

Servicio Social

Trayectoria de Fotones (Actualización)

Fecha: 5 de mayo de 2021

La ecuación diferencial que describe la trayectoria de fotones en términos del potencial efectivo $W_{eff}(r)$ y un parámetro b está dada por

$$\frac{1}{b^2} = \frac{1}{l^2} \left(\frac{dr}{d\lambda} \right)^2 + W_{eff}(r), \quad (1)$$

donde

$$b^2 = \frac{l^2}{e^2},$$

y

$$W_{eff}(r) = \frac{1}{r^2} \left(1 - \frac{2M}{r} \right).$$

Despejando la ecuación

$$\begin{aligned} \left(\frac{1}{b^2} - W_{eff}(r) \right) l^2 &= \left(\frac{dr}{d\lambda} \right)^2 \\ \Rightarrow \left(\frac{l^2}{b^2} - l^2 W_{eff}(r) \right) &= \left(\frac{dr}{d\lambda} \right)^2 \\ \Rightarrow \left(\frac{l^2}{b^2} - \frac{l^2}{r^2} \left(1 - \frac{2M}{r} \right) \right) &= \left(\frac{dr}{d\lambda} \right)^2. \end{aligned}$$

Obteniendo finalmente

$$\sqrt{\frac{l^2}{b^2} - \frac{l^2}{r^2} + \frac{2Ml^2}{r^3}} = \frac{dr}{d\lambda}. \quad (2)$$

En el código del programa se agregó un “método” para que éste también arrojara datos para graficar el potencial efectivo el cual depende de la masa del origen de la curvatura, aunque presenta unos problemas, para $M = 1$ el programa arroja una gráfica idéntica a la teórica.

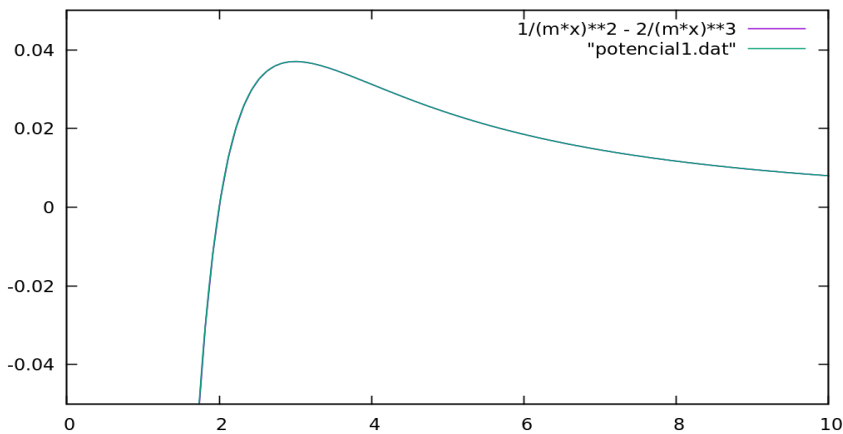


Figura 1: Gráfica del potencial efectivo $W_{eff}(r)$ para $M = 1$.

Hay que recordar que el parámetro de impacto b es aquel que nos describe las propiedades físicas de la trayectoria de fotones.

Dada la naturaleza de la ecuación, es decir, en coordenadas polares en el plano ecuatorial, la gráfica todavía no se comporta como en el libro, sin embargo, se puede ver claramente que bajo los parámetros adecuados, r colapsa a un valor igual a $3M$ cuando $b^2 = 27M^2$.

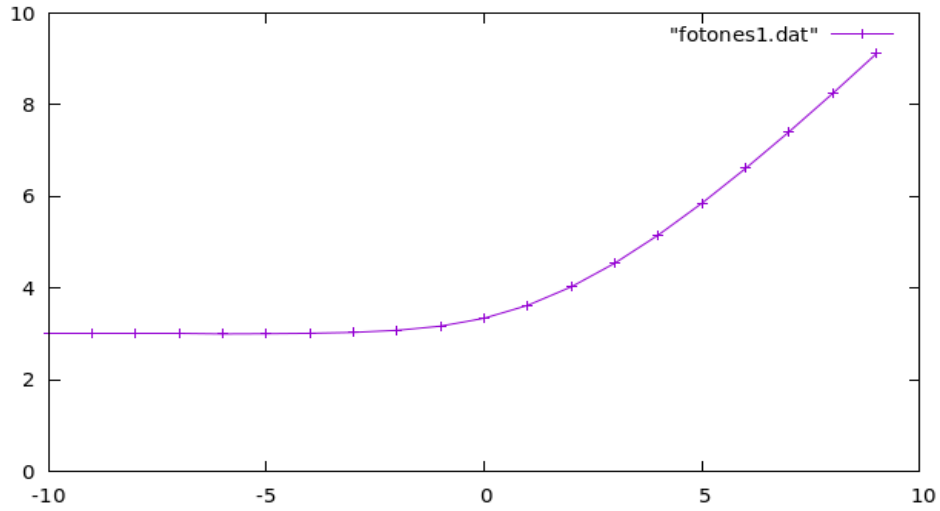


Figura 2: Gráfica de la ecuación $dr/d\lambda$ con $M = 1$ y $b^2 = 27$.