laplace

$c$  : Número real constante, abscissa da convergência.

Difícilmente a Transformada Inversa de Laplace é utilizada, podendo ser utilizado o método de frações parciais ou a tabela de conversão.



A Tabela 3.1 mostra alguns pares de Transformadas de Laplace, e uma tabela mais completa pode ser encontrada no Capítulo 2 de (OGATA, 2010).

**Tabela 3.1:** Pares de Transformadas de Laplace

$f(t)$	$F(s)$
Impulso unitário $\delta(t)$	1
Degrau unitário $1(t)$	$\frac{1}{s}$
$t$	$\frac{1}{s^2}$
$\frac{t^{n-1}}{(n-1)!} (n = 1, 2, 3, \dots)$	$\frac{1}{s^n}$
$t^n (n = 1, 2, 3, \dots)$	$\frac{n!}{s^{n+1}}$
$e^{-at}$	$\frac{1}{s+a}$
$t^n e^{-at} (n = 1, 2, 3, \dots)$	$\frac{n!}{(s+a)^{n+1}}$
$\frac{1}{a}(1 - e^{-at})$	$\frac{1}{s(s+a)}$
$\frac{1}{b-a}(e^{-at} - e^{-bt})$	$\frac{1}{(s+a)(s+b)}$

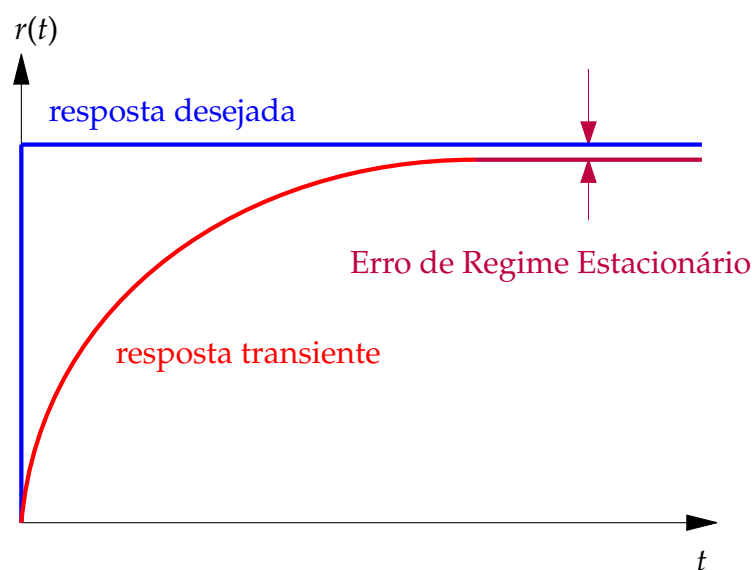
### 3.3 Ação de Controle

A ação de controle é a forma como se busca atender os chamados requisitos de desempenho do sistema, que de um modo geral se efetuam através de modificações das características da relação entrada/saída para se obter os valores desejados dessa relação, ou ainda ajustar o comportamento da saída para uma dada entrada específica.

Os principais e mais comuns requisitos de desempenho dos sistemas são associados a velocidade de resposta, presença ou não de oscilações na estabilização e a exatidão da resposta do sistema em relação ao valor desejado, chamada de erro de regime estacionário.

O erro de regime estacionário, mostrada na Figura 3.24, é uma medida que vai tender a zero em sistemas ideais, mas que na realidade não alcança o valor zero, assim assume-se um valor aceitável, 5% do valor da resposta desejada para sistemas não críticos e 2% para sistemas de maior grau de criticidade, para assumir que o sistema entrou em estabilidade, e a resposta real é aceita como tendo atingido o valor de resposta desejada.

Para realizar o controle de um sistema é necessário que estejam bem definidos os

**Figura 3.7:** Gráfico da função Resposta

Fonte: (DORF; BISHOP, 2011)

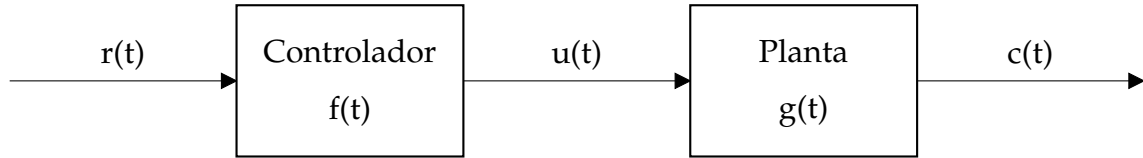
seus requisitos, que são os objetivos a serem atendidos. Quando um sistema por si só já atende aos requisitos, não há a necessidade de controle. De forma oposta, é projetado o sistema de controle, que pode ser em malha aberta ou fechada, clássico ou moderno, convencional ou não-convencional, dependendo das características físicas do sistema.

Para a execução de um sistema de controle podem ser verificados requisitos do sistema de duas formas básicas, sendo a primeira através dos testes e levantamento empírico da sua curva de resposta ou através de seu modelo matemático, quando trabalha-se com elementos já bem estudados e com a equação que representa seu comportamento empírico bem estabelecida por diversos estudos anteriores.

Em DORF; BISHOP(2011) é abordado o controlador PID, uma das principais soluções e a mais encontrada em aplicações industriais segundo OGATA(2010), que trata do mesmo tema e as versões de PID modificados no Capítulo 10 de seu trabalho. Ações de controle do tipo PID são responsáveis por controlar a planta e atender aos requisitos de desempenho desejados ao sistema.

O controle em malha aberta é o sistema mais simples de ser implementado, não possui realimentação, ou seja, o controlador não possui uma indicação da variável controlada, não sendo possível a sua correção caso haja alguma interferência, oscilação, ruído, ou mesmo que o sistema não apresente baixo rendimento.

**Figura 3.8:** Sistema de controle em malha aberta



Fonte: (OGATA, 2010)

O sistema físico aqui estudado possui comportamento exponencial que pode ser descrito pela equação 4.1.

$$\frac{dc(t)}{dt} + c(t) = r(t) \rightarrow \mathcal{L} \rightarrow \frac{C(s)}{R(s)} = \frac{K}{s + a} \quad (3.5)$$

Onde:

$t$  : tempo,  $r(t) = 0$  , para  $t < 0$ ;

$\mathcal{L}$  : Operador de Laplace;

$c(t)$  : Variável controlada no domínio do tempo;

$C(s)$  : Variável controlada no domínio da frequência;

$r(t)$  : Valor de referência (*setpoint*) no domínio do tempo;

$R(s)$  : Valor de referência (*setpoint*) no domínio da frequência.

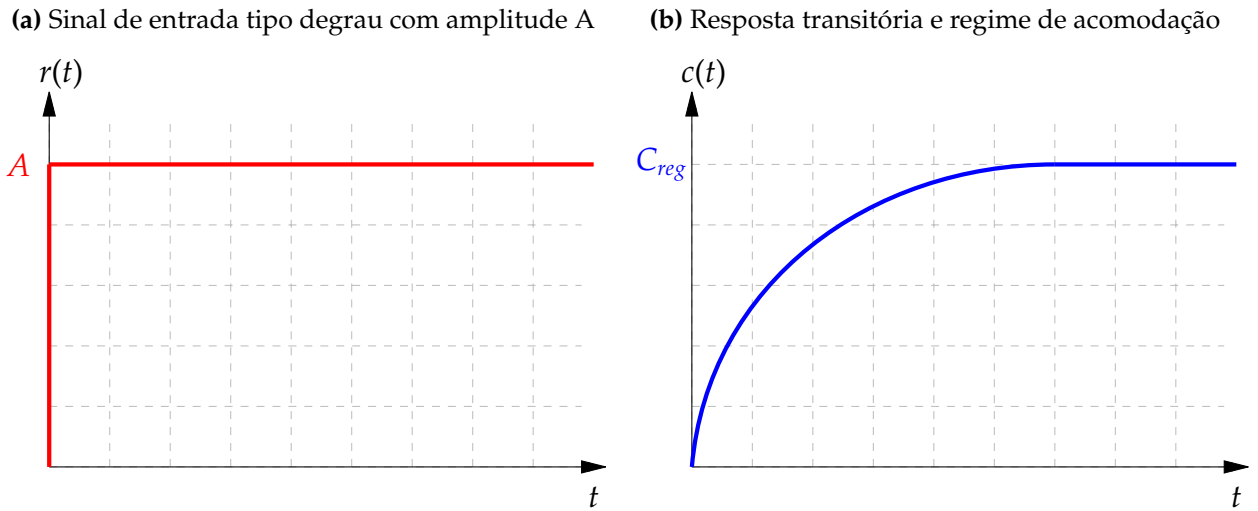
$K$  : Constante de proporcionalidade;

$s$  : Variável complexa de Laplace;

$a$  : Polo da função.

Sendo assim, para um estímulo de entrada do tipo **degrau**, conforme Tabela 3.1, com amplitude **A**, temos  $R(s) = \frac{A}{s}$  e aplicando a Transformada Inversa de Laplace:

$$C(s) = \frac{K}{s + a} \frac{A}{s} \rightarrow \mathcal{L}^{-1} \rightarrow c(t) = \frac{KA}{a} (1 - e^{-at}) \quad (3.6)$$

**Figura 3.9:** Sistema de Primeira Ordem

Fonte: (OGATA, 2010)

A Figura 4.3a mostra um sinal do tipo degrau com amplitude  $A$  aplicado ao sistema de teste, que responde conforme um sistema de primeira ordem como mostrado na Figura 4.3b. A partir de um determinado instante de tempo, entra em regime constante ( $c_{reg}$ ), alcançando o valor de referência dado pelo degrau de amplitude  $A$ . Assim quando  $t \rightarrow \infty$  então  $c_{reg} \rightarrow A$ :

Aplicando o Teorema do Valor Final pode-se ver que o  $c_{reg}$  estabiliza em um valor constante como mostrado pela Equação 3.7:

$$C_{reg} = \lim_{s \rightarrow 0} sC(s) = \lim_{s \rightarrow 0} s \frac{K}{s+a} \frac{A}{s} = \frac{KA}{a} \quad (3.7)$$

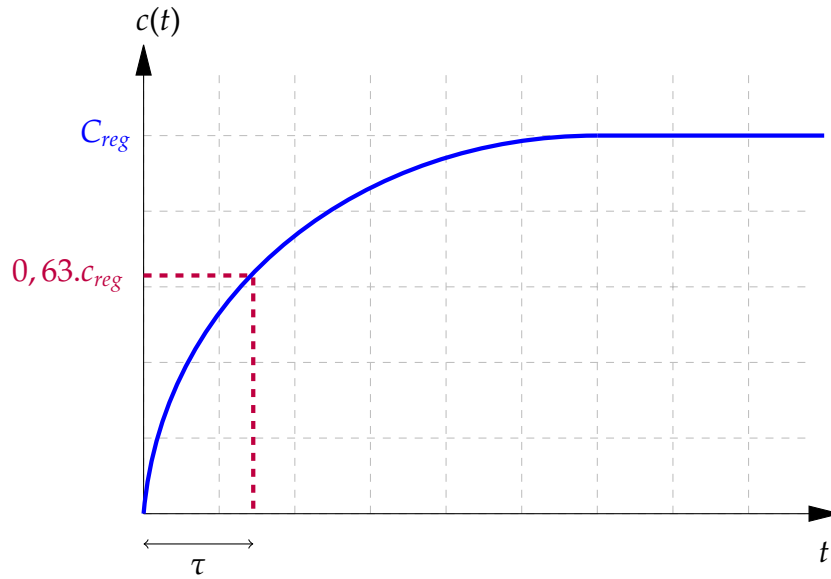
Matematicamente, quanto maior o valor de  $t$  na Equação 4.2, o resultado de sua exponencial tende a zero, levando a um resultado que depende apenas das constantes, como mostrado na Equação 3.7.

Tomando  $t = \frac{1}{a} = a^{-1} = \tau$  para gerar um valor conhecido em  $e^{-at}$ , da Equação 4.2 temos:

$$c(a^{-1}) = \frac{KA}{a}(1 - e^{-(a \cdot a^{-1})}) = \frac{KA}{a}(1 - e^{-1}) = \frac{KA}{a} \cdot 0,63 = 0,63 \cdot C_{reg} \quad (3.8)$$

A Figura 4.4 mostra a constante de tempo  $\tau$ , que é atingida quando o sistema alcança 63% do seu valor de regime. Como sabemos que  $\tau = \frac{1}{a}$ , então o polo do

Figura 3.10: Constante de tempo



Fonte: (OGATA, 2010)

sistema, que leva o denominador da Equação 4.2 a zero, é:

$$a = \frac{1}{\tau} \quad (3.9)$$

Portanto:

$$K = \frac{aC_{reg}}{A} \quad (3.10)$$

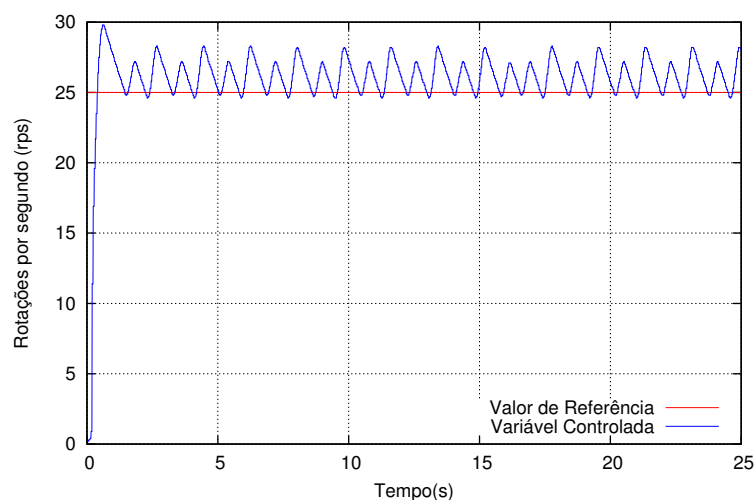
### 3.3.1 Duas posições ou Liga-Desliga

É o tipo de ação de controle mais simples de ser implementado, porém o de menor precisão, pois opera com potência máxima até que o sensor atinja um determinado valor limite, mudando a ação para potência mínima, geralmente zero.

A Figura 3.11 mostra o gráfico obtido no sistema de teste, onde a velocidade de rotação do motor oscila entre os valores de 25 e 30 rps, sendo o valor desejado em 25 rps. Todas estas oscilações podem representar perda de energia, pois o motor está recebendo energia em excesso sem necessidade, porém sua implementação é simples e não requer um conhecimento específico e aprofundado de controle.

O código fonte que gerou o resultado obtido na Figura 3.11 é mostrado na Figura

**Figura 3.11:** Ação de Controle Liga-Desliga



Fonte: Próprio autor

**Figura 3.12:** Código da Ação de Controle Liga-Desliga

```

1 long controlador_LigaDesliga{ long setpoint, long
   sensor }
2 {
3     if( sensor > setpoint )
4         return( 0 );
5     else
6         return( 100 );
7 }

```

Fonte: Próprio autor

3.12, sendo apresentada apenas a função que realiza função de controle, que neste caso tem como parâmetros de entrada os valores de *setpoint* e do *sensor* e o seu valor de retorno é o parâmetro de entrada da função de acionamento da modulação por largura de pulso (*PWM - Pulse Width Modulation*), que neste caso utiliza apenas os valores extremos.

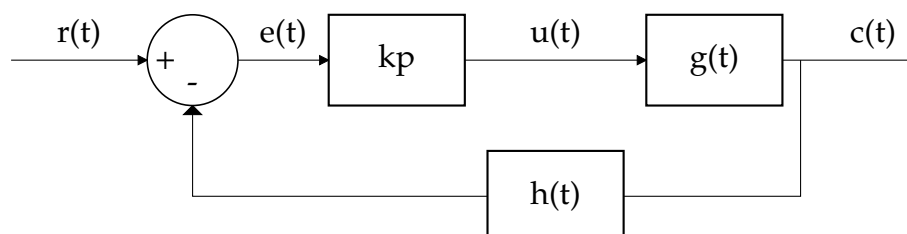
### 3.3.2 Controlador Proporcional (P)

No controle proporcional, o erro é multiplicado por uma constante  $k_p$  gerando o sinal  $u(t)$ , que é a variável manipulada que atua sobre o sistema  $g(t)$ .

$$u(t) = k_p.e(t) \quad (3.11)$$

O diagrama de blocos da Figura 3.13 mostra o bloco  $kp$  que tem seu comportamento descrito pela Equação 3.11 e que atua diretamente sobre o sistema através da variável manipulada  $u(t)$ .

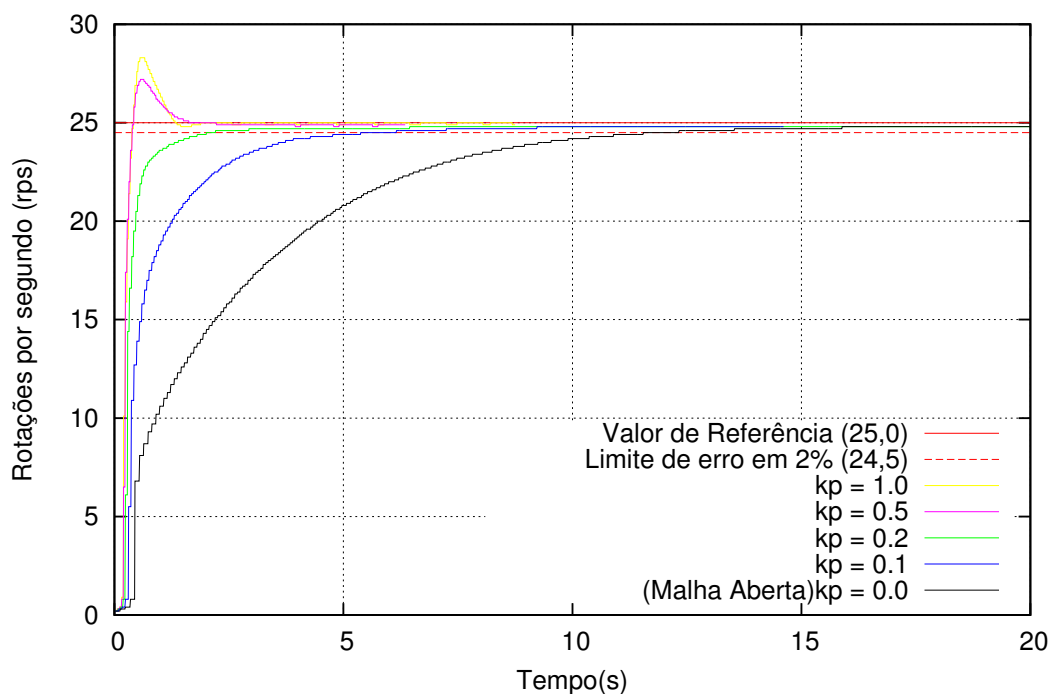
**Figura 3.13:** Diagrama em blocos de sistema de controle em malha fechada utilizando notação matemática



Fonte: Próprio autor

Variando o valor de  $kp$  pode-se ver pela Figura 3.14 que quanto maior o seu valor, mais rápida é a resposta do sistema, ou seja, menor é o tempo necessário para alcançar o valor de referência, porém, depois de um determinado valor, o sistema apresenta um sobressinal, que pode ou não ser tolerável, dependendo das exigências da aplicação.

**Figura 3.14:** Ação de Controle Proporcional



Fonte: Próprio autor

O controlador que foi implementada a função proporcional está apresentado na Figura 3.15, onde pode-se verificar a utilização de variáveis do tipo ponto flutuante (*float*) para obtenção de maior precisão nos cálculos e conseqüentemente, no controle.

O nome das variáveis faz alusão a sua representação no diagrama de blocos da Figura 3.13.

A função implementada, declarada na linha 7 possui três parâmetros de entrada e possui um parâmetro de retorno, sendo:

- *setpoint* : recebe o valor de rotação desejado ao sistema, o valor de referência;
- *max* : representa o máximo valor que o sistema alcança;
- *sensor* : recebe o valor de rotação atual da planta;
- *return* : Parâmetro de retorno da função que assume um valor entre 0 e 100, pois é o parâmetro de entrada do controlador PWM que efetua o acionamento do motor.

**Figura 3.15:** Código da Ação de Controle Proporcional

```

1 float kp = 0.1;
2 float ki = 0.0002;
3 float kd = 2.0;
4 float yT, rT, eT, iT, dT, uT;
5 long Cout, pwmAlvo;
6
7 long controlador{ long setpoint, long max, long sensor
8     }
9 {
10     rT = (float) setpoint;
11     yT = (float) sensor;
12     pwmAlvo = ((setpoint*100)/max);
13
14     eT = rT - yT;
15
16     uT = kp*eT;
17
18     Cout = pwmAlvo + uT;
19
20     if( Cout < 0 )
21         Cout = 0;
22     else if( Cout >= 100 )
23         Cout = 100;
24
25     return( Cout );
26 }
```

Fonte: Próprio autor

Nas linhas 9 e 10 os parâmetros de entradas são convertidos em ponto flutuante para realização dos cálculos e atribuídos às respectivas variáveis auxiliares.



A variável *pwmAlvo* recebe o valor percentual da velocidade de referência, como a velocidade mínima é zero, basta dividir o *setpoint* pelo valor *max* e multiplicar por 100 conforme feito na linha 11.

A linha 14 realiza o cálculo do erro, subtraindo do valor de referência (*rT*) o valor do erro (*ht*).

Na linha 18 a variável manipulada recebe o erro (*eT*) sendo multiplicado proporcionalmente pelo coeficiente *kp*, que caracteriza esta configuração de controle.

A variável *Cout*, é a variável com o valor que será o retorno da função, que serve de parâmetro de entrada ao gerador de sinal PWM que atua sobre o motor.

*Cout* recebe o valor da variável *pwmAlvo* que é a aplicação de um degrau com valor de referência do sistema somado somada a *uT* que possui o valor proporcional ao erro do sistema.

Inicialmente, considerando o sistema em repouso, o erro possui um valor alto, então, *Cout* é inicializada com um valor bem maior do que o necessário para gerar o valor de referência, ou seja, um valor de *pwm* referente a uma velocidade bem maior do que os 25 *rps* de referência da aquisição mostrada na Figura 3.14. Conforme o sistema começa a girar, e a velocidade aumenta, o erro diminui, o que diminui o incremento ao *pwmAlvo*, até que este incremento seja zero quando o valor lido pelo sensor alcançar o valor de referência, que é o próprio valor do degrau que está em *pwmAlvo*.

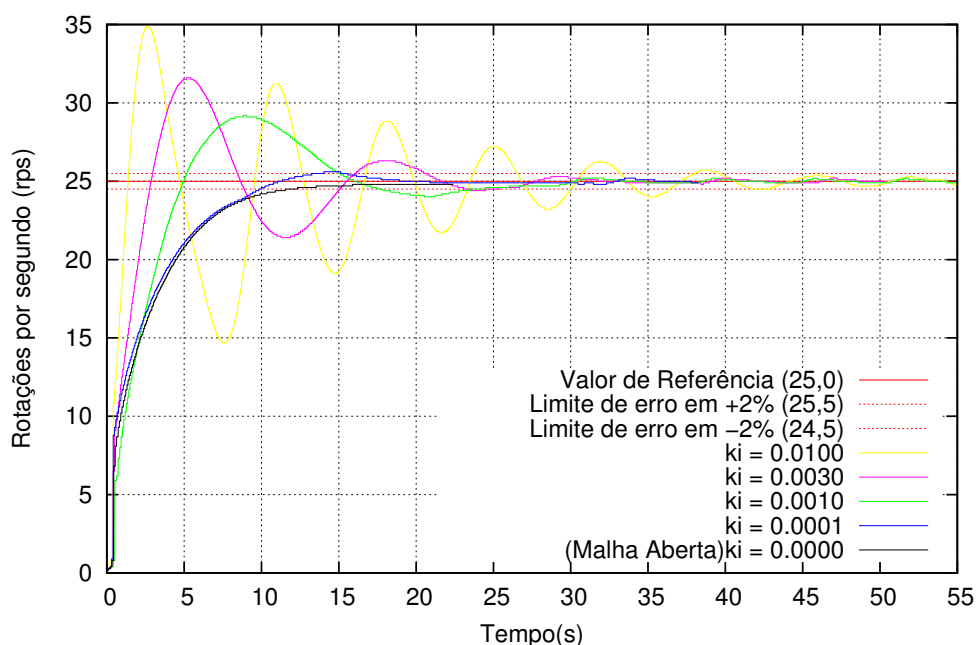
O código entre as linhas 20 e 23 são necessárias apenas para não gerar um valor incorreto para o parâmetro do PWM, o que poderia causar falhas no acionamento.

### 3.3.3 Controlador Integral (I)

O controlador integral atua acumulando o erro do sistema, conforme equação descrita abaixo:

$$u(t) = ki \int_0^{\infty} e(t)dt \quad (3.12)$$

A resposta apresentada pelo sistema está plotada na Figura 3.16 e mostra que ao aumentar o valor do coeficiente *ki* o sistema começou a oscilar e demorou mais para estabilizar dentro de um valor limite próximo ao valor de referência.

**Figura 3.16:** Ação de Controle Integral

Fonte: Próprio autor

A Figura 3.17 mostra o código da função que implementou o controlador com ação integral, responsáveis por gerar propriamente a ação de integração do erro.

**Figura 3.17:** Código da Ação de Controle Integral

```

13
14     eT = rT - yT;
15     iT += eT * i;
16     uT = iT;

```

Fonte: Próprio autor

A ação de integração é uma somatória de pequenas amostras do erro, que somadas ao longo do tempo levam o sistema a um erro zero, porém demoram mais tempo para alcançar a estabilidade e facilmente geram sobressinal.

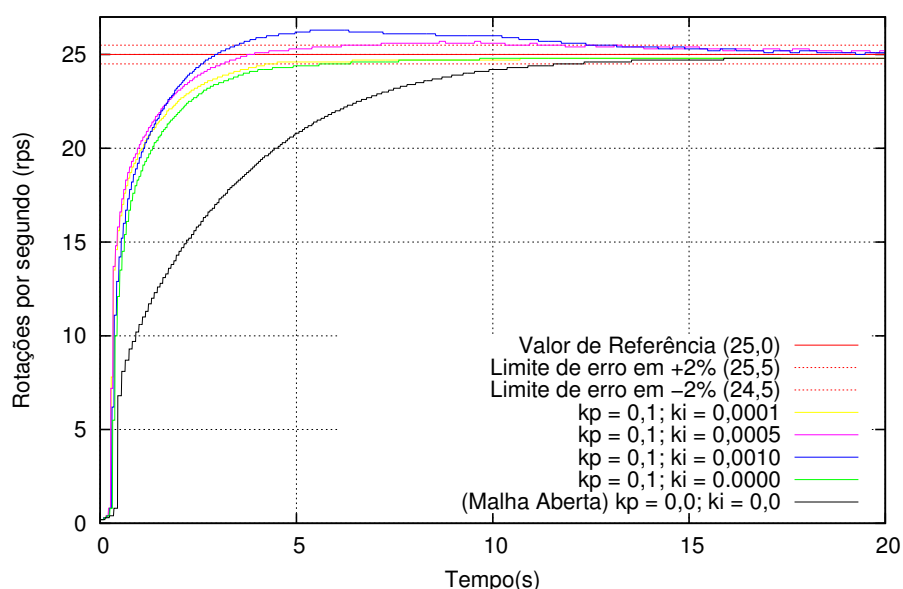
### 3.3.4 Controlador Proporcional + Integral (PI)

O controlador Proporcional Integral (PI) como o próprio nome indica, é a união das ações de controle que levam seu nome, e busca unir as suas propriedades.

$$u(t) = k_p \cdot e(t) + k_i \int_0^{\infty} e(t) dt \quad (3.13)$$

O intuito neste controlador é reduzir o tempo de resposta do sistema pelo controle proporcional e ao mesmo tempo gerar um erro nulo quando a estabilidade é atingida.

**Figura 3.18:** Ação de Controle Proporcional Integral



Fonte: Próprio autor

Como pode-se ver no gráfico da Figura 3.18 foi utilizado um valor de  $k_i = 0.1$  para obter uma subida em um tempo tido como bom, ou seja, subida mais rápida e sem gerar sobressinal, de acordo com os valores mostrados na Figura 3.14.

**Figura 3.19:** Código da Ação de Controle Proporcional Integral

```

13
14   eT = rT - yT;
15   iT += eT * i;
16   uT = iT + p*eT;

```

Fonte: Próprio autor

O código da Figura 3.19 mostra a implementação das funções de controle proporcional e integral, sendo que a linha 15 mostra a somatória característica do controle integral.

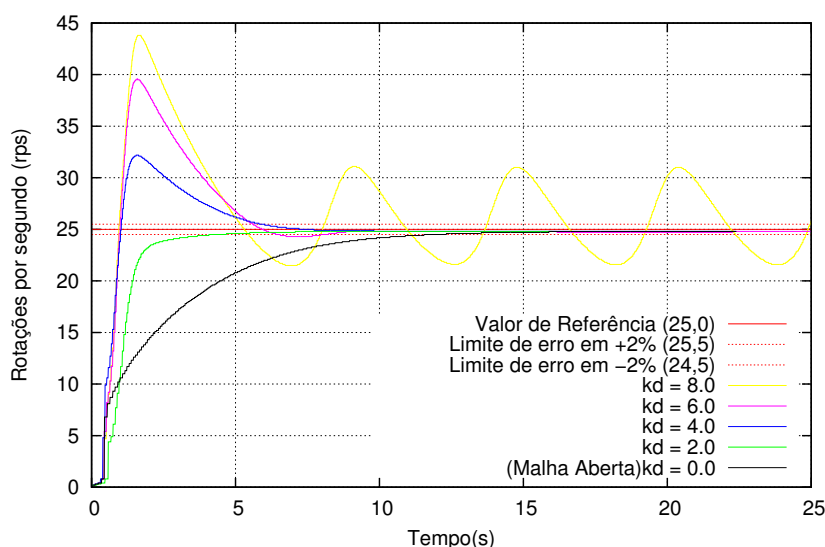
### 3.3.5 Controlador Proporcional + Derivativo (PD)

A ação de controle proporcional e derivativo propicia uma resposta mais rápida, pois a ação derivativa gera um grande erro se houver variações abruptas.

$$u(t) = kp.e(t) + kd.\frac{de(t)}{dt} \quad (3.14)$$

A figura 3.20 mostra que a resposta do sistema é a mais rápida dos ações de controle estudadas, e também gera o maior sobressinal.

**Figura 3.20:** Ação de Controle Proporcional Derivativo



Fonte: Próprio autor

A linha 13 da Figura 3.21 mostra como foi codificada a ação de controle Derivativa modificada.

**Figura 3.21:** Código da Ação de Controle Proporcional Derivativo

```

13  dT = (eT - (rT-yT)) * d;
14  eT = rT - yT;
15
16  uT = dT + p*eT;
```

Fonte: Próprio autor

A ação de controle derivativa (PD) é modificada pois é utilizada a diferença do erro na iteração anterior com o erro com os dados atuais, diferente do que ocorre com o controlador PD teórico, onde a derivada implica na diferença entre o valor atual e uma

pequena variação positiva do tempo, ou seja, uma amostra futura, que é impossível de ser obtida na prática.

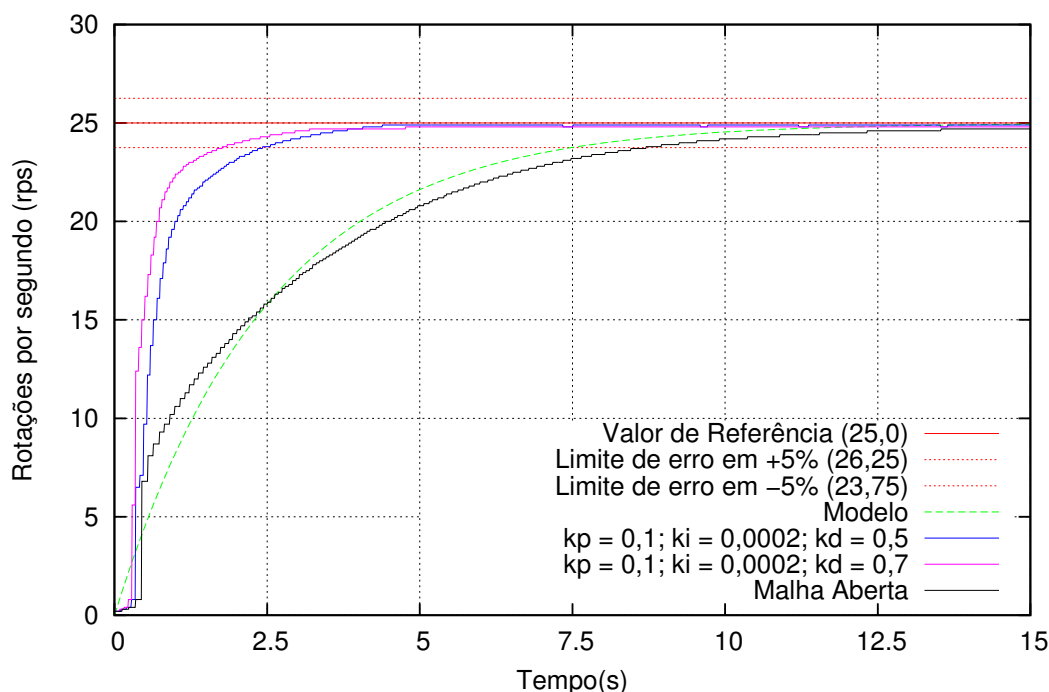
### 3.3.6 Controlador Proporcional + Integral + Derivativo (PID)

O controlador Proporcional Integral Derivativo é uma das configurações mais utilizadas por sua versatilidade, unindo as características que permitem ajustar o tempo de subida, o sobressinal e o erro de estado estacionário, conforme a necessidade e a aplicação.

$$u(t) = k_p.e(t) + k_i \int_0^{\infty} e(t)dt + k_d.\frac{de(t)}{dt} \quad (3.15)$$

O controlador PID pode ser implementado de diversas formas, pode ter o parâmetro proporcional influenciando diretamente as demais ações, ou não, como neste caso onde as ações de controle são utilizadas de forma independentes, e o erro é utilizado para cada uma das partes da soma do sinal da variável manipulada ( $u(t)$ ).

**Figura 3.22:** Ação de Controle Proporcional Integral Derivativo



Fonte: Próprio autor

Os dois sinais utilizando o controle PID utilizou parâmetros já testados nos controladores anteriores para obter um resultado desejado, onde o sistema responde de

forma bem rápida ao estímulo de entrada, tendo um tempo de subida entre 3 e 4 segundos para atingir a estabilidade com erro de estado estacionário menor do que 2%, sem gerar sobressinal.

Em comparação ao sinal de controle em malha aberta, que a estabilidade é alcançada em um tempo de aproximadamente 12 segundos, o ganho de velocidade é considerável para o sistema estudado, pois foi reduzido a pelo menos um terço do tempo original.

A Figura 3.23 mostra a codificação completa dos parâmetros do PID, onde pode-se perceber que sua implementação é simples, apesar da teoria ser complexa.

**Figura 3.23:** Código da Ação de Controle Proporcional Integral Derivativo

```

13     dT = (eT - (rT-yT)) * d;
14     eT = rT - yT;
15     iT += eT * i;
16     uT = p*eT + iT + dT;

```

Fonte: Próprio autor

Para o microcontrolador efetuar as subtrações é algo que requer pouco processamento, mas as multiplicações são bem mais complexas e exigem mais memória e tempo de processamento, e é claro que trabalhando em ponto flutuante esta complexidade também é muito grande. O controlador utilizado possui uma unidade de processamento de ponto flutuante, o que possibilitou uma performance capaz de efetuar todos os cálculos sem afetar a leitura de velocidade do sistema.

### 3.4 Requisitos de desempenho do sistema

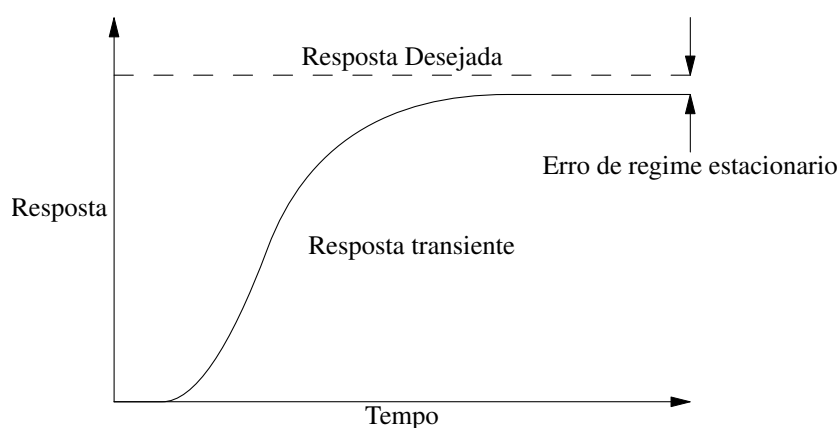
Os sistemas de controle buscam atender os chamados requisitos de desempenho do sistema, que de um modo geral se efetuam através de modificações das características da relação entrada/saída para se obter os valores desejados dessa relação, ou ainda ajustar o comportamento da saída para uma dada entrada específica.

Os principais e mais comuns requisitos de desempenho dos sistemas são associados a velocidade de resposta, presença ou não de oscilações e a exatidão da resposta do sistema em relação ao valor desejado, chamada de erro de regime estacionário.

O erro de regime estacionário, mostrada na Figura 3.24, é uma medida que vai tender a zero em sistemas ideais, mas que na realidade não alcança o valor zero, assim assume-se um valor aceitável, 5% do valor da resposta desejada para sistemas não

críticos e 2% para sistemas de maior grau de criticidade, para assumir que o sistema entrou em estabilidade, e a resposta real é aceita como tendo atingido o valor de resposta desejada.

**Figura 3.24:** Gráfico da função Resposta



Fonte: Próprio autor

Para realizar o controle de um sistema é necessário que estejam bem definidos os seus requisitos, que são os objetivos a serem atendidos. Quando um sistema por si só já atende aos requisitos, não há a necessidade de controle. De forma oposta, é projetado o sistema de controle, que pode ser em malha aberta ou fechada, clássico ou moderno dependendo das características físicas do sistema.

Para a execução de um sistema de controle podem ser verificados requisitos do sistema de duas formas básicas, sendo a primeira através dos testes e levantamento empírico da sua curva de resposta ou através de seu modelo matemático, quando trabalha-se com elementos já bem estudados e com a equação que representa seu comportamento empírico bem estabelecida por diversos estudos anteriores.

## 4. Sistema Físico

### 4.1 Construção de um sistema físico para controle

O sistema físico, ou protótipo, foi desenvolvido utilizando a placa de desenvolvimento da Texas Instruments, modelo *Tiva™* TM4C123GH6PM, drive para acionamento do motor utilizando PWM, motor DC acoplado a um CD, com uma etiqueta, Figura 4.1a, para acionar o sensor óptico e servir de indicador para contagem de giros do motor. Fonte de alimentação chaveada de 12V 10W. A maior parte do sistema pode ser visto na Figura 4.1b .

**Figura 4.1:** Visão geral do sistema

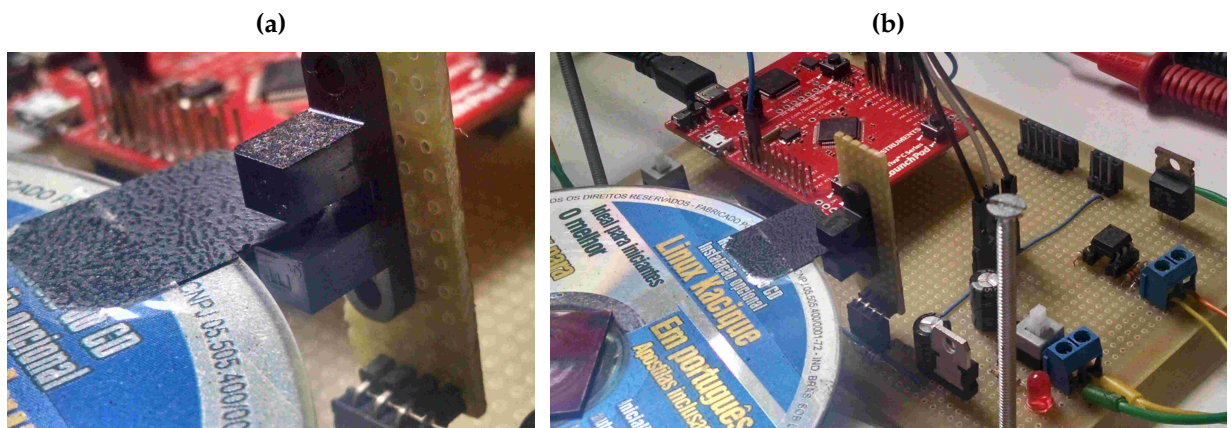


Figure: Próprio autor

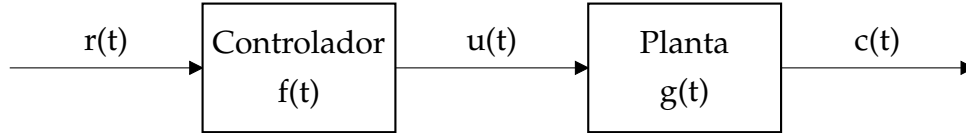
### 4.2 Obtenção de um modelo do processo

Para melhor compreensão dos modelos dinâmicos dos sistemas, é utilizado o Diagrama de blocos do comportamento do sistema em malha aberta, conforme Figura 4.2(OGATA, 2010).



Utilizando variáveis para cada elemento do Diagrama de blocos, de forma a representá-los nas equações, temos então que:

**Figura 4.2:** Sistema de controle em malha aberta



Fonte: Próprio autor

Onde:

$r(t)$ : Valor de Referência em rotações por segundo [rps];

$f(t)$ : Controlador que converte rps em % PWM para acionar o motor;

$u(t)$ : Variável Manipulada é o valor percentual do PWM;

$g(t)$ : Planta ou Processo formado pelo motor DC com o disco acoplado no eixo;

$c(t)$ : Variável Controlada é a velocidade de rotação do eixo em rps.

O sistema físico aqui estudado possui comportamento exponencial que pode ser descrito pela equação 4.1.

$$\frac{dc(t)}{dt} + c(t) = r(t) \rightarrow \mathcal{L} \rightarrow \frac{C(s)}{R(s)} = \frac{K}{s + a} \quad (4.1)$$

Onde:

$t$  : tempo,  $r(t) = 0$  , para  $t < 0$ ;

$\mathcal{L}$  : Operador de Laplace;

$c(t)$  : Variável controlada no domínio do tempo;

$C(s)$  : Variável controlada no domínio da frequência;

$r(t)$  : Valor de referência (*setpoint*) no domínio do tempo;

$R(s)$  : Valor de referência (*setpoint*) no domínio da frequência.

$K$  : Constante de proporcionalidade;

$s$  : Variável complexa de Laplace;

$a$  : Polo da função.

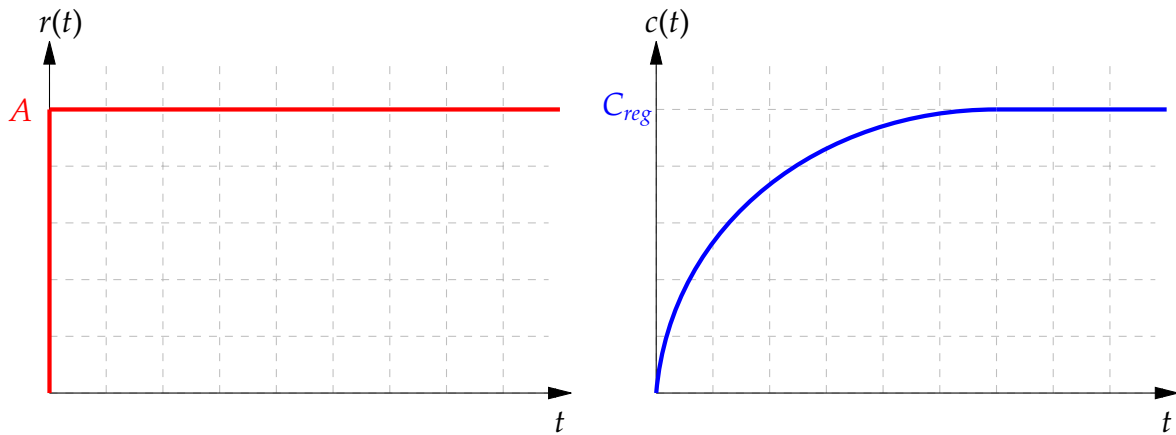
Sendo assim, para um estímulo de entrada do tipo **degrau**, com amplitude **A**, temos  $R(s) = \frac{A}{s}$  e aplicando a Transformada Inversa de Laplace:

$$C(s) = \frac{K}{s+a} \frac{A}{s} \rightarrow \mathcal{L}^{-1} \rightarrow c(t) = \frac{KA}{a}(1 - e^{-at}) \quad (4.2)$$

A Figura 4.3a mostra um sinal do tipo degrau com amplitude **A** aplicado ao sistema de teste, que responde conforme um sistema de primeira ordem como mostrado na Figura 4.3b.

**Figura 4.3:** Sistema de Primeira Ordem

(a) Sinal de entrada tipo degrau com amplitude A (b) Resposta transitória e regime de acomodação



Fonte: Próprio autor

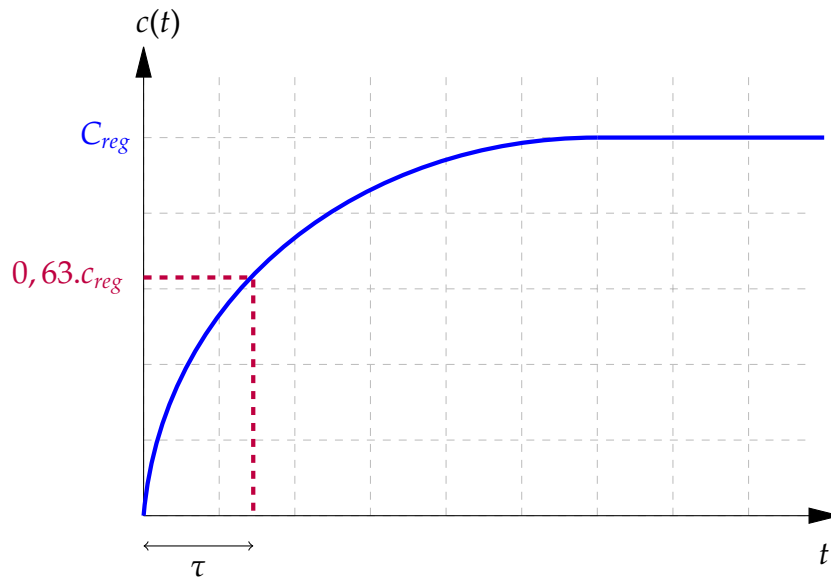
Matematicamente, quanto maior o valor de  $t$  na Equação 4.2, o resultado da exponencial tende a zero, levando a um resultado que depende apenas das constantes para o valor de referência.

Tomando  $t = \frac{1}{a} = a^{-1} = \tau$  para gerar um valor conhecido em  $e^{-at}$ , da Equação 4.2 temos:

$$c(a^{-1}) = \frac{KA}{a}(1 - e^{-(a \cdot a^{-1})}) = \frac{KA}{a}(1 - e^{-1}) = \frac{KA}{a} \cdot 0,63 = 0,63 \cdot C_{reg} \quad (4.3)$$

A Figura 4.4 mostra a constante de tempo  $\tau$ , que é atingida quando o sistema alcança 63% do seu valor de regime. Como sabemos que  $\tau = \frac{1}{a}$ , então o polo do

**Figura 4.4:** Constante de tempo



Fonte: Próprio autor

sistema, que leva o denominador da Equação 4.2 a zero, é:

$$a = \frac{1}{\tau} \quad (4.4)$$

Portanto:

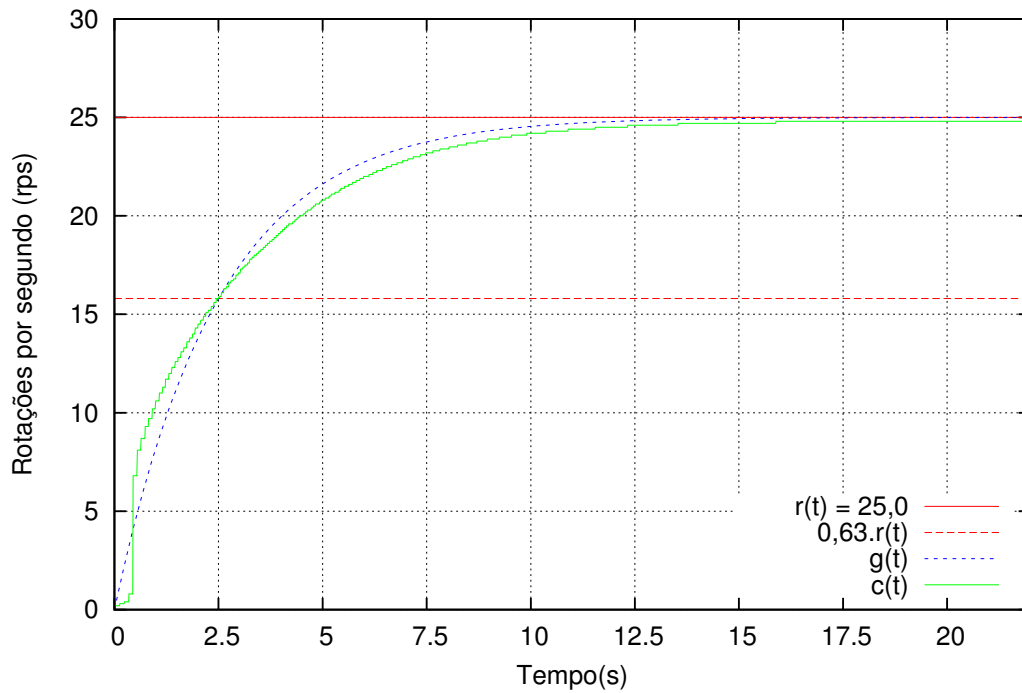
$$K = \frac{ac_{reg}}{A} \quad (4.5)$$

A Figura 4.2 mostra um sinal do tipo degrau aplicado como referência no valor de 25 rps, a curva de comportamento real medida empiricamente e a curva aproximada calculada pelo método determinístico como segue:

A Figura 4.5 possui uma linha indicativa que mostra o ponto de intercepção da curva ao valor de 63% do valor de referência, e empiricamente foi gerado um gráfico com divisões no eixo do Tempo no valor de  $\tau = 2,5s$ .

Calculando o polo da função:

$$a = \frac{1}{\tau} = \frac{1}{2,5} = 0,4 \quad (4.6)$$

**Figura 4.5:** Ação de Controle em Malha Aberta

Como  $c_{reg} = 25$  e  $A$  também é 25 então na Equação 4.5  $K = a$  e assim temos que:

$$c(t) = \frac{KA}{a}(1 - e^{-at}) = \frac{0,4 \cdot 25}{0,4}(1 - e^{-0,4 \cdot t}) = 25(1 - e^{-0,4 \cdot t}) \quad (4.7)$$

Aplicando a Transformada de Laplace:

$$\frac{C(s)}{R(s)} = \frac{K}{s + a} = \frac{0,4}{s + 0,4} \quad (4.8)$$

Para a equação no formato canônico tanto o numerador quanto o denominador são divididos pelo próprio valor de  $K$ . Assim temos que:

$$\frac{C(s)}{R(s)} = \frac{1}{\tau s + 1} = \frac{1}{2,5s + 1} \quad (4.9)$$

Baseado no gráfico mostrado na Figura 4.5, o valor de tempo em que o motor assume a velocidade de referência é aproximadamente  $5\tau$ , 12,5 s, e como objetivo para uma primeira versão da implementação do controle utilizando LPA2v é proposto que o sistema reduza o tempo de alcance da velocidade alvo em um tempo de no máximo

$1\tau$ , ou seja, 2,5s.

### 4.2.1 Qualidade do modelo

A qualidade do modelo é relativa ao erro aceitável para o sistema estudado. Para o modelo obtido neste estudo foi aplicada o cálculo de Erro Relativo Percentual, e foram feitas análises em trechos diferentes em função da não linearidade inicial apresentada pelo comportamento do motor da planta em estudo.

A equação para o cálculo de Erro Relativo Percentual foi:

$$\%erro = \frac{|valor\ real - valor\ calculado|}{valor\ real} \times 100 \quad (4.10)$$

Realizando a somatória para o cálculo de erro médio com todas as amostras aquisitadas:

$$\%erro = \frac{100}{N} \cdot \sum_{n=0,00}^{n=22,40} \frac{|r[n] - c[n]|}{r[n]} \quad (4.11)$$

Onde:

r : valor real;

c : valor calculado;

n : número da amostra aquisitada;

N : número total de amostras.

Obs.: As aquisições começaram com tempo inicial de 0,00 s até o tempo final de 22,40 segundos, com intervalo de 10 milisegundos entre aquisições, totalizando 2240 amostras.

Foi obtido um valor médio de 2,71% de erro para o intervalo de aquisição de 50ms até os 22,40 s, que é o fim da aquisição, desconsiderando a região transitória não linear que ocorre nos instantes iniciais, mas que considera-se não relevante para a atual análise, inclusive pelo baixo valor de erro no restante do intervalo de comparação.

De forma mais detalhada, foram calculados os erros médios relativos para cada

intervalo de tempo de um  $\tau$ , e pode-se notar, pela Tabela 4.1, que o erro de estado estacionário, para o intervalo acima de  $5 \tau$ , é menor do que 1%.

**Tabela 4.1:** Erro Relativo Percentual para intervalos determinados por  $\tau$

Intervalo de amostras	erro médio relativo
1 a $2 \tau$	3,16 %
2 a $3 \tau$	3,38 %
3 a $4 \tau$	2,00 %
4 a $5 \tau$	2,29 %
$> 5 \tau$	0,82 %

Fonte: Próprio autor

Desconsiderando a região transitória não linear que ocorre nos instantes iniciais do movimento do eixo do motor, o intervalo de maior erro é de 3,38%, conforme mostrado na Tabela 4.1, ressaltando ainda que no regime estacionário o erro é menor do que 1%. Assim, considera-se que o modelo utilizado é bom e representa razoavelmente bem o sistema físico real.

## 5. Controlador Paraconsistente

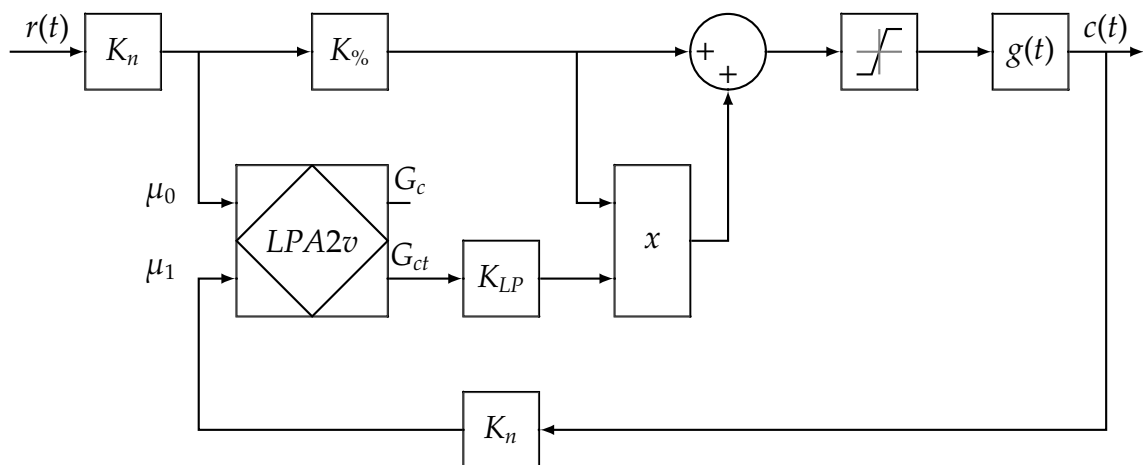
Controlador utilizando Lógica Paraconsistente Anotada Evidencial  $E\tau$

### 5.1 Resultados

O processo de implementação da LPA2v como parte do núcleo do controlador produziu algumas tentativas sendo que segue aquela de melhor resultado, não esgotando as formas e tentativas que poderão se seguir no decorrer da pesquisa.

A Figura 5.1 mostra o diagrama de blocos da implementação da LPA2v inserida na malha de controle.

**Figura 5.1:** Diagrama de blocos do controle utilizando a LPA2v



Fonte: Próprio autor

Temos então a descrição dos blocos :

- $K_n$ : Bloco de normalização da grandeza de velocidade de giro do motor em rotações por segundo para o intervalo fechado entre 0,0 e 1,0. São dois blocos, sendo um para o parâmetro de referência, ou *setpoint*, e o outro para o sinal do

sensor que efetua a leitura diretamente na planta de processo;

- $K_{\%}$ : Normaliza o valor em um intervalo fechado de 0,0 a 1,0 para um intervalo de 0 a 100 correspondente ao parâmetro do acionamento por PWM;
- $LPA2v$ : Calcula os graus de Certeza e Contradição de acordo com os parâmetros de entrada, que são os graus de evidência favorável  $\mu_0$  e  $\mu_1$  e são respectivamente referentes ao valor desejado e ao valor real lido diretamente na planta;
- $K_{LP}$ : Coeficiente de ganho proporcional do grau de contradição;
- $x$ : Bloco multiplicador;
- $g(t)$ : Planta do sistema;
- *Soma*: Bloco somador;
- *Saturação*: Bloco limitador, impede o valor do PWM ultrapassar seu valor máximo de 100%.

Para implementação do controlador foram realizados alguns testes para verificar a velocidade máxima que o motor alcança, chegando ao valor de 85 rotações por segundo (rps), com isso, foi possível ajustar o bloco  $K_n$  para  $\frac{1}{85}$ , e sabe-se que o limite máximo para entrada em  $r(t)$  é 85 e o mínimo é 0.

O bloco  $K_{\%}$  é apenas um fator multiplicador com valor 100.

O bloco da  $LPA2v$  apresenta a seguinte proposição:

*P: O eixo do motor apresenta rotação igual ao valor de referência.*

Para tal proposição, são utilizados dois especialistas:  $\mu_0$  é o grau de crença que refere-se ao valor desejado, e corresponde ao valor teórico para acionamento do PWM; e  $\mu_1$ , que é o grau de crença com que o motor atinge a velocidade de giro desejada, é o valor utilizado como realimentação do sistema.

O bloco  $LPA2v$  calcula os graus de descrença das respectivas entradas:

$$\lambda_0 = 1 - \mu_0 \quad \lambda_1 = 1 - \mu_1 \quad (5.1)$$

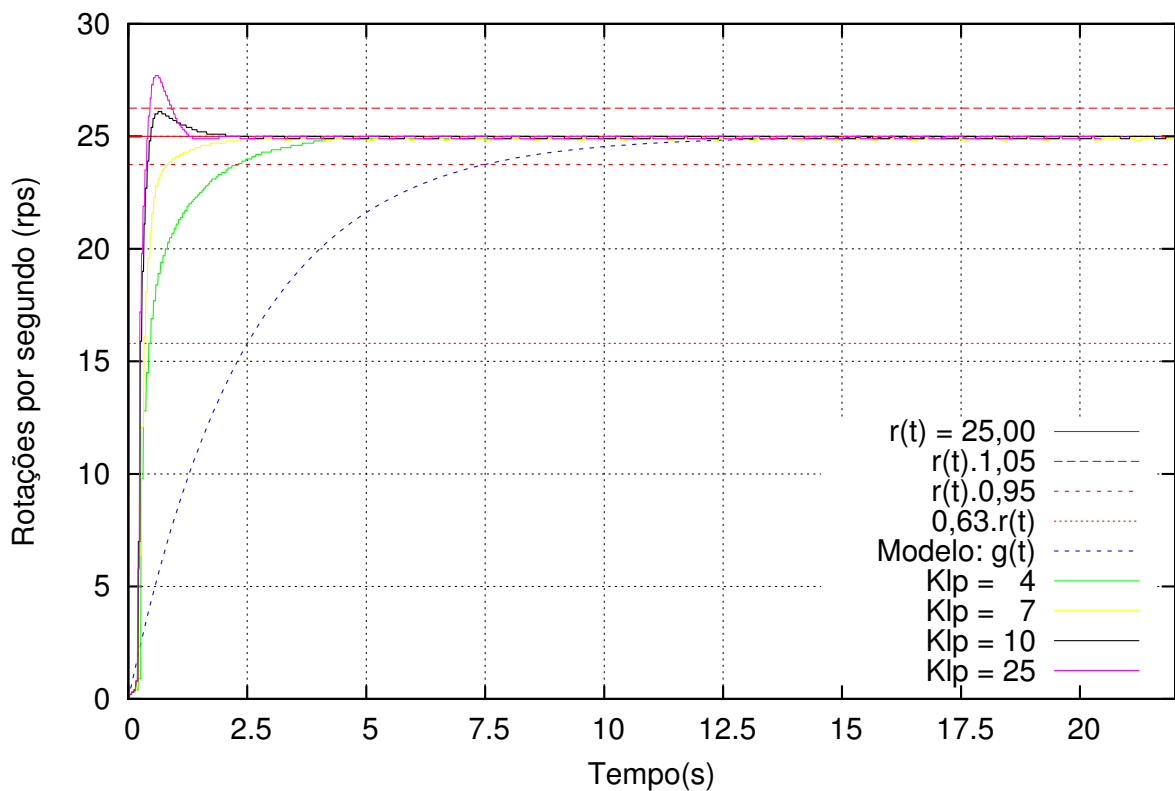


Para o cálculo dos graus de Certeza e Contradição são utilizados:

$$P_{(\mu_0, \lambda_1)} \quad (5.2)$$

Os resultados da ação de controle utilizando a LPA2v são mostrados na Figura 5.2, onde pode-se ver que para um  $K_{LP}$  variando de 4 até 10, o sistema apresenta comportamento que atende aos requisitos de desempenho, pois o valor de regime entra na janela formada pelo erro de 5% referente ao valor desejado em um tempo menor do que um  $\tau$ , ou seja, 2,5s. Mesmo o sobressinal gerado com  $K_{LP} = 10$ , não chega a ultrapassar o valor limite máximo de erro.

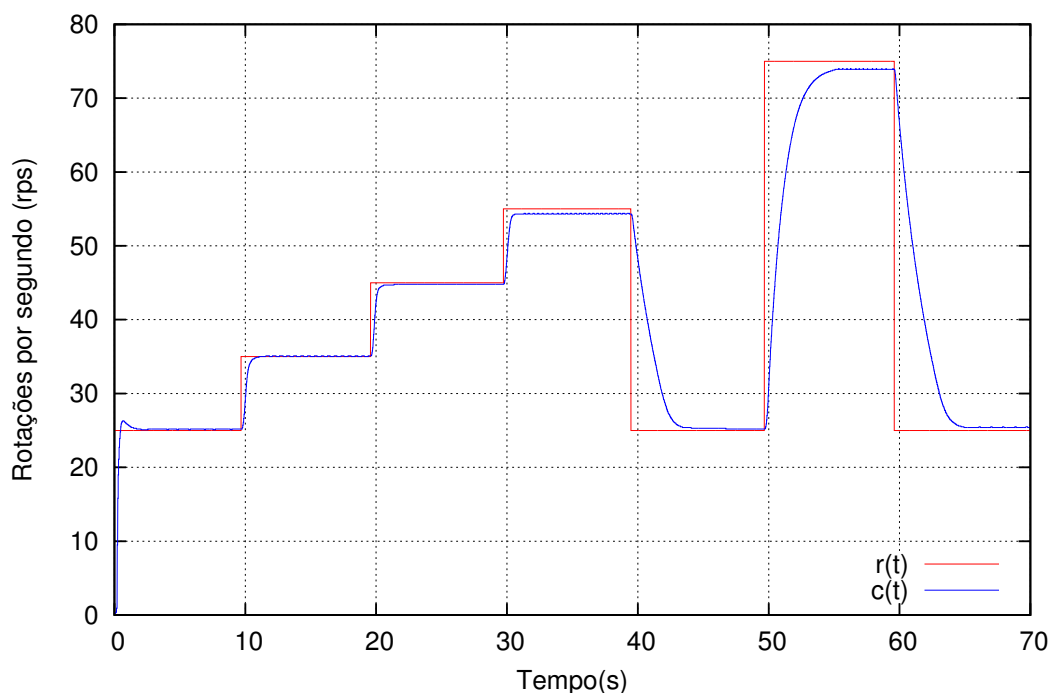
**Figura 5.2:** Ação de controle utilizando LPA2v



Fonte: Próprio autor

Em um segundo momento foi gerado um sinal de referência variável, assumindo valores de patamar diferentes a cada intervalo de tempo aproximado de 10s. A Figura 5.3 mostra o sinal de referência junto ao sinal de resposta da planta, onde nota-se que com um degrau com variação de 25, houve um sobressinal, porém para os demais patamares, a variação foi menor, e com isso, não apresentaram sobressinal. Outro ponto notado foi que o erro é cada vez maior quanto maior for o valor de desejado, de referência.

**Figura 5.3:** Ação de controle utilizando LPA2v para valores alvo variáveis



Fonte: Próprio autor

Apesar destes detalhes o resultado é tido como muito bom e promissor, pois possibilitou que a LPA2v fosse testada de forma empírica em um sistema de controle dinâmico, obtendo uma performance dentro de um padrão mínimo estabelecido.

## 5.2 Etapas a serem desenvolvidas

- Estudar a LPA2v;
- Implementar um controlador utilizando LPA2v;
  - Estabelecer a configuração do sistema;
  - Descrever o controlador e parâmetros de ajuste;
- Otimizar parâmetros e analisar performance;

## 6. Conclusão

Conclui-se que ... como sistema operacional GNU/Linux Debian 8(Jessie), GNOME Shell, Editor de texto e códigos fonte VIM, compilador GCC para ARM (arm-none-eabi-gcc), GNU Make, processador de texto  $\text{\LaTeX}$ - pdfTEX, pacotes geradores de figuras TikZ, PGF e GNU pic(Groff), gerador de gráficos GNUPlot, teminal de comunicação Minicom e gravador LM4Flash.

# Referências Bibliográficas

ABE, J. M.; FILHO, J. I. da S.; TORRES, G. L. *Inteligência Artificial com as Redes de Análise Paraconsistentes*.: Teoria e aplicação. 1ª. ed. [S.l.]: LTC, 2008.

BUENO-SOLER, J.; CARNIELLI, W.; TESTA, R. (Ed.). *Consistency, Contradiction, Paraconsistency, and Reasoning - 40 year of CLE*. Campinas, São Paulo - Brazil: Center for Logic, Epistemology and the History of Science, 2016.

CARVALHO, F. R. de; BRUNSTEIN, I.; ABE, J. M. Um estudo de tomada de decisão baseado em lógica paraconsistente anotada: Avaliação do projeto de uma fábrica. *Revista Pesquisa e Desenvolvimento Engenharia de Produção*, São Paulo, n. 1, p. 47–62, Dez 2003.

COELHO, M. S. *Controle PI Híbrido com Lógica Paraconsistente aplicado em malha de controle de nível em vaso pressurizado*. Dissertação (Mestrado) — Universidade Santa Cecília, Santos, 2015.

DA SILVA FILHO, J. I. Métodos de aplicações da lógica paraconsistente anotada de anotação com dois valores-lpa2v. *Revista Seleção Documental*, Santos, v. 1, n. 1, p. 18–25, Março 2006.

DA SILVA FILHO, J. I.; ABE, J. M. Aspectos de lógica e teoria da ciência: Pesquisa e métodos de aplicações da lógica paraconsistente anotada em sistemas de inteligência artificial. *Instituto de Estudos Avançados da Universidade de São Paulo*, São Paulo, p. 50–83, 2011.

DORF, R. C.; BISHOP, R. H. *Modern control systems*. 12ª. ed. New Jersey: Pearson Education, Inc, 2011.

GOMES, E. L. *Sobre a história da paraconsistência e a obra de da Costa: a instauração da Lógica Paraconsistente*. Tese (Doutorado) — Instituto de Filosofia e Ciências Humanas - Universidade Estadual de Campinas, Campinas, 2013.

KRAUSE, D. Lógica paraconsistente. *Scientific American Brasil*, São Paulo, n. 30, p. 70–77, Nov 2004.

MARIO, M. C.; FILHO, J. I. da S.; ABE, J. M. Modelo de análise de mamografias através do uso da lógica paraconsistente anotada para auxílio de diagnóstico de patologias da mama. *Tópicos de Sistemas Inteligentes Baseados em Lógicas Não-Clássicas*, São Paulo, p.

97–115, 2016.

NISE, N. *Engenharia de sistemas de controle*. 3<sup>a</sup>. ed. Califórnia: LTC, 2009.

NUNES, V. C. *Aplicação da Lógica Paraconsistente Anotada de anotação com dois valores - LPA2v em tomada de decisão de um Manipulador Robótico Industrial no processo de paletização*. Dissertação (Mestrado) — Universidade Santa Cecília, Santos, 2015.

OGATA, K. *Modern Control Engineering*. 5<sup>a</sup>. ed. New Jersey: Prentice Hall, Pearson Education, Inc, 2010.

TORRES, C. R.; REIS, R. Utilização da lógica paraconsistente anotada evidencial para controle de uma unidade robótica móvel autônoma. *Tópicos de Sistemas Inteligentes Baseados em Lógicas Não-Clássicas*, São Paulo, p. 5–32, 2016.