强化学习笔记

1 Policy Gradient

2 Actor-Critic

3 Q-Learning

Q-Learning和Actor-Critic不同的地方在于它完全忽略了策略，因为如果拟合Q函数是正确的，那么就可以通过Q函数就可以直接采用贪心法推出策略：

$$\pi'\left(\mathbf{a}_t \mid \mathbf{s}_t\right)=\begin{cases}1 \text{ if } \mathbf{a}_t=\arg\max_{\mathbf{a}_t} A^\pi\left(\mathbf{s}_t, \mathbf{a}_t\right) \\ 0 \text{ otherwise}\end{cases}$$

$$A^\pi(\mathbf{s}, \mathbf{a})=r(\mathbf{s}, \mathbf{a})+\gamma E[V^\pi(\mathbf{s}')]-V^\pi(\mathbf{s})$$

这样就不需要用神经网络来表示策略。为了求出优势函数，则需要拟合价值函数。

3.1 Dynamic Programming

假设已知$p(s'|\mathbf{s},\mathbf{a})$当s和a都是离散的情况下，可以用tabular方法表示出转换运算符，然后通过自举的方式更新价值函数。

$$V^\pi(\mathbf{s}) \leftarrow r(\mathbf{s}, \pi(\mathbf{s}))+\gamma E_{\mathbf{s}' \sim p(s'|\mathbf{s}, \pi(\mathbf{s}))}[V^\pi(\mathbf{s}')]$$

因为对于每一个a而言，优势函数的后两项都是一样的，所以这样更新策略

$$\arg\max_{\mathbf{a}_t} A^\pi\left(\mathbf{s}_t, \mathbf{a}_t\right)=\arg\max_{\mathbf{a}_t} Q^\pi\left(\mathbf{s}_t, \mathbf{a}_t\right)$$

如此迭代：

$$Q^\pi(\mathbf{s}, \mathbf{a}) \leftarrow r(\mathbf{s}, \mathbf{a})+\gamma E[V^\pi(\mathbf{s}')]$$

$$V(s) \leftarrow \max_a Q(\mathbf{s}, \mathbf{a})$$

这样就可以跳过直接计算价值函数和策略的步骤。

3.2 Fitted Value Iteration

当s和a空间很大的时候，如果使用向量表示$V(s)$就会造成维数灾难，这种情况下可以使用神经网络。

此时就转化成一个回归问题，如此迭代：

$$\begin{aligned} &\mathbf{y}_i \leftarrow \max_{\mathbf{a}_i}\left(r\left(\mathbf{s}_i, \mathbf{a}_i\right)+\gamma E\left[V_\phi\left(\mathbf{s}_i'\right)\right]\right) \\ &\phi \leftarrow \arg\min_\phi \tfrac{1}{2} \textstyle\sum_i \left\|V_\phi\left(\mathbf{s}_i\right)-\mathbf{y}_i\right\|^2 \end{aligned}$$

此处也忽略了policy，而是直接计算价值函数。

3.3 Transitions are unknown

如果没有具体的模型，那么就很难完成以下更新

$$\mathbf{y}_i \leftarrow \max_{\mathbf{a}_i} \left(r\left(\mathbf{s}_i, \mathbf{a}_i\right) + \gamma E\left[V_\phi\left(\mathbf{s}_i'\right)\right] \right)$$

因为当维数很大或模型未知的时候，无法回到上一个状态，然后在模型中运行不同的action，获取对应的Q函数值。所以可以尝试不去学习价值函数而是Q函数：

$$V^\pi(\mathbf{s}) \leftarrow r(\mathbf{s}, \pi(\mathbf{s})) + \gamma E_{\mathbf{s}' \sim p(s'|\mathbf{s}, \pi(\mathbf{s}))}\left[V^\pi\left(\mathbf{s}'\right)\right]$$

$$Q^\pi(\mathbf{s}, \mathbf{a}) \leftarrow r(\mathbf{s}, \mathbf{a}) + \gamma E_{\mathbf{s}' \sim p(\mathbf{s}'|\mathbf{s}, \mathbf{a})}\left[Q^\pi\left(\mathbf{s}', \pi\left(\mathbf{s}'\right)\right)\right]$$

这样在通过argmax更新策略的时候，就可以不用在环境中执行不同的action，而只是通过Q函数计算action的reward。

对于fitted value iteration算法，可令：

$$E\left[V\left(\mathbf{s}_i'\right)\right] \approx \max_{\mathbf{a}'} Q_\phi\left(\mathbf{s}_i', \mathbf{a}_i'\right)$$

对于该算法这样做的优点是：

1. works for off-policy
2. 只需要一个神经网络，policy gradient方差较低

缺点是无法保证对于非线性函数是收敛的。

3.4 Full Fitted Q-iteration

利用3.3的方法对Fitted Value Iteration改进后的算法就是Fitted Q-iteration

full fitted Q-iteration algorithm:

1. collect dataset $\{(\mathbf{s}_i, \mathbf{a}_i, \mathbf{s}_i', r_i)\}$ using some policy
2. set $\mathbf{y}_i \leftarrow r(\mathbf{s}_i, \mathbf{a}_i) + \gamma \max_{\mathbf{a}_i'} Q_\phi(\mathbf{s}_i', \mathbf{a}_i')$
3. set $\phi \leftarrow \arg\min_\phi \frac{1}{2} \sum_i \|Q_\phi(\mathbf{s}_i, \mathbf{a}_i) - \mathbf{y}_i\|^2$

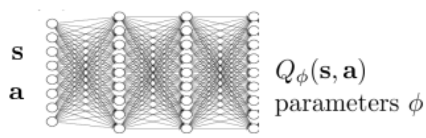
$K\times$

parameters

dataset size N, collection policy

iterations K

gradient steps S



因为给出s和a后，transition和π无关，所以这是off-policy的算法。

对于tabular法表示的价值函数该算法是可以收敛的，但是对于神经网络表示的函数一般是无法收敛的。

算法的第二步旨在提升policy（tabular case），第三步减少了Q函数的误差。

3.5 Online Q-learning

1. take some action $\mathbf{a}_i$ and observe $(\mathbf{s}_i, \mathbf{a}_i, \mathbf{s}_i', r_i)$
2. $\mathbf{y}_i = r(\mathbf{s}_i, \mathbf{a}_i) + \gamma \max_{\mathbf{a}'} Q_\phi(\mathbf{s}_i', \mathbf{a}_i')$
3. $\phi \leftarrow \phi - \alpha \frac{dQ_\phi}{d\phi}(\mathbf{s}_i, \mathbf{a}_i)(Q_\phi(\mathbf{s}_i, \mathbf{a}_i) - \mathbf{y}_i)$

这是Q-learning算法的基本原型，仅适用于tabular和线性的价值函数。

3.6 改进措施

3.6.1 epsilon-greedy

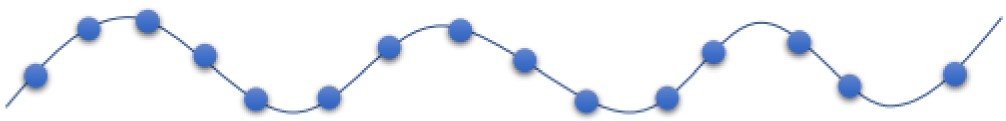
$$\pi\left(\mathbf{a}_t \mid \mathbf{s}_t\right)=\begin{cases}1-\epsilon \text{ if } \mathbf{a}_t=\arg\max_{\mathbf{a}_t} Q_\phi\left(\mathbf{s}_t, \mathbf{a}_t\right) \\ \epsilon /(|\mathcal{A}|-1) \text{ otherwise}\end{cases}$$

3.6.2 Boltzmann exploration

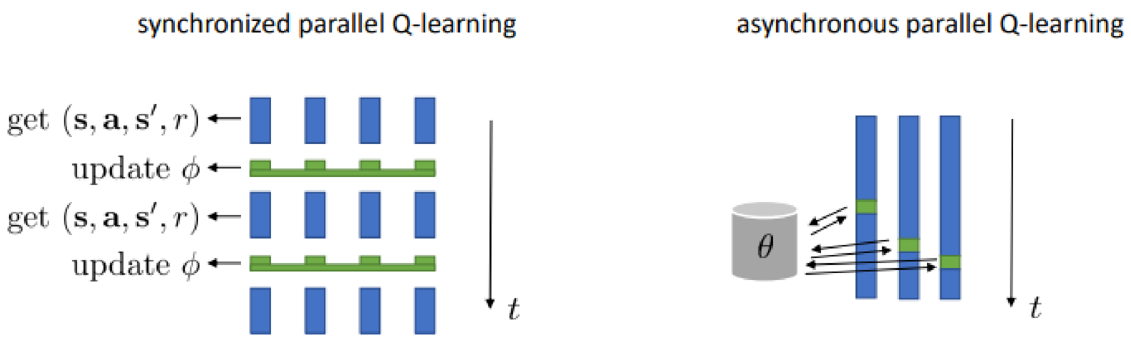
$$\pi\left(\mathbf{a}_t \mid \mathbf{s}_t\right)=exp(Q_\phi(\mathbf{s}_t, \mathbf{a}_t)) \cdot k$$

3.6.3 Parallelism

传统Q-learning算法的第一步是执行某个action然后观察$(\mathbf{s}_i, \mathbf{a}_i, \mathbf{s}_i', r_i)$，但是前后两个状态是强相关的，同时目标值一直在改变，所以难以收敛。



所以可以采用并行化的方法，解决状态相关的问题。



3.6.4 replay buffers

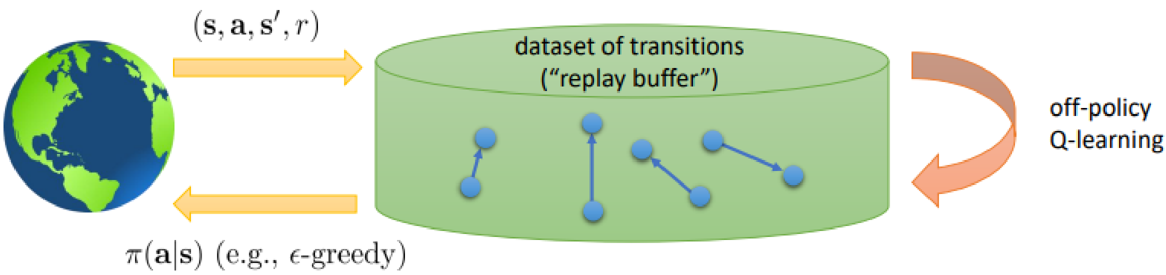
另一个解决方案是使用replay buffers，可以解决相关问题，同时使gradient方差变小。K通常取1

full Q-learning with replay buffer:

1. collect dataset $\{(\mathbf{s}_i, \mathbf{a}_i, \mathbf{s}_i', r_i)\}$ using some policy, add it to $\mathcal{B}$

$K\times$

2. sample a batch $(\mathbf{s}_i, \mathbf{a}_i, \mathbf{s}_i', r_i)$ from $\mathcal{B}$
3. $\phi \leftarrow \phi - \alpha \sum_i \frac{dQ_\phi}{d\phi}(\mathbf{s}_i, \mathbf{a}_i)(Q_\phi(\mathbf{s}_i, \mathbf{a}_i) - [r(\mathbf{s}_i, \mathbf{a}_i) + \gamma \max_{\mathbf{a}'} Q_\phi(\mathbf{s}_i', \mathbf{a}_i')])$



3.6.5 Target Networks

$$\phi \leftarrow \phi - \alpha \frac{dQ_\phi}{d\phi}(\mathbf{s}_i, \mathbf{a}_i)\left(Q_\phi(\mathbf{s}_i, \mathbf{a}_i) - \left[r(\mathbf{s}_i, \mathbf{a}_i) + \gamma \max_{\mathbf{a}'} Q_\phi(\mathbf{s}_i', \mathbf{a}_i')\right]\right)$$

在学习Q函数时，$\left[r(\mathbf{s}_i, \mathbf{a}_i) + \gamma \max_{\mathbf{a}'} Q_\phi(\mathbf{s}_i', \mathbf{a}_i')\right]$这部分使用了参数$\phi$但是却并没有被计算进梯度中，所以这并不是一个梯度下降，所以无法保证收敛，该问题无法完全解决，但是可以被减轻。

在更新参数时，为了使目标值稳定，可以采用target networks：

Q-learning with replay buffer and target network:

1. save target network parameters: $\phi' \leftarrow \phi$

$N\times$

2. collect dataset $\{(\mathbf{s}_i, \mathbf{a}_i, \mathbf{s}_i', r_i)\}$ using some policy, add it to $\mathcal{B}$

$K\times$

3. sample a batch $(\mathbf{s}_i, \mathbf{a}_i, \mathbf{s}_i', r_i)$ from $\mathcal{B}$
4. $\phi \leftarrow \phi - \alpha \sum_i \frac{dQ_\phi}{d\phi}(\mathbf{s}_i, \mathbf{a}_i)(Q_\phi(\mathbf{s}_i, \mathbf{a}_i) - \underline{[r(\mathbf{s}_i, \mathbf{a}_i) + \gamma \max_{\mathbf{a}'} Q_{\phi'}(\mathbf{s}_i', \mathbf{a}_i')]})$

targets don't change in inner loop!

3.6.6 DQN

3.6.5中的K=1时，就是经典的DQN算法：

1. take some action $\mathbf{a}_i$ and observe $(\mathbf{s}_i, \mathbf{a}_i, \mathbf{s}_i', r_i)$, add it to $\mathcal{B}$
2. sample mini-batch $\{\mathbf{s}_j, \mathbf{a}_j, \mathbf{s}_j', r_j\}$ from $\mathcal{B}$ uniformly
3. compute $y_j = r_j + \gamma \max_{\mathbf{a}_j'} Q_{\phi'}(\mathbf{s}_j', \mathbf{a}_j')$ using *target* network $Q_{\phi'}$
4. $\phi \leftarrow \phi - \alpha \sum_j \frac{dQ_\phi}{d\phi}(\mathbf{s}_j, \mathbf{a}_j)(Q_\phi(\mathbf{s}_j, \mathbf{a}_j) - y_j)$
5. update ϕ': copy ϕ every N steps

当然，不必每次都要经过N次才更新参数，可以和Polyak averaging一样更新参数：

$$\phi' :\leftarrow \tau\phi' + (1-\tau)\phi$$

3.6.7 General view of Q-learning

Q-learning with replay buffer and target network:

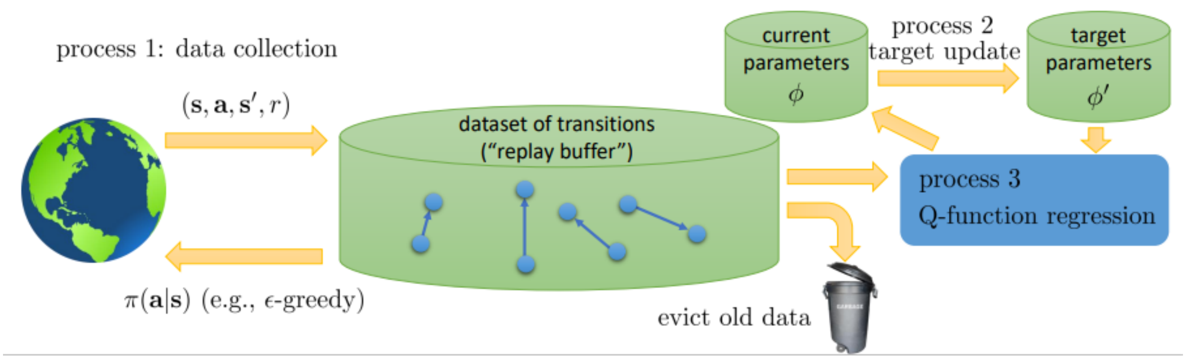
1. save target network parameters: $\phi' \leftarrow \phi$

$N\times$

2. collect M datapoints $\{(\mathbf{s}_i, \mathbf{a}_i, \mathbf{s}_i', r_i)\}$ using some policy, add them to $\mathcal{B}$

$K\times$

3. sample a batch $(\mathbf{s}_i, \mathbf{a}_i, \mathbf{s}_i', r_i)$ from $\mathcal{B}$
4. $\phi \leftarrow \phi - \alpha \sum_i \frac{dQ_\phi}{d\phi}(\mathbf{s}_i, \mathbf{a}_i)(Q_\phi(\mathbf{s}_i, \mathbf{a}_i) - [r(\mathbf{s}_i, \mathbf{a}_i) + \gamma \max_{\mathbf{a}'} Q_{\phi'}(\mathbf{s}_i', \mathbf{a}_i')])$



算法	步骤频率	丢弃
Online Q-learning	$p_1 = p_2 = p_3$	立刻
DQN	$p_1 = p_3 > p_2$	?
Fitted Q-iteration	$p_1 < p_2 < p_3$	?

3.6.8 Double DQN

在实践中Q函数值通常会大于实际的奖励值，原因是在更新y_i的时候：

$$y_i = r_j + \gamma \max_{\mathbf{a}_j'} Q_{\phi'}\left(\mathbf{s}_j', \mathbf{a}_j'\right)$$

如果Q函数时不准确的，最后的max部分会高估奖励值，这让Q函数看起来像是有噪声的。原因如下：

$$E[\max(X_1, X_2)] \geq \max(E[X_1], E[X_2])$$

易证：

$$\max_{\mathbf{a}'} Q_{\phi'}\left(\mathbf{s}', \mathbf{a}'\right) = Q_{\phi'}\left(\mathbf{s}', \arg\max_{\mathbf{a}'} Q_{\phi'}\left(\mathbf{s}', \mathbf{a}'\right)\right)$$

由于value和action选择都来自于同一个函数，所以，假设当Q函数对a_1, a_2的奖励估计错误时，a_1, a_2的实际奖励为(5.6, 7.8)，估计的奖励值为(8.4, 6.8)，那么Q函数就会选择一个实际上更低的action。

解决方法是让value计算和action选择都独立开来，在用于value计算的Q函数估计错误时，只要另一个用于action选择的Q函数没有估计错误，那么就可以避免选择错误的action。

$$\begin{aligned} Q_{\phi_A}(\mathbf{s}, \mathbf{a}) &\leftarrow r + \gamma Q_{\phi_B}\left(\mathbf{s}', \arg\max_{\mathbf{a}'} Q_{\phi_A}\left(\mathbf{s}'\right)\right) \\ Q_{\phi_B}(\mathbf{s}, \mathbf{a}) &\leftarrow r + \gamma Q_{\phi_A}\left(\mathbf{s}', \arg\max_{\mathbf{a}'} Q_{\phi_B}\left(\mathbf{s}'\right)\right) \end{aligned}$$

在实践中，训练两个神经网络比较麻烦，所以通常采用target和current network作为两个Q函数。

$$\text{standard Q-learning: } y = r + \gamma Q_{\phi'}(\mathbf{s}', \arg\max_{\mathbf{a}'} Q_{\phi'}(\mathbf{s}', \mathbf{a}'))$$

$$\text{double Q-learning: } y = r + \gamma Q_{\phi'}(\mathbf{s}', \arg\max_{\mathbf{a}'} Q_{\phi}(\mathbf{s}', \mathbf{a}'))$$

just use current network (not target network) to evaluate action

still use target network to evaluate value!

3.7 Implementation

代码见: https://github.com/JosepLeder/Lekai-Reinforcement-Learning-Notes

3.7.1 Summary

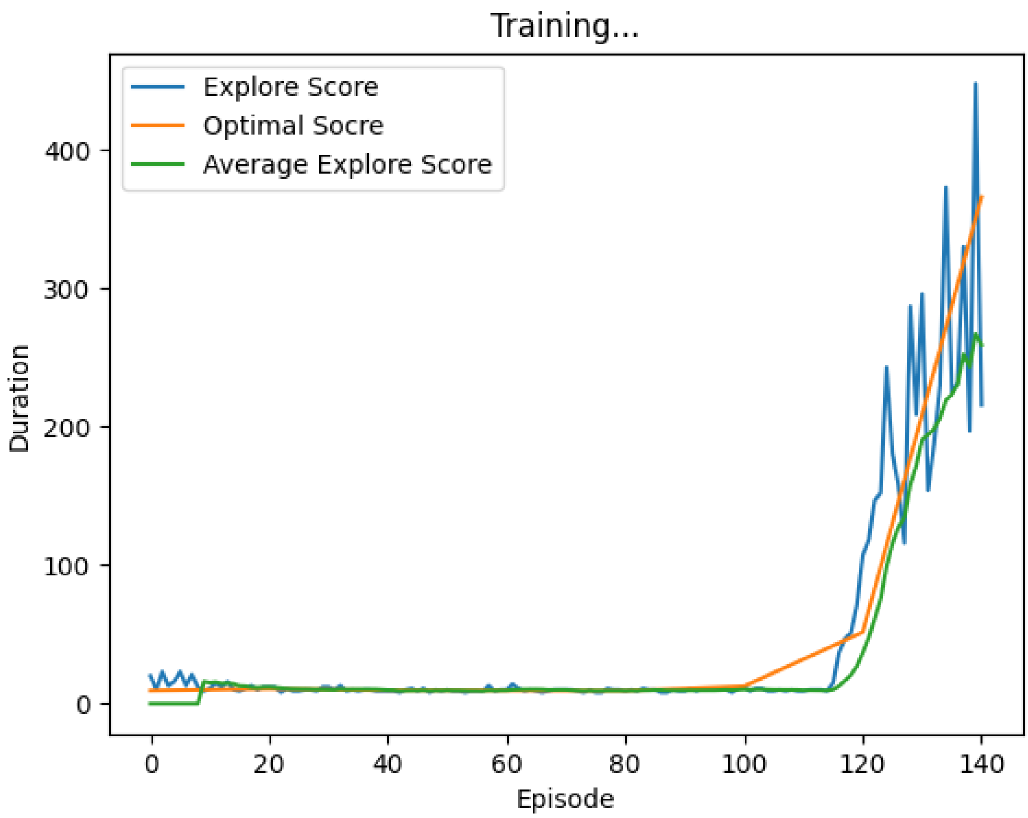
DQN和DDQN算法实现十分相似，后者只需在前者的基础上修改action选择的网络即可。

超参数如epsilon、memory_replay大小、target network更新频率对算法的效果有显著的影响。调试中发现降低target network的更新频率（如N = 50），或者使用alternative target network，可以是网络快速收敛，并且较为稳定，不依赖于特定随机数种子。

除此以外，使用梯度剪切防止梯度爆炸（效果一般），减少神经网络神经元的数量也有助于收敛。更换损失函数也有助于收敛，L2 loss (MSE)在实践中比L1 loss (Huber)更好。

3.7.2 Train results

DQN训练结果：



DDQN训练结果：