Expectativas adaptativas

Asumiendo que ambas empresas adoptan un sistema de expectativas y considerando la función de mejor respuesta de cada una de las empresas se obtiene el sistema dinámico lineal:

$$f_A : \begin{cases} p_{L,t+1} = (1-\vartheta_L) p_{L,t} + \vartheta_L \left(\frac{1}{2}\right)(-\gamma_L + c + p_{H,t}) \\ p_{H,t+1} = (1-\vartheta_H) p_{H,t} + \vartheta_H \left(\frac{1}{2}\right)(-\gamma_H + c + p_{L,t} + \delta) \end{cases} \tag{1}$$

Imponiendo la condición de equilibrio $p_{i,t+1} = p_{i,t} = p_i$, $\forall i = L, H$, se obtiene un único punto de equilibrio que coincidirá con el equilibrio de Bertrand-Nash: $E^* = (p_L^*, p_H^*) = \left(\left(\frac{1}{3}\right)(-2\gamma_L + 3c - \gamma_H + \delta), \left(\frac{1}{3}\right)(-2\gamma_H + 3c - \gamma_L + 2\delta)\right)$.

Para determinar la estabilidad local del punto de equilibrio se calcula la matriz Jacobiana de la función vectorial f_A:

$$Jf_A(p_L, p_H) = \begin{pmatrix} 1-\vartheta_L & \frac{\vartheta_L}{2} \\ \frac{\vartheta_H}{2} & 1-\vartheta_H \end{pmatrix} \tag{2}$$

Proposición 2:

Si se asumen expectativas adaptativas, el equilibrio Bertrand-Nash es localmente asintóticamente estable para todo ϑ_i tal que $0 < \vartheta_i \leq 1$, $\forall i = L, H$.

Demostración:

La estabilidad del equilibrio E^* en el sistema lineal (1) viene determinada por los valores propios de la matriz jacobiana $Jf_A(p_L, p_H)$, que son la solución de la ecuación $Det\left(Jf\left(\overline{x}^e\right) - \lambda I_2\right) = 0$ (equivalentemente, $\lambda^2 - Tr\left(Jf\left(\overline{x}^e\right)\right)\lambda - Det\left(Jf\left(\overline{x}^e\right)\right) = 0$).

En este caso, la traza y el determinante de (2) son respectivamente:

$$\begin{cases} T = 2-\left(\vartheta_L+\vartheta_H\right) \\ D = T-1+M \end{cases} \text{ con } M=\frac{3\vartheta_L\vartheta_H}{4} \tag{3}$$

De manera que, la ecuación de segundo grado $\lambda^2 - Tr\left(Jf\left(\bar{x}^e\right)\right)\lambda - Det\left(Jf\left(\bar{x}^e\right)\right)=0$ particularizada para los valores de (3) es igual a:

$$\lambda^2-\left(2-\left(\vartheta_L+\vartheta_H\right)\right)\lambda-\left(1-\left(\vartheta_L+\vartheta_H\right)+\frac{3\vartheta_L\vartheta_H}{4}\right)=0 \tag{4}$$

La resolución de (4) da como resultado los siguientes valores propio:

$$\begin{cases} \lambda_1=\dfrac{2-\vartheta_L-\vartheta_H-\sqrt{\vartheta_L^2+\vartheta_H^2-\vartheta_L\vartheta_H}}{2} \\ \lambda_2=\dfrac{2-\vartheta_L-\vartheta_H+\sqrt{\vartheta_L^2+\vartheta_H^2-\vartheta_L\vartheta_H}}{2} \end{cases} \tag{5}$$

Dado que $\lambda_1<\lambda_2$, E^* es un atractor siempre y cuando se cumpla simultáneamente:

$$\lambda_1=\frac{2-\vartheta_L-\vartheta_H-\sqrt{\vartheta_L^2+\vartheta_H^2-\vartheta_L\vartheta_H}}{2}>-1 \tag{6}$$

$$\lambda_2=\frac{2-\vartheta_L-\vartheta_H+\sqrt{\vartheta_L^2+\vartheta_H^2-\vartheta_L\vartheta_H}}{2}<1 \tag{7}$$

Como las ecuaciones (6) y (7) se cumplen $\forall\ 0<\vartheta_i\le 1$, $\forall i = L, H$, entonces se cumple que $-1<\lambda_1<\lambda_2<1$ y E^* es un equilibrio localmente asintóticamente estable.