**UNIVERSIDADE DO VALE DO ITAJAÍ**
ESCOLA DO MAR, CIÊNCIA E TECNOLOGIA
CURSO DE BACHARELADO EM CIÊNCIA DA COMPUTAÇÃO
CC2165 – CÁLCULO NUMÉRICO

Professor,
Marcelo Gomes de Paoli, Dr.

# MÉTODOS ITERATIVOS E ELIMINAÇÃO GAUSSIANA

Acadêmicos,
Israel Efraim de Oliveira,
José Carlos Zancanaro.

Itajaí (SC), 30 de agosto de 2018.

# MÉTODOS ITERATIVOS E ELIMINAÇÃO GAUSSIANA

Israel Efraim de Oliveira
José Carlos Zancanaro
Agosto / 2018

*"The purpose of computing is insight, not numbers."*
*"O propósito da computação é a compreensão, não os números.*
*- R. W. Hamming*

*"… but for the student, numbers are often the road to insight."*
*"… mas para os acadêmicos, números são frequentemente o caminho para a compreensão."*
*- A. Ralston*

# Índice

# 1    Exercício

## Letra A

| Exercício 1 – Item A | | | | | |
|---|---|---|---|---|---|
| k | a | b | $x_k$ | $f(x_k)$ | e |
| 0 | 1 | 2 | 1.5 | 0.0911532 | - |
| 1 | 1 | 1.5 | 1.25 | 0.0315323 | 0.2 |
| 2 | 1 | 1.25 | 1.125 | 0.00466937 | 0.111111 |
| 3 | 1 | 1.125 | 1.0625 | -0.00785071 | 0.0588235 |
| 4 | 1.0625 | 1.125 | 1.09375 | -0.00167172 | 0.0285714 |
| 5 | 1.09375 | 1.125 | 1.10938 | 0.00147894 | 0.0140845 |
| 6 | 1.09375 | 1.10938 | 1.10156 | -0.000101413 | 0.0070922 |
| 7 | 1.10156 | 1.10938 | 1.10547 | 0.000687512 | 0.00353357 |
| 8 | 1.10156 | 1.10547 | 1.10352 | 0.000292737 | 0.00176991 |
| 9 | 1.10156 | 1.10352 | 1.10254 | 9.55834E-05 | 0.00088574 |
| 10 | 1.10156 | 1.10254 | 1.10205 | -2.9345E-06 | 0.000443066 |
| 11 | 1.10205 | 1.10254 | 1.10229 | 4.63195E-05 | 0.000221484 |
| 12 | 1.10205 | 1.10229 | 1.10217 | 2.16913E-05 | 0.000110754 |
| 13 | 1.10205 | 1.10217 | 1.10211 | 9.37809E-06 | 5.53802E-05 |
| 14 | 1.10205 | 1.10211 | 1.10208 | 3.22172E-06 | 2.76909E-05 |
| 15 | 1.10205 | 1.10208 | 1.10207 | 1.43587E-07 | 1.38456E-05 |
| 16 | 1.10205 | 1.10207 | 1.10206 | -1.39546E-06 | 6.92286E-06 |

## Letra B.

| Exercício 1 – Item B | | | | | |
|---|---|---|---|---|---|
| k | a | b | $x_k$ | $f(x_k)$ | e |
| 0 | 5 | 6 | 5.39328 | 0.00479863 | - |
| 1 | 5 | 5.39328 | 5.3292 | 0.000474574 | 0.0120244 |
| 2 | 5 | 5.3292 | 5.32298 | 4.57049E-05 | 0.00116808 |
| 3 | 5 | 5.32298 | 5.32238 | 4.39035E-06 | 0.000112299 |
| 4 | 5 | 5.32238 | 5.32233 | 4.21627E-07 | 1.07855E-05 |
| 5 | 5 | 5.32233 | 5.32232 | 4.049E-08 | 1.03577E-06 |

## 2      Exercício

## Letra A.

| Exercício 2 – Item A | | | | | |
|---|---|---|---|---|---|
| k | a | b | $x_k$ | $f(x_k)$ | e |
| 0 | 58 | 59 | 58.5 | 0.00626522 | - |
| 1 | 58.5 | 59 | 58.75 | -0.0036751 | 0.00425532 |
| 2 | 58.5 | 58.75 | 58.625 | 0.00128137 | 0.0021322 |
| 3 | 58.625 | 58.75 | 58.6875 | -0.00120027 | 0.00106496 |
| 4 | 58.625 | 58.6875 | 58.6562 | 3.96991E-05 | 0.000532765 |
| 5 | 58.6562 | 58.6875 | 58.6719 | -0.000580497 | 0.000266312 |
| 6 | 58.6562 | 58.6719 | 58.6641 | -0.000270452 | 0.000133174 |
| 7 | 58.6562 | 58.6641 | 58.6602 | -0.00011539 | 6.65912E-05 |
| 8 | 58.6562 | 58.6602 | 58.6582 | -3.78488E-05 | 3.32967E-05 |
| 9 | 58.6562 | 58.6582 | 58.6572 | 9.24303E-07 | 1.66486E-05 |
| 10 | 58.6572 | 58.6582 | 58.6577 | -1.84624E-05 | 8.32425E-06 |

## Letra B.

| Exercício 2 – Item B | | | | | |
|---|---|---|---|---|---|
| k | a | b | $x_k$ | $f(x_k)$ | e |
| 0 | 171 | 172 | 171.351 | -0.000966998 | - |
| 1 | 171 | 171.351 | 171.343 | -1.2259E-05 | 4.70229E-05 |
| 2 | 171 | 171.343 | 171.343 | -1.55407E-07 | 5.95952E-07 |

# 3    Exercício

## Letra A.

| Exercício 3 – Item A | | | | |
|---|---|---|---|---|
| k | $x_k$ | f'($x_k$) | f($x_k$) | e |
| 0 | 2 | 2910570000 | -100549000 | - |
| 1 | 2.03455 | 3132300000 | 3797080 | 0.0169797 |
| 2 | 2.03333 | 3124330000 | 4835.25 | 0.000596179 |
| 3 | 2.03333 | 3124320000 | 0.00787091 | 7.61122E-07 |

## Letra B.

| Exercício 3 – Item B | | | |
|---|---|---|---|
| k | $x_k$ | f($x_k$) | e |
| 0 | 2 | 611611000 | - |
| 1 | 1.60933 | -510117000 | 0.242753 |
| 2 | 1.78699 | -124424000 | 0.099419 |
| 3 | 1.8443 | 40406700 | 0.0310758 |
| 4 | 1.83025 | -2060080 | 0.00767641 |
| 5 | 1.83094 | -31628.7 | 0.000372248 |
| 6 | 1.83095 | 25.3497 | 5.80425E-06 |
| 7 | 1.83095 | -0.000311375 | 4.64826E-09 |
| 8 | 1.83095 | 0 | 5.71196E-14 |

# 4    Exercício

## Letra A.

| Exercício 4 – Item A | | | | |
|---|---|---|---|---|
| k | $x_k$ | $f'(x_k)$ | $f(x_k)$ | e |
| 0 | 7 | -10.8488 | 10.1633 | - |
| 1 | 7.93681 | -12.7224 | -0.877619 | 0.118034 |
| 2 | 7.86783 | -12.5844 | -0.00475854 | 0.00876762 |
| 3 | 7.86745 | -12.5837 | -1.42981E-07 | 4.80624E-05 |
| 4 | 7.86745 | -12.5837 | 0 | 1.44423E-09 |

## Letra B.

| Exercício 4 – Item B | | | |
|---|---|---|---|
| k | $x_k$ | $f(x_k)$ | e |
| 0 | -4 | 8.49986 | - |
| 1 | -4.69951 | 0.210197 | 0.148847 |
| 2 | -4.71724 | -0.0127218 | 0.00376005 |
| 3 | -4.71623 | 1.69295E-05 | 0.000214629 |
| 4 | -4.71623 | 1.35991E-09 | 2.85238E-07 |

# 5    Exercício

**Matriz inicial**

| $x_1$ | $x_2$ | $x_3$ | $x_4$ | $x_5$ | R |
|---|---|---|---|---|---|
| 1 | 0 | 2 | 3 | 2 | 27 |
| 1 | 1 | 1 | 2 | 1 | 23 |
| 1 | 2 | 1 | 1 | 2 | 31 |
| 0 | 1 | 2 | 2 | 3 | 31 |
| 2 | 1 | 0 | 1 | 1 | 22 |

**Matriz após Eliminação Gaussiana**

| $x_1$ | $x_2$ | $x_3$ | $x_4$ | $x_5$ | R |
|---|---|---|---|---|---|
| 1 | 0 | 0 | 0 | 0 | 4 |
| 0 | 1 | 0 | 0 | 0 | 6 |
| 0 | 0 | 1 | 0 | 0 | 2 |
| 0 | 0 | 0 | 3 | 0 | 3 |
| 0 | 0 | 0 | 0 | 1.33333 | 5 |

**Logo**

| $x_1$ | $x_2$ | $x_3$ | $x_4$ | $x_5$ |
|---|---|---|---|---|
| 4 | 6 | 2 | 3 | 5 |

**Resolução do Sistema Linear:**

$(1) = 4.1 + 6.0 + 2.2 + 3.3 + 5.2 = 27$
$(2) = 4.1 + 6.1 + 2.1 + 3.2 + 5.1 = 23$
$(3) = 4.1 + 6.2 + 2.1 + 3.1 + 5.2 = 31$
$(4) = 4.0 + 6.1 + 2.2 + 3.2 + 5.3 = 31$
$(5) = 4.2 + 6.1 + 2.0 + 3.1 + 5.1 = 22$

# 6　　　Exercício

**Matriz inicial**

| x_1 | x_2 | x_3 | x_4 | x_5 | x_6 | x_7 | x_8 | x_9 | R |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| -4 | 1 | 0 | 1 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 |
| 1 | -4 | 1 | 0 | 1 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 |
| 0 | 1 | -4 | 0 | 0 | 1 | 0 | 0 | 0 | 0 |
| 1 | 0 | 0 | -4 | 1 | 0 | 1 | 0 | 0 | 0 |
| 0 | 1 | 0 | 1 | -4 | 1 | 0 | 1 | 0 | 0 |
| 0 | 0 | 1 | 0 | 1 | -4 | 0 | 0 | 1 | 0 |
| 0 | 0 | 0 | 1 | 0 | 0 | -4 | 1 | 0 | -1 |
| 0 | 0 | 0 | 0 | 1 | 0 | 1 | -4 | 1 | -1 |
| 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 1 | 0 | 1 | -4 | -1 |

**Matriz após Eliminação Gaussiana**

| x_1 | x_2 | x_3 | x_4 | x_5 | x_6 | x_7 | x_8 | x_9 | R |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| -4 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0.0714286 |
| 0 | -3.75 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0.0982143 |
| 0 | 0 | -3.73333 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0.0714286 |
| 0 | 0 | 0 | -3.73214 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0.1875 |
| 0 | 0 | 0 | 0 | -3.4067 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0.25 |
| 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | -3.39185 | 0 | 0 | 0 | 0.1875 |
| 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | -3.70518 | 0 | 0 | 0.428571 |
| 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | -3.35449 | 0 | 0.526786 |
| 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | -3.34328 | 0.428571 |

**Logo**

Seja $X_i = P_i$,

| x_1 | x_2 | x_3 | x_4 | x_5 | x_6 | x_7 | x_8 | x_9 |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| 0.071429 | 0.098214 | 0.071429 | 0.1875 | 0.25 | 0.1875 | 0.428571 | 0.526786 | 0.428571 |

**Resolução do Sistema Linear**

P1 = (0 + 0 + 0.0982143 + 0.1875) / 4　　　　　　= 0.0714286
P2 = (0 + 0.0714286 + 0.0714286 + 0.25) / 4　　　= 0.0982143
P3 = (0 + 0.0982143 + 0 + 0.1875) / 4　　　　　　= 0.0714286
P4 = (0.0714286 + 0 + 0.25 + 0.428571) / 4　　　　= 0.1875
P5 = (0.0982143 + 0.1875 + 0.1875 + 0.526786) / 4 = 0.25
P6 = (0.0714286 + 0.25 + 0 + 0.428571) / 4　　　　= 0.1875
P7 = (0.1875 + 0 + 0.526786 + 1) / 4　　　　　　　= 0.428571
P8 = (0.25 + 0.428571 + 0.428571 + 1) / 4　　　　　= 0.526786
P9 = (0.1875 + 0.526786 + 0 + 1) / 4　　　　　　　= 0.428571