



## IEL – protokol k projektu

Josef Kuchař  
xkucha28

12. prosince 2021

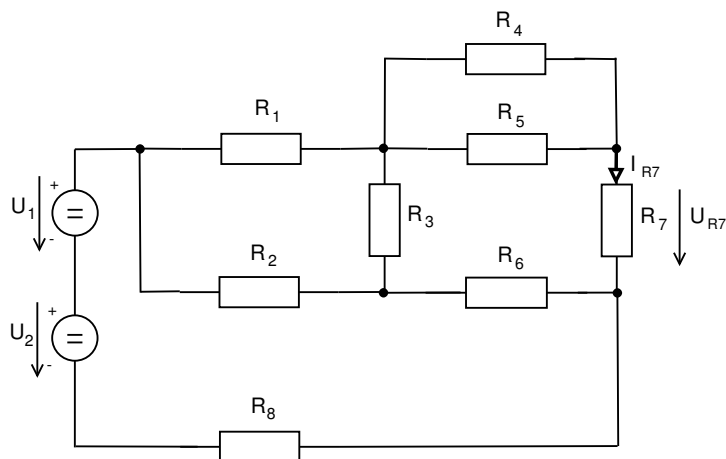
### Obsah

<b>1</b>	<b>Příklad 1</b>	<b>2</b>
1.1	Výpočet odporu $R_{ekv}$	2
1.2	Výpočet $U_{R7}$ a $I_{R7}$	4
1.3	Dosazení	5
<b>2</b>	<b>Příklad 2</b>	<b>6</b>
2.1	Výpočet $R_i$	6
2.2	Výpočet $U_i$	7
2.3	Výpočet proudu a napětí na $R_1$	7
2.4	Dosazení	8
<b>3</b>	<b>Příklad 3</b>	<b>9</b>
3.1	Převedení zdroje a zvolení proudů	9
3.2	Vyjádření vodivostí	10
3.3	Výpočet napětí	10
3.4	Výpočet požadovaného napětí a proudu	10
3.5	Dosazení	11
<b>4</b>	<b>Příklad 4</b>	<b>12</b>
4.1	Zvolení smyček	12
4.2	Vyjádření impedancí	13
4.3	Výpočet proudů	13
4.4	Výpočet napětí a fázového posunu	13
4.5	Dosazení	14
<b>5</b>	<b>Příklad 5</b>	<b>15</b>
<b>6</b>	<b>Shrnutí výsledků</b>	<b>16</b>

## Příklad 1

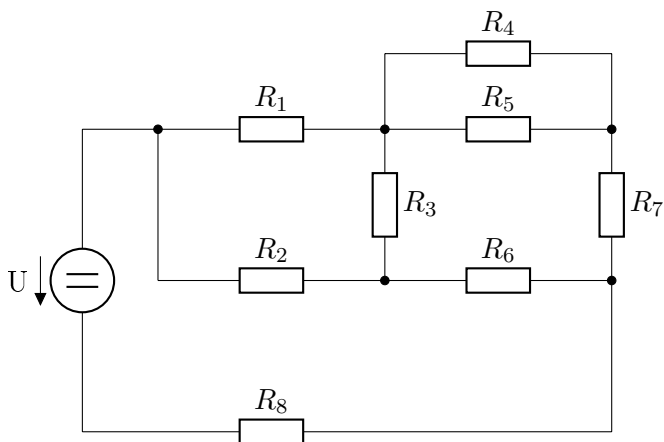
Stanovte napětí  $U_{R7}$  a proud  $I_{R7}$ . Použijte metodu postupného zjednodušování obvodu.

sk.	$U_1$ [V]	$U_2$ [V]	$R_1$ [ $\Omega$ ]	$R_2$ [ $\Omega$ ]	$R_3$ [ $\Omega$ ]	$R_4$ [ $\Omega$ ]	$R_5$ [ $\Omega$ ]	$R_6$ [ $\Omega$ ]	$R_7$ [ $\Omega$ ]	$R_8$ [ $\Omega$ ]
C	100	80	450	810	190	220	220	720	260	180

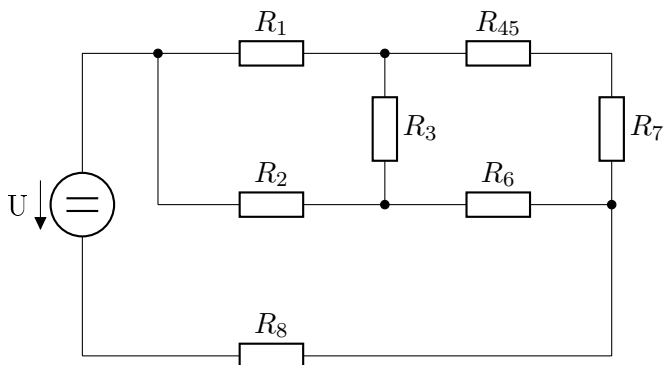


### Výpočet odporu $R_{ekv}$

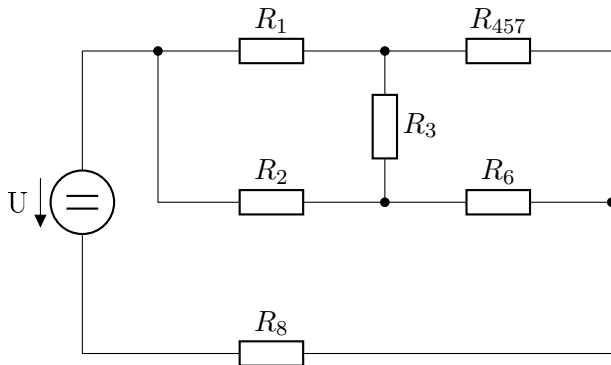
Zjednodušení sériově zapojených zdrojů:  $U = U_1 + U_2$



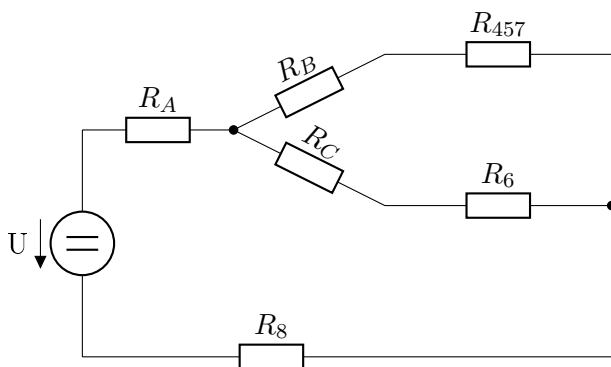
Zjednodušení paralelně zapojených rezistorů:  $R_{45} = \frac{R_4 \cdot R_5}{R_4 + R_5}$



Zjednodušení sériově zapojených rezistorů:  $R_{457} = R_{45} + R_7$



Transfigurace trojúhelník na hvězdu

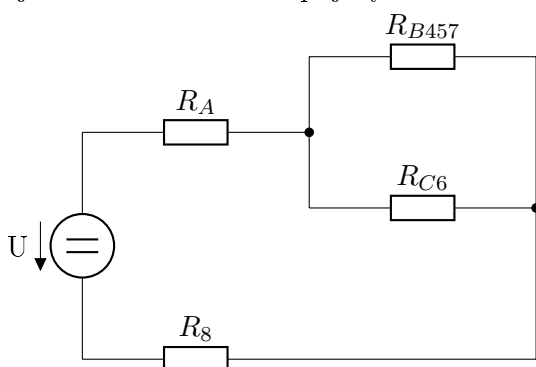


$$R_A = \frac{R_1 \cdot R_2}{R_1 + R_2 + R_3}$$

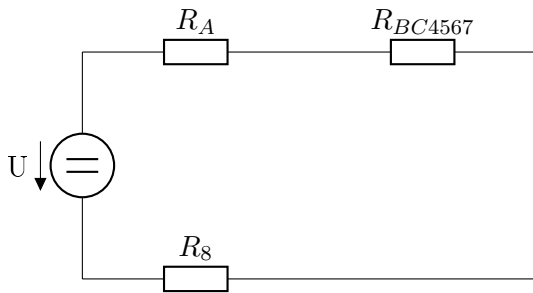
$$R_B = \frac{R_1 \cdot R_3}{R_1 + R_2 + R_3}$$

$$R_C = \frac{R_2 \cdot R_3}{R_1 + R_2 + R_3}$$

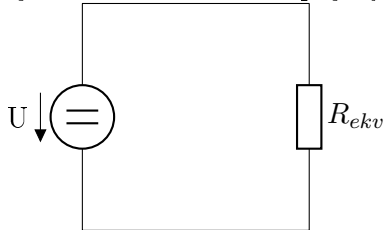
Zjednodušení sériově zapojených rezistorů:  $R_{B457} = R_B + R_{457}$ ,  $R_{C6} = R_C + R_6$



Zjednodušení paralelně zapojených rezistorů:  $R_{BC4567} = \frac{R_{B457} \cdot R_{C6}}{R_{B457} + R_{C6}}$



Zjednodušení sériově zapojených rezistorů:  $R_{ekv} = R_A + R_{BC4567} + R_8$

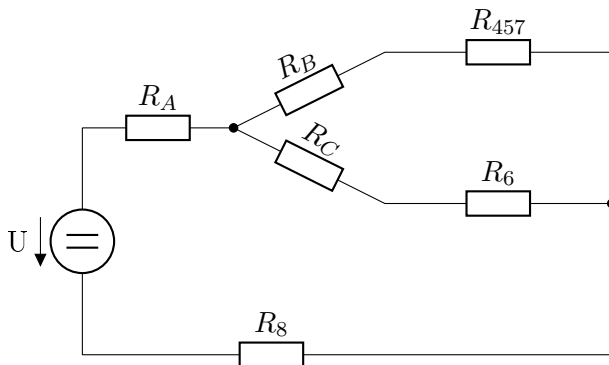


### Výpočet $U_{R7}$ a $I_{R7}$

Výpočet celkového proudu v obvodu

$$I = \frac{U}{R_{ekv}}$$

Zpětné dopočítání proudu a napětí na  $R_7$



Nejprve vypočítáme napětí na  $U_{BC4567}$ . Poté proud v horní větvi, využíváme toho, že  $U_{B457} = U_{BC4567}$ , tento proud se rovná  $I_{R7}$ . Jako poslední krok vypočítáme podle ohmova zákona  $U_{R7}$ .

$$U_{BC4567} = R_{BC4567} I$$

$$I_{B457} = \frac{U_{BC4567}}{R_{B457}}$$

$$I_{R7} = I_{B457}$$

$$U_{R7} = R_7 I_{R7}$$

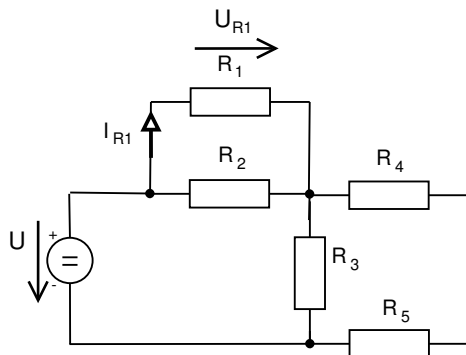
## Dosazení

$$\begin{aligned}
U &= U_1 + U_2 = 100 + 80 = 180V \\
R_{45} &= \frac{R_4 \cdot R_5}{R_4 + R_5} = \frac{220 \cdot 220}{220 + 220} = 110\Omega \\
R_{457} &= R_{45} + R_7 = 110 + 260 = 370\Omega \\
R_A &= \frac{R_1 \cdot R_2}{R_1 + R_2 + R_3} = \frac{450 \cdot 810}{450 + 810 + 190} = \frac{7290}{29}\Omega \\
R_B &= \frac{R_1 \cdot R_3}{R_1 + R_2 + R_3} = \frac{450 \cdot 190}{450 + 810 + 190} = \frac{1710}{29}\Omega \\
R_C &= \frac{R_2 \cdot R_3}{R_1 + R_2 + R_3} = \frac{810 \cdot 190}{450 + 810 + 190} = \frac{3078}{29}\Omega \\
R_{B457} &= R_B + R_{457} = \frac{1710}{29} + 370 = \frac{12440}{29}\Omega \\
R_{C6} &= R_C + R_6 = \frac{3078}{29} + 720 = \frac{23958}{29}\Omega \\
R_{BC4567} &= \frac{R_{B457} \cdot R_{C6}}{R_{B457} + R_{C6}} = \frac{\frac{12440}{29} \cdot \frac{23958}{29}}{\frac{12440}{29} + \frac{23958}{29}} = 282.354\Omega \\
R_{ekv} &= R_A + R_{BC4567} + R_8 = \frac{7290}{29} + 282.354 + 180 = 713.7343\Omega \\
I &= \frac{U}{R_{ekv}} = \frac{180}{713.7343} = 0.2522A \\
U_{BC4567} &= R_{BC4567} I = 282.354 \cdot 0.2522 = 71.2084V \\
I_{R7} &= \frac{U_{BC4567}}{R_{B457}} = I_{B457} = \frac{71.2084}{\frac{12440}{29}} = \underline{\underline{1.66 \cdot 10^{-1} A}} \\
U_{R7} &= R_7 I_{R7} = 260 * 1.66 \cdot 10^{-1} = \underline{\underline{43.1601V}}
\end{aligned}$$

## Příklad 2

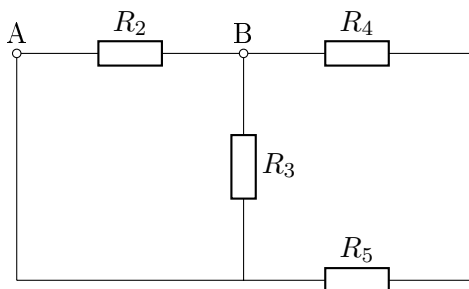
Stanovte napětí  $U_{R1}$  a proud  $I_{R1}$ . Použijte metodu Théveninovy věty.

sk.	$U$ [V]	$R_1$ [ $\Omega$ ]	$R_2$ [ $\Omega$ ]	$R_3$ [ $\Omega$ ]	$R_4$ [ $\Omega$ ]	$R_5$ [ $\Omega$ ]
C	200	70	220	630	240	450



### Výpočet $R_i$

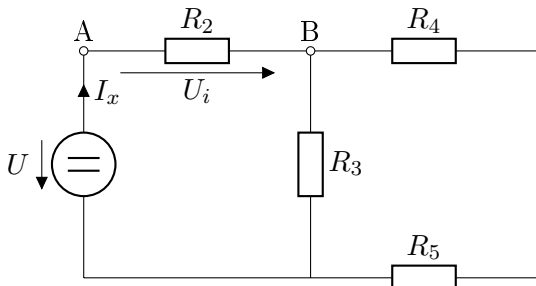
V obvodu vyzkratujeme zdroj a odstraníme rezistor  $R_1$ . Následně spočítáme odpor mezi svorkami, kde byl rezistor  $R_1$  původně.



$$\begin{aligned}
 R_{45} &= R_4 + R_5 \\
 R_{345} &= \frac{R_3 \cdot R_{45}}{R_3 + R_{45}} \\
 R_i &= \frac{R_2 \cdot R_{345}}{R_2 + R_{345}}
 \end{aligned}$$

## Výpočet $U_i$

Z původního obvodu odstraníme rezistor  $R_2$ . Poté spočítáme  $R_{ekv}$ , pro zjednodušení můžeme použít  $R_{345}$  z předchozího výpočtu. Po spočítání  $R_{ekv}$  můžeme spočítat proud  $I_x$  a následně  $U_i$ , protože  $U_i = U_{R2}$ .



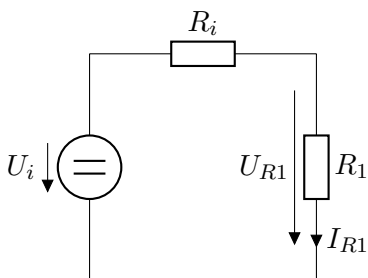
$$R_{ekv} = R_{345} + R_2$$

$$I_x = \frac{U}{R_{ekv}}$$

$$U_i = R_2 \cdot I_x$$

## Výpočet proudu a napětí na $R_1$

Už máme  $U_i$  a  $R_i$ , takže můžeme podle Ohmova zákona snadno spočítat  $I_{R1}$  a  $U_{R1}$ .



$$I_{R1} = \frac{U_i}{R_i + R_1}$$

$$U_{R1} = R_1 \cdot I_{R1}$$

## Dosazení

$$R_{45} = R_4 + R_5 = 240 + 450 = 690\Omega$$

$$R_{345} = \frac{R_3 \cdot R_{45}}{R_3 + R_{45}} = \frac{630 \cdot 690}{630 + 690} = \frac{7245}{22}\Omega$$

$$R_i = \frac{R_2 \cdot R_{345}}{R_2 + R_{345}} = \frac{220 \cdot \frac{7245}{22}}{220 + \frac{7245}{22}} = 131.8908\Omega$$

$$R_{ekv} = R_{345} + R_2 = \frac{7245}{22} + 220 = 549.3182\Omega$$

$$I_x = \frac{U}{R_{ekv}} = \frac{200}{549.3182} = 0.3641A$$

$$U_i = R_2 \cdot I_x = 220 \cdot 0.3641 = 80.0993V$$

$$I_{R1} = \frac{U_i}{R_i + R_1} = \frac{80.0993}{131.8908 + 70} = \underline{\underline{3.9675 \cdot 10^{-1}A}}$$

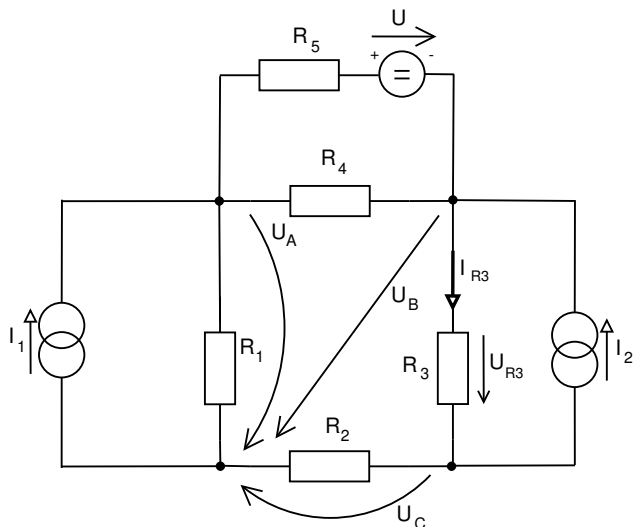
$$U_{R1} = R_1 \cdot I_{R1} = 70 \cdot 3.9675 \cdot 10^{-1} = \underline{\underline{27.7722V}}$$



### Příklad 3

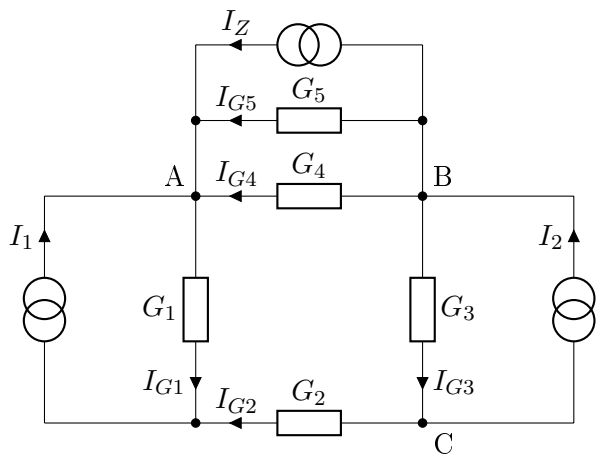
Stanovte napětí  $U_{R3}$  a proud  $I_{R3}$ . Použijte metodu uzlových napětí ( $U_A$ ,  $U_B$ ,  $U_C$ ).

sk.	$U$ [V]	$I_1$ [A]	$I_2$ [A]	$R_1$ [ $\Omega$ ]	$R_2$ [ $\Omega$ ]	$R_3$ [ $\Omega$ ]	$R_4$ [ $\Omega$ ]	$R_5$ [ $\Omega$ ]
G	160	0.65	0.45	46	41	53	33	29



### Převodění zdroje a zvolení proudů

Schéma po převodění napěťového zdroje na proudový s vyznačenými zvolenými proudy.



## Vyjádření vodivosti

Nejprve převedeme všechny odpory na vodivosti

$$\begin{aligned}G_1 &= \frac{1}{R_1} \\G_2 &= \frac{1}{R_2} \\G_3 &= \frac{1}{R_3} \\G_4 &= \frac{1}{R_4} \\G_5 &= \frac{1}{R_5}\end{aligned}$$

## Výpočet napětí

Sestavené rovnice pro uzly použitím I. Kirchhoffova zákona

$$\begin{aligned}I_1 - I_{G1} + I_{G4} + I_{G5} + I_Z &= 0 \\I_2 - I_{G3} - I_{G4} - I_{G5} - I_Z &= 0 \\I_{G3} - I_{G2} - I_2 &= 0\end{aligned}$$

Vyjádření neznámých proudů pomocí napětí a vodivosti

$$\begin{aligned}-G_1 U_A + G_4 (U_B - U_A) + G_5 (U_B - U_A) &= -I_1 - I_Z \\-G_3 (U_B - U_C) - G_4 (U_B - U_A) - G_5 (U_B - U_A) &= I_Z - I_2 \\G_3 (U_B - U_C) - G_2 U_C &= I_2\end{aligned}$$

Po vytknutí napětí dostáváme

$$\begin{aligned}U_A (-G_1 - G_4 - G_5) + U_B (G_4 + G_5) &= -I_1 - I_Z \\U_A (G_4 + G_5) + U_B (-G_3 - G_4 - G_5) + U_C (G_3) &= I_Z - I_2 \\U_B (G_3) + U_C (-G_3 - G_2) &= I_2\end{aligned}$$

Následně soustavu rovnic převedeme do matice

$$\begin{pmatrix} -G_1 - G_4 - G_5 & G_4 + G_5 & 0 \\ G_4 + G_5 & -G_3 - G_4 - G_5 & G_3 \\ 0 & G_3 & -G_3 - G_2 \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} U_A \\ U_B \\ U_C \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} -I_1 - I_Z \\ I_Z - I_2 \\ I_2 \end{pmatrix}$$

## Výpočet požadovaného napětí a proudu

Po vypočítání matice už snadno vypočítáme napětí  $U_{R3}$  a proud  $I_{R3}$

$$\begin{aligned}U_{R3} &= U_B - U_C \\I_{R3} &= U_{R3} G_3\end{aligned}$$

## Dosazení

$$G_1 = \frac{1}{R_1} = \frac{1}{46} S$$

$$G_2 = \frac{1}{R_2} = \frac{1}{41} S$$

$$G_3 = \frac{1}{R_2} = \frac{1}{53} S$$

$$G_4 = \frac{1}{R_4} = \frac{1}{33} S$$

$$G_5 = \frac{1}{R_5} = \frac{1}{29} S$$

$$\begin{pmatrix} -0.086525 & 0.064786 & 0 \\ 0.064786 & -0.083654 & 0.018868 \\ 0 & 0.018868 & -0.043258 \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} U_A \\ U_B \\ U_C \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} -6.1672 \\ 5.0672 \\ 0.4500 \end{pmatrix}$$

$$\begin{pmatrix} U_A \\ U_B \\ U_C \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 53.3124 \\ -23.9928 \\ -20.8676 \end{pmatrix}$$

$$U_{R3} = U_B - U_C = -23.9928 - (-20.8676) = \underline{\underline{-3.1252V}}$$

$$I_{R3} = U_{R3} G_3 = -3.1252 \cdot \frac{1}{53} = \underline{\underline{-5.8965 \cdot 10^{-2} A}}$$

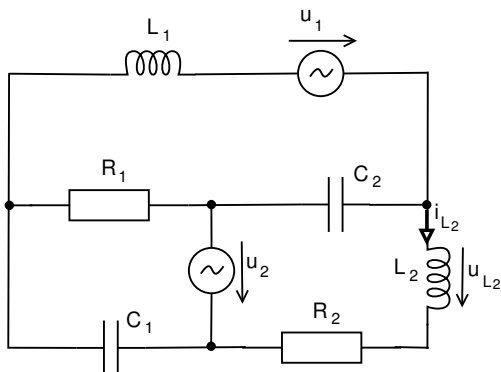
## Příklad 4

Pro napájecí napětí platí:  $u_1 = U_1 \cdot \sin(2\pi ft)$ ,  $u_2 = U_2 \cdot \sin(2\pi ft)$ .

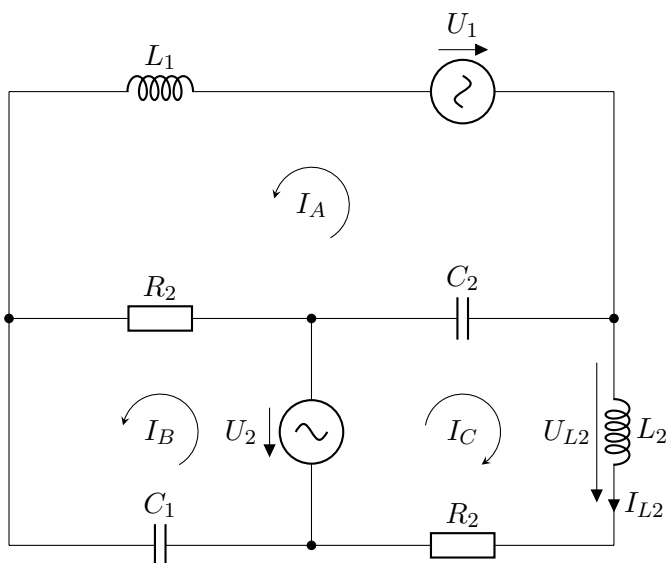
Ve vztahu pro napětí  $u_{L_2} = U_{L_2} \cdot \sin(2\pi ft + \varphi_{L_2})$  určete  $|U_{L_2}|$  a  $\varphi_{L_2}$ . Použijte metodu smyčkových proudů.

Pozn: Pomocné směry šipek napájecích zdrojů platí pro speciální časový okamžik ( $t = \frac{\pi}{2\omega}$ ).

sk.	$U_1$ [V]	$U_2$ [V]	$R_1$ [ $\Omega$ ]	$R_2$ [ $\Omega$ ]	$L_1$ [mH]	$L_2$ [mH]	$C_1$ [ $\mu$ F]	$C_2$ [ $\mu$ F]	$f$ [Hz]
C	3	4	10	13	220	70	230	85	75



### Zvolení smyček



## Vyjádření impedancí

Nejprve vyjádříme úhlovou frekvenci

$$\omega = 2\pi f$$

Poté vyjádříme impedance kondenzátorů a cívek

$$\begin{aligned}Z_{L1} &= jL_1\omega \\Z_{L2} &= jL_2\omega \\Z_{C1} &= -j\frac{1}{C_1\omega} \\Z_{C2} &= -j\frac{1}{C_2\omega}\end{aligned}$$

## Výpočet proudů

Sestavené rovnice smyček podle II. Kirchhoffova zákona

$$\begin{aligned}-U_1 + Z_{L1}I_A + R_1(I_A - I_B) + Z_{C2}(I_A + I_C) &= 0 \\-U_2 + R_1(I_B - I_A) + Z_{C1}I_B &= 0 \\-U_2 + Z_{C2}(I_C + I_A) + Z_{L2}I_C + R_2I_C &= 0\end{aligned}$$

Po vytknutí proudů dostáváme:

$$\begin{aligned}I_A(Z_{L1} + R_1 + Z_{C2}) + I_B(-R_1) + I_C(Z_{C2}) &= U_1 \\I_A(-R_1) + I_B(R_1 + Z_{C1}) &= U_2 \\I_A(Z_{C2}) + I_C(Z_{C2} + Z_{L2} + R_2) &= U_2\end{aligned}$$

Následně soustavu rovnic převedeme do matice

$$\begin{pmatrix} Z_{L1} + R_1 + Z_{C2} & -R_1 & Z_{C2} \\ -R_1 & R_1 + Z_{C1} & 0 \\ Z_{C2} & 0 & Z_{C2} + Z_{L2} + R_2 \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} I_A \\ I_B \\ I_C \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} U_1 \\ U_2 \\ U_2 \end{pmatrix}$$

## Výpočet napětí a fázového posunu

Po vypočítání matice už snadno vypočítáme napětí  $|U_{L2}|$  a fázový posun  $\varphi_{L2}$

$$\begin{aligned}I_{L2} &= I_C \\U_{L2} &= Z_{L2}I_{L2} \\|U_{L2}| &= |Z_{L2}I_{L2}| \\\varphi_{L2} &= \tan^{-1} \left( \frac{U_{L2imag}}{U_{L2real}} \right) \cdot \frac{180}{\pi}\end{aligned}$$

## Dosazení

$$\begin{pmatrix} 10 + 78.7071j & -10 & -24.9655j \\ -10 & 10 - 9.2264j & 0 \\ -24.9655j & 0 & 13 + 8.0212j \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} I_A \\ I_B \\ I_C \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 3 \\ 4 \\ 4 \end{pmatrix}$$

$$\begin{pmatrix} I_A \\ I_B \\ I_C \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0.1712 - 0.0356j \\ 0.3263 + 0.2655j \\ 0.4193 + 0.0702j \end{pmatrix}$$

$$I_{L2} = I_C = (0.4193 + 0.0702j)A$$

$$U_{L2} = Z_{L2}I_{L2} = 32.9867j \cdot (0.4193 + 0.0702j) = (-2.3142 + 13.8305j)V$$

$$|U_{L2}| = \underline{\underline{14.0228V}}$$

$$\tan^{-1} \left( \frac{13.8305}{-2.3142} \right) \cdot \frac{180}{\pi} = \tan^{-1} \left( \frac{U_{L2imag}}{U_{L2real}} \right) \cdot \frac{180}{\pi} = -80.501^\circ$$

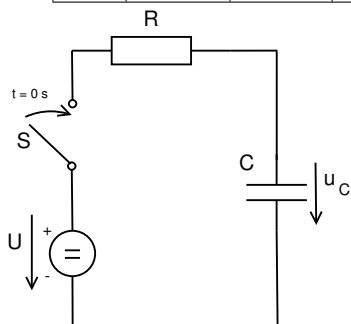
Úhel fázového posunu vyšel ve špatném kvadrantu, proto je potřeba přičíst  $180^\circ$

$$\varphi_{L2} = \tan^{-1} \left( \frac{13.8305}{-2.3142} \right) \cdot \frac{180}{\pi} + 180^\circ = \underline{\underline{99.499^\circ}}$$

## Příklad 5

V obvodu na obrázku níže v čase  $t = 0$  [s] sepne spínač  $S$ . Sestavte diferenciální rovnici popisující chování obvodu na obrázku, dále ji upravte dosazením hodnot parametrů. Vypočítejte analytické řešení  $u_C = f(t)$ . Proveďte kontrolu výpočtu dosazením do sestavené diferenciální rovnice.

sk.	$U$ [V]	$R$ [ $\Omega$ ]	$C$ [F]	$u_C(0)$ [V]
C	45	5	30	12



## Shrnutí výsledků

Příklad	Skupina	Výsledky	
1	C	$U_{R7} = 43.1601V$	$I_{R7} = 1.66 \cdot 10^{-1}A$
2	C	$U_{R1} = 27.7722V$	$I_{R1} = 3.9675 \cdot 10^{-1}A$
3	G	$U_{R3} = -3.1252V$	$I_{R3} = -5.8965 \cdot 10^{-2}A$
4	C	$ U_{L2}  = 14.0228V$	$\varphi_{L2} = 99.499^\circ$
5	C	$u_C =$	