

ČESKÉ VYSOKÉ UČENÍ TECHNICKÉ V PRAZE
FAKULTA STROJNÍ
Ústav mechaniky tekutin a termodynamiky

DIPLOMOVÁ PRÁCE

Zlepšení termodynamických vlastností vysokorychlostní
DRTA sondy pomocí numerických simulací

MASTER THESIS

Improvement of thermodynamic properties of a high-speed
DRTA probe by numerical simulations

Autor práce: Bc. Josef Krubner

Vedoucí práce: Ing. Michal Schmirler, Ph.D.

Konzultant: doc. Ing. Jan Halama, Ph.D.

Akademický rok 2021/2022

I. OSOBNÍ A STUDIJNÍ ÚDAJE

Příjmení: **Krubner**

Jméno: **Josef**

Osobní číslo: **473541**

Fakulta/ústav: **Fakulta strojní**

Zadávací katedra/ústav: **Ústav mechaniky tekutin a termodynamiky**

Studijní program: **Aplikované vědy ve strojním inženýrství**

Specializace: **Matematické modelování v technice**

II. ÚDAJE K DIPLOMOVÉ PRÁCI

Název diplomové práce:

Zlepšení termodynamických vlastností vysokorychlostní DRTA sondy pomocí numerických simulací

Název diplomové práce anglicky:

Improvement of thermodynamic properties of a high-speed DRTA probe by numerical simulations

Pokyny pro vypracování:

- 1) Popište problematiku měření teplot plynů proudících při vysokých podzvukových rychlostech, tedy s uvažováním jejich stlačitelnosti.
- 2) Popište princip fungování v názvu zmiňované DRTA sondy. Představte geometrii sondy, která bude výchozí pro další kroky v rámci návrhu zlepšení jejích termodynamických vlastností.
- 3) Popište CFD model, který budete pro simulaci termodynamických vlastností sondy používat (fyzikální model, okrajové podmínky, numerické schéma, způsoby diskretizace atd.).
- 4) Proveďte simulace vlivu jednotlivých vybraných konstrukčních úprav na termodynamické parametry sondy (hodnoty restitučních faktorů v závislosti na rychlosti nabíhajícího proudu, směrová citlivost, rozložení proudového a teplotního pole atd.).
- 5) Na základě výsledků provedených numerických simulací vyberte nejvhodnější geometrii sondy a vyhodnoťte její termodynamické vlastnosti.

Seznam doporučené literatury:

Dle pokynů vedoucího práce či konzultanta.

Jméno a pracoviště vedoucí(ho) diplomové práce:

Ing. Michal Schmirler, Ph.D. ústav mechaniky tekutin a termodynamiky FS

Jméno a pracoviště druhé(ho) vedoucí(ho) nebo konzultanta(ky) diplomové práce:

doc. Ing. Jan Halama, Ph.D. ústav technické matematiky FS

Datum zadání diplomové práce: **25.04.2022**

Termín odevzdání diplomové práce: **29.07.2022**

Platnost zadání diplomové práce: _____

Ing. Michal Schmirler, Ph.D.
podpis vedoucí(ho) práce

Ing. Michal Schmirler, Ph.D.
podpis vedoucí(ho) ústavu/katedry

doc. Ing. Miroslav Španiel, CSc.
podpis děkana(ky)

III. PŘEVZETÍ ZADÁNÍ

Diplomant bere na vědomí, že je povinen vypracovat diplomovou práci samostatně, bez cizí pomoci, s výjimkou poskytnutých konzultací. Seznam použité literatury, jiných pramenů a jmen konzultantů je třeba uvést v diplomové práci.

Datum převzetí zadání

Podpis studenta

Prohlášení

Prohlašuji, že jsem bakalářskou práci na téma „Zlepšení termodynamických vlastností vysokorychlostní DRTA sondy pomocí numerických simulací“ vypracoval samostatně. Veškerá použitá literatura a podkladové materiály jsou uvedeny v příloženém seznamu literatury.

V Praze, dne

.....
Josef Krubner

Poděkování

Tímto bych chtěl poděkovat Ing. Michalu Schmirlerovi, Ph.D. a doc. Ing. Janu Halamovi, Ph.D. za cenné rady a připomínky, které mi byly nápomocny při vypracování této diplomové práce. Dále bych rád poděkoval své rodině a své přítelkyni za podporu při studiu.

Anotační list

Název práce:	Zlepšení termodynamických vlastností vysokorychlostní DRTA sondy pomocí numerických simulací
Title:	Improvement of thermodynamic properties of a high-speed DRTA probe by numerical simulations
Autor:	Bc. Josef Krubner
Studijní program:	Aplikované vědy ve strojním inženýrství
Druh práce:	Diplomová
Vedoucí práce	Ing. Michal Schmirler, Ph.D.
Konzultant	doc. Ing. Jan Halama, Ph.D.
Abstrakt:	TODO
Abstract:	TODO
Klíčová slova:	návrh sondy pro měření rychlosti, měření rychlosti plynů, podzvukové proudění, restituční faktor, restituční teplota, CFD simulace
Keywords:	velocimetry probe design, gas velocimetry, subsonic flow, recovery factor, recovery temperature, CFD simulation

Obsah

Seznam použitých symbolů a zkratk	8
Seznam symbolů	8
Seznam zkratk	8
Seznam použitých indexů	9
Seznam obrázků	9
Úvod	10
1 Měření teplot při vysokých podzvukových rychlostech	11
1.0.1 Dynamický ohřev	11
1.0.2 Restituční faktor	11
1.1 Dynamická teplota	11
2 DRTA sonda	12
2.1 Princip fungování	12
2.2 Výchozí geometrie	12
2.3 Cíle numerických simulací	12
3 CFD model	14
3.1 Základní systém rovnic	14
3.1.1 Rovnice kontinuity	14
3.1.2 Pohybová rovnice	14
3.1.3 Energetická rovnice	14
3.1.4 Konstitutivní vztahy	14
3.2 Model turbulence	16
3.3 Výpočetní geometrie	18
3.3.1 Výpočetní oblast	18
3.3.2 Využití symetrie	19
3.3.3 Materiály	20
3.4 Okrajové podmínky	21
3.4.1 Hranice výpočetní oblasti	21
3.4.2 Stěny	21
3.5 Výpočetní síť	22
3.5.1 Povrchová síť	22
3.5.2 Zjemnění v mezní vrstvě	22
3.5.3 Objemová síť	23
3.6 Numerický řešič	24
3.6.1 Odhad gradientu	24

3.6.2	Aproximace hodnot na stěnách	25
3.6.3	Numerické schéma	25
3.6.4	Inicializace výpočtu	25
3.6.5	Určení restitučních faktorů	25

Seznam použitých symbolů a zkratek

Seznam symbolů

a	ms^{-1}	Rychlost zvuku
c_p	$Jkg^{-1}K^{-1}$	Měrná tepelná kapacita za konstantního tlaku
E	1	Korekční koeficient
h	Jkg^{-1}	Měrná entalpie
I	1	Intenzita turbulence
K	1	Korekční součinitel
κ	1	Poissonova konstanta
Ma	1	Machovo číslo
μ	$Pa\cdot s$	Dynamická viskozita
ν	m^2s^{-1}	Kinematická viskozita
p_c	Pa	Celkový tlak
Pr	1	Prandtlovo číslo
p_s	Pa	Statický tlak
q	Jkg^{-1}	Měrné teplo
q_{dyn}	Pa	Dynamický tlak
q_{kin}	Pa	Kinetický tlak
r	$Jkg^{-1}K^{-1}$	Měrná plynová konstanta
r/r^*	1	Recovery faktor
Re	1	Reynoldsovo číslo
ρ	kgm^{-3}	Hustota
T	K	Termodynamická teplota
T_{kal}	K	Teplota podle kalibračního polynomu
T_r	K	Recovery teplota
u	ms^{-1}	Rychlost proudění
U	V	Elektrické napětí

Seznam zkratek

CCD	Charge-Coupled Device
EFV	Elastic Filament Velocimetry
Holo-PIV	Holographic Particle Image Velocimetry
HWA	Hot Wire Anemometry
ICCD	Intensified Charge-Coupled Device
LDD	Laser Doppler Detection
LPT	Lagrangian Particle Tracking
OTV	Ozone Tagging Velocimetry
PIV	Particle Image Velocimetry
Scan-PIV	Scanning Particle Image Velocimetry
Tomo-PIV	Tomographic Particle Image Velocimetry

Seznam indexů

A	Sonda A
B	Sonda B
i	Stupeň iterace
∞	Nabíhající proud vzduchu
0	Stagnační
1	Před dýzou
2	Za dýzou

Seznam obrázků

2.2.1 Výchozí geometrie DRTA sondy.	13
3.3.1 Výpočetní oblast s vyznačením souřadného systému a polohy měřených geometrií.	18
3.3.2 Výpočetní oblast pro řešení symetrických úloh.	19
3.4.1 Části hranice pro aplikování okrajových podmínek (v jednotlivých ob- rázcích označeny žlutou barvou).	21
3.5.1 Graf četností hodnot bezrozměrné vzdálenosti od stěny čidla A pro úlohu z Kapitoly ?? . Průměrná hodnota byla pro tento případ rovna 0.945.	23
3.5.2 Pohled na výpočetní síť z Kapitoly ?? ze strany symetrie.	24
3.6.1 Schéma pro určení gradientu pomocí metody nejmenších čtverců.	25

Úvod

Problematika měření rychlosti proudění tekutin je velice rozsáhlým vědním oborem a můžeme zde nalézt mnoho postupů a metodik, které se postupně vyvíjejí.

1 Měření teplot při vysokých podzvukových rychlostech

1.0.1 Dynamický ohřev

1.0.2 Restituční faktor

1.1 Dynamická teplota

2 DRTA sonda

2.1 Princip fungování

Princip měření rychlosti pomocí DRTA sondy (DRTA = „*Double Recovery Temperature Anemometry*“) spočívá ve využití dvou teplotních čidel, v tomto návrhu bylo pracováno s odporovými teplotními snímači Pt100. Komplikaci při použití jediného snímače pro určení rychlosti proudění představuje nutná znalost statické teploty. Ta lze jednoduše eliminovat přidáním druhého snímače s rozdílným restitučním faktorem:

$$T_{rA} = T + f_A \frac{u^2}{2c_p} \quad (2.1.1)$$

$$T_{rB} = T + f_B \frac{u^2}{2c_p} \quad (2.1.2)$$

$$T_{rA} - T_{rB} = (f_A - f_B) \frac{u^2}{2c_p} \quad (2.1.3)$$

$$u = \sqrt{\frac{2c_p (T_{rA} - T_{rB})}{(f_A - f_B)}} \quad (2.1.4)$$

kde indexy A , respektive B odpovídají jednotlivým čidlům. Podobným způsobem lze sestavit vztah pro určení Machova čísla:

$$T_{rA} = T + f_A \frac{u^2}{2c_p} \frac{a^2}{a^2} = T \left(1 + f_A \frac{\kappa - 1}{2} Ma^2 \right) \quad (2.1.5)$$

$$T_{rB} = T \left(1 + f_B \frac{\kappa - 1}{2} Ma^2 \right) \quad (2.1.6)$$

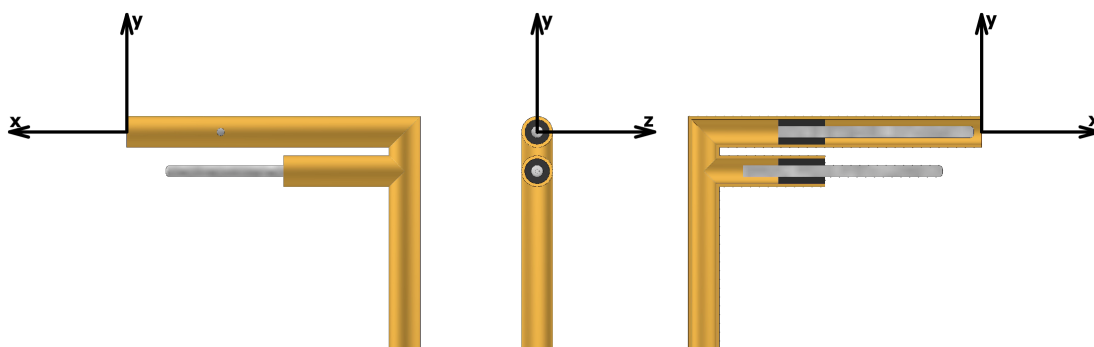
$$\frac{T_{rA}}{T_{rB}} = \frac{1 + f_A \frac{\kappa - 1}{2} Ma^2}{1 + f_B \frac{\kappa - 1}{2} Ma^2} \quad (2.1.7)$$

$$Ma = \sqrt{\frac{2}{\kappa - 1} \frac{T_{rA} - T_{rB}}{T_{rB} f_A - T_{rA} f_B}} \quad (2.1.8)$$

2.2 Výchozí geometrie

Zkoumaná sonda se skládá z dvou odporových teplotních čidel Pt100 (model *1PT100K2515*) o průměru $1.5 [mm]$ a délce $25 [mm]$. Ty jsou umístěny rovnoběžně ve směru proudění pomocí těsnění na jejich koncích, ukotveného v mosazné trubici o průměru $4 mm$ a tloušťce $0.4 mm$, která je využita zároveň k dosažení rozdílu restitučních faktorů jednotlivých čidel. Prostorové uspořádání sestavy je patrné z obrázku 2.2.1. Vyšším restitučním faktorem disponuje čidlo umístěné uvnitř trubice a dále v práci o něm bude hovořeno jako o čidlu A. Proudění stíněním čidla A umožňují dva odvětrávací otvory umístěné $12 mm$ od vstupu do trubice. Čidlo umístěné volně v proudícím médiu vykazuje nižší restituční faktor a bude dále značeno jako čidlo B.

2.3 Cíle numerických simulací



Obrázek 2.2.1: Výchozí geometrie DRTA sondy.

3 CFD model

Během výpočtů byl použit předpoklad stacionárního vazkého proudění ideálního plynu, od čehož se odvíjí i forma níže uvedených rovnic.

3.1 Základní systém rovnic

3.1.1 Rovnice kontinuity

Zákon zachování hmotnosti je pro stlačitelné stacionární proudění popsán následující rovnicí:

$$\nabla \cdot (\rho \vec{u}) = 0 \quad (3.1.1)$$

kde $\rho \left[\frac{kg}{m^3} \right]$ je hustota a $\vec{u} \left[\frac{m}{s} \right]$ je rychlost proudění.

3.1.2 Pohybová rovnice

Přenos hybnosti je popsán Navier-Stokesovými rovnicemi pro stacionární proudění:

$$\nabla \cdot (\rho \vec{u} \otimes \vec{u}) = -\nabla p + \nabla \cdot \vec{\tau} \quad (3.1.2)$$

kde $p [Pa]$ je statický tlak a $\vec{\tau} \left[\frac{N}{m^2} \right]$ je tenzor vazkých napětí daný následujícím vztahem:

$$\vec{\tau} = \mu \left[\nabla \vec{u} + \nabla \vec{u}^T - \frac{2}{3} (\nabla \cdot \vec{u}) \vec{I} \right] \quad (3.1.3)$$

kde $\mu [Pa \cdot s]$ je dynamická viskozita a $\vec{I} [1]$ je jednotková matice.

3.1.3 Energetická rovnice

Řešení stlačitelného proudění vyžaduje doplnění energetické rovnice, kterou lze zapsat následovně:

$$\nabla \cdot (\rho \vec{u} H + \vec{q} - \vec{\tau} \cdot \vec{u}) = 0 \quad (3.1.4)$$

kde $H \left[\frac{J}{kg} \right]$ je celková měrná entalpie a $\vec{q} \left[\frac{W}{m^2} \right]$ je vektor tepelného toku.

3.1.4 Konstitutivní vztahy

Stavová rovnice ideálního plynu

Rovnice popisuje vazbu mezi stavovými veličinami tekutiny:

$$\frac{p}{\rho} = rT \quad (3.1.5)$$

kde $T [K]$ je termodynamická teplota a $r \left[\frac{J}{kgK} \right]$ je měrná plynová konstanta, pro vzduch rovna $287.2 \frac{J}{kgK}$.

Celková měrná entalpie

Měrnou entalpii proudění $h \left[\frac{J}{kg} \right]$ lze určit ze vztahu:

$$h = c_p T = e + \frac{p}{\rho} = c_v T + \frac{p}{\rho} \quad (3.1.6)$$

kde c_p , $c_v \left[\frac{J}{kgK} \right]$ jsou měrné tepelné kapacity za konstantního tlaku, resp. konstantního objemu a $e \left[\frac{J}{kg} \right]$ je měrná energie. Přičtením měrné kinetické energie proudění dostáváme celkovou měrnou entalpii H :

$$H = h + \frac{\|\vec{u}\|^2}{2} \quad (3.1.7)$$

3.2 Model turbulence

Vzhledem k povaze řešených úloh byl zvolen dvourovnicový RANS (*Reynolds Averaged Navier Stokes*) model turbulence $k - \omega$ SST (*Shear Stress Transport*, viz Menter [Menter1993, Menter1994]), který kombinuje výhody modelu $k - \varepsilon$ ve volném proudu a modelu $k - \omega$ ve vazké podvrstvě. Transportní rovnice pro $k - \omega$ SST mají následující tvar:

$$\nabla \cdot (\rho k \vec{u}) = P_k - \beta^* \rho \omega k + \nabla \cdot [(\mu + \sigma_k \mu_t) \nabla k] \quad (3.2.1)$$

$$\nabla \cdot (\rho \omega \vec{u}) = \frac{\gamma}{\nu_t} P_k - \beta \rho \omega^2 + \nabla \cdot [(\mu + \sigma_\omega \mu_t) \nabla \omega] + 2(1 - F_1) \frac{\rho \sigma_{\omega 2}}{\omega} \nabla k \cdot \nabla \omega \quad (3.2.2)$$

kde $k \left[\frac{m^2}{s^2} \right]$ je turbulentní kinetická energie, $\omega \left[\frac{1}{s} \right]$ je specifická rychlost disipace, $\mu [Pas]$ je dynamická viskozita a $\beta, \beta^*, \gamma, \sigma_k, \sigma_\omega, \sigma_{\omega 2}$ jsou konstanty. P_k představuje produkci turbulentní kinetické energie, která je s využitím limiteru dána vztahem:

$$P_k = \min \left(\vec{\tau} : \nabla \vec{u}, 20\beta^* \rho \omega k \right) \quad (3.2.3)$$

kde $\vec{\tau}$ je tenzor turbulentního napětí určený vztahem:

$$\vec{\tau} = \mu_t \left(\nabla \vec{u} + \nabla \vec{u}^T - \frac{2}{3} \nabla \cdot \vec{u} \vec{I} \right) - \frac{2}{3} \rho k \vec{I} \quad (3.2.4)$$

Poslední člen rovnice 3.2.2 představuje příčnou difuzi, zajišťující přechod mezi modely $k - \omega$ a $k - \varepsilon$. Ten je zprostředkovaný funkcí F_1 :

$$F_1 = \tanh \left\{ \min \left[\max \left(\frac{\sqrt{k}}{0.09\omega y}, \frac{500\nu}{y^2\omega}, \frac{4\rho\sigma_{\omega 2}k}{CD_{k\omega}y^2} \right) \right] \right\}^4 \quad (3.2.5)$$

kde $y [m]$ je vzdálenost od nejbližší stěny a $CD_{k\omega}$ odpovídá kladné části příčné difuze definované následujícím vztahem:

$$CD_{k\omega} = \max \left(2\rho\sigma_{\omega 2} \frac{1}{\omega} \nabla k \cdot \nabla \omega, 10^{-20} \right) \quad (3.2.6)$$

Turbulentní vazkost ν_t , respektive μ_t , je definována jako:

$$\nu_t = \frac{a_1 k}{\max(a_1 \omega, \Omega F_2)} \quad \text{resp.} \quad \mu_t = \frac{\rho a_1 k}{\max(a_1 \omega, \Omega F_2)} \quad (3.2.7)$$

kde Ω představuje absolutní hodnotu vířivosti a F_2 je funkce daná vztahem:

$$F_2 = \tanh \left[\max \left(2 \frac{\sqrt{k}}{0.09\omega y}, \frac{500\nu}{y^2\omega} \right) \right]^2 \quad (3.2.8)$$

Konstanty β, γ, σ_k a σ_ω jsou s ohledem na polohu (stěna/volný proud) definovány pomocí funkce F_1 :

$$\Phi = F_1 \Phi_1 + (1 - F_1) \Phi_2 \quad (3.2.9)$$

kde Φ představuje libovolnou z konstant. Pro úplnou reprezentaci modelu je tak třeba definovat pro všechny konstanty jejich hodnotu pro model $k - \omega$ (index 1) a pro model $k - \varepsilon$ (index 2):

Tabulka 3.2.1: Konstanty modelu k- ω SST [**Ansys2020Theory**].

σ_{k1}	$\sigma_{\omega1}$	β_1	σ_{k2}	$\sigma_{\omega2}$	β_2	β^*	χ	a_1
1.176	2	0.075	1	1.168	0.0828	0.09	0.41	0.31

Konstanty γ_1 a γ_2 jsou definovány následujícími vztahy:

$$\gamma_1 = \frac{\beta_1}{\beta^*} - \frac{\sigma_{\omega1} \chi^2}{\sqrt{\beta^*}} \quad (3.2.10)$$

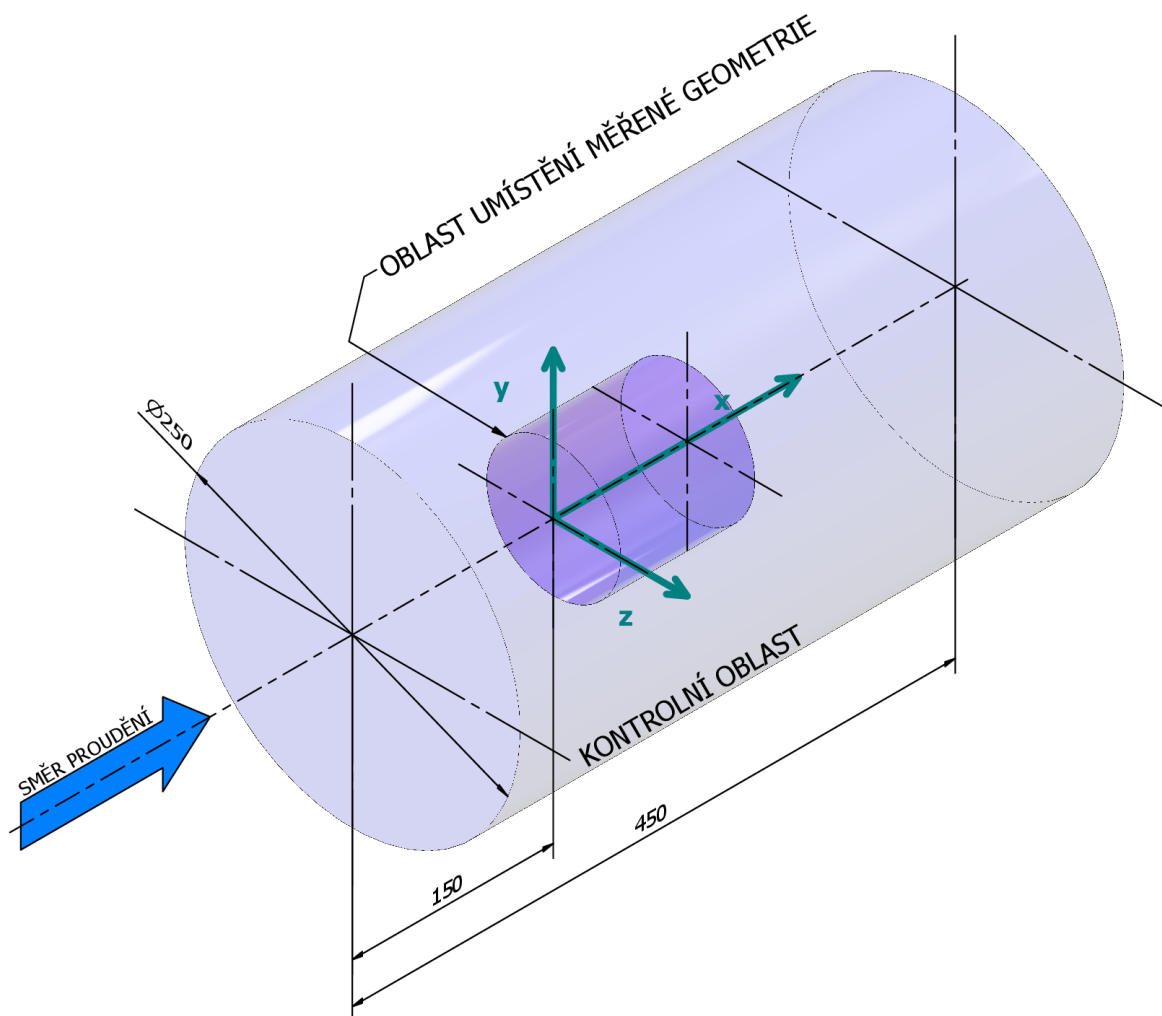
$$\gamma_2 = \frac{\beta_2}{\beta^*} - \frac{\sigma_{\omega2} \chi^2}{\sqrt{\beta^*}} \quad (3.2.11)$$

3.3 Výpočetní geometrie

Vzhledem k charakteru řešeného problému byla geometrie proměnlivá. Jednotícím prvkem byla přítomnost alespoň jednoho ze dvou teplotních čidel, jehož restituční faktor byl zkoumán. Podle aktuální simulace se však měnilo uspořádání a přítomnost dalších geometrických prvků, jako například stínění.

3.3.1 Výpočetní oblast

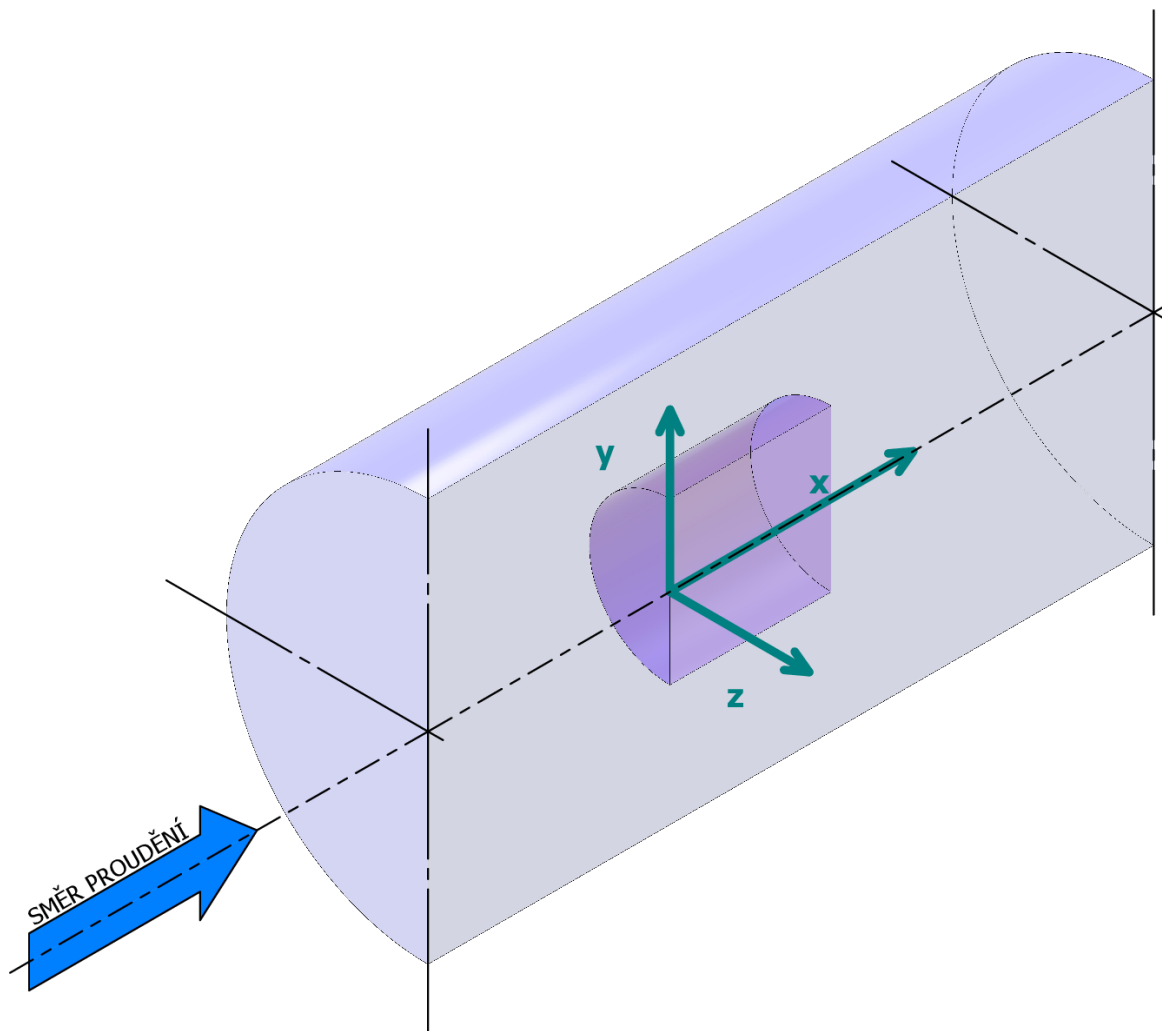
Výpočty byly prováděny na geometrii umístěné v kontrolní oblasti tvaru válce o průměru 250 mm a délce 450 mm . Vzhledem k rozměrům čidel, respektive celkové konstrukce, se jednalo o dostatečně velký kontrolní objem, který neměl ovlivňovat proudění okolo sondy. Veškeré měřené geometrie byly ve válci umístěné 150 mm od vstupní oblasti, viz Obrázek 3.3.1, ze kterého je patrné i umístění souřadného systému, na který bude dále v práci odkazováno.



Obrázek 3.3.1: Výpočetní oblast s vyznačením souřadného systému a polohy měřených geometrií.

3.3.2 Využití symetrie

U všech zkoumaných geometrií se nacházela alespoň jedna rovina symetrie – bylo tedy možné využít této výhody pro úsporu výpočetního výkonu. Veškeré simulace uvedené v Kapitolách ?? a ?? s výjimkou analýzy směrové citlivosti v rovině XZ byly provedeny s využitím symetrie výpočetního modelu, viz Obrázek 3.3.2.



Obrázek 3.3.2: Výpočetní oblast pro řešení symetrických úloh.

3.3.3 Materiály

Během výpočtů byly uvažovány celkem tři materiály, ze kterých se skládala geometrie – trubice byla tvořena mosazí, čidla byla uvažována jako homogenní tělesa z keramiky Al_2O_3 a těsnění bylo reprezentováno pryží. Použité fyzikální vlastnosti jednotlivých materiálů jsou uvedeny v Tabulce 3.3.1.

Tabulka 3.3.1: Fyzikální vlastnosti použitých materiálů.

	Mosaz	Pryž	Keramika
Hustota $\left[\frac{kg}{m^3}\right]$	8730	1100	3500
Měrná tepelná kapacita $\left[\frac{J}{kgK}\right]$	400	1300	700
Tepelná vodivost $\left[\frac{W}{mK}\right]$	96	0.09	30

Jako proudící médium byl uvažován vzduch splňující stavovou rovnici ideálního plynu (viz Vztah 3.1.5) s následujícími vlastnostmi:

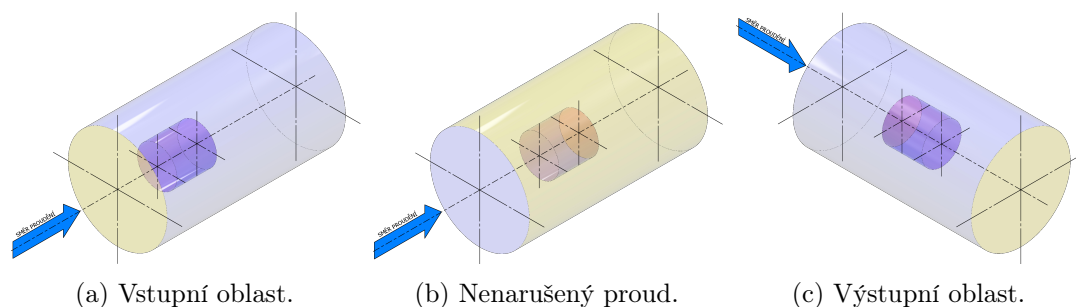
Tabulka 3.3.2: Fyzikální vlastnosti vzduchu.

Měrná plynová konstanta $\left[\frac{J}{kgK}\right]$	Poissonovo číslo [1]
287	1.4
Tepelná vodivost $\left[\frac{W}{mK}\right]$	Dynamická viskozita $[Pa \cdot s]$
$2.42 \cdot 10^{-2}$	$1.7894 \cdot 10^{-5}$

3.4 Okrajové podmínky

3.4.1 Hranice výpočetní oblasti

Hranice válcové kontrolní oblasti byla rozdělena na tři části s odlišnými okrajovými podmínkami – podstavy válce představovaly vstup a výstup a jeho plášť poté nenarušený proud (viz Obrázek 3.4.1). Ve všech oblastech byly předepsány hodnoty uvedené v Tabulce 3.4.1. Ve vstupní oblasti byla dále zadávána rychlost proudění, respektive velikost vektoru rychlosti a jeho směrové cosiny (využito při analýze směrové citlivosti). Hranice nenarušeného proudu měla předepisovanou hodnotu Machova čísla a směr proudění (opět ve formě směrových cosinů vektoru rychlosti).



Obrázek 3.4.1: Části hranice pro aplikování okrajových podmínek (v jednotlivých obrázcích označeny žlutou barvou).

Tabulka 3.4.1: Hodnoty předepisované na hranici kontrolní oblasti.

Statický tlak $[Pa]$	Statická teplota $[K]$
10^5	300
Intenzita turbulence $[\%]$	Směšovací délka $[m]$
2.5	0.01

Výchozí rychlostí použitou pro testování bylo $250 \frac{m}{s}$, tomu odpovídá při teplotě $300 K$ Machovo číslo 0.72. Nebude-li dále uvedeno jinak, pak byly pro výpočet použity právě tyto hodnoty.

3.4.2 Stěny

Při numerických simulacích bylo pro vyhodnocení restitučních faktorů třeba počítat s přestupem tepla do pevných látek a s jeho šířením objemem. V místech kontaktu proudícího média se stěnami geometrie byla proto použita podmínka sdílené teploty – teplota na hranici tekutiny byla přenesena na hranici tělesa.

3.5 Výpočetní síť

Vytváření modelů probíhalo v prostředí software Autodesk Inventor (verze 2021 a 2022), odkud byly následně vyexportovány ve formátu *.dwg*. K přípravě pro síťování byl následně použit software Ansys SpaceClaim (verze 2020b-2021b), jehož účel spočíval primárně ve sdílení topologie modelu, vytváření jmenných sekcí a exportu do optimalizovaného formátu *.pmdb*. Samotné síťování poté probíhalo v software Ansys Fluent (verze 2020b-2021b).

3.5.1 Povrchová síť

Prvním krokem při vytváření výpočetní sítě pro řešič bylo importování geometrie (soubor *.pmdb*) a vysíťování jejích ploch pomocí triangulace. Zde bylo použito následující nastavení:

Tabulka 3.5.1: Předepisované hodnoty při vytváření povrchové sítě.

$\frac{\text{Minimální}}{\text{Maximální}}$ velikost elementů [mm]	Poměrný růst velikosti elementů [1]
$\frac{0.1}{15}$	1.2
Maximální úhel překlenutí [deg]	Minimální dělení hran [1]
10	3

Kvalita povrchové sítě byla následně kontrolována, aby šikmost žádného elementu nepřesáhla 0.5. Šikmost představuje odchylku geometrie buňky od optimálního tvaru (v případě triangulace se jedná o rovnostranný trojúhelník). Její hodnota se pohybuje mezi $0 \div 1$, kde 0 odpovídá nejlepší kvalitě. Pro správný průběh a konvergenci výpočtů je doporučeno, aby maximální šikmost nepřesahovala 0.95 a aby se průměrná šikmost pohybovala nejvýše okolo hodnoty 0.33 [Ansys2020User]. Tato doporučení platí pro konečnou objemovou síť, která se používá během výpočtů, nicméně počáteční kvalita povrchové sítě má zásadní vliv na jakost následujícího síťování.

3.5.2 Zjemnění v mezní vrstvě

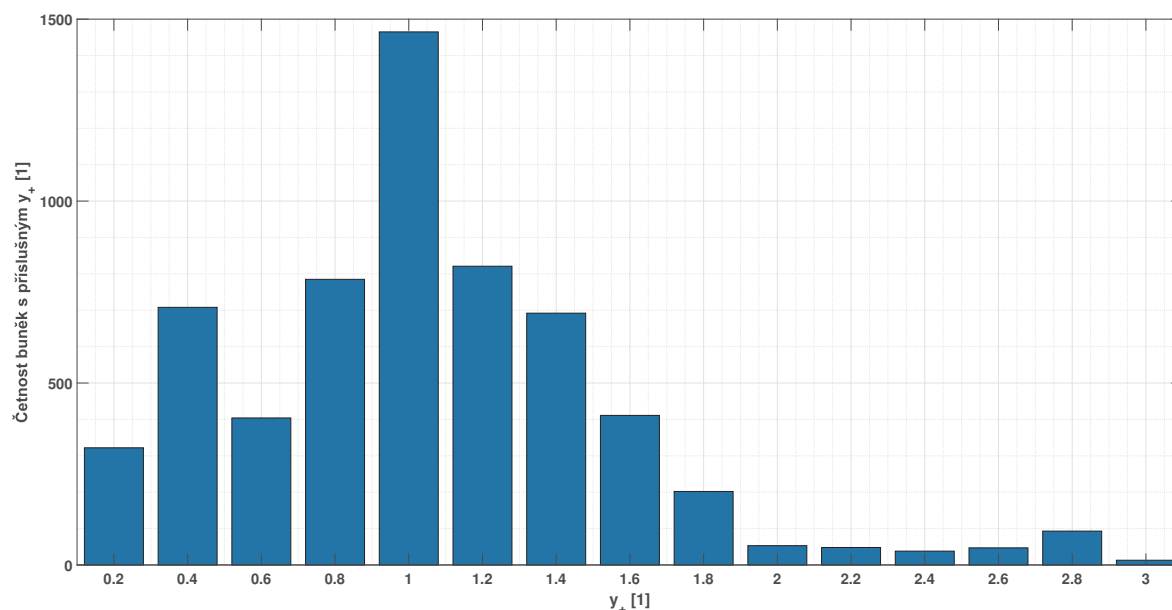
Pro dosažení přijatelné přesnosti výpočtu přestupu tepla ze vzduchu do těles bylo třeba, s ohledem na použitý model turbulence, vytvořit dostatečně jemnou síť v oblasti mezní vrstvy tak, aby se bezrozměrná vzdálenost od stěny y_+ ($y_+ = \frac{u_\tau y}{\nu}$, kde u_τ [$\frac{m}{s}$] je třecí rychlost) pohybovala v oblasti vazké podvrstvy. K tomu byly využity prismatické buňky v místech kontaktu tekutiny s měřenou geometrií. Cílem bylo dosažení průměrné y_+ co nejblíže 1. Toho bylo docíleno pomocí nastavení uvedeného v Tabulce 3.5.2. Příklad rozložení y_+ podél povrchu teplotního čidla je uveden na Obrázku 3.5.1.

Míra natažení prvního elementu (aspect ratio) [1]

6.2

Poměrný růst velikosti elementů [1]	Počet prismatických vrstev [1]
1.2	10

Tabulka 3.5.2: Předepisované hodnoty při vytváření prismatických buněk.



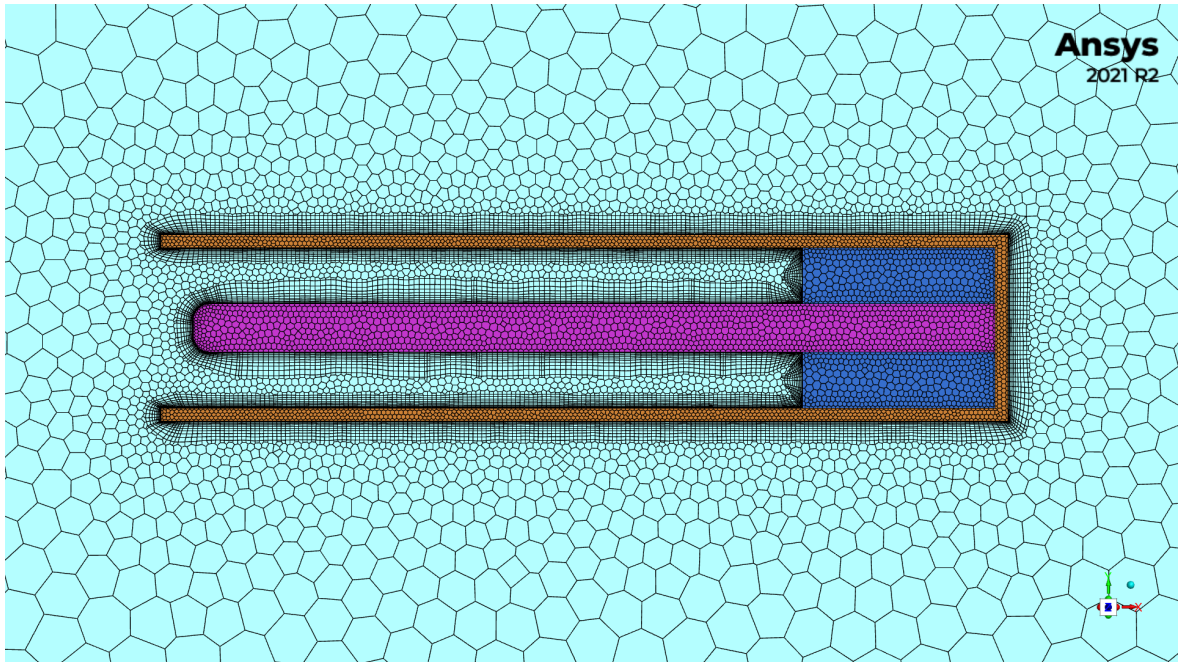
Obrázek 3.5.1: Graf četností hodnot bezrozměrné vzdálenosti od stěny čidla A pro úlohu z Kapitoly ?? . Průměrná hodnota byla pro tento případ rovna 0.945.

3.5.3 Objemová síť

Při vytváření objemové sítě byly zvoleny polyhedrální buňky, které umožňují dosahovat přesnějších řešení oproti starším typům elementů při shodných počtech buněk. Umožňují navíc lepší odhad gradientu díky vyššímu počtu stěn a obecně lze s jejich použitím dosahovat lepší kvality sítě [Sosnowski2018]. Postup generování objemové sítě byl následující:

1. Konverze povrchové triangulace na polygonální síť
2. Vygenerování vrstev prismatických buněk
3. Iterační generování polyhedrální objemové sítě ve zbytku objemu

Maximální šikmost hotové sítě se vždy pohybovala pod hodnotou 0.85. Počty buněk se pohybovaly v rozmezí 450 ÷ 550 tisíc pro symetrické úlohy a 850 ÷ 950 tisíc pro úlohy bez využití symetrie. Příklad výpočetní sítě je uveden na obrázku 3.5.2.



Obrázek 3.5.2: Pohled na výpočetní síť z Kapitoly ?? ze strany symetrie.

3.6 Numerický řešič

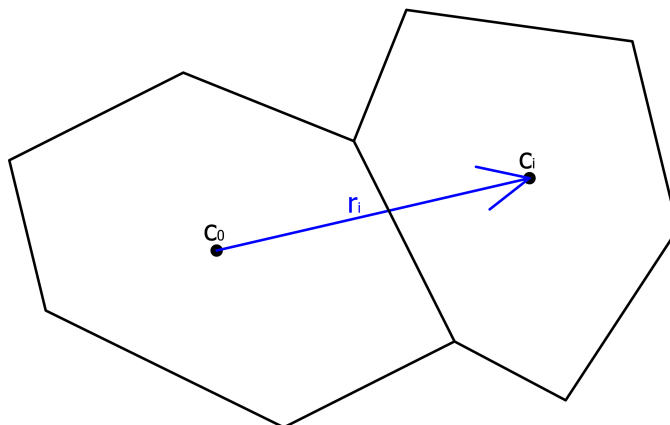
Veškeré výpočty byly provedeny v prostředí výpočetního software Ansys Fluent (verze 2020b-2021b). Ten využívá k řešení problémů metodu konečných objemů, která je pro úlohy počítačové dynamiky tekutin typická. Metoda spočívá v rozdělení kontrolní oblasti na vzájemně disjunktní kontrolní objemy, které ji kompletně pokrývají. Řešené rovnice jsou následně integrovány právě přes dané objemy a poté převedeny na soustavu lineárních rovnic.

3.6.1 Odhad gradientu

Pro určení gradientu ve středu buněk byla zvolena, s ohledem na použití polyhedrální sítě, metoda konečných čtverců. Ta spočívá v hledání váhové funkce mezi dílčími gradienty $(\nabla\varphi)_{c0,i}$:

$$(\nabla\varphi)_{c0,i} \cdot \vec{r}_i = \varphi_{ci} - \varphi_{c0} = (\Delta\varphi)_i \quad (3.6.1)$$

kde \vec{r}_i je vektor spojující středy buněk c_0 a c_i a φ_{c0} , respektive φ_{ci} jsou jim odpovídající hodnoty libovolné veličiny (viz Obrázek 3.6.1). Počet takto vzniklých gradientů je roven počtu sousedních buněk c_i , je tak třeba najít váhovou funkci \vec{W} , jejíž aplikací na



Obrázek 3.6.1: Schéma pro určení gradientu pomocí metody nejmenších čtverců.

soustavu rozdílů $\Delta\vec{\varphi}$ získáme konečný gradient $(\nabla\varphi)_{c0}$, tedy:

$$(\nabla\varphi)_{c0} = \begin{pmatrix} (\nabla\varphi)_{c0}^x \\ (\nabla\varphi)_{c0}^y \\ (\nabla\varphi)_{c0}^z \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} W_{x1} & W_{x2} & \cdots & W_{xn} \\ W_{y1} & W_{y2} & \cdots & W_{yn} \\ W_{z1} & W_{z2} & \cdots & W_{zn} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} (\Delta\varphi)_1 \\ (\Delta\varphi)_2 \\ \vdots \\ (\Delta\varphi)_n \end{pmatrix} = \vec{W} \Delta\vec{\varphi} \quad (3.6.2)$$

3.6.2 Aproximace hodnot na stěnách

3.6.3 Numerické schéma

3.6.4 Inicializace výpočtu

3.6.5 Určení restitučních faktorů