

INSTITUTO FEDERAL DE EDUCAÇÃO, CIÊNCIA E TECNOLOGIA DE SÃO PAULO

JOSÉ WILLIAM RODRIGUES PEREIRA

CONTROLE DE SISTEMA DINÂMICO UTILIZANDO LÓGICA  
PARACONSISTENTE ANOTADA EVIDENCIAL  $E\tau$

SÃO PAULO  
2018

JOSÉ WILLIAM RODRIGUES PEREIRA

CONTROLE DE SISTEMA DINÂMICO UTILIZANDO LÓGICA  
PARACONSISTENTE ANOTADA EVIDENCIAL  $E\tau$

Dissertação apresentada ao Instituto Federal  
de Educação, Ciência e Tecnologia de São  
Paulo como requisito para obtenção do grau  
de Mestre em Automação e Controle de  
Processos

Orientador: Profº Dr. Tarcisio Fernandes Leão

SÃO PAULO  
2018

P492c Pereira, José William Rodrigues

CONTROLE DE SISTEMA DINÂMICO UTILIZANDO  
LÓGICA PARACONSISTENTE ANOTADA EVIDENCIAL  $E\tau$  / José  
William Rodrigues Pereira , - - São Paulo, 2018.  
85f. : il

Orientador: Tarcisio Fernandes Leão .  
Mestre (Automação e Controle de Processos ) - -  
Instituto Federal de Educação, Ciência e Tecnologia de São Paulo ,  
2018.

1.Técnicas de Controle 2.Lógica Paraconsistente 3.Controle Não-  
Convencional. I. Leão, Tarcisio Fernandes. II. Título.

CDD 003.3

JOSÉ WILLIAM RODRIGUES PEREIRA

CONTROLE DE SISTEMA DINÂMICO UTILIZANDO LÓGICA  
PARACONSISTENTE ANOTADA EVIDENCIAL  $E\tau$

Dissertação apresentada ao Instituto Federal  
de Educação, Ciência e Tecnologia de São  
Paulo como requisito para obtenção do grau  
de Mestre em Automação e Controle de  
Processos

Orientador: Profº Dr. Tarcisio Fernandes Leão

Aprovado pela banca examinadora em ...../...../2018

**BANCA EXAMINADORA**

---

Profº Dr. Tarcisio Fernandes Leão  
Orientador

---

Profº Dr. Eduardo Alves da Costa

---

Profº Dr. Cláudio Rodrigo Torres

# Dedicatória

Dedico este trabalho à minha família, pela paciência; aos amigos de curso e professores, pelo companheirismo e dedicação; a todos que em algum momento compartilharam ideias, palavras de incentivo e carinho; A todos os amantes do saber.

# Agradecimentos

À minha família e à minha esposa Fernanda, que além de apoio incondicional souberam compreender todo o esforço e dedicação destinados a este trabalho.

Ao Profº Dr. Tarcisio Fernandes Leão por acreditar no potencial deste trabalho, pela orientação ativa e sempre bem humorada, pela dedicação e apoio tanto em sala quanto em conversas informais, desde sempre.

Ao Profº Me. Vander Célio Nunes por apresentar e ensinar a Lógica Paraconsistente Anotada Evidencial  $Et$ , pela dedicação e amor ao ensino.

Ao Instituto Federal de Educação Ciência e Tecnologia de São Paulo, em todo seu corpo docente de qualidade reconhecida, que foram e ainda são um referencial e um objetivo de formação profissional e de excelência nos diversos ramos do conhecimento educacional, científico e tecnológico, tanto na graduação quanto no programa de mestrado.

À todos os colegas que fizeram parte desta jornada algo muito agradável, mostrando as individualidades e as potencialidades, ampliando a noção de respeito, parceria e amizade.

*"Pense em nós como uma espécie de símbolo. Somos o sonho que a humanidade cria para dar sentido às sombras da caverna. Muito bem, agora vá em frente."*  
(Deuses Americanos)

**Neil Gaiman**

# Resumo

O objetivo deste estudo é mostrar uma implementação não convencional de um controle em malha fechada utilizando a Lógica Paraconsistente Anotada Evidencial  $E\tau$  (LPAE $\tau$ ), de forma a atender requisitos específicos de desempenho em um sistema físico proposto. Sistemas de Controle são amplamente utilizados no setor industrial e buscam uma maior eficiência de tempo e energia, mantendo uma qualidade dos processos e do sistema controlado. O desenvolvimento de técnicas classificadas como Inteligência Artificial fez surgir outras opções para o controle de sistemas, contudo ainda há escassez de implementações e testes usando técnicas alternativas. Para tanto é realizado um levantamento do modelo matemático desse sistema físico, que é utilizado como referência para a implementação de um controle clássico, com um controlador PI, bem como a definição dos requisitos de desempenho do sistema, que norteiam a implementação proposta utilizando a LPAE $\tau$ , possibilitando assim a sua validação por comparação entre os resultados dos controladores. Para o sistema testado, os resultados entre os controladores PI e LPAE $\tau$  foram equivalentes, tendo o tempo de subida como destaque, pois para a janela de tolerância de  $\pm 5\%$  adotada, tal valor foi alcançado em  $t = 2,5s$  com o controlador PI e  $t < 1.25s$  com o controlador LPAE $\tau$ . Os resultados ainda mostraram algumas possibilidades para futuras melhorias, que se direcionam para plantas mais complexas, como sistemas de segunda ordem, e ainda permitem trabalhar com sistemas sem a necessidade de conhecê-lo para controlá-lo, adaptando seus parâmetros à ocasião após algumas rodadas de aprendizado. Os estudos e os resultados mostram um grande potencial para a implementação e exploração da LPAE $\tau$  em sistemas de controle, de forma semelhante as técnicas mais difundidas como uma Lógica Fuzzy, Redes Neurais, Controle Adaptativo, Algoritmo Evolutivo, Inteligência Artificial e Aprendizagem de máquina, inclusive utilizando-as como suporte de geração de parâmetros de controle.

**PALAVRAS-CHAVE:** Controle Não Convencional; Lógica Paraconsistente; Técnicas de Controle



# Abstract

The objective of this study is to show an unconventional implementation of a closed-loop control using the Paraconsistent Annotated Logic Evidential  $E\tau$  (PAL  $E\tau$ ) in order to meet specific performance requirements in a proposed physical system. Control systems are widely used in the industrial sector and seek efficiency of time and energy, while maintaining a quality of processes and the controlled system. The development of techniques classified as Intelligence Artificial has given rise to other options for the control of systems, however there is still a shortage of implementations and tests using alternative techniques. For this purpose a survey of the mathematical model of this physical system, which is used as a reference for the implementation of a with a PI controller, as well as system performance requirements, which guide the implementation of roposing to use PAL  $E\tau$ , thus enabling its validation by comparison between the results of the controllers. For the system tested, the results between PI controllers and PALE $\tau$  were equivalent, with the rise time as highlight, because for the tolerance window of 5%, value was reached at  $t = 2.5s$  with the PI controller and  $t < 1.25s$  with the PALE $\tau$  driver. The results still showed some possibilities for future improvements, which more complex systems, such as second-order systems, and systems without the need to know control it, adapting its parameters to the occasion after some learning rounds. Initial studies and results show great potential for implementation and exploitation of PALE $\tau$  in control systems, in a similar to the most widespread techniques such as a Fuzzy Logic, Networks Neural Networks, Adaptive Control, Evolutionary Algorithm, Intelligence Artificial and Machine Learning, including using them as support for generation of control parameters.

**KEYWORDS:** Unconventional control; Paraconsistent logic; Control Techniques;

# Lista de Figuras

2.1	Reticulado finito de Hasse . . . . .	26
2.2	Representação do reticulado no quadrado unitário no plano cartesiano .	28
2.3	Representação da Reta Perfeitamente Definida . . . . .	28
2.4	Representação da Reta Perfeitamente Indefinida . . . . .	30
2.5	Representação dos Graus de Certeza e Contradição em um plano cartesiano	31
2.6	Representação dos valores de controle . . . . .	32
2.7	Representação do reticulado da Lógica $E\tau$ subdividido em 12 regiões . .	32
2.8	Representação do reticulado da Lógica $E\tau$ subdividido em 8 regiões . . .	34
2.9	Representação do Grau de Certeza Real no reticulado . . . . .	35
3.1	Diagrama de blocos do controle utilizando a $LPAE\tau$ . . . . .	38
3.2	Representação do reticulado da $LPAE\tau$ dividido em duas partes . . . . .	39
3.3	Representação do reticulado da $LPAE\tau$ para ação de controle Liga-Desliga	41
3.4	Representação do reticulado da $LPAE\tau$ . . . . .	42
3.5	Representação da zona morta no reticulado da $LPAE\tau$ . . . . .	43
3.6	Representação da região de travamento no reticulado da $LPAE\tau$ . . . . .	44
3.7	Representação da região ativa no reticulado da $LPAE\tau$ . . . . .	45
3.8	Representação da região ativa no reticulado da $LPAE\tau$ . . . . .	46
4.1	Visão geral do sistema . . . . .	50
4.2	Representação do reticulado da $LPAE\tau$ para o controlador . . . . .	53
5.1	Resultado gráfico do modelo matemático . . . . .	54
5.2	Comparação do modelo matemático com o comportamento empírico . .	55
5.3	Resultado dos controladores PI e $LPAE\tau$ . . . . .	57
5.4	Ação de controle utilizando $LPAE\tau$ . . . . .	59
5.5	Erro na Ação de controle utilizando $LPAE\tau$ . . . . .	60
A.1	Diagrama de blocos de sistema de controle . . . . .	66
A.2	Diagrama de blocos de sistema de controle em malha aberta . . . . .	66
A.3	Diagrama em blocos de sistema de controle em malha fechada . . . . .	67
A.4	Diagrama em blocos de sistema de controle em malha fechada utilizando notação matemática . . . . .	67
A.5	Sistema simples . . . . .	69
A.6	Princípio da Superposição . . . . .	69
A.7	Gráfico da função Resposta . . . . .	72
A.8	Sistema de controle em malha aberta . . . . .	73
A.9	Sistema de Primeira Ordem . . . . .	74

A.10	Constante de tempo . . . . .	75
A.11	Ação de Controle Liga-Desliga . . . . .	76
A.12	Diagrama em blocos de sistema de controle em malha fechada utilizando notação matemática . . . . .	76
A.13	Ação de Controle Proporcional . . . . .	77
A.14	Ação de Controle Integral . . . . .	78
A.15	Diagrama em blocos de sistema de controle em malha fechada utilizando notação matemática . . . . .	78
A.16	Ação de Controle Proporcional Integral . . . . .	79
B.1	Diagrama de blocos de sistema de controle em malha aberta . . . . .	81
B.2	Sistema de controle em malha aberta . . . . .	81
B.3	Sistema de Primeira Ordem . . . . .	82
B.4	Constante de tempo . . . . .	83
B.5	Ação de Controle em Malha Aberta . . . . .	84

# Lista de Tabelas

3.1	Valores de correção para a condição de contradição . . . . .	47
5.1	Erro Relativo Percentual para intervalos determinados por $\tau$ . . . . .	56
5.2	Erro Médio Relativo Percentual . . . . .	58
5.3	Erro Relativo Percentual do controlador $LPAE\tau$ . . . . .	60
A.1	Pares de Transformadas de Laplace . . . . .	71

# Lista de abreviaturas e siglas

$c(t)$	Variável Controlada
$e(t)$	Erro em função do tempo
$f(t)$	Modelo do Controlador em função do tempo
$FT$	Função de Transferência
$g(t)$	Modelo da Planta do sistema
$G_f$	Grau de Falsidade
$G_v$	Grau de Verdade
$G_{CR}$	Grau de Certeza Real
$G_{ct}$	Grau de Contradição
$G_c$	Grau de Certeza
$G_{id}$	Grau de Indefinição
$G_{it}$	Grau de Inconsistência
$h(t)$	Modelo do elemento sensor
$LP$	Lógica Paraconsistente
$LPA$	Lógica Paraconsistente Anotada
$LPAE\tau$	Lógica Paraconsistente Anotada Evidencial $E\tau$
$PI$	Proporcional-Integral
$QUPC$	Quadrado Unitário no Plano Cartesiano

$r(t)$	Valor de Referência em função do tempo
$RTOS$	<i>Real Time Operating Systems</i> - Sistema Operacional de Tempo Real
$u(t)$	Variável manipulada
$V_{icc}$	Valor limite inferior de controle de certeza
$V_{ici}$	Valor limite inferior de controle de incerteza
$V_{scc}$	Valor limite superior de controle de certeza
$V_{sci}$	Valor limite superior de controle de incerteza

# Lista de símbolos

$V$	Verdadeiro
$F$	Falso
$\top$	Contradição
$\perp$	Paracompleto
$\mu$	grau de evidência favorável
$\lambda$	grau de evidência desfavorável
$\delta$	Fator de correção
$\mu_{ER}$	Grau de Evidência Real
$\mu_{ER}\delta$	Grau de Evidência Real com fator de correção
$\tau$	Em controle clássico: Intervalo de tempo que uma curva de 1º grau alcança 64% do valor de regime; Em LPAE $\tau$ : representa uma anotação
$\rightarrow$	Em lógica: Implica; Em cálculo: tende a
$\sim$	Negação
$\leftrightarrow$	Transposta
$\forall$	Para todo
$\neg$	Negação
$\vee$	Disjunção
$\wedge$	Conjunção
$\mathbb{R}$	Conjunto dos números reais

$\in$	Pertence
$\subset$	Está contido em
$\mathcal{L}$	Operador da Transformada de Laplace
$\mathcal{L}^{-1}$	Operador da Transformada Inversa de Laplace
$s$	Variável complexa de Laplace
$a$	Polo da função
$c$	Número real constante
$K$	Constante de proporcionalidade
$e$	Número de Euler, função exponencial



# Sumário

<b>1</b>	<b>Introdução</b>	<b>18</b>
1.1	A $LPAE\tau$ e suas aplicações . . . . .	19
1.2	Objetivo Geral . . . . .	21
1.2.1	Objetivos Específicos . . . . .	21
1.3	Relevância do trabalho . . . . .	21
<b>2</b>	<b>Revisão Bibliográfica</b>	<b>22</b>
2.1	Lógica Não-Convencional . . . . .	23
2.2	A Lógica Paraconsistente . . . . .	24
2.2.1	Reticulado de Hasse . . . . .	25
2.2.2	Quadrado Unitário no Plano Cartesiano - QUPC . . . . .	27
<b>3</b>	<b>Desenvolvimento</b>	<b>37</b>
3.1	Ação de controle Liga-Desliga utilizando a $LPAE\tau$ . . . . .	39
3.2	A variável manipulada e a equivalência do controle em malha aberta . .	41
3.3	A região de parada - zona morta . . . . .	43
3.4	A região de operação . . . . .	44
3.5	O fator de correção $\delta$ . . . . .	47
<b>4</b>	<b>Materiais e Métodos</b>	<b>49</b>
4.1	Materiais . . . . .	49
4.2	Métodos . . . . .	50
4.2.1	Obtenção de um modelo matemático do processo . . . . .	51
4.2.2	Qualidade do modelo . . . . .	51
4.2.3	Requisitos de desempenho do sistema . . . . .	52
4.2.4	Ensaio com o controlador Liga/Desliga . . . . .	52
4.2.5	Ensaio com o controlador PI . . . . .	52
4.2.6	Ensaio com o controlador $LPAE\tau$ . . . . .	53
<b>5</b>	<b>Resultados</b>	<b>54</b>
5.1	Outros testes realizados . . . . .	58
<b>6</b>	<b>Conclusão</b>	<b>61</b>
6.1	Trabalhos futuros . . . . .	62
<b>A</b>	<b>Apêndice A - Controle clássico de sistemas</b>	<b>65</b>
A.1	Representação dos Sistemas - Diagrama de Blocos . . . . .	66
A.2	Controle Clássico . . . . .	67

A.2.1	Modelagem matemática . . . . .	68
A.2.2	Sistema Linear . . . . .	68
A.2.3	Transformada de Laplace . . . . .	70
A.3	Ação de Controle . . . . .	71
A.3.1	Duas posições ou Liga-Desliga . . . . .	75
A.3.2	Controlador Proporcional (P) . . . . .	76
A.3.3	Controlador Integral (I) . . . . .	77
A.3.4	Controlador Proporcional + Integral (PI) . . . . .	78
<b>B</b>	<b>Apêndice B - Modelo matemático do processo</b>	<b>80</b>

# 1. Introdução

Tendo em vista que estudos de novas formas de lógicas não clássicas estão em curso, a lógica paraconsistente surge como uma promissora ferramenta para tomada de decisão em diversos campos de aplicação como a robótica, automação industrial, inteligência artificial, logística, controle, entre outras(DA SILVA FILHO, 2006).

Segundo o Dr. Krause(2004), professor e pesquisador do departamento de Filosofia da Universidade Federal de Santa Catarina: "Alguns dos campos mais férteis de aplicação dessas lógicas têm sido a ciência da computação, a engenharia e a medicina."e cita ainda que:

"... na inteligência artificial essas lógicas foram usadas a partir da década de 1980 por H. Blair e V. S. Subrahmanian, da Universidade de Siracusa, Estados Unidos, e colaboradores, na elaboração de sistemas para serem utilizados especialmente em medicina."

A Lógica Clássica, que utiliza um modelo lógico binário, foi de forma muito natural adaptado ao funcionamento dos transistores utilizados como chave liga/desliga, e este funcionamento embasou toda a tecnologia digital que vemos hoje em dia, baseada em princípios bem definidos e reais. Assim, surge a indagação sobre a utilização de Lógicas Paraconsistentes aplicadas ao mundo real (DA SILVA FILHO; ABE, 2011):

Dentro desta percepção, surge a ideia da possibilidade real de um Sistema Lógico Paraconsistente que, assim como na lógica clássica, é um conjunto de axiomas e regras de inferência que objetivam representar formalmente raciocínio válido. Sendo assim, o Sistema Lógico Paraconsistente pode ser representado através de um algoritmo que tem sua utilização como o núcleo de um programa computacional com aplicações diretas em sistemas de Inteligência Artificial.

Algumas das Lógicas Paraconsistentes ainda não tiveram uma abordagem prática de sua implementação, ou ainda, tais abordagens são muito escassas, seja com dispositivos simples ou com os mais complexos.

Visando uma melhor compreensão da Lógica Paraconsistente, e vislumbrando sua utilização em controle de sistemas dinâmicos utilizando um ramo denominado Lógica Paraconsistente Anotada Evidencial  $E\tau$  (LPAE $\tau$ ), pressupõe-se um estudo de uma aplicação inicial como forma de desbravar uma nova possibilidade da utilização de uma lógica que vem sendo aplicado com sucesso em Inteligência Artificial no segmento de Controle.

## 1.1 A LPAE $\tau$ e suas aplicações

Os Sistemas Inteligentes estão cada vez mais presentes em diversas aplicações modernas, há um predomínio de Lógicas Não-Clássicas no suporte à tomada de decisão desses sistemas (DA SILVA FILHO; ABE, 2011). O sucesso na aplicação de técnicas como a LPAE $\tau$ , que é uma extensão da Lógica Paraconsistente Anotada, se dá em grande medida pelo uso de algoritmos baseados em estudos dos reticulados representativos e efetiva tradução matemática gerando um modelo eficiente aplicado em situações reais.

Assumindo que a lógica filosófica trata da descrição formal da linguagem natural e define a sua estrutura de declaração, então, sendo encontrada a linguagem adequada é possível traduzir o raciocínio formal em LPA, modelando raciocínios com a possibilidade de tratar contradições ou incoerências, e trabalhar com situações reais, da mesma forma que o Modelo Clássico, que aplica regras computacionais, a LPAE $\tau$  possui um conjunto de axiomas e regras de inferência que possibilitam um raciocínio válido em situações reais.

### Robótica

Os algoritmos baseados no estudo do Reticulado Representativo gera Estados Lógicos Paraconsistentes através da descrição do algoritmo Para-Analisador da LPAE $\tau$ , possibilitando que o sistema receba informação através dos graus de evidência  $(\mu, \lambda)$ , processe os graus de certeza e contradição  $(G_c$  e  $G_{ct})$  e chegue a uma conclusão, de alta contradição e busque por mais dados ou um alto grau de certeza, que de um modo geral, implica em tomar uma ação.

Os Graus de Certeza e Contradição podem gerar um Grau de Certeza Real, que pode servir de entrada para outra célula ou Nó de Análise Paraconsistente (NAP), possibilitando uma rede de análises para a tomada de decisão, como apresentado na construção e aperfeiçoamentos realizados no Robô Emmy, (DA SILVA FILHO,

2006)(TORRES; REIS, 2016) desenvolvendo e aplicando tais técnicas ao sistema de movimentação.

### **Engenharia de Produção**

A LPAE $\tau$  pode ser aplicada em diversas áreas sendo um outro exemplo a sua aplicação na área de engenharia de produção, em que artigos e trabalhos mostram um estudo para avaliação do projeto de uma fábrica, como são selecionadas as variáveis relevantes, ou fatores, como são chamados, níveis de exigência para tomada de decisão, atribuição de pesos aos fatores de decisão, para obtenção dos graus de crença e descrença. Construção de uma base de dados, sua pesquisa e obtenção dos resultados, análise e fidedignidade utilizando um Método de Análise pelo Baricentro (CARVALHO; BRUNSTEIN; ABE, 2003).

### **Logística**

No segmento logístico pode-se citar a dissertação do Profº Me. Vander Célio Nunes (NUNES, 2015), que aplicou a Lógica E $\tau$  ao processo de paletização através da medição de peças e do tratamento de incertezas relacionadas a possibilidade de seu depósito ou encaixe na pilha de palets, levando à otimização de cargas armazenadas em um determinado espaço. O seu trabalho, utilizando uma célula de manufatura com um braço robótico industrial, permite a extrapolação da sua aplicação para portos e armazens de containers.

### **Medicina**

Em aplicações de apoio à medicina através de algoritmos para auxílio de diagnóstico de patologias, onde a Lógica Paraconsistente é aplicada na análise de mamografias (MARIO; FILHO; ABE, 2016).

### **Sistema de Controle Híbrido**

No segmento de controle, a Lógica E $\tau$  é utilizada em conjunto com um sistema Proporcional-Integral - PI de modo que as ações convencionais são executadas pelo bloco PI, mas são estruturadas utilizando a Lógica E $\tau$  no tratamento dos sinais externos, em uma planta de controle de nível e um controlador lógico programável (COELHO,

2015). O sistema Híbrido é posto em operação e comparado com técnicas consagradas como o controle puramente PI, ajustado com o método de Ziegler-Nichols e com o método interno do controlador.

## 1.2 Objetivo Geral

O objetivo geral do presente trabalho é realizar uma análise e implementação da  $LPAE\tau$ , como uma lógica não-convencional, em um sistema embarcado para controle dinâmico de um motor de corrente contínua.

Contribuir para a ampliação do conhecimento em uma nova forma de lidar com o mundo, afim de possibilitar a geração de novas aplicações nessa área ainda pouco explorada.

### 1.2.1 Objetivos Específicos

Estudar a  $LPAE\tau$  e desenvolver um algoritmo que possa ser embarcado para atuar no controle dinâmico de um sistema físico.

Realizar a construção de um sistema físico bem como a malha para o controle de velocidade em um motor de corrente contínua, de modo a utilizá-lo para a realização dos ensaios utilizando um algoritmo da  $LPAE\tau$ .

## 1.3 Relevância do trabalho

A aplicação da  $LPAE\tau$  é ampla e possui abordagens bem sucedidas em diversas áreas do conhecimento, assim o presente trabalho vem com a proposta de dar início à pesquisa de sua aplicação em sistemas de controle, desbravando um caminho ainda não explorado, mas com a tranquilidade de que são os primeiros passos na união dessas áreas.

A maior relevância do trabalho está no fato de poder mostrar e balisar um novo caminho para futuros trabalhos, expondo pontos positivos, dificuldades iniciais e possibilidades para se trabalhar com a  $LPAE\tau$  em controle de sistemas.

## 2. Revisão Bibliográfica

A modificação, de forma controlada, no comportamento de um sistema, garantindo uma maior eficiência é o objetivo do controle de sistemas, que é estudado desde os antigos, mas que obteve grande relevância na necessidade trazida com a revolução industrial, e hoje conta com o seu segmento específico da engenharia, com diversos trabalhos nessa área e uma infinidade de aplicações.

A principal tarefa de um engenheiro é, "o processo de concepção ou invenção de formas, partes e detalhes de um sistema para alcançar um propósito específico" (DORF; BISHOP, 2011), processo este que soma a grande capacidade de análise e a criatividade para atender as demandas da função, como é o caso de projeto em engenharia no segmento de Sistemas de Controle, cujo objetivo é obter a configuração, as especificações e a identificação de processos para atender uma necessidade real.

Uma concepção semelhante é "Um sistema de controle consiste em subsistemas e processos(ou plantas) construídos com o objetivo de se obter uma saída desejada com desempenho desejado para uma entrada específica fornecida"(NISE, 2009).

Os sistemas de controle atuam basicamente gerando respostas específicas para estímulos específicos de forma controlada e automática, trazendo vantagens nas aplicações em diversas áreas, tais como, na movimentação de grandes equipamentos com precisão, em locais remotos ou perigosos, na compensação de perturbações, manipulando os dados de forma conveniente.

Tanto sistemas de controle, como as mais diversas formas de transcrever o mundo físico, os sistemas de engenharia, computação, eletrônica, por exemplo, passam pelo paradigma da lógica clássica, sendo tal visão cunhada por Aristóteles na forma lógica de lidar com o mundo, que estabeleceu as regras que permearam a história até o presente momento, e seguirão válidas por um prazo ainda indeterminado, mas que, no século XX foram questionadas, procurando-se novas formas e ferramentas para tratar de questões que fogem das regras vigentes, como o tratamento de contradições e incertezas. A Lógica Paraconsistente é uma das ferramenta que se apresenta com o

potencial de ir além dos limites da lógica clássica.

A Lógica Paraconsistente Anotada Evidencial  $\tau$  (LPAE $\tau$ ) é a uma vertente da Lógica Paraconsistente que vem sendo explorada para finalidades práticas, tais como o reconhecimento de padrões em banco de dados, tomada de decisão e tratamento de incertezas em sistemas robóticos e logísticos, mas todas as áreas com uma abordagem ligada à Inteligência Artificial ou ao controle discreto do processo, ainda há escassez de trabalhos no controle contínuo de sistemas dinâmicos.

A análise da implementação da LPAE $\tau$  no universo das lógicas não-convencionais implica em possibilitar uma nova forma de controle de sistemas, sua definição permite um embasamento para criar novas possibilidades de seu uso, e ajudar a sedimentar a nova ferramenta no meio acadêmico.

A lógica paraconsistente vem ganhando relevância e adeptos principalmente a partir do final da década de 90 do século XX, quando houve o Primeiro Congresso Mundial sobre Paraconsistência em Gent na Bélgica em 1997, no ano 2000 o segundo congresso realizado em São Sebastião, São Paulo e o terceiro em Toulouse, França em julho de 2003, atraindo cada vez mais pesquisadores interessados de diversos centros de pesquisa do mundo (KRAUSE, 2004).

Em meados de setembro de 2016, aconteceu o pela primeira vez no Brasil a XVI Conferência Internacional de Lógica: Tendências da Lógica (*Trends In Logic XVI - Studia Logica International Conference*) (BUENO-SOLER; CARNIELLI; TESTA, 2016), realizada pelo Centro de Lógica, Epistemologia e História da Ciência (CLE) da Universidade Estadual de Campinas, que reuniu estudiosos brasileiros e de diversos países com trabalhos e apresentações sob o tema: Consistência, Contradição, Paraconsistência e Racioncínio (*Consistency, Contradiction, Paraconsistency, and Reasoning*).

Atualmente as pesquisas estão focadas no estudo da aplicação da Lógica Paraconsistente, e ganhar espaço no universo técnico e científico, contribuindo com uma nova e eficiente forma de trabalho.

## 2.1 Lógica Não-Convencional

O controle não convencional, que também é classificado como controle moderno e que apresenta uma grande diversidade de técnicas, tais como o controle adaptativo, algoritmo adaptativo e genético, redes neurais, as lógicas Fuzzy e Paraconsistente, esta última sendo o alvo da abordagem do presente trabalho, entre outras.



A lógica, como ramo filosófico que trata das relações de coerência racional e discursiva, proposições e conclusões, tem como origem a Grécia Antiga com o seu primeiro arranjo formal em *Tópicos* de Aristóteles por volta de 340 a.C. Apesar de suas bases serem conhecidas e discutidas por diversos pensadores anteriores, não havia a formalização de uma teoria bem fundada, apenas o tratamento de ideias como consistência e consequências da contraditoriedade por exemplo.

Os princípios da lógica enunciadas por Aristóteles são basilares para a teoria clássica e moldaram o pensamento e a noção de consistência, ou não contraditoriedade, estreitamente conectadas ao conceito de completude e podem ser descritos formalmente assim:

1. Princípio de Identidade:  $A \rightarrow B$  ou  $\forall x(x = x)$ ;
2. Princípio do Terceiro Excluído:  $A \vee \neg A$  ou  $\forall x(Ax \vee \neg Ax)$ ;
3. Princípio da Não Contradição:  $\neg(A \wedge \neg A)$  ou  $\forall x\neg(Ax \wedge \neg Ax)$ .

O grande desenvolvimento da lógica, principalmente nos séculos XIX e XX, forneceu ferramental para caracterização e tratamento preciso da lógica clássica e também possibilitou o desenvolvimento de sistemas lógicos não clássicos, rearranjos, experimentações e questionamentos de dogmas secularmente estabelecidos.

Uma questão que já havia sido objeto de estudo por diversos pensadores desde os pré-socráticos, como Heráclito e sua doutrina da harmonia dos opostos, é a questão da contradição, que por vezes incomodou-os mas que nunca havia sofrido um tratamento formal como o desenvolvido por Newton C. A. da Costa(1929-presente data) e Stanislaw Jaskiowski(1906-1965), que propuseram e desenvolveram sistemas lógicos que fossem capazes de lidar com essas inconsistências (KRAUSE, 2004).

## 2.2 A Lógica Paraconsistente

Ao restringir-se o princípio da não contradição, em um certo sistema lógico, obtém-se um resultado que pertence à lógica denominada Paraconsistente, desenvolvida por da Costa e Jaskiowski.

Assim sendo, para uma dada teoria, se houver um símbolo de negação, como por exemplo " $\neg$ ", se em qualquer fórmula fechada  $A$  não for demonstrável  $A$  e  $\neg A$ , a teoria é consistente (não contraditória), senão, ela é inconsistente(contraditória).

Teoria é definida por Gomes(2013 p.4) como sendo:

...um conjunto de fórmulas(expressões bem formuladas) de uma linguagem, fechadas por uma determinada relação de consequência, que caracteriza a lógica subjacente à teoria, da qual ela herda todas as suas características estruturais como, por exemplo, consistência(não contraditoriedade) e completude.

Na lógica clássica, uma teoria é completa, se e somente se, for consistente para toda a fórmula fechada  $A$  onde  $A$  e  $\neg A$  é teorema da teoria e a teoria é trivial ou supercompleta se todas as fórmulas expressáveis forem demonstráveis, tanto  $A$  quanto  $\neg A$ .

Sendo que toda a lógica paraconsistente, não se pode deduzir qualquer fórmula à partir de uma fórmula  $A$  e sua negação  $\neg A$ , mostrando assim que as noções de inconsistência (contraditoriedade) e trivialidade são de fato independentes.

### 2.2.1 Reticulado de Hasse

A Lógica Paraconsistente sendo apropriada para tratar dados inconsistentes foi utilizada em 1987, por H. Blair e V. S. Subrahmanian para representar e codificar o funcionamento de bancos de dados inconsistentes. (ABE, 1992) Pouco depois Costa, Subrahmanian e Vago propuseram a lógica paraconsistente anotada e sua extensão a uma lógica de predicados paraconsistente anotada de primeira ordem.

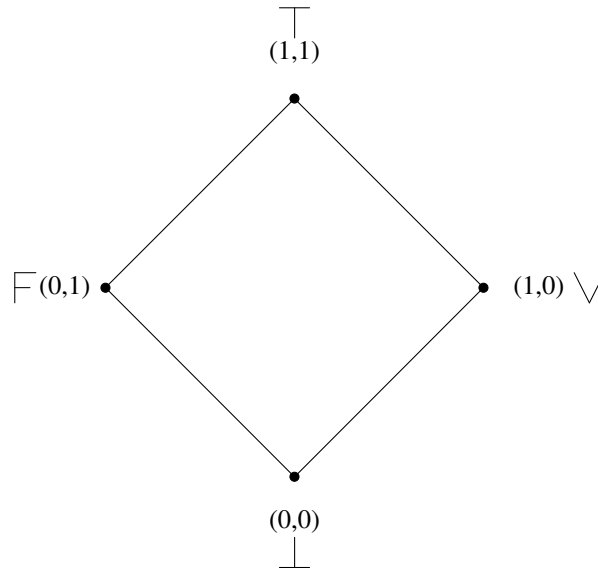
Nas Lógicas Paraconsistentes Anotadas, uma proposição  $P$  utiliza um reticulado formado por pares ordenados tal que:

$$\tau = \{(\mu, \lambda) \mid \mu, \lambda \in [0, 1] \subset \mathbb{R}\} \quad (2.1)$$

de acordo com graus de cresça das constantes anotacionais do reticulado de Hasse, associado à Lógica Paraconsistente Anotada Evidencial  $E\tau$ , formalmente descritas como

$$\tau = \{\top, V, F, \perp\} \quad (2.2)$$

os quais descrevem os extremos do reticulado como sendo inconsistente, verdadeiro, falso e paracompleto, respectivamente, e são representadas conforme Figura 2.1;

**Figura 2.1:** Reticulado finito de Hasse

Fonte: (DA SILVA FILHO, 2006)

Para toda proposição  $P$  há um par de valores, chamada de anotação,  $(\mu, \lambda)$ , onde  $\mu$  é o grau de evidência favorável e  $\lambda$  é o grau de evidência desfavorável, representada como  $P_{(\mu, \lambda)}$  (ABE, 2014).

Como exemplificação, para uma proposição  $P \equiv$  "A velocidade de rotação do motor atingiu o valor desejado.", assume-se dois especialistas para realizarem a leitura dos valores da anotação. Em um sistema físico, os especialistas geralmente são sensores, como neste caso, poderia ser um encoder ou sensor óptico como contador de voltas associado a uma base de tempo.

- $\mu$  = grau de evidência favorável (especialista 1), ou seja, com quanto de certeza, em um intervalo fechado  $[0, 1]$ , sendo 0 para grau nulo de certeza e 1 grau máximo de certeza para a dada proposição  $P$ ;
- $\lambda$  = grau de evidência desfavorável (especialista 2), ou seja, com quanto de certeza, em um intervalo fechado  $[0, 1]$ , sendo 0 o grau nulo de certeza à evidência desfavorável e 1 o grau máximo de certeza à evidência desfavorável para a dada proposição  $P$ .

Assim, podemos interpretar da seguinte forma os valores da anotação para as posições extremas do reticulado finito de Hasse:

- $(\mu, \lambda) = (1, 0)$  : Há um grau de evidência favorável total e um grau de evidência desfavorável nulo, ou seja, a afirmação da proposição é máxima e sua negação é nula, assim,  $P$  é Verdadeira e A velocidade de rotação do motor atingiu o valor desejado;

- $(\mu, \lambda) = (0, 1)$  : Há um grau de evidência favorável nulo e um grau de evidência desfavorável máximo, ou seja, a afirmação da proposição é nula e sua negação é máxima, assim,  $P$  é *Falsa* e *A velocidade de rotação do motor não atingiu o valor desejado*;
- $(\mu, \lambda) = (1, 1)$  : Há um grau de evidência favorável máximo e também um grau de evidência desfavorável máximo, ou seja, a afirmação da proposição é máxima e sua negação também é máxima, assim,  $P$  é *Inconsistente* e *A velocidade de rotação do motor atingiu e não atingiu o valor desejado*, contradição;
- $(\mu, \lambda) = (0, 0)$  : Há um grau de evidência favorável nulo e também um grau de evidência desfavorável nulo, ou seja, a afirmação da proposição é nula e sua negação também é nula, assim,  $P$  é *Indeterminada* e *A velocidade de rotação do motor nem atingiu o valor desejado e nem não atingiu o valor desejado*, situação paracompleta.

Os graus de evidência podem assumir valores não extremos:

- $(\mu, \lambda) = (0.8, 0.3)$  : Crê-se com grau de evidência favorável de 80% e um grau de evidência desfavorável de 30% que *A velocidade rotação do motor atingiu do valor desejado*.

## Operações Lógicas

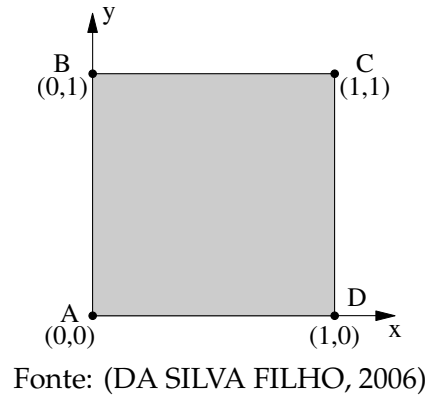
Algumas operações lógicas booleanas são definidas a partir de duas anotações  $(\mu_1, \lambda_1)$  e  $(\mu_2, \lambda_2)$  pertencentes a mesma proposição  $P$  (DA SILVA FILHO; SCALZITTI, 2009) (ABE, 2014), aqui denominadas respectivamente  $P_1$  e  $P_2$ :

- Negação:  $\sim P_1 = (\lambda_1, \mu_1)$  ou  $\neg P_1 = (\lambda_1, \mu_1)$
- Disjunção:  $P_1 \vee P_2 = (\min\{\mu_1, \mu_2\}, \max\{\lambda_1, \lambda_2\})$
- Conjunção:  $P_1 \wedge P_2 = (\max\{\mu_1, \mu_2\}, \min\{\lambda_1, \lambda_2\})$

### 2.2.2 Quadrado Unitário no Plano Cartesiano - QUPC

Uma outra forma de representação da anotação é utilizando o Quadrado Unitário no Plano Cartesiano (QUPC) no qual são transpostos os pontos extremos às respectivas posições de acordo com o par ordenado,  $(\mu, \lambda) \leftrightarrow (x, y)$ , assim o eixo  $x$  corresponde ao grau de evidência favorável e o eixo  $y$  corresponde ao grau de evidência desfavorável, conforme mostrado na Figura 2.2.

**Figura 2.2:** Representação do reticulado no quadrado unitário no plano cartesiano

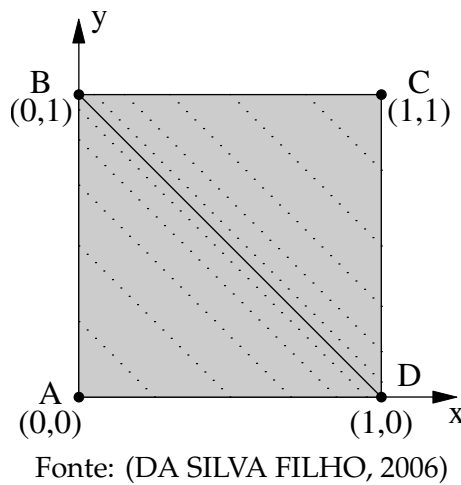


Os pontos extremos assim representam:

- $A : (0,0) = \perp \Rightarrow \text{Paracompleto};$
- $B : (0,1) = F \Rightarrow \text{Falso};$
- $C : (1,1) = \top \Rightarrow \text{Contradição};$
- $D : (1,0) = V \Rightarrow \text{Verdade}.$

O segmento de reta  $\overline{BD}$ , entre os pontos referentes às condições *Verdade* e *Falso*, conforme mostrado na Figura 2.3, é denominada de *Reta Perfeitamente Definida* e dada uma anotação  $(\mu, \lambda)$  situada nela, a soma das evidências anotadas é sempre o valor unitário do quadro.

**Figura 2.3:** Representação da Reta Perfeitamente Definida



A relação dos graus de evidência da anotação quando coincidente à Reta Perfeitamente Definida é:

$$\mu + \lambda = 1 \quad (2.3)$$

Assim, temos que:

$$\mu + \lambda - 1 = 0 \quad (2.4)$$

Os graus de evidência não precisam apresentar valores complementares, possuem independência entre si, assim das Equações 2.3 e 2.4 é elaborado o conceito de *Grau de Contradição* ( $G_{ct}$ ), e temos que:

$$G_{ct} = \mu + \lambda - 1 \quad (2.5)$$

pois quanto mais próximo da Reta Perfeitamente Definida, menor é o grau de contradição apresentado pelos graus de evidência, sendo zero quando não houver contradição e o ponto de anotação situar-se sobre a Reta Perfeitamente Definida. Quanto mais afastado da Reta Perfeitamente Definida estiver o ponto de anotação, e mais próximo aos pontos A ou C, maior é o Grau de Contradição.

Quando a anotação estiver situada na região entre os pontos BCD, acima da reta perfeitamente definida, o Grau de Contradição é denominado *Grau de Inconsistência* ( $G_{it}$ ), e isso ocorre quando,  $\mu \geq \lambda$ , de forma oposta, quando  $\mu < \lambda$  a anotação está situada na região entre os pontos BAD, abaixo da reta perfeitamente definida, e o grau de contradição é denominado *Grau de Indefinição* ( $G_{id}$ ), então pode-se dizer que:

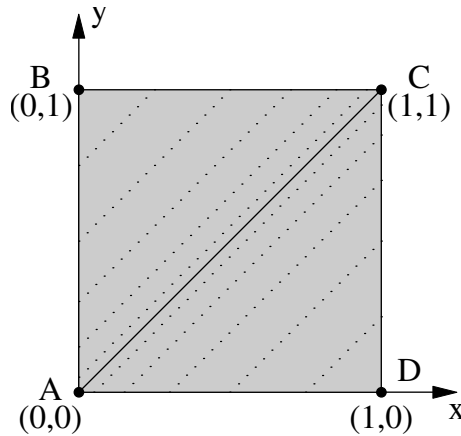
$$-1 \leq G_{id} < 0 \leq G_{it} \leq 1 \quad (2.6)$$

e

$$-1 \leq G_{ct} \leq 1 \quad (2.7)$$

O segmento de reta  $\overline{AC}$ , entre os pontos referentes às condições *Paracompleto* e *Contradição*, conforme mostrado na Figura 2.4, é denominada de *Reta Perfeitamente Indefinida* e dada uma anotação  $(\mu, \lambda)$  situada nela, a subtração das evidências anotadas é sempre zero, ou seja,  $\mu = \lambda$ , e de forma contrária, quando a anotação está posicionada de forma não coincidente à Reta Perfeitamente Indefinida, significa que  $\mu \neq \lambda$ .

**Figura 2.4:** Representação da Reta Perfeitamente Indefinida



Fonte: (DA SILVA FILHO, 2006)

A relação dos graus de evidência para uma anotação cuja posição coincide com a Reta Perfeitamente Indefinida é:

$$\mu - \lambda = 0 \quad (2.8)$$

De forma análoga ao Grau de Contradição, da Equação 2.8 é elaborado o conceito de *Grau de Certeza* ( $G_c$ ), assim temos que:

$$G_c = \mu - \lambda \quad (2.9)$$

Quando os graus de evidência, favorável e desfavorável, são iguais, não há certeza em relação à proposição, mas quando são diferentes, alguma certeza pode ser inferida, até a condição máxima onde uma das evidências é total (1) e a outra é nula (0), caracterizando a condição verdadeira ou falsa, afastando o ponto anotado da Reta Perfeitamente Indefinida.

Quando a anotação situa-se entre os pontos ABC do QUPC, o grau de certeza é denominado *Grau de Falsidade* ( $G_f$ ), e tal condição ocorre quando  $\mu < \lambda$ , caso contrário,

se  $\mu \geq \lambda$ , a anotação situa-se entre os pontos ACD do QUPC, e o grau de certeza é denominado *Grau de Verdade* ( $G_v$ ), então pode-se dizer que:

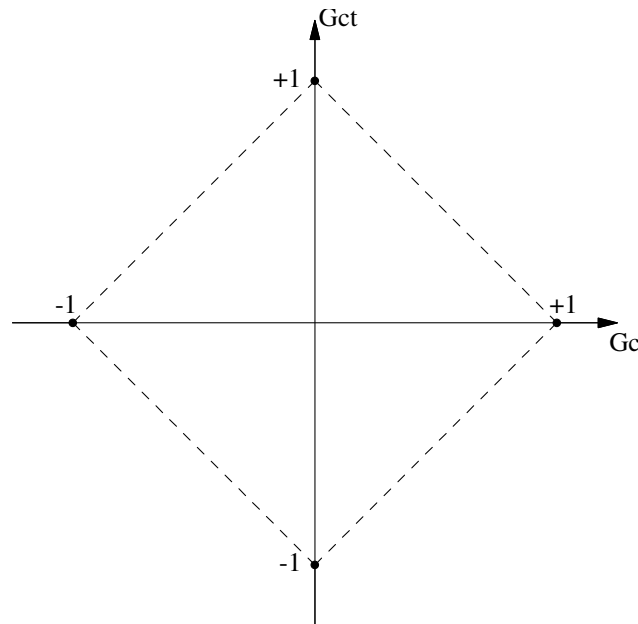
$$-1 \leq G_f < 0 \leq G_v \leq 1 \quad (2.10)$$

e

$$-1 \leq G_c \leq 1 \quad (2.11)$$

Graficamente são representadas como mostra a Figura 2.5:

**Figura 2.5:** Representação dos Graus de Certeza e Contradição em um plano cartesiano



Fonte: (DA SILVA FILHO, 2006)

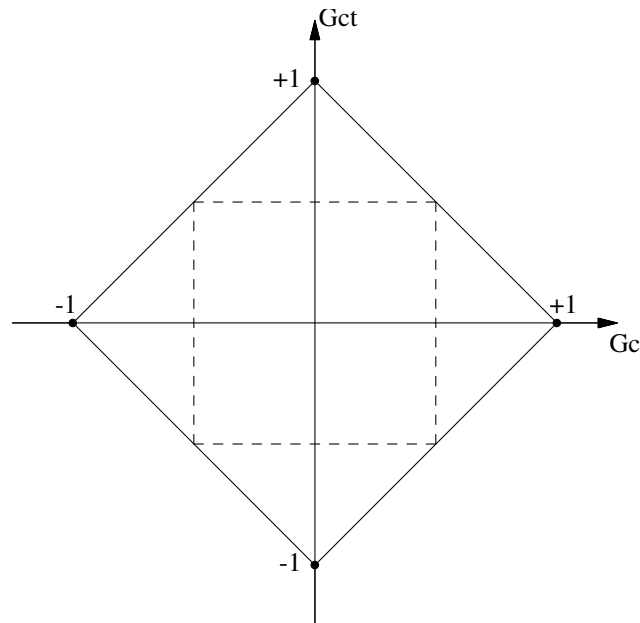
A representação ainda é dividida em algumas partes, dependendo da aplicação, estabelecendo quais são os limites que definem cada estado, Verdadeiro, Falso, Paracompleto, Contradição e outros mais que forem pertinentes à aplicação, estão representados pelas linhas tracejadas na Figura 2.6 e são definidos como:

- $V_{sc}$  : Valor limite superior de Controle de Certeza;
- $V_{ic}$  : Valor limite inferior de Controle de Certeza;
- $V_{sci}$  : Valor limite superior de Controle de Incerteza;



- $V_{ici}$  : Valor limite inferior de Controle de Incerteza.

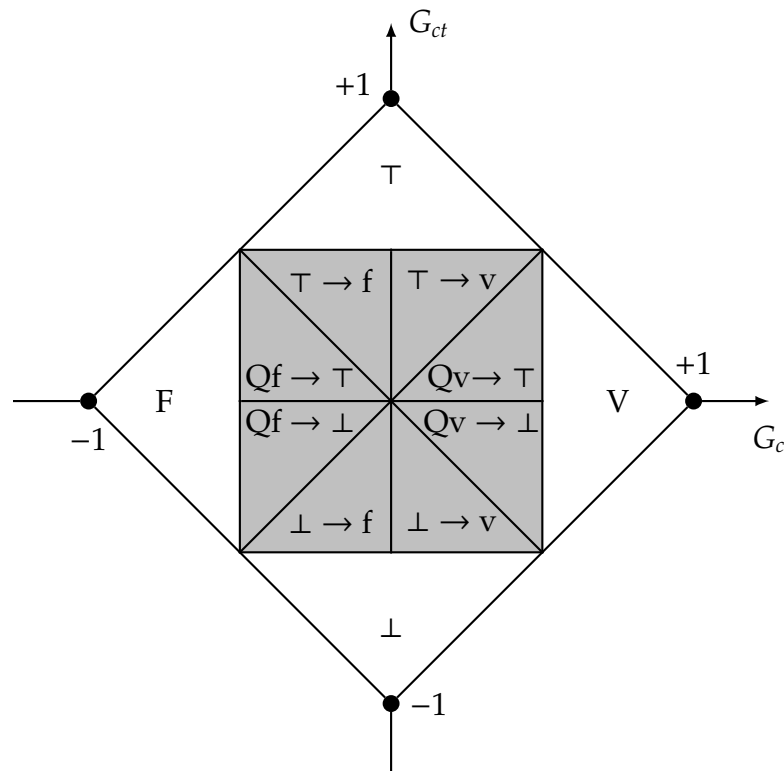
**Figura 2.6:** Representação dos valores de controle



Fonte: (DA SILVA FILHO, 2006)

Uma divisão em 12 partes é mostrada na Figura 2.7 com seus respectivos estados intermediários definidos conforme DA SILVA FILHO(2006), sendo 4 regiões extremas:

**Figura 2.7:** Representação do reticulado da Lógica  $E\tau$  subdividido em 12 regiões



Fonte: (DA SILVA FILHO, 2006)

- $V$  : Verdadeiro;
- $F$  : Falso;
- $\top$  : Contradição;
- $\perp$  : Paracompleto.

e 8 regiões intermediárias:

- $Q_v \rightarrow \top$  : Quase Verdade tendendo à Contradição;
- $Q_v \rightarrow \perp$  : Quase Verdade tendendo à Paracompleto;
- $Q_f \rightarrow \top$  : Quase Falso tendendo à Contradição;
- $Q_f \rightarrow \perp$  : Quase Falso tendendo à Paracompleto;
- $\top \rightarrow f$  : Contradição tendendo à Falso;
- $\top \rightarrow v$  : Contradição tendendo à Verdadeiro;
- $\perp \rightarrow f$  : Paracompleto tendendo à Falso;
- $\perp \rightarrow v$  : Paracompleto tendendo à Verdadeiro.

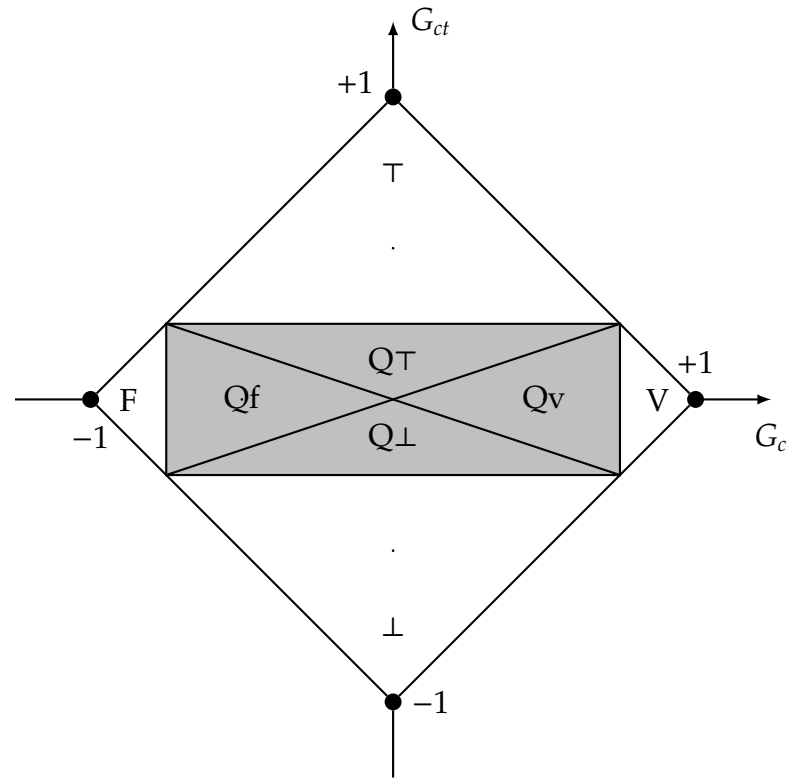
O reticulado subdividido em 12 regiões como mostrado, é aplicado em situações nas quais a tomada de decisão utiliza estados discretos bem definidos para atuação, onde para cada posição da anotação e respectivamente um estado do reticulado, uma ação é tomada, assim sendo, a quantidade de subdivisões está fortemente dependente da aplicação.

O reticulado pode ser dividido de outras formas, dependendo dos limites dos Graus de Certeza e Contradição que o sistema permite. A Figura 2.8 mostra uma das possibilidades com a representação de 8 regiões do reticulado.

Sendo 4 regiões extremas,

- $V$  : Verdadeiro;
- $F$  : Falso;
- $\top$  : Contradição;
- $\perp$  : Paracompleto.

**Figura 2.8:** Representação do reticulado da Lógica  $E\tau$  subdividido em 8 regiões



Fonte: Próprio autor

e 4 regiões intermediárias:

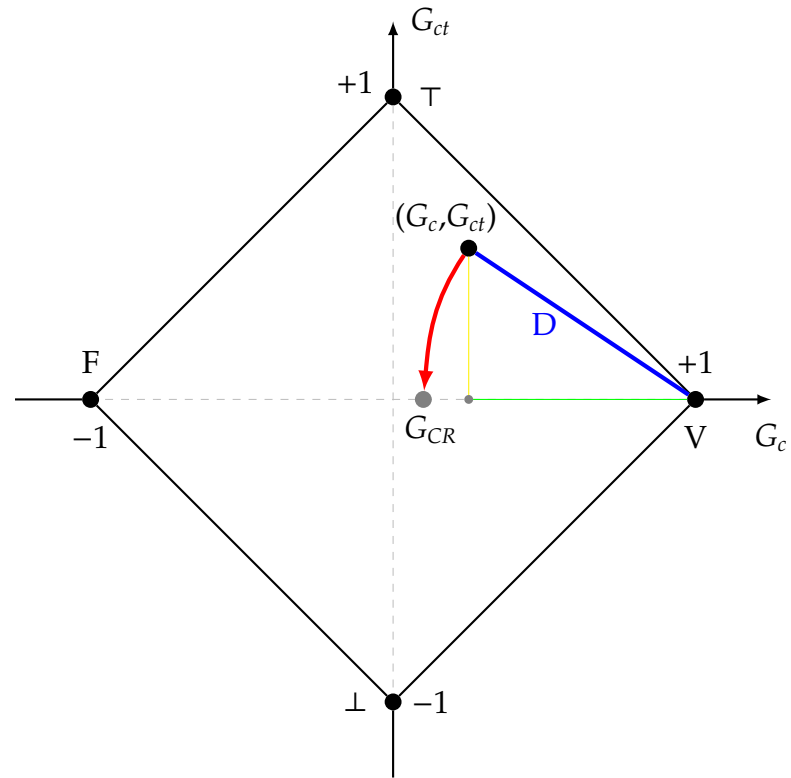
- Qv: Quase Verdade;
- Qf: Quase Falso;
- QT: Quase Contradição;
- Q⊥: Quase Paracompleto.

É possível e desejável que se possa utilizar um valor resultante que exclua os efeitos das incertezas ou contradições (ABE; FILHO; TORRES, 2008):

“Um sistema de decisão capaz de analisar dados originários de Conhecimento Incerto terá maior robustez quando, ao final da análise, apresentar um resultado que represente o valor de certeza puro, isto é, não contaminado pelos efeitos das incertezas.”

O valor que elimina o efeito da incerteza é denominado *Grau de Certeza Real* -  $G_{CR}$  e é calculado pela distância (D) do Ponto de análise,  $(G_c, G_{ct})$ , em relação ao ponto de máximo Grau de Certeza V, no vértice direito do reticulado, conforme mostrado na Figura 2.9.

**Figura 2.9:** Representação do Grau de Certeza Real no reticulado



Fonte: (ABE; FILHO; TORRES, 2008)

O Grau de Certeza Real ( $G_{CR}$ ) é calculado utilizando o Teorema de Pitágoras para achar a distância  $D$  conforme Equação 2.12.

$$D = \sqrt{(1 - |G_c|)^2 + G_{ct}^2} \quad (2.12)$$

Para valores de  $G_c \geq 0$ :

$$G_{CR} = (1 - D) \quad (2.13)$$

Para valores de  $G_c < 0$ :

$$G_{CR} = (D - 1) \quad (2.14)$$

O Grau de Evidência Real é representado por  $\mu_{ER}$  e é utilizado para converter o  $G_c$  ou  $G_{CR}$  em uma variável dentro do intervalo fechado  $[0, 1]$ , permitindo que o resultado de um bloco  $LPAE\tau$  possa ser utilizado como entrada em outro bloco. Para a conversão é efetuada a equação 2.15:

$$\mu_{ER} = \frac{G_c + 1}{2} \quad (2.15)$$

Tanto o Grau de Certeza Real quanto o Grau de Evidência Real ou os estados ou regiões do reticulado podem ser utilizados para realizar o controle dos mais diversos tipos de sistemas, dependendo apenas do tipo de controle e de sistema que deve ser implementado.

### 3. Desenvolvimento

Como ponto de partida, dado o sistema a ser controlado apresentado anteriormente, tendo como variável controlada a velocidade de rotação do disco acoplado ao eixo do motor e a variável manipulada o *duty cycle* do sinal *PWM* aplicado ao motor, a proposição adotada então foi: "P: A velocidade de rotação é máxima."

Tal proposição permite que toda extensão de velocidades sejam representados pelos Graus de evidência.

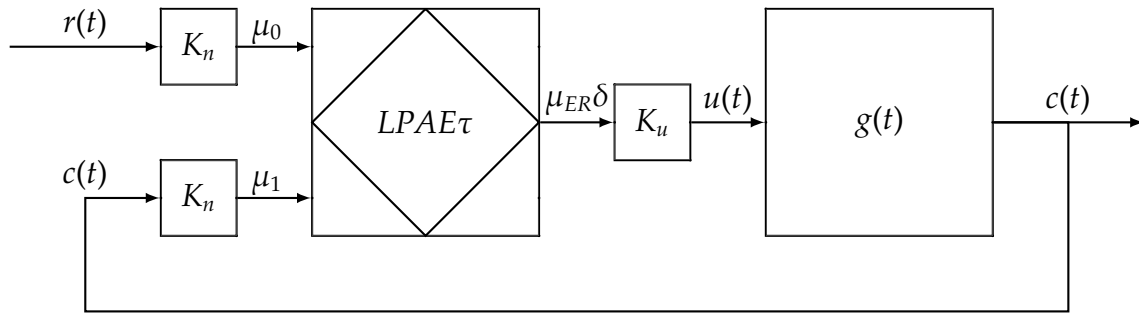
Os graus de evidência adotados são:

- Grau de evidência favorável 0 ( $\mu_0$ ): O valor de referência, ou seja, o valor desejado para a velocidade de rotação do disco acoplado ao eixo do motor(sistema), também chamado de *setpoint*.
- Grau de evidência favorável 1 ( $\mu_1$ ): O valor lido pelo sensor de rotação, ou seja, a variável controlada. Esse valor é convertido em Grau de evidência desfavorável( $\lambda$ ), para os devidos cálculos da *LPAE $\tau$* .

O diagrama da Figura 3.1 apresenta a planta do sistema  $g(t)$  tendo como saída a variável controlada  $c(t)$ , que é a velocidade de rotação do disco acoplado ao eixo do motor, e como entrada a variável manipulada  $u(t)$ , que é o parâmetro do *PWM* que produz a sinal aplicado à planta.

A variável manipulada  $u(t)$  é produzida pelo bloco controlador *LPAE $\tau$* , e este recebe seus parâmetros no formato dos graus de evidência favoráveis  $\mu_0$  e  $\mu_1$ . Sendo o parâmetro  $\mu_1$  convertido internamente em  $\lambda$  como grau de evidência desfavorável.

Os dois parâmetros que vão gerar os graus de evidência possuem a mesma natureza, a mesma escala, são a velocidade desejada e a velocidade lida pelo sensor, de modo a poder comparar e utilizá-las nas operações da *LPAE $\tau$* . Para adequação da escala das grandezas de referência  $r(t)$  e da variável controlada  $c(t)$  ao intervalo de trabalho dos parâmetros da *LPAE $\tau$* , é inserido um bloco de normalização do sinal em

**Figura 3.1:** Diagrama de blocos do controle utilizando a  $LPAE\tau$ 

Fonte: Próprio autor

cada entrada, bem como na saída.

Para a normalização os blocos  $K_n$  realizam as seguinte operações:

$$\mu_0 = \frac{r(t)}{c(t)_{\text{máx}}} \quad \mu_1 = \frac{c(t)}{c(t)_{\text{máx}}} \quad (3.1)$$

onde:

$c(t)_{\text{máx}}$ : é a velocidade máxima produzida pelo sistema.

Para a normalização do bloco  $K_u$  é realizada a seguinte operação:

$$u(t) = \mu_{ER}\delta.100 \quad (3.2)$$

onde:

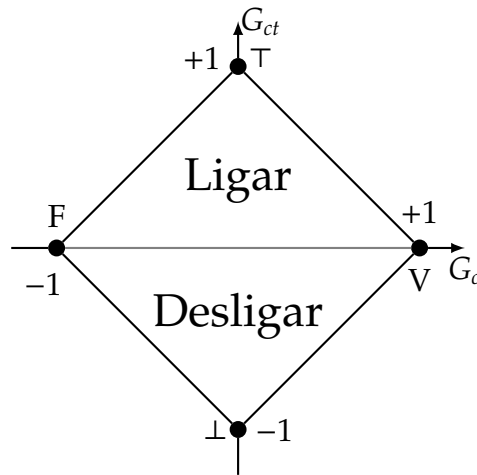
$\mu_{ER}\delta$ : valor contido no intervalo fechado  $[0, 1]$ .

$u(t)$ : valor contido no intervalo  $[0, 100]$  referente ao parâmetro(%) do acionamento PWM.

### 3.1 Ação de controle Liga-Desliga utilizando a $LPAE\tau$

Assim como pode ser encontrado em Ação de Controle no Anexo A, o tipo mais simples de controlador, o Liga-Desliga, pode ser implementado utilizando a  $LPAE\tau$ , dividindo o reticulado em duas partes e sua representação para a condição em que o  $G_{ct}$  define o estado de Ligar ou Desligar o sistema é mostrado na Figura 3.2.

**Figura 3.2:** Representação do reticulado da  $LPAE\tau$  dividido em duas partes



Fonte: Próprio autor

Utilizando o  $G_{ct}$  como variável condicionante:

- $G_{ct} > 0$ : Para todas as combinações de valores que produzam  $\mu_0 > \mu_1$ , ou seja, a variável de referência do sistema é maior do que a variável controlada, o Grau de contradição encontra-se na condição de *Inconsistência*, conforme exposto na Equação 2.6.

Substituindo  $\mu$  por  $\mu_0$  e  $\lambda$  por  $(1 - \mu_1)$ , utilizando a Equação 2.5 ( $G_{ct} = \mu + \lambda - 1$ ) temos:

$$G_{ct} = \mu_0 + (1 - \mu_1) - 1 \quad (3.3)$$

simplificando temos então:

$$G_{ct} = \mu_0 - \mu_1 \quad (3.4)$$

Supondo que o *sensor 0* indique que o valor da variável controlada é 25% do valor máximo, o grau de evidência favorável 0 é  $\mu_0 = 0,25$ , enquanto que o *sensor 1*



indique que seu valor é de 20% do valor máximo, o grau de evidência favorável 1 é  $\mu_1 = 0,20$ . Substituindo  $\mu_0$  e  $\mu_1$  em 3.4:

$$Gct = 0,25 - 0,20 = 0,05 \quad (3.5)$$

O ponto de operação do sistema localiza-se, então, acima da reta perfeitamente definida, para todo grau de contradição positivo, como é mostrado na Figura 3.3a.

- $Gct < 0$ : Para todas as combinações de valores que produzam  $\mu_0 < \mu_1$ , ou seja, a variável de referência do sistema é menor do que a variável controlada. O Grau de contradição encontra-se na condição de *Indefinição*, conforme exposto na Equação 2.6.

Supondo agora que *sensor 0* continue indicando que o valor da variável controlada é 25% do valor máximo, o grau de evidência favorável 0 é  $\mu_0 = 0,25 = \mu$ , mas o *sensor 1* indique agora que seu valor é de 30% do valor máximo, o grau de evidência favorável 2 é  $\mu_1 = 0,30$ . Substituindo  $\mu_0$  e  $\mu_1$  em 3.4:

$$Gct = 0,25 - 0,30 = -0,05 \quad (3.6)$$

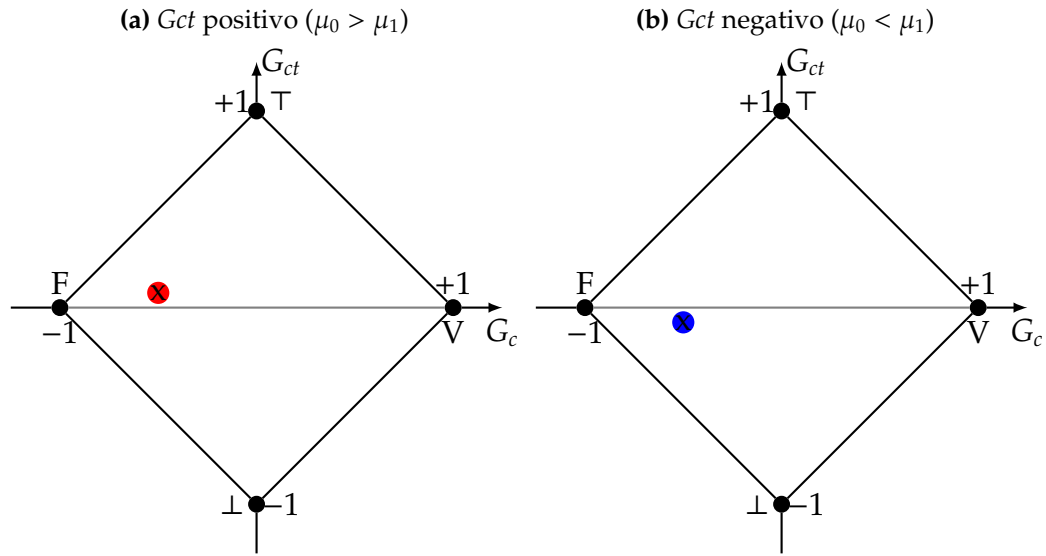
O ponto de operação do sistema localiza-se, então, abaixo da reta perfeitamente definida, para todo grau de contradição negativo, como é mostrado na Figura 3.3b.

- $Gct = 0$ : Para todas as combinações de valores que produzam  $\mu_0 = \mu_1$ , ou seja, a variável de referência do sistema é igual a variável controlada, não havendo necessidade de correções. O Grau de contradição encontra-se na condição nula.

Podemos então notar que a diferença existente entre os graus de evidência favoráveis é equivalente ao erro, como é denominado no sistema clássico de controle, mas que na representação da LPAE $\tau$  utilizando o reticulado finito de Hasse, pode ser considerado como o Grau de Contradição, haja visto que, na condição em que a variável controlada é igual a variável de referência, não há erro, e a contradição é zero, entretando se forem diferentes, tanto o erro quanto o grau de contradição serão não nulos.

A opção pela ação de controle Liga-Desliga é interessante do ponto de vista da velocidade de resposta ao degrau, porém apresenta uma oscilação que, a depender da dinâmica do sistema que está sendo trabalhado, pode gerar uma amplitude maior do

**Figura 3.3:** Representação do reticulado da LPAE $\tau$  para ação de controle Liga-Desliga



Fonte: Próprio autor

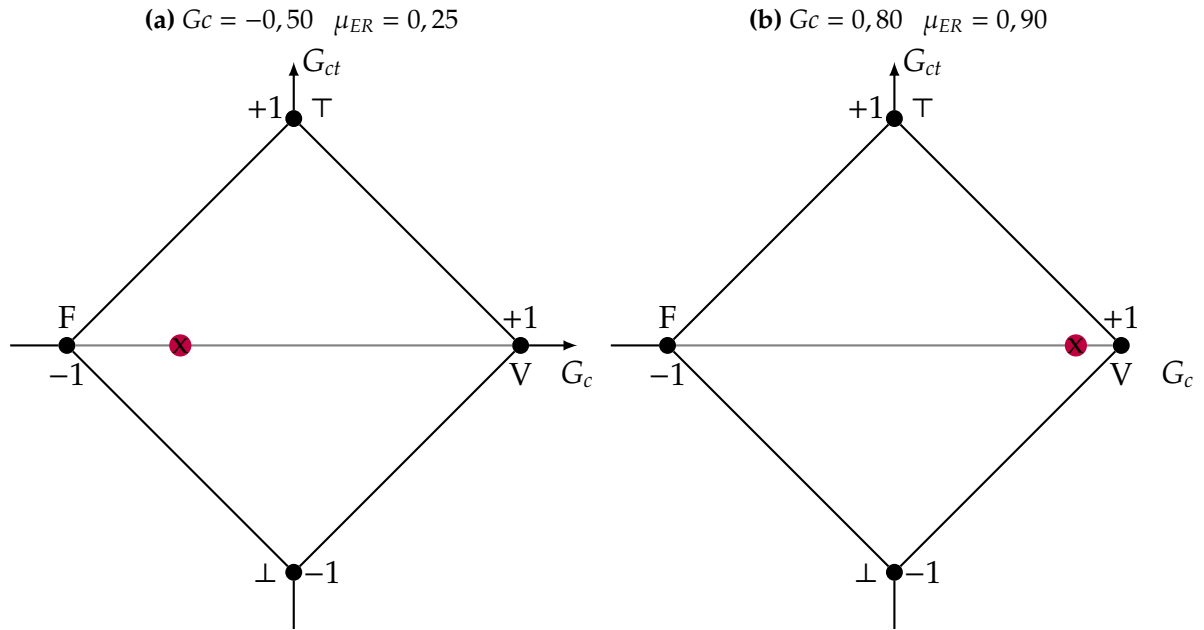
que o aceitável.

### 3.2 A variável manipulada e a equivalência do controle em malha aberta

Uma outra estratégia de controle simples, é a implementação equivalente a um controle em malha aberta, onde é aplicado à entrada da planta, através da variável manipulada, um valor proporcional ao valor desejado na saída, que é a variável controlada, porém a planta controlada necessita apresentar um comportamento linear.

Para a implementação da saída do bloco LPAE $\tau$  de modo equivalente ao sistema em malha aberta, assumindo não haver contradição, e para a Proposição adotada: "P: A velocidade de rotação é máxima", temos a Reta Perfeitamente Definida como referencial.

A Figura 3.4a mostra o ponto de operação para uma velocidade de 25% da proposição, e a Figura 3.4b mostra o ponto de operação para a velocidade de 90% da proposição.

**Figura 3.4:** Representação do reticulado da LPAE $\tau$ 

Fonte: Próprio autor

Assim, considerando o Grau de Contradição nulo:

$$G_{ct} = \mu + \lambda - 1 = 0 \rightarrow \mu = 1 - \lambda \quad (3.7)$$

como  $\mu_1 = 1 - \lambda$  e  $\mu = \mu_0$ :

$$\mu_0 = \mu_1 \quad (3.8)$$

e tal condição denota o ponto de operação sobre a reta perfeitamente definida. Assim a variação no processo de operação, representado pelas anotações, varia do estado *falso* para o *verdadeiro* no reticulado, representando respectivamente as condições de mínima e máxima velocidade, sendo este intervalo o já denominado Grau de Certeza ( $G_c$ ).

Como  $G_c$  excursiona no intervalo  $[-1, 1]$ , é realizada uma normalização e seu valor é definido como Grau de Evidência Real  $\mu_{ER}$ , assim, utilizando a Eq. 2.15 e substituindo  $G_c$  por  $\mu - \lambda$ , sendo  $\mu = \mu_0$  e  $\lambda = 1 - \mu_1$ , temos que:

$$\mu_{ER} = \frac{G_c + 1}{2} \rightarrow \mu_{ER} = \frac{(\mu_0 + \mu_1 - 1) + 1}{2} \rightarrow \mu_{ER} = \frac{\mu_0 + \mu_1}{2} \quad (3.9)$$

aplicando 3.8 em 3.9:

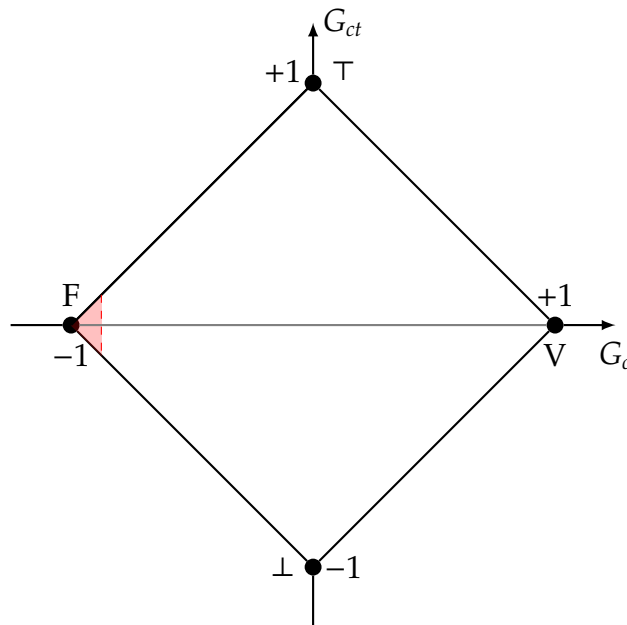
$$\mu_{ER} = \frac{\mu_0 + \mu_0}{2} = \frac{2 \cdot \mu_0}{2} = \mu_0 \quad (3.10)$$

Assim, adota-se como valor para a variável manipulada o valor  $\mu_{ER}$ , que é o próprio valor do grau de evidência favorável ( $\mu_0$ ), e pode ser exemplificado na Figura 3.4a e na Figura 3.4b, respectivamente para valores de referência de 25% e 90% do valor máximo da variável controlada, que é a velocidade de rotação máxima alcançada pelo motor no sistema proposto.

### 3.3 A região de parada - zona morta

O sistema possui uma região de operação que não é possível realizar o controle, pois é a região onde a inércia do sistema parado impede a movimentação do eixo do motor, denominada de Zona Morta, e é estipulado, inicialmente, um valor em torno dos 10% do valor máximo de rotação. A Figura 3.5 mostra essa região:

**Figura 3.5:** Representação da zona morta no reticulado da LPAE $\tau$

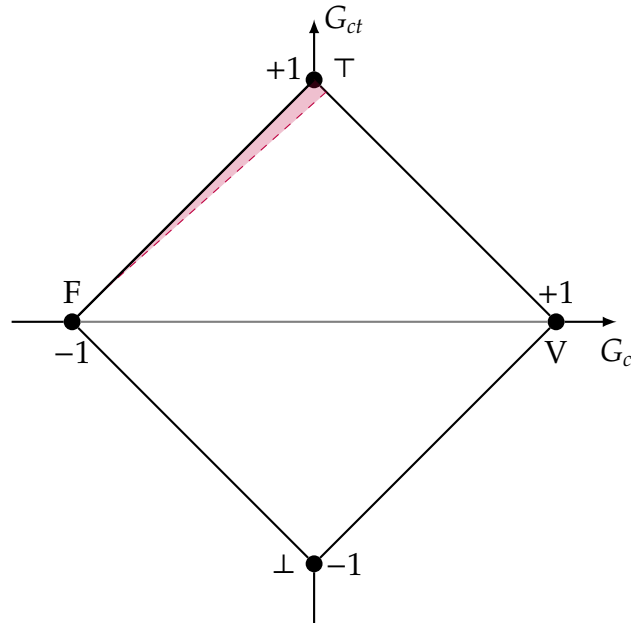


Fonte: Próprio autor

Outra condição crítica para o sistema é quando houver um travamento do eixo do motor, levando o grau de evidência  $\mu_1$  para a condição nula, ou seja,  $\lambda$  para o valor máximo. A Figura 3.6 mostra a região que pode sinalizar tal anormalidade.

Nesta condição o controlador pode tomar a decisão de desligar o sistema contro-

**Figura 3.6:** Representação da região de travamento no reticulado da LPAE $\tau$



Fonte: Próprio autor

lado, levá-lo a condição de falha e sinalizar ao operador a irregularidade, a depender do tipo de sistema a ser controlado.

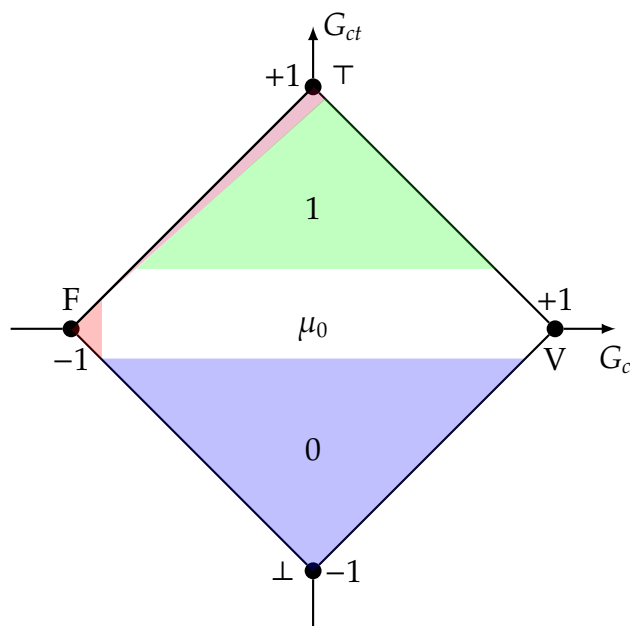
### 3.4 A região de operação

Para a região de operação, foi estipulado um valor de grau de contradição podendo ser alterado posteriormente após testes empíricos. O grau de contradição está definido entre o intervalo menor do que 0,1 ( $G_{ct} < 1$ ) e maior do que -0,05 ( $G_{ct} > -0,05$ ). Assumindo um valor inicial para a variável manipulada equivalente a um controle em malha aberta, sendo assim a resposta do controlador é o próprio  $\mu_0$  como mostra a Figura 3.7.

Os valores de  $G_{ct} \geq 0,1$  geram na saída o seu valor máximo, 1,0. Desta forma o sistema controlado recebe sinal máximo de acionamento, gerando a resposta mais rápida possível até que alcance um grau de contradição menor do que 0,1, correspondente a um erro menor do que 10%.

Na região oposta, para  $G_{ct} \leq -0,05$  a saída assume o valor nulo, 0,0. Assim quando o sistema controlado estiver com uma velocidade acima do desejado, acima de 5%, o desligamento controlado da saída possibilita a redução mais rápida possível na velocidade controlada, considerando que não há uma alimentação reversa para atuar ativamente na redução da velocidade.

**Figura 3.7:** Representação da região ativa no reticulado da LPAE $\tau$



Fonte: Próprio autor

Considerando a janela entre o  $G_{ct} < 0,10$  e  $G_{ct} > -0,05$  como a região em que o controlador irá atuar ativamente, fora do corte e da saturação, na variável manipulada do sistema controlado.

A variável manipulada assume o valor da entrada  $\mu_0$ , enviando à saída um valor proporcional ao valor desejado. Mas como a relação entre o valor de referência e a velocidade de rotação do motor não é perfeitamente linear, para cada região ou patamar da velocidade do motor, pode haver um erro considerável, inclusive sendo maior do que o valor permitido pela tolerância.

Assim para reduzir o grau de contradição em decorrência dessa não linearidade, é somado ao  $\mu_0$  um valor de correção denominado  $\delta$  (delta).

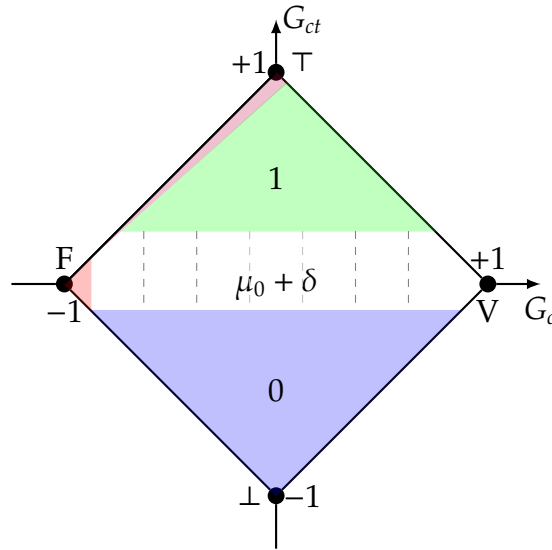
Então a representação do reticulado da LPAE $\tau$  fica conforme é apresentada na Figura 3.8.

A região ativa então pode ser dividida em tantas partes quantas forem necessárias para garantir um  $\delta$  satisfatório para tal região, pois esse valor não garante erro nulo para toda extensão possível.

Para gerar uma divisão de valores alvo, em que o erro seja de no máximo 5%, foi gerada uma tabela que tem como valor inicial o 10, pois é assumido que para o sistema em estudo, valores abaixo são considerados zona morta.

A cada incremento de 10% aproximadamente, é gerado o próximo elemento, até

**Figura 3.8:** Representação da região ativa no reticulado da LPAE $\tau$



Fonte: Próprio autor

o máximo valor menor do que 100, equivalente à 100% do valor máximo de saída.

Sendo assim segue a Tabela 3.1 com os respectivos valores alvo, os limites inferiores e superiores, que são calculados baseados em decremento de 5% e incremento de 5%, respectivamente, ao valor alvo.

Para todo valor alvo, uma variação positiva ou negativa de 5% está enquadrada dentro dos limites mostrados na Tabela.

Esses intervalos abrangem todo o intervalo entre o valor 10 e o 100, mínimo e máximo, de modo a qualquer valor desejado fique dentro de algum intervalo, e possua um valor alvo bem próximo.

Para cada valor alvo, há um valor  $\delta$  associado, que é um valor de correção. Tomando como exemplo o valor de referência 25%, no momento inicial há uma grande contradição, então o reticulado assume na saída o valor 1, do estado de valor máximo apresentado na Figura 3.8. Ao sistema então é aplicada a potência máxima, vencendo a inércia do repouso. O grau de contradição é reduzido conforme o sistema se aproxima do ponto de operação desejado, e quando o seu valor é menor do que o parâmetro de limite, nesse caso estabelecido em 0,10, a saída assume o valor equivalente ao  $\mu_0$ , ou seja, o valor de referência, então:  $\mu_0 = 0,25$ , porém é acrescido o valor do  $\delta_9$ , que refere-se ao intervalo em que se encontra o 25%.

Assim a saída do controlador LPAE $\tau$  é  $\mu_0 + \delta_9$  para um valor de referência de 25% do valor máximo.

**Tabela 3.1:** Valores de correção para a condição de contradição

Limite Inferior	Alvo	Limite Superior	Valor de Correção
9,5	10	10,5	$\delta_0$
10,5	11	11,5	$\delta_1$
11,5	12	12,5	$\delta_2$
12,5	13	14,0	$\delta_3$
14,0	15	15,5	$\delta_4$
15,5	16	17,0	$\delta_5$
17,0	18	19,0	$\delta_6$
19,0	20	21,0	$\delta_7$
21,0	22	23,0	$\delta_8$
23,4	24	25,4	$\delta_9$
25,4	27	28,4	$\delta_{10}$
28,4	30	31,4	$\delta_{11}$
31,4	33	34,4	$\delta_{12}$
34,4	36	37,4	$\delta_{13}$
37,4	39	40,9	$\delta_{14}$
40,9	43	44,9	$\delta_{15}$
44,9	47	48,9	$\delta_{16}$
48,9	51	53,4	$\delta_{17}$
53,4	56	58,9	$\delta_{18}$
58,9	62	64,9	$\delta_{19}$
64,9	68	71,3	$\delta_{20}$
71,3	75	78,3	$\delta_{21}$
78,3	82	86,3	$\delta_{22}$
86,3	91	100,0	$\delta_{23}$

Fonte: Próprio autor

### 3.5 O fator de correção $\delta$

O fator de correção  $\delta$  tem a finalidade de corrigir a variável manipulada de modo a zerar a diferença entre a variável controlada e a variável de referência. A correção aqui empregada é de ajuste fino da variável manipulada.

A correção se dá por um algoritmo que faz a leitura de forma cíclica do grau de contradição e atualiza o  $\delta$  correspondente ao patamar em execução.

A dificuldade aqui encontrada é no fato de que a atualização do  $\delta$  somente pode ocorrer após a estabilização do sinal no patamar após a mudança de velocidade, seja em um primeiro momento de acionamento com a velocidade saído do zero para um valor desejado de referência, como entre valores desejados diferentes de zero e diferentes entre si.



Assim, de forma adaptativa, os valores de  $\delta$  sempre estão sendo atualizados para variações que possam ocorrer no processo.

## 4. Materiais e Métodos

Para o desenvolvimento deste trabalho foram dadas prioridade e preferência para a utilização de um sistema embarcado de núcleo ARM, com o intuito de desenvolver as capacidades de operar tal tecnologia de processamento, trabalhando com sistema um eletrônico simples de fácil acesso mas que atenda as necessidades do projeto, bem como a utilização de ferramentas de uso livre.

Como metodologia foi adotado o procedimento de comparação de resultados gerados entre uma técnica de controle bem estabelecida, com uma lógica clássica utilizando um controlador Proporcional+Integral (PI), e um controlador proposto utilizando a  $LPAE\tau$ .

### 4.1 Materiais

O protótipo físico foi construído baseado em um microcontrolador da família Texas Instruments, modelo *Tiva<sup>TM</sup>* TM4C123GH6PM, drive para acionamento do tipo *Pulse Width Modulation*(PWM) do motor com circuito integrado de tecnologia CMOS (IRF540), motor de corrente contínua acoplado a um disco compacto(CD), com uma etiqueta, Figura 4.1a, para acionar o sensor óptico e servir de indicador para contagem de giros do motor. Fonte de alimentação chaveada de 12V 10W. A maior parte do sistema pode ser visto na Figura 4.1b .

As ferramentas de software utilizadas foram em sua totalidade de uso livre ou de código aberto, sendo eles:

- Sistema Operacional GNU/Linux Debian 8(Jessie);
- GNOME Shell;
- Editores de texto e códigos fonte VIM e Emacs;

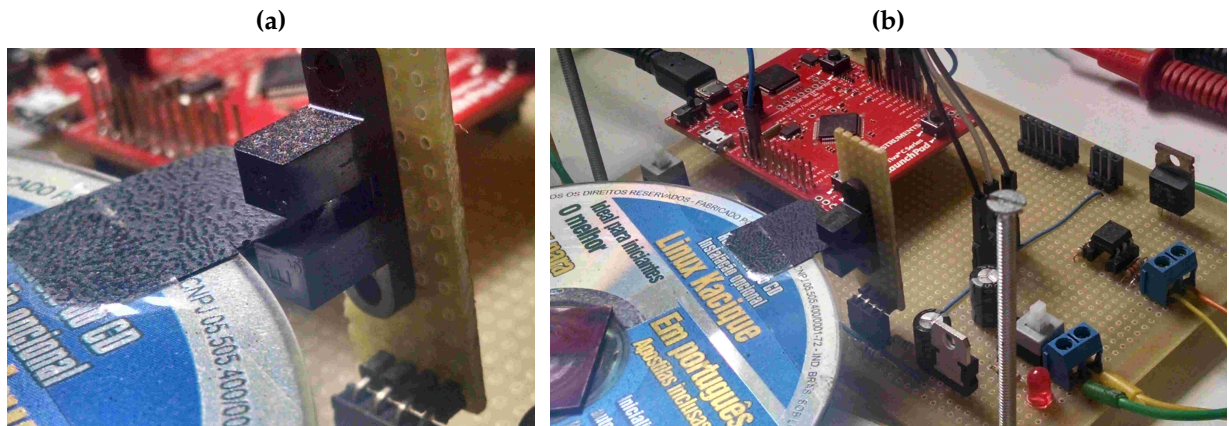
**Figura 4.1:** Visão geral do sistema

Figure: Próprio autor

- Compilador GCC para ARM (arm-none-eabi-gcc);
- GNU Make;
- Processador de texto  $\text{\LaTeX}$ - pdfTEX;
- Pacotes geradores de figuras TikZ, PGF e GNU pic(Groff);
- Gerador de gráficos GnuPlot;
- Teminal de comunicação Minicom;
- Gravador para microcontrolador ARM LM4Flash.

## 4.2 Métodos

Os métodos utilizados buscam mostrar como implementar e testar o sistema de controle proposto, possibilitando uma posterior replicação dos ensaios utilizados e análise da forma como o sistema foi construído e testado.

Basicamente, são realizadas as seguintes etapas:

- Levantamento de um modelo matemático do sistema protótipo utilizado;
- Verificação da qualidade desse modelo, com erro percentual médio menor do que 5%, considerando um sistema não crítico. Se o erro percentual médio for maior do que os 5%, retornar ao passo anterior e melhorar o modelo;

- Definição dos requisitos de desempenho do sistema;
- Realizar o controle utilizando um controlador PI;
- Realizar o controle utilizando um controlador LPAE $\tau$ ;

#### 4.2.1 Obtenção de um modelo matemático do processo

A obtenção do modelo matemático do processo, apresentada no anexo B, consiste em equacionar regras matemáticas a partir da física básica do sistema, de modo a obter uma função, contemplando as principais variáveis do sistema, e que ajustadas adequadamente, possam produzir um resultado semelhante ao comportamento do sistema original, resultado empírico de funcionamento.

#### 4.2.2 Qualidade do modelo

Garantir uma boa qualidade ao modelo é importante para que se possa utilizá-lo para calcular os parâmetros dos controladores.

A qualidade do modelo é relativa ao erro aceitável para o sistema estudado. Para o modelo obtido neste estudo foi aplicada o cálculo de Erro Relativo Percentual, e foram feitas análises em trechos diferentes em função da não linearidade inicial apresentada pelo comportamento do motor da planta em estudo.

A equação para o cálculo de Erro Relativo Percentual é:

$$\%erro = \frac{|valor\ real - valor\ calculado|}{valor\ real} \times 100 \quad (4.1)$$

Realizando a somatória para o cálculo de erro médio com todas as amostras a serem aquisitadas:

$$\%erro = \frac{100}{N} \cdot \sum_{n=initial}^{n=final} \frac{|r[n] - c[n]|}{r[n]} \quad (4.2)$$

Onde:

r : valor real, empírico;

$c$  : valor calculado;

$n$  : número da amostra aquisitada;

$N$  : número total de amostras.

### 4.2.3 Requisitos de desempenho do sistema

Os principais e mais comuns requisitos de desempenho dos sistemas são:

- Velocidade de resposta: A constante de tempo  $\tau$  é a medida de tempo em que um sistema de primeira ordem alcança os 63% do sinal máximo desejado, assumindo que para a estabilidade o sistema precisa de um tempo de cinco vezes o tempo do  $\tau$ . Assim, é definida como velocidade de resposta desejada uma estabilidade equivalente a duas vezes o  $\tau$ , reduzindo a  $\frac{2}{5}$  do valor inicial.
- Sobressinal: Para muitos sistemas ter um sobressinal elevado é algo completamente indesejado, outros permitem alguma oscilação, no caso aqui estudado é definido que o sobressinal aceitável é de no máximo 10% do valor desejado.
- Erro de regime estacionário: é a exatidão da resposta do sistema em relação ao valor desejado, assume-se um valor aceitável para o sistema, nesse caso não crítico, de 5%.

### 4.2.4 Ensaio com o controlador Liga/Desliga

O controlador Liga/Desliga é o de mais fácil implementação, porém não apresenta um controle muito eficiente. Consiste em acionar a carga com 100% da alimentação até que a saída alcance o valor desejado, desligando-a e retornando a ligá-la quando estiver abaixo do valor desejado, ficando num ciclo de liga-desliga.

### 4.2.5 Ensaio com o controlador PI

A ação de controle Proporcional+Integral (PI) é adequada ao sistema proposto utilizado neste estudo.

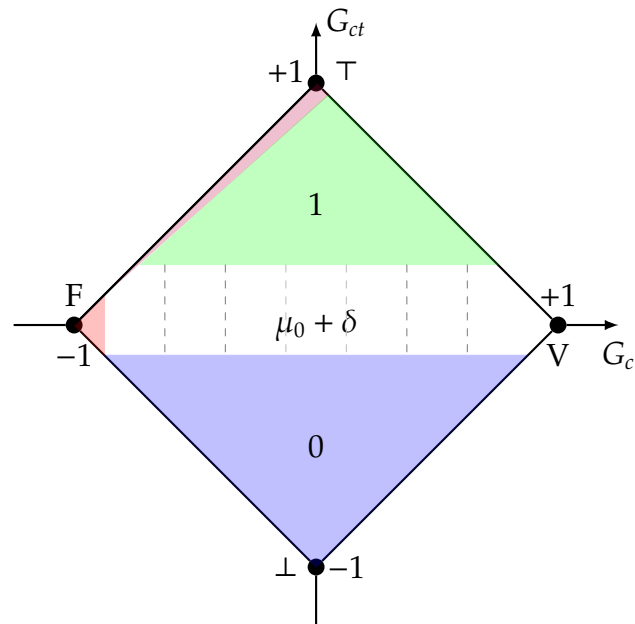
A Equação 4.3 descreve o controlador PI a ser implementado.

$$u(t) = k_p.e(t) + k_i \int_0^{\infty} e(t)dt \quad (4.3)$$

#### 4.2.6 Ensaio com o controlador LPAE $\tau$

O controlador LPAE $\tau$  a ser implementado é mostrado na Figura 4.2, de modo que o  $\mu_0 + \delta$  sejam ajustados de acordo com a Tabela 3.1, conforme exposto no respectivo capítulo.

**Figura 4.2:** Representação do reticulado da LPAE $\tau$  para o controlador



Fonte: Próprio autor

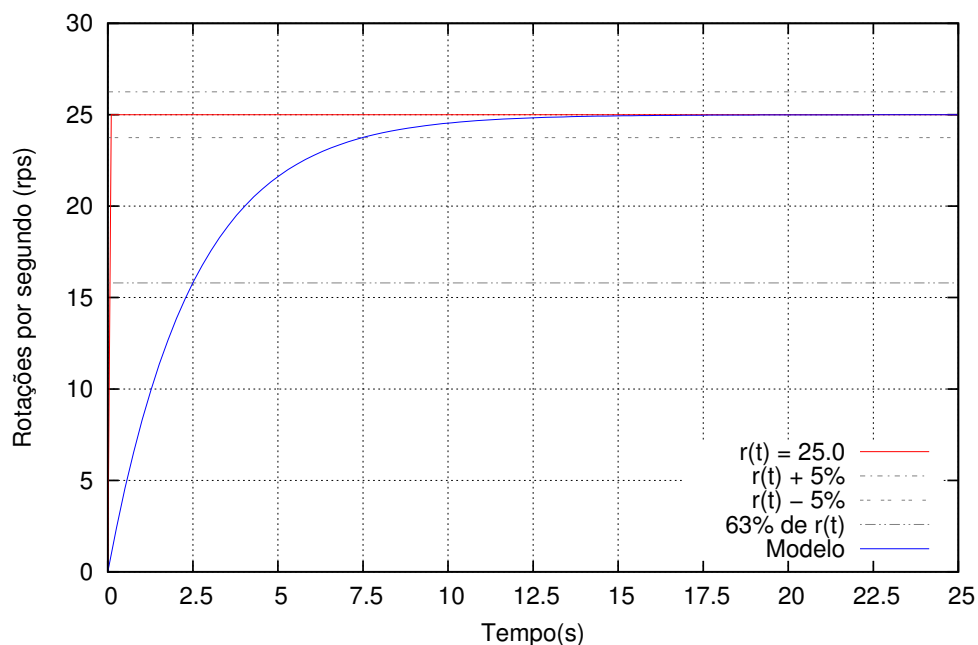
## 5. Resultados

A obtenção do modelo matemático resulta em uma equação conforme segue. Os detalhes do equacionamento podem ser acompanhados no Anexo B. A Equação 5.1, no formato canônico, mostra a constante de tempo  $\tau = 2,5s$ , para o sistema de primeira ordem utilizado neste estudo.

$$\frac{C(s)}{R(s)} = \frac{1}{\tau s + 1} = \frac{1}{2,5s + 1} \quad (5.1)$$

Na Figura 5.1 pode ser visualizada a escala de tempo devidamente ajustada para um intervalo de mesmo valor da constante de tempo  $\tau$ , facilitando a interpretação do sinal aqisitado.

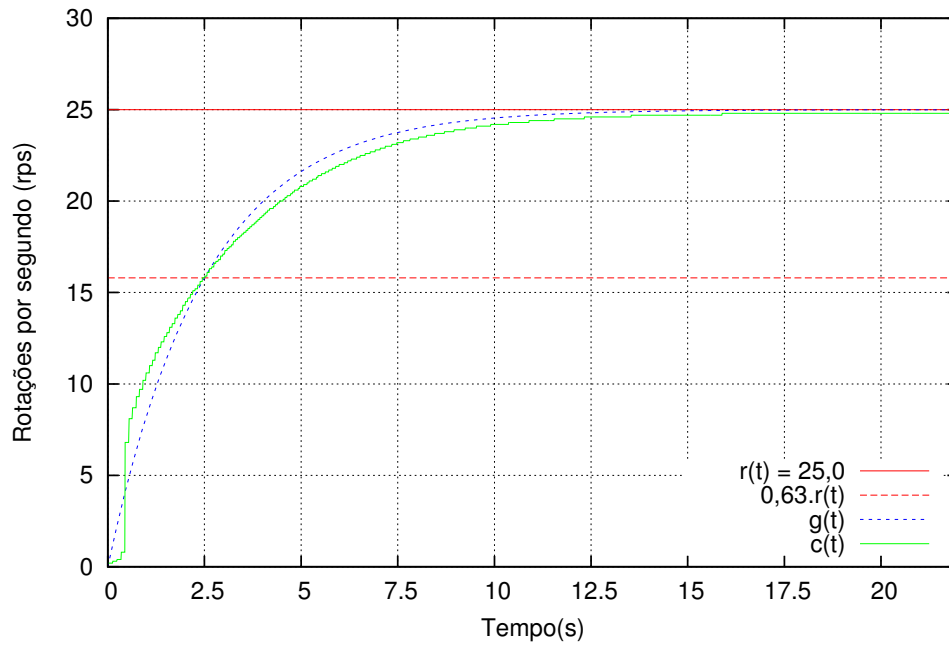
**Figura 5.1:** Resultado gráfico do modelo matemático



Fonte: Próprio autor

Ao aquirir a curva de acionamento do sistema em malha aberta, constituindo o gráfico das curvas aquirida e calculada juntas temos o que é mostrado na Figura 5.2:

**Figura 5.2:** Comparação do modelo matemático com o comportamento empírico



Fonte: Próprio autor

Realizando a somatória para o cálculo de erro médio com todas as amostras aquiridas:

$$\%erro = \frac{100}{N} \cdot \sum_{n=0,00}^{n=22,40} \frac{|r[n] - c[n]|}{r[n]} \quad (5.2)$$

Onde:

r : valor real;

c : valor calculado;

n : número da amostra aquirida;

N : número total de amostras.

Obs.: As aquisições começaram com tempo inicial de 0,00 s até o tempo final de 22,40 segundos, com intervalo de 10 milisegundos entre aquisições, totalizando 2240 amostras.



Foi obtido um valor médio de 2,71% de erro para o intervalo de aquisição de 50ms até os 22,40 s, que é o fim da aquisição, desconsiderando a região transitória não linear que ocorre nos instantes iniciais, mas que considera-se não relevante para a atual análise, inclusive pelo baixo valor de erro no restante do intervalo de comparação.

De forma mais detalhada, foram calculados os erros médios relativos para cada intervalo de tempo de um  $\tau$ , e pode-se notar, pela Tabela 5.1, que o erro de estado estacionário, para o intervalo acima de  $5 \tau$ , é menor do que 1%.

**Tabela 5.1:** Erro Relativo Percentual para intervalos determinados por  $\tau$

Intervalo de amostras	erro médio relativo
1 a $2 \tau$	3,16 %
2 a $3 \tau$	3,38 %
3 a $4 \tau$	2,00 %
4 a $5 \tau$	2,29 %
$> 5 \tau$	0,82 %

Fonte: Próprio autor

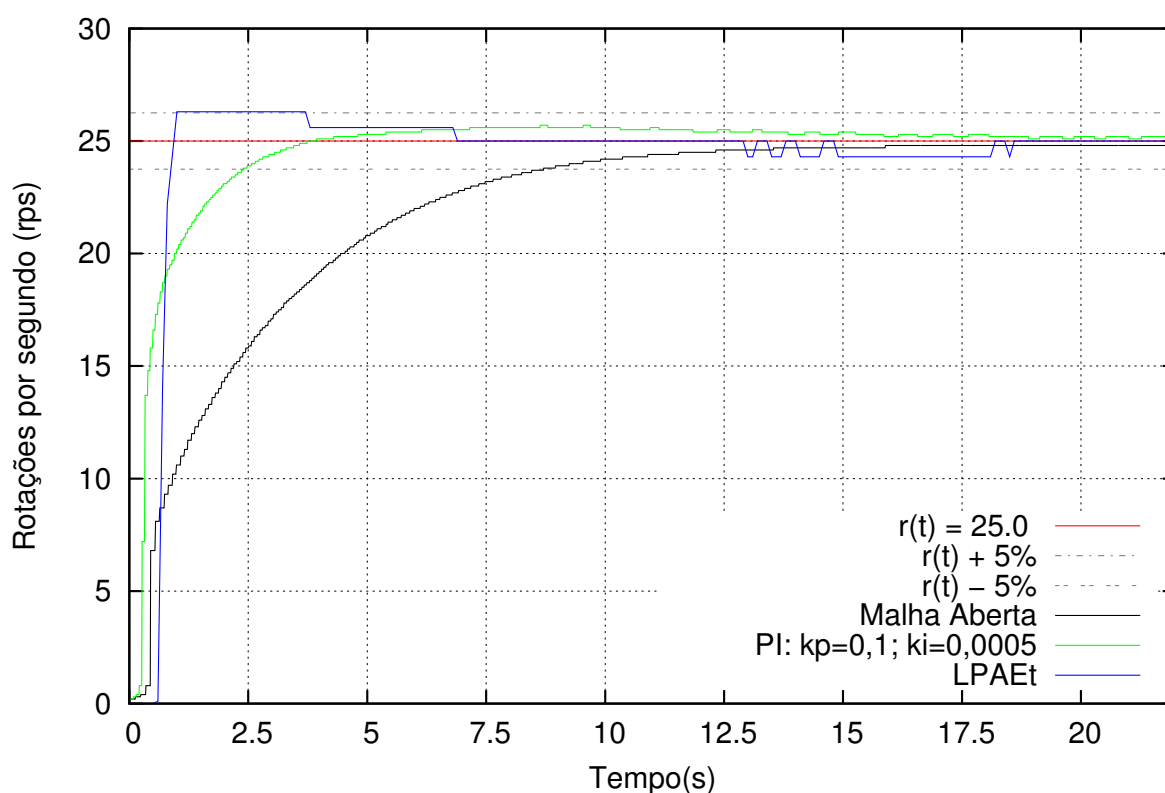
Desconsiderando a região transitória não linear que ocorre nos instantes iniciais do movimento do eixo do motor, o intervalo de maior erro é de 3,38%, conforme mostrado na Tabela 5.1, ressaltando ainda que no regime estacionário o erro é menor do que 1%. Assim, considera-se que o modelo utilizado é bom e representa razoavelmente bem o sistema físico real.

A Figura 5.3 mostra de forma sobreposta os resultados, em forma gráfica, para um sinal de referência do tipo degrau e com valor em 25 rps, sendo acompanhado por linhas tracejadas nos valores de tolerância de  $\pm 5\%$ , bem como o comportamento da planta em malha aberta, para que se possa ter uma melhor dimensão do comportamento nos ensaios utilizando os controles PI e LPAE $\tau$ . A grade de apresentação do gráfico foi mantida com intervalo de 2,5s para o período, mantendo cada unidade igual a um  $\tau$ .

A resposta obtida para o sistema estudado pode ser vista na Figura 5.3 onde podem ser destacados os seguintes pontos:

- No momento inicial, há um atraso de resposta devido à inércia do sistema físico, porém ao vencer esta condição inicial a velocidade de regime é alcançada rapidamente, em um tempo pouco menor do que  $\frac{1}{2}$  do valor da constante de tempo  $\tau$  do modelo do sistema.
- O sobressinal apresentado alcança um valor ligeiramente acima da indicação superior de 5% do valor de referência, metade do limite máximo aceitável de acordo com os requisitos de desempenho do sistema.

**Figura 5.3:** Resultado dos controladores PI e LPAE $\tau$



Fonte: Próprio autor

- O sistema utilizando um controle PI entra em regime no tempo de 2,5s, enquanto que para o controlador LPAE $\tau$  o regime é alcançado com um tempo de 3,75s, considerando que o sobressinal ligeiramente acima dos 5% não é aceito para a janela do sistema em regime. Se tal valor for considerado e aceitável, o controlador LPAE $\tau$  entra em regime com um tempo de 1,75s aproximadamente. Para o sistema em malha aberta o regime é alcançado com tempo de 8,75s.

A Tabela 5.2 mostra o erro médio relativo do resultado dos dois controladores. Em função do tempo de resposta inicial, para esta tabela foi utilizado um intervalo de um segundo para gerar as amostras.

Um destaque pode ser dado aos dois primeiros intervalos de amostra, sendo que cada controlador obteve melhor desempenho em um deles.

O primeiro intervalo de amostras (0 a 1s), o controle PI obtém um resultado melhor, pois apresenta um erro, apesar de muito elevado, muito menor do que o controlador LPAE $\tau$ . O segundo intervalo de amostras (1 a 2s), pode-se notar que o erro está menor do que o requisito de desempenho para este sistema para o controlador LPAE $\tau$ , mas

**Tabela 5.2:** Erro Médio Relativo Percentual

Intervalo de amostras	Controle PI	Controle LPAE $\tau$
0 a 1 s	50,57 %	75,68 %
1 a 2 s	13,50 %	-5,20 %
2 a 3 s	5,48 %	-5,20 %
3 a 4 s	1,62 %	-4,64 %
4 a 5 s	0,10 %	-2,40 %
5 a 6 s	-0,65 %	-2,40 %
6 a 7 s	-1,19 %	-2,16 %
7 a 8 s	-1,62 %	0,00 %
8 a 9 s	-1,78 %	0,00 %
9 a 10 s	-1,78 %	0,00 %
10 a 11 s	-1,64 %	0,00 %
11 a 12 s	-1,31 %	0,00 %
12 a 13 s	-0,96 %	0,00 %
13 a 14 s	-0,87 %	1,40 %
14 a 15 s	-0,58 %	1,68 %
15 a 16 s	-0,50 %	2,80 %
16 a 17 s	-0,18 %	2,80 %
17 a 18 s	-0,28 %	2,80 %
18 a 19 s	0,00 %	0,84 %
19 a 20 s	0,21 %	0,00 %

Fonte: Próprio autor

ainda não atingiu o mesmo limiar com o controlador PI.

O restante dos intervalos apresentam resultado satisfatório pois apresentam-se dentro dos requisitos de desempenho do sistema, em ambos os controles.

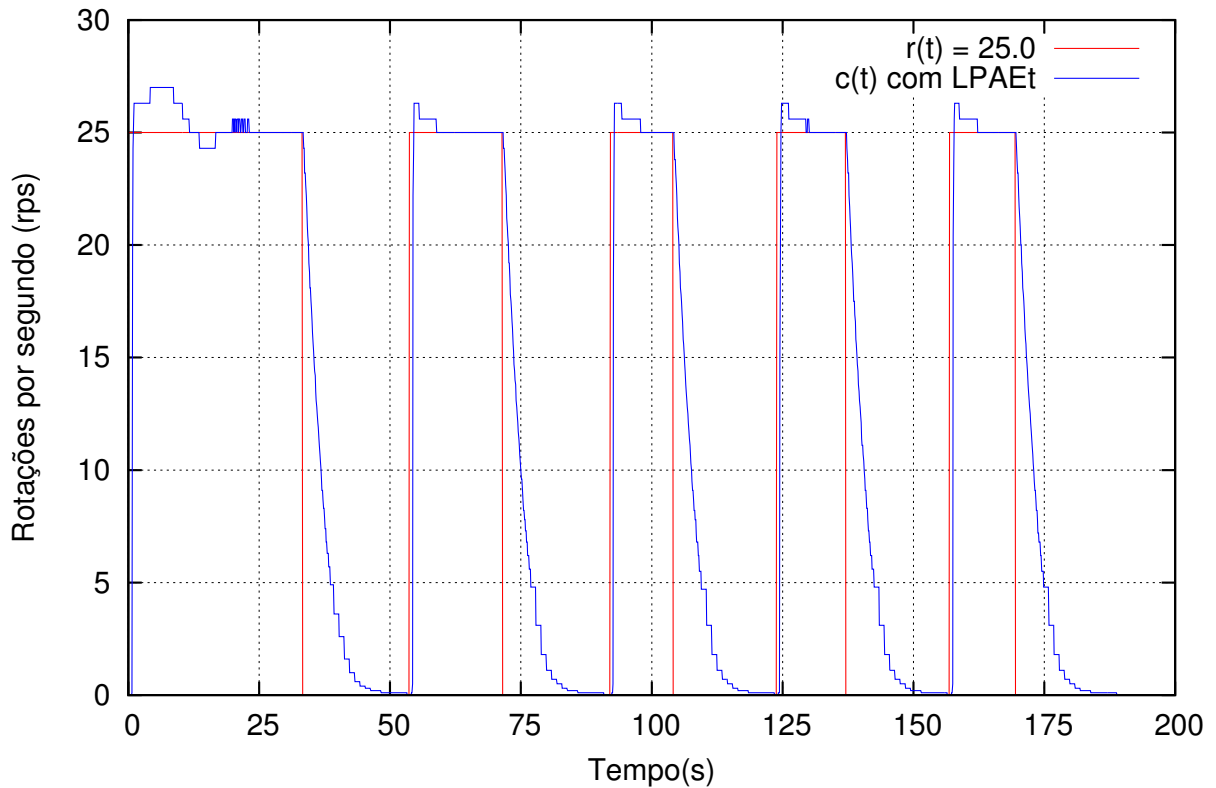
## 5.1 Outros testes realizados

Alguns testes foram realizados para validar a aplicação do  $\delta$  (delta) na correção do controle na condição de regime. Considerando que o intuito do presente trabalho não é gerar um algoritmo de correção, mas que dentro da linha adotada houve a necessidade de sua utilização. Cabendo a trabalhos futuros validar ou refutar seu uso, bem como produzir formas de correção eficientes.

A Figura 5.4 mostra a aquisição feita para cinco(5) degraus de acionamento realizados sequencialmente. Como pode-se ver, na resposta do primeiro degrau há um maior sobressinal, sendo que este atenuado nos demais ciclos de acionamento, em função de correção do  $\delta$  do patamar em execução correspondente a correção da velocidade

desejada.

**Figura 5.4:** Ação de controle utilizando  $LPAE\tau$



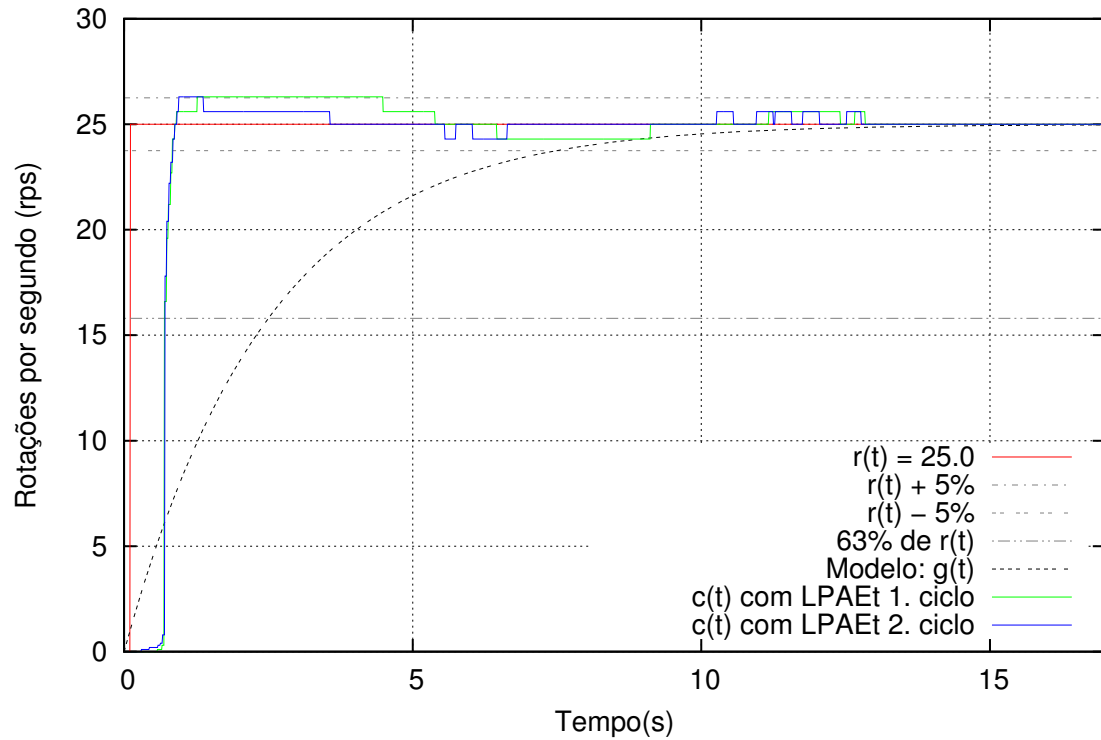
Fonte: Próprio autor

Em outro teste, foram ajustados os limiares, e foi possível chegar ao resultado mostrado na Figura 5.5, onde pode-se comparar o resultado em dois momentos distintos, no primeiro e no segundo ciclo, comparativamente ao modelo gerado no Capítulo 3 deste trabalho.

O resultado obtido com o Controlador utilizando a  $LPAE\tau$  proposta, é apresentada em dois sinais sobrepostos, um para cada ciclo de operação, pois, no primeiro ciclo, a variável de correção  $\delta$  ainda não foi ajustada, e a partir do segundo ciclo em diante, a resposta é mais rápida e mais assertiva pois já há um valor de correção carregado, levando em consideração o ciclo anterior. Mesmo que não seja o mais adequado, deve ser o mais próximo do valor desejado, permitindo uma correção mais rápida, como se vê na resposta do segundo ciclo.

Pode ser destacada a redução do período em que o sistema atua ligeiramente acima do limiar de 5%, consideravelmente reduzido.

Para evidenciar o ganho de performance, foi calculado o erro relativo percentual médio, da mesma forma como foi realizado para obtenção do modelo do sistema em

**Figura 5.5:** Erro na Ação de controle utilizando LPAE $\tau$ 

Fonte: Próprio autor

estudo, apresentado neste capítulo.

A Tabela 5.3 mostra a comparação entre o primeiro e o segundo ciclo de acionamento do sistema. Para cada ciclo foi feita a amostragem do sinal em um intervalo que varia de 0,00s até 17,00s. A análise de cada um dos ciclos é apresentada considerando a zona morta em uma das amostras e desconsiderando-a em outra. Para ambos os tipos de intervalo, o erro médio relativo cai no segundo ciclo, independente de considerar ou não a zona morta. Mas ressalta-se que a zona morta causa um erro relativo considerável à análise completa do sinal. Lembrando que o erro é calculado em relação ao valor de referência  $r(t)$ . Como pode ser visto, há um ganho percentual de aproximadamente 1% entre a atuação do primeiro para o segundo ciclo de acionamento.

**Tabela 5.3:** Erro Relativo Percentual do controlador LPAE $\tau$ 

Ciclo de Atuação	Tipo de intervalo	Intervalo de amostras	erro médio relativo
1º	com zona morta	0,00 a 17,00 s	5,44 %
1º	sem zona morta	0,88 a 17,00 s	1,90 %
2º	com zona morta	0,00 a 17,00 s	4,41 %
2º	sem zona morta	0,88 a 17,00 s	0,82 %

Fonte: Próprio autor

## 6. Conclusão

O presente trabalho apresentou uma proposta ousada pela inovação na utilização da  $LPAE\tau$  aplicada em controle de sistemas, mesmo que de modo ainda inicial, procurando conciliar alguns conceitos e contornar outros. Por se tratar de uma forma até então não explorada, pode-se perceber algumas possibilidades tanto em configurações alternativas do controlador como nas possibilidades de que se apresentam como promissoras.

São as principais contribuições deste trabalho:

- Apresentação de uma nova proposta para realização do controle dinâmico de sistema utilizando a Lógica Paraconsistente Anotada Evidencial  $E\tau$ .
- Aplicação de um método de validação dessa nova proposta baseada em comparação com uma implementação bem estabelecida, aceita e utilizada pelo meio acadêmico e industrial.
- Aplicação bem sucedida mediante o objetivo e aos requisitos de desempenho do sistema apresentados;
- Compreensão da  $LPAE\tau$  e suas formas de aplicação;
- Investigação das possibilidades e áreas distintas de aplicação;
- Aplicação da  $LPAE\tau$  em um sistema de controle;
- Ampliação do conhecimento sobre a  $LPAE\tau$  sob uma perspectiva até então não explorada.
- Possibilitar o início de uma linha de pesquisa tendo como base o estudo da  $LPAE\tau$  aplicado ao controle de sistemas;
- Evidenciar possibilidades de trabalhos futuros.

Os resultados obtidos neste trabalho são iniciais do ponto de vista de exploração da Lógica Paraconsistente Anotada Evidencial  $E\tau$  utilizada para o controle dinâmico de sistemas, e apresenta-se como promissor o caminho associado à técnicas de sistemas adaptativos, inteligência artificial, para alteração de parâmetros de controle.

## 6.1 Trabalhos futuros

Como um dos principais resultados do presente trabalho está o apontamento de possíveis caminhos a serem trilhados futuramente, dando prosseguimento à linha de trabalho, ampliando os horizontes, sedimentando os conhecimentos aqui apresentados, corrigindo os possíveis equívocos e aprofundando conceitos.

Como principais sugestões para trabalhos futuros são citados:

- Controle de sistemas não lineares: o presente trabalho, por se tratar de uma abordagem inicial, buscou uma aplicação em um sistemas mais simples, para validar os conceitos iniciais, reduzindo as possíveis fontes de complexidade e problemas;
- Aplicar o controlador  $LPAE\tau$  em um sistema de segunda ordem e avaliar as implicações, limitações e potenciais;
- Controle de sistemas críticos: aplicar a  $LPAE\tau$  em sistemas cuja criticidade é mandatória, exigindo um processamento e tomada de decisão consistente, precisa e de resposta imediata;
- Utilizar um sistema operacional de tempo real para gerenciar o comportamento do controlador, explorando o viés comportamental da implementação do controlador  $LPAE\tau$  em um RTOS tanto *soft* quanto *hard*, com aplicações não críticas e críticas;
- Melhoria da geração do parâmetro  $\delta$ , utilizando um algoritmo adaptativo, inteligência artificial, ou alguma técnica que permita um melhor ajuste deste valor de correção.

# Referências Bibliográficas

ABE, J. M. *Fundamentos da Lógica Anotada*. Tese (Doutorado) — Faculdade de Filosofia, Letras e Ciências Humanas - Universidade de São Paulo, São Paulo, 1992.

ABE, J. M. Remarks on paraconsistent annotated evidential logic  $E\tau$ . *Unisantia Science and Technology*, Santos, v. 3, n. 1, p. 25–29, July 2014.

ABE, J. M.; FILHO, J. I. da S.; TORRES, G. L. *Inteligência Artificial com as Redes de Análise Paraconsistentes*.: Teoria e aplicação. 1ª. ed. [S.l.]: LTC, 2008.

BUENO-SOLER, J.; CARNIELLI, W.; TESTA, R. (Ed.). *Consistency, Contradiction, Paraconsistency, and Reasoning - 40 year of CLE*. Campinas, São Paulo - Brazil: Center for Logic, Epistemology and the History of Science, 2016.

CARVALHO, F. R. de; BRUNSTEIN, I.; ABE, J. M. Um estudo de tomada de decisão baseado em lógica paraconsistente anotada: Avaliação do projeto de uma fábrica. *Revista Pesquisa e Desenvolvimento Engenharia de Produção*, São Paulo, n. 1, p. 47–62, Dez 2003.

COELHO, M. S. *Controle PI Híbrido com Lógica Paraconsistente aplicado em malha de controle de nível em vaso pressurizado*. Dissertação (Mestrado) — Universidade Santa Cecília, Santos, 2015.

DA SILVA FILHO, J. I. Métodos de aplicações da lógica paraconsistente anotada de anotação com dois valores-lpa2v. *Revista Seleção Documental*, Santos, v. 1, n. 1, p. 18–25, Março 2006.

DA SILVA FILHO, J. I.; ABE, J. M. Aspectos de lógica e teoria da ciência: Pesquisa e métodos de aplicações da lógica paraconsistente anotada em sistemas de inteligência artificial. *Instituto de Estudos Avançados da Universidade de São Paulo*, São Paulo, p. 50–83, 2011.

DA SILVA FILHO, J. I.; SCALZITTI, A. Análise de sinais de informações em lógica paraconsistente anotada. *Revista Seleção Documental*, Santos, n. 14, p. 22–26, Março 2009.

DORF, R. C.; BISHOP, R. H. *Modern control systems*. 12ª. ed. New Jersey: Pearson Education, Inc, 2011.

GOMES, E. L. *Sobre a história da paraconsistência e a obra de da Costa: a instauração da*



*Lógica Paraconsistente*. Tese (Doutorado) — Instituto de Filosofia e Ciências Humanas - Universidade Estadual de Campinas, Campinas, 2013.

KRAUSE, D. Lógica paraconsistente. *Scientific American Brasil*, São Paulo, n. 30, p. 70–77, Nov 2004.

MARIO, M. C.; FILHO, J. I. da S.; ABE, J. M. Modelo de análise de mamografias através do uso da lógica paraconsistente anotada para auxílio de diagnóstico de patologias da mama. *Tópicos de Sistemas Inteligentes Baseados em Lógicas Não-Clássicas*, São Paulo, p. 97–115, 2016.

NISE, N. *Engenharia de sistemas de controle*. 3<sup>a</sup>. ed. Califórnia: LTC, 2009.

NUNES, V. C. *Aplicação da Lógica Paraconsistente Anotada de anotação com dois valores - LPA2v em tomada de decisão de um Manipulador Robótico Industrial no processo de paletização*. Dissertação (Mestrado) — Universidade Santa Cecília, Santos, 2015.

OGATA, K. *Modern Control Engineering*. 5<sup>a</sup>. ed. New Jersey: Prentice Hall, Pearson Education, Inc, 2010.

TORRES, C. R.; REIS, R. Utilização da lógica paraconsistente anotada evidencial para controle de uma unidade robótica móvel autônoma. *Tópicos de Sistemas Inteligentes Baseados em Lógicas Não-Clássicas*, São Paulo, p. 5–32, 2016.

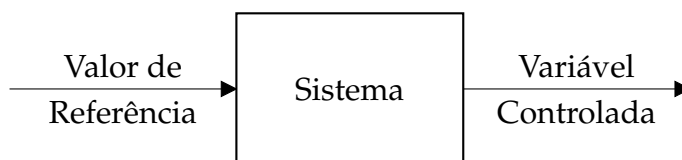
## **Apêndice A - Controle clássico de sistemas**

## A.1 Representação dos Sistemas - Diagrama de Blocos

Os sistemas de controle são geralmente representados através de diagramas de blocos ou fluxo de sinais, como na Figura A.1, convenientes ao seu desenvolvimento e análise. É composto por uma caixa representando o sistema a ser controlado, setas no sentido da caixa representando as entradas do processo e setas no sentido para fora da caixa para indicar a saída do sistema.

Em um sistema real podem haver muitas variáveis de entrada e de saída, mas a abordagem clássica de controle isola apenas uma das variáveis de entrada e uma de saída, ficando o sistema conhecido pela sigla em inglês SISO (*Single In Single Out* - Única Entrada e Única Saída).

**Figura A.1:** Diagrama de blocos de sistema de controle

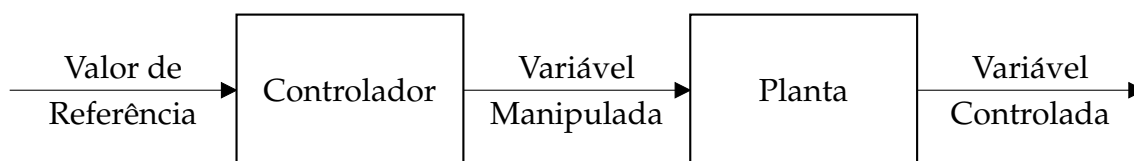


Fonte: (OGATA, 2010)

Em OGATA(2010) são encontradas definições, comentários sobre vantagens, aplicações e procedimento para construção de Diagramas de blocos, assim como a representação de sistemas em malha aberta, malha fechada, perturbações, técnicas e regras da álgebra de blocos.

O diagrama de blocos mostrado na Figura A.1 é uma simplificação ao máximo de um sistema de controle, contém apenas o bloco representando o sistema, uma entrada, para o valor de referência, e uma saída com o valor da variável controlada. A Figura A.2, divide os bloco do sistema em dois: controlador e planta. Neste caso, um sistema de controle em malha aberta, ou seja, não há uma reinserção do sinal de saída à entrada, chamada de realimentação ou retroalimentação. Assim, a entrada possui o valor de resposta desejada, que alimenta o processo e a saída apresenta a resposta real, porém nada garante que a resposta real está coerente ao valor de entrada.

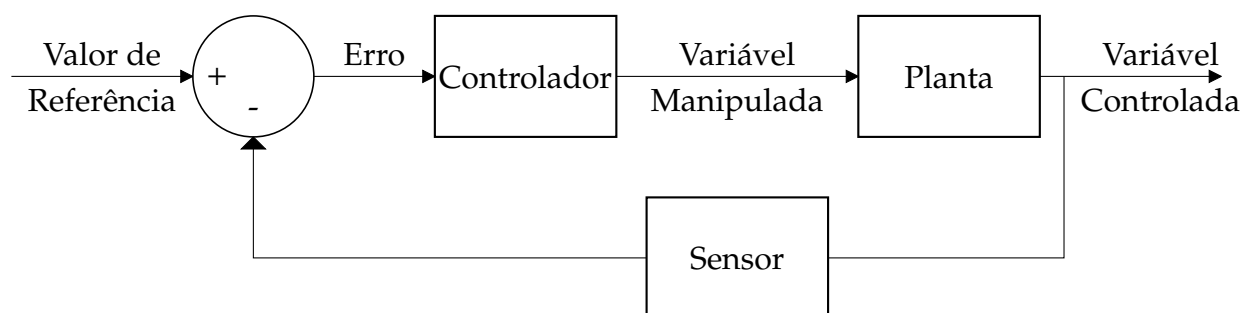
**Figura A.2:** Diagrama de blocos de sistema de controle em malha aberta



Fonte: (OGATA, 2010)

O diagrama da Figura A.3 apresenta realimentação, ou seja, uma amostra da resposta real é lida por um elemento sensor e é reinserida à entrada da malha, aonde é realizada a comparação entre resposta real e desejada, a diferença entre ambos os valores é chamado de Erro do Sistema e é baseado nesse valor que o controlador tem condições de efetuar as devidas correções, geralmente, afim de manter o sistema estável no valor de resposta desejada.

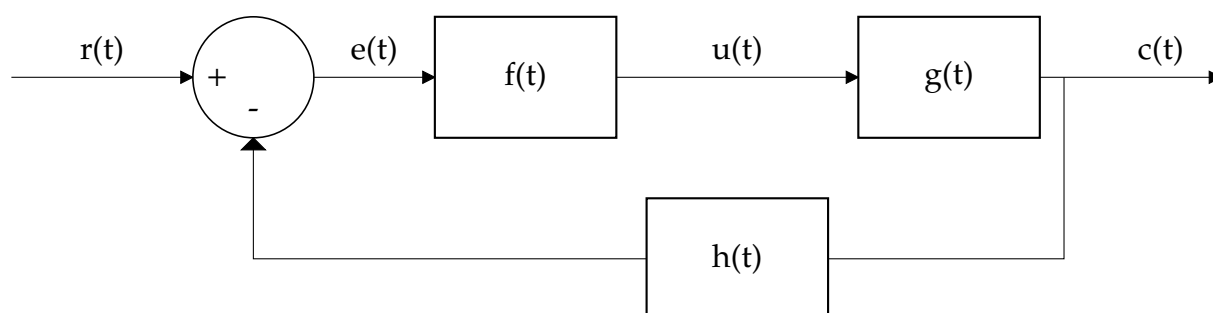
**Figura A.3:** Diagrama em blocos de sistema de controle em malha fechada



Fonte: (OGATA, 2010)

Como notação para os elementos do diagrama de blocos, são adotadas letras para representar matematicamente as relações entre as grandezas conforme Figura A.4

**Figura A.4:** Diagrama em blocos de sistema de controle em malha fechada utilizando notação matemática



Fonte: (OGATA, 2010)

## A.2 Controle Clássico

Os sistemas de controle clássicos possuem a predileção por tratar sistemas monovariáveis, lineares e invariantes no tempo, mas esta não é a condição mais provável para um sistema físico. Ao longo do tempo foram desenvolvidas ferramentas, como a Transformada de Laplace, para contornar algumas dificuldades inerentes ao equacio-

namento dos modelos matemáticos e também métodos como o dos lugares das raízes ou resposta de frequência.

Os sistemas de controle modernos possuem o índice de desempenho em termos de variáveis de estado, e possuem técnicas para tratar sistemas multivariáveis, não lineares e variantes no tempo.

A forma prática de trabalhar com sistemas de controle clássicos é através de modelos matemáticos para descrever a dinâmica dos sistemas a partir das leis físicas que regem seus comportamento e desempenho. As variáveis dos sistemas articulam-se dinamicamente e são expressas matematicamente utilizando, geralmente, equações diferenciais, e podem ser relações lineares ou não lineares. Para sistemas não lineares é habitual que seja feita a linearização do sistema, ou de uma região que se queira controlar, utilizando como ferramenta a Série de Taylor.

Outra ferramenta extremamente importante é a Transformada de Laplace que converte uma equação diferencial no domínio do tempo em uma equação algébrica no domínio da frequência, facilitando a manipulação matemática na utilização dos métodos de controle.

A relação das variáveis de saída com a de entrada do sistema, é denominada de Função de Transferência(FT) e apresenta as características dinâmicas do sistema.

### **A.2.1 Modelagem matemática**

A maioria dos sistemas físicos pode ser modelado matematicamente através de equações diferenciais parciais e é comum que os sistemas apresentem comportamento exponencial, e também apresentam não linearidades, que dependendo da aplicação, podem ser aproximadas em regiões específicas de operação e as equações sofrem transformadas para simplificar a manipulação e resolução dos problemas encontrados nos diversos sistemas assim como o apresentado neste estudo.

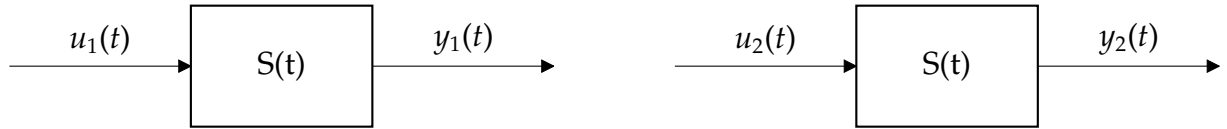
### **A.2.2 Sistema Linear**

Quase que a totalidade dos processos naturais apresentam aspectos não lineares, porém a técnica de controle clássico trabalha apenas com sistemas lineares, assim existem duas opções para trabalhar com sistemas não lineares: mudar o método de controle para uma técnica não convencional ou linearizar em torno de um ponto de

operação. A linearização é o processo de encontrar um modelo linear que atenda bem a aproximação do modelo não linear em questão (OGATA, 2010).

Dado um sistema  $S(t)$  para uma entrada  $u(t) = u_1(t)$  tem-se uma saída  $y(t) = y_1(t)$  e para uma entrada  $u(t) = u_2(t)$  tem-se uma saída  $y(t) = y_2(t)$ , conforme Figura A.5.

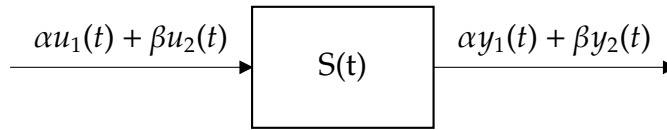
**Figura A.5:** Sistema simples



Fonte: (OGATA, 2010)

Assim para a região linear próxima ao ponto de operação, uma combinação linear na entrada  $u(t) = \alpha u_1(t) + \beta u_2(t)$  produz  $y(t) = \alpha y_1(t) + \beta y_2(t)$ ,  $\forall \alpha, \beta \in \mathbb{R}$ , que é o princípio da superposição ilustrado na Figura A.6.

**Figura A.6:** Princípio da Superposição



Fonte: (OGATA, 2010)

## Linearização

Para o processo de linearização de um sinal, uma forma comumente utilizada é através da Série de Taylor, onde dado um plano cartesiano e uma função  $f$  com um ponto qualquer com coordenadas  $x$  e  $y$  com pequenas variações  $\bar{x}$  e  $\bar{y}$ , temos que:

$$y = \bar{y} + \left. \frac{df}{dx} \right|_{\bar{x}} (x - \bar{x}) + \frac{1}{2!} \left. \frac{d^2f}{dx^2} \right|_{\bar{x}} (x - \bar{x})^2 + \frac{1}{3!} \left. \frac{d^3f}{dx^3} \right|_{\bar{x}} (x - \bar{x})^3 + \dots \quad (\text{A.1})$$

A Série de Taylor é truncada após o segundo membro da somatória, pois  $(x - \bar{x})^n$  é cada vez menor na medida em que o expoente aumenta, fazendo com que tal parcela da somatória tenda a zero, assim despreza-se tais termos e tem-se:

$$y = \bar{y} + \left. \frac{df}{dx} \right|_{\bar{x}} (x - \bar{x}) \quad (\text{A.2})$$

### A.2.3 Transformada de Laplace

A Transformada de Laplace é utilizada em controle como uma ferramenta matemática para facilitar a solução de equações diferenciais lineares, utilizando uma variável complexa  $s$ , operações como derivação e integração podem ser substituídas por operações algébricas no plano complexo, domínio da frequência, e após a resolução realiza-se a Transformada Inversa de Laplace para retornar a solução para o domínio do tempo.

A definição e sua dedução de forma rigorosa podem ser encontradas em (OGATA, 2010) e não será discutida neste trabalho, mas vale aqui apresentar apenas a sua definição e uma parte da tabela de conversão.

A Transformada de Laplace é definida como:

$$\mathcal{L}\{f(t)\} = F(s) = \int_0^{\infty} f(t)e^{-st} dt \quad (\text{A.3})$$

Onde:

$\mathcal{L}$  : Operador da Transformada de Laplace

$f(t)$  : função da variável  $t$  tal que  $f(t) = 0$  para  $t < 0$

$F(s)$  : Transformada de Laplace de  $f(t)$

$s$  : variável complexa

A Transformada Inversa de Laplace é definida como:

$$\mathcal{L}^{-1}\{F(s)\} = \frac{1}{2\pi j} \int_{c-j\infty}^{c+j\infty} F(s)e^{st} ds, \text{ para } t > 0 \quad (\text{A.4})$$

Onde:

$\mathcal{L}^{-1}$  : Operador da Transformada Inversa de Laplace

$c$  : Número real constante, abscissa da convergência.

Difícilmente a Transformada Inversa de Laplace é utilizada, podendo ser utilizado o método de frações parciais ou a tabela de conversão.

A Tabela A.1 mostra alguns pares de Transformadas de Laplace, e uma tabela mais completa pode ser encontrada no Capítulo 2 de (OGATA, 2010).

**Tabela A.1:** Pares de Transformadas de Laplace

$f(t)$	$F(s)$
Impulso unitário $\delta(t)$	1
Degrau unitário $1(t)$	$\frac{1}{s}$
$t$	$\frac{1}{s^2}$
$\frac{t^{n-1}}{(n-1)!} (n = 1, 2, 3, \dots)$	$\frac{1}{s^n}$
$t^n (n = 1, 2, 3, \dots)$	$\frac{n!}{s^{n+1}}$
$e^{-at}$	$\frac{1}{s+a}$
$t^n e^{-at} (n = 1, 2, 3, \dots)$	$\frac{n!}{(s+a)^{n+1}}$
$\frac{1}{a}(1 - e^{-at})$	$\frac{1}{s(s+a)}$
$\frac{1}{b-a}(e^{-at} - e^{-bt})$	$\frac{1}{(s+a)(s+b)}$

### A.3 Ação de Controle

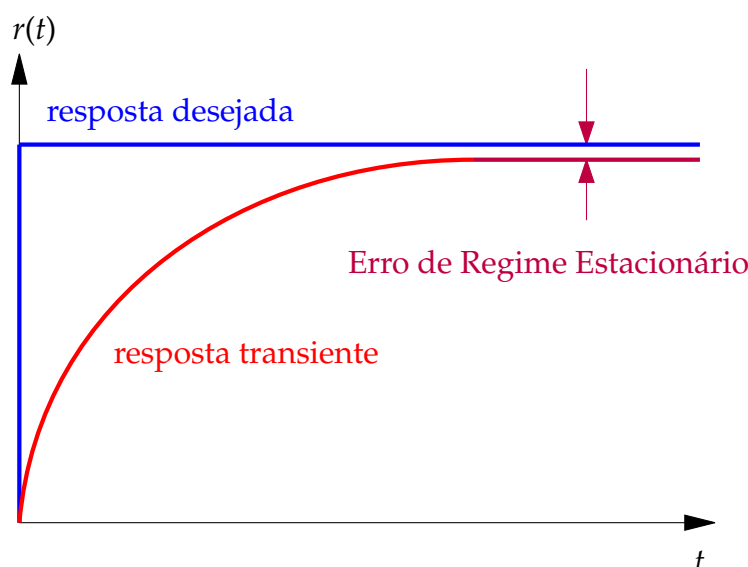
A ação de controle é a forma como se busca atender os chamados requisitos de desempenho do sistema, que de um modo geral se efetuam através de modificações das características da relação entrada/saída para se obter os valores desejados dessa relação, ou ainda ajustar o comportamento da saída para uma dada entrada específica.

Os principais e mais comuns requisitos de desempenho dos sistemas são associados a velocidade de resposta, presença ou não de oscilações na estabilização e a exatidão da resposta do sistema em relação ao valor desejado, chamada de erro de regime estacionário.

O erro de regime estacionário, mostrada na Figura A.7, é uma medida que vai tender a zero em sistemas ideais, mas que na realidade não alcança o valor zero, assim assume-se um valor aceitável, 5% do valor da resposta desejada para sistemas não críticos e 2% para sistemas de maior grau de criticidade, para assumir que o sistema entrou em estabilidade, e a resposta real é aceita como tendo atingido o valor de resposta desejada.

Para realizar o controle de um sistema é necessário que estejam bem definidos os



**Figura A.7:** Gráfico da função Resposta

Fonte: (DORF; BISHOP, 2011)

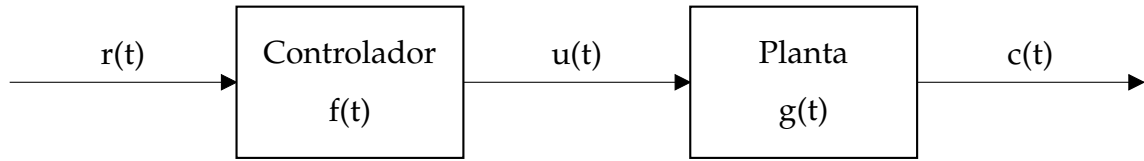
seus requisitos, que são os objetivos a serem atendidos. Quando um sistema por si só já atende aos requisitos, não há a necessidade de controle. De forma oposta, é projetado o sistema de controle, que pode ser em malha aberta ou fechada, clássico ou moderno, convencional ou não-convencional, dependendo das características físicas do sistema.

Para a execução de um sistema de controle podem ser verificados requisitos do sistema de duas formas básicas, sendo a primeira através dos testes e levantamento empírico da sua curva de resposta ou através de seu modelo matemático, quando trabalha-se com elementos já bem estudados e com a equação que representa seu comportamento empírico bem estabelecida por diversos estudos anteriores.

Em DORF; BISHOP(2011) é abordado o controlador PID, uma das principais soluções e a mais encontrada em aplicações industriais segundo OGATA(2010), que trata do mesmo tema e as versões de PID modificados no Capítulo 10 de seu trabalho. Ações de controle do tipo PID são responsáveis por controlar a planta e atender aos requisitos de desempenho desejados ao sistema.

O controle em malha aberta é o sistema mais simples de ser implementado, mostrada sua representação na Figura A.8, não possui realimentação, ou seja, o controlador não possui uma indicação da variável controlada, não sendo possível a sua correção caso haja alguma interferência, oscilação, ruído, ou mesmo que o sistema não apresente baixo rendimento.

O sistema físico aqui estudado possui comportamento exponencial que pode ser

**Figura A.8:** Sistema de controle em malha aberta

Fonte: (OGATA, 2010)

descrito pela equação A.5.

$$\frac{dc(t)}{dt} + c(t) = r(t) \rightarrow \mathcal{L} \rightarrow \frac{C(s)}{R(s)} = \frac{K}{s + a} \quad (\text{A.5})$$

Onde:

$t$  : tempo,  $r(t) = 0$  , para  $t < 0$ ;

$\mathcal{L}$  : Operador de Laplace;

$c(t)$  : Variável controlada no domínio do tempo;

$C(s)$  : Variável controlada no domínio da frequência;

$r(t)$  : Valor de referência (*setpoint*) no domínio do tempo;

$R(s)$  : Valor de referência (*setpoint*) no domínio da frequência.

$K$  : Constante de proporcionalidade;

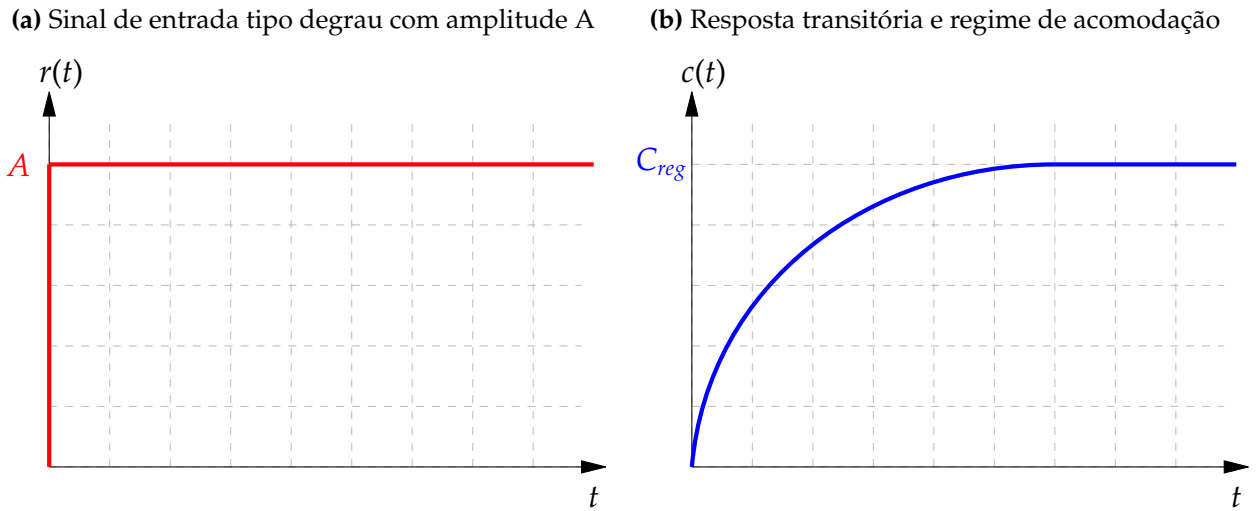
$s$  : Variável complexa de Laplace;

$a$  : Polo da função.

Sendo assim, para um estímulo de entrada do tipo **degrau**, conforme Tabela A.1, com amplitude **A**, temos  $R(s) = \frac{A}{s}$  e aplicando a Transformada Inversa de Laplace:

$$C(s) = \frac{K}{s + a} \frac{A}{s} \rightarrow \mathcal{L}^{-1} \rightarrow c(t) = \frac{KA}{a} (1 - e^{-at}) \quad (\text{A.6})$$

A Figura A.9a mostra um sinal do tipo degrau com amplitude **A** aplicado ao sistema de teste, que responde conforme um sistema de primeira ordem como mostrado na Figura A.9b. A partir de um determinado instante de tempo, entra em regime constante ( $c_{reg}$ ), alcançando o valor de referência dado pelo degrau de amplitude **A**. Assim quando  $t \rightarrow \infty$  então  $c_{reg} \rightarrow A$ :

**Figura A.9:** Sistema de Primeira Ordem

Fonte: (OGATA, 2010)

Aplicando o Teorema do Valor Final pode-se ver que o  $c_{reg}$  estabiliza em um valor constante como mostrado pela Equação A.7:

$$C_{reg} = \lim_{s \rightarrow 0} sC(s) = \lim_{s \rightarrow 0} s \frac{K}{s+a} \frac{A}{s} = \frac{KA}{a} \quad (A.7)$$

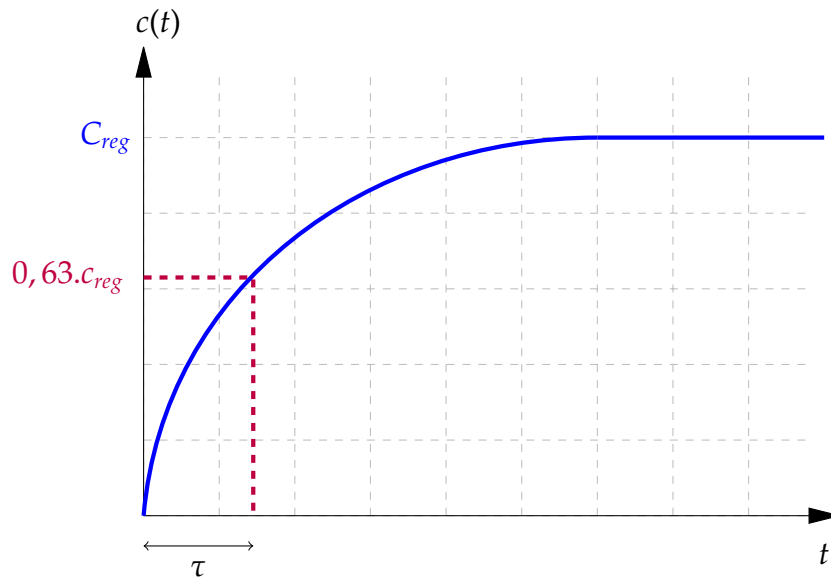
Matematicamente, quanto maior o valor de  $t$  na Equação A.6, o resultado de sua exponencial tende a zero, levando a um resultado que depende apenas das constantes, como mostrado na Equação A.7.

Tomando  $t = \frac{1}{a} = a^{-1} = \tau$  para gerar um valor conhecido em  $e^{-at}$ , da Equação A.6 temos:

$$c(a^{-1}) = \frac{KA}{a}(1 - e^{-(a \cdot a^{-1})}) = \frac{KA}{a}(1 - e^{-1}) = \frac{KA}{a} \cdot 0,63 = 0,63 \cdot C_{reg} \quad (A.8)$$

A Figura A.10 mostra a constante de tempo  $\tau$ , que é atingida quando o sistema alcança 63% do seu valor de regime. Como sabemos que  $\tau = \frac{1}{a}$ , então o polo do sistema, que leva o denominador da Equação A.6 a zero, é:

$$a = \frac{1}{\tau} \quad (A.9)$$

**Figura A.10:** Constante de tempo

Fonte: (OGATA, 2010)

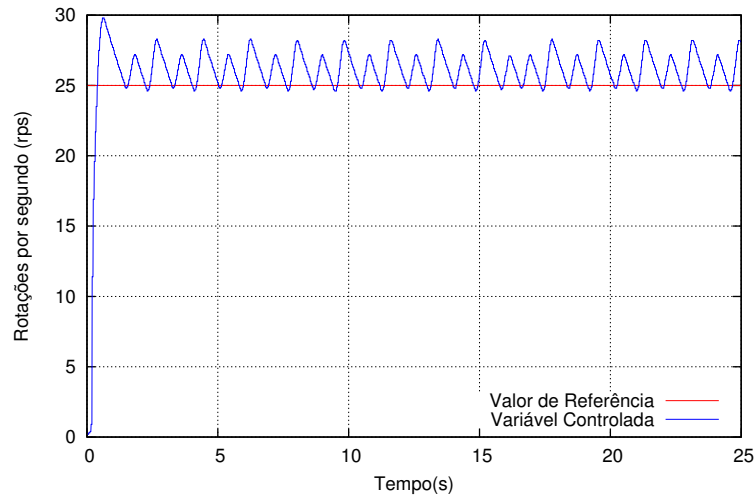
Portanto:

$$K = \frac{a c_{reg}}{A} \quad (A.10)$$

### A.3.1 Duas posições ou Liga-Desliga

É o tipo de ação de controle mais simples de ser implementado, porém o de menor precisão, pois opera com potência máxima até que o sensor atinja um determinado valor limite, mudando a ação para potência mínima, geralmente zero.

A Figura A.11 mostra o gráfico obtido no sistema de teste, onde a velocidade de rotação do motor oscila entre os valores de 25 e 30 rps, sendo o valor desejado em 25 rps. Todas estas oscilações podem representar perda de energia, pois o motor está recebendo energia em excesso sem necessidade, porém sua implementação é simples e não requer um conhecimento específico e aprofundado de controle.

**Figura A.11:** Ação de Controle Liga-Desliga

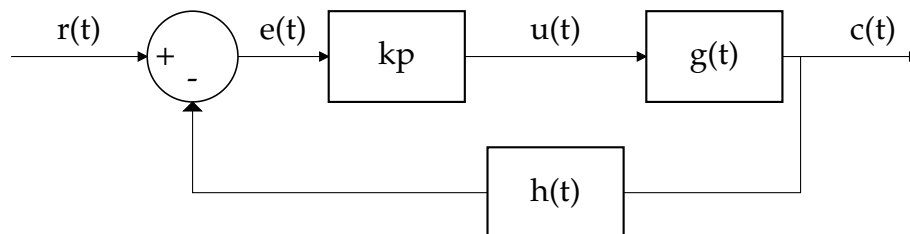
Fonte: Próprio autor

### A.3.2 Controlador Proporcional (P)

No controle proporcional, o erro é multiplicado por uma constante  $k_p$  gerando o sinal  $u\{t\}$ , que é a variável manipulada que atua sobre o sistema  $g(t)$ .

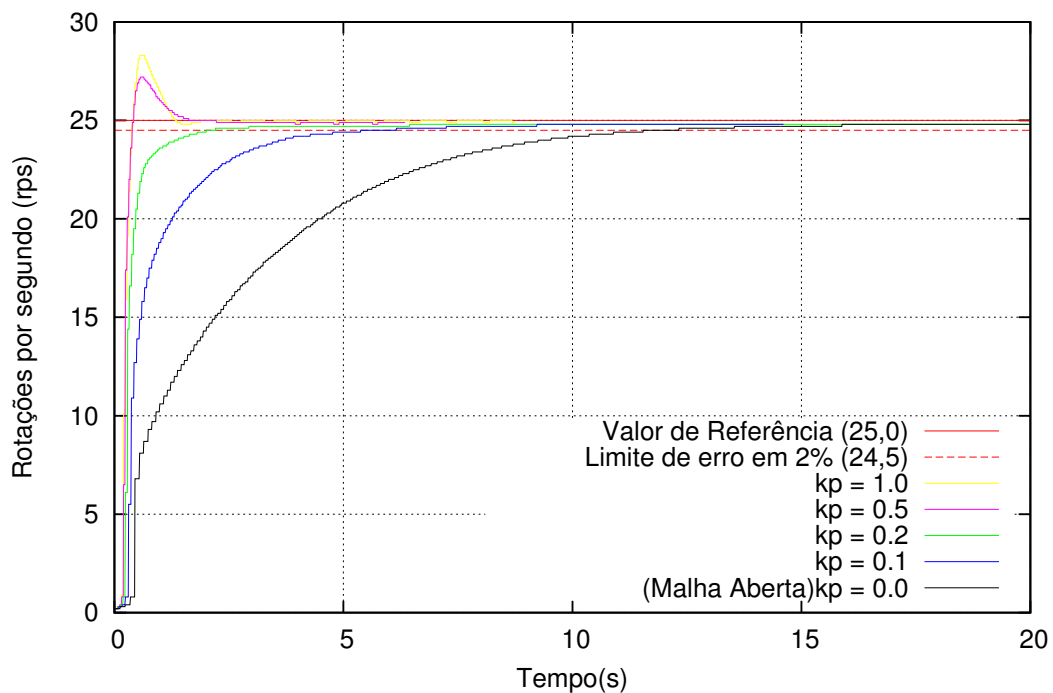
$$u(t) = k_p \cdot e(t) \quad (\text{A.11})$$

O diagrama de blocos da Figura A.12 mostra o bloco  $k_p$  que tem seu comportamento descrito pela Equação A.11 e que atua diretamente sobre o sistema através da variável manipulada  $u(t)$ .

**Figura A.12:** Diagrama em blocos de sistema de controle em malha fechada utilizando notação matemática

Fonte: Próprio autor

Variando o valor de  $k_p$  pode-se ver pela Figura A.13 que quanto maior o seu valor, mais rápida é a resposta do sistema, ou seja, menor é o tempo necessário para alcançar o valor de referência, porém, depois de um determinado valor, o sistema apresenta um sobressinal, que pode ou não ser tolerável, dependendo das exigências da aplicação.

**Figura A.13:** Ação de Controle Proporcional

Fonte: Próprio autor

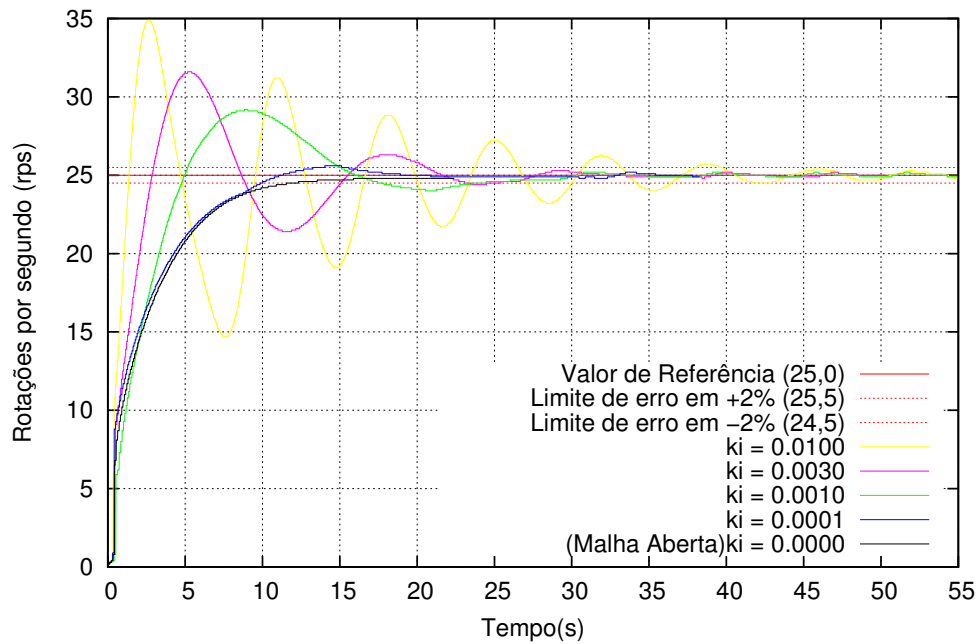
### A.3.3 Controlador Integral (I)

O controlador integral atua acumulando o erro do sistema, conforme equação descrita abaixo:

$$u(t) = k_i \int_0^{\infty} e(t) dt \quad (\text{A.12})$$

A resposta apresentada pelo sistema está plotada na Figura A.14 e mostra que ao aumentar o valor do coeficiente  $k_i$  o sistema começou a oscilar e demorou mais para estabilizar dentro de um valor limite próximo ao valor de referência.

A ação de integração é uma somatória de pequenas amostras do erro, que somadas ao longo do tempo levam o sistema a um erro zero, porém demoram mais tempo para alcançar a estabilidade e facilmente geram sobressinal.

**Figura A.14:** Ação de Controle Integral

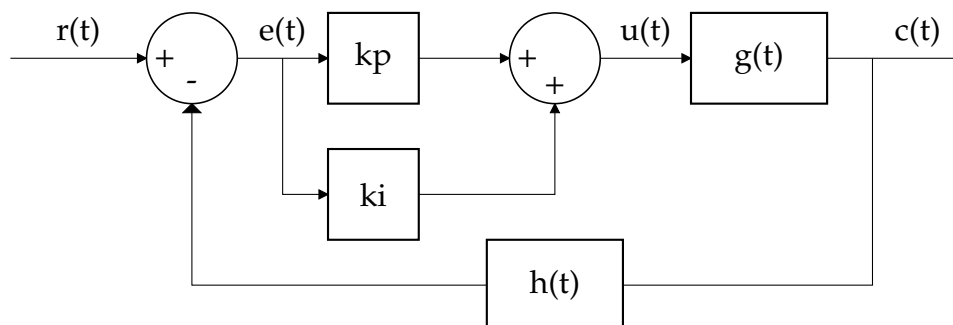
Fonte: Próprio autor

### A.3.4 Controlador Proporcional + Integral (PI)

O controlador Proporcional Integral (PI) como o próprio nome indica, é a união das ações de controle que levam seu nome, e busca unir as suas propriedades.

$$u(t) = k_p \cdot e(t) + k_i \int_0^{\infty} e(t) dt \quad (\text{A.13})$$

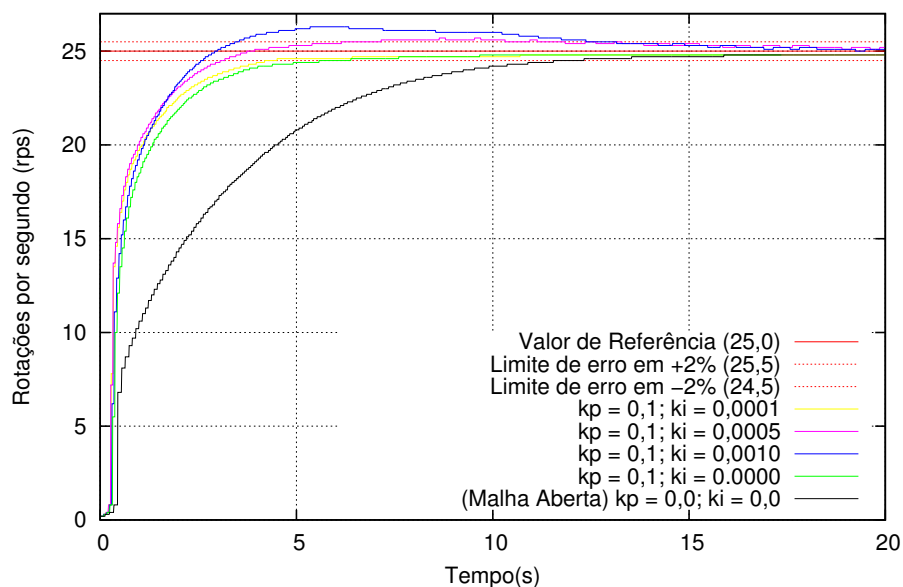
O intuito neste controlador é reduzir o tempo de resposta do sistema pelo controle proporcional e ao mesmo tempo gerar um erro nulo quando a estabilidade é atingida.

**Figura A.15:** Diagrama em blocos de sistema de controle em malha fechada utilizando notação matemática

Fonte: Próprio autor

Variando o valor de  $k_p$  pode-se ver pela Figura A.13 que quanto maior o seu valor, mais rápida é a resposta do sistema, ou seja, menor é o tempo necessário para alcançar o valor de referência, porém, depois de um determinado valor, o sistema apresenta um sobressinal, que pode ou não ser tolerável, dependendo das exigências da aplicação.

**Figura A.16:** Ação de Controle Proporcional Integral



Fonte: Próprio autor

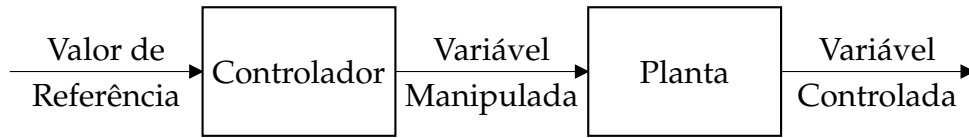
Como pode-se ver no gráfico da Figura A.16 foi utilizado um valor de  $k_i = 0.1$  para obter uma subida em um tempo tido como bom, ou seja, subida mais rápida e sem gerar sobressinal, de acordo com os valores mostrados na Figura A.13.



## **Apêndice B - Modelo matemático do processo**

Para melhor compreensão dos modelos dinâmicos dos sistemas, é utilizado o Diagrama de blocos do comportamento do sistema em malha aberta, conforme Figura B.1(OGATA, 2010).

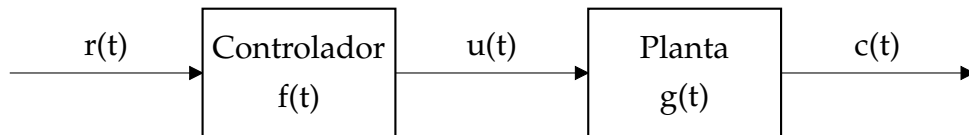
**Figura B.1:** Diagrama de blocos de sistema de controle em malha aberta



Fonte: (OGATA, 2010)

Utilizando variáveis para cada elemento do Diagrama de blocos, conforme Figura B.2, de forma a representá-los nas equações, temos então que:

**Figura B.2:** Sistema de controle em malha aberta



Fonte: Próprio autor

Onde:

$r(t)$ : Valor de Referência em rotações por segundo [rps];

$f(t)$ : Controlador que converte rps em % PWM para acionar o motor;

$u(t)$ : Variável Manipulada é o valor percentual do PWM;

$g(t)$ : Planta ou Processo formado pelo motor DC com o disco acoplado no eixo;

$c(t)$ : Variável Controlada é a velocidade de rotação do eixo em rps.

O sistema físico aqui estudado possui comportamento exponencial que pode ser descrito pela equação B.1.

$$\frac{dc(t)}{dt} + c(t) = r(t) \rightarrow \mathcal{L} \rightarrow \frac{C(s)}{R(s)} = \frac{K}{s + a} \quad (B.1)$$

Onde:

$t$  : tempo,  $r(t) = 0$  , para  $t < 0$ ;

$\mathcal{L}$  : Operador de Laplace;

$c(t)$  : Variável controlada no domínio do tempo;

$C(s)$  : Variável controlada no domínio da frequência;

$r(t)$  : Valor de referência (*setpoint*) no domínio do tempo;

$R(s)$  : Valor de referência (*setpoint*) no domínio da frequência.

$K$  : Constante de proporcionalidade;

$s$  : Variável complexa de Laplace;

$a$  : Polo da função.

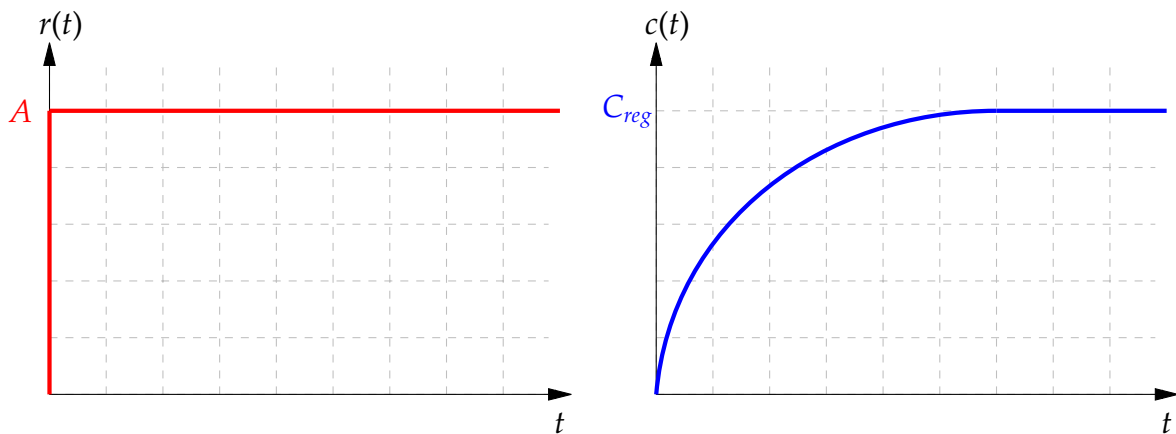
Sendo assim, para um estímulo de entrada do tipo **degrau**, com amplitude **A**, temos  $R(s) = \frac{A}{s}$  e aplicando a Transformada Inversa de Laplace:

$$C(s) = \frac{K}{s+a} \frac{A}{s} \rightarrow \mathcal{L}^{-1} \rightarrow c(t) = \frac{KA}{a}(1 - e^{-at}) \quad (\text{B.2})$$

A Figura B.5 mostra um sinal do tipo degrau com amplitude **A** aplicado ao sistema de teste, que responde conforme um sistema de primeira ordem como mostrado na Figura B.3b.

**Figura B.3:** Sistema de Primeira Ordem

(a) Sinal de entrada tipo degrau com amplitude A    (b) Resposta transitória e regime de acomodação

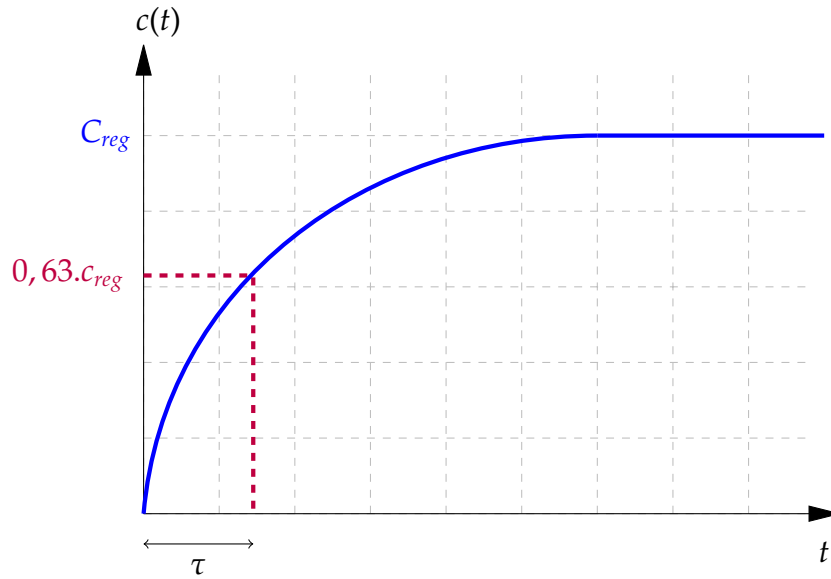


Fonte: Próprio autor

Matematicamente, quanto maior o valor de  $t$  na Equação B.2, o resultado da exponencial tende a zero, levando a um resultado que depende apenas das constantes para o valor de referência.

Tomando  $t = \frac{1}{a} = a^{-1} = \tau$  para gerar um valor conhecido em  $e^{-at}$ , da Equação B.2

Figura B.4: Constante de tempo



Fonte: Próprio autor

temos:

$$c(a^{-1}) = \frac{KA}{a}(1 - e^{-(a.a^{-1})}) = \frac{KA}{a}(1 - e^{-1}) = \frac{KA}{a}.0,63 = 0,63.C_{reg} \quad (B.3)$$

A Figura B.4 mostra a constante de tempo  $\tau$ , que é atingida quando o sistema alcança 63% do seu valor de regime. Como sabemos que  $\tau = \frac{1}{a}$ , então o polo do sistema, que leva o denominador da Equação B.2 a zero, é:

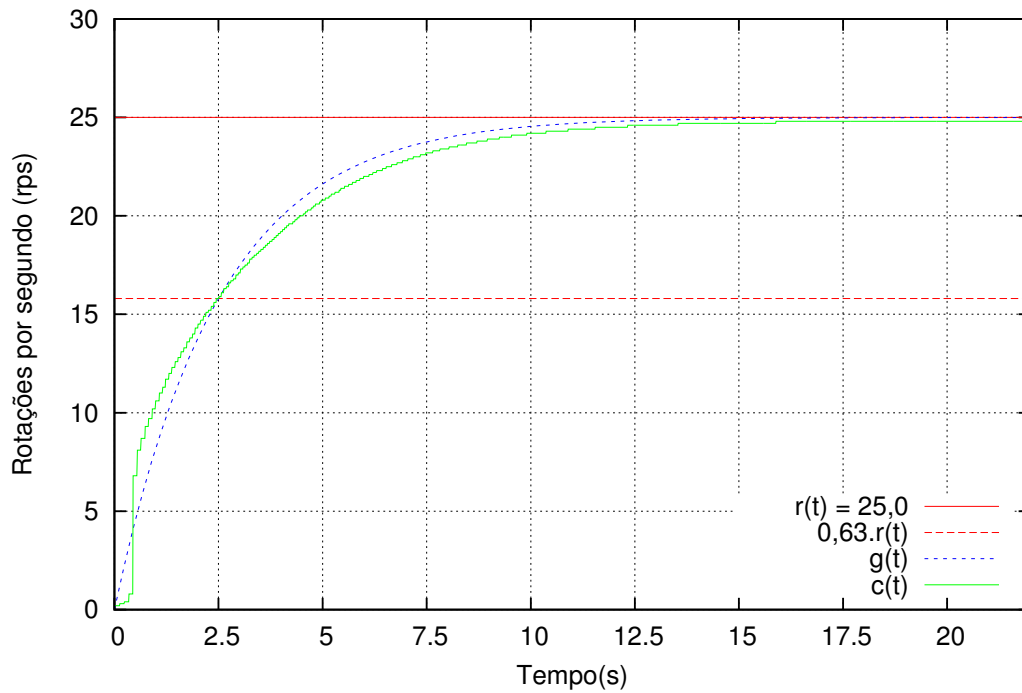
$$a = \frac{1}{\tau} \quad (B.4)$$

Portanto:

$$K = \frac{aC_{reg}}{A} \quad (B.5)$$

A Figura B.5 mostra um sinal do tipo degrau aplicado como referência no valor de 25 rps, a curva de comportamento real medida empiricamente e a curva aproximada calculada pelo método determinístico como segue, e ainda possui uma linha indicativa que mostra o ponto de intercepção da curva ao valor de 63% do valor de referência, e foi gerado um gráfico com divisões no eixo do Tempo no valor de  $\tau = 2,5s$ .

**Figura B.5:** Ação de Controle em Malha Aberta



Fonte: Próprio autor

Calculando o polo da função:

$$a = \frac{1}{\tau} = \frac{1}{2,5} = 0,4 \quad (\text{B.6})$$

Como  $c_{reg} = 25$  e  $A$  também é 25 então na Equação B.5  $K = a$  e assim temos que:

$$c(t) = \frac{KA}{a}(1 - e^{-at}) = \frac{0,4 \cdot 25}{0,4}(1 - e^{-0,4 \cdot t}) = 25(1 - e^{-0,4 \cdot t}) \quad (\text{B.7})$$

Aplicando a Transformada de Laplace:

$$\frac{C(s)}{R(s)} = \frac{K}{s + a} = \frac{0,4}{s + 0,4} \quad (\text{B.8})$$

Para a equação no formato canônico tanto o numerador quanto o denominador são divididos pelo próprio valor de  $K$ . Assim temos que:

$$\frac{C(s)}{R(s)} = \frac{1}{\tau s + 1} = \frac{1}{2,5s + 1} \quad (\text{B.9})$$

Baseado no gráfico mostrado na Figura B.5, o valor de tempo em que o motor assume a velocidade de referência é aproximadamente  $5\tau$ , 12,5 s, e como objetivo para uma primeira versão da implementação do controle utilizando LPAE $\tau$  é proposto que o sistema reduza o tempo de alcance da velocidade alvo em um tempo de no máximo  $1\tau$ , ou seja, 2,5s.