

# Estructuras de Datos no Lineales

## 1.5. Búsqueda

José Fidel Argudo Argudo  
José Antonio Alonso de la Huerta  
M<sup>a</sup> Teresa García Horcajadas



Versión 3.0

## **1.5. Búsqueda**

**1.5.1. Árboles binarios de búsqueda**

**1.5.2. Árboles binarios de búsqueda equilibrados**

**1.5.3. Árboles B**

**1.5.4. Tablas de dispersión**

# Estructuras de Datos no Lineales

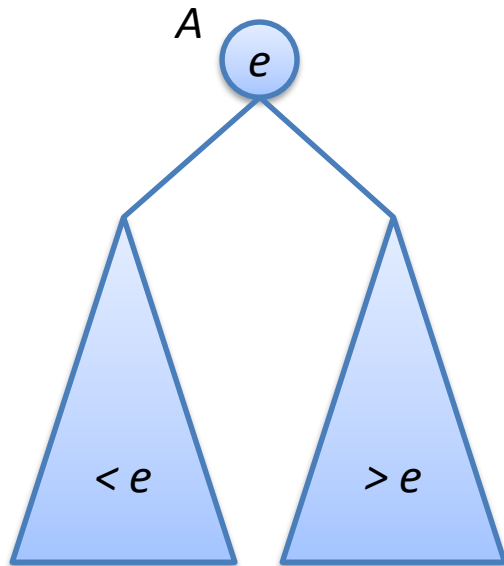
## 1.5.1. Árboles binarios de búsqueda

José Fidel Argudo Argudo  
José Antonio Alonso de la Huerta  
M<sup>a</sup> Teresa García Horcajadas



Versión 3.0

# Árboles binarios de búsqueda

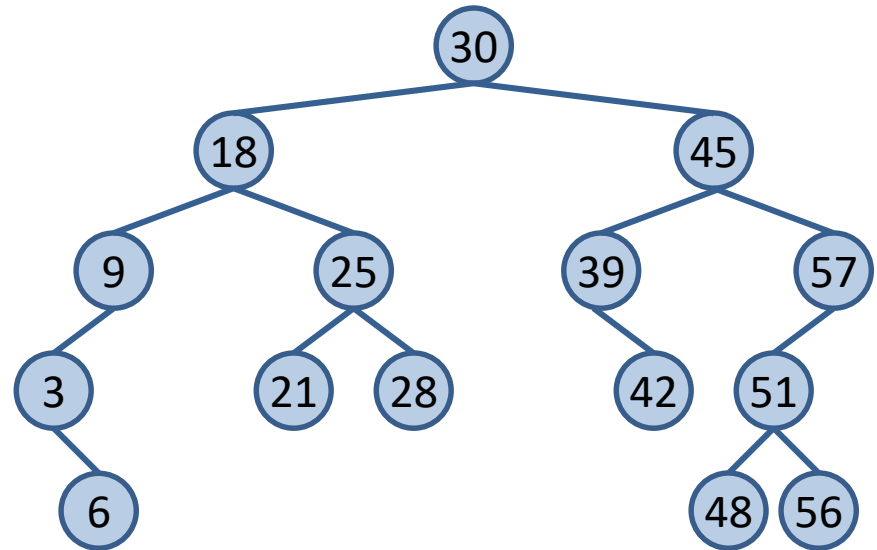
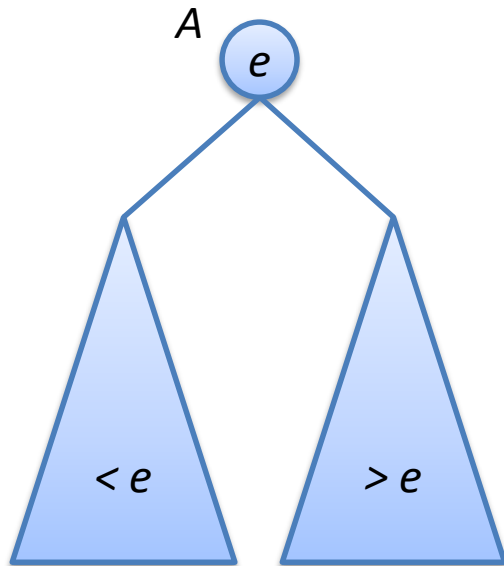


Vemos que el lado izq serán valores menores que el del nodo padre y que los valores del lado drcho son valores mayores que el del nodo padre.

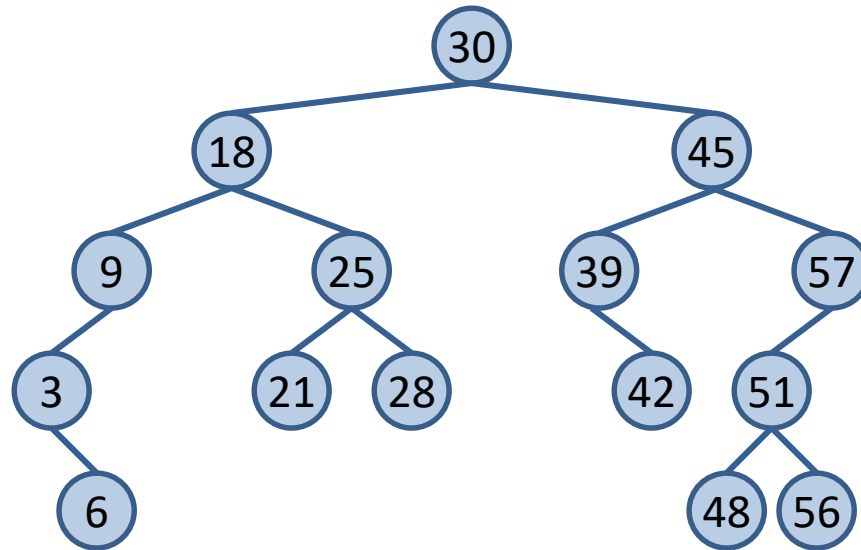
**IMPORTANTE:** No pueden haber valores repetidos

# Árboles binarios de búsqueda

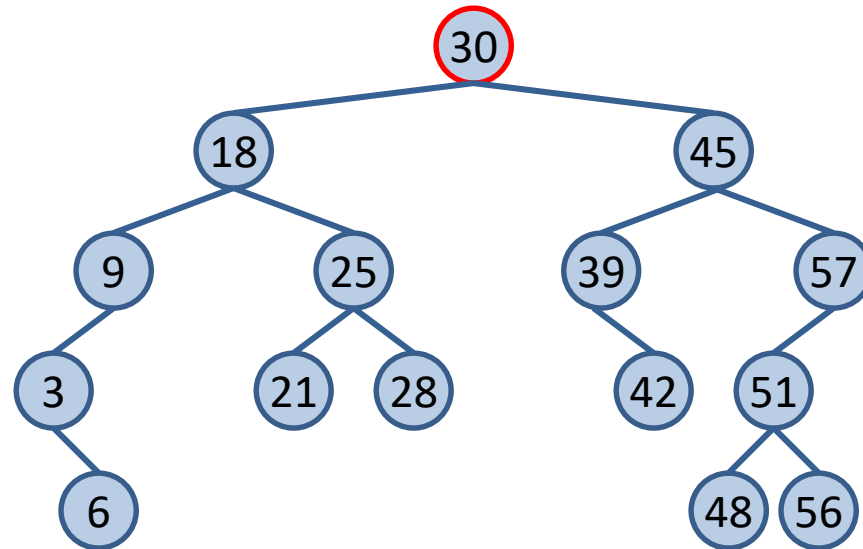
Ejemplo de ABB



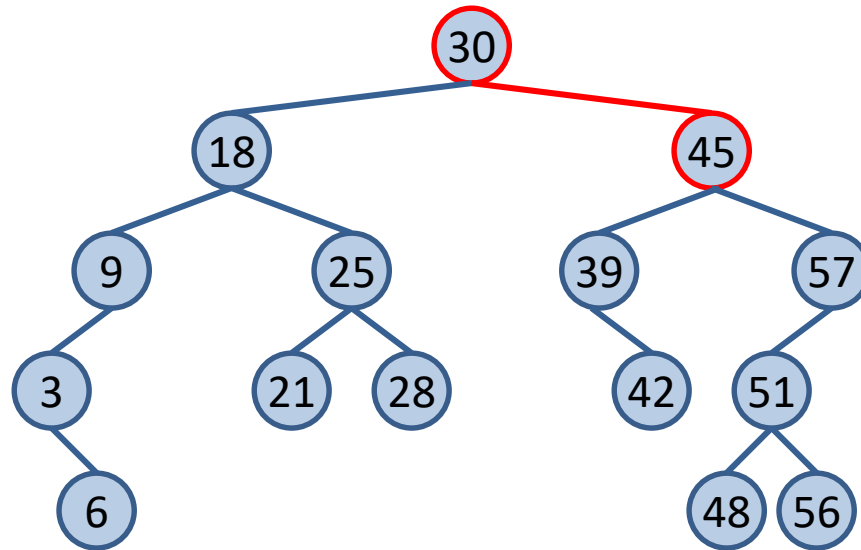
Buscar 51



Buscar 51

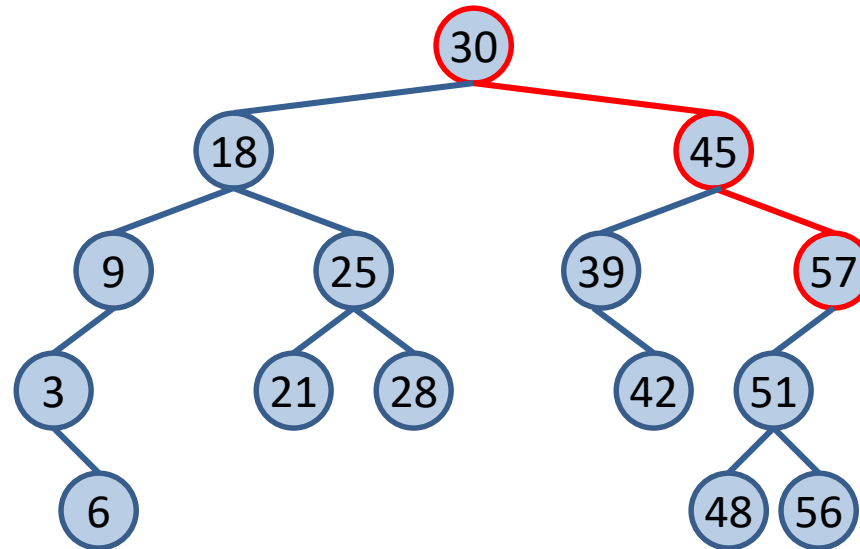


Buscar 51

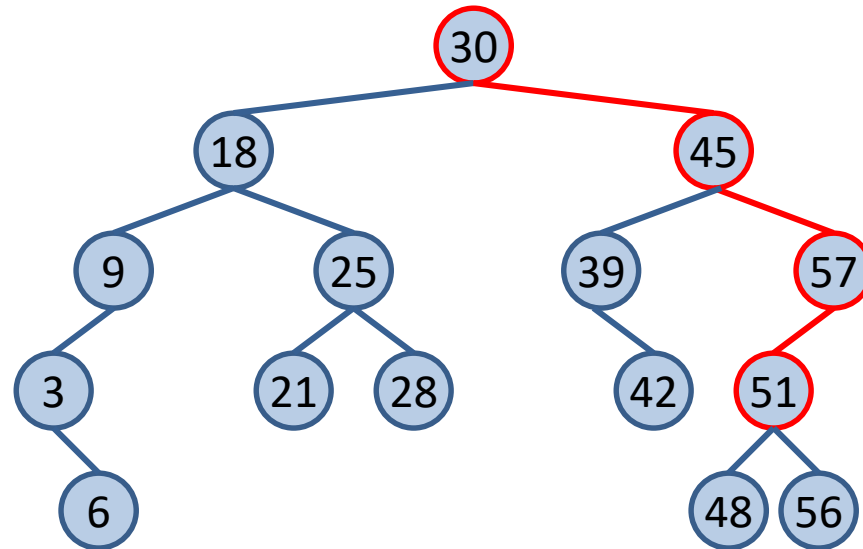




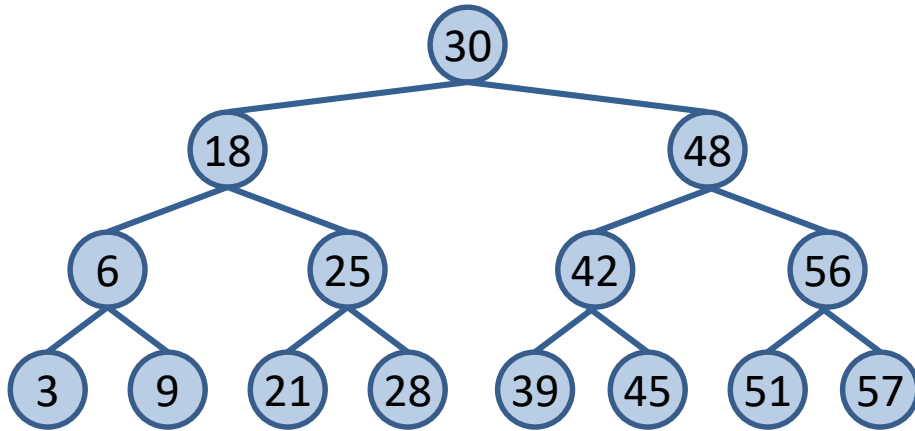
Buscar 51



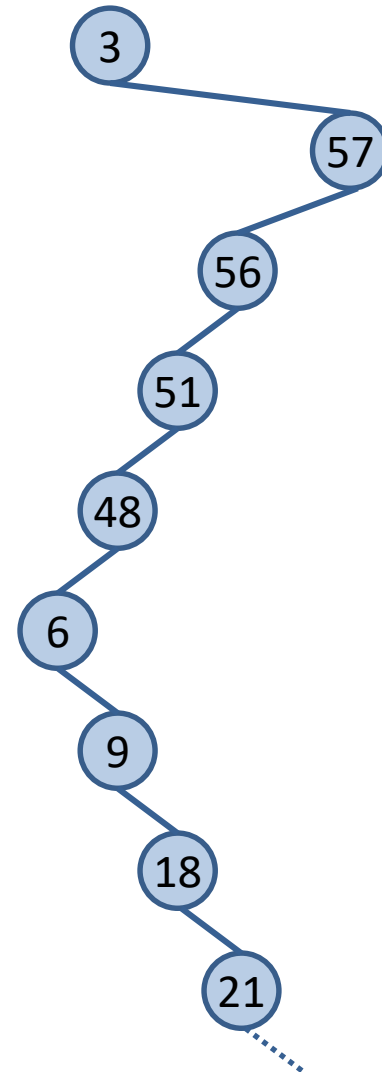
Buscar 51



El tiempo de búsqueda depende de la estructura de ramificación del árbol.



$O(\log_2 n)$



$O(n)$

# TAD Árbol binario de búsqueda

## Definición:

Un árbol binario de búsqueda es un árbol binario en el que los nodos almacenan elementos de un conjunto (no existen elementos repetidos). La propiedad que define a estos árboles es que todos los elementos almacenados en el subárbol izquierdo de cualquier nodo  $n$  son menores que el elemento de  $n$ , y todos los elementos almacenados en el subárbol derecho de  $n$  son mayores que el elemento almacenado en el mismo.

Consideraremos que existe un orden lineal definido sobre el tipo de los elementos dado por el operador  $<$ .

# Operaciones:

*Abb()*

Post: Construye un árbol binario de búsqueda vacío.

*const Abb& buscar(const T& e) const*

Post: Si el elemento *e* pertenece al árbol, devuelve el subárbol en cuya raíz se encuentra *e*; en caso contrario, devuelve un árbol vacío.

*void insertar(const T& e)*

Post: Si *e* no pertenece al árbol, lo inserta; en caso contrario, el árbol no se modifica.

*void eliminar(const T& e)*

Post: Elimina el elemento *e* del árbol. Si *e* no se encuentra, el árbol no se modifica.

*bool vacio() const*

Post: Devuelve **true** si el árbol está vacío y **false** en caso contrario.

Aquí no trabajamos con nodos, si no que trabajamos con subárboles

*const T& elemento() const*

Pre: Árbol no vacío.

Post: Devuelve el elemento de la raíz de un árbol binario de búsqueda.

*const Abb& izqdo() const*

Pre: Árbol no vacío.

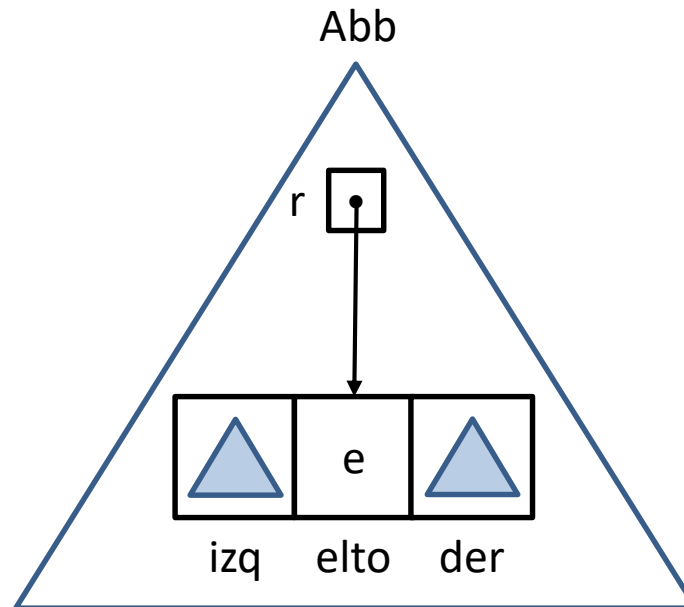
Post: Devuelve el subárbol izquierdo.

*const Abb& drcho() const*

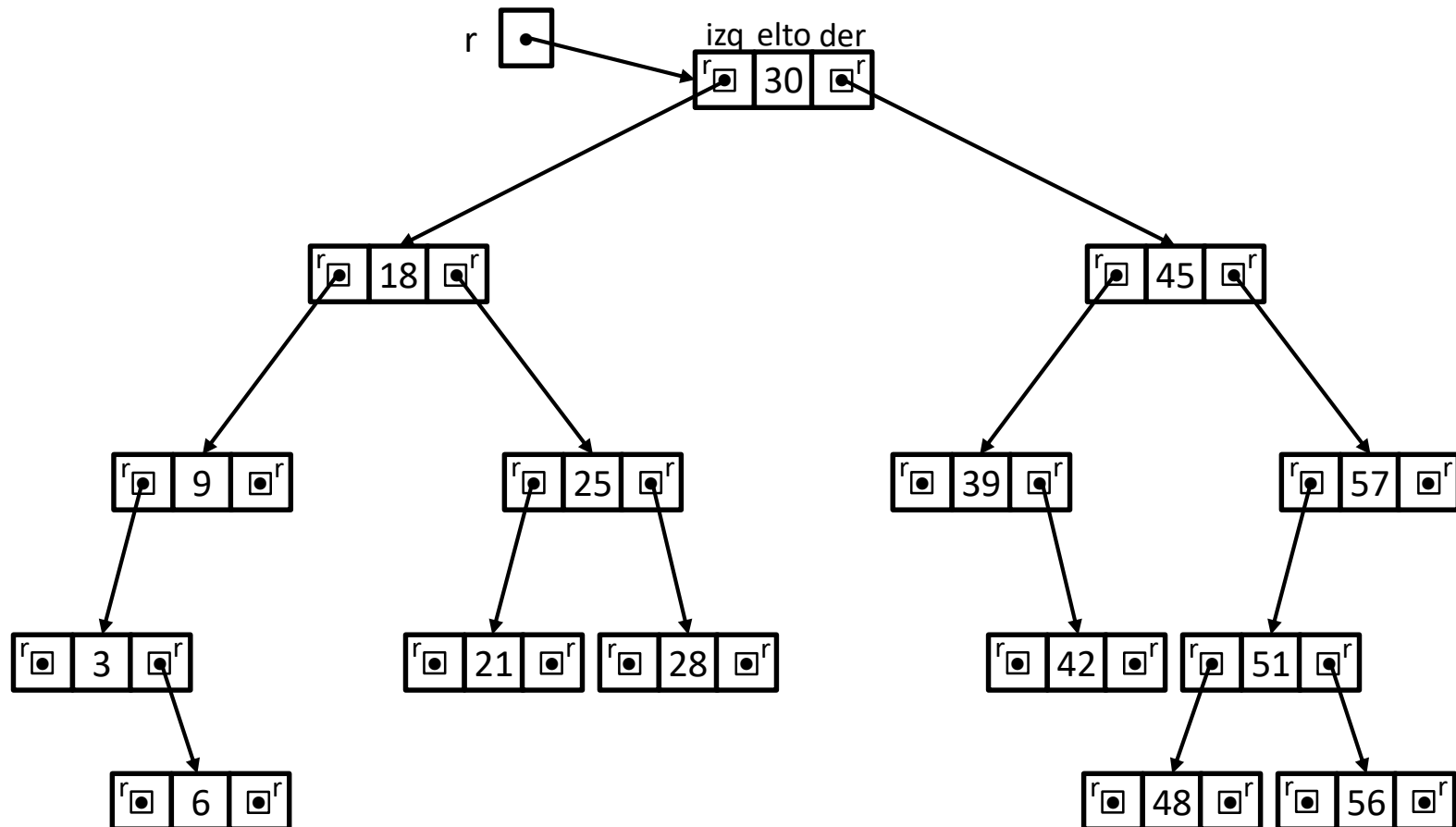
Pre: Árbol no vacío.

Post: Devuelve el subárbol derecho.

# Implementación de árboles binarios de búsqueda mediante una estructura dinámica recursiva



# Implementación de árboles binarios de búsqueda mediante una estructura dinámica recursiva





```

#ifndef ABB_H
#define ABB_H
#include <cassert>

template <typename T> class Abb {
public:
    Abb() ;
    const Abb& buscar(const T& e) const;
    void insertar(const T& e) ;
    void eliminar(const T& e) ;
    bool vacio() const;
    const T& elemento() const;
    const Abb& izqdo() const;
    const Abb& drcho() const;
    Abb(const Abb& A) ;           // ctor. de copia
    Abb& operator =(const Abb& A) ; // asig. árboles
    ~Abb() ;                     // destructor

```

```

private:
    struct arbol {
        T elto;
        Abb izq, der;

        arbol(const T& e): elto{e}, izq{}, der{} {}
    };

    arbol* r;    // raíz del árbol

    T borrarMin();
};

```

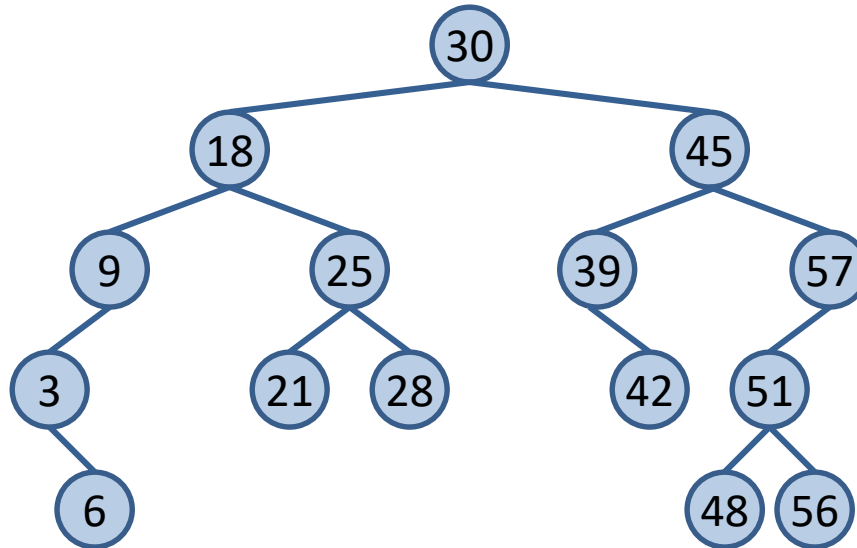
```
template <typename T>
inline Abb<T>::Abb() : r{nullptr} {}
```

```
template <typename T>
inline bool Abb<T>::vacio() const
{
    return (r == nullptr);
}
```

```
template <typename T> método más importante del TAD
const Abb<T>& Abb<T>::buscar(const T& e) const
{
    Si el elemento a buscar no está, devuelve un subárbol vacío
    if (r == nullptr)                // Árbol vacío, e no encontrado.
        return *this;
    else if (e < r->elto)              // Buscar en subárbol izqdo.
        return r->izq.buscar(e);
    else if (r->elto < e)              // Buscar en subárbol drcho.
        return r->der.buscar(e);
    else                             // Encontrado e en la raíz.
        return *this;
}
```

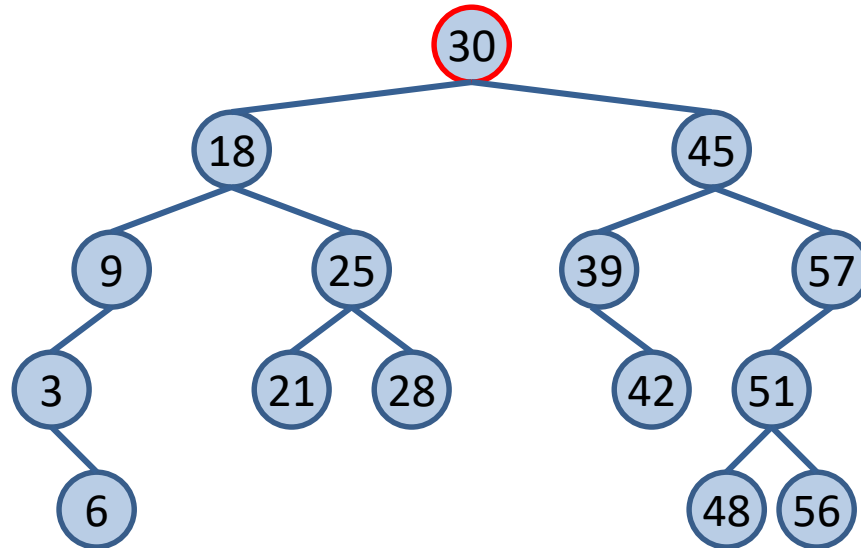
# Inserción en un ABB

Insertar 35



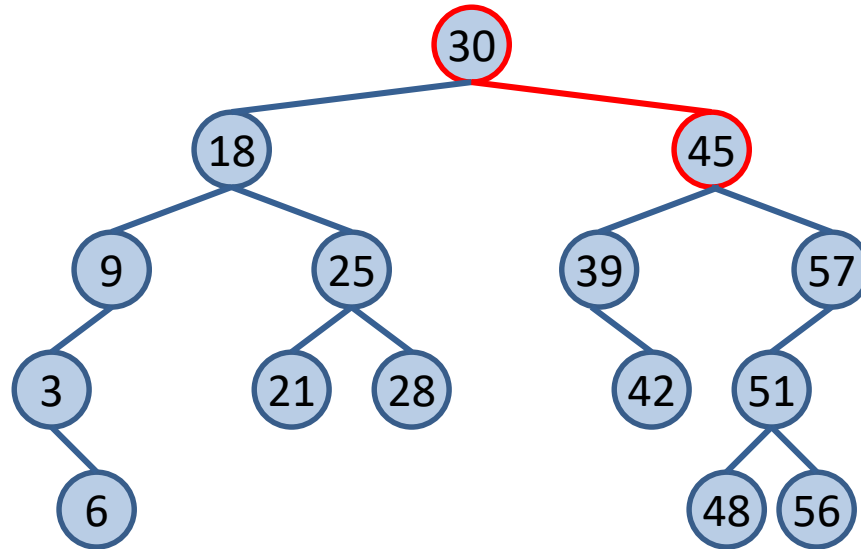
# Inserción en un ABB

Insertar 35



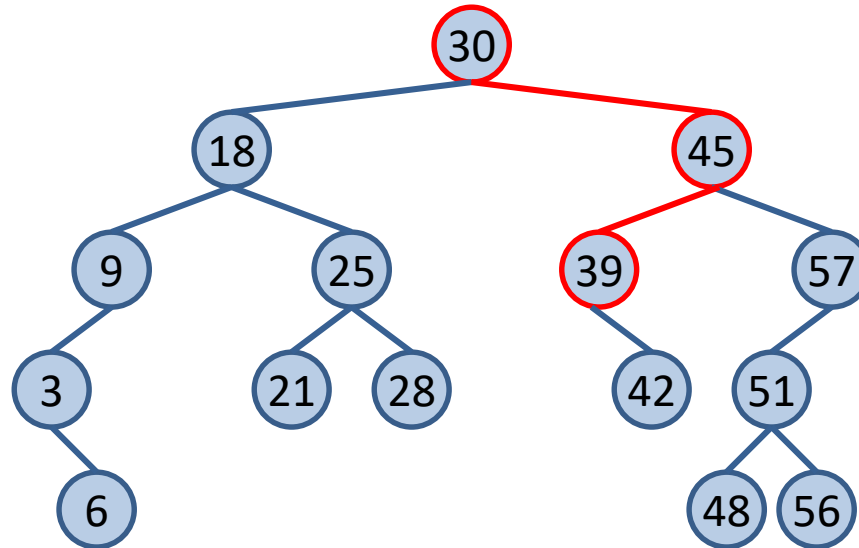
# Inserción en un ABB

Insertar 35



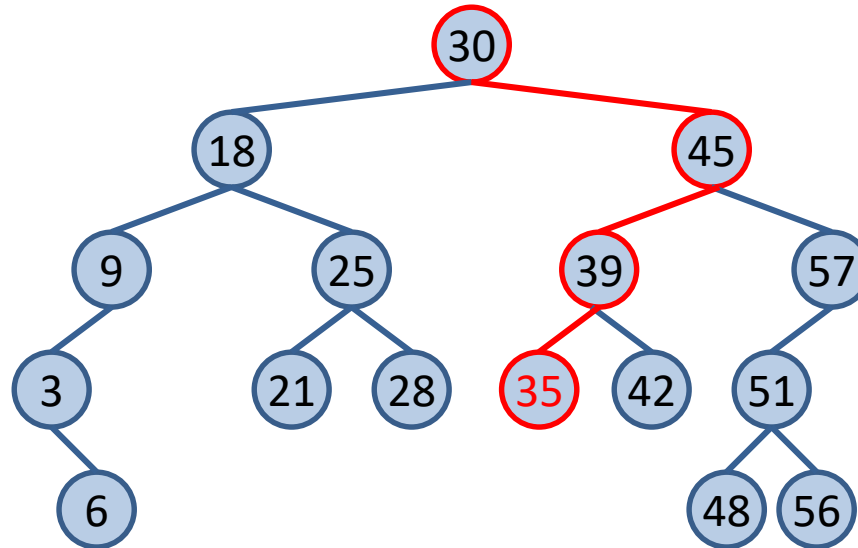
# Inserción en un ABB

Insertar 35



# Inserción en un ABB

Insertar 35





```

template <typename T>
void Abb<T>::insertar(const T& e)
{
    if (r == nullptr)                // Árbol vacío.
        r = new arbol(e);
    else if (e < r->elto)              // Insertar en el subárbol izqdo.
        r->izq.insertar(e);
    else if (r->elto < e)              // Insertar en el subárbol drcho.
        r->der.insertar(e);
}

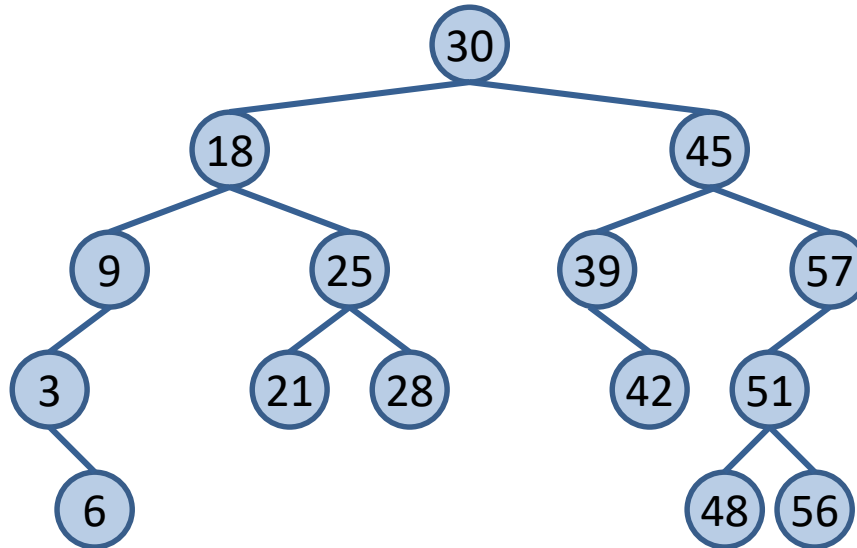
```

Hacemos una búsqueda para encontrar un hueco donde quepe  
Si nos encontramos con que ese elemento ya está insertad no hacemos nada.

# Eliminación en un ABB

## Caso 1: Suprimir una hoja

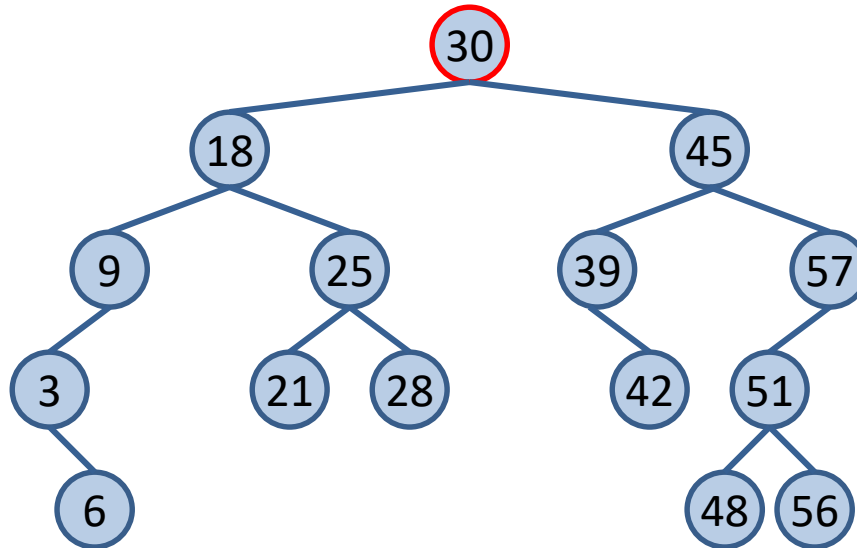
Suprimir 28



# Eliminación en un ABB

## Caso 1: Suprimir una hoja

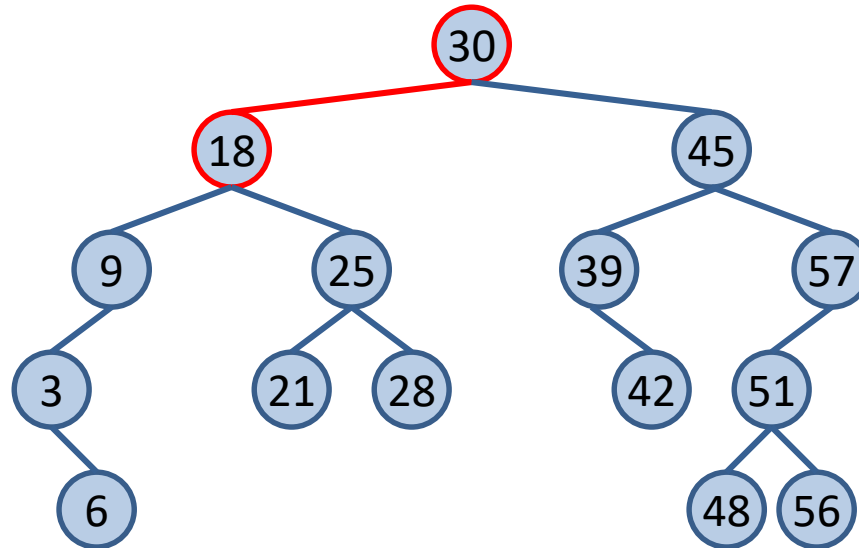
Suprimir 28



# Eliminación en un ABB

## Caso 1: Suprimir una hoja

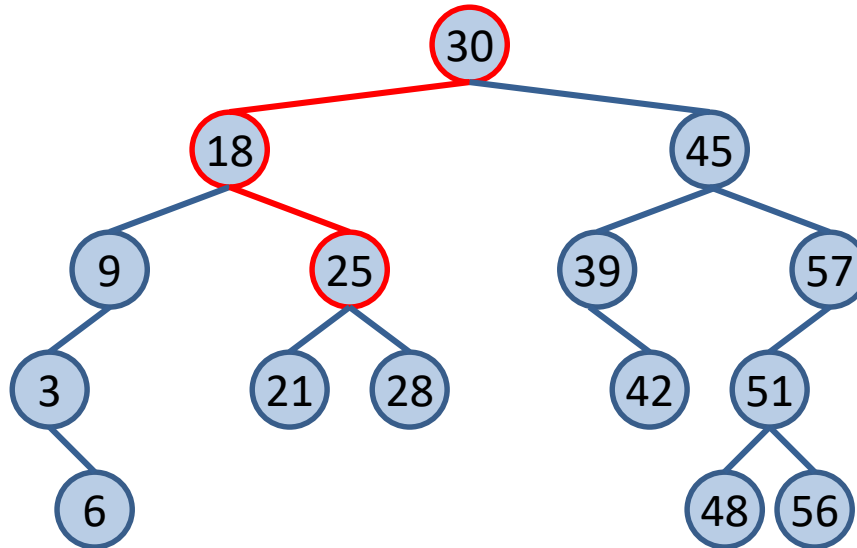
Suprimir 28



# Eliminación en un ABB

## Caso 1: Suprimir una hoja

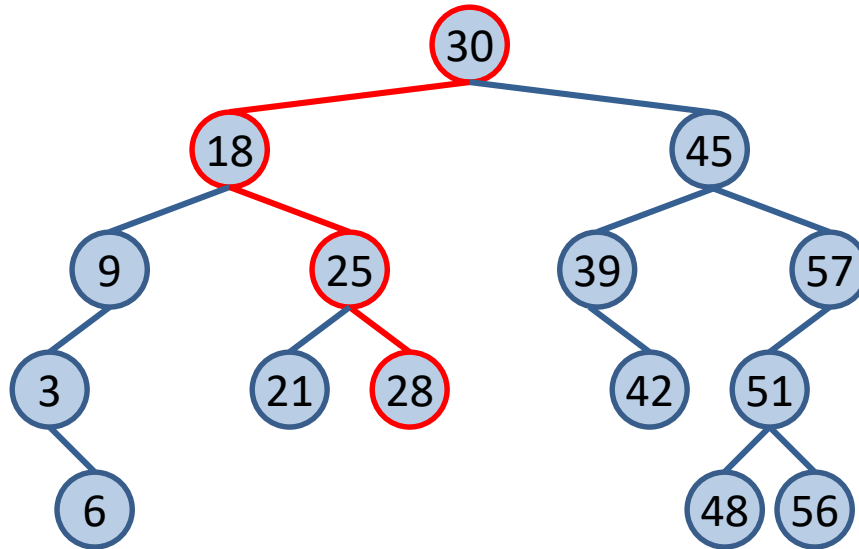
Suprimir 28



# Eliminación en un ABB

## Caso 1: Suprimir una hoja

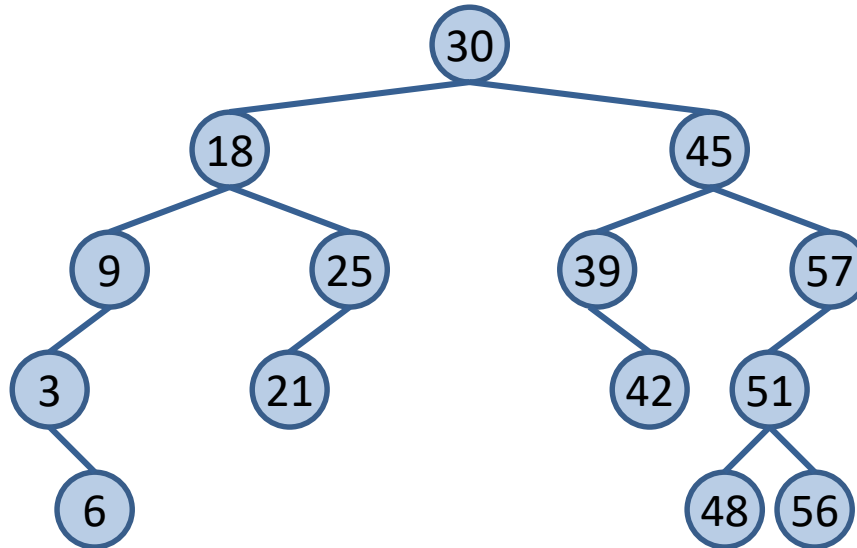
Suprimir 28



# Eliminación en un ABB

## Caso 1: Suprimir una hoja

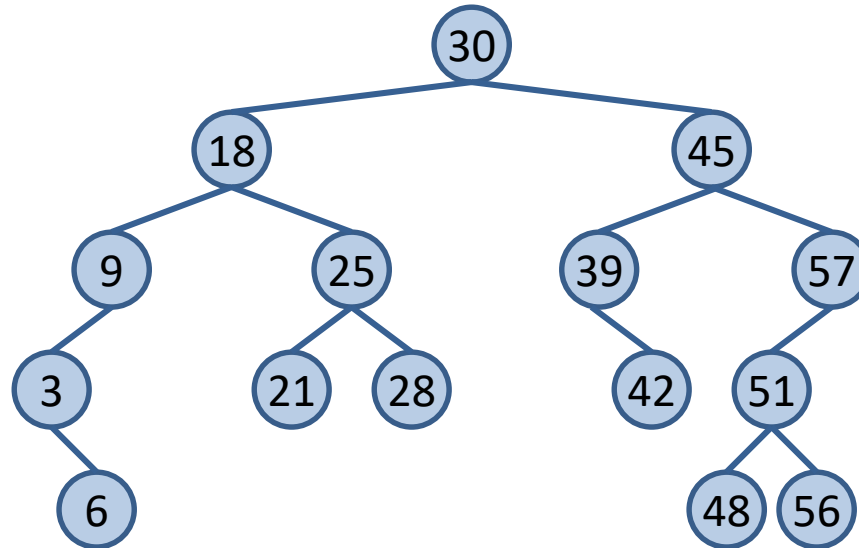
Suprimir 28



# Eliminación en un ABB

Caso 2: Suprimir un nodo con sólo hijo izquierdo

Suprimir 9

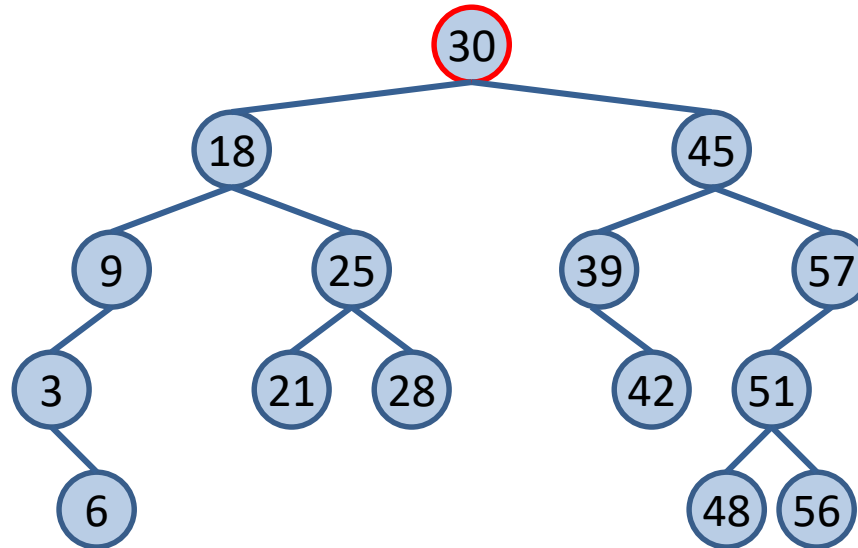




# Eliminación en un ABB

Caso 2: Suprimir un nodo con sólo hijo izquierdo

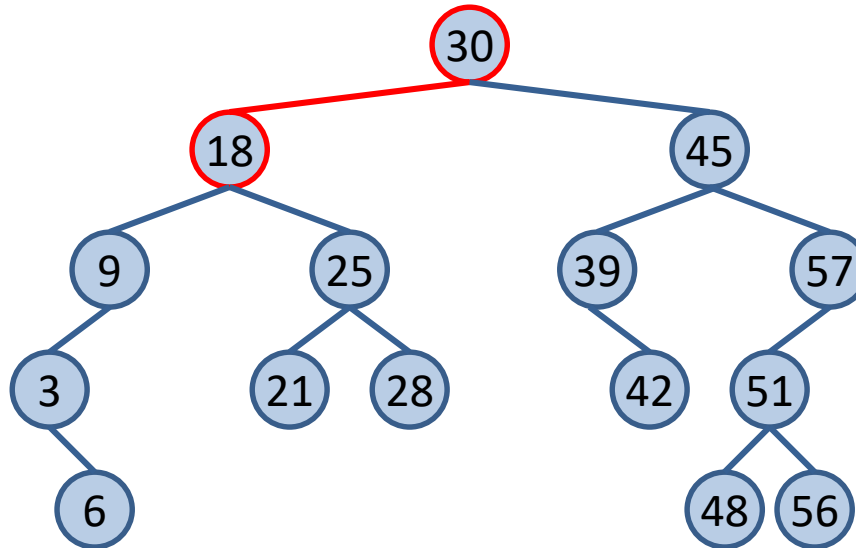
Suprimir 9



# Eliminación en un ABB

## Caso 2: Suprimir un nodo con sólo hijo izquierdo

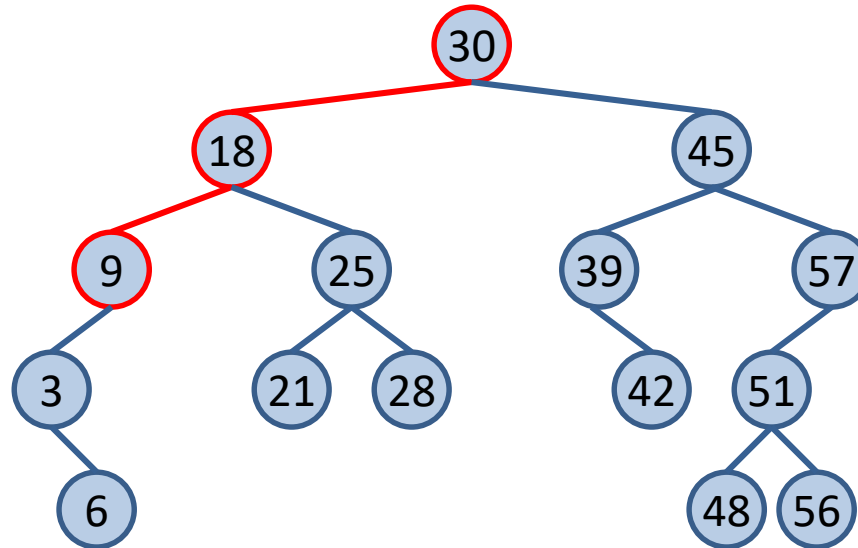
Suprimir 9



# Eliminación en un ABB

## Caso 2: Suprimir un nodo con sólo hijo izquierdo

Suprimir 9

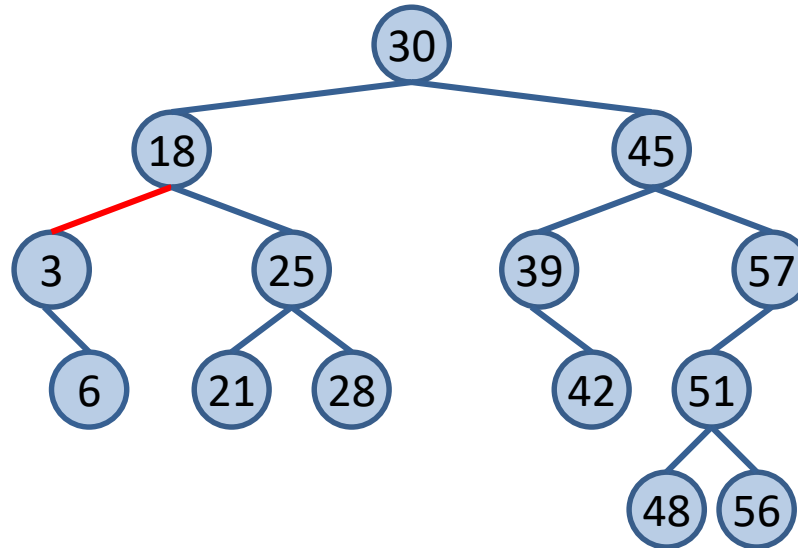


Hacemos que el hijoIzquierdo de 9 (3),  
sea el hijoIzquierdo de 18

# Eliminación en un ABB

Caso 2: Suprimir un nodo con sólo hijo izquierdo

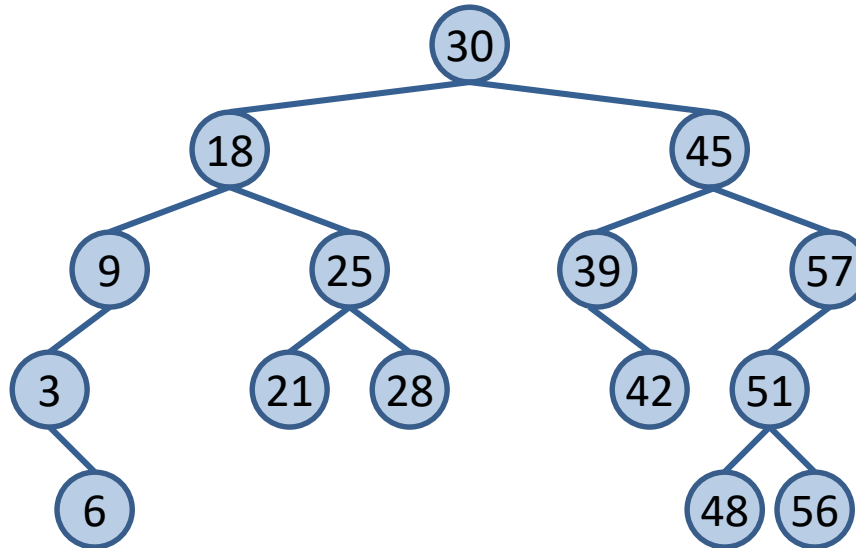
Suprimir 9



# Eliminación en un ABB

## Caso 3: Suprimir un nodo con sólo hijo derecho

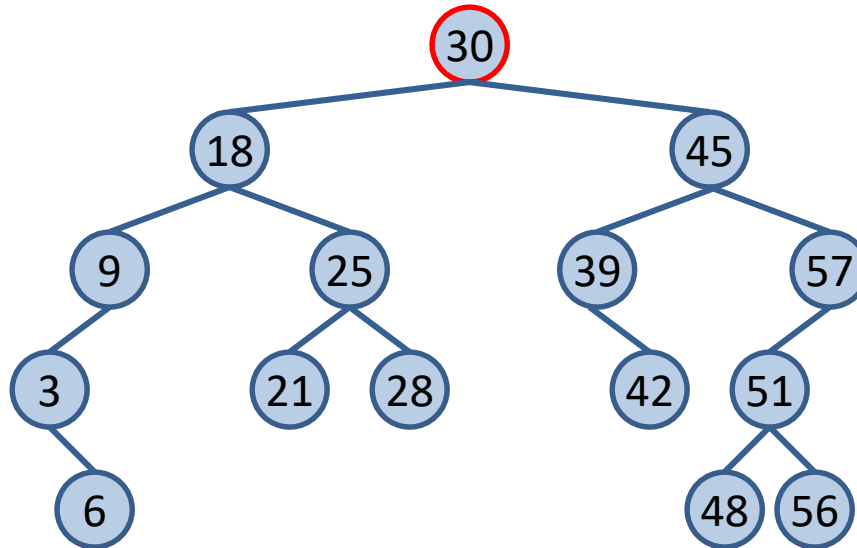
Suprimir 39



# Eliminación en un ABB

## Caso 3: Suprimir un nodo con sólo hijo derecho

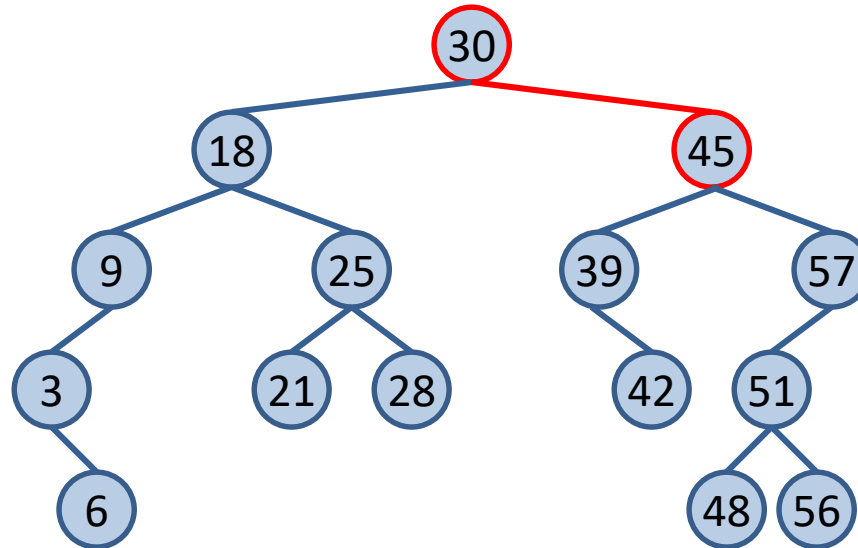
Suprimir 39



# Eliminación en un ABB

## Caso 3: Suprimir un nodo con sólo hijo derecho

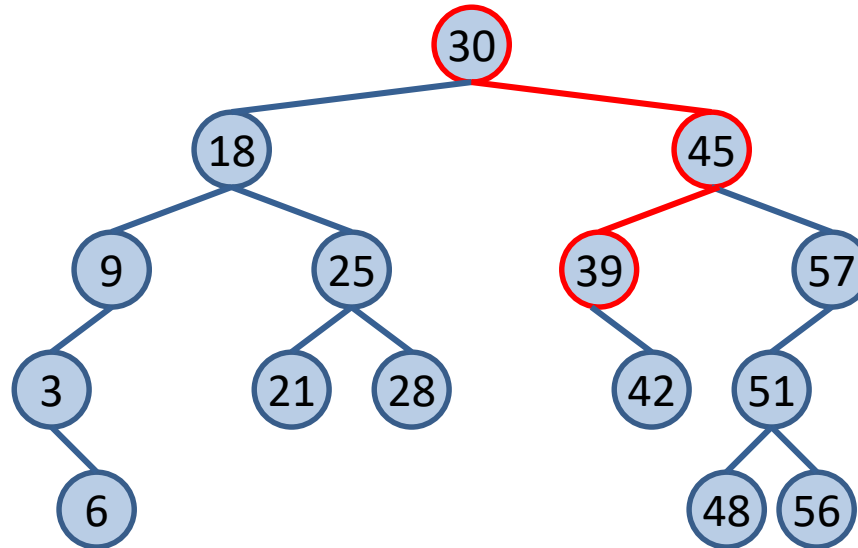
Suprimir 39



# Eliminación en un ABB

## Caso 3: Suprimir un nodo con sólo hijo derecho

Suprimir 39



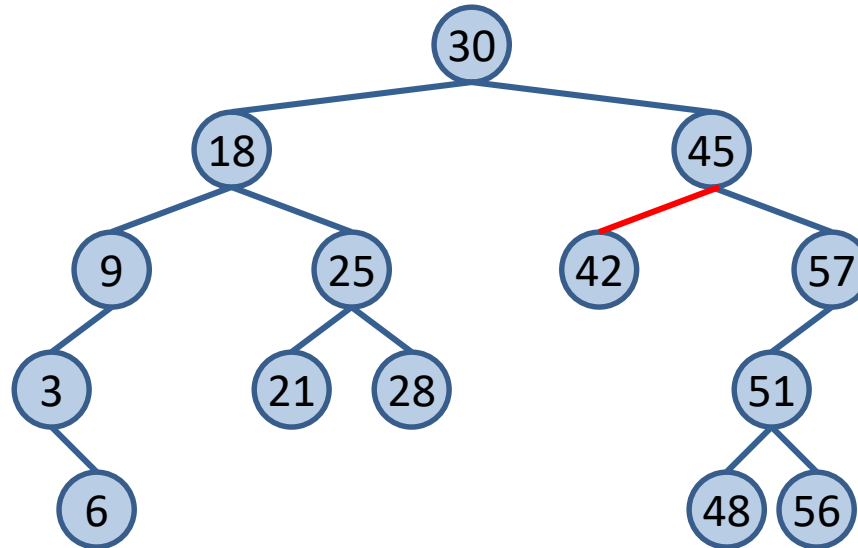
Hacemos lo mismo, pero con el hijoDerecho del nodo 45, por tanto, el nuevo hijoIzquierdo de 45 será el HijoIzquierdo de 39 (42).



# Eliminación en un ABB

## Caso 3: Suprimir un nodo con sólo hijo derecho

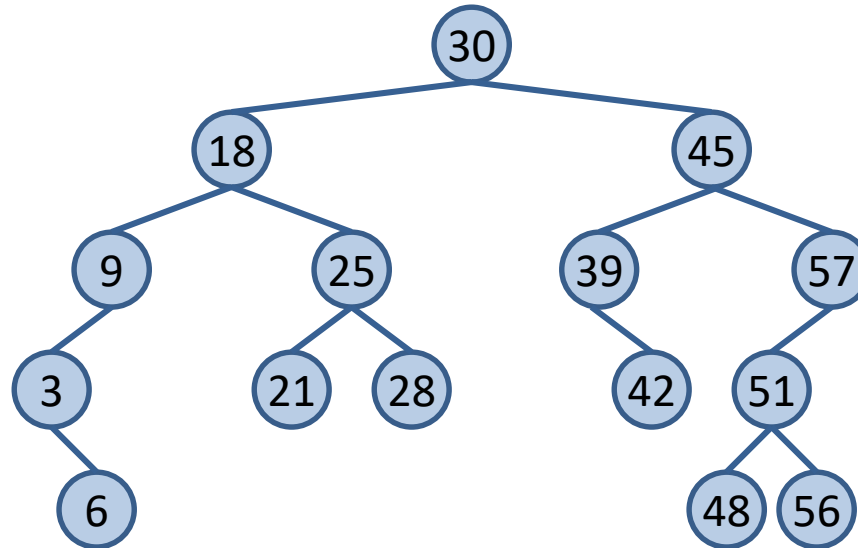
Suprimir 39



# Eliminación en un ABB

## Caso 4: Suprimir un nodo con dos hijos

Suprimir 30



Queremos eliminar el nodo 30, pero tiene tanto hijoIzquierdo como hijoDerecho, pero hay dos candidatos a ser el nuevo raíz.

El menor del subárbol izquierdo (28) y el mayor del subárbol(39) derecho pueden ser candidatos a reemplazar el nodo cuyo valor es 30. Esto se hace en orden.

Si eres el mayor de donde estés no puedes tener ningún valor en el subárbol derecho, análogamente para el izquierdo (menor).

0 eres hoja o solamente tienes un hijo (izquierdo o derecho) dependiendo de que subárbol seas.

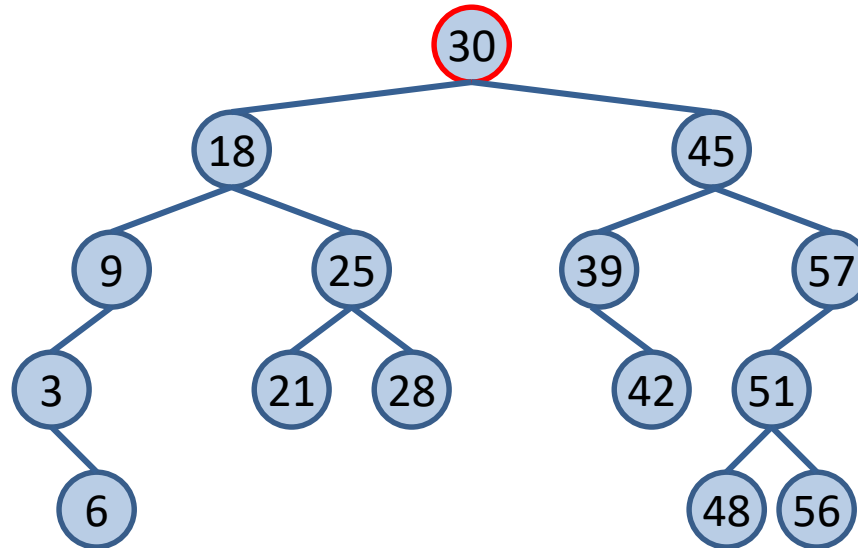
BorraMin(); borra el menor de los elementos y lo devuelve.

Solución: Sustituir 30 por el nodo mínimo del subárbol derecho o el nodo máximo del subárbol izquierdo.

# Eliminación en un ABB

## Caso 4: Suprimir un nodo con dos hijos

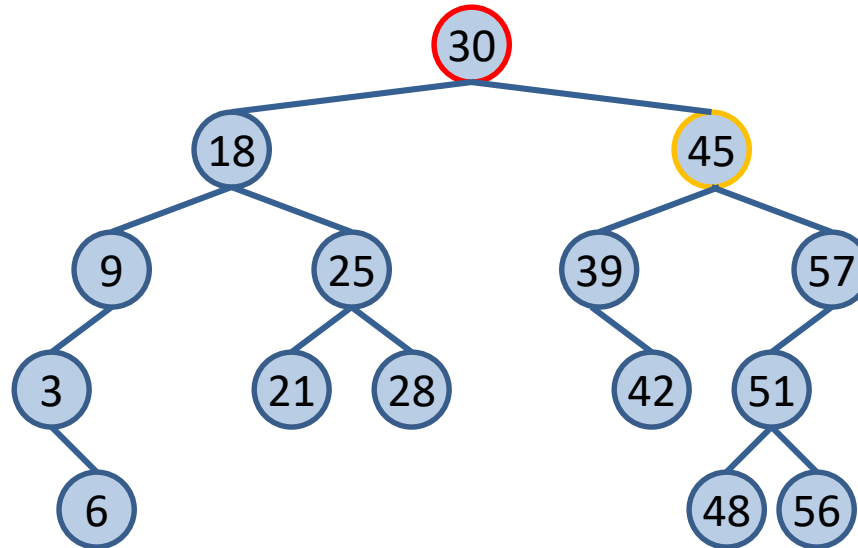
Suprimir 30



# Eliminación en un ABB

## Caso 4: Suprimir un nodo con dos hijos

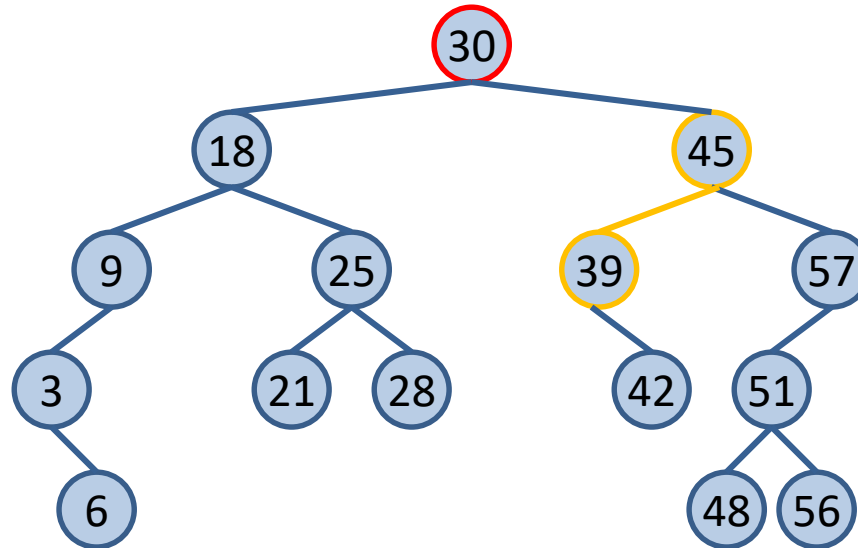
Suprimir 30



# Eliminación en un ABB

## Caso 4: Suprimir un nodo con dos hijos

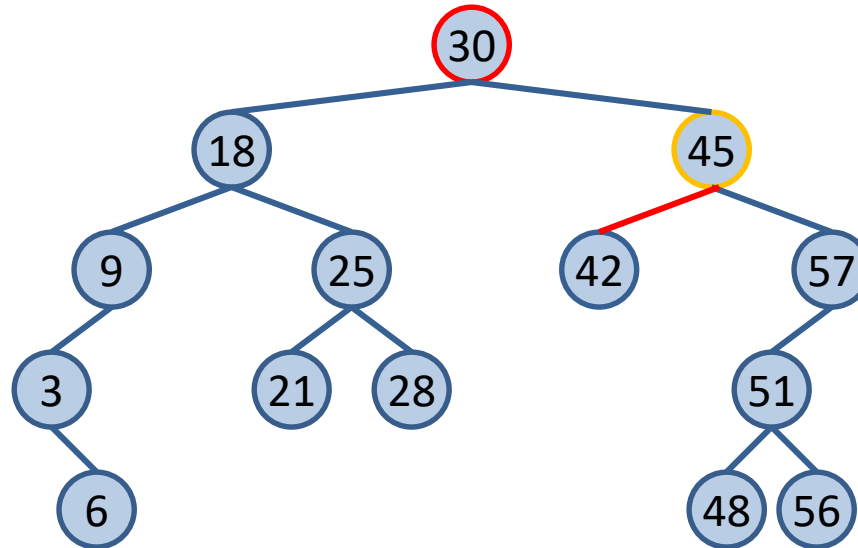
Suprimir 30



# Eliminación en un ABB

## Caso 4: Suprimir un nodo con dos hijos

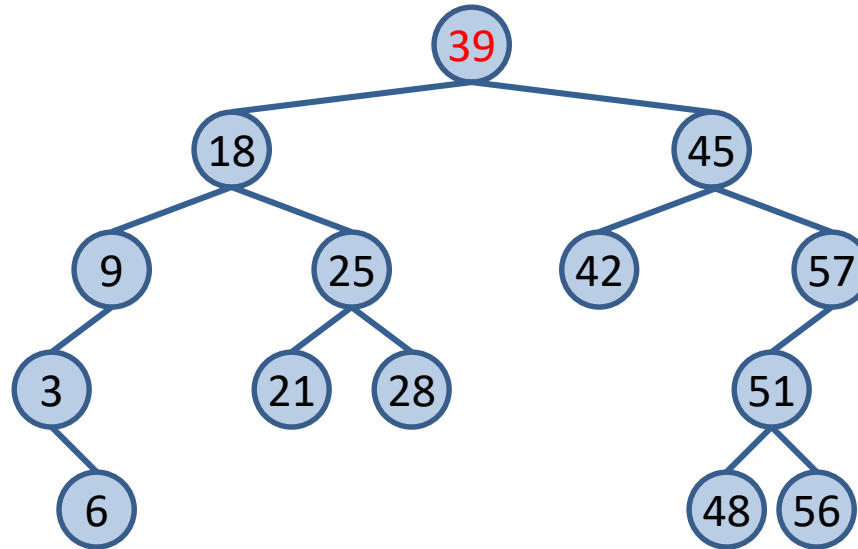
Suprimir 30



# Eliminación en un ABB

## Caso 4: Suprimir un nodo con dos hijos

Suprimir 30



Vemos que sustituimos el nodo 30 por 39 y el hijoIzquierdo de 39 (42), pasa a ser hijoIzquierdo del nodo 45.

```

template <typename T>
void Abb<T>::eliminar(const T& e)
{
    if (r != nullptr) {                // Árbol no vacío.
        if (e < r->elto)                // Quitar e del subárbol izqdo.
            r->izq.eliminar(e);
        else if (r->elto < e)           // Quitar e del subárbol drcho.
            r->der.eliminar(e);
    }
}

```



```

else    // Quitar e de la raíz.
    if (!r->izq.r && !r->der.r) { // 1. Raíz es hoja.
        delete r;
        r = nullptr; // El árbol queda vacío.
    }
    else if (!r->der.r) { // 2. Raíz sólo tiene hijo izqdo.
        arbol* a = r->izq.r;
        r->izq.r = nullptr; // Evita destruir el subárbol izqdo.
        delete r;
        r = a;
    }
    else if (!r->izq.r) { // 3. Raíz sólo tiene hijo drcho.
        arbol* a = r->der.r;
        r->der.r = nullptr; // Evita destruir el subárbol drcho.
        delete r;
        r = a;
    }
    else // 4. Raíz tiene dos hijos
        // Eliminar el mínimo del subárbol derecho y sustituir
        // el elemento de la raíz por éste.
        r->elto = r->der.borrarMin();
}
}

```

// Método privado

```
template <typename T>
T Abb<T>::borrarMin()
// Elimina el nodo que almacena el menor elemento
// del árbol. Devuelve el elemento del nodo eliminado.
{
    if (r->izq.r == nullptr) { // Subárbol izquierdo vacío.
        T e = r->elto;
        arbol* hd = r->der.r;
        r->der.r = nullptr; // Evita destruir subárbol drcho.
        delete r;
        r = hd; // Sustituir r por el subárbol drcho.
        return e;
    }
    else
        return r->izq.borrarMin();
}
```

```

template <typename T>
inline const T& Abb<T>::elemento() const
{
    assert(r != nullptr);
    return r->elto;
}

template <typename T>
inline const Abb<T>& Abb<T>::izqdo() const
{
    assert(r != nullptr);
    return r->izq;
}

template <typename T>
inline const Abb<T>& Abb<T>::drcho() const
{
    assert(r != nullptr);
    return r->der;
}

```

# Copia y destrucción de un ABB

```
template <typename T>
inline Abb<T>::Abb(const Abb<T>& A) : r{nullptr}
{
    if (A.r != nullptr)
        r = new arbol(*A.r); // Copiar raíz y descendientes.
}

template <typename T>
Abb<T>& Abb<T>::operator =(const Abb<T>& A)
{
    if (this != &A) { // Evitar autoasignación.
        this->~Abb(); // Vaciar el árbol.
        if (A.r != nullptr)
            r = new arbol(*A.r); // Copiar raíz y descendientes.
    }
    return *this;
}
```

```

template <typename T>
Abb<T>::~~Abb()
{
    if (r != nullptr) { // Árbol no vacío.
        delete r; // Destruir raíz y descendientes con r->~arbol()
        r = nullptr; // El árbol queda vacío.
    }
}

#endif // ABB_H

```