TP3 Ex2 BIKE

May 2, 2023

1 Trabalho Prático nº3 - BIKE - Grupo 8

No âmbito do trabalho prático nº3, foi nos pedido para implementar o algoritmo **BIKE**, candidato ao concurso *NIST Post-Quantum Cryptography*. O algoritmo implementado é baseado na **última** documentação disponível no website deste candidato (Bike_Spec.2022.10.10.1). Posteriormente, para a implementação do PKE, iremos utilizar a transformação de Fujisaki-Okamoto apresentada no Capítulo 2.a da documentação da UC.

1.1 BIKE (Bit Flipping Key Encapsulation) - KEM(IND-CPA):

Para este exercício, começamos por implementar o KEM definido na documentação. Esta classe implementada poderá ser dividida em três:

- 1. KeyGen
- 2. Encapsulamento da chave de sessão
- 3. Desecapsulamento da chave de sessão

Estas partes foram implementadas como indicado mo algoritmo da tabela 3 da página 3 da documentação indicada e pode ser vista de seguida:

(1): \mathcal{D} a distribution stemming from Algorithm 3, the constant weight sampler of §2.4

Table 3: The BIKE Key Encapsulation Mechanism

1.1.1 Implementação:

• Setup:

Antes de implementar as funções apresentadas anteriormente, é necessário inicializar a classe. Esta classe deverá ser inicializada com quatro parâmetros, três funções hash e um decoder.

Os parâmetros que iremos inicializar são o r, w, t, l. Na página 7, da documentação são apresentados três possíveis valores para cada uma das variáveis. Estes possíveis valores corresponderam a diferentes níveis de segurança. No entanto, para este exemplo acadêmico, iremos inicializar estas variáveis com os valores: l=256, r=257, t=16 e w=6.

Adicionalmente, definimos também um anel de polinomos ciclico como apresentado na seguinte tabela:

NOTATION	
\mathbb{F}_2 :	Binary finite field.
\mathcal{R} :	Cyclic polynomial ring $\mathbb{F}_2[X]/(X^r-1)$.
\mathcal{H}_w :	Private key space $\{(h_0, h_1) \in \mathbb{R}^2 \mid h_0 = h_1 = w/2\}$
\mathcal{E}_t :	Error space $\{(e_0, e_1) \in \mathbb{R}^2 \mid e_0 + e_1 = t\}$
g :	Hamming weight of a binary polynomial $g \in \mathcal{R}$.
$u \stackrel{\$}{\leftarrow} U$:	Variable u is sampled uniformly at random from the set U .
⊕:	exclusive or of two bits, componentwise with vectors

Para além disto, foi necessário implementar três funções hash \mathbf{H} , \mathbf{K} e \mathbf{L} . Na nossa implementação definimos as seguintes funções:

$$\mathbf{H}: \mathcal{M} \to \mathcal{E}_t.$$
 $\mathbf{K}: \mathcal{M} \times \mathcal{R} \times \mathcal{M} \to \mathcal{K}.$
 $\mathbf{L}: \mathcal{R}^2 \to \mathcal{M}$

A função \mathbf{H} permite gerar, a partir de um valor random, um par de valores de erros. A função \mathbf{K} será uma função que irá gerar um valor do tipo key a partir do seu encapsulamento e de um valor aleatório. Por último, definimos a função \mathbf{L} que a partir do valor dos erros gerados pela função \mathbf{H} irá gerar um valor hash da concatenação de ambos.

Para auxiliar estas funções foi necessário criar uma função **WSHAKE256-PRF**(seed,len,wt), defina, da seguida forma:

Algorithm 3 WSHAKE256-PRF(seed, len, wt)

```
Require: seed (32 bytes), len, wt

Ensure: A list (wlist) of wt distinct elements in \{0, \dots, \text{len} - 1\}.

1: wlist \leftarrow () \qquad \qquad \qquad \triangleright empty list

2: s_0, \dots, s_{\text{wt}-1} \leftarrow \text{SHAKE256-Stream(seed}, 32 \cdot \text{wt})

\qquad \qquad \qquad \qquad \qquad \qquad \triangleright parse as a sequence of wt non negative 32-bits integers

3: for i = (\text{wt} - 1), \dots, 1, 0 do \qquad \qquad \triangleright i decreasing from wt -1 to 0

4: \text{pos} \leftarrow i + \lfloor (\text{len} - i)s_i/2^{32} \rfloor

5: wlist \leftarrow wlist, (\text{pos} \in \text{wlist}) ? i: pos

6: return wlist
```

Por último, foi necessário definir o **decoder**. Ora, o algoritmo **BIKE** é um algoritmo que se baseia num problema de descodificação de códigos lineares de baixa densidade e em códigos QC-MDPC (Quasi-Cyclic Moderate Density Parity-Check). Assim, para que seja possível realizar a descodificação é necessário desenvolver uma função que seja capaz de resolver problemas deste tipo. Assim, a função decoder será uma função cujo algoritmo é do tipo **Bit-Flip**. Para a nossa solução, apresentados duas funções deste tipo, sendo estes o BitFlip presente nos apontamentos do Capítulo 9 e o Black-Gray-Flip definido na documentação do algoritmo BIKE, mencionado anteriormente.

Algorithm 1 Black-Gray-Flip (BGF)

```
Parameters: r, w, t, d = w/2, n = 2r; NbIter, \tau, threshold (see text for details)
Require: s \in \mathbb{F}_2^r, H \in \mathbb{F}_2^{r \times n}
 1: e \leftarrow 0^n
 2: for i = 1, \dots, \text{NbIter do}
          T \leftarrow \mathtt{threshold}(|s + eH^{\mathsf{T}}|, i)
          e, black, gray \leftarrow BFIter(s + eH^{\mathsf{T}}, e, T, H)
 4:
          if i = 1 then
 5:
              e \leftarrow \text{BFMaskedIter}(s + eH^{\mathsf{T}}, e, \text{black}, (d+1)/2 + 1, H)
 6:
               e \leftarrow \text{BFMaskedIter}(s + eH^{\mathsf{T}}, e, \text{gray}, (d+1)/2 + 1, H)
 7:
 8: if s = eH^{\mathsf{T}} then
          return e
 9:
10: else
11:
          return \perp
12: procedure BFIter(s, e, T, H)
     for j = 0, ..., n - 1 do
13:
          if ctr(H, s, j) \ge T then
14:
              e_j \leftarrow e_j \oplus 1
15:
16:
              black_i \leftarrow 1
          else if ctr(H, s, j) \ge T - \tau then
17:
              \text{gray}_i \leftarrow 1
18:
19: return e, black, gray
20: procedure BFMaskedIter(s, e, mask, T, H)
21: for j = 0, ..., n-1 do
          if ctr(H, s, j) \ge T then
22:
              e_i \leftarrow e_i \oplus \text{mask}_i
23:
24: return e
```

Contudo, apesar de ambos os algoritmos se encontrarem implementados, estes decoders não se encontram completamente operacionais. Isto é, na versão atual, para que seja possível testar os restantes parâmetros da implementação, estes decoders foram ignorados, visto que não eram capazes de solucionar o problema de descodificação de códigos lineares de baixa densidade da nossa implementação.

Assim, este algoritmo deverá possuir um decoder tal que:

$$((e_0, e_1) \in \mathbb{R}^2 \text{ and } |e_0| + |e_1| \le t) \Rightarrow (e_0, e_1) = \operatorname{decoder}(e_0 h_0 + e_1 h_1, h_0, h_1).$$

Assim, o decoding do KEM será resolvido pelo decoder. Este decoder deverá receber um s (syndrome) e um (h0, h1) e retornar (e0, e1), tal que e0h0 + e1h1 = s ou failure.

• KeyGen:

Este algoritmo começa por gerar os valores da chave privada (h0, h1). Como podemos verificar, estes valores vão ser gerados de acordo com uma distribuição D sobre H_w . Sabendo que serão gerados sobre H_w , sabemos que estes valores deverão pertecer a R e ter pesos de Hamming = w/2. Para evitar duplicação, esta distribuição irá usar o algoritmo 3 com os valores (r, w/2), como recomendado na página 5 da documentação.

De seguida, iremos obter a chave pública. Como podemos ver na tabela anterior, a chave pública h, será gerada pela multiplicação do primeiro valor da chave privada pela inversa do segundo valor. Por último, é gerado um valor para sigma de l-bits e gerado aleatoriamente.

• Encaps:

De seguida, implementamos a função do KEM que gera uma chave de sessão e o seu encapsulamento. Esta função começa com a criação de um valor de l-bits aleatório (\mathbf{m}) que será posteriormente passado como argumento para a função \mathbf{H} , como apresentado na tabela 3. O resultado desta função serão dois polinómios pertencentes ao anel R, cuja a soma do peso de Hamming destes dois valores será igual t.

Com estes valores, geramos o valor do encapsulamento conforme apresentado no ponto 3 da função Encaps da tabela 3. Por último, geramos o valor da chave, recorendo à função K cujos os argumentos serão **m** e o encapsulamento. O resultado desta função será a chave de sessão e o parencapsulamento.

• Decaps:

A última parte deste algoritmo **BIKE** será o desencapsulamento da chave de sessão. Este algoritmo começa por utilizar a função **decoder** apresentada anteriormente, que deverá devolver o valor dos erros. Estes erros serão passados como argumento para a função **L** e que, juntamente com o segundo valor do encapsulamento, irá devolver o valor aleatório utilizado na função *Encaps*. Se os erros gerados pela função **H** com este valor aletório recuperado gerarem os mesmos valores de erro obtidos pela função *decoder*, poderemos obter o valor da chave de sessão.

Passamos agora à análise do código.

```
[1]: def setup_parameters(level):
    1 = 256
    r = -1
    w = -1
    t = -1
    NbIter = 5 # number of iterations of decoder
    tau = 3 # threshold gap of decoder: size of the "gray" set of positions
    if(level == 1):
        r = 257 #12323 #
        w = 6 # 142 #
        t = 16 # 134 #

    elif(level == 3):
        r = 24659
        w = 206
```

```
t = 199

elif(level == 5):
    r = 40973
    w = 274
    t = 264

return r,w,t,l,NbIter,tau

def R(r):
    # Cyclic Polynomial Ring F2[x]/(x^r -1)
    # Baseado no Notebook AlgebraAbstrata da diretoria da disciplina
    F = PolynomialRing(GF(2), name = 'x')
    x = F.gen()
    Rf. <x> = QuotientRing(F, F.ideal(x^r - 1))
    return Rf
```

```
[2]: class decoder:
         def __init__(self, h0, h1, s, n, r, w, tau):
             self.h0 = h0
             self.h1 = h1
             self.s = s
             self.n = n
             self.r = r
             self.w = w
             self.tau = tau
         def hammingWeight(self,x):
             return sum([1 if a == 1 else 0 for a in x])
         def bit_flip(self, H, s):
             # output e
              # ensures s = e*Ht; s = c0*h == e0*h0+e1*h1 <=>_{\bot}
      \rightarrow (v(e0)*v(h0)+v(e1)*v(h1)) == s = e*Ht = (e0,e1)*(h0,h1)
             n = 2*self.r
             s_aux = vector(s); s = vector(s); e_aux = vector([0]*n)
             nIter = self.r
             Ht = H.T
             while self.hammingWeight(s_aux) != 0 and nIter > 0: # - e_aux * Ht
                  nIter = nIter-1;
                  weights = [self.hammingWeight((H.column(i)).pairwise_product(s_aux))_
      \rightarrow for i in range(n)]
                  maximum = max(weights)
```

```
count = 0
           for j in range(0, n):
                if self.hammingWeight((H.column(j)).pairwise_product(s_aux)) >=__
→maximum:
                    e_{aux}[j] = 1 - e_{aux}[j]
                    s_aux += H.column(j)
       if nIter == 0:
           return None
       return e_aux
   def decoderBitFlip(self):
       H0 = matrix.circulant(self.h0.list())
       H1 = matrix.circulant(self.h1.list())
       H = block_matrix(1,2,[H0,H1]) # 514 linhas 257 colunas
       Ht = block_matrix(2,1,[H0,H1])
       return self.bit_flip(H, self.s)
   # threshold selection rule
   # depends on the syndrome weigth S, iteration number i and on system_{oldsymbol{\sqcup}}
\rightarrow parameters
   def threshold(self, S, level):
       val = -1
       if level == 1:
           val = 10 \ \#floor(0.0069722 * S + 13.530) \ \# max(, 36)
       elif level == 3:
           val = floor(0.005265 * S + 15.2588) # max(, 52)
       elif level == 5:
           val = floor(0.00402312 * S + 17.8785) # max(, 69)
       return val
   # returns the number of unsatisfied parity-checks
   # the number of bit 1 that appear in the same position in the syndrome and \Box
\rightarrow in the j-th column of the matrix H
   def ctr(self, H, s, j):
       count = 0
       count = self.hammingWeight(s.pairwise_product(H.column(j)))
       return count
   def recompute_syndrome(self, s, j, h):
       for i in range(self.r):
```

```
if h[i] <= j:
            s[j - h[i]] = 1
        else:
            s[self.r - h[i] + j] ^= 1
    return s
def BFIter(self, s, e, T, H, n):
   black = [0]*n
    gray = [0]*n
    aux_val = T-self.tau
    pos = [0]*n
    for j in range(0, n):
        val = self.ctr(H, s, j)
        if val >= T:
            e[j] = e[j] ^ 1
            pos[j] = 1
            black[j] = 1
        elif val >= aux_val:
            pos[j] = 1
            gray[j] = 1
    for j in range(n):
        if pos[j] == 1:
            s = self.recompute_syndrome(s, j, H.column(0))
    return s, e, black, gray
def BFMaskedIter(self, s, e, mask, T, H, n):
    for j in range(0, n):
        if self.ctr(H,s,j) >= T and mask[j] == 1:
            e[j] = e[j] ^ 1
            s = recompute_syndrome(s, j, H.column(0));
    return s, e
def decoderBGF(self):
    d = self.w/2
    H0 = matrix.circulant(self.h0.list())
    H1 = matrix.circulant(self.h1.list())
    H = block_matrix(1,2,[H0,H1]) # 514 linhas 257 colunas
    Ht = block_matrix(2,1,[H0,H1])
    s_a = vector(self.s)
    e_a = vector([0]*self.n)
```

```
while i < self.r+1 and self.hammingWeight(s_a) != 0:
    T = self.threshold(self.hammingWeight(s_a), 1)
    s_a, e_a, black, gray = self.BFIter(s_a, e_a, T, H, self.n)
    if i == 1:
        s_a, e_a = self.BFMaskedIter(s_a, e_a, black, (d+1)/2 + 1, H, u)
    self.n)

s_a, e_a = self.BFMaskedIter(s_a, e_a, gray, (d+1)/2 + 1, H, u)
self.n)

if s_a == e_a * Ht:
    return e
else:
    return None</pre>
```

```
[3]: from cryptography.hazmat.primitives import hashes
     import random
     class BIKE:
         def __init__(self, level):
             self.private = 0
             self.level = level
             self.r, self.w, self.t, self.l, self.NbIter, self.tau =_
      →setup_parameters(level)
             self.R = R(self.r)
             # Para remediar o decoder:
             self.e0 = 0
             self.e1 = 0
         # Returns a list (wlist) of wt distint elements in {0,..., len-1}
         # seed: 32 bytes!
         def WSHAKE256_PRF(self, seed, 1, wt):
             wlist = [0]*1
             digest = hashes.Hash(hashes.SHAKE256(int(4*wt))) # SHAKE will return wtu
      \rightarrow 32-bit ints
             digest.update(seed)
             elems = digest.finalize() # SHAKE256-Stream(seed, 32*wt)
             s = [elems[i:i+4] for i in range(0, 4*wt, 4)]
             for i in range((wt-1), -1, -1): # Da pos wt-1 até 0
                 si = int.from_bytes(s[i],byteorder = "little")
                 pos = i + floor((1-i)*si/2^32)
                 if wlist[pos] != 0:
                     wlist[i] = 1
                 else:
```

```
wlist[pos] = 1
       return wlist
   def is_invertible(self, h):
      try:
           aux = 1/h
           return True
       except ZeroDivisionError:
           return False
   def Hw(self):
       HW = self.w/2
      h0 = 0
       h1 = 0
       while h0 == 0 or not self.is_invertible(h0):
           seed = os.urandom(self.1/8)
           coeffs_h0 = self.WSHAKE256_PRF(seed, self.r, HW)
           h0 = self.R(coeffs_h0)
       while h1 == 0 or not self.is_invertible(h1):
           seed = os.urandom(self.1/8)
           coeffs_h1 = self.WSHAKE256_PRF(seed, self.r, HW)
           h1 = self.R(coeffs_h1)
       return h0,h1
   # returns a random value of l bits
   def M(self):
       sigma = os.urandom(self.1/8)
       return sigma
   def H(self, m):
       # Make sure m is a 32 byte input
       e = self.WSHAKE256_PRF(m, self.r*2, self.t)
       e0_a = e[:self.r]; e0 = self.R(e0_a)
       e1_a = e[self.r:]; e1 = self.R(e1_a)
       return e0, e1
   def bytes_coeff(self,i, size):
       conc = ''.join(map(str, i))
       conc = [(int(conc[i:i+8], base = 2).to_bytes(8,'little')) for i in_
\rightarrowrange(0, size, 8)]
       conc = b' '.join(conc)
```

```
return conc
   def L(self, e0, e1):
       e0_coef = e0.list()
       e1_coef = e1.list()
       conc = e0\_coef + e1\_coef
       conc = self.bytes_coeff(conc, 2*self.r)
       digest = hashes.Hash(hashes.SHA384())
       digest.update(conc)
       val = digest.finalize()
       val = val[-self.1/8:] # least 32 significant bytes
       return val
   # message and key should be bytes
   def xor(self, message, key):
       output = bytes([x ^^ y for(x,y) in zip(message, key)])
       return output
   # m: bytes, c0 in R, c1: bytes
   def K(self, m, c):
       (c0, c1) = c
       bytes_c0 = self.bytes_coeff(c0.list(), self.r)
       lst = [m, bytes_c0, c1]
       conc = b''.join(lst)
       digest = hashes.Hash(hashes.SHA384())
       digest.update(conc)
       val = digest.finalize()
       val = val[-self.1/8:]
       return val
   def hammingWeight(self,x):
       return sum([1 if a == 1 else 0 for a in x])
   # This function returns the private key (h0, h1, theta) and the public key_{\sqcup}
\hookrightarrow (h)
   def KeyGen(self):
       (h0, h1) = self.Hw()
       h_aux = h1*h0.inverse()
       h = self.R(h_aux)
       sigma = self.M()
       self.private = (h0, h1, sigma)
       return self.private, h
```

```
def Encaps(self, public_key):
   m = self.M() # 32 bytes
    e0, e1 = self.H(m)
    self.e0 = e0
    self.e1 = e1
    c0 = e0 + e1*public_key
    c1 = self.xor(m , self.L(e0,e1)) # ; c1 = self.R(c1)
    key = self.K(m, (c0, c1))
    return key, (c0, c1)
def Decaps(self, encap):
    (c0, c1) = encap # c1 256 bits
    (h0, h1, sigma) = self.private
    dec = decoder(h0, h1, (c0*h0), (2*self.r), self.r, self.w, self.tau)
    # e = dec.decoderBitFlip()
    e = self.e0.list()+self.e1.list()
    if e == None:
        print("Erro")
        e_0 = self.R(0)
        e 1 = self.R(0)
    else:
        e_0 = self.R(e[:self.r]); e_1 = self.R(e[-self.r:])
    m_ = self.xor(c1, self.L(e_0, e_1)) # m_ 256 bits
    e0_a, e1_a = self.H(m_)
    if e_0 == e_0a and e_1 == e_1a:
        key = self.K(m_, encap)
        key = self.K(sigma, encap)
    return key
```

1.1.2 Testes:

```
[4]: bike = BIKE(1)
  (h0, h1, sigma), public = bike.KeyGen()
  key, encap = bike.Encaps(public)
  key1 = bike.Decaps(encap)

if key == key1:
```

```
print("Encaps and Decap is correct")
else:
   print("Encap and Decap not correct")
```

Encaps and Decap is correct

1.2 PKE

A partir da implementação do KEM (IND-CPA), e com a transformação de Fujisaki-Okamoto (FOT), consegue-se desenvolver um protótipo para um algoritmo PKE que seja IND-CCA; tal com pedido no enunciado.

Primeiro, é necessário decompor o KEM em duas funções, um hash aleatório e a restante função (f) que usa esse valor da hash (parte deterministica).

Deste modo, segue-se o **esquema assimétrico**, E' e D', respetivos ao método de **cifra** e **decifra** do novo PKE IND-CPA.

Método 'Encrypt' Como encontra-se especificado no **Capítulo 2a**, o método de cifra (*tweaked* com a *FOT*), segue:

$$E'(x) \equiv \vartheta r \leftarrow h \cdot \vartheta y \leftarrow x \oplus g(r) \cdot (e,k) \leftarrow f(y||r) \cdot \vartheta c \leftarrow k \oplus r \cdot (y,e,c)$$

Concretamente:

- 1. Inicia-se o processo com a criação de um valor aleatório r, usando o método M da classe KEM (devolvendo um valor **32 bytes**):
- 2. Para calcular o valor y, é necessário realizar o XOR entre a mensagem, m (valor x na equação), e o hash do valor aleatório r;
- 3. Utilizou-se, então, o método de hashing SHAKE256 para calcular o valor g(r) a ser usado na operação de XOR. Este g(r) será do mesmo tamanho que a mensagem a cifrar;
- 4. Calcula-se o tuplo (e,k) a partir da função f mencionada no inicio (o argumento será o valor hash da concatenção do valor y com o valor aleatório r e a chave pública pk);
- 5. O retorno da função é o tuplo (y,e,c), sendo que c é o resultado de aplicar um XOR no valor k com r.

Assim, o criptograma retornado é composto por uma variável \mathbf{c} (ofuscação da chave), \mathbf{y} (ofuscação da mensagem) e \mathbf{e} (encapsulamento da chave). A **ofuscação da chave e da mensagem** (c e y) vão permitir ao utilizador a capacidade de, após a transmissão, decifrar e obter a mensagem inicial. O valor c atuará com um meio para verificar a validade/autenticidade da mensagem, após transmitida, i.e. se foi ou não alterada (análogo a um código HMAC).

Método 'Decrypt' Também no **Capítulo 2a**, o método *Decrypt*, *tweaked* pela transformação *FOT* aplicada ao *KEM IND-CPA*, têm a sua fórmula descrita.

O algoritmo de **decifra**, segue:

$$D'(y,e,c) \equiv \vartheta \, k \leftarrow \mathsf{KREv}(e) \cdot \vartheta \, r \leftarrow c \oplus k \cdot \mathsf{if} \ (e,k) \neq f(y\|r) \ \mathsf{then} \ \bot \ \mathsf{else} \ y \oplus g(r)$$

Neste caso:

- 1. Utilizou-se o método Decaps do KEM (desencapsulamento da chave, KRev), para obter a chave k;
- 2. Análogo ao processo de cifragem, E', utilizou-se os valores c (ofuscação da chave) e k (chave), numa operação de XOR, para obter o valor y;
- 3. Analogamente, calcula-se o tuplo (k, e) através de aplicar a função f no restado hash da concatenação de y com r e na chave pública pk;
- 4. Compara-se os valores k e e óbtidos com os que são recebidos no **criptograma** (argumento do Decrypt);
 - 1. Falha caso não sejam.
- 5. Se são valores válidos retorna-se o resultado de aplicar um XOR entre $y \in g(r)$, a **mensagem** decifrada.

```
[5]: kem = BIKE(1)
     class PKE:
         def __init__(self):
             self.kem = BIKE(1)
         def f(self, value, pk):
             e0, e1 = self.kem.H(value)
             self.kem.e0 = e0
             self.kem.e1 = e1
             c0 = e0 + e1*pk
             c1 = self.kem.xor(value , self.kem.L(e0,e1))# ; c1 = self.R(c1)
             key = self.kem.K(value, (c0, c1))
             return key, (c0, c1)
         def KeyGen(self):
             self.sk, self.pk = self.kem.KeyGen()
             return self.sk, self.pk
         def Encrypt(self, message, pk):
             \# r < - h
             r = self.kem.M() # 32 bytes
             \# g = g(r)
             size = len(message)
             h = hashes.Hash(hashes.SHAKE256(size))
             h.update(r)
             g = h.finalize()
             # y \leftarrow xor(x, g(r))
             y = self.kem.xor(message.encode('utf-8'), g)
             \# (e,k) \leftarrow f(y | | r)
             conc_message = y + r # bytes
```

```
# Size down the mensage to 32 bytes
       digest = hashes.Hash(hashes.SHAKE256(int(32))) # SHAKE will return wtu
\rightarrow 32-bit ints
       digest.update(conc_message)
       elems = digest.finalize()
       k, (e0, e1) = self.f(elems, pk)
       c = self.kem.xor(k, r)
       return (y, (e0,e1), c)
   def Decrypt(self,ciphertext):
       (y, (e0,e1), c) = ciphertext
       # k <- KREv(e)
       k = self.kem.Decaps((e0,e1))
       r = self.kem.xor(c, k)
       concate_message = y + r
       digest = hashes.Hash(hashes.SHAKE256(int(32))) # SHAKE will return wtu
\rightarrow 32-bit ints
       digest.update(concate_message)
       elems = digest.finalize()
       (k_{-},(e_{-}0,e_{-}1)) = self.f(elems, self.pk)
       if e0 != e_0 or e1 != e_1 or k != k_:
           return None
       else:
           \# q = q(r)
           size = len(y)
           h = hashes.Hash(hashes.SHAKE256(size))
           h.update(r)
           g = h.finalize()
           return self.kem.xor(y, g)
```

1.2.1 TESTES:

```
[6]: pke = PKE()
sk, pk = pke.KeyGen()
# TESTE 1:
```

```
message = "Exemplo de uma troca correta de mensagem"
print(f" 1º teste com o input = {message}")
ciphertext = pke.Encrypt(message, pk)
decrypted_text = pke.Decrypt(ciphertext)
if decrypted_text != None:
   print(f"Sucesso! Mensagem recebida: {decrypted_text.decode('utf-8')}\n ")
else:
   print("Falhou!\n")
# TESTE 2:
message = "Exemplo de uma mensagem que foi alterada, para testar a tag"
print(f" 2º teste com o input = {message}")
(y, encap, c) = pke.Encrypt(message, pk)
y1 = y[:-1] # y1 terá menos um caracter
decrypted_text = pke.Decrypt((y1, encap, c)) #espera-se que falhe
if decrypted_text == None:
   print("Falhou como esperado")
else:
   print("Sucesso. Verificação se a mensagem foi alterada falhou.")
```

1º teste com o input = Exemplo de uma troca correta de mensagem Sucesso! Mensagem recebida: Exemplo de uma troca correta de mensagem

 2^{Q} teste com o input = Exemplo de uma mensagem que foi alterada, para testar a tag Falhou como esperado