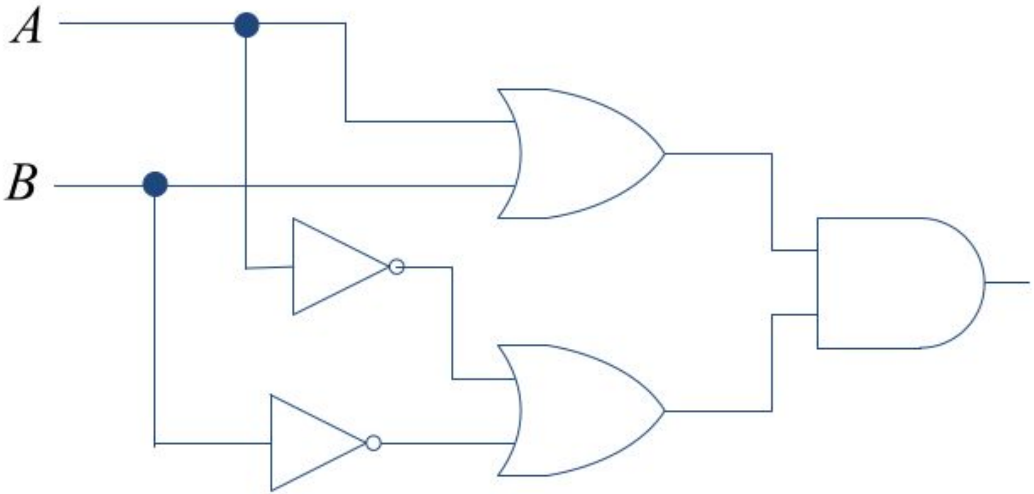
Expressões Lógicas

011111101010

Profº José W. R. Pereira
jose.pereira@ifsp.edu.br
josewrpereira.github.io/docs

Expressões Lógicas

Expressões lógicas, também denominadas expressões booleanas, consistem na **representação algébrica** do comportamento de circuitos e sistemas digitais, estabelecendo uma **relação matemática entre variáveis de entrada e uma saída resultante**.



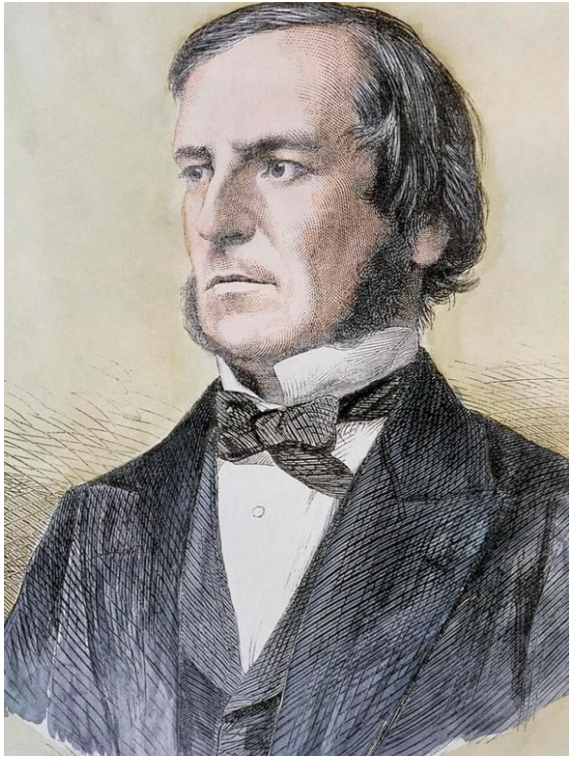
$$F = (A + B)(\overline{A} + \overline{B})$$

Expressões Lógicas

As expressões lógicas fundamentam-se na **Álgebra de Boole**, desenvolvida por George Boole no século XIX, que utiliza postulados e operações simples para resolver problemas práticos de controle através de estados binários:

0 : ausência de tensão ou não-condução

1 : presença de tensão ou condução



□ 02/11/1815 † 08/12/1864

Expressões Lógicas

As **funções lógicas primárias** que compõem essas expressões são

- **AND (conjunção) :** $(A \cdot B)$ ou (AB)
- **OR (disjunção) :** $(A+B)$
- **NOT (negação ou inversão)** : $\overline{\mathbf{A}}$ ou **A’**

a partir das quais derivam-se blocos mais complexos como

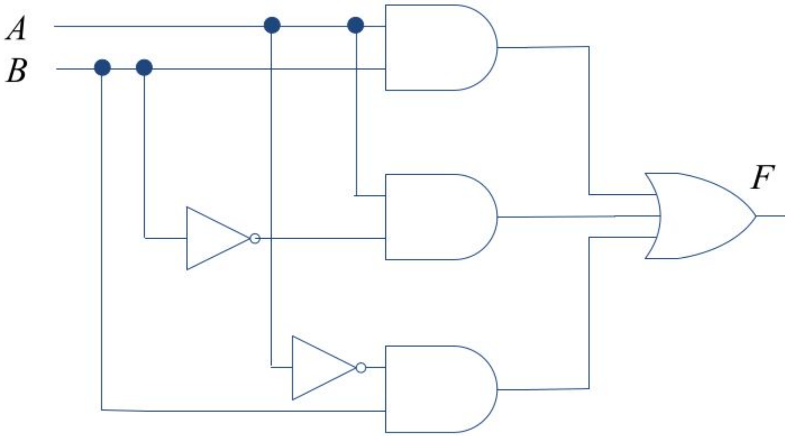
- **NAND :** $(\overline{A \cdot B})$ ou $(\overline{AB})$
- **NOR :** $(\overline{A+B})$
- **XOR :** $(\mathrm{A} \oplus \mathrm{B})$
- **XNOR :** $(\overline{\mathrm{A} \oplus \mathrm{B}})$ ou $(\mathrm{A} \odot \mathrm{B})$

Expressões Lógicas

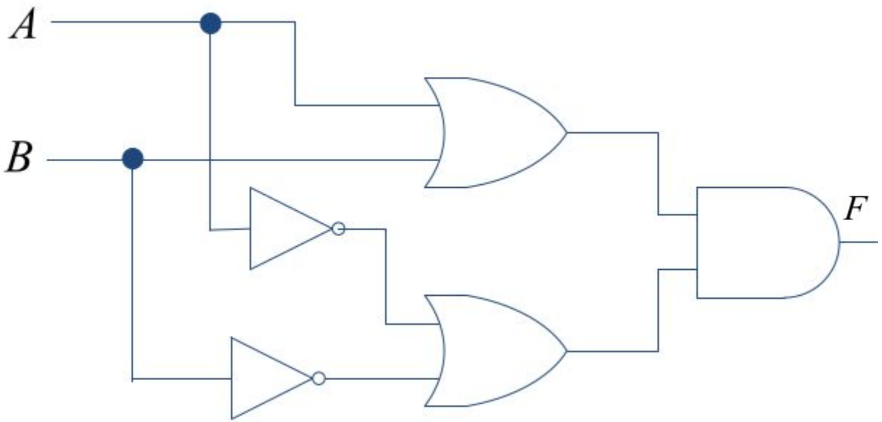
Expressões lógicas podem ser estruturadas em formatos específicos como:

- **Soma de Produtos** , onde termos de produto são unidos por portas **OR**
- **Produto de Somas**, onde termos de soma são unidos por portas **AND**

$$F = AB + A\overline{B} + \overline{A}B$$



$$F = (A+B)(\overline{A}+\overline{B})$$



Mintermos

Um mintermo é um **termo de produto (operação lógica AND)** que assume o **valor lógico 1** para uma única combinação específica das variáveis de entrada.

Na análise de circuitos combinacionais, os mintermos são utilizados no método da **Soma de Produtos**, onde se identificam **todas as linhas da tabela-verdade cujo resultado da saída é 1**.

Para a construção de um mintermo, segue-se a regra de que variáveis com valor 0 aparecem na forma complementada (barrada) e variáveis com valor 1 aparecem na forma não complementada.

A	B	F	
0	0	0	
0	1	1	$\rightarrow F = \overline{A}B$
1	0	1	$\rightarrow F = A\overline{B}$
1	1	1	$\rightarrow F = AB$

Ao realizar a **disjunção (operação OR) de todos os mintermos** que resultam em saída alta, obtém-se a **expressão lógica completa do sistema**.

Maxtermos

Um maxtermo é um **termo de soma (operação lógica OR)** que produz o **valor lógico 0** para uma combinação exclusiva das variáveis de entrada.

O uso de maxtermos fundamenta o método de **Produto de Somas**, que é menos frequente mas igualmente válido do ponto de vista algébrico.

A	B	F	
0	0	0	$\rightarrow \overline{F} = \overline{A}\,\overline{B}$ or $F = (A + B)$
0	1	1	
1	0	1	
1	1	0	$\rightarrow \overline{F} = AB$ or $F = (\overline{A} + \overline{B})$

Na convenção de maxtermos, a lógica é invertida em relação aos mintermos: a variável assume a forma não complementada se seu valor for 0 e a forma complementada se seu valor for 1, visando forçar o resultado do termo de soma para 0.

A **função completa** é obtida através da **conjunção (operação AND) de todos os maxtermos que representam as saídas 0 da tabela-verdade**.

Axiomas e Teoremas

Para a simplificação de expressões, as fontes destacam postulados fundamentais:

- **Identidade:**
  - $A + 0 = A$
  - $A \cdot 1 = A$
- **Nulo (Absorvente):**
  - $A + 1 = 1$
  - $A \cdot 0 = 0$
- **Idempotência:**
  - $A + A = A$
  - $A \cdot A = A$
- **Complementaridade:**
  - $A + \overline{A} = 1$
  - $A \cdot \overline{A} = 0$
- **Involução (Dupla Negação):**
  - $\overline{\overline{A}} = A$

Propriedades e Leis Algébricas

Essas leis regem a manipulação de expressões complexas e seguem princípios similares à álgebra convencional, com exceções específicas.

- **Comutativa:** A ordem das variáveis não altera o resultado da operação
  - $A + B = B + A$
  - $A \cdot B = B \cdot A$
- **Associativa:** O agrupamento de termos em somas ou produtos não altera o resultado final
  - $A + (B + C) = (A + B) + C$
  - $A \cdot (B \cdot C) = (A \cdot B) \cdot C$
- **Distributiva:** Permite a expansão ou fatoração de termos
  - $A \cdot (B + C) = (A \cdot B) + (A \cdot C)$
  - $(A \cdot B) + C = (A + C) \cdot (B + C)$
- **Absorção:** Termos redundantes são eliminados pela variável dominante
  - $A + A \cdot B = A$
  - $A \cdot (A + B) = A$

Teorema de De Morgan

Augustus De Morgan estabeleceu dois teoremas vitais que permitem a conversão entre operadores e a simplificação de barras de inversão sobre expressões complexas.

$$\overline{A \cdot B} = \overline{A} + \overline{B}$$

$$\overline{A + B} = \overline{A} \cdot \overline{B}$$

Referências

- GOMES, P. S. **Controle e Automação Industrial III**. Disponível em: <https://controleeautomacaoindustrial3.blogspot.com/2012/>. Acesso em: 19 jan. 2026.
- MARIANA,LUCAS, JUAN. **Primeira Geração - Computadores a válvula e relé**. Disponível em: <https://museuvirtualutfpr.blogspot.com/2011/12/primeira-geracao-computadores-valvula-e.html>. Acesso em: 19 jan. 2026.
- TOCCI, Ronald J.; WIDMER, Neal S. **Sistemas Digitais: Princípios e Aplicações.** 8. ed. Pearson, 2015.
- PALANIAPPAN, Ramaswamy**. *Digital Systems Design*.** bookboon.com, 2011.
- TRINDADE JUNIOR, Rosumiro; JULIÃO, Jodelson Moreira. **Circuitos Digitais.** Manaus: Centro de Educação Tecnológica do Amazonas (CETAM), 2012.

Sistemas Digitais

Profº José W. R. Pereira
jose.pereira@ifsp.edu.br
josewrpereira.github.io/docs