EXERCÍCIOS

CAP.1 – MATRIZES E SISTEMAS

1.Construa as seguintes matrizes:

a) $A=(a_{ij})_{2x5}$, em que $a_{ij}=3i-3j$
b) $B=(b_{ij})_{2x3}$, em que $b_{ij}=i^2+j^3$
c) $C=(c_{ij})_{3x3}$, em que $c_{ij}=i+j$

2.Dadas as matrizes A, B e C:

$$A=\begin{bmatrix} 2 & 3 & 8 \\ -5 & 9 & -6 \\ 7 & 4 & 1 \end{bmatrix};\ B=\begin{bmatrix} -3 & 7 & 1 \\ -4 & 2 & 5 \\ 0 & 9 & 4 \end{bmatrix};\ C=\begin{bmatrix} 7 & -8 & 3 \\ 4 & -3 & 2 \\ 9 & -5 & 1 \end{bmatrix}$$

Calcule:
a) **A+B**; b) **C- A**; c) **3A-2B+4C**; d) **(A+B)C**

3.Calcule os valores de m e n para que as matrizes A e B sejam iguais:

a) $A=\begin{bmatrix} 8 & 15n \\ 12+m & 3 \end{bmatrix}\ e\ B=\begin{bmatrix} 8 & 75 \\ 6 & 3 \end{bmatrix}$

b) $A=\begin{bmatrix} m^2-40 & n^2+4 \\ 6 & 3 \end{bmatrix}\ e\ B=\begin{bmatrix} 41 & 13 \\ 6 & 3 \end{bmatrix}$

c) $A=\begin{bmatrix} 7 & 8 \\ 4 & m^2 \end{bmatrix}\ e\ B=\begin{bmatrix} 7 & 8 \\ 4 & 10m-25 \end{bmatrix}$

4.Dadas as matrizes A, B, C e D:

$$A=\begin{bmatrix} 1 & -2 \\ 3 & 1 \\ 7 & -4 \\ 5 & 9 \end{bmatrix};\ B=\begin{bmatrix} 1 & 3 & -5 & -7 \\ 6 & 2 & -8 & 3 \end{bmatrix};\ C=\begin{bmatrix} 2 & 4 \\ -3 & 5 \end{bmatrix}\ e\ D=\begin{bmatrix} 1 & 7 & 3 & -8 \\ -3 & -1 & -1 & -3 \\ 4 & 1 & 9 & 0 \\ 5 & 3 & 2 & -3 \end{bmatrix}$$

Calcule:
a) **AB**; b) **(AB)D**; c) **A(BD)**; d) **BA**; e) **(BA)C**; f) **B(AC)**

5.Dadas as matrizes A, B, C e D:

$$A=\begin{bmatrix} 5 & 0 & 6 \\ -8 & 0 & 3 \\ -2 & 2 & 7 \\ 1 & -1 & -5 \end{bmatrix};\ B=\begin{bmatrix} 1 & -3 & -2 & 4 \\ 7 & 8 & 5 & 9 \\ 0 & 6 & 3 & -8 \end{bmatrix};\ C=\begin{bmatrix} 2 & 3 & 0 \\ 1 & 1 & -8 \\ 3 & 5 & 4 \end{bmatrix}\ e\ D=\begin{bmatrix} 5 & 0 & 3 & 2 \\ -8 & 1 & -2 & 4 \\ -3 & 2 & 1 & -5 \\ 0 & 1 & 0 & 2 \end{bmatrix}$$

Calcule:
a) $\mathbf{(AB)^T}$; b) $\mathbf{(AB)D^T}$; c) $\mathbf{A(BD^T)}$; d) $\mathbf{B^TC}$; e) $\mathbf{2(A^TB^T)+3C^T}$

6.Dadas as matrizes $A=\begin{bmatrix} -1 & 3 \\ -3 & 0 \end{bmatrix}, B=\begin{bmatrix} 2 & 3 & 1 \\ -1 & x & 0 \end{bmatrix}\ e\ C=\begin{bmatrix} 3 & -1 \\ 0 & 1 \\ y & 2 \end{bmatrix}$. Ache os valores de x e y para que se cumpra que: a)A=B.C; b)$A^T=C^T.B^T$

7.Dadas as matrizes A, B e C:

$$A=\begin{bmatrix}3 & 4 & 1\\ -5 & -2 & -9\\ 7 & 8 & 6\end{bmatrix};\ B=\begin{bmatrix}4 & -1 & 3\\ 3 & 0 & 1\\ 7 & 2 & -4\end{bmatrix}\ e\ C=\begin{bmatrix}2 & 6 & 8\\ 3 & 9 & 12\\ -1 & -2 & -3\end{bmatrix}$$

Calcule:
a) **det(A)**; b) **det(B)**; c) **det(C)**; d) **det(A+B)**; e) **det(A-B)**; f) **det(2A-3B+4C)**; g) **det(BC)**; h) **det(AC^T)**; i) **det((CB)A)**; j) **det(C(BA))**; k) **det(B(CA))**

8.Resolver as seguintes equações dadas:

a)
$$\begin{vmatrix}4 & 6 & x\\ 5 & 2 & -x\\ -7 & 4 & 2x\end{vmatrix}=-128$$

b)
$$\begin{vmatrix}3 & 5 & 7\\ 2x & x & 3x\\ 4 & 6 & 7\end{vmatrix}=39$$

c)
$$\begin{vmatrix}5 & 1 & 3\\ 3x & 0 & 1\\ 7x & 2 & 1\end{vmatrix}=100$$

d)
$$\begin{vmatrix}x+3 & x+1 & x+4\\ 4 & 5 & 3\\ 9 & 10 & 7\end{vmatrix}=-7$$

e)
$$\begin{vmatrix}12-x & 1 & 1\\ 18-2x & 3 & 2\\ 15-2x & 0 & 1\end{vmatrix}=10$$

f)
$$\begin{vmatrix}1 & 0 & x-1\\ 1 & 1 & x-2\\ 2 & 1 & x-4\end{vmatrix}=0$$

g)
$$\begin{vmatrix}2 & x & 2\\ 1 & 1 & x\\ 1 & 1 & 6\end{vmatrix}=-3$$

h)
$$\begin{vmatrix}2 & 6 & 2\\ 4 & x & 2\\ 2x & 8 & 4\end{vmatrix}=0$$

i)
$$\begin{vmatrix}10-x & 4\\ 10 & 13-x\end{vmatrix}=0$$

j)
$$\begin{vmatrix}7-x & -2 & 0\\ -2 & 6-x & -2\\ 0 & -2 & 5-x\end{vmatrix}=0$$

9.Seja $B=(b_{ij})_{4x4}$, onde:

$$b_{ij}=\begin{cases}1, se\ i=j\\ -2ij, se\ i<j\\ 3j, se\ i>j\end{cases}$$

Calcule det(B).

10.Seja A uma matriz quadrada de ordem n≥2 com elementos:

$$a_{ij}=\begin{cases}cos[\pi(i+j)], & se\ i=j\\ sen(\pi i), & se\ i\neq j\end{cases}$$

Calcule det(A) em função de n.

11.Na igualdade $\mathbf{\log_3[\det(2A^{-1})]=\log_{27}[\det(2A)^{-1}]}$, A é uma matriz de quinta ordem com determinante não nulo. Calcule det(A).

12.Dadas as matrizes $A=(a_{ij})_{2x2}$, onde $a_{ij}=2i-3j$, e $B=(b_{ij})_{2x2}$, onde:

$$b_{ij}=\begin{cases}i+j, se\ i=j\\ i-j, se\ i\neq j\end{cases}$$

Calcule o determinante da matriz $X=(B-A)^2$.

13.M é uma matriz quadrada de ordem 3, e seu determinante é det(M)=2. Calcule o valor da expressão: **det(M)+det(2M)+det(3M)**

14.Sendo A uma matriz de ordem 2, tal que $a_{ij}=i^2-j$. Calcule det(A).

15.Seja a matriz $A=(a_{ij})_{3x3}$, tal que:

$$a_{ij} = \begin{cases} \log_2 x \text{ , } se\ i = j \\ 0, se\ i \neq j \end{cases}$$

Calcule o valor de x para que det(A) seja -27.

16.Calcule o determinante de uma matriz 3x3 inversível que satisfaz a condição $A^4=2A$.

17.Sejam A, B e C matrizes reais 3x3, tais que $AB=C^{-1}$, B=2A e det(C)=8. Determine o valor de |det(A)|.

18.Considere a matriz $A=(a_{ij})_{2x2}$, definida por $a_{ij}=-1+2i+j$, para $1\leq i \leq 2$, $1\leq j \leq 2$. Ache det(A).

19.Seja a matriz $A=(a_{ij})_{3x3}$, tal que:

$$a_{ij} = \begin{cases} cos(7\pi/i), & se\ i = j \\ sen(7\pi/j), & se\ i \neq j \end{cases}$$

Ache det(A).

20.As faces de um cubo foram enumeradas de 1 a 6, depois em cada face do cubo foi registrada uma matriz de ordem 2, com elementos definidos por:

$$a_{ij} = \begin{cases} 2i + f, \ se\ i = j \\ j, \ se\ i \neq j \end{cases},$$

onde f é o valor associado à face correspondente. Qual o valor do determinante da matriz registrada na face 5?

21.Seja A uma matriz quadrada de ordem 3 com det(A)=3 e det(k.A)=192. Determine o valor de k.

22.Sejam A e B matrizes 3x3 tais que det(A)=3 e det(B)=4. Calcule det(Ax2B).

23.Seja a matriz $A=(a_{ij})$, de ordem 2, em que:

$$a_{ij} = \begin{cases} sen[(\pi/4)(i+j)], & se\ i = j \\ sen[x(i-j)], & se\ i \neq j \end{cases}$$

Quantos números reais x, tais que $-2\pi < x < 2\pi$ satisfazem a condição det(A)=1/4.

24.A matriz A é de quarta ordem, e seu determinante é -8. Ache o valor de x na equação det(2A)=2x-150.

25.Sejam A e B matrizes reais quadradas de ordem n. Se det(A)=det(B)≠0, calcule o valor de $det[(1/2)AB^{-1}]$.

26.Numa matriz quadrada $A=(a_{ij})$ de ordem 2, os elementos a_{11}, a_{12}, a_{21}, e a_{22}, nesta ordem, apresentam a seguinte propriedade: "Os três primeiros estão em P.A. e os três últimos em P.G., ambas de mesma razão". Calcule o determinante de A, se $a_{12}=2$.

27.Sabendo que:

$$\begin{vmatrix} a & d & g \\ b & e & h \\ c & f & i \end{vmatrix} = 2$$

Calcule:

$$\begin{vmatrix} 2a & 2b & 2c \\ -g & -h & -i \\ 3d & 3e & 3f \end{vmatrix}$$

28.Calcule o determinante:

$$\begin{vmatrix} a & d & 2a+d \\ b & e & 2b+e \\ c & f & 2c+f \end{vmatrix}$$

29.Resolva a equação na incógnita x:

$$\begin{vmatrix} x & a & a & a \\ x & x & a & a \\ x & x & x & a \\ x & x & x & x \end{vmatrix} = 0$$

30.Determine o valor de x, de modos que a matriz A seja invertível:

$$A = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 2 \\ 2 & x & 1 \\ 1 & 3 & 0 \end{bmatrix}$$

31.Seja dada a matriz:

$$A = \begin{bmatrix} 5 & x \\ 3 & 3 \end{bmatrix}$$

Determine o valor de x tal que det(A^{-1})=$\frac{1}{x-1}$

32.Dadas as matrizes:

$$A = \begin{bmatrix} \sqrt{10} & -\sqrt{24} \\ \sqrt{3} & -\sqrt{5} \end{bmatrix} \; e \; B = \begin{bmatrix} \sqrt{2} & 2\sqrt{3} \\ \sqrt{6} & 5 \end{bmatrix}$$

Calcule o determinante da matriz **A.B**

33.Considere as matrizes:

$$A = \begin{bmatrix} x^2 & 0 \\ 2 & y+z \end{bmatrix} \; e \; B = \begin{bmatrix} 4 & z \\ y & -x \end{bmatrix}$$

Sabendo que $A=B^T$, calcule o determinante da matriz:

$$\begin{bmatrix} x & y & -1 \\ z & 1 & 1 \\ 4 & 5 & 2 \end{bmatrix}$$

34.Calcule o valor de x ϵ ℝ na igualdade:

$$\begin{vmatrix} \frac{x-1}{3} & \frac{1}{9} \\ 18 & \frac{x+1}{2} \end{vmatrix} = 0$$

35.Calcule o determinante da matriz **(A.B)^T**, sabendo que:

$$\begin{bmatrix} a & 2 \\ 3 & y \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 & b \\ x & 4 \end{bmatrix}; A = \begin{bmatrix} a & b \\ x & y \end{bmatrix} \ e \ B = A^T$$

36.Considere as matrizes:

$$A = \begin{bmatrix} x & y & z \\ z & y & x \\ y & z & x \end{bmatrix}, B = \begin{bmatrix} x+y & x+z \\ z-y & z-x \end{bmatrix} \ e \ C = \begin{bmatrix} 2 & 3 \\ 1 & 2 \end{bmatrix}$$

Calcule o determinante da matriz A, sabendo que B=2C.

37.Dada a matriz A:

$A = \begin{bmatrix} 2 & 1 & 1 \\ 3 & 1 & 2 \\ 1 & -1 & 0 \end{bmatrix}$, e a função f(x)=-x^2-x-1.

Calcule o valor de $f\left(-\frac{1}{\det A}\right)$.

38.Dadas as matrizes:
$$A = \begin{bmatrix} 3 & x \\ x & x^2 \end{bmatrix} \ e \ B = \begin{bmatrix} 6x & x \\ 2x & 1 \end{bmatrix}, com\ x \in \mathbb{R}$$

Ache os valores de x para que **2.det(3A)=3.det(2B)**.

39.Sabendo que:

$$M = \begin{bmatrix} 3 & 3 & 2 \\ 2 & 0 & 6 \\ 1 & 0 & -3 \end{bmatrix}, N = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 1 \\ 0 & 2 & 0 \\ k & 1 & 0 \end{bmatrix} \ e \ \det(M.N) = -160,$$

Determine o valor de k.

40.Resolva as seguintes equações:

a)
$$\frac{1}{4}.\begin{vmatrix} 2x & 6 & -1 \\ 2(x-1) & 0 & -2 \\ 2 & 4 & -2x \end{vmatrix} = \begin{vmatrix} x & 1 & x \\ 0 & 3 & 5 \\ 2x & 4 & 2 \end{vmatrix}$$

b)
$$\begin{vmatrix} x+2 & 2x-1 \\ 3 & 4 \end{vmatrix} = \begin{vmatrix} x & 2 \\ 8 & 3 \end{vmatrix}$$

c)
$$\begin{vmatrix} 7 & x \\ x & 6 \end{vmatrix} = \begin{vmatrix} 1 & 2 \\ 3 & 3 \end{vmatrix} + \begin{vmatrix} 3 & 1 \\ 7 & 1 \end{vmatrix}$$

d)
$$\begin{vmatrix} x+2 & x-2 \\ x & -3 \end{vmatrix} = -8$$

e)
$$\begin{vmatrix} 1 & 2 & x \\ -1 & x & x+1 \\ 3 & 2 & x \end{vmatrix} = 6$$

f)
$$\begin{vmatrix} 0 & 3 & 2 \\ x & 2 & 4 \\ 1 & 1 & -1 \end{vmatrix} - \begin{vmatrix} 3x & -1 \\ 0 & 2 \end{vmatrix} = 6$$

41.Calcule o determinante das matrizes:
a) $A=(a_{ij})_{2x2}$ | $a_{ij}=i+2j$
b) $B=(b_{ij})_{3x3}$ | $b_{ij}=2i-3j$
c) $C=(c_{ij})_{3x3}$ | $c_{ij}=i-j^2$
d) $D=(d_{ij})_{3x3}$ | $d_{ij}=i^2-j^2$
e) $E=(e_{ij})_{3x3}$ | $e_{ij}=(i-j)^2$

42.Calcule o determinante da matriz X, sabendo que:

$A = \begin{bmatrix} -1 & 7 \\ -2 & 4 \end{bmatrix}$ e $B = \begin{bmatrix} 3 & -1 \\ 4 & 0 \end{bmatrix}$, tal que $\frac{X-A}{2} = \frac{X+2B}{3}$

43.Seja $A=(a_{ij})$ uma matriz quadrada de ordem 2 tal que $a_{ij}=2i-3j$ e seja $B = \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ -1 & 1 \end{bmatrix}$. Calcule o determinante da matriz X tal que X+2A=B.

44.Dadas as matrizes:
$D_1 = \begin{bmatrix} 2 & -3 \\ 4 & k \end{bmatrix}$ e $D_2 = \begin{bmatrix} 1 & k & -1 \\ 0 & 3 & -4 \\ k & -3 & 2 \end{bmatrix}$

Ache o valor de k de modos que **$\det(D_1)+2\det(D_2)=0$**.

45.Sejam x e y números reais tais que $x.[1 \quad 3]^T + y.[1 \quad -2]^T = [2 \quad 6]^T$ e seja $A=(a_{ij})_{2x2}$, onde

$a_{ij} = \begin{cases} x, se\ i = j \\ y, se\ i \neq j \end{cases}$.

Calcule o determinante da matriz A.

46.Seja $A = \begin{bmatrix} a & b & c \\ d & e & f \\ g & h & i \end{bmatrix}$. Considere, por hipótese, det(A)= -7. Calcule:
a) det(3A)
b) $\det(2A^{-1})$
c) $\det((2A)^{-1})$
d) $det\begin{pmatrix} a & g & d \\ b & h & e \\ c & i & f \end{pmatrix}$

47.Para que valores de k a matriz A deixa de ser invertível?
a)
$A = \begin{bmatrix} 1 & 2 & 4 \\ 3 & 1 & 6 \\ k & 3 & 2 \end{bmatrix}$
b)
$A = \begin{bmatrix} k-3 & -2 \\ -2 & k-2 \end{bmatrix}$

48.Considere as matrizes quadradas de ordem 2:

$A = \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 2 & 1 \end{bmatrix}$ e $B = \begin{bmatrix} 2 & 1 \\ 0 & 2 \end{bmatrix}$

Seja M=A.B^T. Calcule **det(M)**.

49.Para que valores de x, o determinante da matriz $\begin{bmatrix} 1 & 2 & 0 \\ -2 & x & 0 \\ x & 0 & x \end{bmatrix}$ é positivo?

50.Seja A uma matriz quadrada de ordem 2 e de determinante 10. Se B=-2A e C=3B^{-1}, calcule **det(C)**.

51.Dada a matriz A=$(a_{ij})_{3x3}$ com $a_{ij} = \begin{cases} -1 \ se \ i \neq j \\ \ 1 \ se \ i = j \end{cases}$. Calcule **det(A.$A^T$)**.

52.Dadas as matrizes $A = \begin{bmatrix} 1 & 2 \\ 1 & -1 \end{bmatrix}$ e $D = \begin{bmatrix} 2 & 1 \\ -1 & 2 \end{bmatrix}$. Calcule o determinante de uma matriz B, sabendo que A^{-1}BA=D.

53.Sejam as matrizes $A = \begin{bmatrix} 1 & -1 \\ x & 1 \end{bmatrix}$ e $B = \begin{bmatrix} x & 1 \\ 1 & -1 \end{bmatrix}$, com x ϵ ℝ. Calcule os valores de x sabendo que **det(A.B)=-9**.

54.Seja $A = \begin{bmatrix} a & b & c \\ d & e & f \\ g & h & i \end{bmatrix}$. Se det(A)=6, calcule o valor de:

$$\begin{vmatrix} a & b & c \\ d & e & f \\ g & h & i \end{vmatrix} + \begin{vmatrix} a & b & c \\ g & h & i \\ d & e & f \end{vmatrix} + \begin{vmatrix} g & h & i \\ a & b & c \\ d & e & f \end{vmatrix} + \begin{vmatrix} g & h & i \\ d & e & f \\ a & b & c \end{vmatrix}$$

55.Calcule o seguinte determinante:

$$\begin{vmatrix} 0 & y & z & w \\ x & 0 & 0 & w \\ x & 0 & z & 0 \\ x & y & 0 & 0 \end{vmatrix}$$

56.Se $\begin{vmatrix} 1 & 2 & 3 \\ 6 & 9 & 12 \\ x & y & z \end{vmatrix} = -12$, calcule $\begin{vmatrix} x & z & -y \\ 2 & 4 & -3 \\ 1 & 3 & -2 \end{vmatrix}$.

57.Calcule o determinante da seguinte matriz:

$$\begin{bmatrix} 1 & \log 2 & \log 4 \\ -1 & \log 4 & \log 8 \\ 1 & \log 8 & \log 16 \end{bmatrix}$$

58.Calcule o determinante da seguinte matriz:

$$\begin{bmatrix} x & 0 & 0 & -1 \\ 0 & x & 0 & 0 \\ 0 & 0 & x & 0 \\ -1 & 0 & 0 & x \end{bmatrix}$$

59.O valor de um determinante é 48. Se dividirmos a 2ª linha por 8 e multiplicarmos a 3ª linha por 6, qual será o valor do novo determinante?

60.Calcular a matriz inversa das seguintes matrizes (pelo método da matriz adjunta):

a) $A = \begin{bmatrix} -3 & 4 & -5 \\ 0 & 1 & 2 \\ 3 & -5 & 4 \end{bmatrix}$ b) $B = \begin{bmatrix} 2 & 4 & 6 \\ 7 & 3 & 1 \\ 3 & 6 & 9 \end{bmatrix}$ c) $C = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 2 & 1 & 0 & 0 \\ 3 & 2 & 1 & 0 \\ 4 & 3 & 2 & 1 \end{bmatrix}$

61.Calcular a matriz inversa das seguintes matrizes (pelo método de Jordan):

a) $A = \begin{bmatrix} 0 & 2 & -1 \\ 1 & 4 & -2 \\ -1 & -7 & 3 \end{bmatrix}$ b) $B = \begin{bmatrix} -1 & -1 & -1 \\ -3 & -3 & -4 \\ -3 & -4 & -3 \end{bmatrix}$ c) $C = \begin{bmatrix} 2 & 0 & 0 \\ 0 & 3 & 0 \\ 0 & 0 & 7 \end{bmatrix}$ d) $D = \begin{bmatrix} -1 & 2 & 0 & -8 \\ 0 & -1 & 2 & 1 \\ 0 & 0 & -1 & 1 \\ 0 & 0 & 0 & -1 \end{bmatrix}$

62.Achar a característica (rango ou posto) da matriz:

$$\begin{bmatrix} 1 & 0 & 1 & 0 & 1 \\ 2 & -1 & 3 & -1 & 2 \\ 0 & 4 & 1 & 4 & 0 \\ 3 & 2 & 1 & 2 & 3 \end{bmatrix}$$

63.Classificar e resolver os seguintes sistemas de equações lineares:

a) $\begin{cases} 5x + 8y = 34 \\ 10x + 16y = 50 \end{cases}$ b) $\begin{cases} 4x - y - 3z = 15 \\ 3x - 2y + 5z = -7 \\ 2x + 3y + 4z = 7 \end{cases}$ c) $\begin{cases} 2x + 3y - 2z = 2 \\ 3x - 5y + 4z = 5 \\ x - 2y - 7z = -24 \end{cases}$ d) $\begin{cases} x + y + 6z = 0 \\ -\frac{3}{2}x - 6y - 9z = 0 \end{cases}$

e) $\begin{cases} x + 2y + 3z = 10 \\ 3x + 4y + 6z = 23 \\ 3x + 2y + 3z = 10 \end{cases}$ f) $\begin{cases} 5x - 3y - 7z = -5 \\ 4x - y - z = 2 \\ -2x + 4y + 8z = 10 \end{cases}$

64.Estabelecer a condição que deve ser satisfeita pelos termos independentes para que os seguintes sistemas sejam compatíveis:

a) $\begin{cases} 4x + 12y + 8z = a \\ 2x + 5y + 3z = b \\ -4y - 4z = c \end{cases}$ b) $\begin{cases} 2x + 4y + 2z = a \\ 3x + 8y + 5z = b \\ -2x - 4y - z = c \end{cases}$ c) $\begin{cases} 2x + 2y + 4z = a \\ 6x + 11y + 8z = b \\ 2x + 7y = c \end{cases}$ d) $\begin{cases} x + y - z = a \\ -x + 2z = b \\ y + z = c \end{cases}$

65.Calcular o valor de k para que o sistema admita solução não-trivial:

$$\begin{cases} 2x + 6y = 0 \\ 4x + ky = 0 \end{cases}$$

66.Resolver os sistemas pelo método de Crâmer:

a)
$$\begin{cases} 9x - 2y = 31 \\ 7x + 6y = 77 \end{cases}$$
b)
$$\begin{cases} 21x - 11y = 52 \\ 7x + 5y = 26 \end{cases}$$
c)
$$\begin{cases} x + 2y + 3z = 22 \\ 3x + y + 2z = 25 \\ 2x + 3y + z = 25 \end{cases}$$
d)
$$\begin{cases} 2x - y + 3z = 14 \\ 3x + 2y - z = 24 \\ -x + 3y + 2z = 10 \end{cases}$$

67.Resolver os sistemas pelo método da matriz inversa:

a)
$$\begin{cases} 7x + 4y = 36 \\ 5x + 3y = 26 \end{cases}$$
b)
$$\begin{cases} 11x + 5y = 21 \\ -4x - 2y = -8 \end{cases}$$

68.Seja A a matriz formada pelos coeficientes do sistema linear a seguir:

$$\begin{cases} \lambda x + y + z = \lambda + 2 \\ x + \lambda y + z = \lambda + 2 \\ x + y + \lambda z = \lambda + 2 \end{cases}$$

a)Ache as raízes da equação: det(A)=0.
b)Ache a solução geral desse sistema para $\lambda = -2$.

69.Considere o seguinte sistema de equações lineares,

$$\begin{cases} ax_1 + bx_2 = c \\ bx_2 - x_3 = 1 \\ x_1 - cx_3 = 2 \end{cases}$$

Determine a relação entre a, b e c de forma que o sistema admita uma única variável livre.

70.Discuta, em função dos parâmetros reais, a, b e c os seguintes sistemas:

a)
$$\begin{cases} x + y + z = 1 \\ x + (a+1)y + (a-1)z = 3 \\ x + y + (a-1)z = a - 1 \end{cases}$$
b)
$$\begin{cases} -2x + (a+3)y - bz = -3 \\ x + bz = 1 \\ 2x + 4y + 3bz = -b \end{cases}$$
c)
$$\begin{cases} ax + by + z = 1 \\ x + aby + z = b \\ x + by + az = 1 \end{cases}$$
d)
$$\begin{cases} x + y + z = 1 \\ y + cz = 1 + ay \\ x + ay + (a-c)z = b - 1 \end{cases}$$
e)
$$\begin{cases} 2x + 4y + bz = 2 \\ x + (a+2)y = 1 \\ x + 2y + az = 1 \\ x + 2y = c \end{cases}$$
f)
$$\begin{cases} x + ay + a^2 z = a^3 \\ x + by + b^2 z = b^3 \\ x + cy + c^2 z = c^3 \end{cases}$$

71.Resolva o sistema:

$$\begin{cases} x + 2z - t = 0 \\ 2x - y + 2t = 0 \\ -x + y - z + t = 0 \\ 4x + y - 4z + 2t = 0 \end{cases}$$

72.Considere o seguinte sistema:

$$\begin{cases} x + ky + kz = 0 \\ kx + y + z = 0 \\ x + y + kz = k^2 \end{cases}$$

a)Discuta em função do parâmetro k.
b)Considere o sistema homogéneo associado fazendo k=-1 e determine o conjunto fundamental de soluções.

73.Considere o sistema (k ϵ ℝ):

$$\begin{cases} x + y + kz = 1 \\ x + ky + z = k \\ kx + y + z = k^2 \end{cases}$$

a)Estude a característica da matriz do sistema em função do parâmetro k.
b)Indique para que valores de k a matriz do sistema é invertível.
c)Resolva o sistema, pelo método da matriz inversa, para k=0.

74.Considere a matriz (k ϵ ℝ):

$$A = \begin{bmatrix} 0 & 0 & k \\ -2 & 3 & k+1 \\ 1 & -k & -1 \end{bmatrix}$$

a)Determine os valores de k para os quais a matriz A admita inversa.
b)Considere k=-1 e sejam B=$[1\ \ 10\ \ 2]^T$ e W=$[x\ \ y\ \ z]^T$, com x, y, z ϵ ℝ, resolva o sistema de equações lineares, AW=AB.

75.Considere as matrizes:

$$M = \begin{bmatrix} a & 0 & 1 & 1 \\ 0 & a & 1 & -1 \\ 0 & 0 & 2 & -2 \\ 0 & a & a & -1 \end{bmatrix} \ e\ B = \begin{bmatrix} 1 \\ 1 \\ 0 \\ b \end{bmatrix}, a, b \in \mathbb{R}$$

a)Usando o teorema de Laplace calcule o determinante da matriz M, para a=2.
b)Tendo em conta o parâmetro a ϵ ℝ, indique a característica da matriz M.
c)Discuta o sistema correspondente à equação matricial MX=B.
d)Para a=2, determine b ϵ ℝ tal que $[½\ \ ½\ \ 0\ \ 0]^T$ seja solução do sistema MX=B.

76.Considere as matrizes:

$$A = \begin{bmatrix} 3 & -3 & -5 & -2 \\ 0 & 3a & -2a & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ a & a & 3a & a^2 - a \end{bmatrix}, B = \begin{bmatrix} 3 \\ 0 \\ 1 \\ 0 \end{bmatrix} \ e\ C = \begin{bmatrix} -1 & 3 & 5 & 2 \\ 0 & 1 & 1 & 0 \\ 0 & -1 & -2 & 0 \\ -1 & 2 & 3 & 1 \end{bmatrix}$$

a)Utilizando o teorema de Laplace calcule o determinante da matriz C.
b)Utilizando a matriz ampliada [C | I] determine a inversa da matriz C.
c)Tendo em conta do parâmetro a ϵ ℝ, calcule a característica da matriz A.
d)Classifique o sistema correspondente à equação matricial AX=B.

77.Resolva o seguinte sistema de equações lineares:

$$\begin{cases} 2x + y + z + w = 1 \\ x + 2y + z + w = 2 \\ x + y + 2z + w = 3 \\ x + y + z + 2w = 4 \end{cases}$$

78.Classifique e resolva os sistemas lineares escalonados:

a) $\begin{cases} 2x - y + 3z = 0 \\ 2y - z = 1 \\ 2z = -6 \end{cases}$ b) $\begin{cases} 5x - 2y + z = 3 \\ 4y - z = 5 \\ 0z = 8 \end{cases}$ c) $\begin{cases} a + 2b - c + d = 2 \\ c - d = 0 \end{cases}$

79.Discuta os sistemas lineares:

a) $\begin{cases} mx + y = 2 \\ x - y = 1 \end{cases}$ b) $\begin{cases} 3x + 2y = 1 \\ ax - 6y = 0 \end{cases}$ c) $\begin{cases} ax + y = b \\ x + ay = b \end{cases}$ d) $\begin{cases} x + y = 1 \\ 3x + 3y = k + 1 \end{cases}$ e) $\begin{cases} (a - b)x + (a + b)y = a \\ (a^2 - b^2)x + (a^2 + b^2)y = b \end{cases}$

RESPOSTAS

1.

a)$A=\begin{bmatrix}0 & -3 & -6 & -9 & -12\\ 3 & 0 & -3 & -6 & -9\end{bmatrix}$

b)$B=\begin{bmatrix}2 & 9 & 28\\ 5 & 12 & 31\end{bmatrix}$

c)$C=\begin{bmatrix}2 & 3 & 4\\ 3 & 4 & 5\\ 4 & 5 & 6\end{bmatrix}$

2.

a) $\begin{bmatrix}-1 & 10 & 9\\ -9 & 11 & -1\\ 7 & 13 & 5\end{bmatrix}$

b) $\begin{bmatrix}5 & -11 & -5\\ 9 & -12 & 8\\ 2 & -9 & 0\end{bmatrix}$

c) $\begin{bmatrix}40 & -37 & 34\\ 9 & 11 & -20\\ 57 & -26 & -1\end{bmatrix}$

d) $\begin{bmatrix}114 & -67 & 26\\ -28 & 44 & -6\\ 146 & -120 & 52\end{bmatrix}$

3.a)m=-6 e n=5; b)m=±9 e n=±3; c)m=5

4.

a) $\begin{bmatrix}-11 & -1 & 11 & -13\\ 9 & 11 & -23 & -18\\ -17 & 13 & -3 & -61\\ 59 & 33 & -97 & -8\end{bmatrix}$

b) $\begin{bmatrix}-29 & -104 & 41 & 130\\ -206 & -25 & -227 & -51\\ -373 & -318 & -213 & 280\\ -468 & 259 & -745 & -547\end{bmatrix}$

c)Igual alínea b.

d) $\begin{bmatrix}-60 & -42\\ -29 & 49\end{bmatrix}$

e) $\begin{bmatrix}6 & -450\\ -205 & 129\end{bmatrix}$

f)Igual alínea e.

5.

a) $\begin{bmatrix}5 & -8 & 12 & -6\\ 21 & 42 & 64 & -41\\ 8 & 25 & 35 & -22\\ -28 & -56 & -46 & 35\end{bmatrix}$

b) $\begin{bmatrix}-7 & -147 & 175 & -35\\ -77 & -168 & 413 & -70\\ 73 & -286 & 357 & -28\\ -26 & 191 & -261 & 29\end{bmatrix}$

c)Igual a alínea b.

d) $\begin{bmatrix}9 & 10 & -56\\ 20 & 29 & -40\\ 10 & 14 & -28\\ -7 & -19 & -104\end{bmatrix}$

e) $\begin{bmatrix}80 & -57 & -115\\ -7 & 5 & 43\\ -74 & 88 & 170\end{bmatrix}$

6.a)x=-1; y=-7; b)Ídem

7.a) 22; b) -9; c) 0; d) 240; e)456; f)1655; g)0; h)0; i)0; j)0; k)0

8.a) x=-8/3; b) x=3; c) x=5; d) x=1; e) x=7; f) x=-1; g)x_1=3; x_2=5; h)x=4

9. 4627

10. 1

11. 1024

12. 324

13. 72

14. 3

15. x=1/8

16. 2

17. 1/8

18. -2

19. $-\sqrt{3}/2$

20. 61

21. k=4

22. 96

23. N=8

24. x=11

25. $1/2^n$

26. -8

27. 12

28. 0

29. S={0, a}

30. $x \neq 9/2$

31. x=4

32. -2

33. 0

34. $x = \pm\sqrt{13}$

35. 4

36. x=1; y=3; z=5

37. -3/4

38. x_1=0; x_2=6/5

39. k=20/9

40. a)$x=\pm\sqrt{3}/3$; b)x=27/5; c)x=±7; d)x_1=1; x_2=-2; e)x=1; f)x=2

41.a)-2; b)0; c)0; d)0; e)8

42. -62

43. 39

44. k=0 ou k=1

45. 36

46. a)-189; b)-8/7; c)-1/56; d)7

47.a)k=1; b)$x_{1,2}=(5\pm\sqrt{17})/2$

48. 4

49. $x \in\ ]-\infty;\ -4[\ \cup\ ]0;\ +\infty[$

50. 9/40

51.16

52. 5

53. x_1=2; x_2=-4

54. 0

55. 3xyzw

56. 4

57. $-4\log^2 2$

58. $x^4 - x^2$

59. 36

60.

a) $\begin{bmatrix}-14/3 & -3 & -13/3\\ -2 & -1 & -2\\ 1 & 1 & 1\end{bmatrix}$

b)Matriz singular

c) $\begin{bmatrix}1 & 0 & 0 & 0\\ -2 & 1 & 0 & 0\\ 1 & -2 & 1 & 0\\ 0 & 1 & -2 & 1\end{bmatrix}$

61.
a) $\begin{bmatrix} -2 & 1 & 0 \\ -1 & -1 & -1 \\ -3 & -2 & -2 \end{bmatrix}$

b) $\begin{bmatrix} -7 & 1 & 1 \\ 3 & 0 & -1 \\ 3 & -1 & 0 \end{bmatrix}$

c) $\begin{bmatrix} -1 & -2 & -4 & 2 \\ 0 & -1 & -2 & -3 \\ 0 & 0 & -1 & -1 \\ 0 & 0 & 0 & -1 \end{bmatrix}$

62. 3
63.
a)Sistema incompatível
b)Sistema compatível determinado: S={3, 3,- 2}
c) Sistema compatível determinado: S={1, 2, 3}
d) Sistema compatível indeterminado: S={-6C, 0, C}
e)Sistema incompatível
f)Sistema compatível indeterminado: S={1, 1, 1}
64.
a) 2a-4b+c=0
b) a,b,c € $\mathbb{R}$
c) 2a-b+c=0
d) a+b+c=0
65. k=12
66. a)x=5; y=7; b) x=3; y=1; c)x=5; y=4; z=3; d) x=6; y=4; z=2
67. a)x=4; y=2; b) x=1; y=2
68. $\lambda_{1,2}=1$; $\lambda_3=-2$
69. Impossível
70.
a)
Para a=2, sistema compatível indeterminado;
Para a≠2, sistema compatível indeterminado;
b)
Para b=0 e a≠-1, sistema incompatível;
Para b=0 e a=-1, sistema compatível indeterminado;
Para a=1 e b=-1, sistema compatível indeterminado;
Para a=1 e b≠-1, sistema incompatível;
c)
Para a=1 e b=1, sistema compatível indeterminado;
Para a=1 e b≠1, sistema incompatível;
Para a=0, sistema compatível indeterminado;
Para a=b=-2, sistema compatível indeterminado;
Para a=-2 e b≠-2, sistema incompatível;
d)
Para a≠1, sistema compatível determinado;
Para a=1 e b≠1, sistema incompatível;
Para a=0, b=1 e c≠0, sistema compatível indeterminado;
Para a=0, b=1 e c=0, sistema incompatível;
e)
Para b=2a, sistema compatível indeterminado;
Para c=1 e b≠2a, sistema compatível determinado;
f)
Para a≠b≠c, sistema compatível determinado;
Para a=b, sistema compatível indeterminado;
Para a=c≠b, sistema compatível indeterminado;
Para b=c≠a, sistema compatível indeterminado;
71. x=y=z=t=0 (solução trivial)
72.
a)
Para k=1, sistema incompatível;
Para k=-1, sistema compatível indeterminado
b)
$[x\ \ y\ \ z]^T=C.[1\ \ 0\ \ 1]^T$
73.
a)
Se k=1, então Ca=1; Se k=2, então Ca=3
b) k≠1 e k≠-2
c) S={½; ½; -½ }
74.
a) k≠0; k≠3/2; b)S={1, 10, 2}
75. a) 8; b)Se a=1, então $C_M=3$; c) b=1
76.
a) -1
b) $C^{-1} = \begin{bmatrix} 1 & 1 & 0 & -2 \\ 0 & 2 & 1 & 0 \\ 0 & -1 & -1 & 0 \\ 1 & 0 & 1 & -1 \end{bmatrix}$

c) Se a=0, então Ca=1; Se a=1/3, então Ca=3
d) Se a=0, sistema compatível indeterminado; Se a=1/3, sistema incompatível;

77. x=-1; y=0; z=1; w=2
78.
a)Sistema compatível deteerminado;
b)Sistema incompatível;
c)Sistema compatível indeterminado
79.
a)Para m≠-1, sistema possível determinado;
Para m=-1, sistema incompatível;
Não existe m tal que o sistema seja compatível iindeterminado
b)a≠-9, sistema possível determinado;
a=-9, sistema incompatível
c)Para a≠±1, sistema compatível determinado;
Para a=1, sistema compatível indeterminado;
Para a=-1 e b=0, sistema compatível indeterminado;
Para a=-1 e b≠0, sistema incompatível;
d)Para k≠2, sistema incompatível;
Para k=2, sistema compatível indeterminado
e)Para a=0 e b≠0, sistema incompatível;
Para a=0 e b=0, sistema compatível indeterminado;
Para b=0 e a≠0, sistema compatível indeterminado;