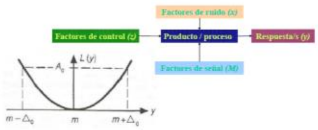
Diseño y Análisis de Experimentos en Ingeniería y Ciencias Ambientales

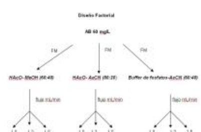


Dr. Christian R. Encina Zelada

cencina@lamolina.edu.pe

---

1. Diseños para comparar dos o mas tratamientos
- DCA
- DBCA
- DCL y DCGL

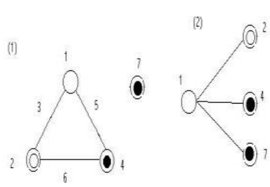


2. Diseños para estudiar el efecto de varios factores sobre una o mas variables de respuesta.
- Diseños factoriales 2^k
- Diseños factoriales 3^k
- Diseños factoriales fraccionados 2^{k-p}

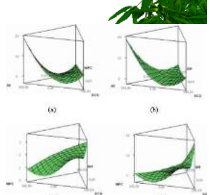
3. Diseños para la optimización de procesos
- Diseños para el modelo de primer orden
  - Diseños factoriales 2^k y 2^{k-p}
  - **"Diseños de Plakett-Burman"**
  - Diseño simplex
- Diseños para el modelo de segundo orden
  - Diseños de composición central
  - **Diseños de Box-Behnken**
  - Diseños factoriales 3^k y 3^{k-p}

---

4. Diseños robustos
- **Arreglos ortogonales (diseños factoriales)**
- Diseño con arreglos internos y externos



5. Diseños de mezclas
- **Diseños simplex-reticular**
- Diseño simplex con centroide
- Diseño con restricciones
- Diseño axial



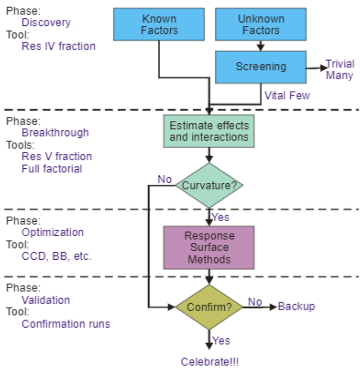


Figure 1: Strategy of Experimentation

Fuente: https://www.researchgate.net/publication/268371769_Screening_process_factors_in_the_presence_of_interactions

Experimento 2^{7-4}: ejemplo integrador

Tabla 8.12 Factores y niveles utilizados: problema de vibración.

Factor	Descripción (unidades)	Niveles (bajo, alto)
C: diam	Diámetro (pulgadas)	1.0, 1.5
B: long	Longitud (pulgadas)	1.0, 2.0
A: grano	Tamaño de grano	80, 120
G: alim	Velocidad de alimentación	2.0, 4.0
D: rpm	Rpm (× 1 000)	15, 20
E: precar	Peso de precarga	1.0, 4.0
F: matest	Estructura del material	1.0, 4.0

Tabla 8.13 Estructura de alias del diseño 2_{III}^{7-4} (fracción principal).

$A + BD + CE + FG$

$B + AD + CF + EG$

$C + AE + BF + DG$

$D + AB + CG + EF$

$E + AC + BG + DF$

$F + AG + BC + DE$

$G + AF + BE + CD$

Tabla 8.14 Matriz de diseño y vibración observada.

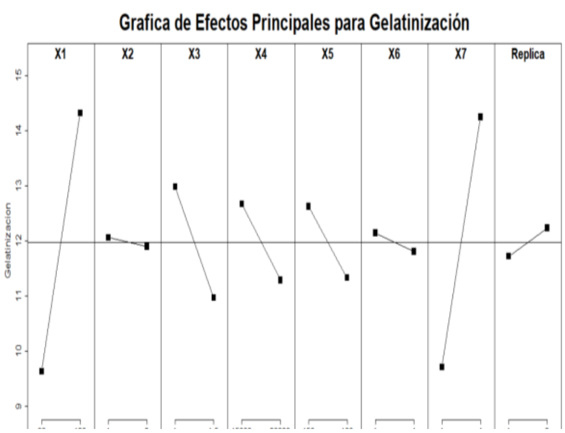
Grano	Long.	Diám.	RPM	Precar	Matest	Alim.
–1.0	–1.0	–1.0	1.0	1.0	1.0	–1.0
1.0	–1.0	–1.0	–1.0	–1.0	1.0	1.0
–1.0	1.0	–1.0	–1.0	1.0	–1.0	1.0
1.0	1.0	–1.0	1.0	–1.0	–1.0	–1.0
–1.0	–1.0	1.0	1.0	–1.0	–1.0	1.0
1.0	–1.0	1.0	–1.0	1.0	–1.0	–1.0
–1.0	1.0	1.0	–1.0	–1.0	1.0	–1.0
1.0	1.0	1.0	1.0	1.0	1.0	1.0

Tratamientos y respuestas

Grano	Long	Diam	RPM	Precar	Matest	Alim	Vibra
-1	-1	-1	1	1	1	-1	18
1	-1	-1	-1	-1	1	1	60
-1	1	-1	-1	1	-1	1	7
1	1	-1	1	-1	-1	-1	42
-1	-1	1	1	-1	-1	1	3
1	-1	1	-1	1	-1	-1	53
-1	1	1	-1	-1	1	-1	45
1	1	1	1	1	1	1	82
-1	-1	-1	1	1	1	-1	20
1	-1	-1	-1	-1	1	1	62
-1	1	-1	-1	1	-1	1	5
1	1	-1	1	-1	-1	-1	44
-1	-1	1	1	-1	-1	1	55
1	-1	1	-1	1	-1	-1	27
-1	1	1	-1	-1	1	-1	44
1	1	1	1	1	1	1	89

```
> ANOVA=aov(Gelatinizacion~(X1+X2+X3+X4+X5+X6+X7+Replica))
> summary(ANOVA)
          Df Sum Sq Mean Sq F value   Pr(>F)    
X1         1  87.89   87.89  51.208 0.000184 ***
X2         1   0.11    0.11   0.062 0.811197    
X3         1  16.20   16.20   9.439 0.018009 *  
X4         1   7.70    7.70   4.487 0.071915 .  
X5         1   6.63    6.63   3.863 0.090085 .  
X6         1   0.46    0.46   0.265 0.622258    
X7         1  82.36   82.36  47.983 0.000226 ***
Replica    1   1.05    1.05   0.612 0.459630    
Residuals  7  12.01    1.72                     
---
Signif. codes:  0 ‘***’ 0.001 ‘**’ 0.01 ‘*’ 0.05 ‘.’ 0.1 ‘ ’ 1
```

α



Diseños factoriales fraccionados 2^{k-p}

ARREGLOS FACTORIALES FRACCIONADOS

Métodos para calcular contrastes.

- La *tabla de signos* se construye a partir de la matriz de diseño, multiplicando las columnas que intervienen en la interacción que se quiera calcular.
- Por ejemplo, si se quiere obtener el contraste de la interacción doble *AB*, se multiplica la columna de signos *A* por la columna *B*, y el resultado son los signos de contraste *AB*.
- Esto se muestra en la siguiente tabla de signos para el diseño factorial 2^2.

A	*B*	*AB*	Yates
–	–	+	(1)
+	–	–	*a*
–	+	–	*b*
+	+	+	*ab*

- En la tabla de signos, las columnas que corresponden a los efectos principales coinciden con la matriz de diseño.
- Una vez obtenidas las columnas de signos de los efectos de interés, el contraste de cada efecto resulta de multiplicar su columna de signos por la columna de los datos expresados en la notación de Yates.
- La *notación de Yates* representa los totales o sumas de las observaciones en cada tratamiento.
- Por ejemplo, al multiplicar las columnas *A* y *B* por la notación de Yates, se obtiene el *contraste de AB* que ya conocemos: *Contraste AB* = $[(1) + ab - a - b]$.

Tabla 2. Diseño factorial completo 2^3 y constraste ABC			
A	B	C	ABC
−1	−1	−1	−
1	−1	−1	+
−1	1	−1	+
1	1	−1	−
−1	−1	1	+
1	−1	1	−
−1	1	1	−
1	1	1	+

Tabla 3. Dos posibles diseños fraccionados 2^{3-1}

Fracción 1 $(I = +ABC)$				Fracción 2 $(I = -ABC)$			
A	B	C		A	B	C	
1	−1	−1	+ a	−1	−1	−1	- (1)
−1	1	−1	+ b	1	1	−1	- ab
−1	−1	1	+ c	1	−1	1	- ac
1	1	1	+ abc	−1	1	1	- bc

Tabla 8.2 Diseño factorial completo 2^3 y contraste *ABC*.

A	*B*	*C*		*ABC*
−1	−1	−1		−
1	−1	−1		+
−1	1	−1		+
1	1	−1	⇒	−
−1	−1	1		+
1	−1	1		−
−1	1	1		−
1	1	1		+

Estructura de alias del diseño 2^{3-1} con $I = ABC$. Al estimar los efectos potencialmente importantes con cualquiera de las fracciones dadas en la tabla 8.3, resulta que cada efecto estimado tiene un alias. Consideremos, por ejemplo, la fracción 1 de la tabla 8.3. Este diseño se generó con $I = +ABC$, que en este caso también es

Tabla 8.3 Dos posibles diseños fraccionados 2^{3-1}.

Fracción 1 $(I = +ABC)$				Fracción 2 $(I = -ABC)$			
A	*B*	*C*		*A*	*B*	*C*	
1	−1	−1	*a*	−1	−1	−1	(1)
−1	1	−1	*b*	1	1	−1	*ab*
−1	−1	1	*c*	1	−1	1	*ac*
1	1	1	*abc*	−1	1	1	*bc*

Tabla 8-1 Signos positivos y negativos del diseño factorial 2^3

Combinación de tratamientos	Efecto factorial							
	I	*A*	*B*	*C*	*AB*	*AC*	*BC*	*ABC*
a	+	+	-	-	-	-	+	+
b	+	-	+	-	-	+	-	+
c	+	-	-	+	+	-	-	+
abc	+	+	+	+	+	+	+	+
ab	+	+	+	-	+	-	-	-
ac	+	+	-	+	-	+	-	-
bc	+	-	+	+	-	-	+	-
(1)	+	-	-	-	+	+	+	-

- Observe que Contraste A = Contraste BC, lo que significa que los efectos A y BC son alias, porque al estimar el efecto A también se estima el efecto BC.
- Dos efectos alias son inseparables porque comparten el mismo contraste, y por ende, son dos nombres para el mismo efecto.

Tabla 8-1 Signos positivos y negativos del diseño factorial 2^3

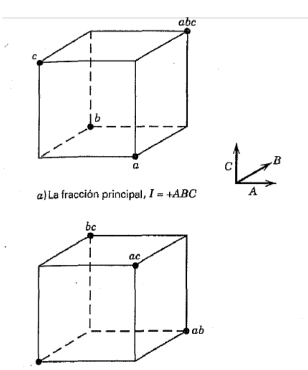
Combinación de tratamientos	Efecto factorial							
	I	*A*	*B*	*C*	*AB*	*AC*	*BC*	*ABC*
a	+	+	-	-	-	-	+	+
b	+	-	+	-	-	+	-	+
c	+	-	-	+	+	-	-	+
abc	+	+	+	+	+	+	+	+
ab	+	+	+	-	+	-	-	-
ac	+	+	-	+	-	+	-	-
bc	+	-	+	+	-	-	+	-
(1)	+	-	-	-	+	+	+	-

- al multiplicar cualquier efecto por la identidad es igual al efecto, y al multiplicar un efecto por sí mismo es igual a la identidad;
- por ejemplo, aplicando esto para el efecto A, tendríamos que A X I = A, y que A X A = A^2 = A^0 = I.

$$A = A \times I = A \times ABC = A^2BC = BC$$

Tabla 8-1 Signos positivos y negativos del diseño factorial 2^3

Combinación de tratamientos	Efecto factorial							
	I	A	B	C	AB	AC	BC	ABC
a	+	+	-	-	-	-	+	+
b	+	-	+	-	-	+	-	+
c	+	-	-	+	+	-	-	+
abc	+	+	+	+	+	+	+	+
ab	+	+	+	-	+	-	-	-
ac	+	+	-	+	-	+	-	-
bc	+	-	+	+	-	-	+	-
(1)	+	-	-	-	+	+	+	-



b) La fracción alterna, I = −ABC

Figura 8-1 Las dos fracciones un medio del diseño 2^3.

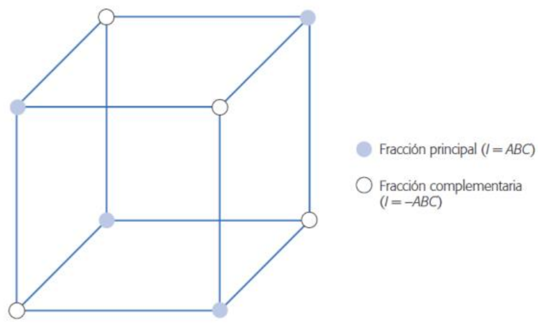


Figura 8.1 Representación de los diseños factoriales fraccionados 2^{3-1}.

- Cuando se tienen menos de cinco factores (k < 5); los efectos potencialmente importantes superan en número a los "**efectos ignorables**" *a priori*, de aquí que si se fraccionan estos diseños, se pierde por fuerza información que puede ser relevante.
- Ahora, cuando k ≥ 5 el número de **efectos ignorables** supera el número de efectos no ignorables o potencialmente importantes, lo cual indica que estos diseños se pueden fraccionar muchas veces sin perder, necesariamente, información valiosa.

- **Mientras más grande es el valor de k, el diseño admite un grado de fraccionamiento mayor.**

Tabla 1. Efectos en los factoriales 2^k.

Diseño 2^k	Total de efectos	Efectos no ignorables	Efectos ignorables
2^2	3	3	0
2^3	7	6	1
2^4	15	10	5
2^5	31	15	16
2^6	63	21	42
2^7	127	28	99

- Al correr sólo una fracción del diseño factorial completo ocurren dos hechos inevitables:

(1) **Pérdida información,** ya que habrá efectos que no podrán estimarse y se tienen menos grados de libertad disponibles para el error.
Los **efectos que se pierden** se espera que sean, en la medida de lo posible, interacciones de alto orden, las cuales se pueden ignorar de antemano con bajo riesgo.

(2) Los efectos que sí se pueden estimar tienen al **menos un alias** (efectos que tienen el mismo contraste).

- El que un efecto sea alias de otro significa que son en **realidad el mismo efecto** con nombres distintos, y al estimar a uno de ellos se estima al mismo tiempo el otro, de manera que no se pueden separar.
- Cuando el experimentador elige una fracción en la que dos efecto potencialmente importantes son alias, debe contar de antemano con una **estrategia de interpretación** del efecto estimado.

Interpretación de efectos alias.

- Para interpreter los "efectos alias" o "aliados" es necesario suponer que sólo uno de ellos es el responsable del efecto observado y que los demás efectos son nulos.
- En general **no es buena estrategia utilizar diseños fraccionados donde se alían dos efectos que son potencialmente importantes**, como son los efectos principales y las interacciones dobles, sin embargo, habrá situaciones en las que no queda otra alternativa.

3.3.2. *Estructura de alias del diseño 2^{3-1} con* $\mathbf{I} = -\mathbf{ABC}$. La estructura alias para el diseño 2^{3-1} con relación definidora $I = -ABC$ está dada por

$$A - BC$$
$$B - AC \quad (3.2)$$
$$C - AB.$$

Tabla 8.3 Dos posibles diseños fraccionados 2^{3-1}.

Fracción 1 ($I = +ABC$)				Fracción 2 ($I = -ABC$)			
A	*B*	*C*		*A*	*B*	*C*	
1	–1	–1	*a*	–1	–1	–1	(1)
–1	1	–1	*b*	1	1	–1	*ab*
–1	–1	1	*c*	1	–1	1	*ac*
1	1	1	*abc*	–1	1	1	*bc*

El concepto de "resolución"

- Bajo el supuesto de que los **efectos principales son más importantes** que las interacciones de dos factores, y éstas a su vez son más relevantes que las de tres factores, y así sucesivamente,
- es conveniente **utilizar diseños factoriales fraccionados que tengan alta resolución**.
- A **mayor resolución** se observa más claramente lo que sucede con los efectos potencialmente importantes.

1. *Diseños de resolución III*. En estos diseños los efectos principales no son alias entre ellos, pero existen efectos principales que son alias de alguna interacción doble. Por ejemplo, el diseño 2^{3-1} con relación definidora $I = ABC$ (o $I = -ABC$) es de resolución III.
2. *Diseños de resolución IV*. En este diseño los efectos principales no están alias entre ellos ni con las interacciones dobles, pero algunas interacciones dobles están alias con otra interacción doble. Por ejemplo, el diseño 2^{4-1} con relación definidora $I = ABCD$ (o $I = -ABCD$) es de resolución IV.
3. *Diseños de resolución V*. En estos diseños los efectos principales y las interacciones dobles están alias con interacciones triples o de mayor orden, es decir, los efectos principales e interacciones dobles están limpiamente estimados. Por ejemplo, el diseño 2^{5-1} con relación definidora $I = ABCDE$ (o $I = -ABCDE$) es de resolución V.

Number of Factors

Runs	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11
4	2^{2}	2^{3-1}_{III}								
8		2^{3}	2^{4-1}_{IV}	2^{5-2}_{III}	2^{6-3}_{III}	2^{7-4}_{III}				
16			2^{4}	2^{5-1}_{V}	2^{6-2}_{IV}	2^{7-3}_{IV}	2^{8-4}_{IV}	2^{9-5}_{III}	2^{10-6}_{III}	2^{11-7}_{III}
32				2^{5}	2^{6-1}_{VI}	2^{7-2}_{IV}	2^{8-3}_{IV}	2^{9-4}_{IV}	2^{10-5}_{IV}	2^{11-6}_{IV}
64					2^{6}	2^{7-1}_{VII}	2^{8-2}_{V}	2^{9-3}_{IV}	2^{10-4}_{IV}	2^{11-5}_{IV}
128						2^{7}	2^{8-1}_{VIII}	2^{9-2}_{VI}	2^{10-3}_{V}	2^{11-4}_{V}
256							2^{8}	2^{9-1}_{IX}	2^{10-2}_{VI}	2^{11-3}_{VI}
512								2^{9}	2^{10-1}_{X}	2^{11-2}_{VII}

Number of Factors

	10	11	12	13	14	15	16	17	18	19	20
	2^{10-6}_{III}	2^{11-7}_{III}	2^{12-8}_{III}	2^{13-9}_{III}	2^{14-10}_{III}	2^{15-11}_{III}					
	2^{10-5}_{IV}	2^{11-6}_{IV}	2^{12-7}_{IV}	2^{13-8}_{IV}	2^{14-9}_{IV}	2^{15-10}_{IV}	2^{16-11}_{IV}	2^{17-12}_{III}	2^{18-13}_{III}	2^{19-14}_{III}	2^{20-1}_{III}
	2^{10-4}_{IV}	2^{11-5}_{IV}	2^{12-6}_{IV}	2^{13-7}_{IV}	2^{14-8}_{IV}	2^{15-9}_{IV}	2^{16-10}_{IV}	2^{17-11}_{IV}	2^{18-12}_{IV}	2^{19-13}_{IV}	2^{20-1}_{IV}
	2^{10-3}_{V}	2^{11-4}_{V}	2^{12-5}_{IV}	2^{13-6}_{IV}	2^{14-7}_{IV}	2^{15-8}_{IV}	2^{16-9}_{IV}	2^{17-10}_{IV}	2^{18-11}_{IV}	2^{19-12}_{IV}	2^{20-1}_{IV}
	2^{10-2}_{VI}	2^{11-3}_{VI}	2^{12-4}_{VI}	2^{13-5}_{V}	2^{14-6}_{V}	2^{15-7}_{V}	2^{16-8}_{V}	2^{17-9}_{V}	2^{18-10}_{IV}	2^{19-11}_{IV}	2^{20-1}_{IV}
	2^{10-1}_{X}	2^{11-2}_{VII}	2^{12-3}_{VI}	2^{13-4}_{VI}	2^{14-5}_{VI}	2^{15-6}_{VI}	2^{16-7}_{VI}	2^{17-8}_{VI}	2^{18-9}_{VI}	2^{19-10}_{V}	2^{20-1}_{V}

Table 15.16: Some Resolution III, IV, V, VI and VII 2^{k-p} Designs

Number of Factors	Design	Number of Points	Generators
3	2^{3-1}_{III}	4	$C = \pm AB$
4	2^{4-1}_{IV}	8	$D = \pm ABC$
5	2^{5-2}_{III}	8	$D = \pm AB;\ E = \pm AC$
6	2^{6-1}_{VI}	32	$F = \pm ABCDE$
	2^{6-2}_{IV}	16	$E = \pm ABC;\ F = \pm BCD$
	2^{6-3}_{III}	8	$D = \pm AB;\ F = \pm BC;\ E = \pm AC$
7	2^{7-1}_{VII}	64	$G = \pm ABCDEF$
	2^{7-2}_{IV}	32	$E = \pm ABC;\ G = \pm ABDE$
	2^{7-3}_{IV}	16	$E = \pm ABC;\ F = \pm BCD;\ G = \pm ACD$
	2^{7-4}_{III}	8	$D = \pm AB;\ E = \pm AC;\ F = \pm BC;\ G = \pm ABC$
8	2^{8-2}_{V}	64	$G = \pm ABCD;\ H = \pm ABEF$
	2^{8-3}_{IV}	32	$F = \pm ABC;\ G = \pm ABD;\ H = \pm BCDE$
	2^{8-4}_{IV}	16	$E = \pm BCD;\ F = \pm ACD;\ G = \pm ABC;\ H = \pm ABD$

FUENTE: https://www.chegg.com/homework-help/verify-design-review-exercise-1543-indeed-resolution-iv-1543-chapter-15-problem-44re-solution-9789332519084-exc

- En general, la **resolución de un diseño factorial fraccionado** de dos niveles es igual al menor número de letras en cualquier palabra de la relación de definición.
- Por consiguiente, los diseños precedentes podrían denominarse **diseños de tres, cuatro y cinco letras,** respectivamente.
- Por lo común, es preferible **emplear diseños fraccionados que tengan la resolución más alta posible** que sea consistente con el grado de fraccionamiento requerido.

- Entre **más alta sea la resolución**, menos restrictivos serán los supuestos que se requieren respecto de cuáles de las interacciones son insignificantes para obtener una interpretación única de los datos.

Tabla 8-2 Las dos fracciones un medio del diseño 2^3

	Diseño factorial 2^2 completo (diseño básico)		$2^{3-1}_{III}, I = ABC$			$2^{3-1}_{III}, I = -ABC$		
Corrida	A	B	A	B	$C = AB$	A	B	$C = -AB$
1	−	−	−	−	+	−	−	−
2	+	−	+	−	−	+	−	+
3	−	+	−	+	−	−	+	+
4	+	+	+	+	+	+	+	−

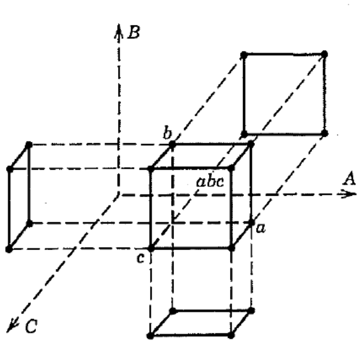


Figura 8-2 Proyección de un diseño 2^{3-1}_{III} en tres diseños 2^2.

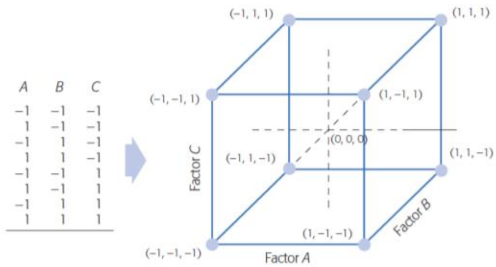


Figura 6.10 Diseño factorial 2^3 y su representación geométrica.

Tabla 6.5 Tabla de signos del diseño factorial 2^3.

Total	*A*	*B*	*C*	*AB*	*AC*	*BC*	*ABC*
(1)	−	−	−	+	+	+	−
a	+	−	−	−	−	+	+
b	−	+	−	−	+	−	+
ab	+	+	−	+	−	−	−
c	−	−	+	+	−	−	+
ac	+	−	+	−	+	−	−
bc	−	+	+	−	−	+	−
abc	+	+	+	+	+	+	+

Tabla 8-14 Diseños factoriales fraccionados 2^{k-p} seleccionados

Número de factores, *k*	Fracción	Número de corridas	Generadores del diseño
3	2_{III}^{3-1}	4	$C = \pm AB$
4	2_{IV}^{4-1}	8	$D = \pm ABC$
5	2_{V}^{5-1}	16	$E = \pm ABCD$
	2_{III}^{5-2}	8	$D = \pm AB$ $E = \pm AC$
6	2_{VI}^{6-1}	32	$F = \pm ABCDE$
	2_{IV}^{6-2}	16	$E = \pm ABC$ $F = \pm BCD$
	2_{III}^{6-3}	8	$D = \pm AB$ $E = \pm AC$ $F = \pm BC$
7	2_{VII}^{7-1}	64	$G = \pm ABCDEF$
	2_{IV}^{7-2}	32	$F = \pm ABCD$ $G = \pm ABDE$
	2_{III}^{7-3}	16	$E = \pm ABC$ $F = \pm BCD$ $G = \pm ACD$
	2_{III}^{7-4}	8	$D = \pm AB$ $E = \pm AC$ $F = \pm BC$ $G = \pm ABC$

8	2_{V}^{8-2}	64	$G = \pm ABCD$ $H = \pm ABEF$
	2_{IV}^{8-3}	32	$F = \pm ABC$ $G = \pm ABD$ $H = \pm BCDE$
	2_{IV}^{8-4}	16	$E = \pm BCD$ $F = \pm ACD$ $G = \pm ABC$ $H = \pm ABD$
9	2_{VI}^{9-2}	128	$H = \pm ACDFG$ $J = \pm BCEFG$
	2_{IV}^{9-3}	64	$G = \pm ABCD$ $H = \pm ACEF$ $J = \pm CDEF$
	2_{IV}^{9-4}	32	$F = \pm BCDE$ $G = \pm ACDE$ $H = \pm ABDE$ $J = \pm ABCE$
	2_{III}^{9-5}	16	$E = \pm ABC$ $F = \pm BCD$ $G = \pm ACD$ $H = \pm ABD$ $J = \pm ABCD$

Full Factorials

Number Factors	Main Effects	Order of Interactions								
		2	3	4	5	6	7	8	9	10
2	2	1								
3	3	3	1							
4	4	6	4	1						
5	5	10	10	5	1					
6	6	15	20	15	6	1				
7	7	21	35	35	21	7	1			
8	8	28	56	70	56	28	8	1		
9	9	36	84	126	126	84	36	9	1	
10	10	45	120	210	252	210	120	45	10	1

Box et al. (1978) "There tends to be a redundancy in [full factorial designs] – redundancy in terms of an excess number of interactions that can be estimated ... Fractional factorial designs exploit this redundancy ..."

- Los diseños no geométricos de ***Plackett-Burman*** para N = 12, 20, 24, 28 y 36 tienen estructuras de los alias muy intrincadas.
- Por ejemplo, en el diseño de 12 corridas, **todos los efectos principales son alias parciales** de cada una de las interacciones de dos factores en los que no están incluidos.
- Por ejemplo, la interacción *AB* es alias de los nueve efectos principales e, *D, ..., K.* Además, cada uno de los efectos, principales son alias parciales de 45 interacciones de dos factores.
- En diseños más grandes, la situación es todavía más compleja.
- Se **recomienda al experimentador usar estos diseños con *mucho cuidado.***

Table 8-23 Plus and Minus Signs for the Plackett–Burman Designs

$k = 11, N = 12$	+ + − + + + − − − + −
$k = 19, N = 20$	+ + − − + + + + − + − + − − − − + + −
$k = 23, N = 24$	+ + + + + − + − + + − − + + − − + − + − − − −
$k = 35, N = 36$	− + − + + + − − − + + + + + − + + + − − + − − − − + − + − + + − − + −

- Generating a nongeometric PB design matrix

Table 8-24 Plackett–Burman Design for $N = 12, k = 11$

Run	*A*	*B*	*C*	*D*	*E*	*F*	*G*	*H*	*I*	*J*	*K*
1	+	−	+	−	−	−	+	+	+	−	+
2	+	+	−	+	−	−	−	+	+	+	−
3	−	+	+	−	+	−	−	−	+	+	+
4	+	−	+	+	−	+	−	−	−	+	+
5	+	+	−	+	+	−	+	−	−	−	+
6	+	+	+	−	+	+	−	+	−	−	−
7	−	+	+	+	−	+	+	−	+	−	−
8	−	−	+	+	+	−	+	+	−	+	−
9	−	−	−	+	+	+	−	+	+	−	+
10	+	−	−	−	+	+	+	−	+	+	−
11	−	+	−	−	−	+	+	+	−	+	+
12	−	−	−	−	−	−	−	−	−	−	−

Diseños de Plackett-Burman

- Los *diseños de **Plackett-Burman*** representan otra alternativa para fraccionar diseños factoriales completos 2^k, donde el número de puntos de diseño no necesariamente es potencia de dos pero sí es múltiplo de cuatro.
- En un momento dado estas nuevas fracciones permiten optimizar los recursos disponibles.
- Los diseños de *Plackett-Burman* son fracciones del diseño factorial 2^k, donde el número de puntos de diseño N es múltiplo de cuatro.
- Cuando N es potencia de 2, estos diseños son idénticos a los fraccionados 2^{k-p} antes descritos.

Tabla 8.17 Signos para el primer renglón de algunos diseños de Plackett-Burman.

$k = 11, N = 12$	+ − + − − − + + + − +
$k = 19, N = 20$	+ − + + − − − − + − + − + + + + − − +
$k = 23, N = 24$	+ − − − − + − + − − + + − − + + − + − + + + +
$k = 35, N = 36$	− − + − − + + − + − + − − − − + − − + + + − + + + + + − − − + + + − +

Tabla 8.16 Diseño de Plackett-Burman con 12 corridas y hasta $k = 11$ factores.

A	*B*	*C*	*D*	*E*	*F*	*G*	*H*	*I*	*J*	*K*
1	−1	1	−1	−1	−1	1	1	1	−1	1
1	1	−1	1	−1	−1	−1	1	1	1	−1
−1	1	1	−1	1	−1	−1	−1	1	1	1
1	−1	1	1	−1	1	−1	−1	−1	1	1
1	1	−1	1	1	−1	1	−1	−1	−1	1
1	1	1	−1	1	1	−1	1	−1	−1	−1
−1	1	1	1	−1	1	1	−1	1	−1	−1
−1	−1	1	1	1	−1	1	1	−1	1	−1
−1	−1	−1	1	1	1	−1	1	1	−1	1
1	−1	−1	−1	1	1	1	−1	1	1	−1
−1	1	−1	−1	−1	1	1	1	−1	1	1
−1	−1	−1	−1	−1	−1	−1	−1	−1	−1	−1

Designing Plackett-Burman Experiments by Hand

Programs like Minitab and JMP can calculate the runs automatically. Tables are also available (from which the software programs are based). By hand, they are easy to construct (from Rekab & Shaikh):

Step 1: Choose a generating vector from the following list:

# of Factors	# Runs	Generator
4-7	8	+ + + - + - -
8-11	12	+ + - + + + - - - + -
12-15	16	+ + + + - + - + + - - + - - -
16-19	20	+ + - - + + + + - + - + - - - - + + -
20-23	24	+ + + + + - + - + + - - + + - - + - + - - - -
32-35	36	- + - + + + - - - + + + + + - + + + - - + - - - - + - + - + + - - + -

Step 2: Assign the generating vector to the first factor (factor A in this example). Add a "-" as a final entry to complete the quartets (in this example, the "-" would be the 8th entry):

A	B	C	D	E	F	G
+						
+						
+						
-						
+						
-						
-						
-						

Step 3: Copy the seventh entry for the first factor, A, to the first entry in B. Slide all of the factors in A down (note: ignore the final column we filled in: just carry the "-" across all columns):

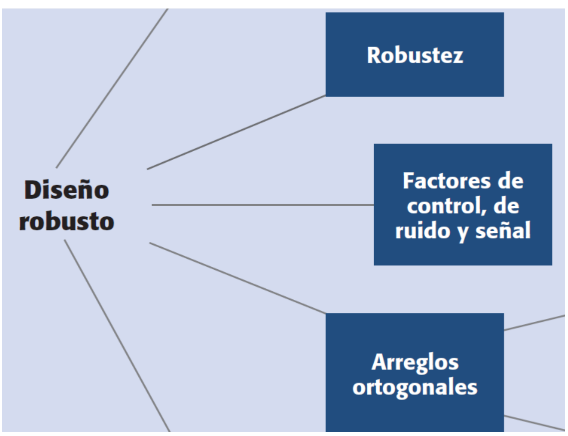
A	B	C	D	E	F	G
+	-					
+	+					
+	+					
-	+					
+	-					
-	+					
-	-					
-	-	-	-	-	-	-

Step 4: Repeat Step 3, shifting down for each column until the table is completed.

A	B	C	D	E	F	G
+	-	-	+	-	+	+
+	+	-	-	+	-	+
+	+	+	-	-	+	-
-	+	+	+	-	-	+
+	-	+	+	+	-	-
-	+	-	+	+	+	-
-	-	+	-	+	+	+
-	-	-	-	-	-	-

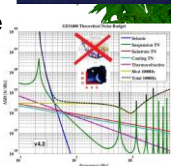
- Un diseño de *Plackett-Burman* puede ayudarlo a determinar **en qué factores concentrarse**, lo que reduce en gran medida la cantidad de datos que debe recopilar.
- Por ejemplo, si tiene **15 factores** en su diseño, puede trabajar con tan solo **20 puntos de datos** en un *Plackett-Burman*.
- Un diseño factorial completo requeriría más de mil veces esa cantidad (**32 768 puntos de datos = 2^{15}**).

- Dicho esto, trabajar con pocos puntos de datos significa que **no puede decir con certeza** cuáles son los efectos de un experimento, ni puede saber **qué factores tienen efectos sobre otros** factores.
- Por tanto, el ***Plackett-Burman*** **debería utilizarse como punto de partida** para nuevos experimentos.
- Una vez que haya identificado los factores importantes, **puede ejecutar un diseño factorial o fraccional completo para estudiar más esos factores**.



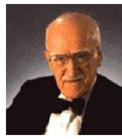
Diseño Robusto

- El objetivo del diseño robusto de parámetros es lograr productos y procesos robustos frente a las **causas de la variabilidad (ruidos).**
- Los “Efectos Ruidos” hacen que las características funcionales de los productos se **desvíen de sus valores óptimos provocando costos de calidad.**



PHILIP CROSBY
14 pasos para administrar la calidad
CERO DEFECTOS

KAORU ISHIKAWA
DIAGRAMA DE CAUSA Y EFECTO
SIETE HERRAMIENTAS ESTADISTICAS BASICAS DEL CTC



JOSEPH M. JURAN
COSTOS DE CALIDAD

EDWARD DEMING
Padre de la TERCERA REVOLUCION INDUSTRIAL
O LA REVOLUCION DE LA CALIDAD

GENICHI TAGUCHI
CAPACIDAD DEL PROCESO y su metodología de
DISEÑO DE EXPERIMENTOS

•G. T. es el creador del "diseño robusto", el cual basa su estrategia para lograr la satisfacción del cliente, en exceder sus expectativas de calidad y de la función de perdida.

•Diseño Robusto.
- Implica **diseñar un producto que sobrepase las expectativas del cliente** en sus características mas importantes y ahorrar dinero en las que al cliente no le interesan.
- Implica **diseñar un proceso de producción capaz de fabricar el producto en todos sus rangos de variación normal**, dentro de las especificaciones del proceso.

• Es mas económico un diseño robusto del producto en las características importantes para el cliente, **que pagar los costos del control de procesos y las reclamaciones por fallas.**

• En el diseño robusto de un producto se minimiza su posibilidad de falla, buscando que **tenga mínima variación en las características de calidad** importantes para el cliente y en consecuencia **se minimiza el costo de calidad.**

DISEÑO ROBUSTO

- Es la **determinación de los niveles de los parámetros o factores de proceso**, de tal forma que cada característica del producto se desempeñe con **variación mínima alrededor de su valor objetivo**.

CALIDAD según TAGUCHI

- Es la **pérdida** que un producto causa a la sociedad mientas se utiliza para los fines que fue hecho.

METODOLOGÍA TAGUCHI

	TRADICIONAL	TAGUCHI
Filosofía	➢Enfasis en técnicas estadísticas, modelos matemáticos.	➢Diseño de parámetros, de tolerancias y del sistema como una meta.
Objetivo	➢Detectar las causasa para poder cambiar las especificaciones.	➢Buscar la robustez con una reducción en el costo.
Etapas de manu-factura	➢Posterior a la producción.	➢Para eliminar efectos de ruido y reducir la variación.
Método	➢Diseño de tolerancias, solución del problema, deteccción de causas, análisis de fallas.	➢Optimización del diseño de parámetros para evitar futuros problemas.
Diseño	➢Técnica multiestadísticas.	➢Arreglos ortogonales. ➢Gráficas lineales. ➢Diseño de arreglos internos y externos.

METODOLOGÍA TAGUCHI

	TRADICIONAL	TAGUCHI
Interacciones	➢Trata multiestadísticas.	➢Minimiza las interacciones entre los factores de control. (Prefiere los efectos principales).
Diferencias técnicas	➢Enfasis en la prueba F. ➢Distribución de variables.	➢Diseño de parámetros para ruídos (S/R). Uso de una función de pérdida en el diseño de tolerancias. Prefiere efectos principales. ➢Enfasis en la selección de características con buena actividad.

METODOLOGÍA TAGUCHI

FILOSOFÍA

1. Una disminución importante de la calidad de un producto es la pérdida total generada a la sociedad.
2. En una economía competitiva, el mejoramiento contínuo de la calidad y la reducción de costos son necesarios para la supervivencia.
3. Un programa de mejoramiento continuo de calidad incluye la reducción incesante de las variaciones de las características del producto con respecto al objetivo.
4. La pérdida del consumidor, debida a las variaciones del comportamiento de un producto es, con frecuencia, aproximadamente proporcional al cuadrado de la desviación de la característica de su objetivo.

METODOLOGÍA TAGUCHI

FILOSOFÍA

5. La calidad y el costo final de un producto manufacturado son determinados en gran medida, por el diseño de ingeniería del producto y su proceso de manufactura.
6. La variación en el comportamiento de un producto o proceso se puede reducir aprovechando los efectos no lineales de los parámetros de las características.
7. La planeación de experimentos estadísticos se emplea para identificar los valores óptimos de parámetros en productos y procesos que permiten reducir la variabilidad.

METODOLOGÍA TAGUCHI

Método tradicional para la solución de problemas "Un factor a la vez"

Meta: Ajustar el Sistema para que los resultados queden dentro de los límites de especificación

Problema

Ajustar un factor a la vez

Medición de resultados

Ajustar otro factor

Medición de resultados

etc.

METODOLOGÍA TAGUCHI

Diseño de Parámetros para la solución de problemas.

Meta: Ajustar el proceso o producto para que posea una mínima variación alrededor del valor objetivo.

Problema

Sesión de tormenta de ideas.
Identificar factores, niveles e interacciones.

Diseño de experimentos usando arreglos ortogonales.

Corrida experimental de factores y niveles que gebneren la mínima variación alrededor del valor objetivo.

Experimento confirmado

Si los resultados no son los esperados,
Repetir el proceso, ocnsiderando otros factores, otros niveles o interacciones.

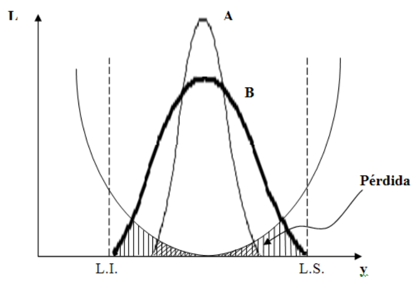
"METODOS TAGUCHI"

A. **FUNCIÓN PERDIDA.** Lograr un efectivo método de representar la pérdida debido a la desviación de la característica de calidad.

Función pérdida: MAYOR ES MEJOR.

- ***Medidas de la relación SN:***
  - *Las expresiones de la relación SN se deducen a partir de la función cuadrática de pérdida.*
  - *3 de ellas se consideran estándar y ampliamente aplicables.*
  - *Situaciones:*
    - **1.- Cuando el valor nominal es lo mejor:** $SN_1 = 10 \cdot \log\left(\frac{\bar{y}}{S^2}\right)$
    - **2.- Cuando lo mejor es una respuesta grande** $SN_2 = -10 \cdot \log\left(\frac{1}{n}\sum_{i=1}^{n}\frac{1}{y_i^2}\right)$
      n es el número de experimentos de los factores de ruido
    - **3.- Cuando lo mejor es una respuesta pequeña** $SN_3 = -10 \cdot \log\left(\frac{1}{n}\sum_{i=1}^{n} y_i^2\right)$
      n es el número de experimentos de los factores de ruido

FIGURA 15: INTERPRETACIÓN DE LA PÉRDIDA



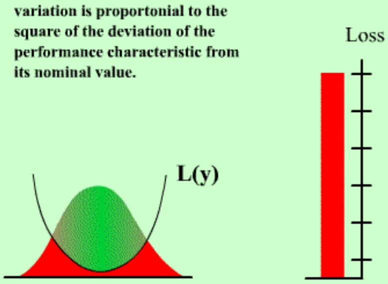
A: Menor pérdida. B: Mayor pérdida.

Fuente: Montgomery (2002).

TAGUCHI LOSS FUNCTION

$$L(y) = k(y-m)^2$$

The loss due to performance variation is proportonial to the square of the deviation of the performance characteristic from its nominal value.



"METODOS TAGUCHI"

B. ARREGLOS ORTOGONALES.

- Es una herramienta ingenieril que simplifica y en algunos casos elimina gran parte de los esfuerzos de diseño estadístico.
- **Es una forma de examinar simultáneamente muchos factores a bajo costo.**
- Los arreglos ortogonales son herramientas que permiten al ingeniero evaluar **qué tan robustos son los diseños** del proceso y del producto con respecto a los factores de ruido.
- **Los Ings NO necesitan convertirse en especialistas en estadística para aplicar los diseños de experimentos.**

n	A	B	C	D	E	F	G	H
1	1	1	1	1	1	1	1	1
2	1	1	2	2	2	2	2	2
3	1	1	3	3	3	3	3	3
4	1	2	1	1	2	2	3	3
5	1	2	2	2	3	3	1	1
6	1	2	3	3	1	1	2	2
7	1	3	1	2	1	3	2	3
8	1	3	2	3	2	1	3	1
9	1	3	3	1	3	2	1	2
10	2	1	1	3	3	2	2	1
11	2	1	2	1	1	3	3	2
12	2	1	3	2	2	1	1	3
13	2	2	1	2	3	1	3	2
14	2	2	2	3	1	2	1	3
15	2	2	3	1	2	3	2	1
16	2	3	1	3	2	3	1	2
17	2	3	2	1	3	1	2	3
18	2	3	3	2	1	2	3	1

- Se dice que una matriz de diseño es ortogonal si sus columnas son linealmente inde pendientes, lo cual se tiene si la multiplicación de dos columnas cualesquiera es igual a cero.
- Esta propiedad aumenta la eficiencia de los diseños que las poseen, en el sentido de que facilitan la interpretación de los parámetros estimados en el modelo y de la Metodología Robusta de Taguchi.

- Se considera que un diseño es ortogonal cuando los coeficientes estimados en el modelo ajustado no están correlacionados entre sí, lo cual hace que el efecto de cada término, representado por el parámetro correspondiente, se estime de manera más precisa.
- Un experimento es ortogonal si en la matriz de diseño todos los vectores columna son independientes entre sí.

- Es fácil verificar que en un diseño factorial completo 2^k las columnas de su matriz de diseño son independientes: multiplique dos columnas cualesquiera, término a término usando la notación –1 y +1, y el resultado es cero.

Factores controlables						
A	*B*	*C*	*D*	*E*	*F*	*G*
1	1	1	1	1	1	1
1	1	1	2	2	2	2
1	2	2	1	1	2	2
1	2	2	2	2	1	1
2	1	2	1	2	1	2
2	1	2	2	1	2	1
2	2	1	1	2	2	1
2	2	1	2	1	1	2

Matriz Ortogonal $L_8(2^7)$

Número	A 1	B 2	C 3	D 4	E 5	F 6	G 7	Resultados
1	1	1	1	1	1	1	1	y_1
2	1	1	1	2	2	2	2	y_2
3	1	2	2	1	1	2	2	y_3
4	1	2	2	2	2	1	1	y_4
5	2	1	2	1	2	1	2	y_5
6	2	1	2	2	1	2	1	y_6
7	2	2	1	1	2	2	1	y_7
8	2	2	1	2	1	1	2	y_8

L_9	Columnas 1	2	3	4
Pruebas o experimentos 1	1	1	1	1
2	1	2	2	2
3	1	3	3	3
4	2	1	2	3
5	2	2	3	1
6	2	3	1	2
7	3	1	3	2
8	3	2	1	3
9	3	3	2	1

Arreglo L_4 (fracción 2^{3-1})

Núm. de corrida	Núm. de columna 1	2	3
1	1	1	1
2	1	2	2
3	2	1	2
4	2	2	1

2 factores: columas 1 y 2.
3 factores: las tres columnas.

$2^3 = 8$

Arreglo L_9 (3^{4-2})

Núm. de corrida	Núm. de columna 1	2	3	4
1	1	1	1	1
2	1	2	2	2
3	1	3	3	3
4	2	1	2	3
5	2	2	3	1
6	2	3	1	2
7	3	1	3	2
8	3	2	1	3
9	3	3	2	1

2 factores: columas 1, 2.
3 factores: columnas 1, 2, 3.
4 factores: columnas 1, 2, 3, 4.

$3^4 = 81$

Arreglo L_8 (fracción 2^{7-4})

Núm. de corrida	Núm. de columna 1	2	3	4	5	6	7
1	1	1	1	1	1	1	1
2	1	1	1	2	2	2	2
3	1	2	2	1	1	2	2
4	1	2	2	2	2	1	1
5	2	1	2	1	2	1	2
6	2	1	2	2	1	2	1
7	2	2	1	1	2	2	1
8	2	2	1	2	1	1	2

2 factores: columas 1, 2.
3 factores: columnas 1, 2, 4.
4 factores: columnas 1, 2, 4, 7.
5 factores: columnas 1, 2, 4, 7, 6.
6 factores: columnas 1, 2, 4, 7, 6, 5.
7 factores: las siete columnas.

$2^7 = 128$

Fuente: Gutiérrez Pulido (2008).

Arreglo L_{12} (Plackett-Burman para $k = 11$)											
Núm. de corrida	Núm. de columna										
	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11
1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1
2	1	1	1	1	1	2	2	2	2	2	2
3	1	1	2	2	2	1	1	1	2	2	2
4	1	2	1	2	2	1	2	2	1	1	2
5	1	2	2	1	1	2	1	2	1	2	1
6	1	2	2	2	2	2	2	1	2	1	1
7	2	1	2	2	2	1	2	2	1	2	1
8	2	1	2	1	1	2	2	1	1	1	2
9	2	1	1	2	2	2	1	2	2	1	1
10	2	2	2	1	1	1	1	2	2	1	2
11	2	2	1	2	2	2	1	1	1	2	2
12	2	2	1	1	1	1	2	1	2	2	1
Se asignan los k factores a las primeras k columnas ($4 < k < 11$).											

$2^4 = 16$

$2^{11} = 2048$

Arreglo L_{18} ($2 \times 3^{7-5}$)								
Núm. de corrida	Núm. de columna							
	1	2	3	4	5	6	7	8
1	1	1	1	1	1	1	1	1
2	1	1	2	2	2	2	2	2
3	1	1	3	3	3	3	3	3
4	1	2	1	1	2	2	3	3
5	1	2	2	2	3	3	1	1
6	1	2	3	3	1	1	2	2
7	1	3	1	2	1	3	2	3
8	1	3	2	3	2	1	3	1
9	1	3	3	1	3	2	1	2
10	2	1	1	2	3	2	2	1
11	2	1	2	1	1	3	3	2
12	2	1	3	2	2	1	1	3
13	2	2	1	2	3	1	3	2
14	2	2	2	3	1	2	1	3
15	2	2	3	1	2	3	2	1
16	2	3	1	3	2	3	1	2
17	2	3	2	1	3	1	2	3
18	2	3	3	2	1	2	3	1
1 factor con dos niveles se asignan a la columna 1. Los factores con tres niveles se asignan a las columnas restantes: 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8.								

Figura 9.6 Arreglos ortogonales más frecuentes.

$2 \times 3^7 = 4374$

Fuente: Gutiérrez Pulido (2008).