

ČESKÉ VYSOKÉ UČENÍ TECHNICKÉ V PRAZE  
FAKULTA STROJNÍ  
Ústav mechaniky tekutin a termodynamiky

DIPLOMOVÁ PRÁCE

Zlepšení termodynamických vlastností vysokorychlostní  
DRTA sondy pomocí numerických simulací

MASTER THESIS

Improvement of thermodynamic properties of a high-speed  
DRTA probe by numerical simulations

Autor práce: Bc. Josef Krubner

Vedoucí práce: Ing. Michal Schmirler, Ph.D.

Konzultant: doc. Ing. Jan Halama, Ph.D.

Akademický rok 2021/2022

## I. OSOBNÍ A STUDIJNÍ ÚDAJE

Příjmení: **Krubner**

Jméno: **Josef**

Osobní číslo: **473541**

Fakulta/ústav: **Fakulta strojní**

Zadávací katedra/ústav: **Ústav mechaniky tekutin a termodynamiky**

Studijní program: **Aplikované vědy ve strojním inženýrství**

Specializace: **Matematické modelování v technice**

## II. ÚDAJE K DIPLOMOVÉ PRÁCI

Název diplomové práce:

**Zlepšení termodynamických vlastností vysokorychlostní DRTA sondy pomocí numerických simulací**

Název diplomové práce anglicky:

**Improvement of thermodynamic properties of a high-speed DRTA probe by numerical simulations**

Pokyny pro vypracování:

- 1) Popište problematiku měření teplot plynů proudících při vysokých podzvukových rychlostech, tedy s uvažováním jejich stlačitelnosti.
- 2) Popište princip fungování v názvu zmiňované DRTA sondy. Představte geometrii sondy, která bude výchozí pro další kroky v rámci návrhu zlepšení jejích termodynamických vlastností.
- 3) Popište CFD model, který budete pro simulaci termodynamických vlastností sondy používat (fyzikální model, okrajové podmínky, numerické schéma, způsoby diskretizace atd.).
- 4) Proveďte simulace vlivu jednotlivých vybraných konstrukčních úprav na termodynamické parametry sondy (hodnoty restitučních faktorů v závislosti na rychlosti nabíhajícího proudu, směrová citlivost, rozložení proudového a teplotního pole atd.).
- 5) Na základě výsledků provedených numerických simulací vyberte nejvhodnější geometrii sondy a vyhodnoťte její termodynamické vlastnosti.

Seznam doporučené literatury:

Dle pokynů vedoucího práce či konzultanta.

Jméno a pracoviště vedoucí(ho) diplomové práce:

**Ing. Michal Schmirler, Ph.D. ústav mechaniky tekutin a termodynamiky FS**

Jméno a pracoviště druhé(ho) vedoucí(ho) nebo konzultanta(ky) diplomové práce:

**doc. Ing. Jan Halama, Ph.D. ústav technické matematiky FS**

Datum zadání diplomové práce: **25.04.2022**

Termín odevzdání diplomové práce: **29.07.2022**

Platnost zadání diplomové práce: \_\_\_\_\_

Ing. Michal Schmirler, Ph.D.  
podpis vedoucí(ho) práce

Ing. Michal Schmirler, Ph.D.  
podpis vedoucí(ho) ústavu/katedry

doc. Ing. Miroslav Španiel, CSc.  
podpis děkana(ky)

## III. PŘEVZETÍ ZADÁNÍ

Diplomant bere na vědomí, že je povinen vypracovat diplomovou práci samostatně, bez cizí pomoci, s výjimkou poskytnutých konzultací. Seznam použité literatury, jiných pramenů a jmen konzultantů je třeba uvést v diplomové práci.

\_\_\_\_\_  
Datum převzetí zadání

\_\_\_\_\_  
Podpis studenta

## Prohlášení

Prohlašuji, že jsem bakalářskou práci na téma „Zlepšení termodynamických vlastností vysokorychlostní DRTA sondy pomocí numerických simulací“ vypracoval samostatně. Veškerá použitá literatura a podkladové materiály jsou uvedeny v příloženém seznamu literatury.

V Praze, dne .....

.....  
Josef Krubner

## Poděkování

Tímto bych chtěl poděkovat Ing. Michalu Schmirlerovi, Ph.D. a doc. Ing. Janu Halamovi, Ph.D. za cenné rady a připomínky, které mi byly nápomocny při vypracování této diplomové práce. Dále bych rád poděkoval své rodině a své přítelkyni za podporu při studiu.

## Anotační list

Název práce:	Zlepšení termodynamických vlastností vysokorychlostní DRTA sondy pomocí numerických simulací
Title:	Improvement of thermodynamic properties of a high-speed DRTA probe by numerical simulations
Autor:	Bc. Josef Krubner
Studijní program:	Aplikované vědy ve strojním inženýrství
Druh práce:	Diplomová
Vedoucí práce	Ing. Michal Schmirler, Ph.D.
Konzultant	doc. Ing. Jan Halama, Ph.D.
Abstrakt:	TODO
Abstract:	TODO
Klíčová slova:	návrh sondy pro měření rychlosti, měření rychlosti plynů, podzvukové proudění, restituční faktor, rovnovážná teplota, CFD simulace
Keywords:	velocimetry probe design, gas velocimetry, subsonic flow, recovery factor, recovery temperature, CFD simulation

# Obsah

<b>Seznam použitých symbolů</b>	<b>7</b>
Seznam symbolů a indexů . . . . .	7
Seznam použitých indexů . . . . .	7
<b>Seznam obrázků</b>	<b>8</b>
<b>Úvod</b>	<b>9</b>
<b>1 Měření teplot při vysokých podzvukových rychlostech</b>	<b>10</b>
1.1 Dynamický ohřev . . . . .	10
1.2 Restituční faktor . . . . .	11
1.3 Měření stagnační teploty . . . . .	12
1.3.1 Rovnovážná teplota . . . . .	12
1.3.2 Měřicí sondy . . . . .	13
1.4 Měření statické teploty . . . . .	13

# Seznam použitých symbolů

## Seznam symbolů

$a$	$\frac{m}{s}$	Rychlost zvuku
$c_p$	$\frac{J}{kgK}$	Měrná tepelná kapacita za konstantního tlaku
$f$	1	Restituční faktor
$h$	$\frac{J}{kg}$	Měrná entalpie
$k$	$\frac{m^2}{s^2}$	Turbulentní kinetická energie
Ma	1	Machovo číslo
$p$	$Pa$	Tlak
Pr	1	Prandtlovo číslo
$r$	$\frac{J}{kgK}$	Měrná plynová konstanta
Re	1	Reynoldsovo číslo
$T$	$K$	Termodynamická teplota
$T_r$	$K$	Rovnovážná teplota
$u$	$\frac{m}{s}$	Rychlost proudění
$\varepsilon$	1	Chyba
$\kappa$	1	Poissonova konstanta
$\mu$	$Pa.s$	Dynamická viskozita
$\nu$	$\frac{m^2}{s}$	Kinematická viskozita
$\rho$	$\frac{kg}{m^3}$	Hustota
$\omega$	$\frac{1}{s}$	Specifická rychlost disipace

## Seznam indexů

$A$	Čidlo A
$B$	Čidlo B
0	Stagnační

## Seznam obrázků

1.1.1 Závislost dynamické teploty a poměru $\frac{T}{T_0}$ na Machově čísle proudění pro statickou teplotu 300 K. . . . .	11
1.3.1 Závislost rovnovážné teploty a chyby $\varepsilon_{T0}$ na restitučním faktoru pro různé rychlosti proudění při statické teplotě 300 K. . . . .	12
1.3.2 Vybrané geometrie sond pro měření stagnačních teplot. . . . .	13



# Úvod

Problematika měření rychlosti proudění tekutin je velice rozsáhlým vědním oborem a můžeme zde nalézt mnoho postupů a metodik, které se postupně vyvíjejí.

# 1 Měření teplot při vysokých podzvukových rychlostech

Teplota, jako stavová veličina, je jedním z důležitých parametrů proudění, které jsou sledovány během průmyslových procesů, nebo během provozu strojírenských zařízení, či výzkumných tratí. Její měření je obvykle bezproblémové, hovoříme-li o nízkých rychlostech proudění, nebo případně o kapalinách. Při přechodu do vyšších podzvukových rychlostí plynů (na které je zaměřena tato práce) dochází k nárůstu vlivu jejich stlačitelnosti a určení statické, potažmo stagnační, teploty proudění začíná být problematické. Hranice stlačitelnosti se obvykle uvažuje okolo  $Ma = 0.3$ .

## 1.1 Dynamický ohřev

Dobrym ukazatelem míry vlivu stlačitelnosti proudění na měření teploty je poměr statické a stagnační teploty, který lze odvodit z energetické rovnice při uvažování adiabatického výtoku z nádoby o klidových parametrech  $h_0$ ,  $T_0$  a  $u_0 = 0$   $\frac{m}{s}$  do obecného místa s parametry  $h$ ,  $T$  a  $u$ :

$$h_0 = h + \frac{u^2}{2} \quad (1.1.1)$$

$$h = c_p T \quad (1.1.2)$$

$$c_p T_0 = c_p T + \frac{u^2}{2} \quad (1.1.3)$$

$$T_0 = T + \frac{u^2}{2c_p} = T + \frac{u^2}{2} \frac{a^2}{a^2} \quad (1.1.4)$$

$$a = \sqrt{\kappa r T} \quad (1.1.5)$$

$$c_p = \frac{\kappa r}{\kappa - 1} \quad (1.1.6)$$

$$T_0 = T \left( 1 + \frac{\kappa - 1}{2} \frac{u^2}{a^2} \right) \quad (1.1.7)$$

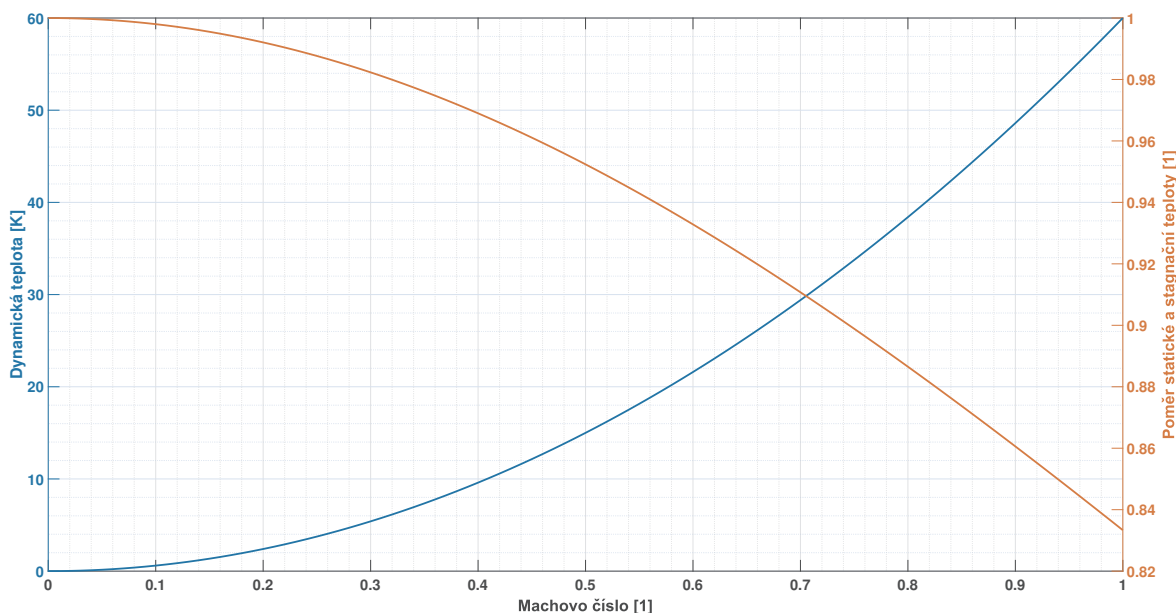
$$Ma = \frac{u}{a} \quad (1.1.8)$$

$$\frac{T}{T_0} = \frac{1}{1 + \frac{\kappa - 1}{2} Ma^2} \quad (1.1.9)$$

kde  $h$   $\left[ \frac{J}{kg} \right]$  je měrná entalpie,  $u$   $\left[ \frac{m}{s} \right]$  je rychlost proudění,  $T$   $[K]$  je termodynamická teplota,  $c_p$   $\left[ \frac{J}{kgK} \right]$  je měrná tepelná kapacita za konstantního tlaku,  $a$   $\left[ \frac{m}{s} \right]$  je rychlost zvuku,  $\kappa$   $[1]$  je Poissonova konstanta,  $r$   $\left[ \frac{J}{kgK} \right]$  je měrná plynová konstanta a  $Ma$   $[1]$  je Machovo číslo. Dolní index 0 označuje stagnační parametry.

Ze Vztahu 1.1.9 je patrné, že při nulové rychlosti proudění ( $Ma = 0$ ) bude statická teplota rovna teplotě stagnační, neboli klidové. Dosažením rychlosti zvuku ( $Ma = 1$ ) klesne poměr na hodnotu  $\frac{1}{1 + \frac{\kappa - 1}{2}}$ , což pro vzduch odpovídá 0.83 při uvažování  $\kappa = 1.4$ . Při  $Ma = 0.3$  (zmiňovaná mez stlačitelnosti) tvoří v statická teplota 98.2 % stagnační teploty, zanedbáním rozdílu těchto teplot bychom se tak dopustili v tomto případě 1.8 % chyby. Chybě 2.5 % pak odpovídá Machovo číslo 0.358.

Člen  $\frac{u^2}{2c_p}$  v Rovnici 1.1.4 se formálně nazývá dynamická teplota (ačkoliv se o teplotu nejedná) a je projevem stlačitelnosti proudění. Jeho průběh v závislosti na Machově čísle je společně s poměrem  $\frac{T}{T_0}$  vyznačen na Obrázku 1.1.1.



Obrázek 1.1.1: Závislost dynamické teploty a poměru  $\frac{T}{T_0}$  na Machově čísle proudění pro statickou teplotu 300 K.

## 1.2 Restituční faktor

Umístěním tělesa do proudu vzduchu dojde k jeho zahřívání vlivem zbrzdění proudění v mezní vrstvě. Budeme-li o tomto tělese dále hovořit jako o teplotním snímači, tak bude klíčové, jakou teplotu naměříme. Ve stagnačním bodě snímače bude plyn dosahovat klidové teploty, mimo něj však bude teplota nižší. Měřená teplota, značená obvykle jako rovnovážná  $T_r$ , se tak bude pohybovat mezi teplotou statickou a stagnační ( $T < T_r < T_0$ ). Vztah mezi těmito teplotami popisuje takzvaný restituční faktor  $f$ :

$$f = \frac{T_r - T}{T_0 - T} \quad (1.2.1)$$

Restituční faktor je především funkcí Prandtlova čísla, závisí však i na geometrii snímače a na Machově a Reynoldsově čísle [Leontiev2017a]. Jeho hodnota je tedy proměnlivá, nicméně v řadě aplikací jej lze pro definované podmínky považovat za konstantu: pro válcová tělesa umístěná rovnoběžně v proudu vzduchu byl při lokálním  $Re < 5 \cdot 10^5$  restituční faktor roven  $\sqrt{Pr}$ , pro vzduch byla tato hodnota při  $Pr = 0.72$  rovna 0.85 [Shapiro1954]. Obdobná hodnota restitučního faktoru (v tomto případě pro  $Pr = 0.71$ ) byla použita s dostatečnou přesností při měřeních pomocí termočlánku [Ishibashi2012].

## 1.3 Měření stagnační teploty

### 1.3.1 Rovnovážná teplota

Kombinací Vztahů 1.2.1 a 1.1.4 lze získat vztahy pro výpočet rovnovážné teploty:

$$f = \frac{T_r - T}{T + \frac{u^2}{2c_p} - T} \quad (1.3.1)$$

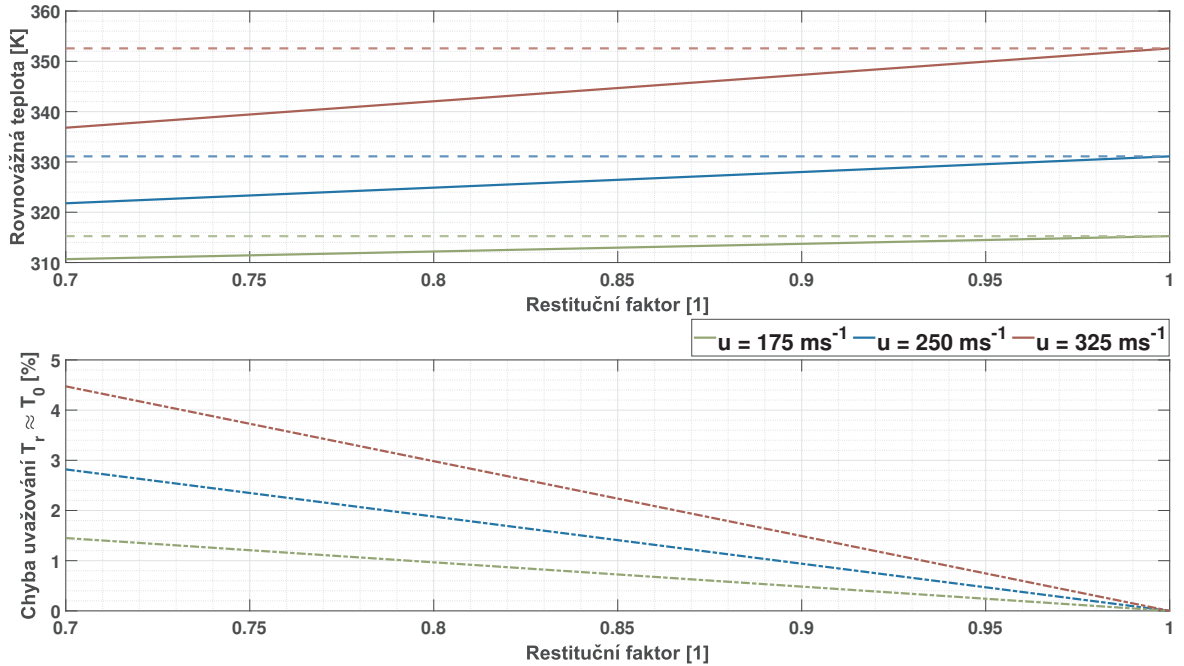
$$T_r = T + f \frac{u^2}{2c_p} \quad (1.3.2)$$

$$T_r = T \left( 1 + f \frac{\kappa - 1}{2} \text{Ma}^2 \right) \quad (1.3.3)$$

Budeme-li hovořit o měření stagnační teploty při vysokých podzvukových rychlostech, nabízí se otázka, zda by nebylo možné použít sondu s dostatečně vysokým restitučním faktorem ( $f \rightarrow 1$ ) a jaké bychom se dopustili chyby, pokud bychom naměřenou rovnovážnou teplotu považovali za stagnační. Chyba  $\varepsilon_{T_0}$  by v takovém případě byla pro dané proudění (vybraná rychlost  $u$  a statická teplota  $T$ ) funkcí právě restitučního faktoru:

$$\varepsilon_{T_0} = 1 - \frac{T_r}{T_0} = 1 - \frac{T + f \frac{u^2}{2c_p}}{T + \frac{u^2}{2c_p}} \quad (1.3.4)$$

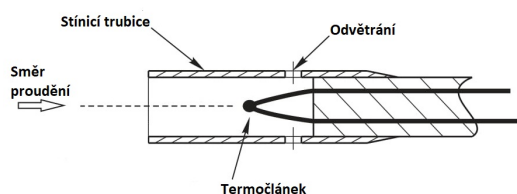
Závislosti velikosti chyby a rovnovážné teploty na restitučním faktoru jsou patrné z Obrázku 1.3.1. S narůstající rychlostí proudění dochází i ke zvětšování chyby  $\varepsilon_{T_0}$ , která pro restituční faktor  $\geq 0.94$  však nepřekračuje v rámci podzvukových rychlostí 1 % nezávisle na statické teplotě proudění (viz odvození v Příloze ??).



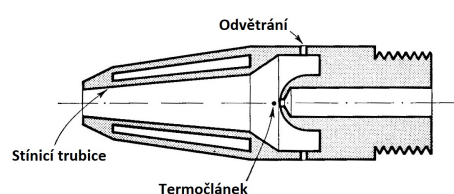
Obrázek 1.3.1: Závislost rovnovážné teploty a chyby  $\varepsilon_{T_0}$  na restitučním faktoru pro různé rychlosti proudění při statické teplotě 300 K.

### 1.3.2 Měřicí sondy

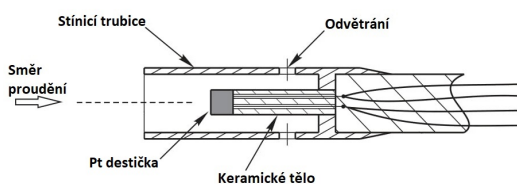
Konstrukce sond pro měření stagnačních teplot typicky obsahují tepelně citlivý prvek (obvykle termočlánek nebo odporový teplotní snímač) umístěný v trubici s odvětráním, která slouží ke zpomalení proudění okolo čidla obvykle pod hodnotu  $Ma = 0.15$  [Bonham2013]. Snížením rychlosti plynu dojde k nárůstu jeho měrné entalpie, což se projeví i vyšší naměřenou teplotou, která se tak bude blížit stagnační teplotě volného proudu. Příklady konstrukcí používaných pro měření stagnačních teplot jsou uvedeny na Obrázku 1.3.2. U všech uvedených geometrií byl restituční faktor vyšší, než 0.97, v případě 1.3.2b a .



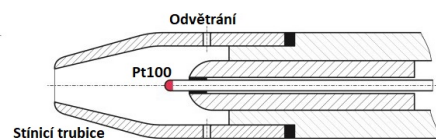
(a) Trubice s termočlánekem. Převzato z [Bonham2013] a upraveno.



(b) Trubice s termočlánekem. Převzato z [Shapiro1954] a upraveno.



(c) Trubice s platinovou destičkou. Převzato z [Bonham2013] a upraveno.



(d) Trubice s Pt100. Převzato z [Sedlak2018] a upraveno.

Obrázek 1.3.2: Vybrané geometrie sond pro měření stagnačních teplot.

## 1.4 Měření statické teploty

Při vysokých podzvukových rychlostech je přímé měření statické teploty proudění problematické. Jsou-li však známy další parametry proudění, lze potom statickou teplotu stanovit nepřímou. Příkladem může být využití Prandtlovy sondy, která měří celkový  $p_0$  a statický tlak  $p$ . Ty jsou obvykle zpracovány pomocí diferenčního tlakového snímače, jelikož se tato sonda typicky používá k určování rychlosti proudění, k čemuž slouží dynamický tlak, tedy rozdíl  $(p_0 - p)$  [Houghton2013]. Ze znalosti absolutních hodnot tlaků a stagnační teploty lze nicméně při uvažování isoentropického proudění určit teplota statická:

$$T = T_0 \left( \frac{p}{p_0} \right)^{\frac{\kappa-1}{\kappa}} \quad (1.4.1)$$