

Trabajo práctico FLA

Josep Ramon Ribera

El objetivo de este trabajo es la demostración de la no validez de la fórmula asignada. Dicha fórmula se encuentra en la siguiente imagen:

$$(\forall x)(\exists y)(A_1^2(x, f_1^2(y, y)) \vee A_1^2(x, f_1^2(f_1^2(y, y), a_2)))$$

Para demostrar la no validez de la fórmula vamos a demostrar que su negación **sí es satisfacible**, ya que:

Hecho 1: Una fórmula F es *lógicamente válida* si y sólo si su negación $\neg F$ es *insatisfacible*

Primeramente, se procede a normalizar la fórmula negada como se muestra en la siguiente imagen:

The image shows the following handwritten steps for normalizing the negated formula:

$$\neg[(\forall x)(\exists y)(A_1^2(x, f_1^2(y, y)) \vee A_1^2(x, f_1^2(f_1^2(y, y), a_2)))]$$
$$(\exists x)[\neg(\exists y)(A_1^2(x, f_1^2(y, y)) \vee A_1^2(x, f_1^2(f_1^2(y, y), a_2)))]$$
$$(\exists x)(\forall y)\neg[A_1^2(x, f_1^2(y, y)) \vee A_1^2(x, f_1^2(f_1^2(y, y), a_2))]$$
$$(\exists x)(\forall y)[\neg A_1^2(x, f_1^2(y, y)) \wedge \neg A_1^2(x, f_1^2(f_1^2(y, y), a_2))]$$

$\downarrow x \rightarrow b_1$

$$\neg A_1^2(b_1, f_1^2(y, y)) \wedge \neg A_1^2(b_1, f_1^2(f_1^2(y, y), a_2))$$

Utilizando esta fórmula normalizada, con la ayuda de la herramienta [AGES](#) podemos encontrar una interpretación en un dominio que la satisfaga. El dominio es los números naturales y el cero, y la interpretación es la siguiente:

$$a_2 = -1$$

$$b_1 = -1$$

$$f_{21}(x_1, x_2) = 1 + x_1 + x_2$$

$$A_{21}(x_1, x_2) \Leftrightarrow 4 * x_1 + x_2 \geq 0$$

Por tanto, se ha podido demostrar que la negación de la fórmula original es satisfacible y, por tanto, la fórmula original **NO es válida**.

Anexo 1: Utilización de AGES

Maude Specification

Select a file to upload, or paste your code un the following text area:

No file chosen

```
mod Trabajo is
  sort S .
  op a2 : -> S .
  op b1 : -> S .
  op f21 : S S -> S .
  op A21 : S S -> Bool .
  vars y : S .
endm
```

Test Goal

Write the test goal in the next text field

Use a new line to separate each goal.

```
~A21(b1,f21(y,y))
~A21(b1,f21(f21(y,y),a2))
```

☐ Use intended interpretations for `_+_`, `_-_`, `_>_`, `_>=_` for sorts `Nat` (Natural numbers) and `Int` (Integer numbers).

Results

System:

```
mod Trabajo is
  sort S .
  op a2 : -> S .
  op b1 : -> S .
  op f21 : S S -> S .
  op A21 : S S -> Bool .
  vars y : S .
endm
```

Property:

```
~A21(b1,f21(y,y))
~A21(b1,f21(f21(y,y),a2))
```

Results:

Domains:

S: -|N \ {0}

Function Interpretations:

```
|[a2]| = - 1
|[b1]| = - 1
|[f21(x_1_1:S,x_2_1:S)]| = 1 + x_1_1:S + x_2_1:S
```

Predicate Interpretations:

```
A21(x_1_1:S,x_2_1:S) <=> (4.x_1_1:S + x_2_1:S >= 0)
x_1_1:S ->* x_2_1:S <=> ((1 + 3.x_2_1:S >= 5.x_1_1:S) /\ (1 + x_2_1:S >= 5.x_1_1:S))
x_1_1:S -> x_2_1:S <=> ((x_2_1:S >= 1 + x_1_1:S) /\ (x_1_1:S >= 1 + x_2_1:S))
```