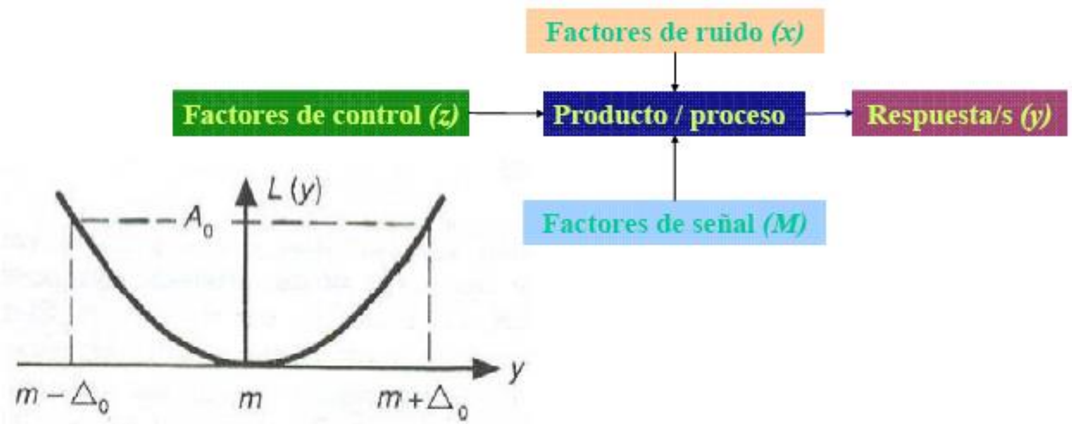
Diseño y Análisis de Experimentos en Ingeniería y Ciencias Ambientales

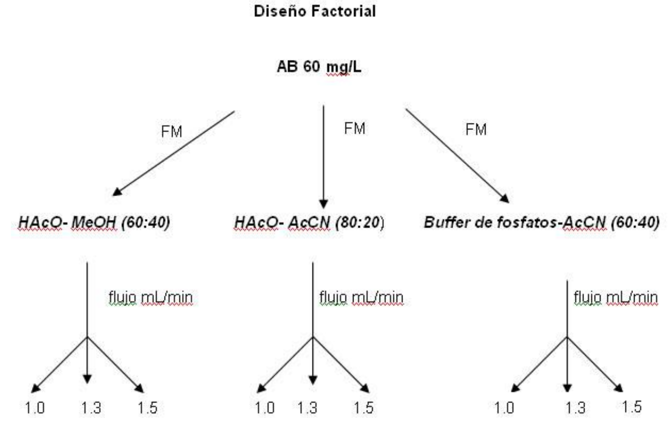


Dr. Christian R. Encina Zelada

cencina@lamolina.edu.pe

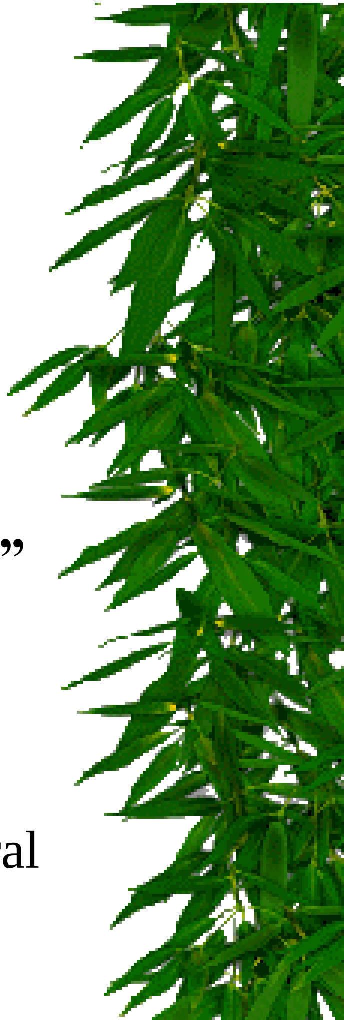
1. Diseños para comparar dos o mas tratamientos

- DCA
- DBCA
- DCL y DCGL



2. Diseños para estudiar el efecto de varios factores sobre una o mas variables de respuesta.

- Diseños factoriales 2^k
- Diseños factoriales 3^k
- Diseños factoriales fraccionados 2^{k-p}



3. Diseños para la optimización de procesos

Diseños para el modelo de primer orden

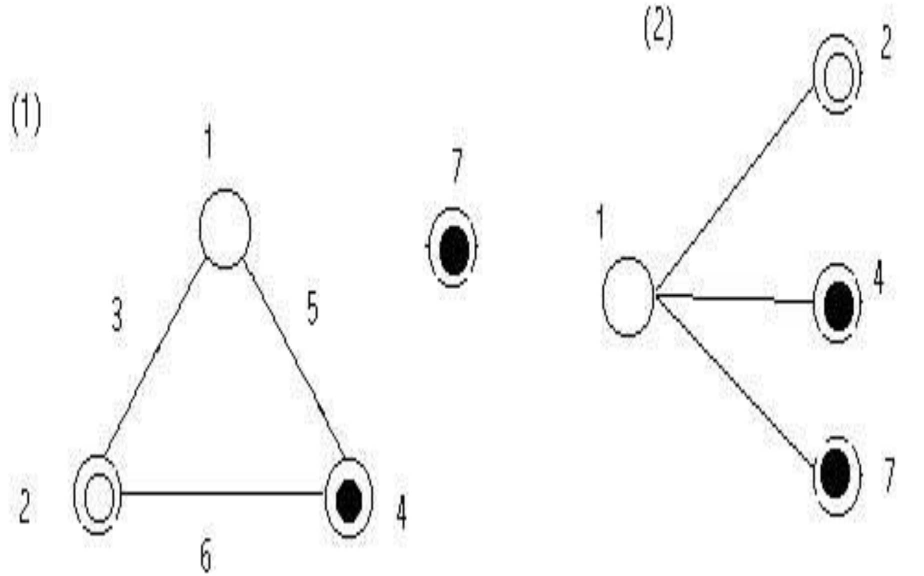
- Diseños factoriales 2^k y 2^{k-p}
- “**Diseños de Plakett-Burman**”
- Diseño simplex

Diseños para el modelo de segundo orden

- Diseños de composición central
- **Diseños de Box-Behnken**
- Diseños factoriales 3^k y 3^{k-p}

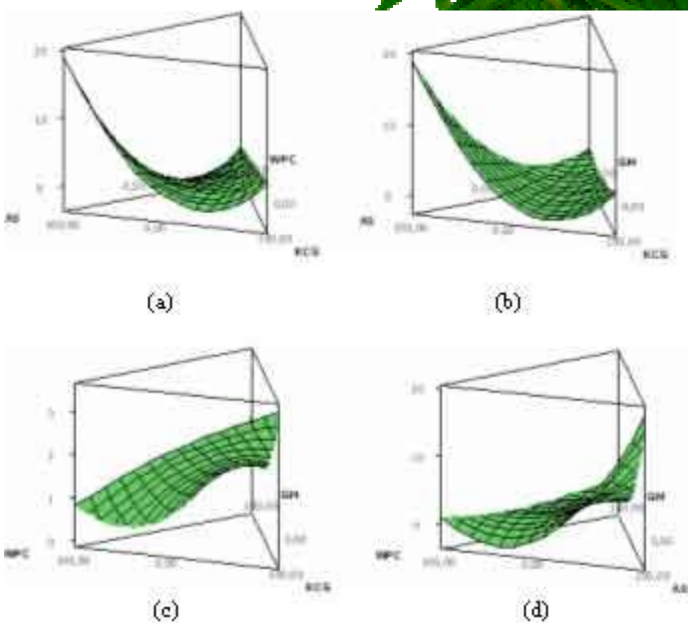
4. Diseños robustos

- **Arreglos ortogonales (diseños factoriales)**
- Diseño con arreglos internos y externos



5. Diseños de mezclas

- **Diseños simplex-reticular**
- Diseño simplex con centroide
- Diseño con restricciones
- Diseño axial



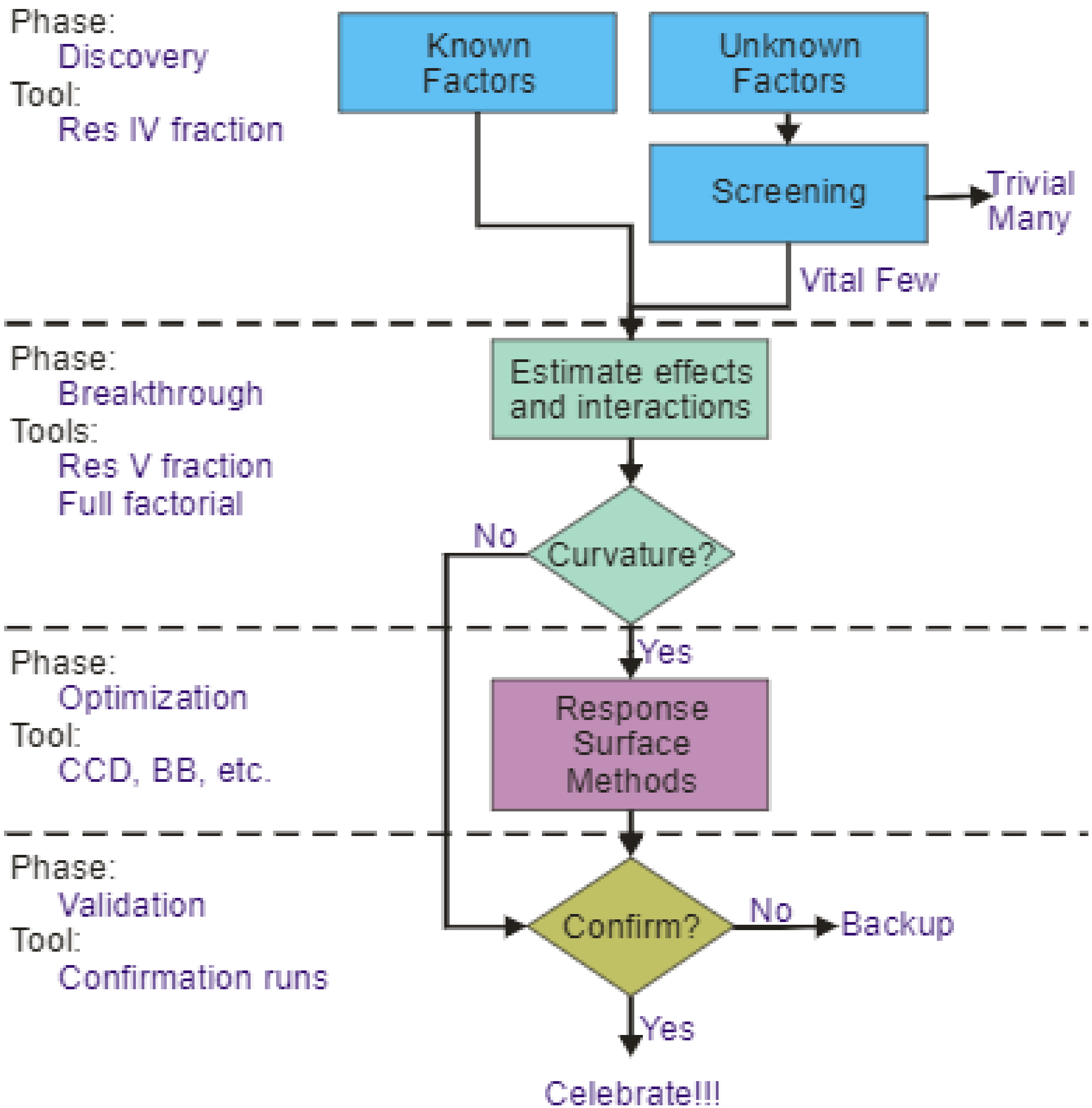


Figure 1: Strategy of Experimentation

Fuente: https://www.researchgate.net/publication/268371769_Screening_process_factors_in_the_presence_of_interactions

Experimento 2^{7-4}: ejemplo integrador

Tabla 8.12 Factores y niveles utilizados: problema de vibración.

Factor	Descripción (unidades)	Niveles (bajo, alto)
C: diam	Diámetro (pulgadas)	1.0, 1.5
B: long	Longitud (pulgadas)	1.0, 2.0
A: grano	Tamaño de grano	80, 120
G: alim	Velocidad de alimentación	2.0, 4.0
D: rpm	Rpm (× 1 000)	15, 20
E: precar	Peso de precarga	1.0, 4.0
F: matest	Estructura del material	1.0, 4.0

Tabla 8.13 Estructura de alias del diseño 2_{III}^{7-4} (fracción principal).

$A + BD + CE + FG$
$B + AD + CF + EG$
$C + AE + BF + DG$
$D + AB + CG + EF$
$E + AC + BG + DF$
$F + AG + BC + DE$
$G + AF + BE + CD$

Tabla 8.14 Matriz de diseño y vibración observada.

Grano	Long.	Diám.	RPM	Precar	Matest	Alim.
–1.0	–1.0	–1.0	1.0	1.0	1.0	–1.0
1.0	–1.0	–1.0	–1.0	–1.0	1.0	1.0
–1.0	1.0	–1.0	–1.0	1.0	–1.0	1.0
1.0	1.0	–1.0	1.0	–1.0	–1.0	–1.0
–1.0	–1.0	1.0	1.0	–1.0	–1.0	1.0
1.0	–1.0	1.0	–1.0	1.0	–1.0	–1.0
–1.0	1.0	1.0	–1.0	–1.0	1.0	–1.0
1.0	1.0	1.0	1.0	1.0	1.0	1.0

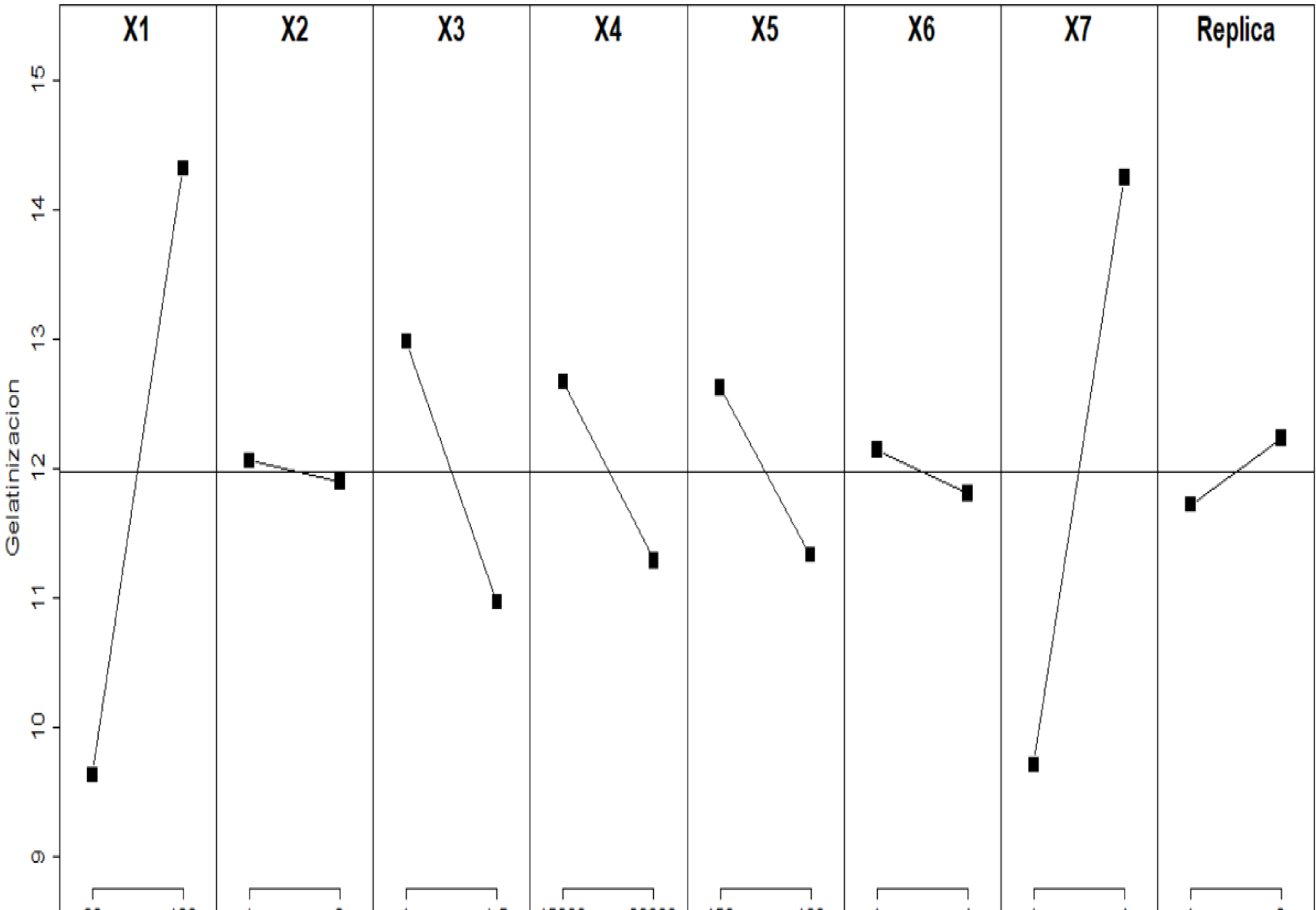
Tratamientos y respuestas

Grano	Long	Diam	RPM	Precar	Matest	Alim	Vibra
-1	-1	-1	1	1	1	-1	18
1	-1	-1	-1	-1	1	1	60
-1	1	-1	-1	1	-1	1	7
1	1	-1	1	-1	-1	-1	42
-1	-1	1	1	-1	-1	1	3
1	-1	1	-1	1	-1	-1	53
-1	1	1	-1	-1	1	-1	45
1	1	1	1	1	1	1	82
-1	-1	-1	1	1	1	-1	20
1	-1	-1	-1	-1	1	1	62
-1	1	-1	-1	1	-1	1	5
1	1	-1	1	-1	-1	-1	44
-1	-1	1	1	-1	-1	1	55
1	-1	1	-1	1	-1	-1	27
-1	1	1	-1	-1	1	-1	44
1	1	1	1	1	1	1	89

```
> ANOVA=aov(Gelatinizacion~(X1+X2+X3+X4+X5+X6+X7+Replica))
> summary(ANOVA)
            Df Sum Sq Mean Sq F value   Pr(>F)    
X1           1  87.89   87.89  51.208 0.000184 ***
X2           1   0.11    0.11   0.062 0.811197    
X3           1  16.20   16.20   9.439 0.018009 *  
X4           1   7.70    7.70   4.487 0.071915 .  
X5           1   6.63    6.63   3.863 0.090085 .  
X6           1   0.46    0.46   0.265 0.622258    
X7           1  82.36   82.36  47.983 0.000226 ***
Replica      1   1.05    1.05   0.612 0.459630    
Residuals    7  12.01    1.72                     
---
Signif. codes:  0 ‘***’ 0.001 ‘**’ 0.01 ‘*’ 0.05 ‘.’ 0.1 ‘ ’ 1
```

α

Grafica de Efectos Principales para Gelatinización



Diseños factoriales fraccionados 2^{k-p}

ARREGLOS FACTORIALES FRACCIONADOS

Métodos para calcular contrastes.

- La *tabla de signos* se construye a partir de la matriz de diseño, multiplicando las columnas que intervienen en la interacción que se quiera calcular.
- Por ejemplo, si se quiere obtener el contraste de la interacción doble *AB*, se multiplica la columna de signos *A* por la columna *B*, y el resultado son los signos de contraste *AB*.
- Esto se muestra en la siguiente tabla de signos para el diseño factorial 2^2.

A	*B*	*AB*	Yates
−	−	+	(1)
+	−	−	*a*
−	+	−	*b*
+	+	+	*ab*

- En la tabla de signos, las columnas que corresponden a los efectos principales coinciden con la matriz de diseño.
- Una vez obtenidas las columnas de signos de los efectos de interés, el contraste de cada efecto resulta de multiplicar su columna de signos por la columna de los datos expresados en la notación de Yates.
- La *notación de Yates* representa los totales o sumas de las observaciones en cada tratamiento.
- Por ejemplo, al multiplicar las columnas A y B por la notación de Yates, se obtiene el *contraste de AB* que ya conocemos: *Contraste AB* = $[(1) + ab - a - b]$.

Tabla 2. Diseño factorial completo 2^3 y constraste ABC

A	B	C	ABC
-1	-1	-1	$-$
1	-1	-1	$+$
-1	1	-1	$+$
1	1	-1	$-$
-1	-1	1	$+$
1	-1	1	$-$
-1	1	1	$-$
1	1	1	$+$

Tabla 3. Dos posibles diseños fraccionados 2^{3-1}							
Fracción 1 $(I = +ABC)$				Fracción 2 $(I = -ABC)$			
A	B	C		A	B	C	
1	−1	−1	a	−1	−1	−1	(1)
−1	1	−1	b	1	1	−1	ab
−1	−1	1	c	1	−1	1	ac
1	1	1	abc	−1	1	1	bc

Tabla 8.2 Diseño factorial completo 2^3 y contraste *ABC*.

A	*B*	*C*		*ABC*
–1	–1	–1		–
1	–1	–1		+
–1	1	–1		+
1	1	–1	⇒	–
–1	–1	1		+
1	–1	1		–
–1	1	1		–
1	1	1		+

Estructura de alias del diseño 2^{3-1} con $I = ABC$. Al estimar los efectos potencialmente importantes con cualquiera de las fracciones dadas en la tabla 8.3, resulta que cada efecto estimado tiene un alias. Consideremos, por ejemplo, la fracción 1 de la tabla 8.3. Este diseño se generó con $I = +ABC$, que en este caso también es

Tabla 8.3 Dos posibles diseños fraccionados 2^{3-1}.

Fracción 1 ($I = +ABC$)				Fracción 2 ($I = -ABC$)			
A	*B*	*C*		*A*	*B*	*C*	
1	–1	–1	*a*	–1	–1	–1	(1)
–1	1	–1	*b*	1	1	–1	*ab*
–1	–1	1	*c*	1	–1	1	*ac*
1	1	1	*abc*	–1	1	1	*bc*

Tabla 8-1 Signos positivos y negativos del diseño factorial 2^3

Combinación de tratamientos	Efecto factorial							
	I	A	B	C	AB	AC	BC	ABC
a	+	+	−	−	−	−	+	+
b	+	−	+	−	−	+	−	+
c	+	−	−	+	+	−	−	+
abc	+	+	+	+	+	+	+	+
ab	+	+	+	−	+	−	−	−
ac	+	+	−	+	−	+	−	−
bc	+	−	+	+	−	−	+	−
(1)	+	−	−	−	+	+	+	−

- Observe que Contraste A = Contraste BC, lo que significa que los efectos A y BC son alias, porque al estimar el efecto A también se estima el efecto BC.
- Dos efectos alias son inseparables porque comparten el mismo contraste, y por ende, son dos nombres para el mismo efecto.

Tabla 8-1 Signos positivos y negativos del diseño factorial 2^3

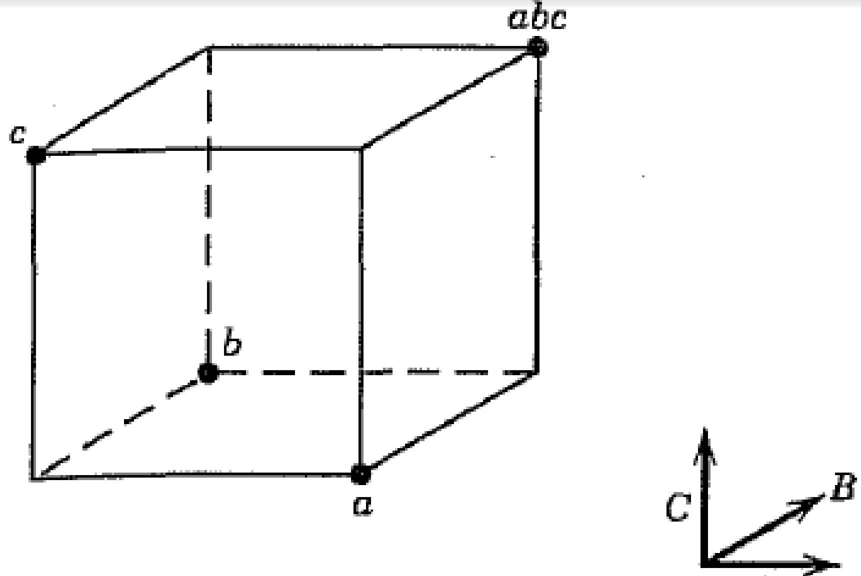
Combinación de tratamientos	Efecto factorial							
	I	A	B	C	AB	AC	BC	ABC
a	+	+	–	–	–	–	+	+
b	+	–	+	–	–	+	–	+
c	+	–	–	+	+	–	–	+
abc	+	+	+	+	+	+	+	+
ab	+	+	+	–	+	–	–	–
ac	+	+	–	+	–	+	–	–
bc	+	–	+	+	–	–	+	–
(1)	+	–	–	–	+	+	+	–

- al multiplicar cualquier efecto por la identidad es igual al efecto, y al multiplicar un efecto por sí mismo es igual a la identidad;
- por ejemplo, aplicando esto para el efecto A, tendríamos que A X I = A, y que A X A = A^2 = A^0 = I.

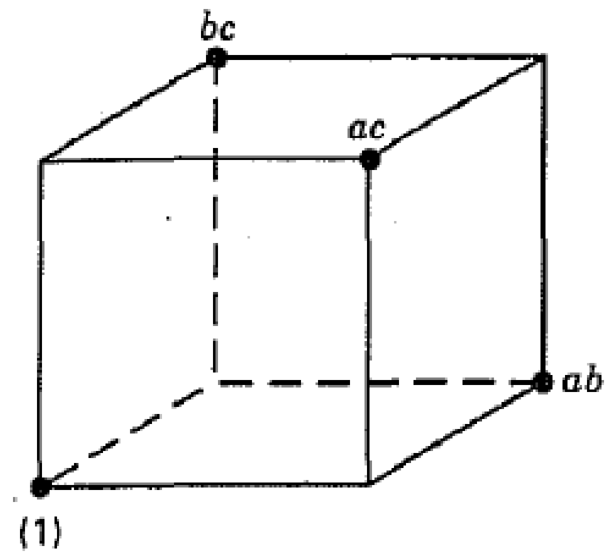
$$A = A \times I = A \times ABC = A^2BC = BC$$

Tabla 8-1 Signos positivos y negativos del diseño factorial 2^3

Combinación de tratamientos	Efecto factorial							
	I	A	B	C	AB	AC	BC	ABC
a	+	+	−	−	−	−	+	+
b	+	−	+	−	−	+	−	+
c	+	−	−	+	+	−	−	+
abc	+	+	+	+	+	+	+	+
ab	+	+	+	−	+	−	−	−
ac	+	+	−	+	−	+	−	−
bc	+	−	+	+	−	−	+	−
(1)	+	−	−	−	+	+	+	−



a) La fracción principal, $I = +ABC$



b) La fracción alterna, $I = -ABC$

Figura 8-1 Las dos fracciones un medio del diseño 2^3.

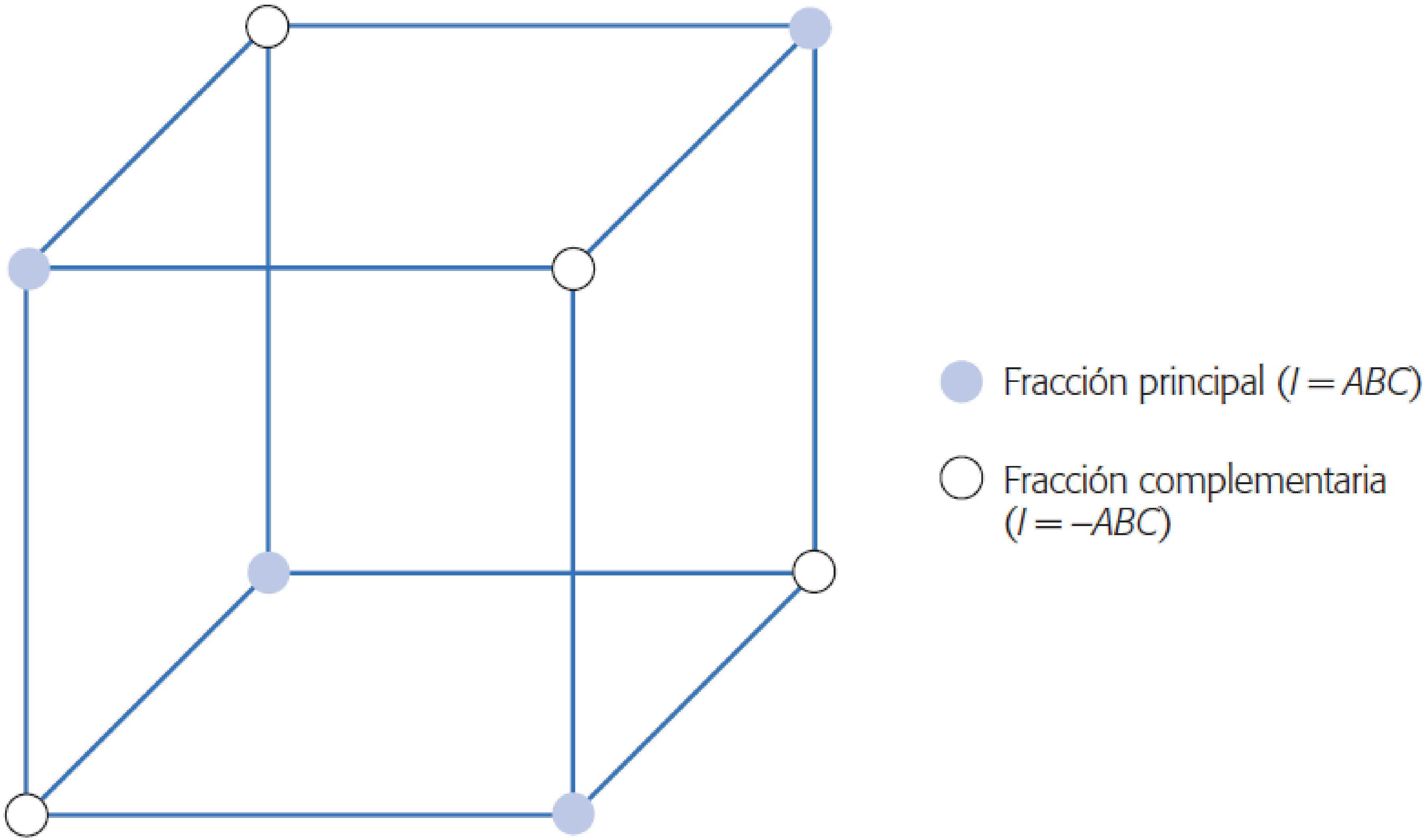


Figura 8.1 Representación de los diseños factoriales fraccionados 2^{3-1}.

- Cuando se tienen menos de cinco factores ($k < 5$); los efectos potencialmente importantes superan en número a los "**efectos ignorables**" *a priori*, de aquí que si se fraccionan estos diseños, se pierde por fuerza información que puede ser relevante.

- Ahora, cuando $k \geq 5$ el número de **efectos ignorables** supera el número de efectos no ignorables o potencialmente importantes, lo cual indica que estos diseños se pueden fraccionar muchas veces sin perder información valiosa.

- **Mientras más grande es el valor de k, el diseño admite un grado de fraccionamiento mayor.**

Tabla 1. Efectos en los factoriales 2^k.			
Diseño 2^k	Total de efectos	Efectos no ignorables	Efectos ignorables
2^2	3	3	0
2^3	7	6	1
2^4	15	10	5
2^5	31	15	16
2^6	63	21	42
2^7	127	28	99

- Al correr sólo una fracción del diseño factorial completo ocurren dos hechos inevitables:

(1) **Pérdida información,** ya que habrá efectos que no podrán estimarse y se tienen menos grados de libertad disponibles para el error. Los **efectos que se pierden** se espera que sean, en la medida de lo posible, interacciones de alto orden, las cuales se pueden ignorar de antemano con bajo riesgo.

(2) Los efectos que sí se pueden estimar tienen al **menos un alias** (efectos que tienen el mismo contraste).

- El que un efecto sea alias de otro significa que son en **realidad el mismo efecto** con nombres distintos, y al estimar a uno de ellos se estima al mismo tiempo el otro, de manera que no se pueden separar.
- Cuando el experimentador elige una fracción en la que dos efecto potencialmente importantes son alias, debe contar de antemano con una **estrategia de interpretación** del efecto estimado.

Interpretación de efectos alias.

- Para interpreter los “efectos alias” o “aliados” es necesario suponer que sólo uno de ellos es el responsable del efecto observado y que los demás efectos son nulos.
- En general **no es buena estrategia utilizar diseños fraccionados donde se alían dos efectos que son potencialmente importantes**, como son los efectos principales y las interacciones dobles, sin embargo, habrá situaciones en las que no queda otra alternativa.

3.3.2. *Estructura de alias del diseño* 2^{3-1} *con* $\mathbf{I} = -\mathbf{ABC}$. La estructura alias para el diseño 2^{3-1} con relación definidora $I = -ABC$ está dada por

$$\begin{aligned} &A - BC \\ &B - AC \\ &C - AB. \end{aligned} \tag{3.2}$$

Tabla 8.3 Dos posibles diseños fraccionados 2^{3-1}.

Fracción 1 ($I = +ABC$)				Fracción 2 ($I = -ABC$)			
A	B	C		A	B	C	
1	–1	–1	a	–1	–1	–1	(1)
–1	1	–1	b	1	1	–1	ab
–1	–1	1	c	1	–1	1	ac
1	1	1	abc	–1	1	1	bc

El concepto de “resolución”

- Bajo el supuesto de que los **efectos principales son más importantes** que las interacciones de dos factores, y éstas a su vez son más relevantes que las de tres factores, y así sucesivamente,
- es conveniente **utilizar diseños factoriales fraccionados que tengan alta resolución**.
- A **mayor resolución** se observa más claramente lo que sucede con los efectos potencialmente importantes.

1. *Diseños de resolución III*. En estos diseños los efectos principales no son alias entre ellos, pero existen efectos principales que son alias de alguna interacción doble. Por ejemplo, el diseño 2^{3-1} con relación definidora $I = ABC$ (o $I = -ABC$) es de resolución III.
2. *Diseños de resolución IV*. En este diseño los efectos principales no están alias entre ellos ni con las interacciones dobles, pero algunas interacciones dobles están alias con otra interacción doble. Por ejemplo, el diseño 2^{4-1} con relación definidora $I = ABCD$ (o $I = -ABCD$) es de resolución IV.
3. *Diseños de resolución V*. En estos diseños los efectos principales y las interacciones dobles están alias con interacciones triples o de mayor orden, es decir, los efectos principales e interacciones dobles están limpiamente estimados. Por ejemplo, el diseño 2^{5-1} con relación definidora $I = ABCDE$ (o $I = -ABCDE$) es de resolución V.

Number of Factors

Runs	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11
4	2^{2}	2^{3-1}_{III}								
8		2^{3}	2^{4-1}_{IV}	2^{5-2}_{III}	2^{6-3}_{III}	2^{7-4}_{III}				
16			2^{4}	2^{5-1}_{V}	2^{6-2}_{IV}	2^{7-3}_{IV}	2^{8-4}_{IV}	2^{9-5}_{III}	2^{10-6}_{III}	2^{11-7}_{III}
32				2^{5}	2^{6-1}_{VI}	2^{7-2}_{IV}	2^{8-3}_{IV}	2^{9-4}_{IV}	2^{10-5}_{IV}	2^{11-6}_{IV}
64					2^{6}	2^{7-1}_{VII}	2^{8-2}_{V}	2^{9-3}_{IV}	2^{10-4}_{IV}	2^{11-5}_{IV}
128						2^{7}	2^{8-1}_{VIII}	2^{9-2}_{VI}	2^{10-3}_{V}	2^{11-4}_{V}
256							2^{8}	2^{9-1}_{IX}	2^{10-2}_{VI}	2^{11-3}_{VI}
512								2^{9}	2^{10-1}_{X}	2^{11-2}_{VII}

Number of Factors

9	10	11	12	13	14	15	16	17	18	19	20
-5 I	2^{10-6}_{III}	2^{11-7}_{III}	2^{12-8}_{III}	2^{13-9}_{III}	2^{14-10}_{III}	2^{15-11}_{III}					
-4 V	2^{10-5}_{IV}	2^{11-6}_{IV}	2^{12-7}_{IV}	2^{13-8}_{IV}	2^{14-9}_{IV}	2^{15-10}_{IV}	2^{16-11}_{IV}	2^{17-12}_{III}	2^{18-13}_{III}	2^{19-14}_{III}	2 20-1 III
-3 V	2^{10-4}_{IV}	2^{11-5}_{IV}	2^{12-6}_{IV}	2^{13-7}_{IV}	2^{14-8}_{IV}	2^{15-9}_{IV}	2^{16-10}_{IV}	2^{17-11}_{IV}	2^{18-12}_{IV}	2^{19-13}_{IV}	2 20-1 IV
-2 I	2^{10-3}_{V}	2^{11-4}_{V}	2^{12-5}_{IV}	2^{13-6}_{IV}	2^{14-7}_{IV}	2^{15-8}_{IV}	2^{16-9}_{IV}	2^{17-10}_{IV}	2^{18-11}_{IV}	2^{19-12}_{IV}	2 20-1 IV
-1 X	2^{10-2}_{VI}	2^{11-3}_{VI}	2^{12-4}_{VI}	2^{13-5}_{V}	2^{14-6}_{V}	2^{15-7}_{V}	2^{16-8}_{V}	2^{17-9}_{V}	2^{18-10}_{IV}	2^{19-11}_{IV}	2 20-1 IV
9	2^{10-1}_{X}	2^{11-2}_{VII}	2^{12-3}_{VI}	2^{13-4}_{VI}	2^{14-5}_{VI}	2^{15-6}_{VI}	2^{16-7}_{VI}	2^{17-8}_{VI}	2^{18-9}_{VI}	2^{19-10}_{V}	2 20-1 V

Table 15.16: Some Resolution III, IV, V, VI and VII 2^{k-p} Designs

Number of Factors	Design	Number of Points	Generators
3	2_{III}^{3-1}	4	$C = \pm AB$
4	2_{IV}^{4-1}	8	$D = \pm ABC$
5	2_{III}^{5-2}	8	$D = \pm AB;\ E = \pm AC$
6	2_{VI}^{6-1}	32	$F = \pm ABCDE$
	2_{IV}^{6-2}	16	$E = \pm ABC;\ F = \pm BCD$
	2_{III}^{6-3}	8	$D = \pm AB;\ F = \pm BC;\ E = \pm AC$
7	2_{VII}^{7-1}	64	$G = \pm ABCDEF$
	2_{IV}^{7-2}	32	$E = \pm ABC;\ G = \pm ABDE$
	2_{IV}^{7-3}	16	$E = \pm ABC;\ F = \pm BCD;\ G = \pm ACD$
	2_{III}^{7-4}	8	$D = \pm AB;\ E = \pm AC;\ F = \pm BC;\ G = \pm ABC$
8	2_{V}^{8-2}	64	$G = \pm ABCD;\ H = \pm ABEF$
	2_{IV}^{8-3}	32	$F = \pm ABC;\ G = \pm ABD;\ H = \pm BCDE$
	2_{IV}^{8-4}	16	$E = \pm BCD;\ F = \pm ACD;\ G = \pm ABC;\ H = \pm ABD$

FUENTE: https://www.chegg.com/homework-help/verify-design-review-exercise-1543-indeed-resolution-iv-1543-chapter-15-problem-44re-solution-9789332519084-exc

- En general, la **resolución de un diseño factorial fraccionado** de dos niveles es igual al menor número de letras en cualquier palabra de la relación de definición.
- Por consiguiente, los diseños precedentes podrían denominarse **diseños de tres, cuatro y cinco letras,** respectivamente.
- Por lo común, es preferible **emplear diseños fraccionados que tengan la resolución más alta posible** que sea consistente con el grado de fraccionamiento requerido.

- Entre **más alta sea la resolución**, menos restrictivos serán los supuestos que se requieren respecto de cuáles de las interacciones son insignificantes para obtener una interpretación única de los datos.

Tabla 8-2 Las dos fracciones un medio del diseño 2^3

	Diseño factorial 2^2 completo (diseño básico)		2^{3-1}_{III}, $I = ABC$			2^{3-1}_{III}, $I = -ABC$		
Corrida	A	B	A	B	$C = AB$	A	B	$C = -AB$
1	−	−	−	−	+	−	−	−
2	+	−	+	−	−	+	−	+
3	−	+	−	+	−	−	+	+
4	+	+	+	+	+	+	+	−

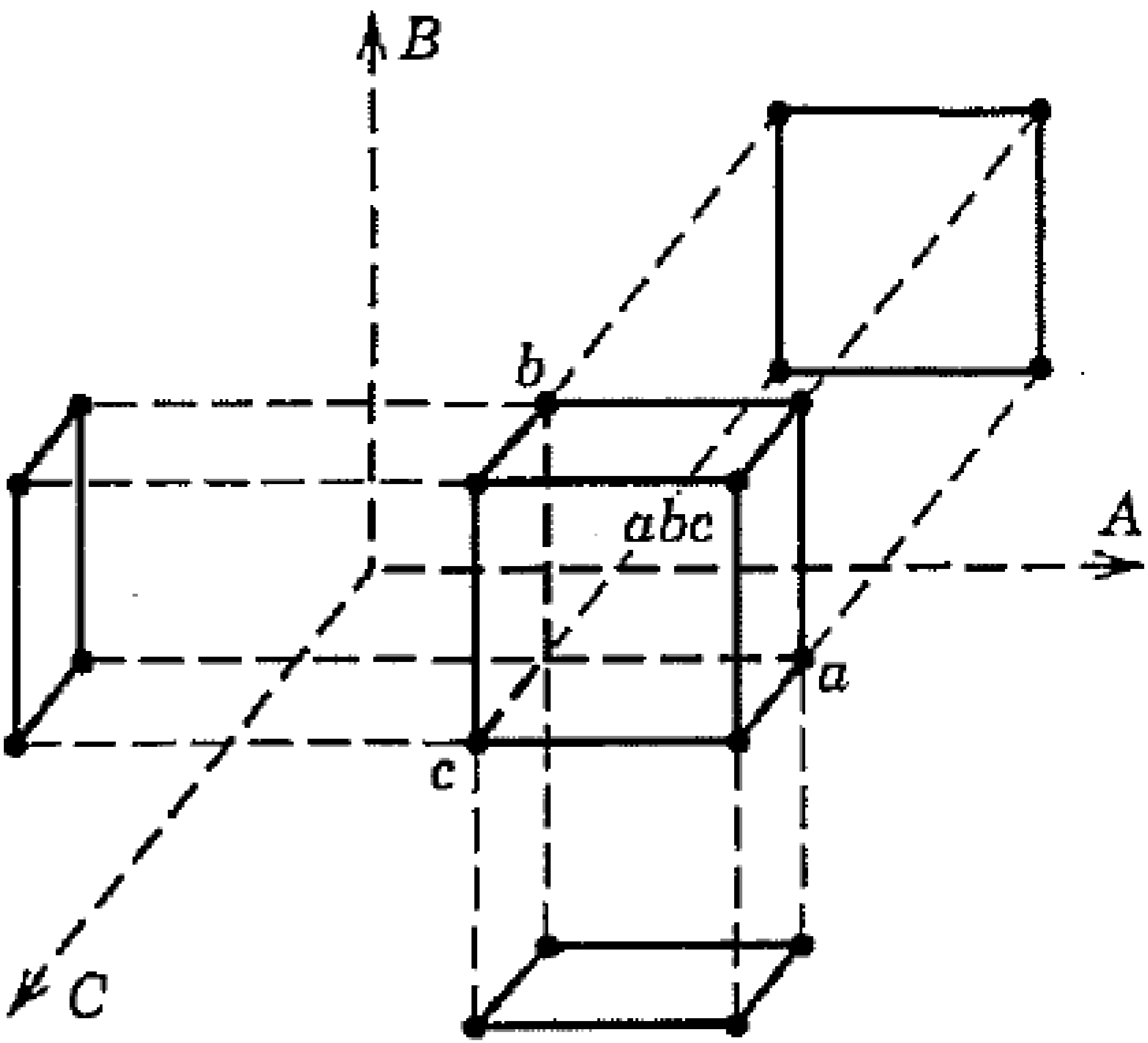


Figura 8-2 Proyección de un diseño 2_{III}^{3-1} en tres diseños 2^2.

A	*B*	*C*
−1	−1	−1
1	−1	−1
−1	1	−1
1	1	−1
−1	−1	1
1	−1	1
−1	1	1
1	1	1

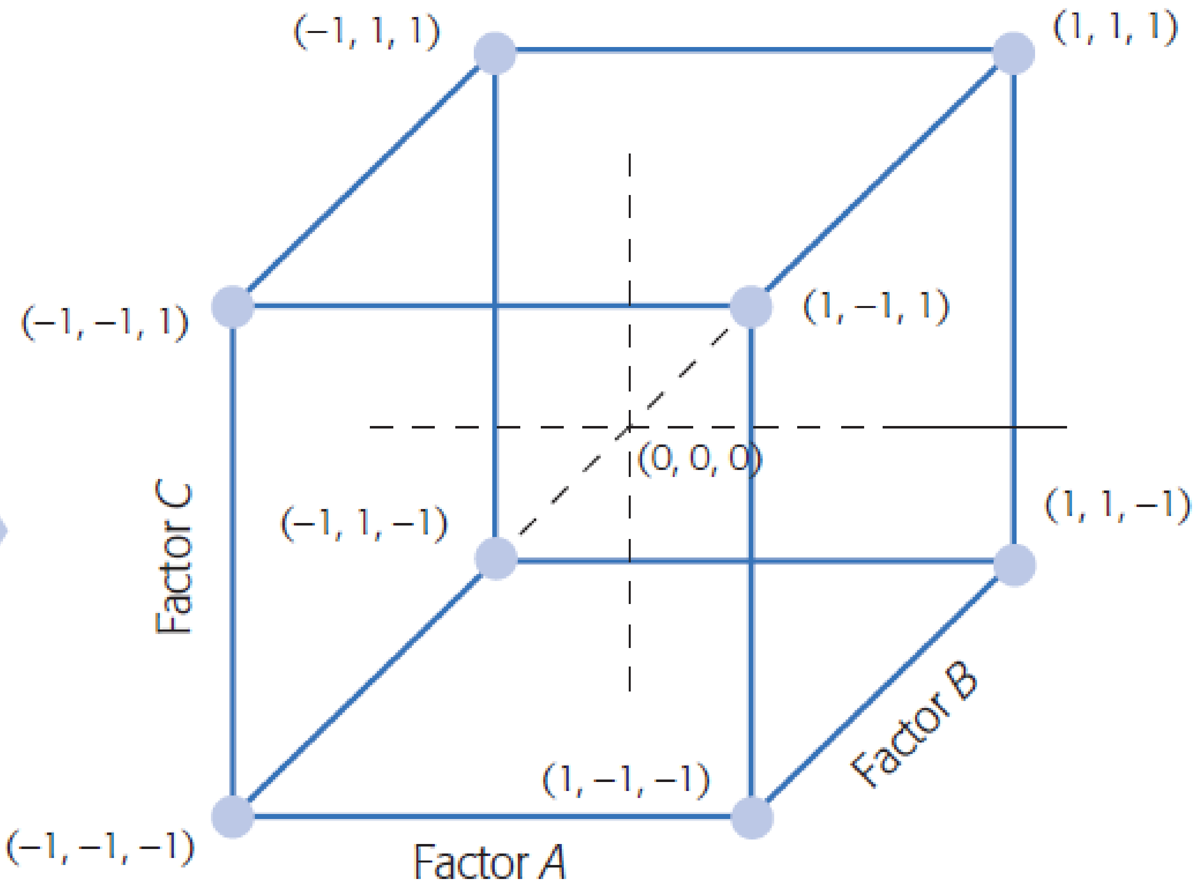


Figura 6.10 Diseño factorial 2^3 y su representación geométrica.

Tabla 6.5 Tabla de signos del diseño factorial 2^3.

Total	A	B	C	AB	AC	BC	ABC
(1)	−	−	−	+	+	+	−
a	+	−	−	−	−	+	+
b	−	+	−	−	+	−	+
ab	+	+	−	+	−	−	−
c	−	−	+	+	−	−	+
ac	+	−	+	−	+	−	−
bc	−	+	+	−	−	+	−
abc	+	+	+	+	+	+	+

Tabla 8-14 Diseños factoriales fraccionados 2^{k-p} seleccionados

Número de factores, k	Fracción	Número de corridas	Generadores del diseño
3	2_{III}^{3-1}	4	$C = \pm AB$
4	2_{IV}^{4-1}	8	$D = \pm ABC$
5	2_{V}^{5-1}	16	$E = \pm ABCD$
	2_{III}^{5-2}	8	$D = \pm AB$
			$E = \pm AC$
6	2_{VI}^{6-1}	32	$F = \pm ABCDE$
	2_{IV}^{6-2}	16	$E = \pm ABC$
			$F = \pm BCD$
	2_{III}^{6-3}	8	$D = \pm AB$
			$E = \pm AC$
			$F = \pm BC$
7	2_{VII}^{7-1}	64	$G = \pm ABCDEF$
	2_{IV}^{7-2}	32	$F = \pm ABCD$
			$G = \pm ABDE$
	2_{III}^{7-3}	16	$E = \pm ABC$
			$F = \pm BCD$
			$G = \pm ACD$
	2_{III}^{7-4}	8	$D = \pm AB$
			$E = \pm AC$
			$F = \pm BC$
			$G = \pm ABC$

8	2_{V}^{8-2}	64	$G = \pm ABCD$
			$H = \pm ABEF$
	2_{IV}^{8-3}	32	$F = \pm ABC$
			$G = \pm ABD$
			$H = \pm BCDE$
	2_{IV}^{8-4}	16	$E = \pm BCD$
			$F = \pm ACD$
			$G = \pm ABC$
			$H = \pm ABD$
9	2_{VI}^{9-2}	128	$H = \pm ACDFG$
			$J = \pm BCEFG$
	2_{IV}^{9-3}	64	$G = \pm ABCD$
			$H = \pm ACEF$
			$J = \pm CDEF$
	2_{IV}^{9-4}	32	$F = \pm BCDE$
			$G = \pm ACDE$
			$H = \pm ABDE$
			$J = \pm ABCE$
	2_{III}^{9-5}	16	$E = \pm ABC$
			$F = \pm BCD$
			$G = \pm ACD$
			$H = \pm ABD$
			$J = \pm ABCD$

Full Factorials

Number Factors	Main Effects	Order of Interactions 2	3	4	5	6	7	8	9	10
2	2	1								
3	3	3	1							
4	4	6	4	1						
5	5	10	10	5	1					
6	6	15	20	15	6	1				
7	7	21	35	35	21	7	1			
8	8	28	56	70	56	28	8	1		
9	9	36	84	126	126	84	36	9	1	
10	10	45	120	210	252	210	120	45	10	1

Box et al. (1978) "There tends to be a redundancy in [full factorial designs] – redundancy in terms of an excess number of interactions that can be estimated … Fractional factorial designs exploit this redundancy …"

- Los diseños no geométricos de ***Plackett-Burman*** para N = 12, 20, 24, 28 y 36 tienen estructuras de los alias muy intrincadas.
- Por ejemplo, en el diseño de 12 corridas, **todos los efectos principales son alias parciales** de cada una de las interacciones de dos factores en los que no están incluidos.
- Por ejemplo, la interacción *AB* es alias de los nueve efectos principales e, *D,* ..., *K.* Además, cada uno de los efectos, principales son alias parciales de 45 interacciones de dos factores.
- En diseños más grandes, la situación es todavía más compleja.
- Se **recomienda al experimentador usar estos diseños con *mucho cuidado.***

Table 8-23 Plus and Minus Signs for the Plackett–Burman Designs

$k = 11, N = 12$	$+ + - + + + - - - + -$
$k = 19, N = 20$	$+ + - - + + + + - + - + - - - - + + -$
$k = 23, N = 24$	$+ + + + + - + - + + - - + + - - + - + - - - -$
$k = 35, N = 36$	$- + - + + + - - - + + + + + - + + + - - + - - - - + - + - + + - - + -$

- Generating a nongeometric PB design matrix

Table 8-24 Plackett–Burman Design for $N = 12, k = 11$

Run	*A*	*B*	*C*	*D*	*E*	*F*	*G*	*H*	*I*	*J*	*K*
1	+	−	+	−	−	−	+	+	+	−	+
2	+	+	−	+	−	−	−	+	+	+	−
3	−	+	+	−	+	−	−	−	+	+	+
4	+	−	+	+	−	+	−	−	−	+	+
5	+	+	−	+	+	−	+	−	−	−	+
6	+	+	+	−	+	+	−	+	−	−	−
7	−	+	+	+	−	+	+	−	+	−	−
8	−	−	+	+	+	−	+	+	−	+	−
9	−	−	−	+	+	+	−	+	+	−	+
10	+	−	−	−	+	+	+	−	+	+	−
11	−	+	−	−	−	+	+	+	−	+	+
12	−	−	−	−	−	−	−	−	−	−	−

Diseños de Plackett-Burman

- Los *diseños de **Plackett-Burman*** representan otra alternativa para fraccionar diseños factoriales completos 2^k, donde el número de puntos de diseño no necesariamente es potencia de dos pero sí es múltiplo de cuatro.
- En un momento dado estas nuevas fracciones permiten optimizar los recursos disponibles.
- Los diseños de *Plackett-Burman* son fracciones del diseño factorial 2^k, donde el número de puntos de diseño N es múltiplo de cuatro.
- Cuando N es potencia de 2, estos diseños son idénticos a los fraccionados 2^{k-p} antes descritos.

Tabla 8.17 Signos para el primer renglón de algunos diseños de Plackett-Burman.

$k = 11, N = 12$	+ − + − − − + + + − +
$k = 19, N = 20$	+ − + + − − − − + − + − + + + + − − +
$k = 23, N = 24$	+ − − − − + − + − − + + − − + + − + − + + + +
$k = 35, N = 36$	− − + − − + + − + − + − − − − + − − + + + − + + + + + − − − + + + − +

Tabla 8.16 Diseño de Plackett-Burman con 12 corridas y hasta $k = 11$ factores.

A	*B*	*C*	*D*	*E*	*F*	*G*	*H*	*I*	*J*	*K*
1	–1	1	–1	–1	–1	1	1	1	–1	1
1	1	–1	1	–1	–1	–1	1	1	1	–1
–1	1	1	–1	1	–1	–1	–1	1	1	1
1	–1	1	1	–1	1	–1	–1	–1	1	1
1	1	–1	1	1	–1	1	–1	–1	–1	1
1	1	1	–1	1	1	–1	1	–1	–1	–1
–1	1	1	1	–1	1	1	–1	1	–1	–1
–1	–1	1	1	1	–1	1	1	–1	1	–1
–1	–1	–1	1	1	1	–1	1	1	–1	1
1	–1	–1	–1	1	1	1	–1	1	1	–1
–1	1	–1	–1	–1	1	1	1	–1	1	1
–1	–1	–1	–1	–1	–1	–1	–1	–1	–1	–1

Designing Plackett-Burman Experiments by Hand

Programs like Minitab and JMP can calculate the runs automatically. Tables are also available (from which the software programs are based). By hand, they are easy to construct (from Rekab & Shaikh):

Step 1: Choose a generating vector from the following list:

# of Factors	# Runs	Generator
4-7	8	+ + + - + - -
8-11	12	+ + - + + + - - - + -
12-15	16	+ + + + - + - + + - - + - - -
16-19	20	+ + - - + + + + - + - + - - - - + + -
20-23	24	+ + + + + - + - + + - - + + - - + - + - - - -
32-35	36	- + - + + + - - - + + + + + - + + + - - + - - - - + - + - + + - - + -

Step 2: Assign the generating vector to the first factor (factor A in this example). Add a "-" as a final entry to complete the quartets (in this example, the "-" would be the 8th entry):

A	B	C	D	E	F	G
+						
+						
+						
-						
+						
-						
-						
-						

Step 3: Copy the seventh entry for the first factor, A, to the first entry in B. Slide all of the factors in A down (note: ignore the final column we filled in: just carry the "-" across all columns):

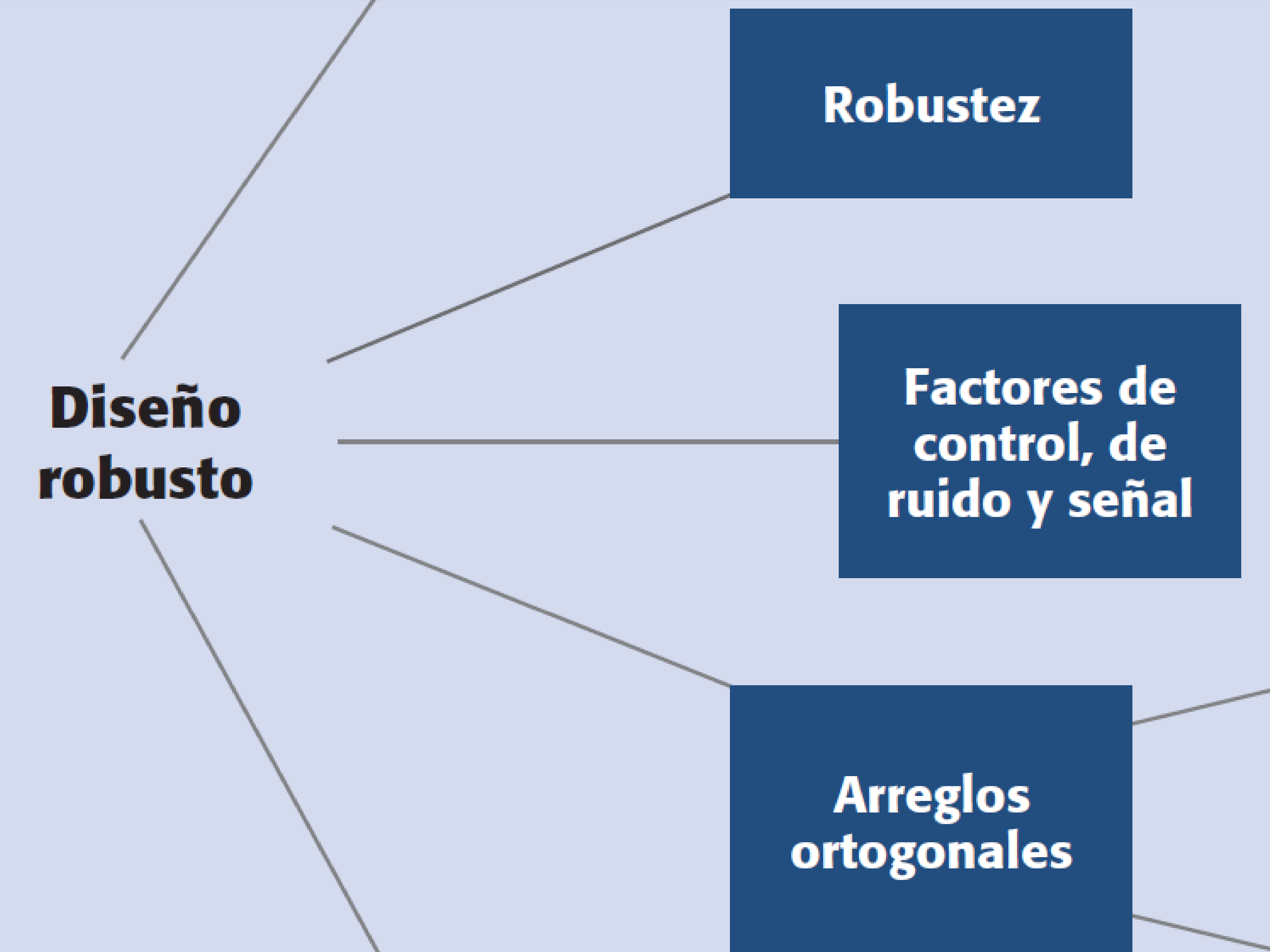
A	B	C	D	E	F	G
+	-					
+	+					
+	+					
-	+					
+	-					
-	+					
-	-					
-	-	-	-	-	-	-

Step 4: Repeat Step 3, shifting down for each column until the table is completed.

A	B	C	D	E	F	G
+	-	-	+	-	+	+
+	+	-	-	+	-	+
+	+	+	-	-	+	-
-	+	+	+	-	-	+
+	-	+	+	+	-	-
-	+	-	+	+	+	-
-	-	+	-	+	+	+
-	-	-	-	-	-	-

- Un diseño de *Plackett-Burman* puede ayudarlo a determinar **en qué factores concentrarse**, lo que reduce en gran medida la cantidad de datos que debe recopilar.
- Por ejemplo, si tiene **15 factores** en su diseño, puede trabajar con tan solo **20 puntos de datos** en un *Plackett-Burman*.
- Un diseño factorial completo requeriría más de mil veces esa cantidad (**32 768 puntos de datos = 2^{15}**).

- Dicho esto, trabajar con pocos puntos de datos significa que **no puede decir con certeza** cuáles son los efectos de un experimento, ni puede saber **qué factores tienen efectos sobre otros** factores.
- Por tanto, el ***Plackett-Burman*** **debería utilizarse como punto de partida** para nuevos experimentos.
- Una vez que haya identificado los factores importantes, **puede ejecutar un diseño factorial o fraccional completo para estudiar más esos factores**.



Diseño robusto
Robustez
Factores de control, de ruido y señal
Arreglos ortogonales