UNIVERSIDADE DO VALE DO ITAJAÍ
ESCOLA DO MAR, CIÊNCIA E TECNOLOGIA
CURSO DE BACHARELADO EM CIÊNCIA DA COMPUTAÇÃO
CC2165 – CÁLCULO NUMÉRICO

RESOLUÇÃO DE SISTEMAS LINEARES E INTERPOLAÇÕES POLINOMIAIS

Itajaí (SC), 11 de outubro de 2018.

RESOLUÇÃO DE SISTEMAS LINEARES E INTERPOLAÇÕES POLINOMIAIS

Israel Efraim de Oliveira
José Carlos Zancanaro
Outubro / 2018

Professor Dr.: Marcelo Gomes de Paoli.
Curso: Bacharelado em Ciência da Computação.
IDE, Linguagem: Qt Creator, C++.
Número de páginas: 7.

“Do jeito que está aqui, pode parecer não adiantar muita coisa,
mas se a gente colocar numa matriz...”
- Dr. M. G. de Paoli

Índice

1 Eliminação Gaussiana com Pivoteamento Parcial

Matriz Inicial

x_1	x_2	x_3	x_4	x_5	x_6	x_7	x_8	x_9	x_{10}	R
2	1	7	4	-3	-1	4	4	7	0	86
4	2	2	3	-2	0	3	3	4	1	45
3	4	4	2	1	-2	2	1	9	-3	52.5
9	3	5	1	0	5	6	-5	-3	4	108
2	0	7	0	-5	7	1	0	1	6	66.5
1	9	8	0	3	9	9	0	0	5	90.5
4	1	9	0	4	3	7	-4	1	3	139
6	3	1	1	6	8	3	3	0	2	61
6	5	0	-7	7	-7	6	2	-6	1	-43.5
1	6	3	4	8	3	-5	0	-6	0	31

Matriz Escalonada

x_1	x_2	x_3	x_4	x_5	x_6	x_7	x_8	x_9	x_{10}	R
1	0	0	0	0	0	0	0	0	0	3
0	1	0	0	0	0	0	0	0	0	-4.5
0	0	1	0	0	0	0	0	0	0	7
0	0	0	1	0	0	0	0	0	0	8
0	0	0	0	1	0	0	0	0	0	3.5
0	0	0	0	0	1	0	0	0	0	2
0	0	0	0	0	0	1	0	0	0	4
0	0	0	0	0	0	0	1	0	0	-3.5
0	0	0	0	0	0	0	0	1	0	2
0	0	0	0	0	0	0	0	0	1	1.5

Vetor Solução

x_1	x_2	x_3	x_4	x_5	x_6	x_7	x_8	x_9	x_{10}
3	-4.5	7	8	3.5	2	4	-3.5	2	1.5

2 Resolução Iterativa de Sistema Linear (Gauss-Jacobi e Gauss-Seidel)

Matriz Inicial

x_1	x_2	x_3	x_4	x_5	x_6	x_7	x_8	x_9	x_{10}	R
4	-1	0	-1	0	0	0	0	0	0	-110
-1	4	-1	0	-1	0	0	0	0	0	-30
0	-1	4	0	0	-1	0	0	0	0	-40
-1	0	0	4	-1	0	0	0	0	0	-110
0	-1	0	-1	4	-1	-1	0	0	0	0
0	0	-1	0	-1	4	0	-1	0	0	-15
0	0	0	0	-1	0	4	-1	0	0	-90
0	0	0	0	0	-1	-1	4	-1	0	-25
0	0	0	0	0	0	0	-1	4	-1	-55
0	0	0	0	0	0	0	0	-1	4	-65

Gauss-Jacobi

k	0	1	2	26	27	28
x_1	-27.625	-36.125	-40.3477	-48.6457	-48.646	-48.6461
x_2	-7.25	-16.9531	-23.5156	-35.4938	-35.494	-35.4943
x_3	-10.0625	-12.75	-16.2031	-25.6149	-25.6152	-25.6153
x_4	-27.25	-34.4375	-40.3281	-49.0901	-49.0903	-49.0905
x_5	-0.125	-15.1875	-20.8359	-37.7155	-37.7161	-37.7163
x_6	-3.75	-7.85938	-14.7969	-26.9671	-26.9674	-26.9677
x_7	-22.5	-24.0938	-30.3594	-39.3134	-39.3136	-39.3139
x_8	-6.25	-16.25	-19.082	-29.539	-29.5394	-29.5395
x_9	-13.75	-19.375	-22.7344	-26.877	-26.877	-26.8772
x_{10}	-16.25	-19.6875	-21.0938	-22.9692	-22.9692	-22.9693
ε	1.0362	0.416955	0.171943	1.37509E-05	1.15201E-05	6.3177E-06

Gauss-Seidel

k	0	1	2	13	14	15
x_1	-36.25	-41.4062	-44.9658	-48.6454	-48.646	-48.6462
x_2	-19.0625	-26.8945	-30.907	-35.4938	-35.4943	-35.4946
x_3	-15.7031	-20.3125	-22.9913	-25.6152	-25.6155	-25.6156
x_4	-36.5625	-42.9688	-45.8289	-49.0901	-49.0905	-49.0907
x_5	-20.4688	-28.3496	-33.1311	-37.7161	-37.7166	-37.7168
x_6	-14.3555	-21.0583	-24.2646	-26.9677	-26.9679	-26.9681
x_7	-29.1797	-34.7302	-37.2668	-39.3139	-39.3141	-39.3142
x_8	-20.5713	-25.936	-28.0656	-29.5397	-29.5398	-29.5399
x_9	-22.9553	-25.7312	-26.4371	-26.8772	-26.8773	-26.8773
x_{10}	-21.9888	-22.6828	-22.8593	-22.9693	-22.9693	-22.9693
ε	0.559829	0.183409	0.104334	2.47822E-05	1.13861E-05	5.23129E-06

3 Interpolação por Sistema Linear

Vetor Solução

x_1	x_2	x_3	x_4	x_5
-45	0.249333	-0.000434667	3.30667E-07	-8.53333E-11

Polinômio Interpolador

$$p_4(x) = -45 + 0.249333\,x - 0.000434667\,x^2 + 3.30667\text{e-}07\,x^3 - 8.53333\text{e-}11\,x^4$$

$$p_4(850) = 11.4128$$

4 Interpolação por Esquema Prático de Lagrange

Esquema Prático

x_k	$x_k - x_i$								D_k	$f_k(x) / D_k$
500	1230	-500	-1000	-1500	-2000	-2500	-3000	-3500	-4.84313E+025	-5.6575E-26
1000	500	730	-500	-1000	-1500	-2000	-2500	-3000	4.10625E+024	1.33455E-24
1500	1000	500	230	-500	-1000	-1500	-2000	-2500	-4.3125E+023	-1.83188E-23
2000	1500	1000	500	-270	-500	-1000	-1500	-2000	-3.0375E+023	-3.6214E-23
2500	2000	1500	1000	500	-770	-500	-1000	-1500	8.6625E+023	1.60808E-23
3000	2500	2000	1500	1000	500	-1270	-500	-1000	-2.38125E+024	-6.89974E-24
3500	3000	2500	2000	1500	1000	500	-1770	-500	9.95625E+024	2.03289E-24
4000	3500	3000	2500	2000	1500	1000	500	-2270	-8.93813E+025	-2.63142E-25

Resolução

$$p_7(1730) = \Pi_{n+1}(1730) * S$$

$$p_7(1730) = -2.19085\text{e+}23 * -4.2304\text{e-}23 = 9.26819$$

5 Interpolação por Esquema Prático de Newton

Tabela das Diferenças Divididas

x_i	$f[x_i]$	$f[x_i,x_j]$	$f[x_i,x_j,x_k]$	$f[x_i,x_j,x_k,x_l]$	$f[x_i,x_j,x_k,x_l,x_m]$	$f[x_i,x_j,x_k,x_l,x_m,x_n]$	$f[x_i,x_j,x_k,x_l,x_m,x_n,x_o]$
60	76						
		0.95					
80	95		-0.0025				
		0.85		0.000229167			
100	112		0.01125		-8.59375E-06		
		1.3		-0.000458333		1.92708E-07	
120	138		-0.01625		1.06771E-05		-2.97309E-09
		0.65		0.000395833		-1.64062E-07	
140	151		0.0075		-5.72917E-06		
		0.95		-6.25E-05			
160	170		0.00375				
		1.1					
180	192						

Polinômio Interpolador

$$p_6(x)=f[x_0]+(x-x_0)f[x_0,x_1]+...+(x-x_0)(x-x_1)...(x-x_6)f[x_0,x_1,x_2,x_3,x_4,x_5,x_6]$$

$$p_6(130)=145.829$$

6 Interpolação por Spline Cúbica

Tabela das Diferenças Divididas

x_i	$f[x_i]$	$f[x_i,x_j]$	$f[x_i,x_j,x_k]$	$f[x_i,x_j,x_k,x_l]$
2.8	16.44			
		18.2		
3	20.08		10.125	
		22.25		3.54167
3.2	24.53		12.25	
		27.15		
3.4	29.96			

Polinômio Interpolador

$$p_3(x)=f[x_0]+(x-x_0)f[x_0,x_1]+...+(x-x_0)(x-x_1)(x-x_2)f[x_0,x_1,x_2,x_3]$$

$$p_3(3.1)=22.1931$$