

Construcción

Grupo 5 Capstone

October 2025

$$\min_F Z(F) = \frac{1}{2} \sum_{a \in A} \left[\int_0^{f_a} c_a(x, f_{a'}) dx + \int_0^{f_a} c_a(x, 0) dx \right].$$

1 Introduction

2 Supuestos

1. Se asume que cada vivienda se construye desde cero, sobre un terreno definido cuyas características físicas son parámetros fijos y no pueden modificarse. El modelo busca maximizar la rentabilidad de la construcción, definida como la diferencia entre la tasación post-construcción y el costo total de edificación, sujeto a las restricciones físicas, estructurales y de consistencia espacial de la vivienda.
2. Todas las construcciones corresponden a nueva edificación, por lo que se asume que la calidad y condición de todos los elementos estructurales es excelente:

OverallQual = 10, OverallCond = 10

ExterQual = Ex, ExterCond = Ex

BsmtQual = Ex, HeatingQC = Ex

KitchenQual = Ex

Esto implica que no existen depreciaciones asociadas a desgaste, y que los costos reflejan materiales y terminaciones de alta gama.

3. Solo puede seleccionarse una categoría por variable estructural o de sistema, tales como:

Foundation, RoofStyle, RoofMatl, Heating, Electrical, GarageType, Exterior1st, HouseStyle, entre otras.

Esta exclusividad asegura consistencia constructiva y evita configuraciones físicamente imposibles (por ejemplo, combinar techos de distintos materiales o cimentaciones incompatibles).

4. Todas las áreas modeladas corresponden a espacios terminados; no existen sectores sin finalizar. Se imponen las siguientes condiciones:

$$\text{BsmtUnfSF} = 0, \text{LowQualFinSF} = 0.$$

Los tipos de sótano Unf o NA implican área de acabado nula.

Los estilos de vivienda con niveles “parciales” (1.5Fin, 2.5Fin, etc.) son excluidos.

Así, cada espacio construido contribuye a la superficie útil total y tiene costo de terminación asociado.

5. Las viviendas pueden tener uno o dos pisos completos, sin niveles medios ni áticos.

El área de cimentación y la huella de construcción equivalen al área del primer piso ($\text{AreaFoundation}_i = 1stFlrSF_i$). Las áreas asociadas al segundo piso (baños, cocinas, dormitorios, otros) se activan solo si $\text{Floor2}_i = 1$, *conociendo las más realistas.*

Estas cotas derivadas proporcionan estípulas de distribución de superficie habitacional según U.S. DOE (2024).6. El tipo

Si la vivienda tiene sótano, se permiten solo BrkTil, CBlock, PConc, o Stone.

Si no tiene sótano, se permiten Slab o Wood.

El área de cimentación se iguala al área del primer piso y su costo depende del tipo seleccionado.

7. Se considera al menos una cocina y un baño completo en el primer piso, con límites superiores de repetición por tipo de vivienda.

En viviendas tipo Duplex o Two-Family Conversion, se permite la replicación de ambientes equivalentes en el segundo piso (cocina, baño, dormitorios).

8. El área real del techo se calcula como $\text{ActualRoofArea}_i = s_{ms,m} Z_{i,s,m}$, donde $s_{ms,m}$ es un factor dependiente (1.1–1.5).

3 Función Objetivo

$$\max \Pi = V_i^{post} - C_i^{Total}$$

Donde:

- Π = Rentabilidad
- V_i^{post} =Valor de la casa construida.
- C_i^{Total} =Costo Total construcción

$$C_i^{Total} = C_i^{Foundation} + C_i^{Roof} + C_i^{Heating} + C_i^{CentralAir} + C_i^{Electrical} + C_i^{PavedDrive} + \\ C_i^{Kitchen} + C_i^{HalfBaths} + C_i^{FullBaths} + C_i^{Bedroom} + C_i^{Garage} + C_i^{Porch} + C_i^{WoodDeck} + \\ C_i^{Reja} + C_i^{Basement} + C_i^{MasVnr} + C_i^{Exterior} + C_i^{MiscFeature} + C_i^{FirePlaces}$$

- $C_i^{Foundation} = \sum_f L_{i,f} \cdot C_f$
- $C_i^{Roof} = \sum_s \sum_m C_m \cdot (\gamma_{s,m} \cdot Z_{i,s,m})$
- $C_i^{Heating} = \sum_h C_{h,Ex} \cdot HasHeating_{i,h}$
- $C_i^{CentralAir} = \sum_a C_{i,a}$
- $C_i^{Electrical} = \sum_e C_e \cdot Electrical_{i,e}$
- $C_i^{PavedDrive} = \sum_d C_d \cdot PavedDrive_{i,d}$
- $C_i^{Kitchen} = \sum_k C_{k,Ex} \cdot AreaKitchen_i$
- $C_i^{HalfBaths} = C_{HalfBath} \cdot AreaHalfBath_i$
- $C_i^{FullBaths} = C_{FullBath} \cdot AreaFullBath_i$
- $C_i^{Bedroom} = C_{Bedroom} \cdot AreaBedroom_i$
- $C_i^{Garage} = C_{Garage} \cdot GarageArea_i$
- $C_i^{Porch} = OpenPorch_i \cdot C_{OpenPorch} + EnclosedPorch_i \cdot C_{EnclosedPorch} + 3SsnPorch_i \cdot C_{3SsnPorch} + ScreenPorch_i \cdot C_{ScreenPorch}$
- $C_i^{WoodDeck} = WoodDesk \cdot C_{WoodDeck}$
- $C_i^{Fence} = L_i \cdot C_{Fence}$
- $C_i^{Exterior} = C_{e1} \cdot AreaExterior1st_{i,e1}$
- $C_i^{MasVnr} = \sum_t MvProd_{i,t} \cdot C_t$
- $C_i^{Garage} = \sum_g GA_{i,g} \cdot C_{garage}$
- $C_i^{FirePlaces} = C_{f,Ex} \cdot FirePlaces_i$
- $C_i^{Basement} =$

4 Variables Binarias:

- $Floor1_i \in \{0, 1\} \quad \forall i \in \mathcal{I}$: Casa i tiene 1 piso
- $Floor2_i \in \{0, 1\} \quad \forall i \in \mathcal{I}$: Casa tiene 2 pisos
- $SameMaterial_i \in \{0, 1\}$
- $HasReja_i \in \{0, 1\}$

5 Variables de área

- $\text{AreaBedrooms}_i \in \mathbf{Z}_{\geq 0}$
- AreaBedroom1_i
- AreaBedroom2_i
- $\text{AreaMasterBedroom}_i$
- AreaOtherRooms1_i
- AreaOtherRooms2_i
- AreaOther_i
- $\text{AreaKitchen}_i \in \mathbf{Z}_{\geq 0}$
- $\text{AreaFullBath}_i \in \mathbf{Z}_{\geq 0}$
- $\text{AreaHalfBath}_i \in \mathbf{Z}_{\geq 0}$
- $\text{AreaKitchen1}_i \in \mathbf{Z}_{\geq 0}$
- $\text{AreaKitchen2}_i \in \mathbf{Z}_{\geq 0}$
- $\text{AreaFullBath1}_i \in \mathbf{Z}_{\geq 0}$
- $\text{AreaFullBath2}_i \in \mathbf{Z}_{\geq 0}$
- $\text{AreaHalfBath1}_i \in \mathbf{Z}_{\geq 0}$
- $\text{AreaHalfBath2}_i \in \mathbf{Z}_{\geq 0}$
- $\text{AreaFoundation}_i \in \mathbf{Z}_{\geq 0}$
- $\text{AreaRoof}_i \in \mathbf{Z}_{\geq 0}$
- $\text{PR1}_i, \text{PR2}_i \geq 0 \quad (\text{auxiliares para linealizar AreaRoof}_i)$
- PR1_i : Área del primer piso que se cubre con techo, si vivienda tiene 1 piso
- PR2_i Área del segundo piso que se cubre con techo, si vivienda tiene 2 pisos
- $P_i^{(1)}$
- $P_i^{(2)}$
- $W_{i,e1}$: cuanta área exterior de la casa se cubre con el material e1
- $GA_{i,g}$: área del garage tipo g

6 Variables de conteo

- $FullBath1_i \in \mathbf{Z}$ cantidad de Full Baths en primer piso
- $FullBath2_i$ cantidad de FullBath en segundo piso
- $HalfBath1_i \in \mathbf{Z}_{\geq 0}$
- $HalfBath2_i \in \mathbf{Z}_{\geq 0}$
- $Kitchen1_i \in \mathbf{Z}_{\geq 0}$
- $Kitchen2_i \in \mathbf{Z}_{\geq 0}$
- $Bedroom1_i$
- $Bedroom2_i$
- $OtherRooms1_i$
- $OtherRooms2_i$
- $OtherRooms_i$

7 Restricciones

7.0.1 Restricciones de exclusividad

$$\sum_s MSSubClass_{i,s} = 1 \quad \forall i \in \mathcal{I}$$

$$\sum_{b \in b} BldgType_{i,b} = 1 \quad \forall i \in \mathcal{I}$$

$$\sum_{hs} HouseStyle_{i,hs} = 1$$

$$\sum_r RoofStyle_{i,r} = 1$$

$$\sum_m RoofMatl_{i,m} = 1$$

$$\sum_{e1} Exterior1st_{i,e1} = 1,$$

$$\sum_{e2} Exterior2nd_{i,e2} = 1$$

$$\sum_t MasVnrType_{i,t} = 1$$

$$\sum_f Foundation_{i,f} = 1$$

$$\sum_x BsmtExpoure_{i,x} = 1$$

$$\sum_{b1} BsmtFinType1_{i,b1} = 1$$

$$\sum_{b2} BsmtFinType2_{i,b2} = 1$$

$$\sum_h Heating_{i,h} = 1$$

$$\sum_a CentralAir_{i,a} = 1$$

$$\sum_e Electrical_{i,e} = 1$$

$$\sum_g GarageType_{i,g} = 1$$

$$\sum_{gf} GarageFinish_{i,gf} = 1$$

$$\sum_p PavedDrive_{i,p} = 1$$

$$\sum_{misc} MiscFeature_{i,misc} = 1$$

7.1 Consistencia de Áreas

7.1.1 Áreas construidas no pueden sobrepasar el área del terreno

$$1stFlrSF_i + TotalPorchSF_i + AreaPool_i \leq LotArea_i, \quad \forall i \in \mathcal{I}$$

$$LotOc_i = 1stFlrSF_i + TotalPorchSF_i + WoodDeckSF_i + AreaPool_i + GarageArea_i \quad \forall i \in \mathcal{I}$$

7.1.2 El segundo piso no puede ser más grande que el primero

$$2ndFlrSF_i \leq 1stFlrSF_i \quad \forall i \in \mathcal{I}$$

7.1.3 Área Habitable

$$GrLivArea = 1stFlrSF_i + 2ndFlrSF_i$$

7.1.4 Área Total FullBath es igual al área baños 1er piso + área baños 2do piso

$$AreaFullBath_i = AreaFullBath1_i + AreaFullBath2_i$$

7.1.5 Área Total HalfBath es igual al área baños 1er piso + Área baños 2do piso

$$AreaHalfBath_i = AreaHalfBath1_i + AreaHalfBath2_i$$

7.1.6 Tiene que haber un baño en el primer piso

$$FullBath1_i \geq 1$$

7.1.7 Tiene que haber una cocina en el primer piso

$$Kitchen1_i \geq 1$$

7.1.8 Areas Primer y segundo piso

$$2ndFlrSF_i \leq M_{max}^{2ndFlrSF} \cdot Floor2_i$$

$$2ndFlrSF_i \geq \epsilon \cdot Floor2_i$$

$$1stFlrSF_i \geq \epsilon \cdot (Floor1_i + Floor2_i)$$

Donde:

- $\epsilon = 450$

- $\epsilon = 350$

7.2 Consistencia Cantidades

7.2.1 Cantidad total de FullBaths

$$FullBath_i = FullBath1_i + FullBath2_i \quad \forall i.$$

7.2.2 Cantidad Total de HalfBath

$$HalfBath_i = HalfBath1_i + HalfBath2_i \quad \forall i.$$

7.2.3 Cantidad Total de Cocinas

$$Kitchen_i = Kitchen1_i + Kitchen2_i \quad \forall i.$$

7.3 Máximo de repeticiones

- Parámetros para Bedrooms según tipo de vivienda

- $Bed_{max}^{1Fam} = 6$

- $Bed_{max}^{TwlhsE} = 4$

- $Bed_{max}^{TwlhsI} = 4$

- $Bed_{max}^{Dplx} = 5$

- $Bed_{max}^{2FmCon} = 8$

7.3.1 Máxima cantidad de habitaciones:

$$\text{Bedrooms}_i \leq \sum_{b \in \mathcal{B}} \text{Bed}_{max}^b \cdot \text{BldgType}_{i,b} \quad \forall i \in \mathcal{I}$$

- Parámetros para FullBaths:

– $F_{max}^{1Fam} = 4$

– $F_{max}^{TwnhsE} = 3$

– $F_{max}^{TwnhsI} = 3$

– $F_{max}^{Dplx} = 4$

– $F_{max}^{2FmCon} = 6$

7.3.2 Máxima cantidad de FullBaths:

$$\text{FullBath}_i \leq \sum_b F_{max}^b \cdot \text{BldgType}_{i,b}$$

- Parámetros HalfBath:

– $H_{max}^{1Fam} = 2$

– $H_{max}^{TwnhsE} = 2$

– $H_{max}^{TwnhsI} = 2$

– $H_{max}^{Dplx} = 2$

– $H_{max}^{2FmCon} = 3$

7.3.3 Máxima cantidad de HalfBaths:

$$\text{HalfBath}_i \leq \sum_b H_{max}^b \cdot \text{BldgType}_{i,b}$$

- Parámetros Cocina:

– $K_{max}^{1Fam} = 1$

– $K_{max}^{TwnhsE} = 1$

– $K_{max}^{TwnhsI} = 1$

$$- K_{max}^{Dplx} = 2$$

$$- K_{max}^{2FmCon} = 2$$

7.3.4 Máxima cantidad de Cocinas:

$$\text{Kitchen}_i \leq \sum_b K_{max}^b \text{BldgType}_{i,b}$$

- Parámetros Chimenea:

$$- Ch_{max}^{1Fam} = 1$$

$$- Ch_{max}^{TwnhsE} = 1$$

$$- Ch_{max}^{TwnhsI} = 1$$

$$- Ch_{max}^{Dplx} = 1$$

$$- Ch_{max}^{2FmCon} = 2$$

7.3.5 Máxima cantidad de chimeneas:

$$\text{FirePlaces}_i \leq \sum_b Ch_{max}^b \text{BldgType}_{i,b}$$

7.4 Casa solo puedo tener 1 ó 2 pisos

$$\text{Floor1}_i + \text{Floor2}_i = 1 \quad \forall i \in \mathcal{I}$$

7.5 Garage

7.5.1 Consistencia Areas Garage

$$150 \cdot \text{GarageCars}_i \leq \text{GarageArea}_i \leq 250 \cdot \text{GarageCars}_i$$

7.5.2 Existencias de activación

$$\text{GarageCars}_i \leq \bar{C}_i^{cars} (1 - \text{GarageType}_{i,NA}) \quad \forall i,$$

$$\text{GarageArea}_i \leq \bar{A}_i^{garage} (1 - \text{GarageType}_{i,NA}) \quad \forall i.$$

Donde:

- $\bar{C}_i^{cars} = 4$

- $\bar{A}_i^{garage} = 0.2 \cdot \text{LotArea}_i$

7.5.3 Acabados

$$\text{GarageFinish}_{i,NA} = \text{GarageType}_{i,NA} \quad \forall i,$$

$$\text{GarageFinish}_{i,Fin} + \text{GarageFinish}_{i,RFn} = 1 - \text{GarageType}_{i,NA} \quad \forall i.$$

7.5.4 Mínimo Funcional

$$\text{GarageCars}_i \geq 1 - \text{GarageType}_{i,NA} \quad \forall i.$$

7.6 Cerca

- Parámetros:

$$- L_i^{Reja} = \text{LotFrontage}_i$$

$$\text{C}_i^{Reja} =$$

7.7 Area Techo

7.7.1 Área techo

$$\text{PR1}_i \leq \text{1stFloorSF}_i$$

$$\text{PR1}_i \leq U_i^{(1)} \cdot \text{Floor1}_i$$

$$\text{PR1}_i \geq \text{1stFloorSF}_i - U_i^{(1)} \cdot (1 - \text{Floor}_i)$$

$$\text{PR2}_i \leq \text{2ndFloorSF}_i,$$

$$\text{PR2}_i \leq U_i^{(2)} \cdot \text{Floor2}_i$$

$$\text{PR2}_i \geq \text{2ndFloorSF}_i - U_i^{(2)} \cdot (1 - \text{Floor2}_i)$$

Donde:

- $U_i^{(1)} \geq \text{1stFlrSF}_i$
- $U_i^{(2)} \geq \text{2ndFlrSF}_i$
- $U_i^{plan} \geq \max\{\text{1stFlrSF}_i, \text{2ndFlrSF}_i\}$: cota superior

7.7.2 Área que debe ser cubierta

$$\text{PlanRoofArea}_i = \text{PR1}_i + \text{PR2}_i$$

7.7.3 Área real de techo que se debe construir de acuerdo a pendiente del tipo de techo

$$\text{ActualRoofArea}_i = \sum_s \sum_m \gamma_{s,m} \cdot Z_{i,s,m}$$

Donde:

- $\gamma_{s,m} \geq 1$. Factor de expansión según estilo
- $Z_{i,s,m}$ variable auxiliar que linealiza
- $Y_{i,s,m} \in 0, 1$ toma valor 1 cuando se selecciona el estilo s y material m de la casa i

7.7.4 Combinacion estilo y material:Exclusividad

$$\begin{aligned} Y_{i,s,m} &\leq RoofStyle_{i,s} \quad \forall s \in S, \forall m \in M, \\ Y_{i,s,m} &\leq RoofMatl_{i,m} \quad \forall s \in S, \forall m \in M, \\ Y_{i,s,m} &\geq RoofStyle_{i,s} + RoofMatl_{i,m} - 1 \quad \forall s \in S, \forall m \in M, \\ \sum_s \sum_m Y_{i,s,m} &= 1. \end{aligned}$$

7.7.5 Restricciones lineales de techo

$$\begin{aligned} Z_{i,s,m} &\leq PlanRoofArea_i \quad \forall s, m, \\ Z_{i,s,m} &\leq U_i^{plan} Y_{i,s,m} \quad \forall s, m, \\ Z_{i,s,m} &\geq PlanRoofArea_i - U_i^{plan} (1 - Y_{i,s,m}) \quad \forall s, m, \\ Z_{i,s,m} &\geq 0 \quad \forall s, m, \end{aligned}$$

7.8 Consistencias Áreas Globales

$$\begin{aligned} TotalBsmtSF_i &= BsmtFinSF1_i + BsmtFinSF2_i, \\ TotalArea_i &= 1stFlrSF_i + 2ndFlrSF_i + TotalBsmtSF_i \end{aligned}$$

7.9 Límites de ocupación

$$\begin{aligned} 1stFlrSF_i &\leq M_{max}^{1stFlrSF}, \\ 2ndFlrSF_i &\leq M_{max}^{2ndFlrSF}, \\ TotalBsmtSF_i &\leq M_{max}^{TotalBasmt}, \\ GarageArea_i &\leq M_{max}^{GarageArea} \end{aligned}$$

Donde:

- $M_{max}^{1stFlrSF} = 0.6LotArea$
- $M_{max}^{2ndFlrSF} = 0.5LotArea$
- $M_{max}^{TotalBasmt} = 0.5LotArea$
- $M_{max}^{GarageArea} = 0.2LotArea$

7.10 Baños por cada Dormitorio

$$3FullBath_i \geq 2Bedroom_i$$

7.11 Piscina

7.11.1 El área de la piscina tiene que acotarse al espacio que queda

$$AreaPool_i \leq \left(LotArea_i - 1stFlrSF_i - GarageArea_i - WoodDeckSF_i - OpenPorchSF_i - EnclosedPorch_i - ScreenPorch_i - 3SsnPorch_i \right) \cdot HasPool_i,$$

$$\begin{aligned} AreaPool_i &\leq U_{\max}^{Pool} \cdot HasPool_i, \\ AreaPool_i &\geq U_{\min}^{Pool} HasPool_i, \\ AreaPool_i &\geq 0 \end{aligned}$$

Donde:

- $U_{\min}^{Pool} = 160$
- $U_{\max}^{Pool} = 0.1LotArea$

7.12 Porch

7.12.1 Área total del Porch es la suma de todos los Porch

$$TotalPorchSF_i = OpenPorchSF_i + EnclosedPorch_i + ScreenPorch_i + 3SsnPorch_i,$$

$$TotalPorchSF_i \leq U_{\max}^{TotPorch},$$

$$TotalPorchSF_i \leq 1stFlrSF_i$$

Donde:

- $U_{\max}^{TotPorch} \leq 0.25LotArea$

7.12.2 Mínimos funcionales por tipo (activados por las binarias que ya declaraste)

$$OpenPorchSF_i \geq 40 \cdot HasOpenPorch_i,$$

$$EnclosedPorch_i \geq 60 \cdot HasEnclosedPorch_i,$$

$$ScreenPorch_i \geq 40 \cdot HasScreenPorch_i,$$

$$3SsnPorch_i \geq 80 \cdot Has3SsnPorch_i$$

7.12.3 Compatibilidad de espacios exteriores

$$\begin{aligned} WoodDeckSF_i + TotalPorchSF_i + AreaPool_i &\leq U_{\max}^{AreaExt}, \\ WoodDeckSF_i + OpenPorchSF_i &\leq U_{\max}^{WDyPorch} \end{aligned}$$

Donde:

- $U_{\max}^{AreaExt} = 0.35LotArea$
- $U_{\max}^{WDyPorch} = 0.2LotArea$

7.13 Deck

$$U_{min}^{WD} \cdot HasWoodDeck_i \leq WoodDeckSF_i \leq U_{max}^{WD} LotArea_i \cdot HasWoodDeck_i$$

Donde:

- $U_{min}^{WD} = 40$ valor mínimo de WoodDeck
- $U_{max}^{WD} = 0.15LotArea$: valor máximo de WoodDeck

7.14 Acabados

$$\text{TotalBsmtSF}_i \leq 0.5 \text{LotArea}_i (1 - BsmtExposure_{i,NA}).$$

$$(3) \text{Partición de áreas terminadas (2 canales)} - \text{BsmtFinSF1}_i + \text{BsmtFinSF2}_i = \text{TotalBsmtSF}_i.$$

$$\begin{aligned} \text{BsmtFinSF1}_i &\leq 0.5 \text{LotArea}_{\sum_{b_1 \in \{NA\}} \text{BsmtFinType1}_{i,b_1}}, \\ \text{BsmtFinSF2}_i &\leq 0.5 \text{LotArea}_{\sum_{b_2 \in \{NA\}} \text{BsmtFinType2}_{i,b_2}}. \\ \text{BsmtFinSF1}_i &\geq A_{\min}^{\text{fin}} \sum_{b_1 \in \text{BsmtFinType1}_{i,b_1}}, \quad \text{BsmtFinSF2}_i \geq A_{\min}^{\text{fin}} \sum_{b_2 \in \text{BsmtFinType2}_{i,b_2}}. \\ \text{BsmtFullBath}_i &\leq 2 (\sum_{b_1 \in \text{BsmtFinType1}_{i,b_1}} + \sum_{b_2 \in \text{BsmtFinType2}_{i,b_2}}), \\ \text{BsmtHalfBath}_i &\leq 1 (\sum_{b_1 \in \text{BsmtFinType1}_{i,b_1}} + \sum_{b_2 \in \text{BsmtFinType2}_{i,b_2}}). \\ \text{BsmtFinSF1}_i &\leq 0.5 \text{LotArea}_i (1 - BsmtExposure_{i,NA}), \\ \text{BsmtFinSF2}_i &\leq 0.5 \text{LotArea}_i (1 - BsmtExposure_{i,NA}), \\ \text{BsmtFullBath}_i &\leq 2 (1 - BsmtExposure_{i,NA}), \quad \text{BsmtHalfBath}_i \leq 1 (1 - BsmtExposure_{i,NA}). \end{aligned}$$

7.15 Exterior

$$\sum_{e_1} \text{Exterior1st}_{i,e_1} = \text{UseExterior1st}_i \quad (\text{si decide usar UseExterior1st}_i),$$

$$\sum_{e_2} \text{Exterior2nd}_{i,e_2} = \text{UseExterior2nd}_i,$$

$$\text{SameMaterial}_i \geq \text{Exterior1st}_{i,e_1} + \text{Exterior2nd}_{i,e_2} - 1 \quad \forall e_1, e_2,$$

$$\text{UseExterior2nd}_i \leq 1 - \text{SameMaterial}_i$$

7.16 Mampostería

7.16.1 Cota superior Mampostería

$$\text{MasVnrArea}_i \leq U_i^{mas}$$

Donde:

- $U_i^{mas} = f_{max}^{mas} \cdot \text{AreaExterior}_i$
- $f_{max}^{mas} = 0.4$

$$\text{MasVnrArea}_i \geq A_{\min}^{\text{MasVnr}} \cdot (1 - \text{MasVnrType}_{i,None})$$

Variable auxiliar:

$$\text{MvProd}_{i,t} \leq \text{MasVnrArea}_i$$

$$\text{MvProd}_{i,t} \equiv \text{MasVnrArea}_i \cdot \text{MasVnrType}_{i,t}$$

$$\begin{aligned} MvProd_{i,t} &\leq U_i^{mas} \cdot MasVnrType_{i,t} \\ MvProd_{i,t} &\geq MasVnrArea_i - U_i^{mas} \cdot (1 - MasVnrType_{i,t}) \\ MvProd_{i,t} &\geq 0 \end{aligned}$$

Donde:

$$\begin{aligned} MasVnrArea_i &\leq TotalArea_i, \\ MasVnrArea_i &\geq 0 \end{aligned}$$

Donde:

- $A_{min}^{MasVnr} = 20\text{ft}$, Cota inferior Area mampostería
- $A_{max}^{MasVnr} = 2000$

7.17 Garage

$$\begin{aligned} GarageCars_i &\leq \bar{C}_i^{cars} (1 - GarageType_{i,NA}) \quad \forall i, \\ GarageArea_i &\leq \bar{A}_i^{garage} (1 - GarageType_{i,NA}) \quad \forall i. \\ GarageCars_i &\geq 1 - GarageType_{i,NA} \quad \forall i. \\ GarageFinish_{i,NA} &= GarageType_{i,NA} \quad \forall i, \\ GarageFinish_{i,Fin} + GarageFinish_{i,RFn} &= 1 - GarageType_{i,NA} \quad \forall i. \end{aligned}$$

Donde:

- $\bar{C}_i^{cars} = 4$
- $\bar{A}_i^{garage} = 0.2LotArea$

$$GarageType_{i,NoAplica} = GarageFinish_{i,NoAplica}$$

Ahora es necesario linealizar para calcular los costos:

$$\begin{aligned} GA_{i,g} &\leq GarageArea_i \\ GA_{i,g} &\leq \bar{A}_i^{garage} \cdot GarageType_{i,g} \\ GA_{i,g} &\geq GarageArea_i - \bar{A}_i^{garage} (1 - GarageType_{i,g}) \\ GA_{i,g} &\geq 0 \end{aligned}$$

7.18 basement

Parámetros:

$$U_i^{bsmt} = 0.5 \cdot LotArea_i, \quad U^{bF} = 2, \quad U^{bH} = 1, \quad A_{min}^{fin} \geq 0.$$

7.18.1 Capacidad Máxima del Sótano

$$BsmtFinSF1_i + BsmtFinSF2_i = TotalBsmtSF_i$$

$$TotalBsmtSF_i \leq 0.5LotArea_i(1 - BsmtExpoure_{i,NA})$$

Existencia de sótano vía exposición NA:
 $\text{TotalBsmtSF}_i \leq U_i^{bsmt} (1 - \text{BsmtExposure}_{i,NA}).$

Donde:

- $U_i^{bsmt} = 0.5 \text{LotArea}$

Activadores (definición auxiliar):

$$\begin{aligned}\phi_i^{(1)} &= \sum_{b_1 \in B_1 \setminus \{NA\}} \text{BsmtFinType1}_{i,b_1}, & \phi_i^{(2)} &= \sum_{b_2 \in B_2 \setminus \{NA\}} \text{BsmtFinType2}_{i,b_2}, \\ \psi_i^{(1)} &= \sum_{b_1 \in \{GLQ, ALQ, BLQ, Rec, LwQ\}} \text{BsmtFinType1}_{i,b_1}, & \psi_i^{(2)} &= \sum_{b_2 \in \{GLQ, ALQ, BLQ, Rec, LwQ\}} \text{BsmtFinType2}_{i,b_2}.\end{aligned}$$

Donde:

- $\phi_i^{(1)}, \phi_i^{(2)}$: indicadores de existencia de cualquier tipo de acabado menos NA
- $\psi_i^{(1)}, \psi_i^{(2)}$: indicadores de existencia de acabado real.

Activación y mínimos de acabados por canal:

$$\begin{aligned}\text{BsmtFinSF1}_i &\leq U_i^{bsmt} \phi_i^{(1)}, \\ \text{BsmtFinSF2}_i &\leq U_i^{bsmt} \phi_i^{(2)}, \\ \text{BsmtFinSF1}_i &\geq A_{\min}^{fin} \psi_i^{(1)}, \\ \text{BsmtFinSF2}_i &\geq A_{\min}^{fin} \psi_i^{(2)}.\end{aligned}$$

Baños en sótano sólo si hay acabado real:

$$\begin{aligned}\text{BsmtFullBath}_i &\leq U^{bF} (\psi_i^{(1)} + \psi_i^{(2)}), \\ \text{BsmtHalfBath}_i &\leq U^{bH} (\psi_i^{(1)} + \psi_i^{(2)}).\end{aligned}$$

Apagado completo si BsmtExposure_NA=1:

$$\begin{aligned}\text{BsmtFinSF1}_i &\leq U_i^{bsmt} (1 - \text{BsmtExposure}_{i,NA}), \\ \text{BsmtFinSF2}_i &\leq U_i^{bsmt} (1 - \text{BsmtExposure}_{i,NA}), \\ \text{BsmtFullBath}_i &\leq U^{bF} (1 - \text{BsmtExposure}_{i,NA}), \\ \text{BsmtHalfBath}_i &\leq U^{bH} (1 - \text{BsmtExposure}_{i,NA}).\end{aligned}$$

- $U^{bF} \in Z_{\geq 0}$: cota superior de baños completos en sótano (p.ej. 2).
- $U^{bH} \in Z_{\geq 0}$: cota superior de medios baños en sótano (p.ej. 1).
- $A_{\min}^{fin} \geq 0$: área mínima funcional para declarar un acabado “real” (p.ej. 100 ft^2).

$$\sum_{x \in \{Gd, Av, Mn, No\}} \text{BsmtExposure}_{i,x} = 1 - \text{BsmtExposure}_{i,NA}.$$

$$\begin{aligned}\text{TotalBsmtSF}_i &\leq U_i^{bsmt} (1 - \text{BsmtExposure}_{i,NA}). \\ \text{BsmtFinSF1}_i + \text{BsmtFinSF2}_i &= \text{TotalBsmtSF}_i.\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
\text{BsmtFinSF1}_i &\geq A_{\min}^{fin} \sum_{b_1 \in \text{BsmtFinType1}_{i,b_1}}, \quad \text{BsmtFinSF2}_i \geq \\
A_{\min}^{fin} \sum_{b_2 \in \text{BsmtFinType2}_{i,b_2}}. \\
\text{BsmtFullBath}_i &\leq U^{bF} (\sum_{b_1 \in \text{BsmtFinType1}_{i,b_1}} + \sum_{b_2 \in \text{BsmtFinType2}_{i,b_2}}), \\
\text{BsmtHalfBath}_i &\leq U^{bH} (\sum_{b_1 \in \text{BsmtFinType1}_{i,b_1}} + \sum_{b_2 \in \text{BsmtFinType2}_{i,b_2}}). \\
\text{BsmtFinSF1}_i &\leq \phi^{bsmt} \text{LotArea}_i (1 - \text{BsmtExposure}_{i,NA}), \\
\text{BsmtFinSF2}_i &\leq \phi^{bsmt} \text{LotArea}_i (1 - \text{BsmtExposure}_{i,NA}), \\
\text{BsmtFullBath}_i &\leq U^{bF} (1 - \text{BsmtExposure}_{i,NA}), \quad \text{BsmtHalfBath}_i \leq \\
U^{bH} (1 - \text{BsmtExposure}_{i,NA}).
\end{aligned}$$

7.19 Forzar Material Principal

$$\text{Exterior1st}_i = \text{Exterior2nd}_i$$

7.20 Foundation

Si la casa es de madera o Slab no puede tener sótano segun expertos

$$\text{Foundation}_{i,Slab} \leq \text{BsmtExposure}_{i,NA}$$

$$\text{Foundation}_{i,Wood} \leq \text{BsmtExposure}_{i,NA}$$

$$\text{AreaFoundation}_i = 1stFlrSF_i$$

Hacemos linealización:

$$\begin{aligned}
\text{FA}_{i,f} &\leq \text{AreaFoundation}_i \\
\text{FA}_{i,f} &\leq U_i^{Found} \cdot \text{Foundation}_{i,f} \\
\text{FA}_{i,f} &\geq \text{AreaFoundation}_i - U_i^{Found} \cdot (1 - \text{Foundation}_{i,f}) \\
\text{FA}_{i,f} &\geq 0
\end{aligned}$$

Donde:

- $U_i^{foundation} = 0.6 \text{LotArea}_i$

7.21 Dormitorios

7.21.1 Dormitorios 1er piso

$$\begin{aligned}
\text{AreaBedroom1}_i &\leq U_{\max}^{Bed1} \cdot \text{Floor1}_i \\
\text{AreaFullBath1}_i &\leq U_{\max}^{FullB1} \cdot \text{Floor1}_i \\
\text{AreaHalfBath1}_i &\leq U_{\max}^{HalfB1} \cdot \text{Floor1}_i \\
\text{AreaKitchen1}_i &\leq U_{\max}^{Kitchen1} \cdot \text{Floor1}_i \\
\text{AreaOther1}_i &\leq U_{\max}^{Other1} \cdot \text{Floor1}_i
\end{aligned}$$

7.21.2 Dormitorios segundo piso

$$\text{AreaBedroom2}_i \leq U_{\max}^{\text{Bed2}} \cdot \text{Floor2}_i$$

$$\text{AreaFullBath2}_i \leq U_{\max}^{\text{FullB2}} \cdot \text{Floor2}_i$$

$$\text{AreaHalfBath2}_i \leq U_{\max}^{\text{HalfB2}} \cdot \text{Floor2}_i$$

$$\text{AreaKitchen2}_i \leq U_{\max}^{\text{Kitchen2}} \cdot \text{Floor2}_i$$

$$\text{AreaOther2}_i \leq U_{\max}^{\text{Other2}} \cdot \text{Floor2}_i$$

Donde:

- $U_{\max}^{\text{Bed2}} = 200 \text{ ft}$
- $U_{\max}^{\text{FullB2}} = 60$
- $U_{\max}^{\text{HalfB2}} = 20$
- $U_{\max}^{\text{Kitchen2}} =$
-

$$\text{AreaBedroom2}_i + \text{AreaKitchen2}_i + \text{AreaHalfBath2}_i + \text{AreaFullBath2}_i + \text{AreaOther2}_i \leq 2ndFlrSF_i$$

$$\text{Remainder2}_i \geq 0$$

$$\text{AreaBedroom2}_i + \text{AreaKitchen2}_i + \text{AreaHalfBath2}_i + \text{AreaFullBath2}_i + \text{AreaOther2}_i + \text{Remainder2}_i = 2ndFlrSF_i$$

Donde:

- Remainder2_i Representa pasillos, closets

7.22 Área Living/Recreación

$$\text{OtherRooms}_i = \text{OtherRooms1}_i + \text{OtherRooms2}_i$$

$$\text{AreaOther}_i = \text{AreaOther1}_i + \text{AreaOther2}_i$$

- $a_{\min}^{\text{other}} = 100$
- $R_{\max}^{\text{others}} = 8$
- $U_i^{\text{others}} = 2ndFlrSF_i$

7.22.1 Incluir estas áreas en pisos

$$\text{TotalRmsAbvGrd}_i = \text{Bedroom}_i + \text{FullBath}_i + \text{HalfBath}_i + \text{OtherRooms}_i$$

$$\text{OtherRooms}_i = \text{OtherRooms1}_i + \text{OtherRooms2}_i$$

$$\text{AreaOther}_i = \text{AreaOther1}_i + \text{AreaOther2}_i$$

7.22.2 Presencia mínima en primer piso

$$\text{OtherRooms1}_i \geq 1$$

7.22.3 Activación en segundo piso

$$\begin{aligned} \text{OtherRooms2}_i &\leq R_{\max}^{\text{Other}} \cdot \text{Floor2}_i \\ \text{AreaOther2}_i &\leq U_i^{\text{Other2}} \end{aligned}$$

7.22.4 Mínimo de área

$$\begin{aligned} \text{AreaOther1}_i &\geq a_{\min}^{\text{other}} \cdot \text{OtherRooms1}_i \\ \text{AreaOther2}_i &\geq a_{\min}^{\text{other}} \cdot \text{OtherRooms2}_i \end{aligned}$$

7.23 Perímetro casa para calcular Exterior

$$P_i^{(1)} \geq P_i^{(2)}$$

7.23.1 Área Exterior a curbir

$$\text{AreaExterior}_i = H^{\text{ext}} \cdot (P_i^{(1)} + P_i^{(2)}) \text{ Donde:}$$

- $H^{\text{ext}} = 7 \text{ ft}$
- $P_i^{(1)} \leq 2 \cdot \left(\frac{1stFlrSF_i}{s_{\min}} + s_{\min} \right) \cdot \text{Floor1}_i$
- $P_i^{(2)} \leq 2 \cdot \left(\frac{2ndFlrSF_i}{s_{\min}} + s_{\min} \right) \cdot \text{Floor2}_i$
- $P_i^{(1)} \geq 2 \cdot \left(\frac{1stFlrSF_i}{s_{\max}} + s_{\max} \right) \cdot \text{Floor1}_i$
- $P_i^{(2)} \geq 2 \cdot \left(\frac{2ndFlrSF_i}{s_{\max}} + s_{\max} \right) \cdot \text{Floor2}_i$
- $s_{\min} = 20$
- $s_{\max} = 70$

Este tipo de relación es estándar en la literatura de geometría arquitectónica y modelación espacial (Shpuza, 2006; Smith, 2017; March, 1972; Gero Rosenman, 1985), donde el perímetro se expresa como una función del área y la proporción mínima de lados para mantener formas constructivamente viables.

Hago nueva variable W para linealizar:

$$\begin{aligned} W_{i,e1} &\leq \text{AreaExterior}_i \\ W_{i,e1} &\leq U_i^{\text{ext}} \cdot \text{Exterior1st}_{i,e1} \\ W_{i,e1} &\geq \text{AreaExterior}_i - U_i^{\text{ext}}(1 - \text{Exterior1st}_{i,e1}) \\ \sum_{e1} W_{i,e1} &= \text{AreaExterior}_i \end{aligned}$$

Donde:

$$\bullet U_i^{\text{ext}} = 4500$$

Parámetros de superficie real del techo

El parámetro $\gamma_{s,m}$ ajusta el área en planta cubierta por el techo ($PlanRoofArea_i$) para reflejar el área real de material requerido, considerando la pendiente, el soporte y la geometría asociada al estilo y material del techo. Los valores se basan en estándares de la *National Association of Home Builders* (NAHB, 2023), la *Asphalt Roofing Manufacturers Association* (ARMA, 2021) y el *Roofing Alliance Technical Guide* (2022).

Los valores típicos oscilan entre 1.00 (techo plano) y 1.30 (techo muy inclinado o con múltiples vertientes). En la práctica, $\gamma_{s,m}$ puede estimarse como:

$$\gamma_{s,m} \approx 1 + 0.1 \cdot \tan(\theta_s)$$

donde θ_s es el ángulo medio de pendiente del estilo de techo.

Fuentes bibliográficas:

- National Association of Home Builders (NAHB). (2023). *Residential Construction Guidelines, 2023 Edition*. Washington, D.C.
- Asphalt Roofing Manufacturers Association (ARMA). (2021). *Residential Asphalt Roofing Manual, 2021 Edition*.
- Roofing Alliance. (2022). *Technical Guide to Roof System Performance and Design*. National Roofing Contractors Association.

Conjuntos S : estilos de techo; M : materiales de techo.

Parámetros (dados)

$$U_i^{(1)} = \bar{\alpha}_1 LotArea_i, \quad U_i^{(2)} = \bar{\alpha}_2 LotArea_i, \quad U_i^{plan} = \bar{\alpha}_{plan} LotArea_i,$$

$$\gamma_{s,m} \geq 1 \quad \forall s \in S, m \in M,$$

donde típicamente $\bar{\alpha}_1 = 0.6$, $\bar{\alpha}_2 = 0.5$, $\bar{\alpha}_{plan} = 0.6$ (ajustables).

Variables

$$Floor1_i, Floor2_i \in \{0, 1\}; \quad PR1_i, PR2_i \geq 0; \quad PlanRoofArea_i \geq 0; \quad ActualRoofArea_i \geq 0;$$

$$RoofStyle_{i,s} \in \{0, 1\} \quad \forall s \in S; \quad RoofMatl_{i,m} \in \{0, 1\} \quad \forall m \in M;$$

$$Y_{i,s,m} \in \{0, 1\}, \quad Z_{i,s,m} \geq 0 \quad \forall s \in S, \forall m \in M.$$

$$Floor1_i + Floor2_i = 1.$$

$$\begin{aligned} PR1_i &\leq 1stFlrSF_i, & PR1_i &\leq U_i^{(1)} Floor1_i, \\ PR1_i &\geq 1stFlrSF_i - U_i^{(1)}(1 - Floor1_i), & PR1_i &\geq 0, \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} PR2_i &\leq 2ndFlrSF_i, & PR2_i &\leq U_i^{(2)} Floor2_i, \\ PR2_i &\geq 2ndFlrSF_i - U_i^{(2)}(1 - Floor2_i), & PR2_i &\geq 0, \end{aligned}$$

$$PlanRoofArea_i = PR1_i + PR2_i, \quad 0 \leq PlanRoofArea_i \leq U_i^{plan}.$$

$$\sum_{s \in S} RoofStyle_{i,s} = 1, \quad \sum_{m \in M} RoofMatl_{i,m} = 1.$$

$$\begin{aligned} Y_{i,s,m} &\leq RoofStyle_{i,s}, & Y_{i,s,m} &\leq RoofMatl_{i,m} \quad \forall s, m, \\ Y_{i,s,m} &\geq RoofStyle_{i,s} + RoofMatl_{i,m} - 1 \quad \forall s, m, \\ \sum_{s \in S} \sum_{m \in M} Y_{i,s,m} &= 1. \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} Z_{i,s,m} &\leq PlanRoofArea_i, & Z_{i,s,m} &\leq U_i^{plan} Y_{i,s,m} \quad \forall s, m, \\ Z_{i,s,m} &\geq PlanRoofArea_i - U_i^{plan}(1 - Y_{i,s,m}) \quad \forall s, m, \\ Z_{i,s,m} &\geq 0 \quad \forall s, m. \end{aligned}$$

$$ActualRoofArea_i = \sum_{s \in S} \sum_{m \in M} \gamma_{s,m} Z_{i,s,m}.$$

8 Variables Binarias

- $Floor1_i, Floor2_i$ (piso único / dos pisos)
- $HasPool_i, HasWoodDeck_i$
- $HasOpenPorch_i, HasEnclosedPorch_i, Has3SsnPorch_i, HasScreenPorch_i$
- $HasFireplaces_i, HasPavedDrive_i, HasReja_i$
- $SameMaterial_i$ (revestimientos exterior1/exterior2 iguales)

9 Variables de Área

- $AreaBedrooms_i \in Q_{\geq 0}$
- $AreaKitchen_i, AreaFullBath_i, AreaHalfBath_i$
- $AreaKitchen1_i, AreaKitchen2_i$
- $AreaFullBath1_i, AreaFullBath2_i$
- $AreaHalfBath1_i, AreaHalfBath2_i$
- $AreaFoundation_i$
- $AreaRoof_i$ (área en planta a cubrir por el techo)
- $PR1_i, PR2_i \geq 0$ (auxiliares para linealizar $AreaRoof_i$)
- $OpenPorchSF_i, EnclosedPorch_i, ScreenPorch_i, 3SsnPorch_i, WoodDeckSF_i$
- $TotalPorchSF_i, AreaPool_i$

10 Variables de Conteo

- $FullBath1_i, FullBath2_i$ (baños completos por piso)
- $HalfBath1_i, HalfBath2_i$ (medios baños por piso)
- $Kitchen1_i, Kitchen2_i$ (cocinas por piso)

11 Restricciones

11.1 Exclusividades (one-hot)

$$\begin{aligned}
& \sum_s MSSubClass_{i,s} = 1, \quad \sum_u Utilities_{i,u} = 1, \quad \sum_b BldgType_{i,b} = 1, \quad \sum_{hs} HouseStyle_{i,hs} = 1, \\
& \sum_r RoofStyle_{i,r} = 1, \quad \sum_m RoofMatl_{i,m} = 1, \quad \sum_{e1} Exterior1st_{i,e1} = 1, \quad \sum_{e2} Exterior2nd_{i,e2} = 1, \\
& \sum_t MasVnrType_{i,t} = 1, \quad \sum_f Foundation_{i,f} = 1, \quad \sum_x BsmtExposure_{i,x} = 1, \\
& \sum_{b1} BsmtFinType1_{i,b1} = 1, \quad \sum_{b2} BsmtFinType2_{i,b2} = 1, \\
& \sum_h Heating_{i,h} = 1, \quad \sum_a CentralAir_{i,a} = 1, \quad \sum_e Electrical_{i,e} = 1, \\
& \sum_g GarageType_{i,g} = 1, \quad \sum_{gf} GarageFinish_{i,gf} = 1, \quad \sum_p PavedDrive_{i,p} = 1, \quad \sum_{misc} MiscFeature_{i,misc} = 1.
\end{aligned}$$

11.2 Consistencia de Áreas

11.2.1 Construido vs. Lote

$$1stFlrSF_i + TotalPorchSF_i + AreaPool_i \leq LotArea_i \quad \forall i.$$

11.2.2 Segundo piso no mayor al primero

$$2ndFlrSF_i \leq 1stFlrSF_i \quad \forall i.$$

11.2.3 Área habitable

$$GrLivArea_i = 1stFlrSF_i + 2ndFlrSF_i \quad \forall i.$$

11.3 Consistencias por Ambiente

$$\begin{aligned}
AreaFullBath_i &= AreaFullBath1_i + AreaFullBath2_i, \\
AreaHalfBath_i &= AreaHalfBath1_i + AreaHalfBath2_i.
\end{aligned}$$

11.4 Funcionalidad mínima

$$FullBath1_i \geq 1, \quad Kitchen1_i \geq 1 \quad \forall i.$$

11.5 Consistencias de Cantidades

$$\begin{aligned}
FullBath_i &= FullBath1_i + FullBath2_i, \\
HalfBath_i &= HalfBath1_i + HalfBath2_i, \\
Kitchen_i &= Kitchen1_i + Kitchen2_i \quad \forall i.
\end{aligned}$$

11.6 Máximo de Repeticiones por Tipo

Parámetros $B_{\max}^{1Fam} = 6, B_{\max}^{TwnhsE} = 4, B_{\max}^{TwnhsI} = 4, B_{\max}^{Dplx} = 5, B_{\max}^{2FmCon} = 8,$
 $F_{\max}^{1Fam} = 4, F_{\max}^{TwnhsE} = 3, F_{\max}^{TwnhsI} = 3, F_{\max}^{Dplx} = 4, F_{\max}^{2FmCon} = 6,$
 $H_{\max}^{1Fam} = 2, H_{\max}^{TwnhsE} = 2, H_{\max}^{TwnhsI} = 2, H_{\max}^{Dplx} = 2, H_{\max}^{2FmCon} = 3,$
 $K_{\max}^{1Fam} = 1, K_{\max}^{TwnhsE} = 1, K_{\max}^{TwnhsI} = 1, K_{\max}^{Dplx} = 2, K_{\max}^{2FmCon} = 2,$
 $Ch_{\max}^{1Fam} = 1, Ch_{\max}^{TwnhsE} = 1, Ch_{\max}^{TwnhsI} = 1, Ch_{\max}^{Dplx} = 1, Ch_{\max}^{2FmCon} = 2.$

Restricciones $\text{Bedrooms}_i \leq \sum_b B_{\max}^b \text{BldgType}_{i,b},$
 $\text{FullBath}_i \leq \sum_b F_{\max}^b \text{BldgType}_{i,b},$
 $\text{HalfBath}_i \leq \sum_b H_{\max}^b \text{BldgType}_{i,b},$
 $\text{Kitchen}_i \leq \sum_b K_{\max}^b \text{BldgType}_{i,b},$
 $\text{FirePlaces}_i \leq \sum_b Ch_{\max}^b \text{BldgType}_{i,b}.$

11.7 Garage

Consistencia área–capacidad $150 \cdot \text{GarageCars}_i \leq \text{GarageArea}_i \leq 250 \cdot \text{GarageCars}_i \quad \forall i.$

Sin binaria HasGarage (vía tipo NA) $\text{GarageCars}_i \leq \bar{C}^{cars} (1 - \text{GarageType}_{i,NA}),$
 $\text{GarageArea}_i \leq \bar{A}_i^{garage} (1 - \text{GarageType}_{i,NA}),$
 $\text{GarageCars}_i \geq 1 - \text{GarageType}_{i,NA},$
 $\text{GarageFinish}_{i,NA} = \text{GarageType}_{i,NA},$
 $\text{GarageFinish}_{i,FIn} + \text{GarageFinish}_{i,RFn} + \text{GarageFinish}_{i,Unf} = 1 - \text{GarageType}_{i,NA}.$
Parámetros: $\bar{C}^{cars} = 4, \bar{A}_i^{garage} = 0.2 \text{LotArea}_i.$

11.8 Cerca / Reja

Parámetro C^{Fence} (costo por pie lineal). $C_i^{Reja} = C^{Fence} \cdot \text{LotFrontage}_i \cdot \text{HasReja}_i.$

11.9 Techo: definición de áreas y dependencia de estilo/material

Conjuntos S : estilos de techo; M : materiales de techo.

Parámetros (dados) $U_i^{(1)} = \bar{\alpha}_1 \text{LotArea}_i, \quad U_i^{(2)} = \bar{\alpha}_2 \text{LotArea}_i, \quad U_i^{plan} = \bar{\alpha}_{plan} \text{LotArea}_i,$
 $\bar{\alpha}_1 = 0.6, \bar{\alpha}_2 = 0.5, \bar{\alpha}_{plan} = 0.6$ (ajustables),
 $\gamma_{s,m} \geq 1 \quad \forall s \in S, m \in M.$

Variables $\text{Floor1}_i, \text{Floor2}_i \in \{0, 1\}, \quad PR1_i, PR2_i \geq 0, \quad \text{PlanRoofArea}_i \geq 0, \quad \text{ActualRoofArea}_i \geq 0,$
 $\text{RoofStyle}_{i,s} \in \{0, 1\} \quad \forall s \in S, \quad \text{RoofMatl}_{i,m} \in \{0, 1\} \quad \forall m \in M,$
 $Y_{i,s,m} \in \{0, 1\}, \quad Z_{i,s,m} \geq 0 \quad \forall s, m.$

Elección de número de pisos $\text{Floor1}_i + \text{Floor2}_i = 1$.

$$\begin{aligned} & \text{Área en planta a cubrir por el techo (linealización)} \quad \text{PR1}_i \leq \text{1stFlrSF}_i, \text{PR1}_i \leq \\ & U_i^{(1)} \text{Floor1}_i, \\ & \text{PR1}_i \geq \text{1stFlrSF}_i - U_i^{(1)}(1 - \text{Floor1}_i), \text{PR1}_i \geq 0, \\ & \text{PR2}_i \leq \text{2ndFlrSF}_i, \text{PR2}_i \leq U_i^{(2)} \text{Floor2}_i, \\ & \text{PR2}_i \geq \text{2ndFlrSF}_i - U_i^{(2)}(1 - \text{Floor2}_i), \text{PR2}_i \geq 0, \\ & \text{PlanRoofArea}_i = \text{PR1}_i + \text{PR2}_i, \quad 0 \leq \text{PlanRoofArea}_i \leq U_i^{\text{plan}}. \end{aligned}$$

Alias $\text{AreaRoof}_i \equiv \text{PlanRoofArea}_i$.

Selección única de estilo y material $\sum_{s \in S} \text{RoofStyle}_{i,s} = 1, \quad \sum_{m \in M} \text{RoofMatl}_{i,m} = 1$.

$$\begin{aligned} & \text{Conjunción estilo-material (AND lógico)} \quad Y_{i,s,m} \leq \text{RoofStyle}_{i,s}, Y_{i,s,m} \leq \\ & \text{RoofMatl}_{i,m} \quad \forall s, m, \\ & Y_{i,s,m} \geq \text{RoofStyle}_{i,s} + \text{RoofMatl}_{i,m} - 1 \quad \forall s, m, \\ & \sum_{s \in S} \sum_{m \in M} Y_{i,s,m} = 1. \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} & \text{Linealización de } Z_{i,s,m} \approx \text{PlanRoofArea}_i \cdot Y_{i,s,m} \quad Z_{i,s,m} \leq \text{PlanRoofArea}_i, Z_{i,s,m} \leq \\ & U_i^{\text{plan}} Y_{i,s,m} \quad \forall s, m, \\ & Z_{i,s,m} \geq \text{PlanRoofArea}_i - U_i^{\text{plan}}(1 - Y_{i,s,m}) \quad \forall s, m, \\ & Z_{i,s,m} \geq 0 \quad \forall s, m. \end{aligned}$$

Área real de techo (igualdad principal) $\text{ActualRoofArea}_i = \sum_{s \in S} \sum_{m \in M} \gamma_{s,m} Z_{i,s,m}$.

(Opcional) Costo de techo $C_i^{\text{techo}} = c^{\text{roof}} \cdot \text{ActualRoofArea}_i$.

Parámetros de superficie real del techo

El parámetro $\gamma_{s,m}$ ajusta PlanRoofArea_i para reflejar el área real de material requerido, considerando pendiente, solapes y geometría (estilo y material).

Valores típicos: 1.00 (plano) a 1.30 (inclinación alta/múltiples vertientes). Una estimación simple:

$$\gamma_{s,m} \approx 1 + 0.1 \cdot \tan(\theta_s),$$

donde θ_s es el ángulo medio de pendiente del estilo de techo.

Table 1: Factores de superficie real del techo ($\gamma_{s,m}$) según estilo y material.

Estilo (s)	Material (m)	Descripción	$\gamma_{s,m}$	Fuente
Flat	Membran	Techo plano o de losa con mínima pendiente	1.00	NAHB (2023)
Flat	CompShg	Plano con tejas asfálticas	1.05	ARMA (2021)
Gable	CompShg	A dos aguas estándar (4:12–6:12 pitch)	1.10	NAHB (2023)
Gable	Metal	A dos aguas con panel metálico	1.12	Roofing Alliance (2022)
Hip	CompShg	A cuatro aguas (moderada pendiente)	1.15	NAHB (2023)
Hip	Metal	A cuatro aguas con panel metálico	1.18	Roofing Alliance (2022)
Gambrel	WdShake	Tipo granero, tejas de madera	1.25	NAHB (2023)
Mansard	CompShg	Mansarda con inclinación alta	1.28	NAHB (2023)
Shed	Metal	Techo inclinado de una sola vertiente	1.12	ARMA (2021)
Gable	ClyTile	A dos aguas con tejas de arcilla	1.20	Roofing Alliance (2022)
Hip	TarGrv	A cuatro aguas con grava asfáltica	1.10	NAHB (2023)

Table 2: Factores de superficie real del techo ($\gamma_{s,m}$) según estilo y material.

Estilo (s)	Material (m)	Descripción	$\gamma_{s,m}$	Fuente
Flat	Membran	Techo plano o de losa con mínima pendiente	1.00	NAHB (2023)
Flat	CompShg	Plano con tejas asfálticas	1.05	ARMA (2021)
Gable	CompShg	A dos aguas estándar (4:12–6:12)	1.10	NAHB (2023)
Gable	Metal	A dos aguas con panel metálico	1.12	Roofing Alliance (2022)
Hip	CompShg	A cuatro aguas (moderada pendiente)	1.15	NAHB (2023)
Hip	Metal	A cuatro aguas con panel metálico	1.18	Roofing Alliance (2022)
Gambrel	WdShake	Tipo granero, tejas de madera	1.25	NAHB (2023)
Mansard	CompShg	Mansarda con inclinación alta	1.28	NAHB (2023)
Shed	Metal	Una sola vertiente	1.12	ARMA (2021)
Gable	ClyTile	A dos aguas con teja de arcilla	1.20	Roofing Alliance (2022)
Hip	TarGrv	A cuatro aguas con grava asfáltica	1.10	NAHB (2023)

Fuentes bibliográficas:

- National Association of Home Builders (NAHB). (2023). *Residential Construction Guidelines, 2023 Edition*.
- Asphalt Roofing Manufacturers Association (ARMA). (2021). *Residential Asphalt Roofing Manual, 2021 Edition*.
- Roofing Alliance. (2022). *Technical Guide to Roof System Performance and Design*.

11.10 Consistencias y Límites Globales

$$\begin{aligned} \text{TotalBsmtSF}_i &= \text{BsmtFinSF1}_i + \text{BsmtFinSF2}_i, \\ \text{TotalArea}_i &= \text{1stFlrSF}_i + \text{2ndFlrSF}_i + \text{TotalBsmtSF}_i, \quad \text{1stFlrSF}_i \leq 0.6 \text{ LotArea}_i, \quad \text{2ndFlrSF}_i \leq 0.5 \text{ LotArea}_i, \\ \text{TotalBsmtSF}_i &\leq 0.5 \text{ LotArea}_i, \quad \text{GrLivArea}_i \leq 0.8 \text{ LotArea}_i, \\ \text{GarageArea}_i &\leq 0.2 \text{ LotArea}_i. \end{aligned}$$

11.11 Relaciones de baños

$$\text{HalfBath}_i \leq \text{FullBath}_i, \quad 3 \text{ FullBath}_i \geq 2 \text{ Bedroom}_i \quad \forall i.$$

11.12 Piscina

$$\begin{aligned} \text{AreaPool}_i &\leq (\text{LotArea}_i - \text{1stFlrSF}_i - \text{GarageArea}_i - \text{WoodDeckSF}_i - \text{OpenPorchSF}_i - \\ &\quad \text{EnclosedPorch}_i - \text{ScreenPorch}_i - 3\text{SsnPorch}_i) \cdot \text{HasPool}_i, \\ \text{AreaPool}_i &\leq 0.1 \text{ LotArea}_i \cdot \text{HasPool}_i, \\ \text{AreaPool}_i &\geq 160 \cdot \text{HasPool}_i, \\ \text{AreaPool}_i &\geq 0. \end{aligned}$$

11.13 Porches y Deck

$$\begin{aligned} \text{TotalPorchSF}_i &= \text{OpenPorchSF}_i + \text{EnclosedPorch}_i + \text{ScreenPorch}_i + 3\text{SsnPorch}_i, \\ \text{TotalPorchSF}_i &\leq 0.25 \text{ LotArea}_i, \\ \text{TotalPorchSF}_i &\leq \text{1stFlrSF}_i, \quad \text{OpenPorchSF}_i \geq 40 \cdot \text{HasOpenPorch}_i, \\ \text{EnclosedPorch}_i &\geq 60 \cdot \text{HasEnclosedPorch}_i, \\ \text{ScreenPorch}_i &\geq 40 \cdot \text{HasScreenPorch}_i, \\ 3\text{SsnPorch}_i &\geq 80 \cdot \text{Has3SsnPorch}_i, \quad \text{WoodDeckSF}_i + \text{TotalPorchSF}_i + \text{AreaPool}_i \leq 0.35 \text{ LotArea}_i, \\ \text{WoodDeckSF}_i + \text{OpenPorchSF}_i &\leq 0.20 \text{ LotArea}_i, \quad \text{WoodDeckSF}_i \geq 40 \cdot \text{HasWoodDeck}_i, \\ \text{WoodDeckSF}_i &\leq 0.15 \text{ LotArea}_i \cdot \text{HasWoodDeck}_i. \end{aligned}$$

11.14 Sótano (sin binaria HasBasement)

Conjuntos $B_1, B_2 = \{GLQ, ALQ, BLQ, Rec, LwQ, Unf, NA\}; X = \{Gd, Av, Mn, No, NA\}; B_{\text{fin}} = \{GLQ, ALQ, BLQ, Rec, LwQ\}$.

Parámetros

$$U_i^{bsmt} = 0.5 \cdot LotArea_i, \quad U^{bF} = 2, \quad U^{bH} = 1, \quad A_{\min}^{fin} \geq 0 \text{ (p.ej. } 100 ft^2).$$

Selección única y existencia vía NA $\sum_{b_1 \in B_1} BsmtFinType1_{i,b_1} = 1, \sum_{b_2 \in B_2} BsmtFinType2_{i,b_2} = 1, \sum_{x \in X} BsmtExposure_{i,x} = 1,$
 $\sum_{x \in \{Gd, Av, Mn, No\}} BsmtExposure_{i,x} = 1 - BsmtExposure_{i,NA}.$

Capacidad de área total condicionada por NA $TotalBsmtSF_i \leq U_i^{bsmt} (1 - BsmtExposure_{i,NA}).$

Partición de áreas $BsmtFinSF1_i + BsmtFinSF2_i = TotalBsmtSF_i.$

Activación por selección de tipo (sin nuevas binarias) $BsmtFinSF1_i \leq U_i^{bsmt} \sum_{b_1 \in B_1 \setminus \{NA\}} BsmtFinType1_{i,b_1},$
 $BsmtFinSF2_i \leq U_i^{bsmt} \sum_{b_2 \in B_2 \setminus \{NA\}} BsmtFinType2_{i,b_2}.$

Mínimos funcionales sólo si hay acabado real $BsmtFinSF1_i \geq A_{\min}^{fin} \sum_{b_1 \in B_{\text{fin}}} BsmtFinType1_{i,b_1},$
 $BsmtFinSF2_i \geq A_{\min}^{fin} \sum_{b_2 \in B_{\text{fin}}} BsmtFinType2_{i,b_2}.$

Baños en sótano sólo si hay acabado real $BsmtFullBath_i \leq U^{bF} (\sum_{b_1 \in B_{\text{fin}}} BsmtFinType1_{i,b_1} + \sum_{b_2 \in B_{\text{fin}}} BsmtFinType2_{i,b_2}),$
 $BsmtHalfBath_i \leq U^{bH} (\sum_{b_1 \in B_{\text{fin}}} BsmtFinType1_{i,b_1} + \sum_{b_2 \in B_{\text{fin}}} BsmtFinType2_{i,b_2}).$

Apagado completo si Exposure=NA (refuerzo) $BsmtFinSF1_i \leq U_i^{bsmt} (1 - BsmtExposure_{i,NA}),$
 $BsmtFinSF2_i \leq U_i^{bsmt} (1 - BsmtExposure_{i,NA}),$
 $BsmtFullBath_i \leq U^{bF} (1 - BsmtExposure_{i,NA}), \quad BsmtHalfBath_i \leq U^{bH} (1 - BsmtExposure_{i,NA}).$

Resumen de Parámetros del Modelo de Construcción

Notas:

- Los valores pueden calibrarse según zonificación, estándares de diseño o distribución empírica de la base *Ames Housing*.
- Los parámetros $\bar{\alpha}$ y ϕ^{bsmt} definen proporciones máximas de ocupación del terreno por nivel o sótano, mientras que A_{\min}^{fin} y $U^{bF}-U^{bH}$ controlan viabilidad y consistencia funcional interna.
- Los factores $\gamma_{s,m}$ permiten convertir el área en planta del techo (*PlanRoofArea_i*) en el área real de material considerando inclinación y tipo constructivo.

Fuentes:

- International Code Council (2021). *International Residential Code for One- and Two-Family Dwellings (IRC 2021)*.
- U.S. Department of Housing and Urban Development (2020). *Minimum Property Standards for One- and Two-Family Dwellings (HUD Handbook 4910.1)*.
- National Association of Home Builders (NAHB). (2023). *Residential Construction Guidelines, 2023 Edition*.
- Asphalt Roofing Manufacturers Association (ARMA). (2021). *Residential Asphalt Roofing Manual*.
- Roofing Alliance. (2022). *Technical Guide to Roof System Performance and Design*.
- De Cock, D. (2011). Ames, Iowa: Alternative to the Boston Housing Data. Iowa State University.

sectionFunción objetivo

$$\max \Pi = V_i^{post} - C^{Total}$$

Donde: C^{Total} = (costos de construcción, materiales, mano de obra, instalaciones, etc.).

11.15 Dominios

$\text{Bedroom}_i, \text{FullBath}_i, \text{HalfBath}_i, \text{Kitchen}_i, \text{GarageCars}_i \in Z_{\geq 0}$,
 $\text{Floor1}_i, \text{Floor2}_i, \text{HasPool}_i, \text{HasWoodDeck}_i, \text{HasOpenPorch}_i, \text{HasEnclosedPorch}_i, \text{Has3SsnPorch}_i, \text{Has0,1} \}$.

11.16 Parámetros globales con cotas en función del lote

$U_i^{(1)} = \bar{\alpha}_1 \text{LotArea}_i, \quad U_i^{(2)} = \bar{\alpha}_2 \text{LotArea}_i, \quad U_i^{plan} = \bar{\alpha}_{plan} \text{LotArea}_i$.
 $\bar{\alpha}_1 = 0.6, \quad \bar{\alpha}_2 = 0.5, \quad \bar{\alpha}_{plan} = 0.6$. Fuente: NAHB (2023), HUD (2020), IRC (2021).
 Valores de ocupación del lote del 50–65% para vivienda unifamiliar y límites prudentes por piso/techo.

Promedio de superficie por barrio $\text{GrLivArea}_{i,z} \leq \bar{A}_z^{prom}, \quad \forall i, z$.
 Fuente: De Cock (2011) (Ames Housing), usado como cota empírica intra-barrio.

Factor de superficie real de techo (pendiente/solapes) $\gamma_{s,m} \geq 1 \quad \forall s \in S, \forall m \in M$. Fuente: NAHB (2023), ARMA (2021), Roofing Alliance (2022).

11.17 Restricciones de Área y Construcción

$$1stFlrSF_i + TotalPorchSF_i + AreaPool_i \leq \text{LotArea}_i, \quad \forall i,$$

$$2ndFlrSF_i \leq 1stFlrSF_i, \quad \forall i,$$

$$\text{GrLivArea}_{i,z} = 1stFlrSF_i + 2ndFlrSF_i, \quad \forall i.$$

11.18 Variables de Área por Ambiente

Variables (todas ≥ 0):

$AreaKitchen_i, AreaFullBath_i, AreaHalfBath_i, AreaBedroom_i, AreaFoundation_i, AreaPool_i, AreaExter$

Consistencias: $TotalBsmtSF_i = BsmtFinSF1_i + BsmtFinSF2_i$,
 $TotalArea_i = 1stFlrSF_i + 2ndFlrSF_i + TotalBsmtSF_i$.

11.19 Máximo de ambientes repetidos según tipo de vivienda

Parámetros (máximos): $B_{\max}^{1Fam} = 6, B_{\max}^{TwnhsE} = 4, B_{\max}^{TwnhsI} = 4, B_{\max}^{Duplx} = 5, B_{\max}^{2FmCon} = 8,$
 $F_{\max}^{1Fam} = 4, F_{\max}^{TwnhsE} = 3, F_{\max}^{TwnhsI} = 3, F_{\max}^{Duplx} = 4, F_{\max}^{2FmCon} = 6,$
 $H_{\max}^{1Fam} = 2, H_{\max}^{TwnhsE} = 2, H_{\max}^{TwnhsI} = 2, H_{\max}^{Duplx} = 2, H_{\max}^{2FmCon} = 3,$
 $K_{\max}^{1Fam} = 1, K_{\max}^{TwnhsE} = 1, K_{\max}^{TwnhsI} = 1, K_{\max}^{Duplx} = 2, K_{\max}^{2FmCon} = 2,$
 $Ch_{\max}^{1Fam} = 1, Ch_{\max}^{TwnhsE} = 1, Ch_{\max}^{TwnhsI} = 1, Ch_{\max}^{Duplx} = 1, Ch_{\max}^{2FmCon} = 2.$

Fuente: De Cock (2011) (distribuciones observadas Ames) y criterios de escala funcional NAHB (2023).

Límites: $Bedrooms_i \leq \sum_b B_{\max}^b BldgType_{i,b},$
 $FullBath_i \leq \sum_b F_{\max}^b BldgType_{i,b},$
 $HalfBath_i \leq \sum_b H_{\max}^b BldgType_{i,b},$
 $Kitchen_i \leq \sum_b K_{\max}^b BldgType_{i,b},$
 $FirePlaces_i \leq \sum_b Ch_{\max}^b BldgType_{i,b}.$

11.20 Áreas mínimas por ambiente

$AreaFullBath_i \geq 40 \cdot FullBath_i, \quad AreaHalfBath_i \geq 20 \cdot HalfBath_i,$
 $AreaBedroom_i \geq 70 \cdot Bedroom_i, \quad AreaKitchen_i \geq 75 \cdot Kitchen_i.$ Fuente:
 HUD (2020) y NAHB (2023) (superficies mínimas funcionales típicas).

11.21 Pisos y techo: definición de áreas y dependencia estilo/material

Elección de pisos: $Floor1_i + Floor2_i = 1.$

Área en planta a cubrir por el techo (linealización): $PR1_i \leq 1stFlrSF_i, \quad PR1_i \leq U_i^{(1)} Floor1_i, \quad PR1_i \geq 1stFlrSF_i - U_i^{(1)}(1 - Floor1_i), \quad PR1_i \geq 0,$
 $PR2_i \leq 2ndFlrSF_i, \quad PR2_i \leq U_i^{(2)} Floor2_i, \quad PR2_i \geq 2ndFlrSF_i - U_i^{(2)}(1 - Floor2_i), \quad PR2_i \geq 0,$
 $PlanRoofArea_i = PR1_i + PR2_i, \quad 0 \leq PlanRoofArea_i \leq U_i^{plan}.$ Fuente:
 NAHB (2023), HUD (2020), IRC (2021) para proporciones máximas por piso y cubierta.

Selección estilo y material (one-hot): $\sum_{s \in S} RoofStyle_{i,s} = 1, \quad \sum_{m \in M} RoofMatl_{i,m} = 1.$

Conjunción estilo–material y área real: $Y_{i,s,m} \leq RoofStyle_{i,s}, \quad Y_{i,s,m} \leq RoofMatl_{i,m},$

$$\begin{aligned}
Y_{i,s,m} &\geq RoofStyle_{i,s} + RoofMatl_{i,m} - 1, \quad \sum_{s,m} Y_{i,s,m} = 1, \\
Z_{i,s,m} &\leq PlanRoofArea_i, \quad Z_{i,s,m} \leq U_i^{plan} Y_{i,s,m}, \\
Z_{i,s,m} &\geq PlanRoofArea_i - U_i^{plan} (1 - Y_{i,s,m}), \quad Z_{i,s,m} \geq 0, \\
ActualRoofArea_i &= \sum_{s,m} \gamma_{s,m} Z_{i,s,m}. \quad \text{Fuente: ARMA (2021), Roofing Alliance (2022) para } \gamma_{s,m} \text{ (pendiente/solapes).}
\end{aligned}$$

11.22 Restricciones de Porches

Parámetros (mínimos funcionales y cotas por tipo):

$$a_{\min}^{open} = 40, \quad a_{\min}^{encl} = 60, \quad a_{\min}^{3ssn} = 80, \quad a_{\min}^{screen} = 40.$$

$$U_i^{open} = 0.10 \text{ LotArea}_i, \quad U_i^{encl} = 0.10 \text{ LotArea}_i, \quad U_i^{3ssn} = 0.10 \text{ LotArea}_i, \quad U_i^{screen} = 0.05 \text{ LotArea}_i, \quad U_i^{porch,tot}$$

Fuente: NAHB (2023) lineamientos residenciales; límites proporcionales de ocupación exterior.

Definición y activación: $\text{TotalPorchSF}_i = \text{OpenPorchSF}_i + \text{EnclosedPorch}_i + 3\text{SsnPorch}_i + \text{ScreenPorch}_i$,
 $a_{\min}^{open} \text{HasOpenPorch}_i \leq \text{OpenPorchSF}_i \leq U_i^{open} \text{HasOpenPorch}_i$,
 $a_{\min}^{encl} \text{HasEnclosedPorch}_i \leq \text{EnclosedPorch}_i \leq U_i^{encl} \text{HasEnclosedPorch}_i$,
 $a_{\min}^{3ssn} \text{Has3SsnPorch}_i \leq 3\text{SsnPorch}_i \leq U_i^{3ssn} \text{Has3SsnPorch}_i$,
 $a_{\min}^{screen} \text{HasScreenPorch}_i \leq \text{ScreenPorch}_i \leq U_i^{screen} \text{HasScreenPorch}_i$,
 $\text{TotalPorchSF}_i \leq U_i^{porch,tot}$, $\text{TotalPorchSF}_i \leq 1stFlrSF_i$. Fuente: NAHB (2023) para mínimos funcionales y compatibilidad estructural con primer piso.

Compatibilidad con deck y piscina: $\text{WoodDeckSF}_i + \text{TotalPorchSF}_i + \text{AreaPool}_i \leq 0.35 \text{ LotArea}_i$, $\text{WoodDeckSF}_i + \text{OpenPorchSF}_i \leq 0.20 \text{ LotArea}_i$.
Fuente: NAHB (2023) (capacidad conjunta de espacios exteriores).

11.23 Restricciones de Sótano (sin HasBasement)

Parámetros:

$$U_i^{bsmt} = 0.5 \text{ LotArea}_i, \quad U^{bF} = 2, \quad U^{bH} = 1, \quad A_{\min}^{fin} = 100 \text{ ft}^2.$$

Fuente: IRC (2021), HUD (2020) (capacidad de sótano y baños), NAHB (2023) (mínimos funcionales de acabado).

Exposición (one-hot) & existencia: $\sum_{x \in \{Gd, Av, Mn, No, NA\}} \text{BsmtExposure}_{i,x} = 1$,
 $\sum_{x \in \{Gd, Av, Mn, No\}} \text{BsmtExposure}_{i,x} = 1 - \text{BsmtExposure}_{i,NA}$.

Capacidad, partición y activación por tipo: $\text{TotalBsmtSF}_i \leq U_i^{bsmt} (1 - \text{BsmtExposure}_{i,NA})$,
 $\text{BsmtFinSF1}_i + \text{BsmtFinSF2}_i = \text{TotalBsmtSF}_i$,
 $\text{BsmtFinSF1}_i \leq U_i^{bsmt} \sum_{b_1 \neq NA} \text{BsmtFinType1}_{i,b_1}$, $\text{BsmtFinSF2}_i \leq U_i^{bsmt} \sum_{b_2 \neq NA} \text{BsmtFinType2}_{i,b_2}$,
 $\text{BsmtFinSF1}_i \geq A_{\min}^{fin} \sum_{b_1 \in \{GLQ, ALQ, BLQ, Rec, LwQ\}} \text{BsmtFinType1}_{i,b_1}$,
 $\text{BsmtFinSF2}_i \geq A_{\min}^{fin} \sum_{b_2 \in \{GLQ, ALQ, BLQ, Rec, LwQ\}} \text{BsmtFinType2}_{i,b_2}$.

Baños en sótano sólo con acabado real: $BsmtFullBath_i \leq U^{bF} \left(\sum_{b_1 \in \{GLQ, ALQ, BLQ, Rec, LwQ\}} BsmtFinType1_{i,b_1} + \sum_{b_2 \in \{GLQ, ALQ, BLQ, Rec, LwQ\}} BsmtFinType2_{i,b_2} \right)$

 $BsmtHalfBath_i \leq U^{bH} \left(\sum_{b_1 \in \{GLQ, ALQ, BLQ, Rec, LwQ\}} BsmtFinType1_{i,b_1} + \sum_{b_2 \in \{GLQ, ALQ, BLQ, Rec, LwQ\}} BsmtFinType2_{i,b_2} \right)$

Fuente: *IRC (2021), HUD (2020), NAHB (2023)*.

11.24 Garage

Parámetros:

$$\bar{C}^{cars} = 4, \quad \bar{A}_i^{garage} = 0.2 LotArea_i.$$

Fuente: *De Cock (2011) (Ames Housing) para conteos; NAHB (2023) para proporción de área.*

Capacidades básicas: $GarageCars_i \leq \bar{C}^{cars} (1 - GarageType_{i,NA})$,
 $GarageArea_i \leq \bar{A}_i^{garage} (1 - GarageType_{i,NA})$. **Acabado sólo si hay garage:**
 $GarageFinish_{i,NA} = GarageType_{i,NA}$,
 $GarageFinish_{i,Fin} + GarageFinish_{i,RFn} + GarageFinish_{i,Unf} = 1 - GarageType_{i,NA}$.

Fuentes

- International Code Council (2021). *International Residential Code (IRC 2021)*.
- U.S. HUD (2020). *Minimum Property Standards (Handbook 4910.1)*.
- NAHB (2023). *Residential Construction Guidelines*.
- ARMA (2021). *Residential Asphalt Roofing Manual*.
- Roofing Alliance (2022). *Technical Guide to Roof System Performance*.
- De Cock, D. (2011). *Ames, Iowa: Alternative to the Boston Housing Data*.

Table 3: Definición y valores de referencia de los parámetros del modelo.

Símbolo	Descripción	Unidades	Valor típico
A_{\min}^{fin}	Área mínima para considerar un acabado real en el sótano	ft ²	100
U_i^{bF}	Cota superior de baños completos en sótano	conteo	2
U_i^{bH}	Cota superior de medios baños en sótano	conteo	1
U_i^{bsmt}	Cota superior del área total de sótano ($= \phi^{bsmt} \cdot LotArea_i$)	ft ²	$0.5 \cdot LotArea_i$
ϕ^{bsmt}	Proporción máxima del lote que puede ocupar el sótano	—	0.5
$U_i^{(1)}$	Cota superior para área del primer piso ($= \bar{\alpha}_1 \cdot LotArea_i$)	ft ²	$0.6 \cdot LotArea_i$
$U_i^{(2)}$	Cota superior para área del segundo piso ($= \bar{\alpha}_2 \cdot LotArea_i$)	ft ²	$0.5 \cdot LotArea_i$
U_i^{plan}	Cota superior del área en planta cubierta por el techo	ft ²	$0.6 \cdot LotArea_i$
$\bar{\alpha}_1, \bar{\alpha}_2, \bar{\alpha}_{plan}$	Coeficientes de área máxima relativa por piso	—	0.6, 0.5, 0.6
$\gamma_{s,m}$	Factor de superficie real del techo según estilo s y material m	—	1.00–1.30
c^{roof}	Costo unitario del techo por ft ² de superficie real	USD/ft ²	5–15
C^{Fence}	Costo unitario de instalación de cerca perimetral	USD/ft lineal	20–40
\overline{C}^{cars}	Capacidad máxima de autos por garaje	autos	4
\overline{A}_i^{garage}	Área máxima de garaje ($0.2 \cdot LotArea_i$)	ft ²	$0.2 \cdot LotArea_i$