



交流图片

图像和视频编码课程

2014 年, 第 171-211 页

第6章-滤波库和小波压缩

大卫·R·布尔

显示更多 ▾

大纲 | 共享 引用

<https://doi.org/10.1016/B978-0-12-405906-1.00006-4>

获取权利和内容

摘要

本章的目的是描述基于分层子带分解的空间装饰的块转换方法的替代方法。本章首先考察了基本的双通道滤波器库结构，然后研究了在没有量化的情况下实现完美重建的滤波器特性。然后，它继续考虑更通用的多速率滤波情况，展示了如何通过过滤器和上下采样操作的适当组合来实现临界采样。接下来，它检查了有用的子带和小波滤波器的具体情况，并根据图像压缩应用程序的要求，将基本架构扩展到多级（多尺度）分解和二维。最后，在JPEG2000静态图像编码标准的背景下讨论了位分配策略和可伸缩性。通篇提供了示例。

[上](#)[下](#)

关键词

多尺度; 子带过滤器银行; 波纹变换; 完美重建; 象度镜过滤器; JPEG2000

小波是数学函数，可以用作DCT等变换的替代方法，在处理和量化之前将信号拆分为不同的频段（子带）。小波通常作为过滤器库实现，使每个子带都能以与其规模相匹配的分辨率进行分析。正如我们稍后将看到的，这通常通过将过滤操作与子采样相结合来实现，这也有利于在分解的所有阶段保持恒定的总体采样率。与基于傅里叶的方法相比，这种方法具有显著优势，特别是在信

号不谐波相关、持续时间短或非平稳时。它还在子带系数量化方面有好处，因为产生的工件往往比与DCT相关的阻塞工件在感知上不那么烦人。

本章首先考察了基本的双通道滤波器库结构，然后研究了在不量化的情况下实现完美重建的滤波器特性。然后，我们继续考虑更通用的多速率滤波情况，展示如何通过适当的过滤器组合和上下采样操作来实现临界采样。接下来，我们检查了有用的子带和小波滤波器的具体情况，然后根据图像压缩应用程序的要求，将基本架构扩展到多级（多尺度）分解和二维。最后，我们结合JPEG2000静态图像编码标准研究了位分配策略和可伸缩性。

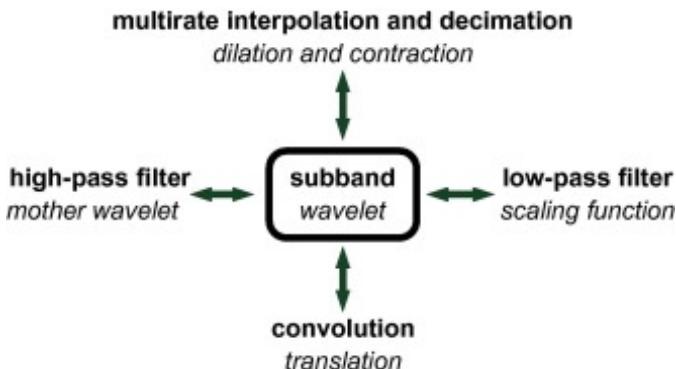
6.1。多尺度处理简介

顾名思义，小波是具有紧凑支撑的小波。它们可以被设计成具有特定和有用的属性，并且可以像傅里叶或DCT碱基一样，线性组合合成信号。与小波的区别在于，不同尺度下的基础函数通过基本积木函数的平移和膨胀而相互关联。因此，小波可以定位在空间（或时间）和频率域中，因此提供了重要的多分辨率属性。它们比常规变换在平铺时频或空间频率平面方面提供了更大的灵活性，提供了一种在不同尺度和分辨率下分析信号的方法。例如，瓷砖的大小可以变化，以更好地匹配用于图像编码的人类视觉系统（或语音编码情况下的听觉系统）的特点，从而为改进量化策略奠定基础，从而提高压缩性能。

历史上，由于哈尔在100多年前的早期工作，小波理论的发展（尽管最初不被称为小波）早于滤波库的发展[1]。该地区当时处于休眠多年，直到20世纪80年代语音、音频和图像处理的子带编码方法出现。当时确定的主要挑战之一是设计合适的信道分流过滤器，在这方面最早的贡献是克罗西尔等人，他们引入了正交镜面过滤器（QMF）的概念[2]。这随后在史密斯和巴恩韦尔[3]、[4]、维特利[5]、伍兹和奥尼尔[6]以及瓦伊迪亚纳森[7]的显著贡献下，开发了完美的重建过滤器。

关于小波的工作是平行发展的，也许从1984年格罗斯曼和莫莱特[8]的贡献开始，他们首先使用“小波”一词。这引发了关于该主题的大量工作，多贝奇斯[9]和其他几个人做出了重大贡献。1989年，Mallat[10][11]将小波理论及其相关设计方法发展成一个综合框架。

虽然这里我们主要采用子带滤波而不是面向小波的命名法，但比较每个域中常用的术语是值得的。[图6.1](#)说明了这一点。关于小波和子带滤波[12]、[13]、[14]等主题，存在许多优秀的文本，读者可以参考这些文本以了解更多信息。



下载：[下载全尺寸图像](#)

图6.1。子带滤波和小波命名之间的等效性。

6.1.1。短时间傅里叶变换和加博尔变换

常规变换（如傅里叶变换）的主要问题之一是它们围绕一组无限长度的基函数（如正弦波或复指数）构造。这意味着任何时间（或空间）局部变化或特征都分布在整个频域。对于非静止信号来说，这是一个特殊的问题，例如典型的图像和视频信号。

克服这种情况的一种方法是将输入信号划分为更短的时间段。虽然这解决了非平稳性问题，但由于边界效应和边缘失真，它引入了其他问题。正如我们在第五章中所看到的，这些可能会扭曲底层频谱，并在压缩的情况下，使原始信号无法完美重建。为了减少这些边界效应的影响，频谱分析中通常将每个数据块窗口化。窗口函数在块边缘减少到零，从而消除了时间不连续性和任何相关的光谱环流效应。如果我们考虑短时傅里叶变换（STFT）的情况，这由方程（6.1）定义，其中如果窗口函数 $w(t)$ 是一个高斯函数，那么这被称为加博尔变换。

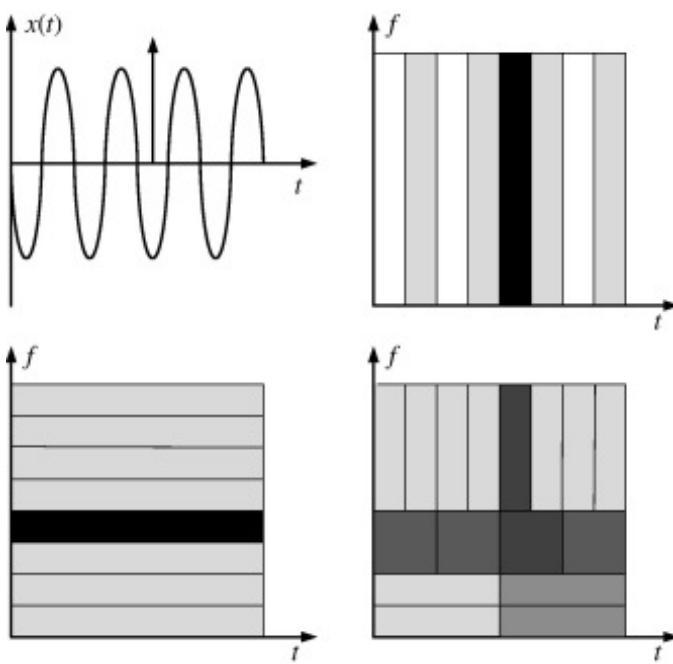
$$X(\omega, \tau) = \int_{-\infty}^{\infty} x(t)w(t - \tau)e^{-j\omega t} dt \quad (6.1)$$

STFT的一个主要问题是窗口大小是固定的，因此任何非平稳性的时间范围的任何变化都无法充分表示。此外，STFT没有良好的基础功能。另一个问题是窗口函数扭曲了底层信号，这意味着除非使用重叠的窗口，否则不可能进行完美重建。

显然，由于不确定性原理，我们不能同时拥有任意高的时分辨率和频率分辨率。然而，我们可以通过更改使用的窗口持续时间来权衡时间和频率分辨率，接下来会考虑这一点。

6.1.2。那么什么是小波呢？

理想情况下，我们希望有一套基础函数，可以隔离信号中的局部高频分量，同时捕获持续时间更长的低频分量。以图6.2为例，其中两个信号——正弦波和脉冲——在频率和时间域进行分析。时域分析明确选择脉冲，而频域分析定位正弦波。相比之下，频域分析不能定位脉冲，时域分析不能定位正弦波。如果我们能够更灵活地平铺时间频率平面，如右下角的子图所示，那么就有可能同时选择短持续时间高频信号组件和较长持续时间的低频组件。



[下载：下载全尺寸图像](#)

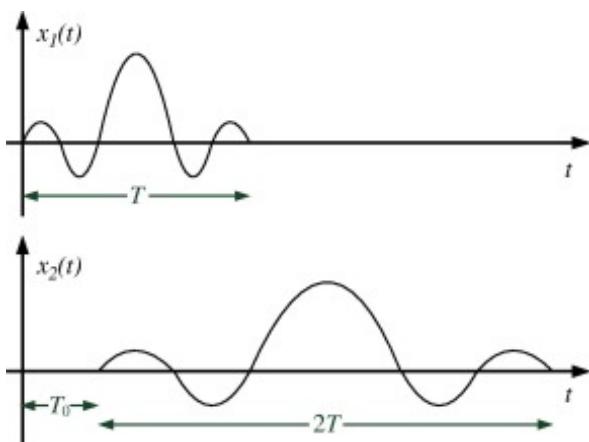
图6.2。应用于正弦信号和脉冲函数组合的时域（右上角）、频域（左下角）和时频分析（右下角）的比较。

范例改编自维特利和科瓦切维奇[12]。

在实践中，我们可以将短高频基函数与较长的低频基函数相结合来做到这一点。小波通过单个原型函数的扩张和平移，以一种非常优雅的方式实现了这一点。以图6.3为例，其中持续时间\$T\$的基本函数膨胀为2倍，并转换为数量\$T_0\$。显然，两者之间的关系\$x_1(t)\$和\$x_2(t)\$图中是：

$$x_2(t) = x_1\left(\frac{t-T_0}{2}\right)$$

我们可以想象这些平移函数和膨胀函数的加权版本的线性组合被用来近似感兴趣的信号。然而，与由余弦项或复指数构造的常规基函数不同，这些函数表现出紧凑的支撑和振荡行为。因此，它们提供了捕捉信号局部特征和大规模特征的潜力。



[下载：下载全尺寸图像](#)

图6.3。小波平移和扩张。

连续小波变换 (CWT)

我们可以定义一个单一的通用原型函数（方程 (6.2)），可以拉伸和移动，形成新的函数，这些函数可以线性组合合成感兴趣的信号。这是方程 (6.3) 中给出的基本小波变换。

$$h_{a,b}(t) = \frac{1}{\sqrt{a}} h\left(\frac{t-b}{a}\right) \quad (6.2)$$

$$X(a,b) = \frac{1}{\sqrt{a}} \int_{-\infty}^{\infty} h\left(\frac{t-b}{a}\right) x(t) dt \quad (6.3)$$

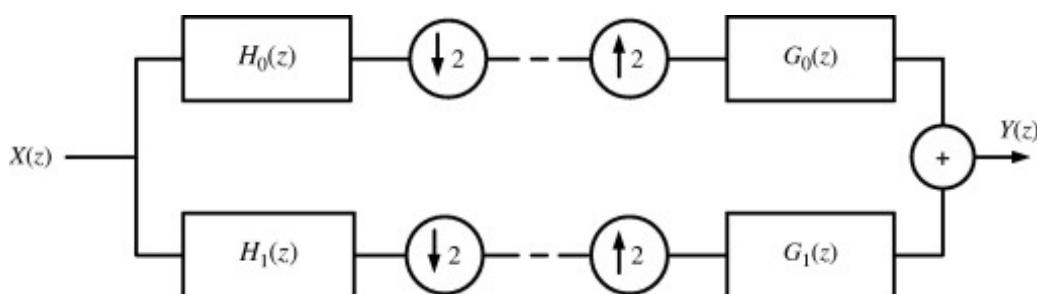
这里 a 是缩放参数， b 是平移参数， $h(t)$ 称为母小波（即所有其他基的原型函数）。

这种在同一框架中处理局部变化以及大图像特征的能力显然对图像压缩有吸引力。然而，为了应用它，我们需要能够以离散的形式对其进行评估。连续时间小波变换具有高度冗余性，因此可以使用小波级数方法对尺度空间进行日向采样。然而，这不是一个真正的离散变换，但幸运的是，它确实存在，我们接下来会考虑它。

离散小波变换 (DWT)

虽然如上所述，CWT可以离散计算，但这仍然只是CWT的采样版本，而不是适当的离散变换。离散小波变换 (DWT) 基于一组离散函数或滤波器，这些函数或滤波器与输入信号一起卷取以进行平移，并在信号通过每个尺度时对其进行子采样来有效膨胀。使用八度带分解与二元采样是正常的。这意味着小波滤波器形成一组提供恒定Q滤波的带通响应。随着八度频段宽度的缩小，表示形式捕获了更多本地化的高频细节。因此，为了实现这一目标，我们在方程 (6.3) 中将比例尺和翻译术语限制为 $a = 2^j$ 和 $b = k2^j$ 其中 j 和 k 分别是整数。

小波分解通常以滤波器组的形式实现，如图6.4所示（对于简单的两波段分裂）。输入信号在分析部分中被光谱分解为不同的波段，该部分使用精心设计的滤波器和下采样¹来分割信号，同时不增加有效采样率。经过分析，每个波段的信息可以根据源和/或应用程序的特点独立处理（例如量化）。然后，信号通过匹配的合成部分传递，该合成部分将过滤与上采样相结合，以重建原始信号或（在有损压缩的情况下）近似值。



下载：下载全尺寸图像

图6.4。双通道完美重建滤波器库。

小波变换及其滤波器库实现不仅简单地将信号划分为多个频段，而是迭代，通常只迭代每个频段的低通输出。因此，它产生一系列带通输出，实际上就是小波变换系数。小波的作用由高通滤波器和低通滤波器级联和高通滤波器发挥作用。这将在稍后第6.4.3节中更详细地讨论，并在图6.19中说明。

如上所述，该框架已由马拉特和其他人正式确定，读者请参阅参考文献[10], [12]以了解更多详细信息。

6.1.3. 小波和滤波器库属性

如上所述，DWT通常作为滤波器库实现，在这方面，它与传统的子带滤波结构相同。小波滤波器库可以被视为子带滤波器库的子类，其中使用的滤波器具有一些与正则性相关的特定属性。这意味着，当过滤器迭代时，它们的特征形状收敛到一个正则函数，即连续或连续可微的函数。这方面的一个必要条件是，过滤器在半采样频率（即 $z = -1$ ）。这确保了在每个滤波阶段引入的光谱图像都会衰减。Riou和Vetterli对趋同要求进行了出色的审查[15]。

在详细研究小波滤波器库的建设之前，我们先总结一下它们的一些优势。与其他变换相比，小波编码提供了许多潜在的好处。这些包括：

- **恒定相对带宽处理：**如图6.2所示，这有助于更灵活和感知准确的空间频率（或时间频率）平面平铺。
- **提高感知质量：**如前所述，转换编码的主要缺点是以较低的比特率主观退化，观众能够感知转换块的轮廓。然而，子带方法（通常）没有块失真。通过将信号分解为多个单独的（可能重叠的）频段，每个频段可以根据主观的HVS或能量分配标准进行不同的量化。
- **可伸缩性：**除了提高感知性能外，小波方法还为可伸缩性奠定了基础，²既适用于图像——例如使用集分区（SPIHT）[16]或嵌入式块截断编码（EBCOT）[17]，也适用于使用三维小波和运动补偿时间滤波（MCTF）[18]的视频。
- **误差弹性：**传输过程中的单个误差可以建模为激发合成滤波器以产生加权脉冲响应，该响应叠加在正确的响应上。使用光滑的短滤波器，这会产生局部响铃效果，这比DCT常见的阻塞误差更可感知。当然，由于预测循环和可变长度编码，错误传播仍然是可能的。基于小波的金字塔矢量量化（PVQ）[19]等技术通过使用固定长度代码相当成功地克服了这一点（见第11章）。

虽然子带（小波）分解技术虽然没有被选入JPEG、MPEG-2/4、H.263/4或HEVC等标准，但与DCT等块转换技术相比，子带（小波）分解技术具有更好的性能和灵活性（实现复杂性相似）。对于图像编码来说尤其如此，特别是在较低的比特率下。通过在最新的静态图像编码标准JPEG2000[20]、[21]中采用小波编码方法，这些好处得到了认可。

6.2. 完美重建滤波器库

6.2.1. 过滤和分解要求

一个简单的双通道滤波器库如图6.4所示。在这里，正如我们很快看到的， $H_0(z)$ 和 $H_1(z)$ 是低通和高通分析滤波器且 $G_0(z)$ 和 $G_1(z)$ 是相应的合成过滤器。图6.4中的圆表示下采样（抽取）和上采样（插值）运算符。这些是非线性运算符，它们：

1. 确保关键采样：整个过滤器库的有效采样率保持不变。这对于压缩应用程序很重要，否则处理的数据量就会增加。
2. 负责引入别名和成像：正如我们稍后将看到的，这必须通过仔细设计使用的过滤器来管理。

因此，在设计过滤器库使用时，我们必须考虑两个重要问题：

1. 实际使用的滤波器没有完美的过渡特性，因此跨频段会出现光谱串扰。
2. 样本速率变化操作将引入混叠和光谱成像，如果要实现完美重建（无损压缩所必需的属性），重建期间必须消除这些图像。

6.2.2。一维滤波器库结构

子带滤波或小波的基本组成部分是图6.4的双通道滤波库。稍后我们将详细研究这种结构及其性质。同时，让我们考虑如何使用非常简单的过滤和采样方法。

直观开发双通道滤波库

双频分裂的基本思想是将信号分为高通和低通分量，以便它们可以以与信号规模相关的方式独立分析和量化。考虑一个简单的信号，它由一个具有一些叠加随机波动的稳定变化函数组成，例如给出以下几点：

$$x[n] = \{2, 4, 8, 8, 10, 14, 12, 6, 8, 4\}$$

我们可以通过低通滤波来估计底层函数，并通过高通滤波来隔离噪声。也许最简单的低通滤波器是方程 (6.4) 给出的两步移动平均线。应用方程 (6.4) 后剩余的剩余信号 $r[n]$ 是高通分量，可以使用方程 (6.5) 进行表征。

$$l[n] = \frac{x[n] + x[n-1]}{2} \quad (6.4)$$

$$r[n] = x[n] - l[n] = \frac{x[n] - x[n-1]}{2} \quad (6.5)$$

让我们更详细地研究这两个简单滤波器的频域特性，首先是移动平均或低通滤波器。从方程 (6.4) 中我们可以看出：

$$L(z) = 0.5(X(z) + X(z)z^{-1})$$

因此：

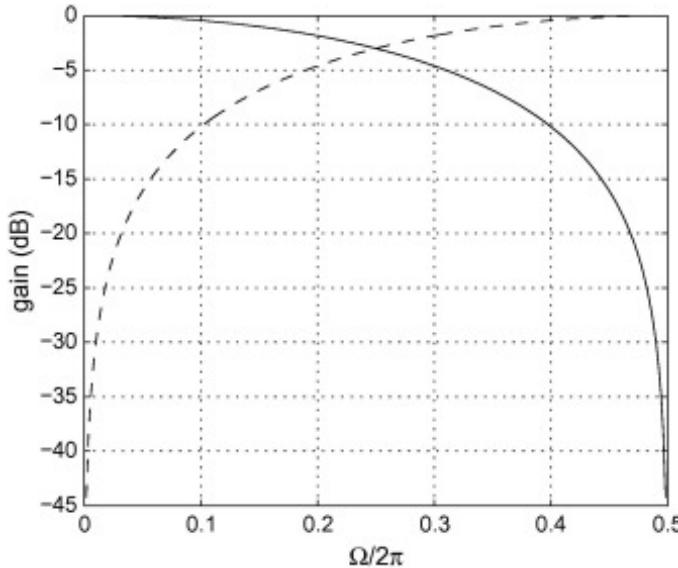
$$H_l(z) = 0.5\left(\frac{z+1}{z}\right) \quad (6.6)$$

正如预期的那样，这提供了一个简单的低通滤波器响应，因为它的极点位于 z 平面及其零点 $\Omega = \pi$ 。同样，差分运算或高通滤波器由方程 (6.7) 给出，方程在原点也有极点，在零点 $\Omega = 0$ 。

$$R(z) = 0.5(X(z) - X(z)z^{-1}) \quad (6.7)$$

$$H_r(z) = 0.5(1 - z^{-1}) = 0.5\left(\frac{z-1}{z}\right)$$

该互补对的频率响应如图6.5所示。这些响应一起构成了一个全通函数——这并不完全令人惊讶，因为它们的时域等价物也是互补的，从而精确地重建了原始信号。



[下载：下载全尺寸图像](#)

图6.5。来自方程 (6.4) (固体) 和 (6.5) (点) 的互补半带滤波器。

因此，我们现在开始看到完美重建和一对互补滤波器之间的关系，这些滤波器在 $\Omega = \pi/2$ 。可以看出，滤波器响应是对称的，在-3分贝衰减处交叉 $\Omega = \pi/2$ 。具有这种特性的滤波器通常被称为半带滤波器，或者更具体地说，称为正交镜面滤波器（QMF）。稍后我们将在检查过滤器设计和性能时进一步探索这种关系。

我们可以将这些简单的过滤器应用于示例数据序列， $x[n]$ ，产生以下产出（假设 $x[-1] = 0$ ）：

$$\begin{aligned} l[n] &= \{1, 3, 6, 8, 9, 12, 13, 9, 7, 6\} \\ r[n] &= \{1, 1, 2, 0, 1, 2, -1, -3, 1, -2\} \end{aligned}$$

信号 $l[n]$ 和 $r[n]$ 一起完全刻画信号 $x[n]$ 并可以用作代表 $x[n]$ 强调其低通和高通（趋势和差异）组件。然而，出现了一个明显的问题： $l[n]$ 和 $r[n]$ 一起包含的样本是样本的两倍 $x[n]$ 独自一人。输入信号的大小翻倍显然不是压缩的好起点！

那么，我们能做些什么呢？首先，在 $\{l[n], r[n]\}$ 组合——这肯定就是这样，因为我们在没有引入任何新信息的情况下将尺寸增加了一倍。我们可以通过拆分来观察这种冗余 $l[n]$ 和 $r[n]$ 。因此，将偶数和奇数列成： $\{l[2n-1], l[2n]\}$ 和 $\{r[2n-1], r[2n]\}$ 。考虑，例如，只有偶数序列，我们可以重建原始序列 $x[n]$ 如下：

$$l[2n] = \frac{x[2n] + x[2n-1]}{2}$$

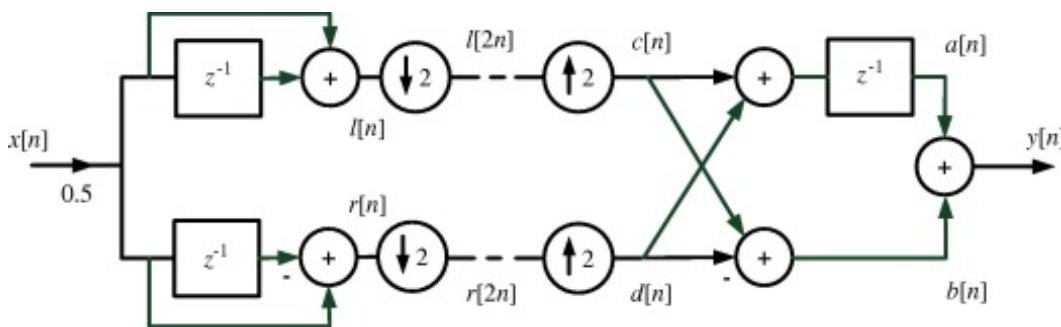
$$r[2n] = \frac{x[2n] - x[2n-1]}{2}$$

因此：

$$x[2n] = l[2n] + r[2n] \quad (6.8)$$

$$x[2n-1] = l[2n] - r[2n] \quad (6.9)$$

因此，我们可以完美地重建原始序列 $x[n]$ ，仅使用过滤器生成的数据的一半，通过组合下采样序列 $x[2n-1]$ 使用单样本延迟版本， $x[2n]$ 。The system diagram for this process is given in Figure 6.6. This shows, on the left of the diagram, the analysis stage which produces the filtered outputs from equations (6.4), (6.5) and downsamples these by a factor of 2 in order to maintain a constant overall bit rate. On the right side of the diagram is the synthesis section. This recombines the filtered and downsampled samples, through upsampling and reconstruction based on equations (6.8), (6.9).



[下载：下载全尺寸图像](#)

图6.6。双通道滤波器库的基本系统图。

图6.7给出了通过重新配置合成部分以产生更可识别的滤波器库结构而获得的精细系统图。现在让我们通过一个例子（示例6.1）验证该系统的操作。

示例6.1简单双通道完美重建滤波器库的操作

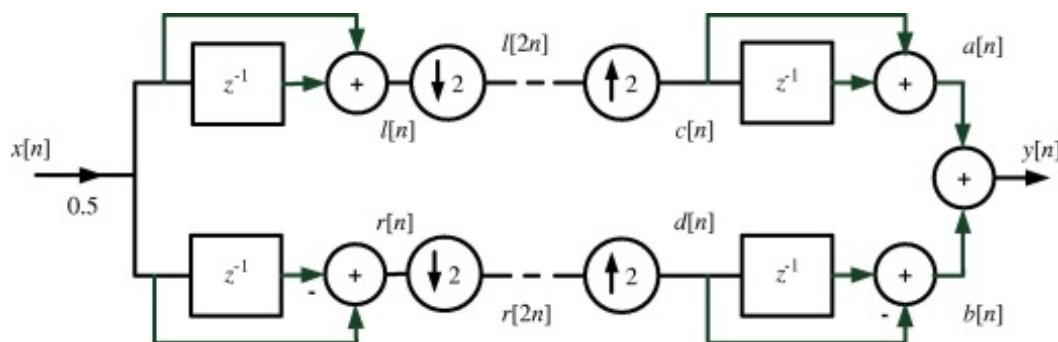
使用示例数据序列验证图6.7中过滤器库的操作： $x[n] = \{2, 4, 8, 8, 10, 14, 12, 6, 8, 4\}$ 。

解决方案

下表记录了系统对此数据的操作。这表明滤波器库确实提供了完美的重建，输出因输入而延迟了一个样本。

n	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
$x[n]$	2	4	8	8	10	14	12	6	8	4

$l[n]$	1	3	6	8	9	12	13	9	7	6
$r[n]$	1	1	2	0	1	2	-1	-3	1	-2
$l[2n]$	1	6	9	13	7	0	0	0	0	0
$r[2n]$	1	2	1	-1	1	0	0	0	0	0
$c[n]$	1	0	6	0	9	0	13	0	7	0
$d[n]$	1	0	2	0	1	0	-1	0	1	0
$a[n]$	1	1	6	6	9	9	13	13	7	7
$b[n]$	-1	1	-2	2	-1	1	1	-1	-1	1
$y[n]$	0	2	4	8	8	10	14	12	6	8



[下载：下载全尺寸图像](#)

图6.7。双通道过滤器库。

6.3。多速率过滤

子带分解技术基于多速率处理。多速率理论使信号能够以多带通组件的形式表示，同时保持恒定的总体比特率。例如，考虑一下双波段分裂。由于具有滤波脉冲响应的信号的卷积不影响比特率，³对于输入比特率为 k bps，没有子采样的总体输出比特率将是 $2k$ bps。然而，多速率理论使我们能够对滤波器输出进行子采样，以保持恒定比特率，同时保持总体信号内容（这被称为临界抽取或临界采样）。

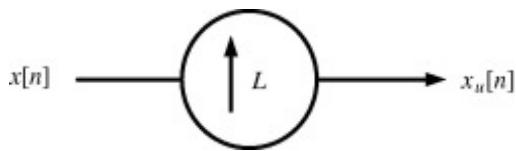
多速率系统中使用的两个主要操作是插值和抽取。解码通常用于编码器（或分析阶段），以将每个节点的采样率相对于输入速率降低 M 倍，而解码器（或合成阶段）通常使用插值，以在重建期间将其增加。这些操作有助于删除冗余信息，从而有助于管理处理需求。

6.3.1.采样

增加信号的采样率通常被称为插值，如图6.8所示。上采样器的操作根据其上采样比 L 进行表征，

并由方程 (6.10) 定义：

$$x_u[n] = \begin{cases} x\left[\frac{n}{L}\right] & n = mL \\ 0 & \text{otherwise} \end{cases} \quad (6.10)$$



[下载：下载全尺寸图像](#)

图6.8。按因子L进行采样。

所以，例如 $L=2$ ，我们插入 $L-1=1$ 个零。因此，如果 $x[n] = \{1, 2, 3, 4, 5, 6\}$ 然后 $x_u[n] = \{1, 0, 2, 0, 3, 0, 4, 0, 5, 0, 6\}$ 。然后通过以下方式给出上采样信号的Thez变换：

$$X_u(z) = \sum_{\substack{n=-\infty \\ n/L \text{ integer}}}^{\infty} x_u[n] z^{-n} = \sum_{n=-\infty}^{\infty} x\left[\frac{n}{L}\right] z^{-n}; \quad (6.11)$$

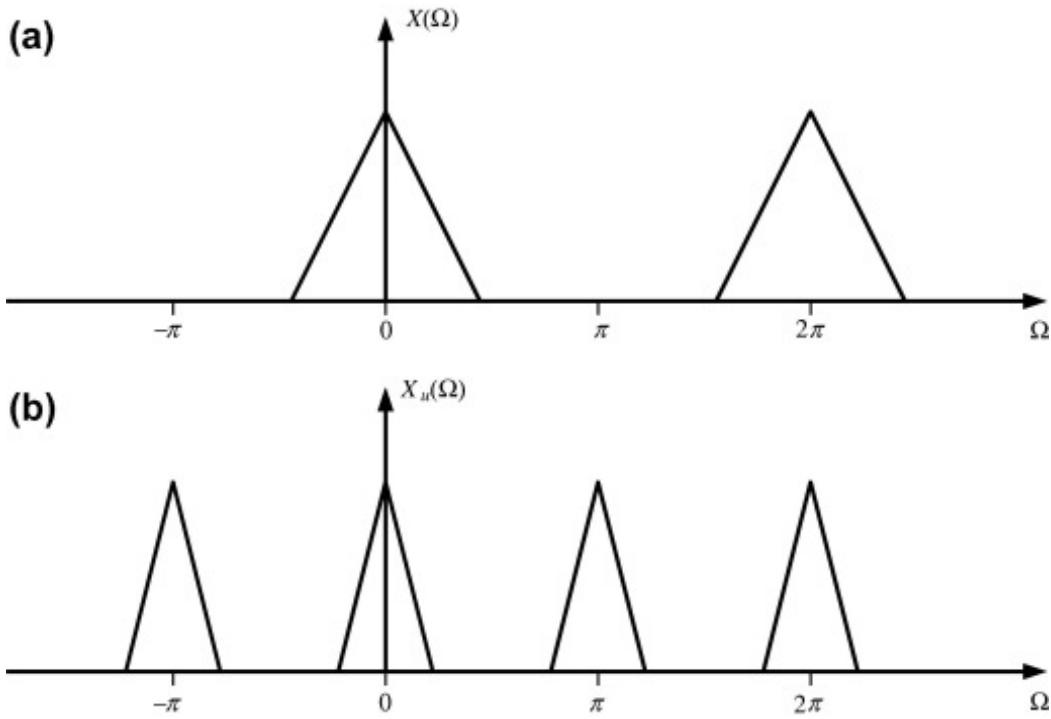
替换 $m = \frac{n}{L}$ 在方程 (6.11) 中:

$$= \sum_{m=-\infty}^{\infty} x_u[m] z^{-mL} = X(z^L) \quad (6.12)$$

让我们考虑一下这在频域中有什么影响。在 L 的情况下 = 2、映射 $X(z^2)$ 提供频域频谱的 2 个“压缩”因子。这可以通过计算 z 平面上单位圆上的方程 (6.12) 来验证，即：

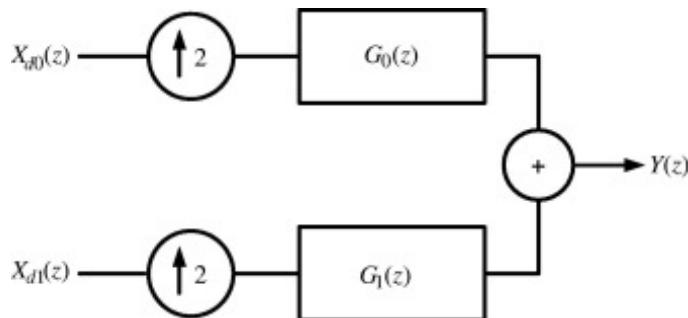
$$X(z^2)|_{z=e^{j\Omega}} = X(e^{j2\Omega})$$

并绘制结果，如图6.9所示。这个图显示，在 $\Omega = \pi$ 由于上采样。这必须使用后续插值过滤器删除，如图6.10所示。图6.11显示了上采样光谱效应的示例信号。



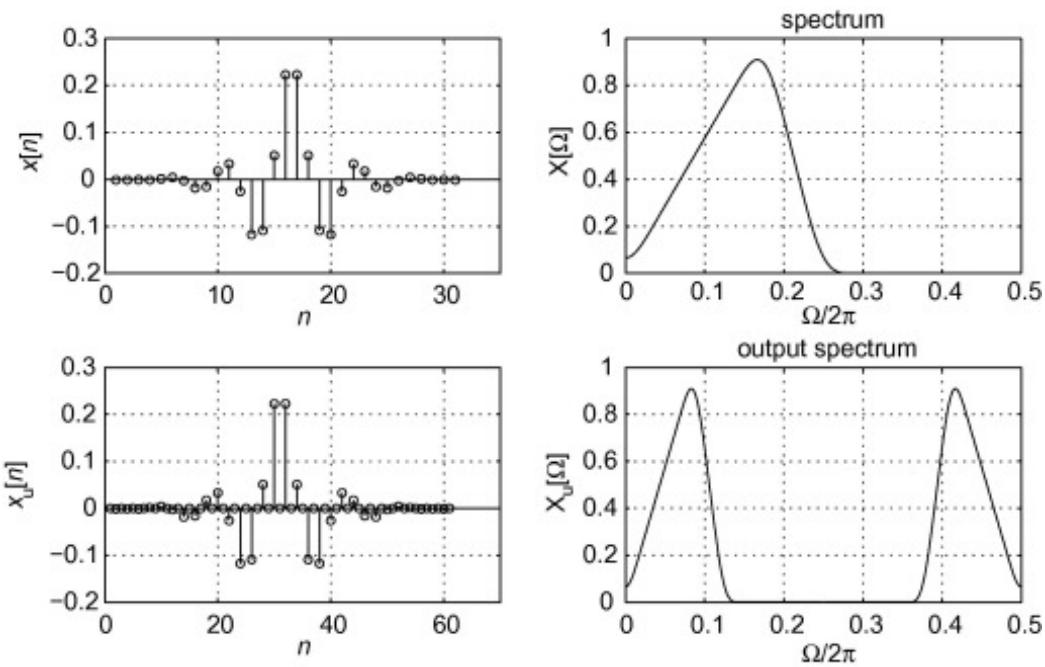
[下载：下载全尺寸图像](#)

图6.9。上采样的光谱效应： (a) 输入； (b) 输出。



[下载：下载全尺寸图像](#)

图6.10。双通道综合滤波器库。



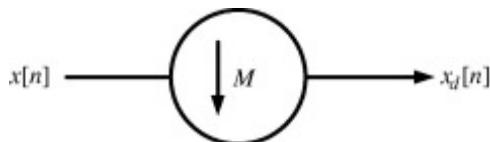
[下载：下载全尺寸图像](#)

图6.11。 $L = 2$ 的上采样的光谱效应。

6.3.2。下采样

降低信号的采样率通常被称为衰减（尽管严格来说，这应该只指将采样降低10倍）。下采样操作如图6.12所示。下采样器的操作根据其下采样比 M 进行表征，并由方程 (6.13) 定义：

$$x_d[n] = x[nM] \quad (6.13)$$



[下载：下载全尺寸图像](#)

图6.12。按 M 倍的下采样。

因此，例如，在 $M = 2$ 时，我们删除了原始序列中的每个 M 个样本。因此，如果 $x[n] = \{1, 2, 3, 4, 5, 6\}$ 然后 $x_d[n] = \{1, 3, 5\}$ 。然后，下采样信号的 z 变换由以下方式给出：

$$X_d(z) = \sum_{n=-\infty}^{\infty} x_d[n] z^{-n} = \sum_{n=-\infty}^{\infty} x[nM] z^{-n} \quad (6.14)$$

在方程 (6.14) 中替换 $m = nM$ ：

$$X_d(z) = \sum_{m=-\infty}^{\infty} x'[m]z^{-m/M} = X'(z^{1/M}) \quad (6.15)$$

请注意 $x'[n]$ 与 $x[n]$ 。然而，它们可以通过 $x'[n] = c[n]x[n]$ ，其中：

$$c[n] = \begin{cases} 1 & n = 0, \pm M, \pm 2M \dots \\ 0 & \text{otherwise} \end{cases}$$

在哪里 $c[n]$ 使用DFT可以表示为：

$$c[n] = \frac{1}{M} \sum_{k=0}^{M-1} W_M^{nk} \quad (6.16)$$

例如，在 M 的情况下 = 2、我们有：

$$c[n] = \frac{1}{2}(1 + (-1)^n)$$

现在的 z 变换 $x'[n]$ 由以下方式给出：

$$\begin{aligned} X'(z) &= \frac{1}{M} \sum_{n=-\infty}^{\infty} \left(\sum_{k=0}^{M-1} W_M^{nk} \right) x[n] z^{-n} = \frac{1}{M} \\ &\sum_{k=0}^{M-1} \left(\sum_{n=-\infty}^{\infty} x[n] W_M^{nk} z^{-n} \right) \end{aligned} \quad (6.17)$$

$$= \frac{1}{M} \sum_{k=0}^{M-1} X(z W_M^{-k}) \quad (6.18)$$

方程 (6.18) 现在可以替换为方程 (6.15) 以给出：

$$X_d(z) = \frac{1}{M} \sum_{k=0}^{M-1} X(z^{1/M} W_M^{-k}) \quad (6.19)$$

考虑 $M = 2$ 的情况：

$$X_d(z) = \frac{1}{2} \left(X(z^{1/2}) + X(-z^{1/2}) \right) \quad (6.20)$$

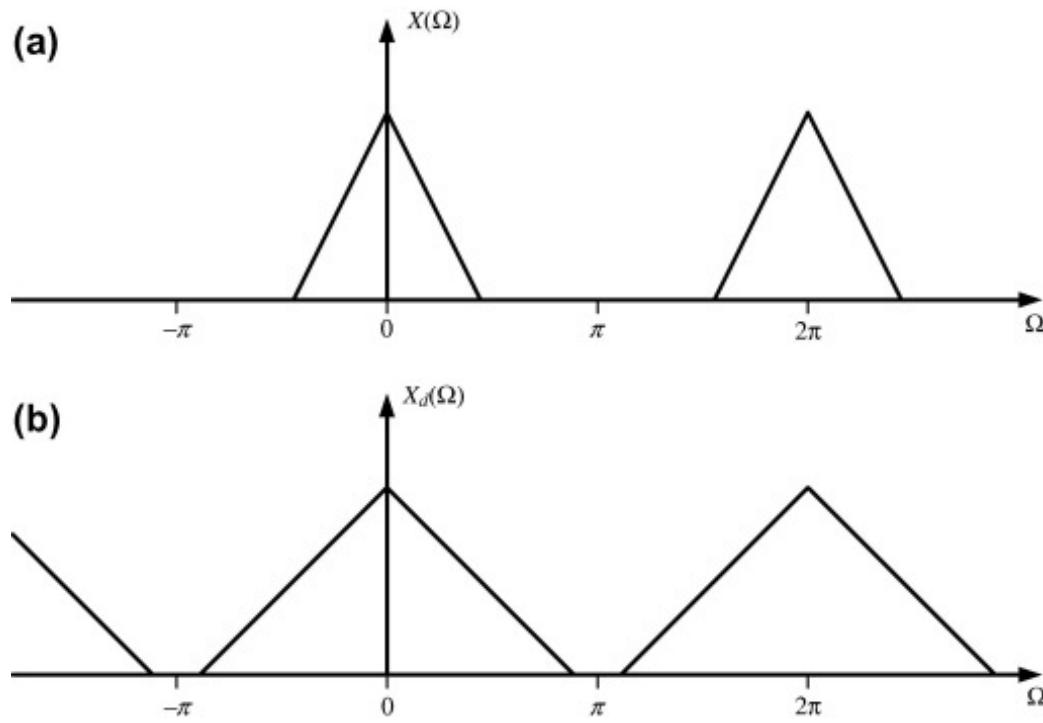
在 z 平面上的单位圆上评估它得到频率响应：

$$X_d(e^{j\Omega}) = \frac{1}{2} (X(e^{j\Omega/2}) + X(-e^{j\Omega/2})) \quad (6.21)$$

或者等价地：

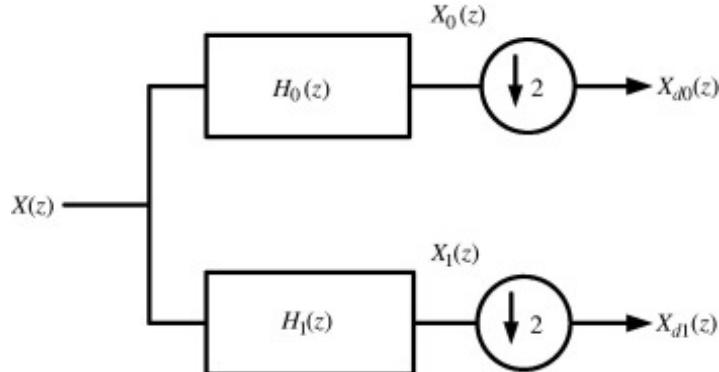
$$X_d(e^{j\Omega}) = \frac{1}{2} (X(e^{j\Omega/2}) + X(e^{j(\Omega/2+\pi)})) \quad (6.22)$$

图6.13显示了方程图 (6.22)。这表明原始频谱在频域中扩展了2倍，但也引入了额外的光谱图像 $\Omega = 2\pi$ 由于方程中的第二个项 (6.22)。可以看出，为了避免别名，如果原始频谱扩展到 $\Omega = \pi/2$ ，输入信号在下采样前必须经过反锯齿过滤。这是使用图6.14中的分析过滤器实现的。使用实际信号进行下采样的示例如图6.15所示。



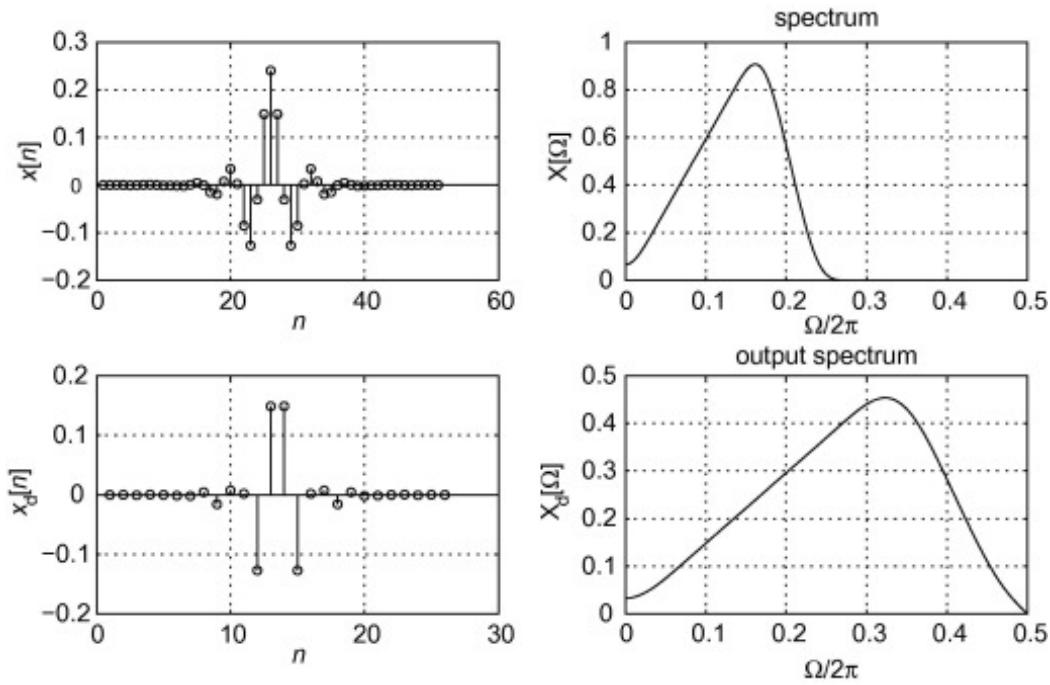
[下载：下载全尺寸图像](#)

图6.13。下采样的光谱效应： (a) 输入； (b) 输出。



[下载：下载全尺寸图像](#)

图6.14。双通道分析滤波器库。



[下载：下载全尺寸图像](#)

图6.15。M下采样的光谱效应 = 2.

6.3.3。系统传输功能

我们现在可以导出图6.4中引入的双通道滤波器库的传输函数。这结合了图6.14的分析阶段和图6.10的综合阶段。考虑分析阶段的顶路，我们一开始就具备：

$$X_0(z) = X(z)H_0(z) \quad (6.23)$$

和

$$X_{d0}(z) = \frac{1}{2} \left(X_0(z^{1/2}) + X_0(-z^{1/2}) \right) \quad (6.24)$$

方程 (6.24) 中的替换方程 (6.23) 给出：

$$X_{d0}(z) = \frac{1}{2} \left(X(z^{1/2})H_0(z^{1/2}) + X(-z^{1/2})H_0(-z^{1/2}) \right) \quad (6.25)$$

现在考虑合成阶段：

$$X_{ud0}(z) = X_{d0}(z^2)$$

$$X_{ud0}(z) = \frac{1}{2} (X(z)H_0(z) + X(-z)H_0(-z))$$

将上路的过滤输出定义为 $Y_0(z)$ 冒号：

$$Y_0(z) = X_{ud0}(z)G_0(z) \quad (6.26)$$

$$Y_0(z) = \frac{1}{2} (X(z)H_0(z)G_0(z) + X(-z)H_0(-z)G_0(z)) \quad (6.27)$$

同样，对于下路径上的过滤输出，我们有：

$$Y_1(z) = \frac{1}{2}(X(z)H_1(z)G_1(z) + X(-z)H_1(-z)G_1(z)) \quad (6.28)$$

最后，在滤波器库输出处组合方程 (6.27)，(6.28) 得到：

$$\begin{aligned} Y(z) = & \frac{1}{2}X(z)[H_0(z)G_0(z) + H_1(z)G_1(z)] \\ & + \frac{1}{2}X(-z)[H_0(-z)G_0(z) + H_1(-z)G_1(z)] \end{aligned} \quad (6.29)$$

所以我们现在有能力分析双通道滤库的端到端操作。让我们在示例6.2中进一步考虑这一点。

示例6.2 一个简单的过滤银行转账功能

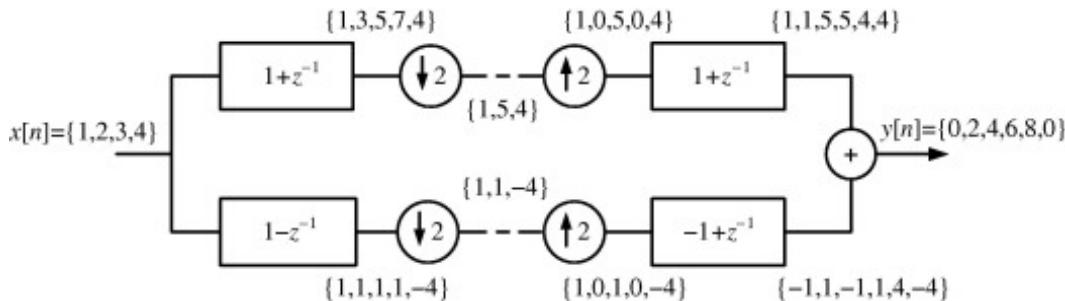
考虑图6.4中的双频分裂，其中过滤器如下所示：

$$\begin{aligned} H_0(z) &= 1 + z^{-1} & H_1(z) &= 1 - z^{-1} \\ G_0(z) &= 1 + z^{-1} & G_1(z) &= -1 + z^{-1} \end{aligned}$$

这些过滤器与我们前面的例子中定义的过滤器相同，只是为了方便数值，省略了分析阶段0.5的乘法因子。使用方程 (6.29)，计算输入的滤波器库的输出 $x[n] = \{1,2,3,4\}$ 。

解决方案

分析过滤、下采样、上采样和合成过滤的效果见下图，其输出与输入相同，但缩放为2倍，延迟一个样本。



[下载：下载全尺寸图像](#)

我们可以使用方程 (6.29) 验证其在 z 域中的操作，而不是如上所述计算时域中的滤波器组响应。因此，我们有：

$$\begin{aligned} Y(z) = & \frac{1}{2}(1 + 2z^{-1} + 3z^{-2} + 4z^{-3})[(1 + 2z^{-1} + z^{-2}) + (-1 + 2z^{-1} - z^{-2})] \\ & + \cdots + \frac{1}{2}(1 - 2z^{-1} + 3z^{-2} - 4z^{-3})[(1 - z^{-2}) + (-1 + z^{-2})] \\ = & \frac{1}{2}(1 + 2z^{-1} + 3z^{-2} + 4z^{-3})[(4z^{-1})] \\ & + \frac{1}{2}(1 - 2z^{-1} + 3z^{-2} - 4z^{-3})[(0)] \\ = & (2z^{-1} + 4z^{-2} + 6z^{-3} + 8z^{-4}) \end{aligned}$$

请注意，由于卷积操作的扩展性，滤波器库输出中显示的前导零和后导零是多余的。

6.3.4。完美重建

方程 (6.29) 可以重写为：

$$Y(z) = F_0(z)X(z) + F_1(z)X(-z) \quad (6.30)$$

在哪里

$$F_0(z) = \frac{1}{2}[H_0(z)G_0(z) + H_1(z)G_1(z)]$$

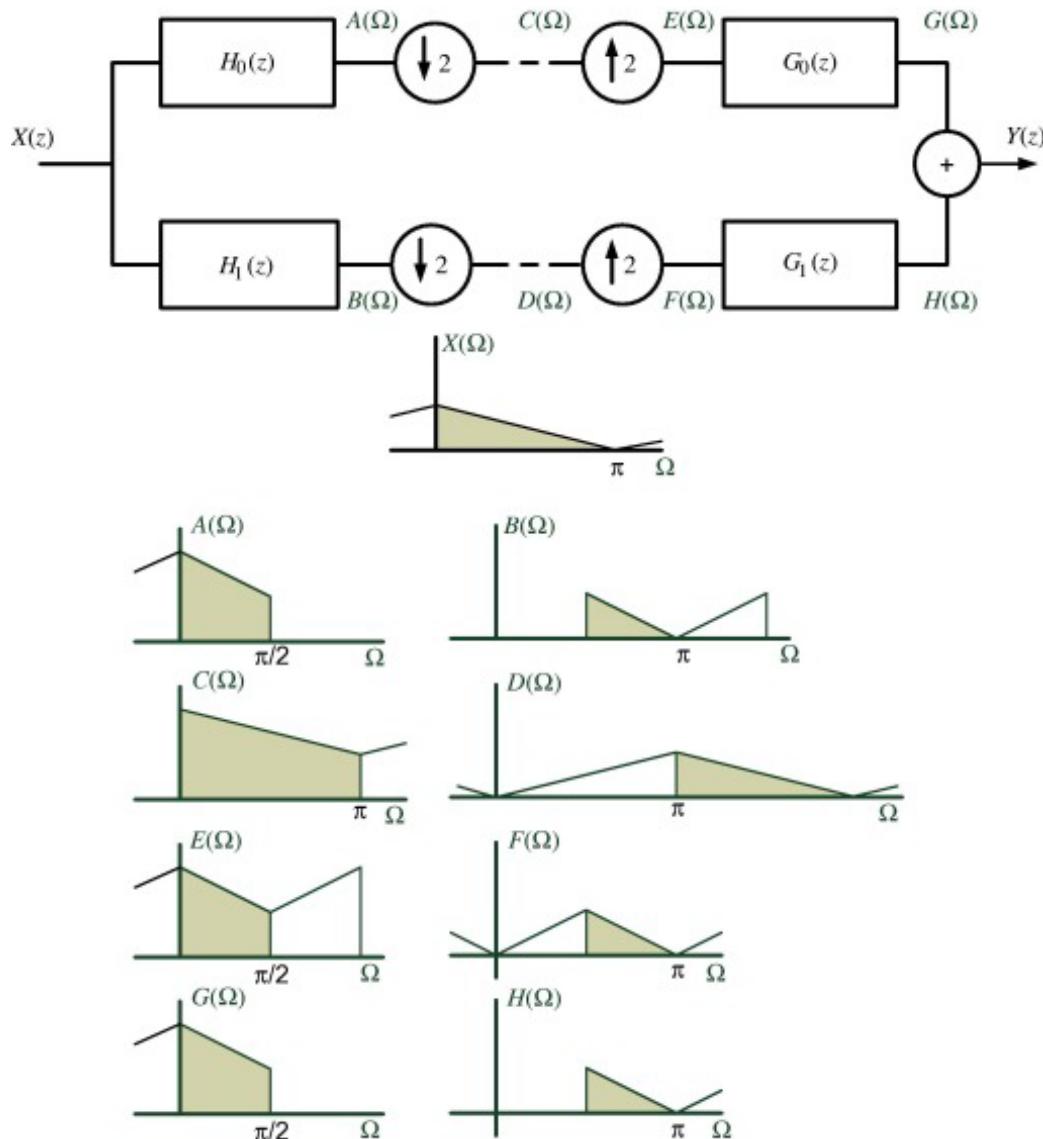
和

$$F_1(z) = \frac{1}{2}[H_0(-z)G_0(z) + H_1(-z)G_1(z)]$$

$F_1(z)$ 表示重叠的滤波频率响应产生的别名组件。如果 $F_1(z) = 0$ 那么过滤器库是无别名的。 $F_0(z)$ 代表重建的质量。如果 $|F_0(e^{j\Omega})| = 1$ 对于所有频率，那么滤波器组没有振幅失真。如果 $F_0(e^{j\Omega})$ 是线性相位，那么滤波器组没有相位失真。一般来说，如果 $F_1(z) = 0$ 和 $F_0(z) = cz^{-k}$ （其中 c 和 k 是常数），然后滤波器库提供完美的重建（PR）。

6.3.5. 双通道分解的光谱效应

图6.16提供了双通道PR滤波器库操作的更直观可视化。这显示了信号的光谱特征， $x[n]$ ，当它通过滤波器库时，带宽限制在奈奎斯特频率上。为了简化图表，我们假设过滤器具有砖墙响应，带子之间没有泄漏。然而，正如我们已经看到的，如果使用适当的过滤器设计，这不是完美重建的要求。



[下载：下载全尺寸图像](#)

图6.16。双通道完美重建滤波器库内的光谱关系。显示了信号点A-H的光谱特征。

从左到右跨系统，我们首先可以看到 $H_0(z)$ 和 $H_1(z)$ 分别选择低通和高通带。为了保持临界采样，这些信号被减去2倍。这次手术的结果， $C(\Omega)$ 和 $D(\Omega)$ ，呈现扩展因子为2的光谱，并按预期包括别名。然后，信号通常会量化以进行传输，但我们目前忽略这一步骤，直接移动到解码器。

在解码器上，信号被采样，为重组做准备。其效果是沿频率轴将光谱“压缩”为2倍，如 $E(\Omega)$ 和 $F(\Omega)$ 。最后，这些信号通过插值滤波器传递 $G_0(z)$ 和 $G_1(z)$ ，分别通过低通和高通滤波来去除别名，以产生 $G(\Omega)$ 和 $H(\Omega)$ 。正如可以观察到的， $G(\Omega)$ 和 $H(\Omega)$ 在输出处求和，以提供输入信号的完美重建。

6.4。有用的过滤器和过滤器库

对于压缩应用，过滤器最好表现出某些特性。这些是：

1. **完美重建：**在没有量化的情况下，在滤波器库的输出处实现原始信号的无失真重建。

紧凑支持：确保因量化和传输损失而导致的失真被局部化。

- 2.
3. **平滑度：**以更好地匹配自然图像的特性。
4. **正则性：**保证收敛性，在迭代时保持平滑。
5. **正交性和正交性：**使分析和合成部分能够匹配，并消除变换冗余。

下面将检查一些常用的过滤器。

6.4.1。二次镜面滤镜

正交镜滤波器（QMF）是早期子带处理应用中使用的一类重要的别名-消磁滤波器[2]。

别名消除

QMF过滤器首先通过使用以下关系消除方程 (6.30) 中的别名项：

$$G_0(z) = H_1(-z); \quad G_1(z) = -H_0(-z)$$

QMF滤波器基于一对对称的分析滤波器 $\Omega = \pi/2$ 。如果 $H_0(z) = H(z)$ 和 $H_1(z) = H(-z)$ 。因此，我们可以基于以下关系进行QMF滤波器设计：

$$H_0(z) = H(z); \quad H_1(z) = H(-z)$$

$$G_0(z) = H(z); \quad G_1(z) = -H(-z)$$

如果我们用方程 (6.29) 替换这些关系，我们可以看到别名项为零，因此：

$$F_1(z) = \frac{1}{2}[H(-z)H(z) - H(z)H(-z)] = 0 \quad (6.31)$$

振幅失真

QMF滤波器库的失真术语由以下方式给出：

$$F_0(z) = \frac{1}{2}[H(z)H(z) - H(-z)H(-z)] \quad (6.32)$$

此外，如果**原型过滤器是线性相位**： $H(z) = A(z)z^{-(N-1)/2}$ ，在哪里 $A(e^{j\Omega})$ 是真正的零相频率响应，则：

$$F_0(z) = [A^2(z) + A^2(-z)]z^{-(N-1)/2}$$

因此，除非 $F_0(e^{j\Omega})$ 对所有人来说都是常数 Ω 。正如我们将在示例6.3中看到的，QMF过滤器的设计可以显示完美的重建。

示例6.3简单的QMF过滤器

考虑以下示例原型过滤器：

$$H(z) = \frac{1}{\sqrt{2}}(1 + z^{-1})$$

生成相应的QMF滤波器集，并表明该滤波器库具有完美的重建效果。

解决方案

这个原型产生了以下一组过滤器，希望读者能从我们之前的示例中识别为半带过滤器：

$$H_0(z) = \frac{1}{\sqrt{2}}(1 + z^{-1}); \quad H_1(z) = \frac{1}{\sqrt{2}}(1 - z^{-1})$$
$$G_0(z) = \frac{1}{\sqrt{2}}(1 + z^{-1}); \quad G_1(z) = \frac{1}{\sqrt{2}}(-1 + z^{-1})$$

从方程 (6.31) 中我们可以看出，这个过滤器库是无别名的。从方程 (6.32) 中我们可以进一步证明，该系统提供了一个具有单位大小的恒定延迟，因为：

$$F_0(z) = \frac{1}{4}[(1 + z^{-1})(1 + z^{-1}) - (1 - z^{-1})(1 - z^{-1})] = z^{-1}$$

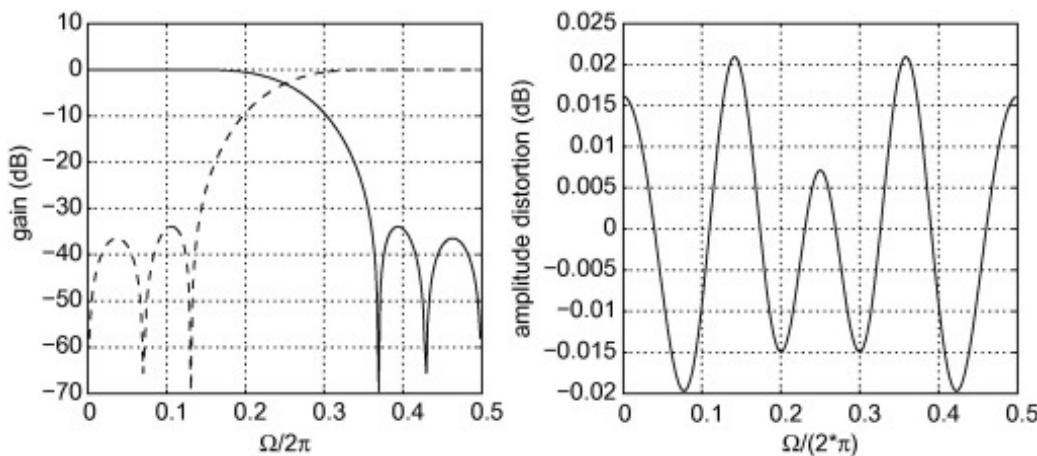
事实上，这些是唯一产生精确完美重建的因果FIR QMF分析滤波器。

实用的QMF过滤器

在实践中，在特征不能完全提供完美重建的情况下，可以有效地设计近似QMF滤波器。在这种情况下，可以使用[优化程序](#)来迭代调整[滤波系数](#)，从而最小化振幅失真。我们理想地希望滤波器特性的大小响应具有锐跃迁，以便子带在光谱上是不同的，同时提供近似全通的整体系统响应。这意味着过滤器的设计必须使每个分支在低通和高通响应相交点提供6分贝 (0.5) 的衰减——采样频率的四分之一。因此，四个过滤器中的每个过滤器必须在半[奈奎斯特频率](#)下衰减为3分贝。这样的过滤器是由约翰逊[22]和其他人设计的。约翰逊的方法使用基于停止带衰减和保持滤波器功率对称性的要求的客观测量将残余振幅失真最小化。导致低振幅失真，通常小于0.02分贝。约翰逊过滤器的例子是：

$$\begin{aligned} h_0[0] &= -0.006443977 = h_0[11]; & h_0[1] &= 0.02745539 = h_0[10]; \\ h_0[2] &= -0.00758164 = h_0[9]; & h_0[3] &= -0.0013825 = h_0[8]; \\ h_0[4] &= 0.09808522 = h_0[7]; & h_0[5] &= 0.4807962 = h_0[6] \end{aligned}$$

这些过滤器的镜像响应如图6.17所示。可见，整体失真特征虽然小，但并非零。因此，这些过滤器不能提供完美的重建。在实践中，对于在子带系数传输之前引入[重大量化误差](#)的压缩应用，这种小失真可能不是一个主要问题。然而，我们很快就会看到如何设计出能提供完美重建的有用过滤器。



下载： [下载全尺寸图像](#)

图6.17。QMF滤波器对频率响应。

6.4.2。小波滤波器

小波滤波器库可以形成一个完全由低通滤波器定义的完美重建系统。高通滤波器是通过移动和调制低通滤波器获得的，因此：

$$H_1(z) = z^{-l}G_0(-z) \text{ and } G_1(z) = z^lH_0(-z) \quad (6.33)$$

只要我很奇怪，那么：

$$F_1(z) = \frac{1}{2} [H_0(-z)G_0(z) + (-z)^{-l}G_0(z)z^lH_0(-z)] = 0$$

即该系统是无别名的。

我们现在可以解决扭曲术语了 $F_0(z)$ 。如果 $F_0(z) = \frac{1}{2}[H_0(z)G_0(z) + H_1(z)G_1(z)] = cz^{-k}$ ，那么滤库将呈现完美的重建。如果我们让 $P(z) = H_0(z)G_0(z)$ ，我们假设零相响应滤波器，然后我们可以重写 $F_0(z)$ 在形式上（吸收 $\frac{1}{2}$ 常数， c ）：

$$P(z) + P(-z) = c \quad (6.34)$$

由于 z 的所有奇数幂项都将取消，方程 (6.34) 为真，但 z^0 项， z 的偶数幂中的所有项必须和为零。

为了设计过滤器，我们现在可以将多项式分解 $P(z)$ 进入两个低通过滤器， $H_0(z)$ 和 $G_0(z)$ ，导致一个完全定义的过滤器库。问题是，我们如何将其分解，以及如何确保我们具有良好的过滤器特性？我们已经讨论了正则性的理想性质以及具有多个根的相关要求 $z = -1$ 。这给了我们一个良好的起点。因此，如果我们有：

$$P(z) = (1 + 2z^{-1} + z^{-2})$$

然后，这可以分解为我们熟悉的简单公关过滤器库，其中两个低通过滤器是相同的，因此：

$$P(z) = (1 + z^{-1})(1 + z^{-1})$$

有几个滤波组合（在没有量化的情况下）提供了完美的重建。Villasenor[23]提供了这些性能比较，金斯伯里[24]提供了设计方法的良好概述。我们将在这里考虑两套过滤器示例——它们都已选择用于JPEG2000。这些是LeGall 5/3小波和Daubechies 9/7小波。它们都很紧凑，有对称的响应（这有助于避免边界伪影），并且非常规则（它们有最大数量的消失时刻）。

LeGall 5/3 过滤器

一套简单但有效的小波滤波器的一个例子是生物交交LeGall (5/3) 对[25]。这些可以使用上述方法设计，并根据其低通滤波响应定义如下：⁵

$$H_0(z) = \frac{1}{8}z(1+z^{-1})^2(-z-z^{-1}+4) \quad (6.35)$$

$$G_0(z) = \frac{1}{2}z(1+z^{-1})^2$$

因此，滤波系数是：

$$\begin{aligned} h_0[n] &= \{-1, 2, 6, 2, -1\}/8; & g_0[n] &= \{1, 2, 1\}/2; \\ h_1[n] &= \{1, -2, 1\}/2; & g_1[n] &= \{1, 2, -6, 2, 1\}/8 \end{aligned}$$

从方程 (6.29) 中回顾：

$$\begin{aligned} Y(z) &= \frac{1}{2}X(z)[G_0(z)H_0(z) + G_1(z)H_1(z)] \\ &\quad + \frac{1}{2}X(-z)[G_0(z)H_0(-z) + G_1(z)H_1(-z)] \\ &= F_0(z)X(z) + F_1(z)X(-z) \end{aligned} \quad (6.36)$$

我们需要完美的重建 $F_0(z) = \text{constant}$ 和 $F_1(z) = 0$ 。因此，对于扭曲术语，我们有：

$$\begin{aligned} G_0(z)H_0(z) &= (-1 + 0z^{-1} + 9z^{-2} + 16z^{-3} + 9z^{-4} + 0z^{-5} - z^{-6})/16 \\ G_1(z)H_1(z) &= (+1 + 0z^{-1} - 9z^{-2} + 16z^{-3} - 9z^{-4} + 0z^{-5} + z^{-6})/16 \end{aligned}$$

因此，所有频率的失真都是恒定的：

$$F_0(z) = z^{-3}$$

在别名术语中，我们有：

$$\begin{aligned} G_0(z)H_0(-z) &= (-1 - 4z + z^{-2} + 8z^{-3} + z^{-4} - 4z^{-5} - z^{-6})/16 \\ G_1(z)H_1(-z) &= (1 + 4z - z^{-2} - 8z^{-3} - z^{-4} + 4z^{-5} + z^{-6})/16 \end{aligned}$$

因此，别名由以下方式给出：

$$F_1(z) = 0$$

因此，滤波器库也是无别名的，满足完美重建所需的条件。四个LeGall (5/3) 生物正交滤波器的频率响应如图6.18所示。

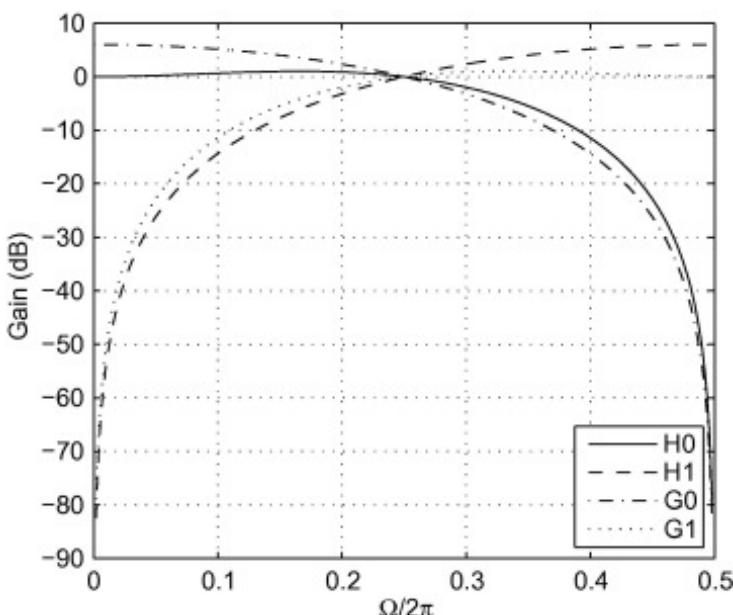


图6.18。LeGall滤波器频率响应。

LeGall小波具有合理系数，建议用于JPEG2000的可逆压缩或无损压缩。

多贝奇9/7过滤器

在JPEG2000中，建议使用多贝奇9/7过滤器[26]进行有损压缩。它们被定义为：

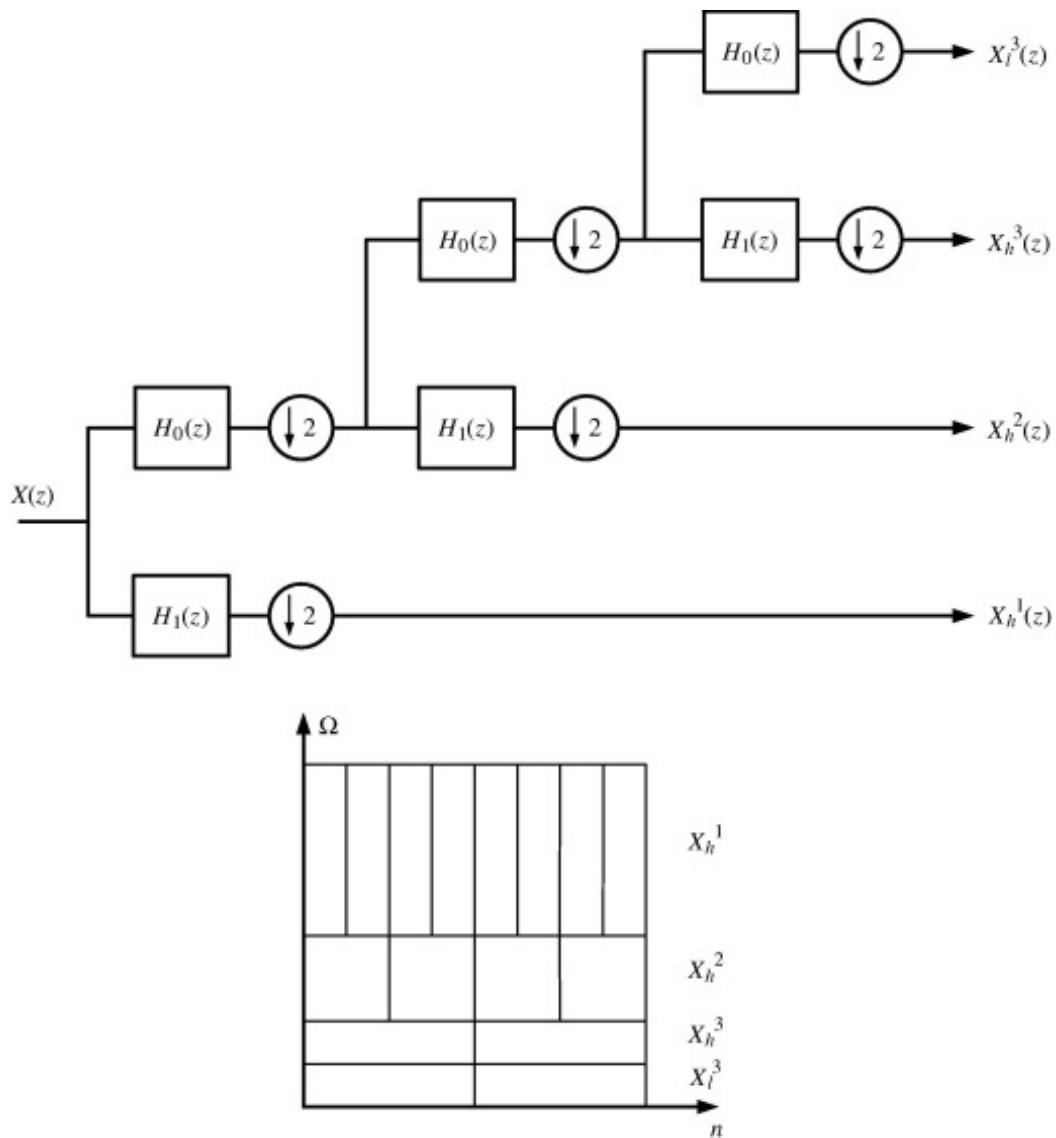
$$\begin{aligned} H_0(z) &= \frac{2^{-5}}{\frac{64}{5\rho}-6+\rho} z^2 (1+z^{-1})^4 (z^2 + z^{-2} - (8-\rho)(z+z^{-1}) + \frac{128}{5\rho} + 2) \\ G_0(z) &= \frac{2^{-3}}{\rho-2} z^2 (1+z^{-1})^4 (-z-z^{-1} + \rho) \end{aligned} \quad (6.37)$$

在哪里 $\rho \approx 3.3695$ 。与Villasenor[23]的短距离滤镜相比，Daubechies 9/7滤镜被评为有损图像压缩的最佳性能。

6.4.3。多级（多尺度）分解

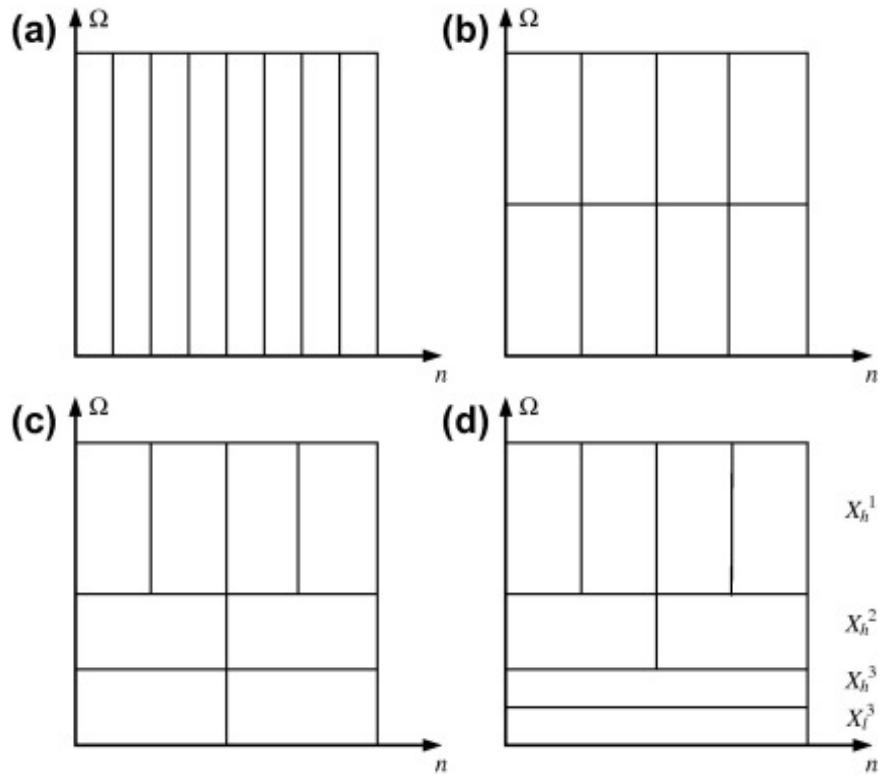
一类重要的子带分解，通常（尽管如前所述，并不总是准确的）称为离散小波变换（DWT），是通过递归应用于低频段的一系列双带系统级联来实现的。使用这种方法，高频带的空间分辨率好，频率分辨率较差，而低频段的频率定位性好，但空间定位性较差。

一维三阶段分解如图6.19所示，所有分解阶段的相关时频瓷砖如图6.20所示。这个数字显示了连续八个时域样本的输入，随后经过过滤和下采样，以在两个波段（b）中每个样本生成四个样本。然后进一步过滤和下采样较低的频段，以产生另外两个频段，每个频段有两个样本（c）。最后在（d）中，低通带再次过滤和下采样，以提供所示的瓷砖。这清楚地显示了临界采样的性质，因为每个分解阶段的样本数量（此处为8个）相同。



[下载：下载全尺寸图像](#)

图6.19。一维三阶段**小波分解**。顶部：框图。底部：相关时频瓷砖。



[下载：下载全尺寸图像](#)

图6.20。一维小波滤波器组中渐进分解阶段的时频平铺：(a) 输入八个样本；(b) 第一阶段之后；(c) 第二阶段之后；(d) 第三阶段之后。

一般来说，对于长度为 N 的输入序列，带宽与每个子带中样本数之间的关系见表6.1。这适用于五阶段分解，尽管或多或少阶段的模式应该很明显。

表6.1。五级分解中每个子带的子频段频率范围与样本数之间的关系。

子带	带宽	编号样品
X_h^1	$\pi/2 \cdots \pi$	$N/2$
X_h^2	$\pi/4 \cdots \pi/2$	$N/4$
X_h^3	$\pi/8 \cdots \pi/4$	$N/8$
X_h^4	$\pi/16 \cdots \pi/8$	$N/16$
X_h^5	$\pi/32 \cdots \pi/16$	$N/32$
X_l^5	$0 \cdots \pi/32$	$N/32$

多阶段分解的另一种观点

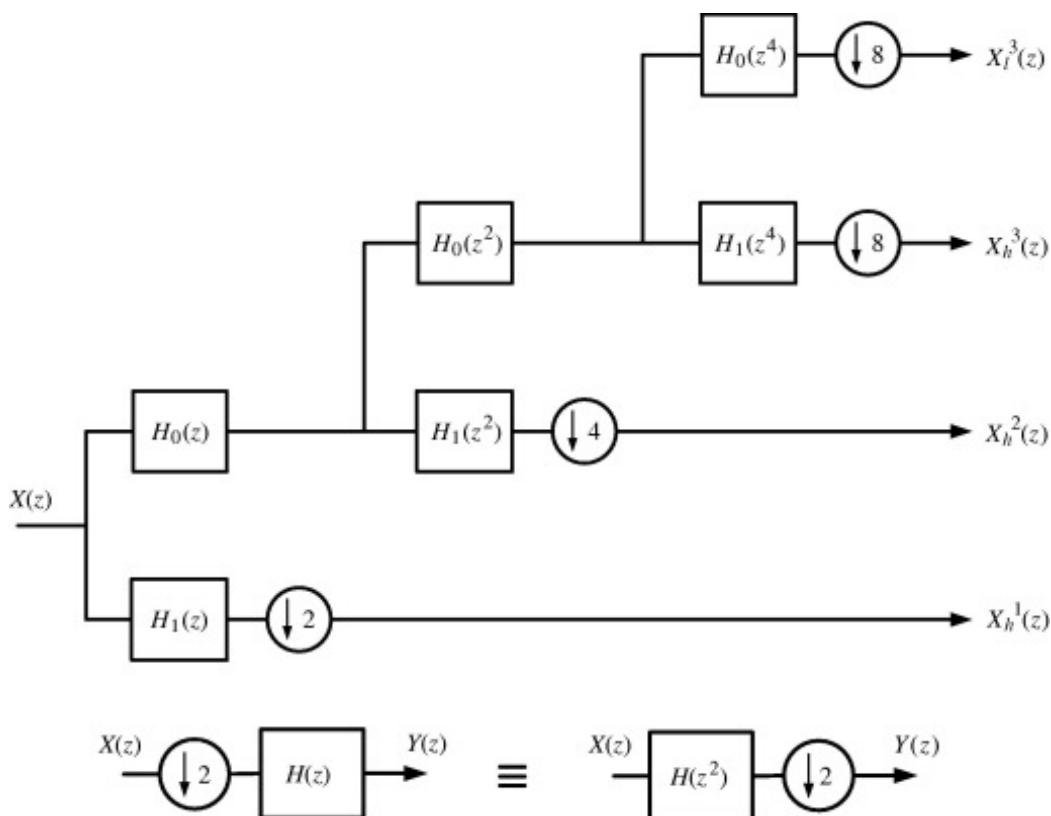
从图6.19中我们可以看到，分析部分的每一个输出都是一系列的过滤和下采样操作。这可以重组，如图6.21所示。根据图6.21底部的两个替代配置，这很容易显示。例如，在下采样器后跟过滤器的情况下 $H(z)$ ，我们有：

$$Y(z) = \frac{1}{2}H(z)\left(X\left(z^{\frac{1}{2}}\right) + X\left(-z^{\frac{1}{2}}\right)\right)$$

在修改后的过滤器和下采样器的情况下，我们有：

$$Y(z) = \frac{1}{2}\left(X\left(z^{\frac{1}{2}}\right)H(z) + X\left(-z^{\frac{1}{2}}\right)H(z)\right)$$

向上采样器-过滤器组合也存在类似的关系。



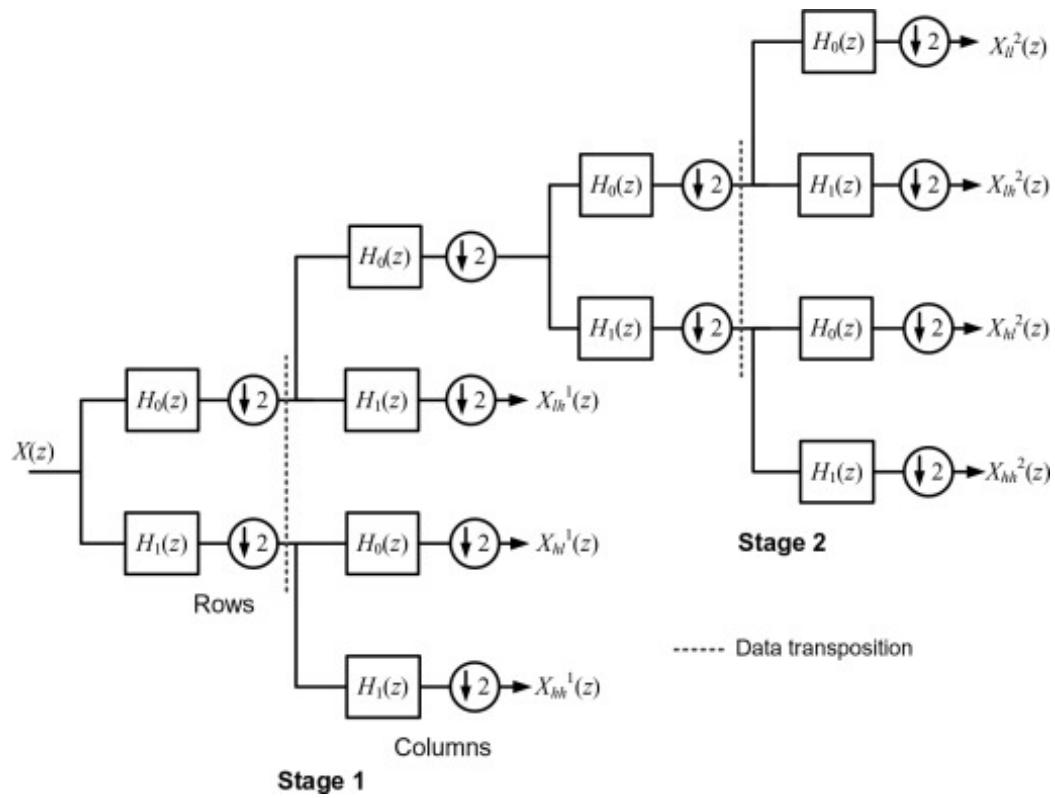
[下载：下载全尺寸图像](#)

图6.21。一维三阶段小波分解——修改下采样结构

6.4.4。可分离性和扩展至二维

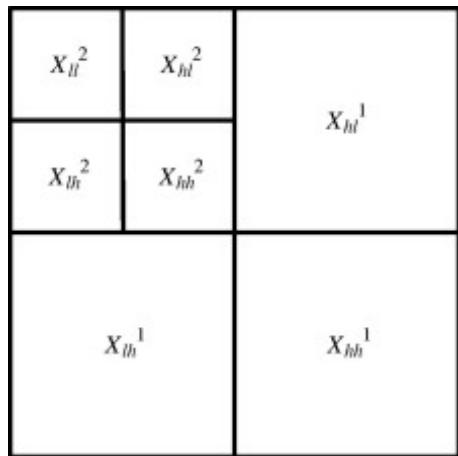
在二维（可分离）应用的两级子带分解如图6.22所示，空间频率平面的相应平铺如图6.23所示。

图6.23中的左上角子带包含最低频率信息，这可以识别为原始图像的小型子采样版本。因此，从HVS的角度来看，这个子带很重要，必须准确编码（通常使用DPCM）。其他子带对应于中高程空间频率，通常包含的能量相对较少。因此，编码器可以分配更少（或没有）位来编码这些信息。稍后我们将研究这些波段的位分配策略和熵编码。



[下载：下载全尺寸图像](#)

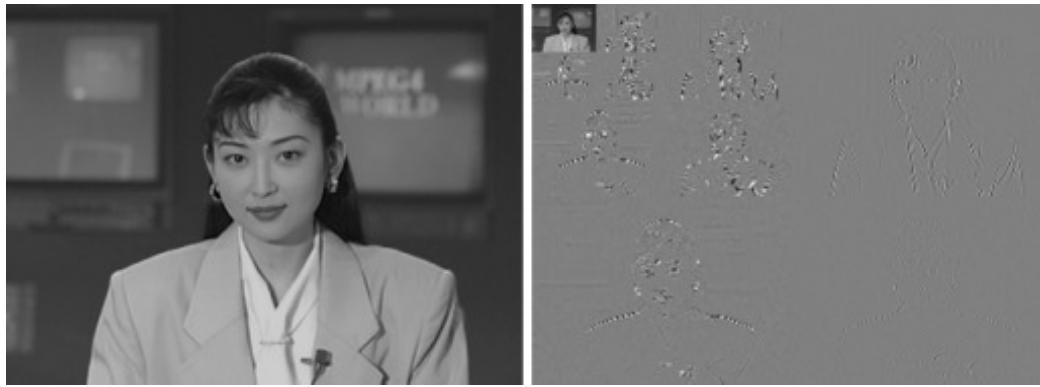
图6.22。2D 2通道2级**小波分解**。行和列处理之间需要数据转换（如图所示）。



[下载：下载全尺寸图像](#)

图6.23。二维小波-频率平面瓷砖。

图6.24所示，一个显示秋代序列中一个帧的三维**小波分解的例子**。这种分解使用前面描述的LeGall 5/3过滤器。



[下载：下载全尺寸图像](#)

图6.24。秋水序列（左）小波变换（右）的帧使用LeGall 5/3过滤器的三级分解。

6.4.5。有限长度序列、边缘伪影和边界扩展

当我们之前讨论临界采样时，我们假设了无限长序列的上下文。在有限长度序列的情况下，例如图像编码中的典型序列，很明显，子带样本的数量将大于输入样本的数量。如果我们保持严格的临界采样，那么由于信号边界处的不连续，滤波器库将引入失真，并且无法实现完美的重建。这可以通过周期性或对称地扩展边界样本或零填充来减少。通常更喜欢对称扩展，因为这不会造成不连续，并具有引入下边界扭曲的效果。

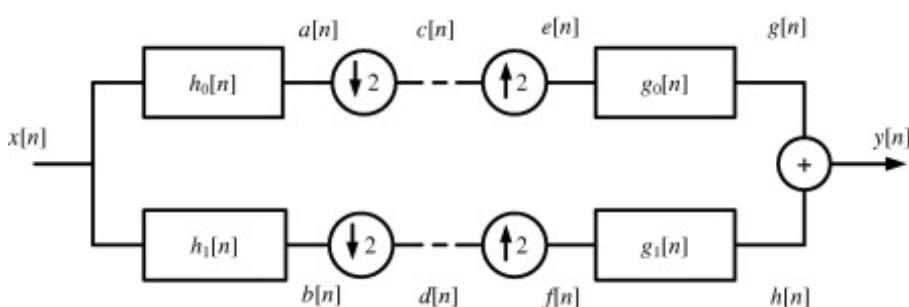
我们可以很容易地通过边界扩展来维护临界采样，一个带有5/3过滤器的八采样输入示例如图6.25所示。这说明了考虑到子采样的每个滤波器的有效卷积移。

例6.4边界效应和临界采样

考虑一个基于LeGall 5/3过滤器的一维双通道单级过滤器库。为输入信号的情况计算所有中间节点的信号值： $x[n] = \{1,2,3,4,5,6,7,8\}$ 。

解决方案

我们可以用所有中间节点的输入序列计算滤波器的卷积，如下图所示：



[下载：下载全尺寸图像](#)

让我们首先考虑没有严格遵守临界采样的情况。每个中间节点的信号值如下表所示：

	1 2 3 4 5 6 7 8
<i>x</i> [n]	
<i>a</i> [n]	-1 0 7 16 24 32 40 48 65 56 9 -8
<i>b</i> [n]	1 0 0 0 0 0 0 0 -9 8
<i>c</i> [n]	-1 7 24 40 65 9
<i>d</i> [n]	100 -9
<i>e</i> [n]	-1 0 7 0 24 0 40 65 0 9
<i>f</i> [n]	1 0 0 0 0 0 0 0 0 -9
<i>g</i> [n]	-1 -2 6 14 31 48 64 80 105 130 74 18 9 0
<i>h</i> [n]	1 2 -6 2 1 0 0 0 -9 -18 54 -18 -9
<i>y</i> [n]	0 0 0 16 32 48 64 80 96 112 128 0 0

请注意，为了方便起见，此处忽略了滤波器增益项。但是，当我们把输出除以16时，答案显然是正确的。问题在于，我们在分析阶段（*c*和*d*）的输出中有11个样本，而不是8个。如果我们保持严格的临界采样，那么由于信号边界处的不连续，滤波器组将引入失真，并且无法实现完美的重建。

现在让我们考虑一下，如果我们只保留八个样品供合成部分处理会发生什么。让我们丢弃*a*和*b*信号的前两个样本，因为它们与滤波器瞬态相关联，因此：

<i>c</i> [n]	7 24 40 65
<i>d</i> [n]	00 0 -9

e
[*n*
]

7 0 24 0 400 65

f
[*n*
]

0 0 0 0 0 0 0-9

g
[*n*
]

7 14 31 48 64 80 105 130 65 0

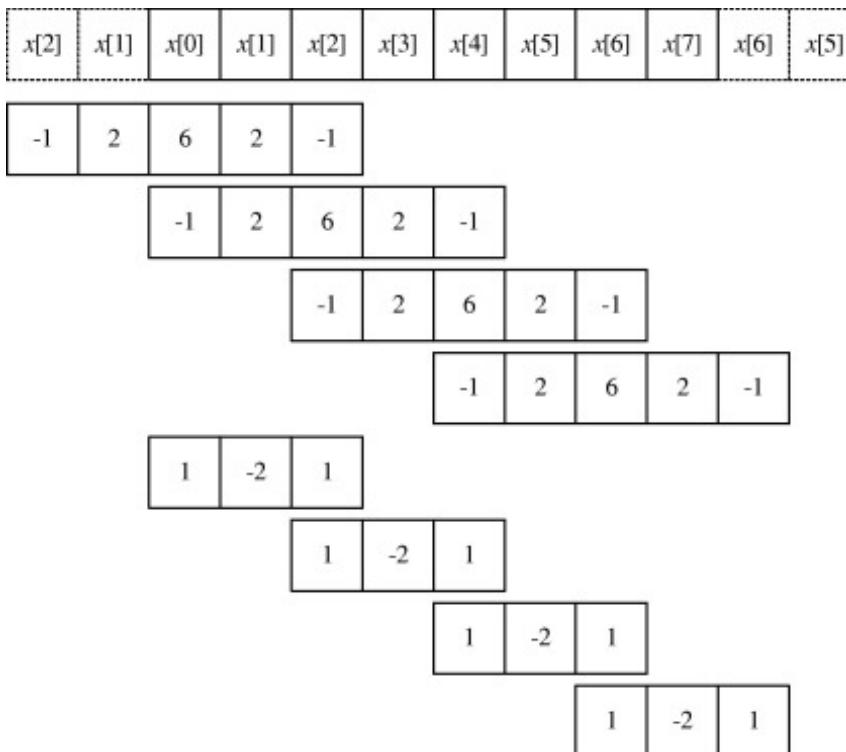
h
[*n*
]

00 00 00 0 0 0 0 -9 -18 54 -18 -9

y
[*n*
]

7 14 31 48 64 80 96 112 119-18-9

我们现在可以看到，过滤器库输出在其边界处已损坏。我们可以通过使用对称扩展等边界扩展来改进这一点。



[下载：下载全尺寸图像](#)

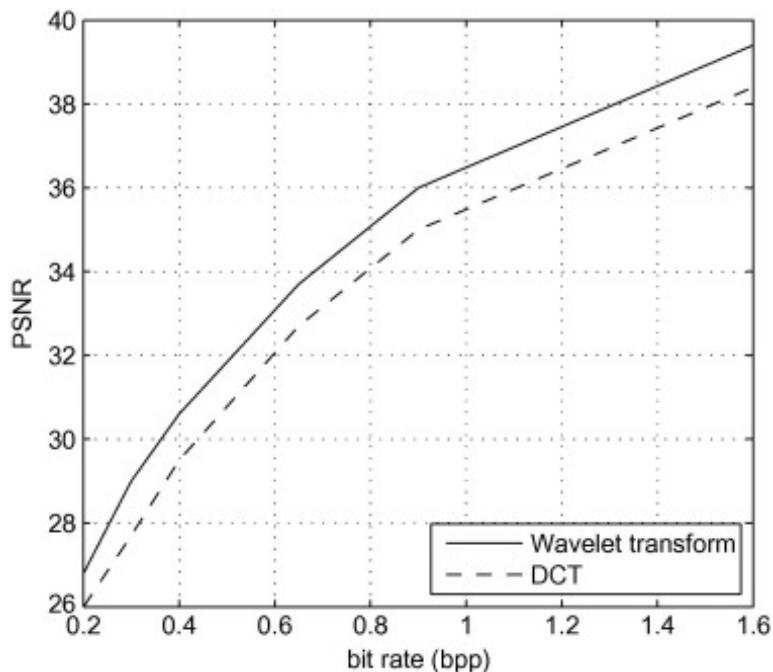
图6.25。边界扩展的插图。

6.4.6。小波压缩性能

Villasenor 提供了各种小波滤波器性能的出色比较。Unser和Blu[27]还为JPEG2000背景下的

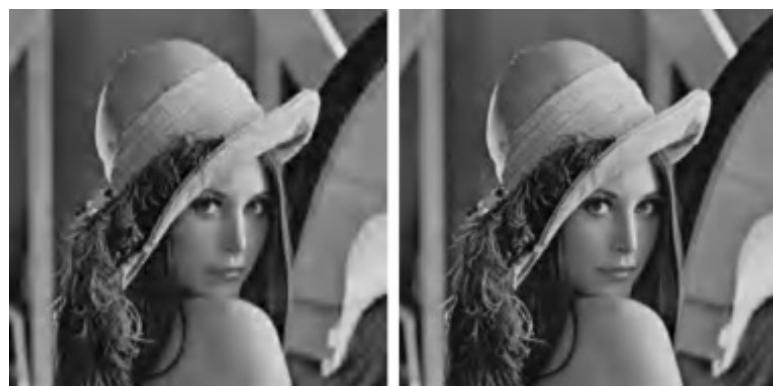
LeGall 5/3和Daubechies 9/7过滤器进行了严格的比较。这两篇论文都表明，9/7过滤器提供了出色的性能，并紧凑地支持有损编码。考虑到其大小，5/3过滤器在图像编码环境中也表现异常出色，其额外优势是，由于使用整数系数，无损重建始终可以保证。

针对 256×256 图6.26 中的莉娜图像。虽然这表明小波方法比DCT方法有明显的优势，但我们必须小心阅读过多的图表，因为它们使用的编码方法和产生的工件存在显著差异。然而，在主观测试中，被广泛报道小波编码（例如JPEG2000）明显优于DCT编码（如JPEG）。第6.6节提供了主观性能比较（见图6.27）。



[下载：下载全尺寸图像](#)

图6.26。压缩性能，DCT vs 小波，用于 256×256 卢玛·莉娜的形象。



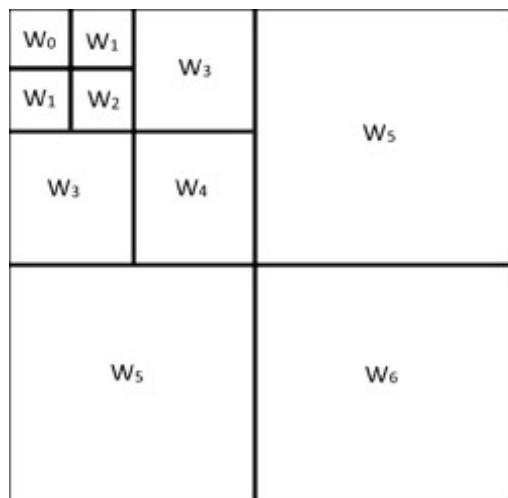
[下载：下载全尺寸图像](#)

图6.27。小波编码图像的比较， 256×256 莉娜。左：LeGall 5/3小波，0.3 bpp。右：LeGall 5/3小波，0.5 bpp。

6.5.系数量化和位分配

6.5.1。位分配和分区编码

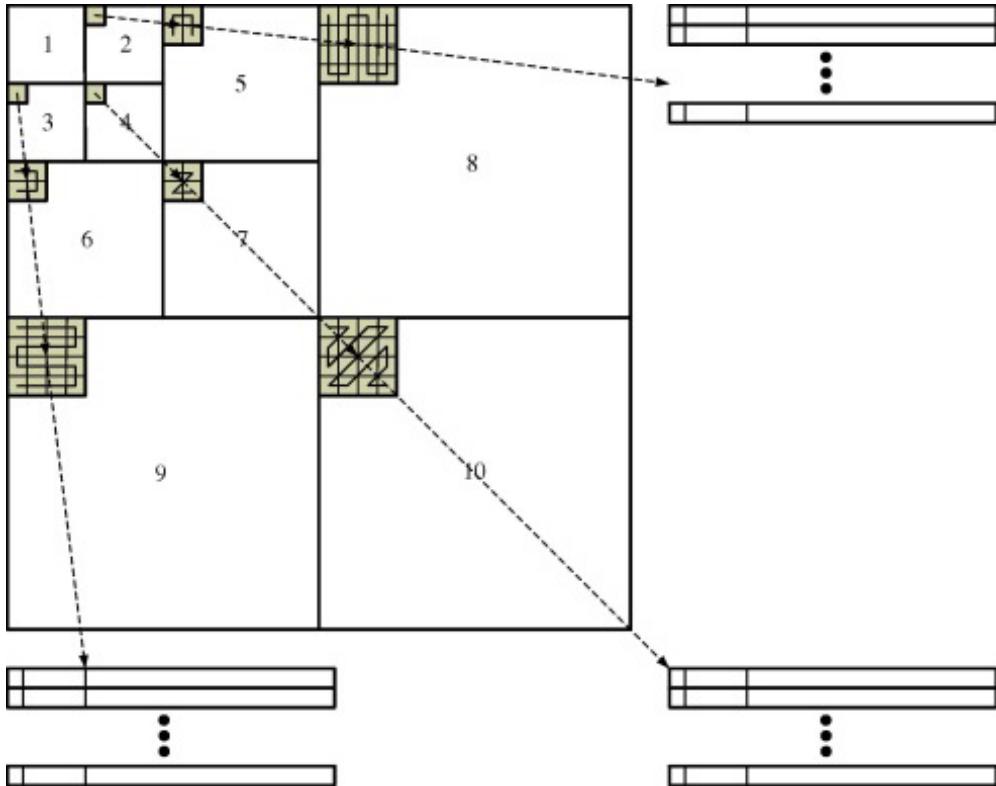
为了量化子带系数，我们可以以类似于我们处理DCT的方法的方式，根据不同的子带感知重要性，对它们施加不同的量化权重。如图6.28所示，其中不同的权重， W_0 到 W_6 ，用于区分子带方向和尺度。



[下载：下载全尺寸图像](#)

图6.28。子带加权。

与第5章中我们将之字形扫描应用于DCT块的方式类似，我们还可以以与子带能量方向相匹配的方式扫描从高子带到低子带系数。如图6.29所示，对于三个方向，每个方向都使用支持高效**量化**的数据结构。例如，子带2、5和8可能高度相关，因为子带2是子带5的粗近似值，子带5是子带8的粗近似值。同样，对于子频段4、7和10以及子频段3、6和9。我们可以观察到，扫描模式是为了利用这些关系而设计的。



[下载：下载全尺寸图像](#)

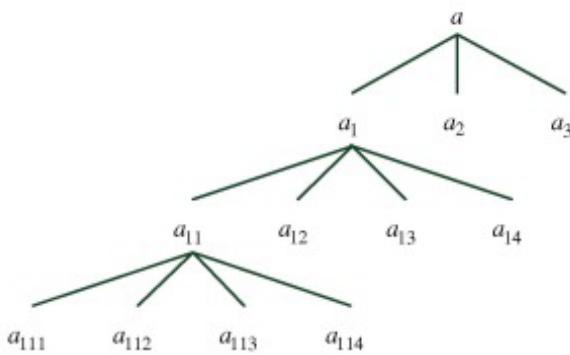
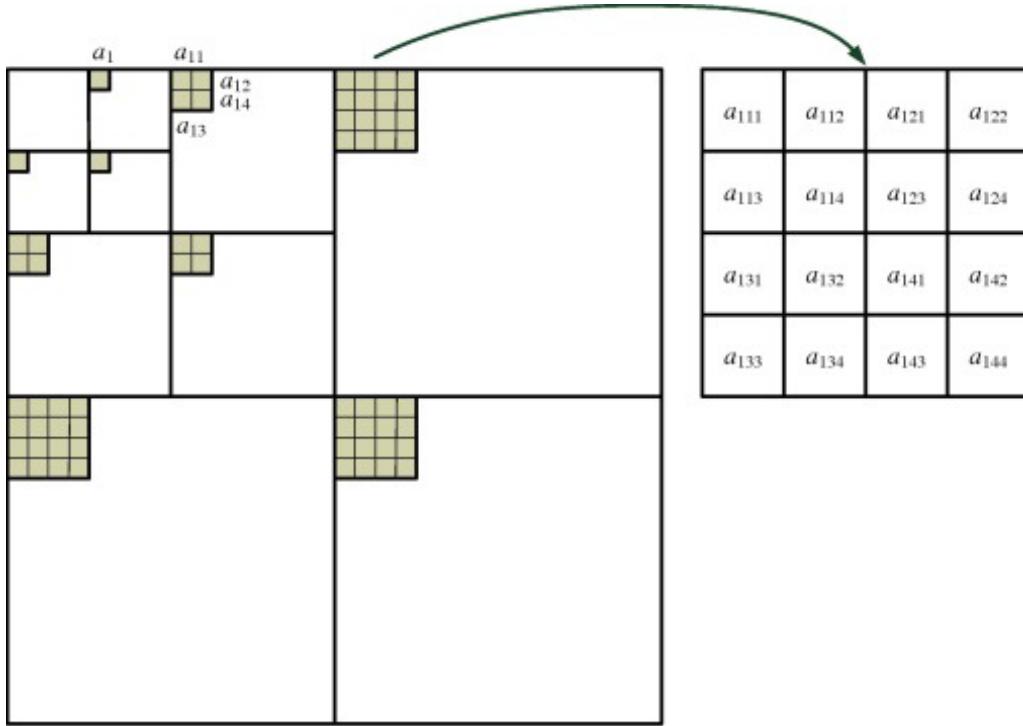
图6.29。小波子带扫描。

在子带1 (DC) 的情况下，系数通常被微分编码，然后编码{大小，值}符号熵。对于交流系数，扫描后，通常将使用类似于JPEG的{运行长度/大小，值}格式来生成熵编码符号。

6.5.2。分层编码

在小波压缩的背景下，提出了替代扫描方法，为使用嵌入式比特流进行可伸缩编码提供了基础。读者特别提到了夏皮罗[28]的工作，他引入了使用嵌入式零树编码 (EZW) **进行可伸缩编码**的概念，以及赛义德和珀尔曼[16]的工作，他们将这一想法扩展到一种称为分层树中集合分区 (SPIHT) 的方法。我们不会对这些方法进行详细的考虑，而是在下文中进行简单的介绍。

嵌入式编码方法通常遵循图6.30所示的方法，在编码系数时，跨小波子带利用多尺度依赖性（自相似性）。下部子图中的树结构捕获了这些依赖项。在EZW中，夏皮罗展示了如何利用这些依赖关系，使用一系列编码通过树，在每次编码中编码超过阈值的重要系数。随着阈值的降低，包含更多位，并生成自然的位平面数据结构。在EZW中，**算术编码**对于压缩重要性传递产生的数据至关重要。Said和Pearlman使用SPIHT扩展了EZW，该SPIHT提供了更有效的子集分区，即使没有算术编码，也可以非常出色地运行。



[下载：下载全尺寸图像](#)

图6.30。用于嵌入式小波编码的树结构。

6.6。JPEG2000

6.6.1。概览

JPEG取得了巨大成功，大约80%的图像仍然以这种格式存储。然而，在20世纪90年代末，JPEG的编码效率有限，高压缩比下令人讨厌的视觉屏蔽工件的存在，有限的色域和分辨率有限，这些都是开始改进标准的原因。此外，许多应用程序正在出现，这些应用程序需要JPEG不支持的功能，例如：空间可伸缩性、信噪比可伸缩性和感兴趣区域（ROI）编码。

与JPEG相比，JPEG2000的目标是为相同质量节省30%的比特率，支持200万到1600万种颜色，以及在同一架构中在比特深度大于8位的无损压缩。还包含支持兴趣区域编码、错误恢复力和数据安全性的其他功能，并高度重视可伸缩性和渐进传输。JPEG2000第1部分于2000年12月成为国际

标准（ISO/IEC 15444-1）[21], [29], [30]。

6.6.2。架构——位面和可扩展编码

在JPEG2000中，每个子带被拆分为多个代码块。编码器使用带最佳截断（EBCOT）的嵌入式块编码[17], [21]来编码量化系数。每个代码块的每个位平面在三次通过（显著传播、大限精炼和清理）期间编码，第一个编码具有重要邻居的无关紧要系数的位（和符号），第二个具有重要系数的精炼位，最后是没有重要邻居的编码系数。在JPEG2000无损模式下，所有位平面都必须编码，而在有损模式下，一些位平面可以被删除。EBCOT期间选择的位传递给二进制MQ编码器（上下文驱动的二进制算术编码器），其中每个系数的上下文与代码块中其九个邻居的状态相关。

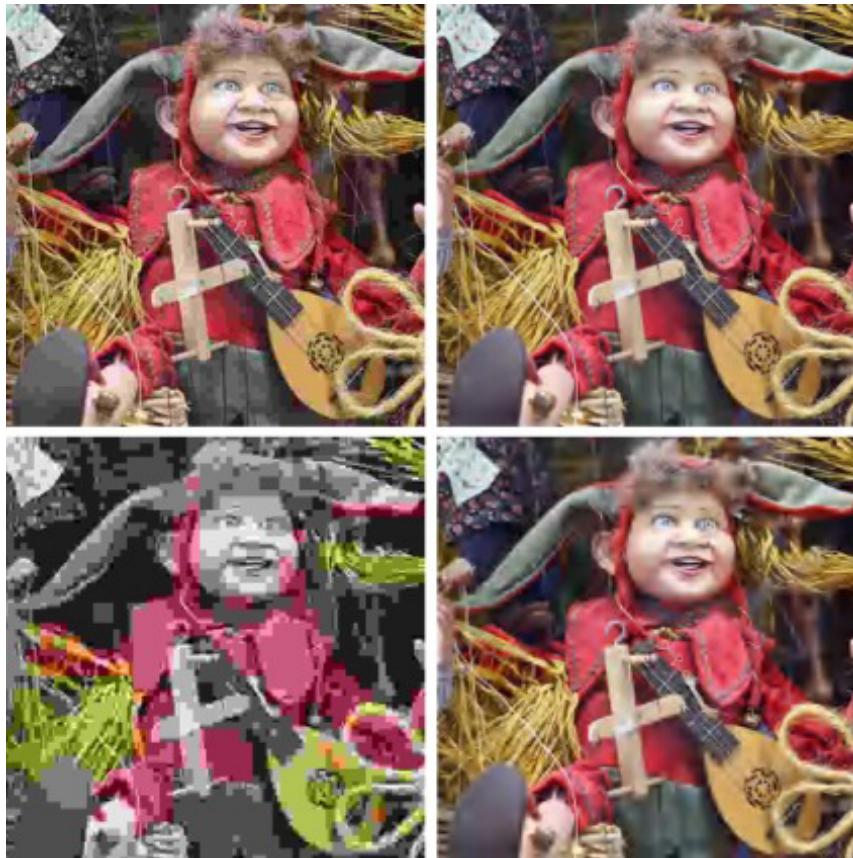
表6.2概述了JPEG2000的主要功能。

表6.2。JPEG2000的技术概述。

财产	属性
小波变换	并分解
过滤	5/3整数过滤器（启用严格可逆压缩）[25] 9/7浮点过滤器[26]
块状结构	每个子带被划分为代码块
量化	标量量化
熵编码	基于块（EBCOT）和基于上下文的算术编码
感兴趣的地区	支持多个区域的Maxshift——未编码ROI形状
错误恢复力	用于无线传输的JPWL
安全工具	JPSEC
流媒体工具	JPIP

6.6.3。编码性能

图6.31提供了JPEG2000编码的示例。这显示了木偶测试图像（ 512×512 ），编码和解码压缩比为64:1和128:1，与JPEG相比。可见JPEG2000编解码器在高压缩比下明显优于JPEG。



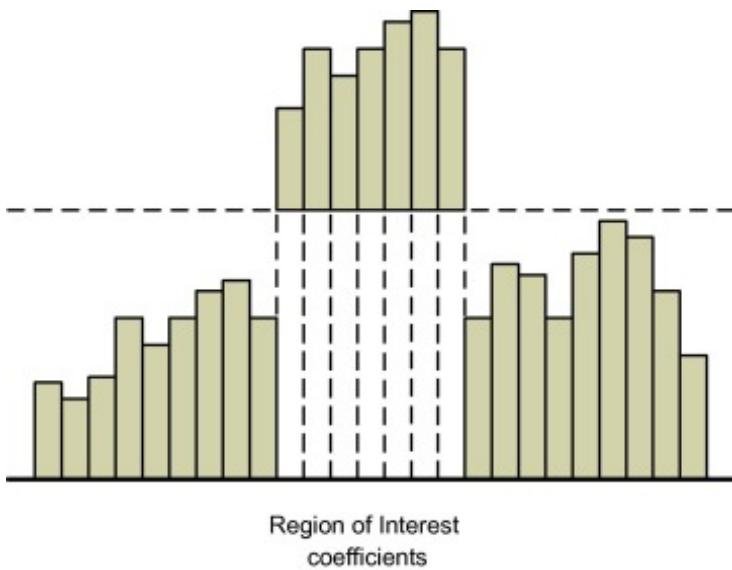
[下载：下载全尺寸图像](#)

图6.31。JPEG2000 木偶测试图像编码（ 512×512 ）。左上至右下角：JPEG在64:1；JPEG2000在64:1；JPEG在128:1；JPEG2000在128:1。

在压缩性能方面，JPEG2000取得了与H.264/AVC内部模式相似的结果，通常不如HEVC。后两种方法受益于可变块大小和复杂的内部预测技术。这也许也解释了为什么小波方法没有被广泛用于视频编码，其中先进的预测模式和自适应编码结构，结合基于块的变换，通常可以提供等效或优越的结果。

6.6.4.感兴趣的区域编码

JPEG2000中的投资回报率处理使图像的重要部分能够以高于周围内容（或背景）的质量进行编码。在熵编码之前，属于ROI掩码的系数的位平面向上移动。这种缩放对应于动态范围的局部增加，然后在费率分配过程中优先排序。在解码器中，每个投资回报率内的量化小波系数将缩放到其原始值。这个过程如图6.32所示。



[下载：下载全尺寸图像](#)

图6.32。使用Maxshift编码JPEG2000投资回报率系数。

6.6.5。福利和地位

尽管JPEG2000的核心图像编码部分是ITU-T打算免版税的，但它不是无专利的。廣泛報道，該標準之所以沒有取得其理所應得的成功，是因為害怕專利侵犯。然而，JPEG2000在许多军事和监视应用中获得了青睐，事实证明，其性能的提高和提供可扩展交付的能力很有吸引力。

6.7。摘要

本章探讨了一种基于多尺度分析和合成的图像装饰和源编码方法。通过将适当的过滤器与上下采样相结合，我们看到在整个过滤器库中如何保持临界恒定采样率。我们还演示了如何在没有量化的情况下设计出实用的过滤器，以实现完美的重建。我们最终考虑了小波滤波器的具体情况，特别是在JPEG2000静态图像编码标准的背景下。

当用于有损图像压缩系统时，基于小波的编码通常比基于块的变换产生的恼人的视觉伪影更少，并且它还可以更好地应对局部非平稳性。

[Recommended articles](#)

Citing articles (0)

参考文献

- [1] A.哈尔
祖尔理论正交放克系统
 数学分析, 69 (1910) , p.331-371
[CrossRef](#) 在Scopus中查看记录 谷歌学术

- [2] A.克罗西尔, D。埃斯特班, C。加兰
使用插值/消解技术进行完美通道拆分
IEEE信息科学与系统会议记录 (1976)
[谷歌学术](#)
- [3] M.史密斯, T。巴恩韦尔
树形结构子带编码器精确重建滤波器的设计过程
IEEE声学、语音和信号处理国际会议记录 (1984)
[谷歌学术](#)
- [4] M.史密斯, T。巴恩韦尔
树形结构子带编码器精确重建技术
IEEE 声学、语音和信号处理交易, 34 (1986年) , p.434-441
[在Scopus中查看记录](#) [谷歌学术](#)
- [5] M.维特利
允许完美重建的过滤器库
信号处理, 10 (3) (1986) , p.219-244
[文章](#) [下载PDF](#) [在Scopus中查看记录](#) [谷歌学术](#)
- [6] J。伍兹, S。奥尼尔
图像的子带编码
IEEE 声学、语音和信号处理交易, 34 (1986年) , p.1278-1288
[在Scopus中查看记录](#) [谷歌学术](#)
- [7] P.瓦伊迪亚纳坦
具有完美重构特性的任意M通道最大衰减正交镜滤波器的理论与设计
IEEE 声学、语音和信号处理交易, 35 (4) (1987年) , p.476-492
[CrossRef](#) [在Scopus中查看记录](#) [谷歌学术](#)
- [8] A.格罗斯曼, J。莫莱特
将耐寒函数分解为形状恒定的平方可积小波
SIAM数学分析期刊, 15 (4) (1984年) , 第723-736页
[谷歌学术](#)
- [9] 我。多贝奇
紧支小波的正交基
纯数学和应用数学通信, 41 (1988) , p.909-996
[CrossRef](#) [在Scopus中查看记录](#) [谷歌学术](#)
- [10] 美国。马拉特
多分辨率信号分解理论：小波表示法
IEEE模式分析和机器智能交易, 11 (7) (1989年) , p.674-693
[CrossRef](#) [在Scopus中查看记录](#) [谷歌学术](#)
- [11] 美国。马拉特

图像和小波模型的多频信道分解

IEEE 声学、语音和信号处理交易, 37 (12) (1989), p.2091-2110

[在Scopus中查看记录](#) [谷歌学术](#)

[12] M.维特利, J。科瓦切维奇

小波和子带编码

普伦蒂斯大厅 (1995)

(2007年再版)

[谷歌学术](#)

[13] R.拉奥, A。博帕尔迪卡尔

小波变换-理论和应用简介

艾迪生·韦斯利 (1998)

[谷歌学术](#)

[14] G.斯特朗, T。阮

小波和滤波器库

韦尔斯利-剑桥出版社 (1996)

[谷歌学术](#)

[15] O。里奥尔, M.维特利

小波和信号处理

IEEE信号处理杂志, 8 (4) (1991年), p.14-38

[CrossRef](#) [在Scopus中查看记录](#) [谷歌学术](#)

[16] A.说, W。珀尔曼

一种基于分层树中集合分区的新型、快速、高效的图像编解码器

IEEE 视频技术电路和系统交易, 6 (3) (1996年), p.243-250

[在Scopus中查看记录](#) [谷歌学术](#)

[17] D.陶布曼

使用EBCOT进行高性能可伸缩的图像压缩

IEEE图像处理交易, 9 (7) (2000年), 第1151-1170页

[谷歌学术](#)

[18] D.陶布曼, A。塞克

具有可伸缩运动编码的高可伸缩视频压缩

IEEE图像处理事务, 13 (8) (4), 第1029-1041页

[谷歌学术](#)

[19] 美国。博哈里, A。尼克斯, D。公牛

使用金字塔矢量量化进行速率失真优化的视频传输

IEEE图像处理交易, 21 (8) (2012年), 第3560-3572页

[CrossRef](#) [在Scopus中查看记录](#) [谷歌学术](#)

[20] P.谢尔肯斯, A。斯科德拉斯, T。易卜拉欣

- [21] D.陶布曼, M.马塞林, JPEG 2000: 图像压缩基础知识、标准和实践, Kluwer International Series in Engineering and Computer Science, 2001年。
[谷歌学术](#)

[22] J. 约翰逊
专为正交镜滤波器库而设计的过滤器家族
IEEE声学、语音和信号处理国际会议记录 (1980年), 第291-294页
[CrossRef](#) [在Scopus中查看记录](#) [谷歌学术](#)

[23] J. 维拉森诺, B. 贝尔泽, J. 廖
用于图像压缩的小波滤波器评估
IEEE图像处理交易, 4 (8) (1995年), 第1053-1060页
[在Scopus中查看记录](#) [谷歌学术](#)

[24] N.Kingsbury, Good Filters/Wavelets, Connexions.
<http://cnx.org/content/m11139/2.3/>, 2005年6月8日。
[谷歌学术](#)

[25] D.勒加尔, A.塔巴巴拜
使用对称短核滤波器和算术编码技术的数字图像子带编码
IEEE国际声学、语音和信号处理会议记录 (1988年), 第761-765页
[CrossRef](#) [在Scopus中查看记录](#) [谷歌学术](#)

[26] M.安东尼尼, M.巴劳德, P.马蒂厄, 我。多贝奇
使用小波变换进行图像编码
IEEE图像处理交易, 1 (2) (1992年), 第205-220页
[在Scopus中查看记录](#) [谷歌学术](#)

[27] M.Unser, T.蓝色
JPEG2000小波滤波器的数学性质
IEEE图像处理交易, 12 (9) (2003), 第1080-1090页
[在Scopus中查看记录](#) [谷歌学术](#)

[28] J. 夏皮罗
[在Scopus中查看记录](#) [谷歌学术](#)

 [下载](#)

[29] JPEG2000核心编码系统, ISO/IEC标准ISO/IEC 15444-1, 2000年。
[谷歌学术](#)

[30] <<http://www.itu.int/rec/T-REC-T.800/en>>。
[谷歌学术](#)

* 有关图6.24、图6.27、图6.31的彩色版本，请参阅电子版或网站。

1 下采样有时被称为抽取。

2 可伸缩性是指编码后可以操作压缩码流来降低其码率而不进行解码的属性。这非常有用，因为无需显式转码即可适应流行的信道条件。

3 假设一个无限长度的序列。

4 注：正交条件的施加对过滤器库中使用的过滤器（或基函数）造成了严重限制。然而，另一种条件，即生物交性，可以更普遍地满足，即分析滤波器是独立的，但不形成正交对。这意味着反转或合成变换不再由分析变换给出。在生物正交性的情况下，可以找到对偶基，因为可以投影到正交集合。

5 注：LeGall过滤器有时被定义为两者预先乘以 $1/4$ 而不是 $1/8$ 和 $1/2$ 。

版权所有©2014爱思唯尔有限公司。保留一切权利。



关于ScienceDirect

RELX™

远程访问

ELSEVIER

购物车

广告

联系和支持

条款和条件

隐私政策

我们使用cookie来帮助提供和增强我们的服务，并定制内容和广告。继续即表示您同意使用cookie。

版权所有©2021爱思唯尔B.V.或其许可方或贡献者。ScienceDirect®是爱思唯尔B.V.的注册商标。

ScienceDirect®是爱思唯尔B.V.的注册商标。

FEEDBACK