Elettronica

Bumma Giuseppe

Contents

1 SI

1.1 Unità derivate SI

Grandezza	**Simbolo**	**Unità SI non di base**	**Unità SI di base**
Carica elettrica	C (Coulomb)		$s \times A$
Tensione elettrica e differenza di potenziale elettrico	V "(Volt)"	$\frac{W}{A}$	$m^2 \times kg \times s^{-3} \times A^{-1}$
Forza	N (Newton)		$m \times kg \times s^{-2}$
Energia/Lavoro	J (Joule)	$N \times m$	$m^2 \times kg \times s^{-2}$
Potenza	W (Watt)	$\frac{J}{s}$	$m^2 \times kg \times s^{-3}$
Flusso magnetico	Wb (Weber)	$V \times s$	$m^2 \times kg \times s - 2 \times A^{-1}$
Induzione magnetica	T (Tesla)	$\frac{Wb}{m^2}$	$kg \times s^{-2} \times A^{-1}$
Resistenza elettrica	Ω (Ohm)	$\frac{V}{A}$	$m^2 \times kg \times s^{-3} \times A^{-2}$
Conduttanza elettrica	S (Siemens)	$\frac{A}{V}$	$m^{-2} \times kg^{-1} \times s^3 \times A^2$
Capacità	F (Farad)	$\frac{C}{V}$	$m^{-2} \times kg^{-1} \times s^4 \times A^2$
Induttanza	H (Henry)	$\frac{Wb}{A}$	$m^2 \times kg \times s^{-2} \times A^{-2}$
Frequenza	Hz (Hertz)		s^{-1}

1.2 Prefissi

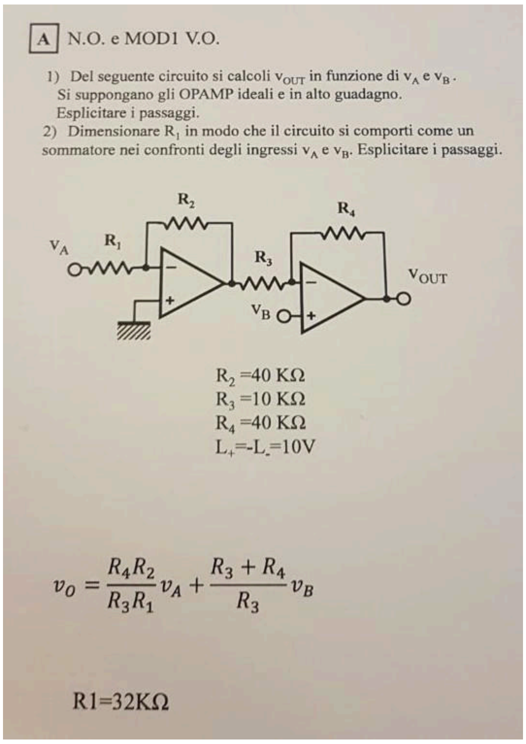
Factor	**Name**	**Symbol**
10^{-24}	yocto	y
10^{-21}	zepto	z
10^{-18}	atto	a
10^{-15}	femto	f
10^{-12}	pico	p
10^{-9}	nano	n
10^{-6}	micro	μ
10^{-3}	milli	m
10^{-2}	centi	c
10^{-1}	deci	d
10^{1}	deca	da
10^{2}	hecto	mh
10^{6}	mega	M
10^{9}	giga	G
10^{12}	tera	T
10^{15}	peta	P
10^{18}	exa	E
10^{21}	zetta	Z
10^{24}	yotta	Y

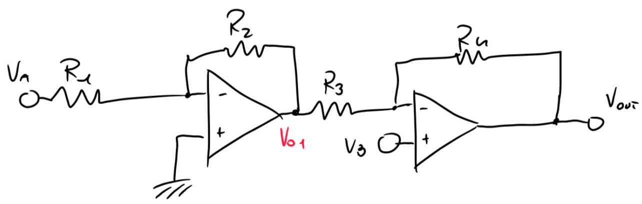
2 Tipi di esercizi

2.1 A

N.B. Le formule notevoli si trovano nel Formulario.

2.1.1 Esame 14/09/2021





1) Usiamo la sovrapposizione degli effetti per calcolare v_O

1

$v_a \neq 0, v_B = 0$

$$\underbrace{v_{O_1} = \frac{R_2}{R_1} \cdot v_a}_{\text{amplificatore lineare invertente}} \qquad \underbrace{v_{\text{OUT}_A} = -\frac{R_4}{R_3} \cdot v_{O_1}}_{\text{amplificatore lineare invertente}} = \frac{R_4}{R_3} \cdot \frac{R_2}{R_1} \cdot v_A$$

2

$v_a = 0, v_B \neq 0$

$$v_{O_1} = 0 \qquad \underbrace{v_{\text{OUT}_B} = \left(1 + \frac{R_4}{R_3} \cdot v_B\right)}_{\text{amplificatore lineare non invertente}} = \frac{R_3 + R_4}{R_3} \cdot v_B$$

$$v_{\text{OUT}} = v_{\text{OUT}_A} + v_{\text{OUT}_B} = \frac{R_4}{R_3} \cdot \frac{R_2}{R_1} \cdot v_A + \frac{R_3 + R_4}{R_3} \cdot v_B$$

2) Sommatore tra v_A e v_B

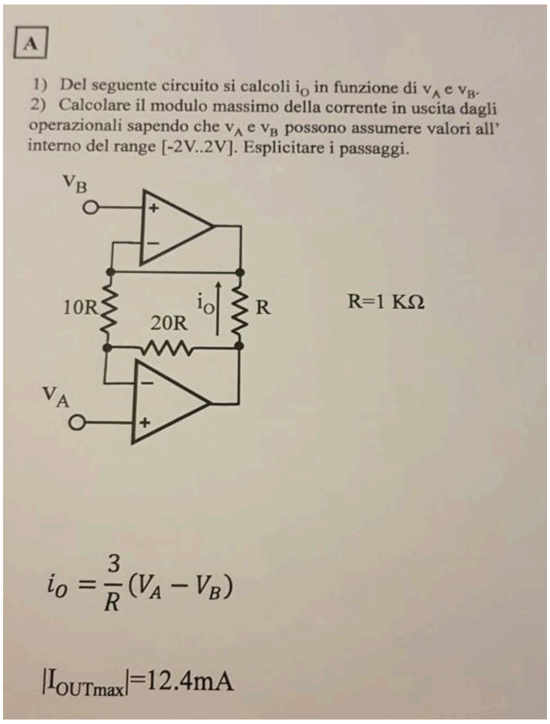
Si eguagliano i coefficienti davanti a v_A e v_B

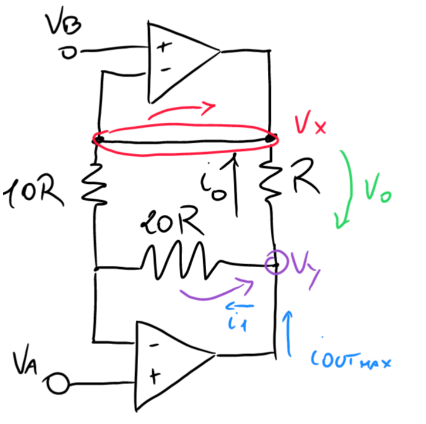
$$\frac{R_4}{R_3} \cdot \frac{R_2}{R_1} = \frac{R_3 + R_4}{R_3} \implies \frac{40k\Omega \cdot 40k\Omega}{10k\Omega \cdot R_1} = (10k\Omega + 40k\Omega, 10k\Omega)$$

$$\implies \frac{160k\Omega}{R_1} = 5k\Omega$$

$$\implies R_1 = \frac{150}{5} k\Omega = 32k\Omega$$

2.1.2 Esame 28/01/2021

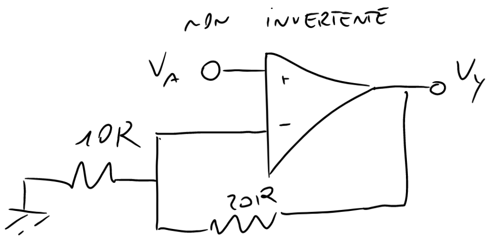




1) Usiamo la sovrapposizione degli effetti per calcolare v_0

(1)

$v_a \neq 0, v_B = 0$, abbiamo come OPAMP_1 un FOLLOWER e come OPAMP_2 un NON INVERTENTE



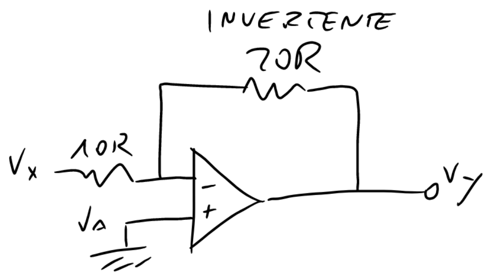
$$\underbrace{v_x = 0}_{\text{follower spento}} \qquad v_y = \left(1 + \frac{20R}{10R}\right) \cdot v_A$$

$$= 3v_A$$

$$i_{0_1} = \frac{3v_A}{R}$$

2

$v_a = 0, v_B \neq 0$, abbiamo come OPAMP_1 un FOLLOWER e come OPAMP_2 un INVERTENTE



$$\underbrace{v_x = v_B}_{\text{follower acceso}} \qquad v_y = -\frac{20R}{10R} \cdot v_x = \frac{R_3 + R_4}{R_3} \cdot v_B$$

$$= -\frac{20R}{10R} \cdot v_B$$

$$= -2v_B$$

$$v_y - v_x - v_{0_2} = 0 \Longrightarrow v_{0_2} = v_y - v_x$$

$$i_{0_2} = \frac{v_y - v_B}{R}$$

$$= \frac{-2v_B - v_B}{R}$$

$$= -\frac{3v_b}{R}$$

$$i_0 = i_{0_1} + i_{0_2} = \frac{3v_A}{R} - \frac{3v_b}{R}$$

$$= \frac{3v_A - 3v_b}{R}$$

$$= \frac{3}{R}(v_A - v_B)$$

2) Modulo massimo corrente

$$i_{\mathrm{OUT}_{\mathrm{MAX}}} = i_0 + i_1 = \frac{3}{R}(v_A - v_B) + \frac{3v_a - 2v_B - v_A}{20R}$$

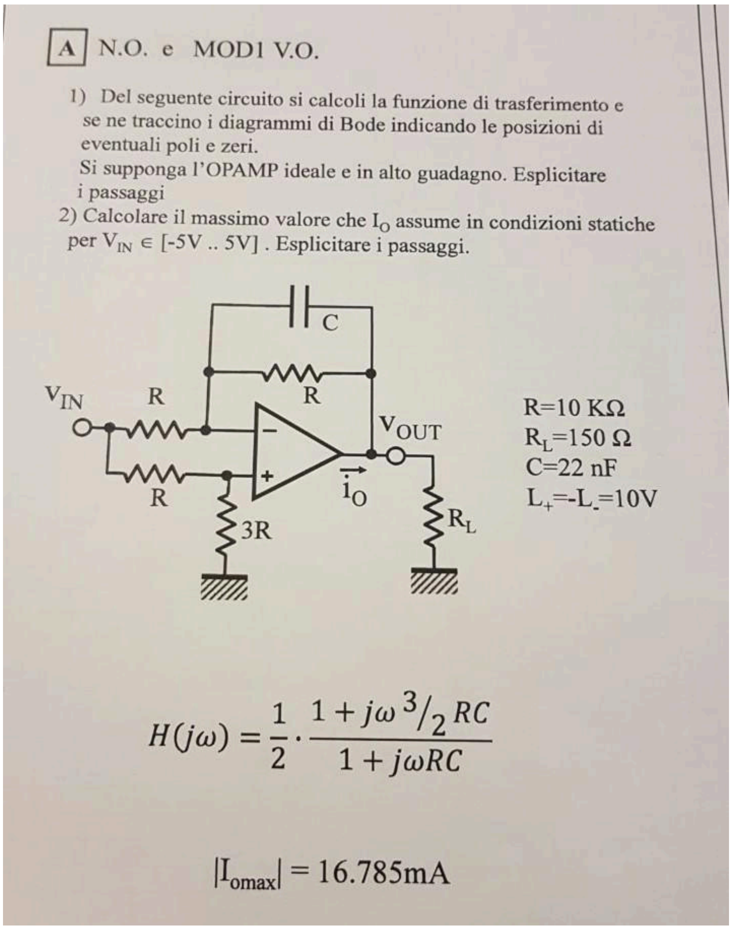
$$= \frac{1}{R}\left(\frac{30v_A - 30v_B + v_A - v_B}{10}\right)$$

$$= \frac{31}{10R}(v_A - v_B)$$

Adesso, siccome il testo dell'esercizio ci dice che v_A e v_B possono assumere valori all'interno dell'intervallo $[-2V\,..\,2V]$, impostiamo i seguenti valori: $v_A = 2V$, $v_B = -2V$

$$i_{\text{OUT}_{\text{MAX}}} = \frac{31}{10R} \cdot 4V$$
$$= \frac{124V}{10R}$$
$$= 1,24 \cdot 10^{-4} A$$
$$= 12,4\, mA$$

2.1.3 Esame 17/06/2021 (Diagramma di Bode)



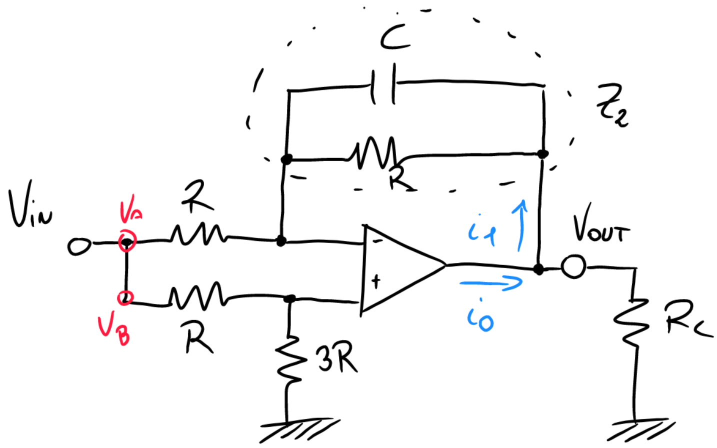
A N.O. e MODI V.O.

1) Del seguente circuito si calcoli la funzione di trasferimento e se ne traccino i diagrammi di Bode indicando le posizioni di eventuali poli e zeri.
Si supponga l'OPAMP ideale e in alto guadagno. Esplicitare i passaggi
2) Calcolare il massimo valore che I_O assume in condizioni statiche per $V_{IN} \in$ [-5V .. 5V] . Esplicitare i passaggi.

R=10 KΩ
R_L=150 Ω
C=22 nF
L_+=-L_-=10V

$$H(j\omega) = \frac{1}{2} \cdot \frac{1 + j\omega\, {}^{3}/_{2}\, RC}{1 + j\omega RC}$$

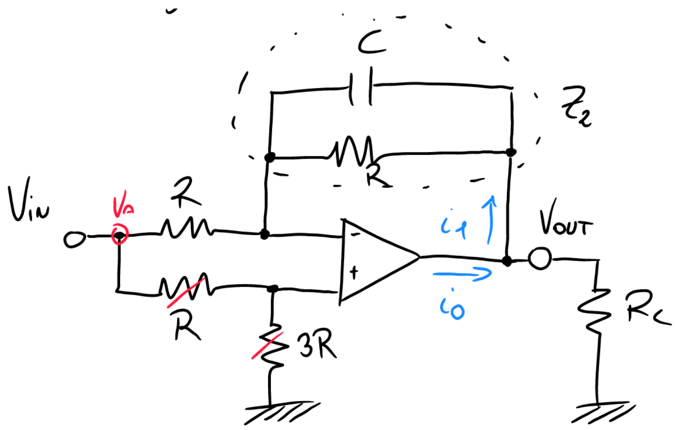
$$|I_{omax}| = 16.785\text{mA}$$



1) Calcolo funzione di trasferimento
OPAMP ideale ($L_+ = L_- = 0$) e in alto guadagno ($v_0 = 0$), quindi il circuito è lineare, e quindi si può applicare la sovrapposizione degli effetti.

1

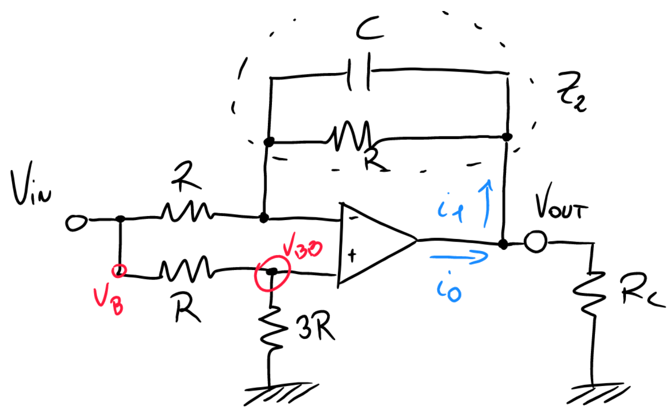
$v_a \neq 0, v_B = 0 \Longrightarrow$ Filtro attivo passa basso



$$v_{\mathrm{OUT}_1} = -\frac{R}{R} \cdot \frac{1}{1 + j\omega CR} \cdot v_{\mathrm{IN}}$$
$$= -\frac{1}{1 + j\omega CR} \cdot v_{\mathrm{IN}}$$

2

$v_a = 0, v_B \neq 0 \Longrightarrow$ OPAMP non invertente



$$\frac{1}{Z_2} = \frac{1}{R} + j\omega C$$
$$= \frac{1 + j\omega RC}{R} \Longrightarrow Z_2 = \frac{R}{1 + j\omega RC}$$

Per calcolare la tensione v_{BB} si usa la formula del partitore di tensione

$$v_{\mathrm{BB}} = v_B \cdot \frac{3R}{3R + R}$$

$$v_{\mathrm{OUT}_2} = \left(1 + \frac{Z_2}{R}\right) \cdot v_{\mathrm{BB}}$$
$$= \left(1 + \frac{Z_2}{R}\right) \cdot \underbrace{v_B}_{v_{\mathrm{IN}}} \cdot \underbrace{\frac{3R}{3R + R}}_{\frac{3}{4}}$$
$$= \frac{3}{4} v_{\mathrm{IN}} \left(1 + \frac{1}{1 + j\omega RC}\right)$$

$$
\begin{aligned}
v_{\text{OUT}} = v_{\text{OUT}_1} + v_{\text{OUT}_2} &= -\frac{1}{1+j\omega CR} \cdot v_{\text{IN}} + \frac{3}{4} v_{\text{IN}} \left(1 + \frac{1}{1+j\omega RC}\right) \\
&= v_{\text{IN}} \left(-\frac{1}{1+j\omega CR} + \frac{3}{4} + \frac{3}{4\,(1+j\omega RC)}\right) \\
&= v_{\text{IN}} \left(\frac{-4+3(1+j\omega RC)+3}{4\,(1+j\omega RC)}\right) \\
&= v_{\text{IN}} \frac{2+3j\omega RC}{4\,(1+j\omega RC)} \\
&= v_{\text{IN}} \frac{1+\frac{3}{2}j\omega RC}{2\,(1+j\omega RC)}
\end{aligned}
$$

quindi

$$
H(j\omega) = \frac{1}{2} \frac{1+\frac{3}{2}j\omega RC}{1+j\omega RC}
$$

Ora dobbiamo disegnare il diagramma di Bode della funzione di trasferimento appena ricavata. Iniziamo con il diagramma del modulo:

- la funzione ha uno zero, rappresentato da $1+\frac{3}{2}j\omega RC$
- e un polo, rappresentato da $1+j\omega RC$

Possiamo utilizzare due metodi per tracciare il diagramma del modulo:

- tracciare il diagramma del modulo dello zero e del polo e "sommarli"
- calcolare il valore di $H(j\omega)$ per $\omega \to 0$ e $\omega \to +\infty$ e trasformarlo in decibel

Di seguito li illustrerò entrambi.

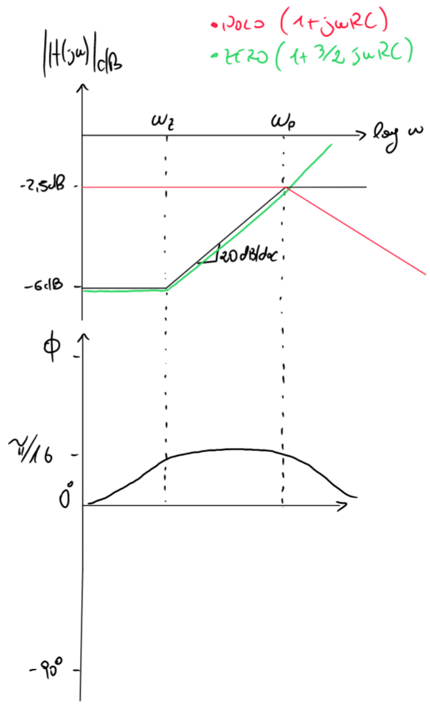
$$
\omega \to 0 \Longrightarrow H(j\omega) = \frac{1}{2} \qquad\qquad \omega \to +\infty \Longrightarrow H(j\omega) = \frac{3}{4}
$$

$$
\left|\frac{1}{2}\right|_{\text{dB}} = 20 \log\left(\frac{1}{2}\right) = -6 \qquad\qquad \left|\frac{3}{4}\right|_{\text{dB}} = 20 \log\left(\frac{3}{4}\right) = -2,5
$$

Calcoliamo le pulsazioni di taglio di polo e zero

$$
\begin{aligned}
\omega_p &= \frac{1}{RC} \\
&= 3030 \text{ rad}/s \\
&= 3\,k\text{rad}/s
\end{aligned}
\qquad\qquad
\begin{aligned}
\omega_z &= \frac{1}{\frac{3}{2}RC} \\
&= 4545 \text{ rad}/s \\
&= 4,5\,k\text{rad}/s
\end{aligned}
$$

Adesso possiamo disegnare il diagramma del modulo tenendo conto che prima di ω_z vale -6 dB e dopo ω_p vale $-2,5$ dB, e che all'interno delle due pulsazioni di taglio aumenta con una pendenza di 20 dB/dec



Per quanto riguarda il diagramma della fase anche qui si può tracciare il diagrammi di polo e zero e sommarli ma, siccome le pulsazioni di taglio si trovano nella stessa fase, il diagramma risultante dalla somma sarebbe impreciso, quindi dobbiamo utilizzare un altro metodo.

Calcoliamo l'argomento della nostra funzione di trasferimento

$$\arg\left(\frac{1}{2}\frac{1+\frac{3}{2}j\omega RC}{1+j\omega RC}\right) = \arg\left(1+\frac{3}{2}j\omega RC\right) - \arg(2+2j\omega RC)$$

$$\arg\left(1+\frac{3}{2}j\omega RC\right) = \arctan\left(\frac{3}{2}wRC\right) = \begin{cases} 0° & \omega \ll \omega_z \\ 45° & \omega = \omega_z \\ 56° & \omega = \omega_p \\ 90° & \omega \gg \omega_z \end{cases}$$

$$\arg(1+j\omega RC) = \arctan(wRC) = \begin{cases} 0° & \omega \ll \omega_p \\ -45° & \omega = \omega_p \\ -33° & \omega = \omega_z \\ -90° & \omega \gg \omega_p \end{cases}$$

quindi sommiamo tutte le quantità (tra l'altro si può immaginare senza difficoltà anche il valore che assume a metà tra le due pulsazioni di taglio)

$$\arg\left(\frac{1}{2}\frac{1+\frac{3}{2}j\omega RC}{1+j\omega RC}\right) = \begin{cases} 0° & \omega \ll \omega_z & \omega \ll \omega_p \\ 12° & \omega = \omega_z \\ 11.5° & \omega = \dfrac{\omega_z+\omega_p}{2} \\ 11° & \omega = \omega_p \\ 0° & \omega \gg \omega_z & \omega \ll \omega_p \end{cases}$$

Quindi il diagramma delle fasi inizia metà decade prima di ω_z a salire (da 0°) fino a raggiungere il valore di circa $\frac{\pi}{16}$ per tutto l'intervallo $[\omega_z, \omega_p]$, per poi scendere per metà decade dopo ω_p e stabilizzarsi al valore 0°.

2.1.4 Esercizio diagramma di Bode non ideale

Questo esercizio specifica di tracciare anche il diagramma di Bode considerando l'OPAMP non ideale, quindi ci da il prodotto guadagno-banda finito dell'OPAMP

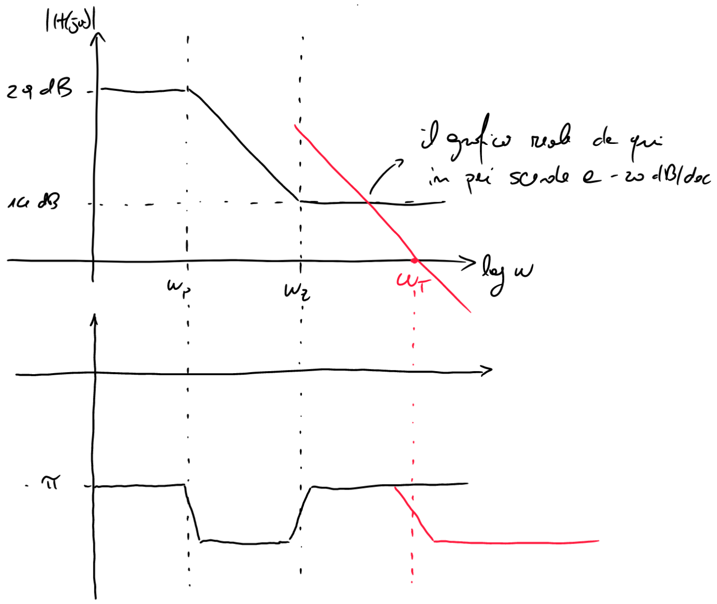
$$A_v \cdot B = 1M\text{Hz}$$

che bisogna trasformare in rad/s (basta moltiplicare per 2π)

$$A_v \cdot B = 6,28 \text{ rad}/s := \omega_T$$

dove ω_T è la posizione della pulsazione al guadagno di taglio.

Prima si traccia il grafico del circuito ideale, dopo si modifica tale grafico in base alla pulsazione del guadagno di taglio. In particolare, per il diagramma del modulo, bisogna considerare una retta con pendenza -20 dB/dec che interseca l'asse $\log \omega$; dopo il punto di intersezione tra il diagramma ideale e la retta, il diagramma reale segue l'andamento della retta; per il diagramma della fase, metà decade prima di ω_T vi è uno sfasamento di 45°.



Abbiamo la seguente funzione di trasferimento

$$H(j\omega) = -30 \frac{1 + j\omega C \, \frac{35}{3} \, R}{1 + j\omega C \, 50 \, R}$$

$$\omega \to 0 \Longrightarrow H(j\omega) = -30 \qquad \omega \to +\infty \Longrightarrow H(j\omega) = -5$$

$$|-30|_{\text{dB}} = 20 \log\left(\frac{1}{2}\right) = 29 \qquad |-5|_{\text{dB}} = 20 \log\left(\frac{3}{4}\right) = 14$$

2.2 D

2.2.1 Formule notevoli

$$C_{\text{min}} = \text{Cox} \cdot L^2_{\text{min}} \cdot (\text{SP} + \text{SN})$$

Resistenza equivalente pull-up $$R_{\text{eq P}} = \frac{t_{\text{LH}}}{\ln(2) \cdot C_{\text{min}}}$$

Resistenza equivalente pull-down $$R_{\text{eq N}} = \frac{t_{\text{HL}}}{\ln(2) \cdot C_{\text{min}}}$$

Per percorsi critici

$$R_{Pn} = \frac{R_{\text{eq P}} - \frac{R_{\text{RIF } P}}{S_P} \cdot N}{K}$$

$$R_P = \frac{R_{\text{eq P}}}{K}$$

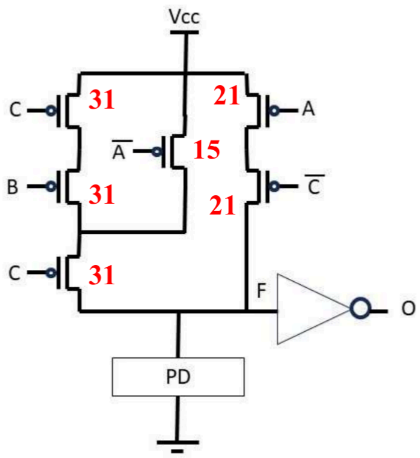
$$S_P = \frac{R_{\text{RIF } P}}{RP}$$

Note:
- $\ln(2) = 0,69$
- la S_P che compare nella formula di R_{Pn} è sempre quella del percorso critico

- t_{LH} è il tempo di salita e t_{HL} è il tempo di discesa. In generale negli esercizi se chiede di "dimensionare affinché il tempo di salita al nodo X sia inferiore o uguale a $Y ps$" vuol dire che prenderemo $t_{\mathrm{LH}} = Y$.
- ps sono pico secondi

2.2.2 Esame 14/06/2023

1) Della rete in figura si calcoli l'espressione booleana al nodo O.
2) Dimensionare i transistori pMOS affinché il tempo di salita al nodo F sia inferiore o uguale a 90ps. Ottimizzare il progetto. Si tenga conto che i transistori dell'inverter di uscita hanno le seguenti geometrie : Sp = 200, Sn = 100.
3) Progettare la PDN



Parametri tecnologici:

$$
\begin{aligned}
&R_{\mathrm{RIF}\ P} = 10k\Omega && \text{si riferisce alla rete di pull-up}\\
&R_{\mathrm{RIF}\ N} = 5k\Omega && \text{si riferisce alla rete di pull-down}\\
&\mathrm{Cox} = 7fF/\mu m^2\\
&L_{\min} = 0,25\mu m\\
&\mathrm{Vdd} = 3V
\end{aligned}
$$

N.B. I numeri rossi indicano la dimensione massima che possono assumere i transistor

Per prima cosa si calcola $C_{\min}$

$$
\begin{aligned}
C_{\min} &= \mathrm{Cox} \cdot L_{\min}^2 \cdot (\mathrm{SP} + \mathrm{SN})\\
&= 7fF/\mu m^2 \cdot (0,25\mu m)^2 \cdot (200 + 100)\\
&= 131,35fF
\end{aligned}
$$

Poi la resistenza equivalente

$$
\begin{aligned}
R_{\mathrm{eq\ P}} = \frac{t_{\mathrm{LH}}}{\ln(2) \cdot C_{\min}} &= \frac{90\,ps}{0,69 \cdot 131,25\,fF}\\
&= \frac{90 \cdot 10^{-12} s}{0,69 \cdot 131,25 \cdot 10^{-15}}\\
&= 0,99378 \cdot 10^3\,\Omega\\
&= 993,79\,\Omega\\
&= 994\,\Omega
\end{aligned}
$$

Per **dimensionare** si divide $R_{\mathrm{eq\ P}}$ per il numero di transistor nel percorso critico.
Percorso critico: percorso da V_{cc} all'estremità in cui ci sono più transistor in serie (quando si considera il maggior numero di transistor in serie questi possono avere paralleli). Il percorso critico è anche il percorso con NMOS maggiore.

1) **Espressione booleana**

   Regole:

- Gli elementi in serie sono il prodotto booleano degli elementi
- Gli elementi in parallelo sono la somma booleana deli elementi

PD := rete di pull-down
PU := rete di pull-up

Rete di pull-up al nodo F:

$$PU = \left((C \cdot B) + \overline{A}\right) \cdot C + A \cdot \overline{C} = F$$

La rete di pull-down si calcola invertendo somma e prodotto e negando poi tutta l'espressione
Scriviamo F in forma negata

$$F = \overline{\left(\left((C + B) \cdot \overline{A}\right) + C\right) \cdot \left(A + \overline{C}\right)}$$

allora

$$\begin{aligned} O = \overline{F} &= \overline{\overline{\left(\left((C + B) \cdot \overline{A}\right) + C\right) \cdot \left(A + \overline{C}\right)}} \\ &= \overline{\left(\left(\left(\overline{C} \cdot \overline{B}\right) + A\right) \cdot \overline{C}\right) + \left(\overline{A} \cdot C\right)} \end{aligned}$$

2) **Dimensionare i transistor**

Primo caso peggiore

Si calcola la RP, che solo per il percorso critico vale $\frac{R_{\text{eq P}}}{\text{nMOS}}$. In questo caso il percorso critico è XBC; la X sta a significare che il valore di A non ci interessa.

$$\begin{aligned} R_P &= \frac{994\,\Omega}{3} \\ &= 331,33\,\Omega \\ &= 331\,\Omega \end{aligned}$$

Quindi ora calcoliamo la SP con la formula

$$\begin{aligned} S_P = \frac{R_{\text{RIF P}}}{R_P} &= \frac{10\,k\Omega}{331\,\Omega} \\ &= 30,21 \\ &= 31 \end{aligned}$$

N.B. Arrotondare sempre all'intero successivo

Secondo caso peggiore

Per ottimizzare un percorso non critico si ha una formula che varia in base alle caratteristiche del percorso stesso

$$R_P = \frac{R_{\text{eq P}} - \frac{R_{\text{RIF } P}}{SP} \cdot N}{K}$$

dove N è il numero di MOS del percorso critico che interessano anche un percorso non critico e K è il numero di MOS del percorso non critico cosiddetti "nuovi", cioè che non fanno parte del percorso critico. Inoltre $K + N$ è il numero di MOS del percorso non critico; quando si devono calcolare K e N di solito si calcola prima K e poi si ricava N dall'ultima formula.

In questo caso consideriamo $AX\overline{C}$. Abbiamo 2 pMOS nuovi e nessun pMOS del percorso critico, quindi $N = 0$ e $K = 2$

$$\begin{aligned} R_{P2} = \frac{R_{\text{eq P}} - \cancel{\frac{R_{\text{RIF } P}}{SP} \cdot \overbrace{N}^{0}}}{K} &= \frac{994}{2}\,\Omega \\ &= 497\,\Omega \end{aligned}$$

$$SP_2 = \frac{R_{\text{RIF P}}}{R_{P2}} = \frac{10000\,\Omega}{497\,\Omega}$$
$$= 20,12$$
$$= 21$$

Terzo caso

Consideriamo il percorso $\overline{A}\,\overline{B}C$. Abbiamo un nMOS nuovo e un nMOS del percorso critico, quindi $N = 1$ e $K = 1$.
N.B. Bisogna specificare $\overline{B}$ e non X perché si deve considerare solo il percorso di $\overline{A}C$, e se B fosse accesso il percorso sarebbe diverso.

$$R_{P3} = \frac{R_{\text{eq P}} - \frac{R_{\text{RIF }P}}{SP} \cdot N}{K} = \frac{994\,\Omega - \frac{10000\,\Omega}{31} \cdot 1}{1}$$
$$= 994\,\Omega - 323\,\Omega$$
$$= 671\,\Omega$$

$$SP_2 = \frac{R_{\text{RIF P}}}{R_{P2}} = \frac{10000\,\Omega}{671\,\Omega}$$
$$= 14,9$$
$$= 15$$

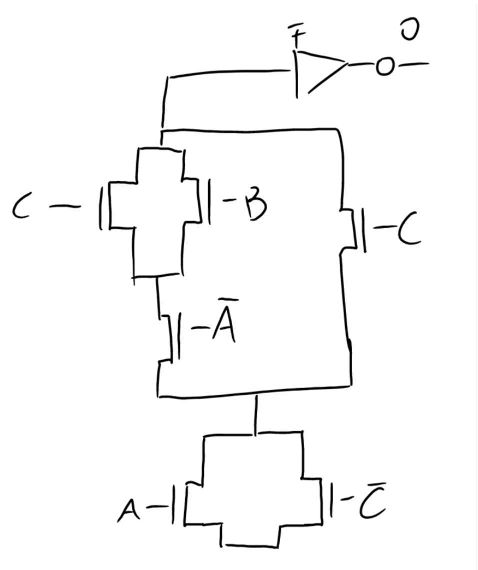
Nota: le S_P trovate denotano la dimensione massima dei transistori che interessano il percorso; in particolare si assegna prima la dimensione ai transistori presenti nel percorso critico, poi agli altri, in modo che il valore trovato per un transistori del percorso critico sia dominante rispetto al valore trovato per lo stesso transistore per un percorso non critico.

3) **Progettare la PDN**

La formula della rete di pull-down è la seguente (prima l'abbiamo calcolata scrivendola in forma negata)

$$PD = \left(\left((C + B) \cdot \overline{A}\right) + C\right) \cdot \left(A + \overline{C}\right)$$

quindi, seguendo le regole dell'algebra booleana, la rete può essere rappresentata come segue



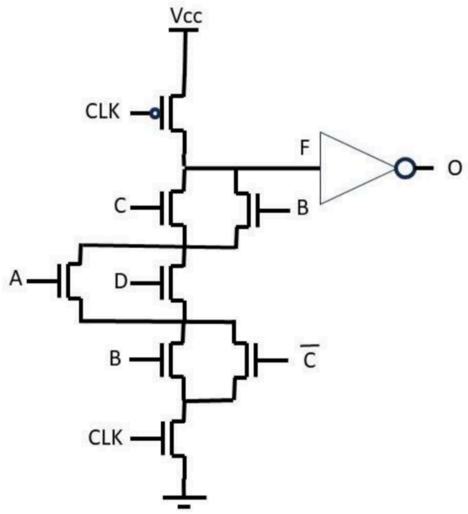
2.2.3 Esame 12/06/2024

1) Determinare l'espressione booleana al nodo O
2) Dimensionare i transistori nMOS e pMOS in modo che i tempi di salita e discesa, al nodo F, siano inferiori o uguali a $100\,ps$. Si ottimizzi il progetto per minimizzare l'area occupata da tutti i transistori.

Si tenga conto che i transistori dell'inverter di uscita hanno le seguenti geometrie : $S_P = 300$, $S_n = 150$.

Parametri tecnologici:

$$\begin{aligned} R_{\text{rif }p} &= 10\,k\Omega \\ R_{\text{rif }n} &= 5\,k\Omega \\ C_{ox} &= 7\,fF/\mu m^2 \\ L_{\min} &= 0,25\,\mu m \\ V_{CC} &= 3,3V \end{aligned}$$



1) **Espressione booleana**

$$\text{PD} = \left((C+B)\cdot(A+D)\cdot\left(B+\overline{C}\right)\right)\cdot\text{CLK}+\overline{\text{CLK}}$$

Nota: Il CLK non negato è in serie con il resto del circuito della rete di pull-down, quello negato è in parallelo a tutta la rete di pull-down.

$$\begin{aligned} F &= \overline{\text{PD}} \\ O = \overline{F} &= \overline{\overline{\text{PD}}} \\ O &= \overline{\overline{\text{PD}}} \end{aligned}$$

quindi

$$\begin{aligned} O &= \overline{\overline{\left((C+B)\cdot(A+D)\cdot\left(B+\overline{C}\right)\right)\cdot\text{CLK}+\overline{\text{CLK}}}} \\ &= \overline{\left(\left(\overline{C}\cdot\overline{B}\right)+\left(\overline{A}\cdot\overline{D}\right)+\left(\overline{B}\cdot C\right)+\overline{\text{CLK}}\right)\cdot\text{CLK}} \end{aligned}$$

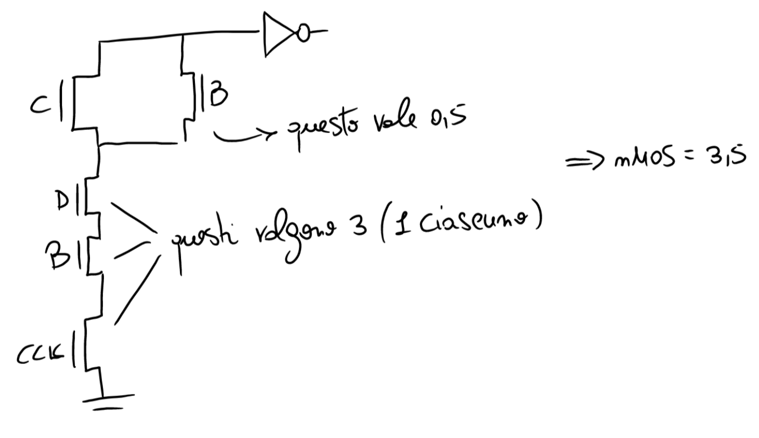
2) **Dimensionare transistori nMOS e pMOS**

- Rete pull-up
  C'è solo un CLK nella rete di pull-up, quindi $K = 1$

$$R_P = \frac{R_{\text{eq }P}}{K} = 736\,\Omega \qquad S_P = \frac{R_{\text{RIF }P}}{R_P} = \frac{10000\,\Omega}{736\,\Omega} = 13,58 = 14$$

- Rete pull-down In questo caso ci sono diversi percorsi critici:
  - $ABC\overline{D}$
  - $\overline{A}BCD$
  - $AB\overline{CD}$
  - $\overline{A}B\overline{C}D$

  Il numeri di MOS in un percorso non è sempre un intero, infatti, se ci sono dei transistor in parallelo, il numero di MOS corrispondente è uguale a $\frac{1}{\text{numero di transistor in parallelo}}$



Quindi per tutti i percorsi critici individuati $K = 3,5$

$$R_N = \frac{R_{\text{eq } N}}{K} = \frac{736\,\Omega}{3.5} = 210\,\Omega \qquad S_N = \frac{R_{\text{RIF } N}}{R_N} = \frac{5000\,\Omega}{210\,\Omega} = 24$$

Tutti i transistori della rete pull-down avranno quindi dimensione 24