

# 基于元胞自动机的海浪-沙堡模型

<sup>1</sup>李昊炜 <sup>2</sup>吴一奇 <sup>3</sup>李维

## 摘要：

以距海较近的沙滩上堆建沙堡为背景，本文旨在研究如何设计更耐冲击、侵蚀的沙堡。基于物理知识与生活观察进行合理简化，建立基于元胞自动机的海浪-沙堡模型对场景进行模拟，以不同形状的沙堆代表沙堡，探讨海浪、潮汐对沙堆的冲击和侵蚀作用，并围绕沙堆含水率、抗雨能力、改善措施等问题进行讨论。

综合分析沙堡受力情况，导致沙堡受损的主要原因是沙堡内部的沙、水之间的粘力无法平衡海浪与潮汐或其他因素带来的外界冲击力。根据相关研究，沙堡内部的粘力表现与沙堡内部的空气含量、沙含量、水含量三部分有关，而外部冲击力来自规律、周期性的海浪与潮汐冲击。据此，问题细分为对固体部分（沙堡）及液体部分（海浪、潮汐与雨水）的讨论。固-液理论是流体力学中的一个分支，由于最终考察沙堡的情况，所以只以水冲击沙堡为核心问题而忽略了沙堡对水的作用。基于所构造的固体模型与液体模型，对以下的三个问题进行讨论：

问题一：沙堡的合适形状。通过选取代表性形状的三维沙堆模拟不同形状的沙堡，探索最稳固的沙堡形态。元胞自动机将沙堡离散化处理，分成了沙元胞和沙中水元胞，忽略了沙堡中存在的少量空气。通过分析沙堡所受的内力与外力，综合确定沙元胞的移动判定准则。基于真实的海浪形态，使用线性小振幅波模型模拟海浪的周期性特点，并规定了沙堆中含沙水元胞受海浪冲击时的转化规则。通过对每种沙堆形状进行多次实验进行分析，得到沙堡的最优形态。

问题二：沙堡的合适沙水比。基于前人研究，为模型设置理想沙堆含水率，并围绕之调整沙堆含水率进行多次实验。实验结论证明所建立的沙堆模型较为准确地模拟了真实情况的表现。

问题三：降雨对沙堡的影响。通过向原模型增设雨水元胞及其相关规则，进行降雨模拟。实验通过对沙堆形状、海浪相对沙堆高度、降雨密度3个变量的控制，探讨了不同浪高，不同沙堆形状条件下降雨的侵蚀作用。

**关键词：**元胞自动机、水沙混合比、沙堆模型、海浪

---

<sup>1</sup> 李昊炜 信管 1801 班 8102180511

<sup>2</sup> 吴一奇 信管 1802 班 8102180217

<sup>3</sup> 李 维 信管 1802 班 8102180608

目录

1 简介.....3

1.1 问题背景.....3

1.2 文献综述.....3

1.3 工作大致介绍.....4

2 模型准备.....4

2.1 问题解读.....4

2.2 模型构成.....4

2.3 变量设置.....5

3 探究最佳沙基形状.....6

3.1 模型准备.....6

3.1.1 模型原理..... 6

3.1.2 模型假设..... 6

3.1.3 模型初始化..... 7

3.1.4 模型规则..... 8

3.2 实现步骤..... 10

3.3 结果——确定最稳定结构..... 10

3.1 潮汐影响下的最稳定沙基结构..... 12

3.1.1 潮汐规则与生成结果..... 12

4 对最佳沙水比的探究..... 13

4.1 模型准备..... 13

4.2 实验步骤..... 14

4.3 结果.....14

5 对雨天沙堡形状的探究..... 15

5.1 修正的元胞自动机模型..... 15

5.1.1 模型假设..... 15

5.1.2 雨水元胞构建..... 15

5.1.3 雨水元胞移动规则..... 15

5.2 实现步骤..... 15

5.3 实验数据..... 16

5.3.1 结果分析..... 19

6 参数灵敏度和合理性分析..... 20

7 模型优缺点.....23

7.1 优点.....23

7.2 缺点.....23

7.3 模型优化..... 23

8 增强沙堡的稳固程度的其他措施..... 24

9 总结.....24

问题四——发表于杂志的文章..... 24

参考文献.....25

附录：元胞规则源代码..... 错误！未定义书签。

# 1 简介

## 1.1 问题背景

随着人们生活水平的提高, 旅游娱乐逐渐成为了生活休闲放松的主要方式之一。繁重的学业及社会生存压力下, 有着柔软沙子、明媚阳光的海边成为了人们旅行经常选择的目的地, 玩沙子也成为海滩玩耍的一大乐趣。沙堡的建造不光要满足艺术性需求, 也应满足一定的科学性, 在面对海浪、雨水等外界冲击时具有一定的稳固性。

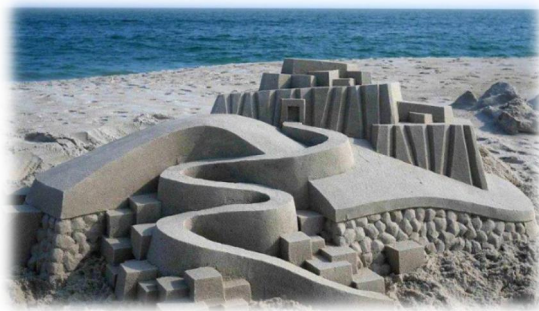


图 1- 1 沙堡建筑

由于沙堡形状各异、性质不同, 因此如何科学地堆沙堡, 使自己创作出来的沙堡保存更长时间就成了大家关注的问题。在对沙堡本身进行讨论的同时应该结合外部的海浪冲击、雨水冲刷等因素, 使模型更完善, 更贴近真实生活, 从而真正解决堆出最完美沙堡的一系列问题。

## 1.2 文献综述

关于水沙数值模拟的数学模型有很多种<sup>[1]</sup>, 其中根据水沙处理方法的不同分为了恒定水沙数学模型与非恒定水沙数学模型; 根据水沙输送方式的不同分为悬沙模型、推移质模型及全沙模型; 根据模型中水流的计算方法可以分为耦合模型与非耦合模型; 根据各变量运动变化的空间维数可以分为一维模型、二维模型和三维模型<sup>[2]</sup>。

将海浪冲击的方向定义为变量方向的情况是一维水沙数学模型, 模拟分析长时间情况下, 沙及河床的冲淤与变形, 即使变量是沿海浪冲击方向的平均值, 也基本能够满足实际工程需要, 在我国, 窦国仁、韩其为等人将不平衡输沙概念引入一维数学模型, 分别建立了各自的不平衡输沙理论。李都华等人根据流沙量公式和系列实验推导得到了含沙浓度与流动速度的关系<sup>[3]</sup>。

基于波形函数的水体模拟构造方法是采用特定的构造函数对间隔为定值的时间序列分别构造好每个时刻的水面形状<sup>[4]</sup>, 然后连续地显示出来, 这类算法不着眼于水波传播的物理现象, 而是根据一系列函数近似模拟水波形状和传播过程。线性小振幅波模型要把模拟的水面看成是一个由多个具有不同振幅的正弦波组成通过时间值改变实现水波的运动<sup>[5]</sup>。

Valette和Prevost用元胞自动机开发出了受降雨影响的微观尺度下3D土壤表面退化模型, 实现了过程的可视化模拟, 该模型能够定量地预测坡面细沟形成的三维发育过程<sup>[6]</sup>。

## 1.3 工作大致介绍

采取控制变量的方法，假设场景为相同沙滩距海岸线距离相等的同一地点建立沙堡，本文通过建立基于元胞自动机的海浪-沙堡模型进行模拟。

本文通过时间步数与沙堆剩余率衡量沙堆模型的抗冲击力效果，当沙堆剩余率低于某个值后，即认为沙堆已被“摧毁”。在合理的参数设置下，比较不同沙堆受冲击后剩余率相同时所经历的时间步数更考虑了其几何情况。但在探讨参数变化时对沙堆影响时，由于某些参数的变化会导致沙堆过于稳固或过于松散，导致时间步数结果趋于极端，故在一些实验中采取比较固定时间步后沙堆剩余率的方式衡量沙堆抗冲击的表现。

本文首先探究了在冲击中持续时间的沙堡三维模型为最佳模型。将问题框架拆解为沙堡与海浪两部分，进行基础建模，设计沙堡、海浪模型。对沙堡与海浪模型的物理实际进行分析，设计了各元胞的属性和移动规则。运行海浪-沙堡模型，通过等剩余率比较时间步和等时间步比较剩余率两种方式衡量沙堡的抗冲击、抗侵蚀能力。我们还使用原模型探究了潮汐作用下不同形状沙堡的稳定性以及最稳固的水沙比。在扩充的模型中，本文加入雨水元胞以模拟户外降雨的情况。

## 2 模型准备

### 2.1 问题解读

选取四种三维沙堡形状，每次运行元胞自动机即更新海浪移动规则、雨水移动模式、沙元胞和沙水元胞移动规则，完成一个时间步即进行下一时间步，直至剩余百分比到达设置，选择固定剩余比例，比较时间步长短，由此模拟沙堡稳固程度。

**问题一：**当距离海岸线距离相同时，确定最稳固沙堡的三维形状。沙堡由若干离散的独立个体构成，海浪及潮汐则是典型的非线性物体，二者相互作用构成的系统具有高度的耦合性，利用传统力学进行受力分析的难度极大。确定最为稳固的三维沙堡形状时，要对沙堡进行模拟，因此需要模拟不同三维形状的沙堡。对海浪及潮汐分析时，要注意着重观察其具有周期性特点的良好性质。二者相互作用时产生的力大小及方向均难以确定，使用元胞自动机进行模拟时需要大胆简化以避免进行复杂但不能很好拟合现实情况的受力分析。

**问题二：**当其他因素不变时，判断能使沙堡稳固的最佳水沙比。当距离在一定范围内时，沙与沙之间将形成水桥，沙与水之间将会产生强相互作用力，这种力一定程度上将会加强沙堡的稳定性。当沙堡内水含量过高时，水桥距离过长，力的作用减弱将产生相变，造成流沙现象出现。当沙堡内水含量过低时，无法保证沙与沙之间均存在水桥，可能导致大量沙干燥，无法维系自身构筑的沙堡。保证沙堡稳固的最佳水沙比即在此之间产生，分析大量水桥过于复杂，应利用元胞自动机的更新规则，从整体模拟进行考虑寻找解决办法。

**问题三：**当存在雨水时，判断最佳的三维沙堡基础是否仍是最稳固的模型。雨水具有高度随机性、从上向下冲击等特点。雨滴在一定程度上与沙粒具有相同的离散特点，个体雨滴对沙堡无法造成明显影响，应考虑时间变化过程中雨水的汇集效应以及上方受持续冲击对沙堡自身稳固性的影响。

### 2.2 模型构成

沙滩上的沙堡、波浪二者构成了一个互相耦合、相互作用的复杂运动整体，系统上具有非线性的特征，而作为构成沙堡的沙子的材料的本构关系、发生作用时的运动过程也是非线

性的，难以运用经典的流体力学方法分析。本文采取元胞自动机模型，通过对沙-水问题的分析，将整个系统分为如下两个部分：

1) 海浪及潮汐

模型采取高低正弦波叠加的方式模拟海浪的形态，由于其具有周期性的变化，从海的一侧采用高低正弦不断向前方模拟海水冲刷沙堡的场景。潮汐波动类似长周期正弦波模型，表现为水位的升降与海岸线的进退。基于现实情况进行简化，在考虑潮汐因素时，模型通过禁止（海浪）元胞流出空间以实现水位的不断上升，从而模拟潮汐的侵蚀效果。

2) 沙堆

模型通过特定形状的沙堆代表不同设计的沙堡。沙堆中含有沙元胞、含沙水元胞，通过含沙水元胞在沙堡中的占比衡量沙堆的含水率。受限于时间与算力约束，本文仅采取代表性的圆台、三棱台、四棱台、六棱台形状的沙堆对问题进行初步的探讨。

3) 雨水

2.3 变量设置

本文所使用到的变量符号如下表 1 所示。

表 1 变量符号

变量符号	定义
$h$	沙堆高度
$d$	沙堆宽度
$h_w$	海浪高度
$w_w$	海浪权重
$n_w$	沙水浪化系数
$\omega$	沙堆含水率
$t$	时间步
$p_r$	顶层单个元胞降雨概率
$F$	海水对沙元胞的冲击力
$f$	沙堆内部黏力
$C_1$	冲击力系数
$C_2$	粘力系数
$k$	沙堆含水量； $k$ =含沙水元胞数/（沙元胞数+含沙水元胞数）
$k_0$	理想沙堆含水量

$r$	沙堆剩余率，定义初始状态下为沙元胞或含沙水元胞的位置为沙元胞初始位置，则 $r$ 的数值为全部沙元胞初始位置中仍为沙元胞或含沙水元胞的数量与全部沙元胞初始位置数的比值。 $r=0.6$ 视为沙堆崩塌临界值
$n_w$	沙中水元胞渗入系数
$w_1, w_2, w_3$	海浪元胞冲击力权重
$n_1, n_2, n_3$	海浪元胞冲击数
$C$	不稳定系数
$m$	不稳定性度

### 3 探究最佳沙基形状

#### 3.1 模型准备

##### 3.1.1 模型原理

运用元胞自动机模拟，建立海浪元胞、沙元胞、沙中水元胞三种类型元胞，初始化沙堡模型、海浪模型，启动元胞自动机后基于元胞规则模拟海浪与沙堡之间的相互作用。判断沙堡稳固程度可以采取两种办法：一是固定沙堡的剩余比例计量时间步长，二是固定时间步长计算剩余比例。两种方法各有优劣。本文在常规参数下进行实验时采取固定剩余比例比较时间步长的衡量标准，而在一些可能造成沙堡稳固程度极端化的参数中采取固定时间步长计算剩余比例的方式。

本文将探讨四种代表性沙堆形状模型的抗冲击力差异，包括三棱台、四棱台、六棱台、圆台。为控制变量，对每个沙堆取相同的长、宽、高数值。由于相同边长数值的不同几何立体的体积（元胞总数）存在差异，对某些沙堆的边长数值 $\times 0.95 \sim 1.15$ 以调整，从而在保证几何形状特征的同时使元胞总数的差异处于可容忍的程度内。

##### 3.1.2 模型假设

- 沙堡模型内部仅存在沙和沙中水，没有空气存在。由于沙堡中的空气含量与空气所在位置可能会形成沙堡内空腔，对沙堡稳固性造成影响，本模型暂不考虑此因素。
- 沙滩是水平的，海浪总是向前移动，不考虑海浪回撤时携沙对沙堡造成的影响，仅考虑冲击力影响。
- 忽略在溅起的水花及其对沙堡可能造成的二次冲击。水花溅落在沙堡上不仅会改变沙子的受力情况，也会在一定程度上改变沙堡的含水量，本文不对此现象讨论。
- 忽略海浪存在的输沙能力。

- ◆ 忽略水的蒸发以及风力的影响。海浪携沙能力一定程度上影响了沙堡的稳固程度，海浪携带的沙量可能会对沙堡产生更大的冲击力，同时在回潮时残留部分淤沙，不失结论一般性，本文不对其进行讨论。
- ◆ 假设沙子均为同一形状。

### 3.1.3 模型初始化

本元胞自动机模型为基于 xyz 轴的三维模型，每个元胞在三维空间内都有对应的正交坐标。状似魔方，本模型假设每个元胞与其周围 26 个元胞都是邻接的，并围绕邻接元胞的状态不断迭代更新。

#### ◆ 海浪模型构建

海浪模型可采用叠加正弦波的情况模拟，公式如下所示：

$$h_w = \begin{cases} \max \{w_w h(\sin(\frac{2\pi}{d}i) + \frac{\sin(\frac{\pi}{d}i)}{1.8}), 1\}, & (4k+1)d < i < (4k+2)d, k = 0, 1, 2, \dots \\ 0, & \text{else} \end{cases}$$

其中  $h$  为沙堆高度， $d$  为沙堆宽度。将海浪高度与沙堆参数联立从而保证改变实验参数时使海浪的规模与沙堆成一定比例。通过大小正弦波的叠加，可以模拟不同浪高的大小浪冲击情况。通过对  $i$  周期的限定，避免海浪过于密集而与真实情况相悖。

#### ◆ 沙堡模型构建

- (1) 使用指定的长、宽建立沙堆；
- (2) 根据指定的高度设置沙元胞位置，高度与长、宽的比值影响沙堆表面的倾角；
- (3) 在沙堡中的随机位置用沙中水元胞替代沙元胞，比例由 ratio 确定。

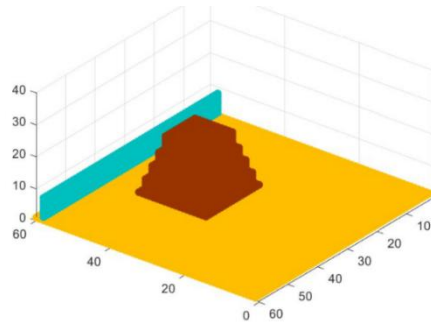


图3-1 未添加沙中水元胞

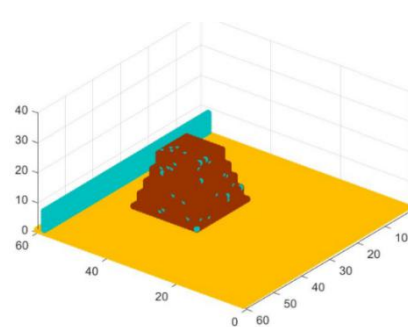


图3-2 随机添加沙中水元胞

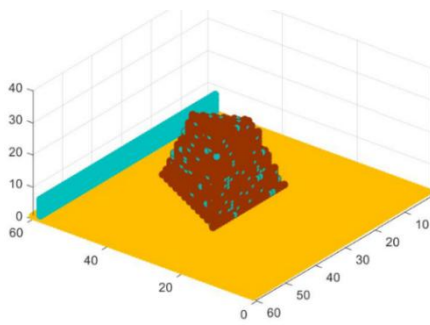


图 3-3 三棱台

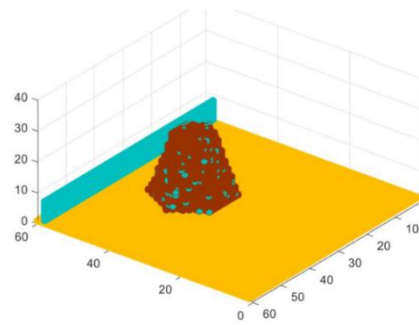
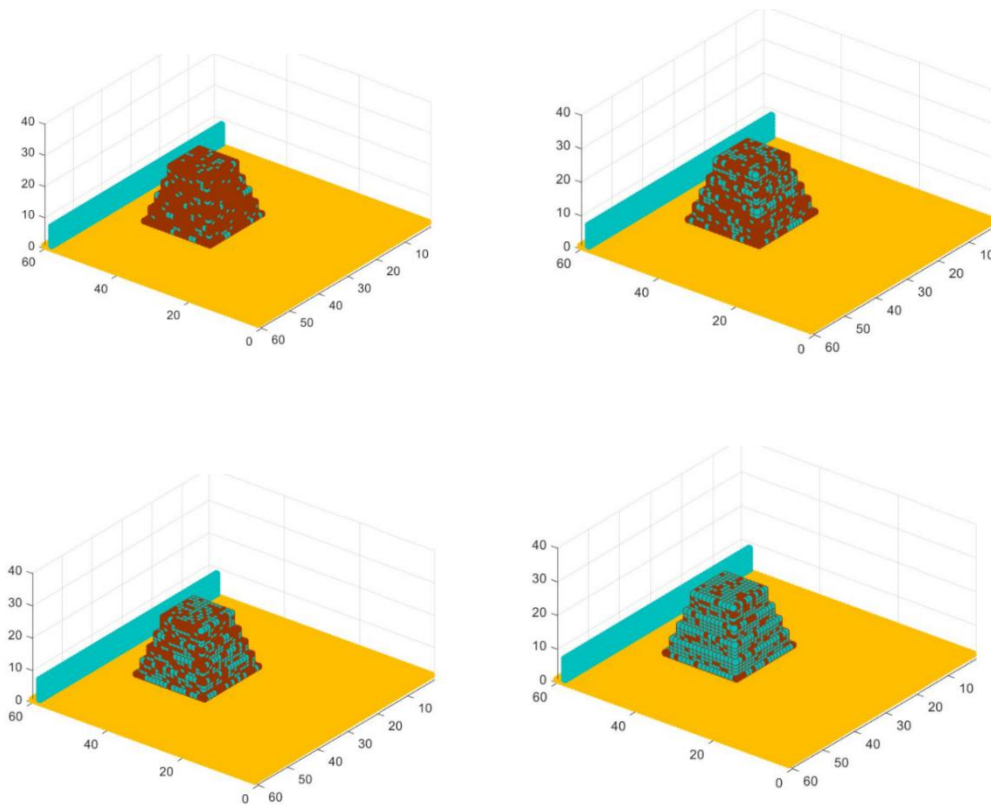


图 3-4 六棱台

下面是以四棱台为例展示不同沙水比初始化结束后的三维可视化图形：



### 3.1.4 模型规则

基于基本的物理特性与生活观察，为不同元胞定义不同的更新规则。定义海浪前进的方向为“前方”，并讨论不同元胞的规则。

◆ **海浪元胞规则**

本模型认为海浪元胞总存在向前方前进的动能，同时受重力影响。据此定义更新规则：

1、重力的影响。若海浪元胞失去下方下方无其他元胞支持（且前下方为空时）时向前下方掉落，若前下方无空隙则向正下方掉落。

2、动能的驱动。当海浪元胞下方有其他元胞支持时，会向前方移动而不是前下方移动。认为海浪元胞有足够的动能将其推向前方。因此若目标方位为空，则向其移动。称海浪运动方向朝向为“前方”，目标方位优先级顺序为：正前方、侧前方。

优先级	方位
1	前下方（下方为空且目标方位为空）
2	正下方（下方为空）
3	正前方（目标方位为空）
4	侧前方（目标方位为空）

◆ **沙元胞规则**

模型对沙子性质的假设如下：

1、由于初始是静止的，没有自带向某个方向流动的惯性，显得比海浪“更受”重力影响。因



而会更倾向于向下掉落；

2、对沙元胞的受力分析分为外部力与内部力。外部力来自海浪的冲击力，内部力来自沙子之间的粘力。粘力受沙水混合比的影响。

综上，制定规则如下：若正下方为空，向下掉落，终止判定；不然，则进行稳定性判定，通过对冲击力和粘力的计算判断该元胞是否处于稳定状态。

(1) 冲击力。取沙元胞面朝海浪面的垂直 9 个元胞分析，若为海浪元胞，则带来具有不同权重的冲击力。权重由海浪元胞和沙元胞的相对位置确定，公式如下：

$$F = C_1(\sum w_1 n_1 + \sum w_2 n_2 + \sum w_3 n_3)$$

其中  $C_1$  是冲击力系数， $n_1$  为正对海浪元胞数 ( $n_1 = 0,1$ )， $n_2$  为侧对海浪元胞数 ( $n_2 = 0,1,2,3,4$ )， $n_3$  为对角海浪元胞数 ( $n_3 = 0,1,2,3,4$ )， $w_1$  为正对海浪元胞权重， $w_2$  是侧对海浪元胞权重， $w_3$  为对角海浪元胞权重。此处取  $w_1 = 1, w_2 = \frac{\sqrt{2}}{2}, w_3 = \frac{\sqrt{3}}{3}$ 。

(2) 粘力。取以任一沙元胞为中心的 27 个元胞进行分析。设  $k_0$  为理想沙堆含水量 = 0.111111<sup>[3][8][9][10]</sup>，含水量  $k$  为沙堡中沙中水元胞所占的比例，其公式如下

$$k = \frac{\text{沙中水元胞数}}{\text{沙元胞数} + \text{沙中水元胞数}}$$

而粘力大小则由粘力公式确定，公式如下：

$$f = C_2 \times e^{-|k - k_0|}$$

其中  $C_2$  是粘力系数。

稳定性判断。在海浪冲击沙堡时，沙堡中的沙元胞运动与否由稳定性判断决定，不满足稳定性条件沙元胞进行移动，否则保持静止。

$$m = \frac{F}{f} = C \times \frac{\sum w_1 n_1 + \sum w_2 n_2 + \sum w_3 n_3}{e^{|k - k_0|}}$$

其中， $C = \frac{C_1}{C_2}$

$m$  为不稳定性度， $C$  为不稳定系数。若  $m > 1$ ，则认为沙堡内部产生的粘力不足以抵消外部的冲击力，沙元胞根据相应移动规则发生移动。方位优先级顺序为：前下方、侧前下方、正侧下方、正前方、正侧前方、正下方。若目标方位不为沙和沙水元胞，则与其交换位置。

优先级	方位
1	正下方（下方为空）
2	前下方（不稳定，目标方位不为沙或含沙水元胞）

3	侧前下方（不稳定，目标方位不为沙或含沙水元胞）
4	正侧下方（不稳定，目标方位不为沙或含沙水元胞）
5	正前方（不稳定，目标方位不为沙或含沙水元胞）
6	正下方（不稳定，目标方位不为沙或含沙水元胞）

#### ◆ 沙中水元胞规则

当任一沙中水元胞为中心的 27 个元胞中海浪元胞数量超过  $n_w$  个，认为沙中水元胞已被海浪渗入，失去沙的性质，此时沙中水元胞转换为海浪元胞。如无特殊提及，取  $n_w=15$ 。

### 3.2 实现步骤

步骤 1. 初始化元胞自动机。生成所需大小的单元空间，并将每一个单元初始化为空元胞。  
 步骤 2. 根据 3.1.3 中的沙基构建步骤，按设定的大小、形状、比例生成沙和沙水元胞混合组成的沙堆。

步骤 3. 将沙基的沙水比设置为  $k_0$ ，并初始化  $i=0$ 。

步骤 4. 在元胞自动机的左端，加入由海浪元胞组成的海浪，海浪元胞自海侧以高低正弦波生成大小浪不断向前方运动。公式为：

$$h_w = \begin{cases} \max\{w_w h(\sin(\frac{2\pi}{d}i) + \frac{\sin(\frac{\pi}{d}i)}{1.8}), 1\}, (4k+1)d < i < (4k+2)d, k=0,1,2,\dots \\ 0, else \end{cases}$$

步骤 5. 运行一次元胞自动机，进行稳定性判断，若不稳定度  $m > 1$ ，则各个元胞按照相应移动规则移动。

步骤 6. 如果沙基剩余率  $r > 0.6$ ， $i = i + 1$ ，返回步骤 4，否则进入下一步。

步骤 7. 若沙基剩余率  $r \leq 0.6$ ，沙基崩塌。time =  $i$ 。记录该几何形状对应的维持时间 time。

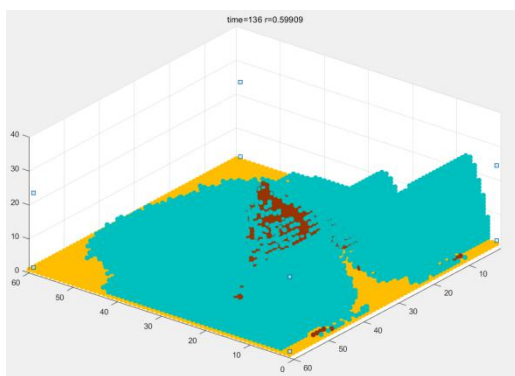


### 3.3 结果——确定最稳定结构

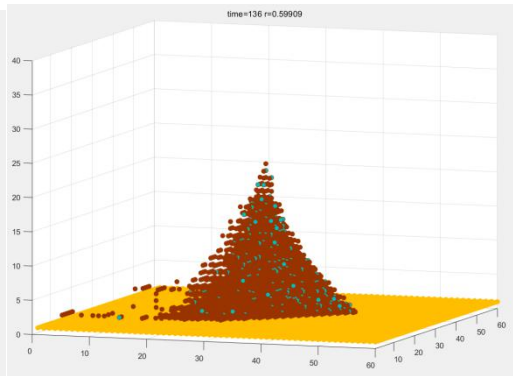
实验通过相同剩余率比较时间步数量来衡量沙堆的稳固程度。取  $C=6$ ， $w_w=0.8$ ，

$\omega = k_0 = 0.111111$ ， $n_w = 15$ ，当  $r < 0.6$  时认为沙堆坍塌。对四种沙堆作海浪冲击模拟，下图为波浪冲击时不同三维形状的效果示意图。

(1) 三棱台结果

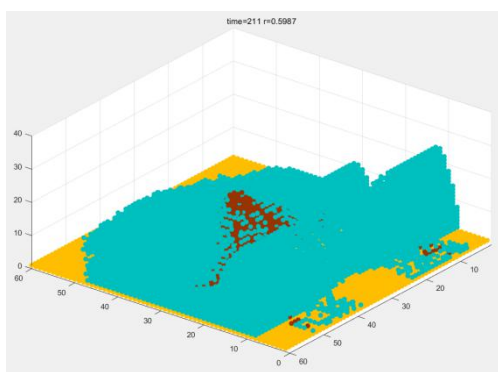


冲刷结果

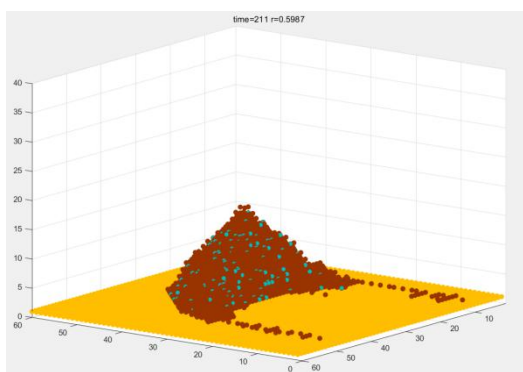


残余沙堆

## (2) 四棱台结果

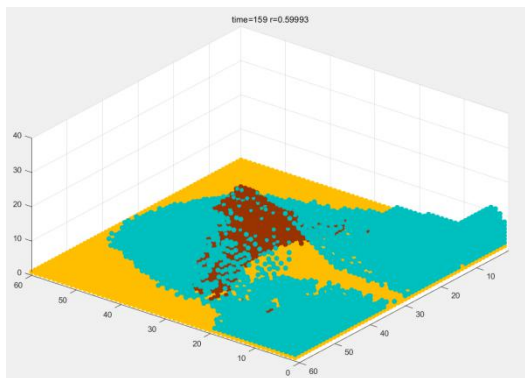


冲刷结果

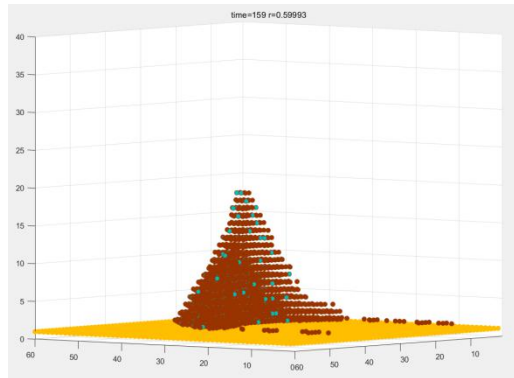


残余沙堆

## (3) 六棱台结果

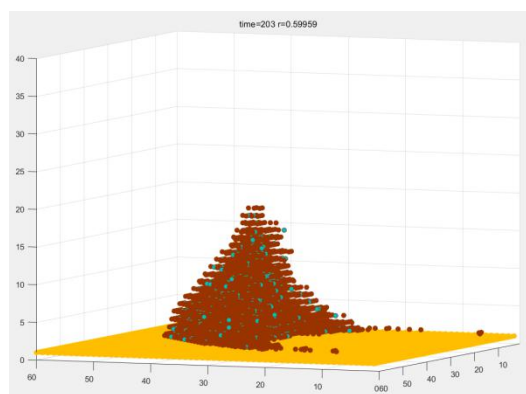
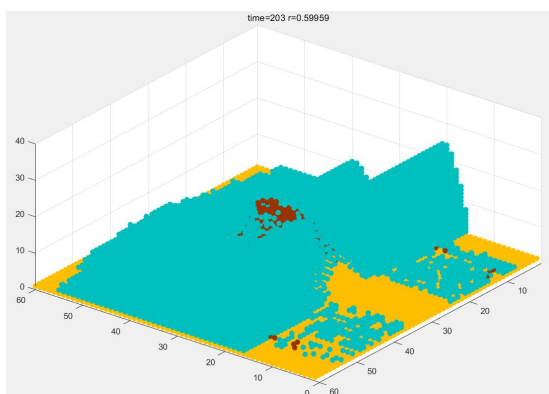


冲刷结果



残余沙堆

## (4) 圆台



冲刷结果

残余沙堆

三棱台	四棱台	六棱台	圆台
136	211	159	203

表 1 时间步统计表

实验结果如表所示，可知四棱台的表现最好，圆台次之，三棱台表现最差，这与一些研究的结论相悖。在本模型中，三棱台因无法为棱提供充分的支持力和粘力导致三棱台迅速崩塌。尤为一提的是，被摧毁后的残余沙堆往往呈现类似等腰三棱台或三棱锥的形态，但直接构造三棱台沙堆并不能产生良好的抗冲击力，推测三棱形态是中央的沙子上受两边沙子的“保护”所侵蚀而成的形态，不能说明三棱形态本身具有抗侵蚀力。

实验进一步探讨同一形状下梯度变化对模型的影响。为避免极端参数对实验时长的扰动，模型改为固定时间步比较剩余率的方式衡量沙堆抗冲击的程度。 本实验通过控制沙堆底面不变，改变沙堆的宽高比实现对梯度的变量控制。

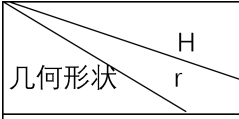
 几何形状	10	20	40
圆台	0.60525	0.61438	0.53544
三棱台	0.55398	0.50107	0.41751
四棱台	0.63331	0.62601	0.55624
六棱台	0.54945	0.54105	0.44491

表 3.3-2 不同高度剩余率示意表

由实验数据可见，等底面情况下，沙堆高度越高，即沙堆倾角越大，沙堆坍塌速度越快。在所有的情况中，四棱台都取得了最好表现。当倾角较小时，由于流体结构的特征更加明显，能够得出结论，梯度越小则稳固性越好。三棱台的表现有所改善，符合一般认知，但仍不尽人意。

3.1 潮汐影响下的最稳定沙基结构

3.1.1 潮汐规则与生成结果

真实世界中，沙堆同时承受周期性海浪与潮汐的侵蚀。潮汐波动采用以线性小振幅波模型模拟的长周期正弦波模型，表现为水位的升降与海岸线的进退。基于现实情况进行简化，忽略水位下降的情况，只需去除元胞在沙岸末端消失的规则即可实现水位上升的效果，实验结果如下：

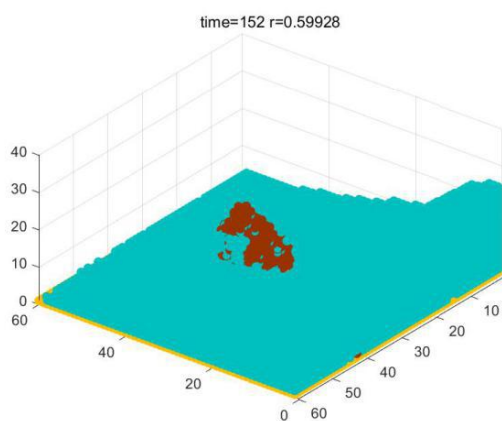


图 3- 1 三棱台

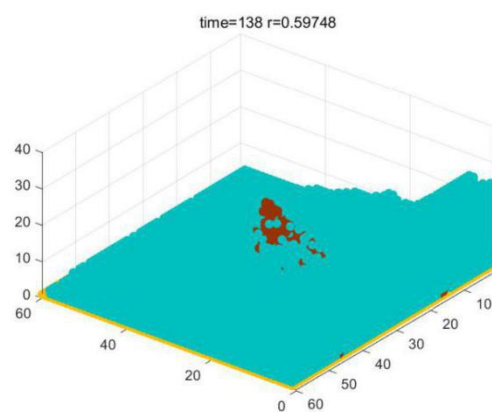


图 3- 2 圆台

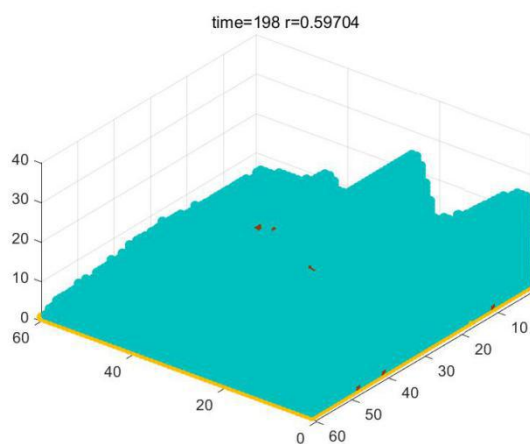


图 3- 3 六棱台

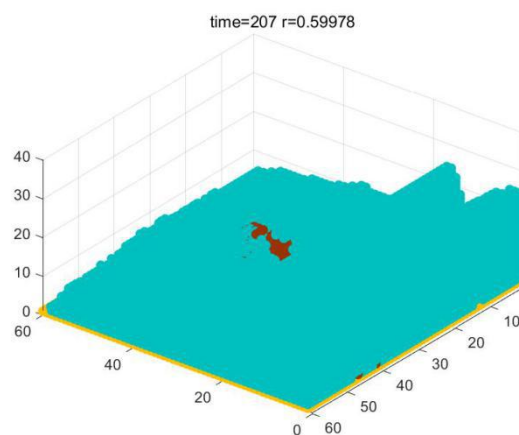


图 3- 4 四棱台

由实验数据可见，引入潮汐作用，即水位上升的情况，削弱了沙堆的抗冲击力表现，但未改变不同形状沙堆的表现优劣排序。综上，或因四棱台的结构为沙表面提供了最充分的支持力与粘力，四棱台取得了最好表现。本模型证明沙堆在迎水面设计成类似坝面的结构可以取得最稳固的效果。

## 4 对最佳沙水比的探究

### 4.1 模型准备

沙水结合会形成相对稳定、不易松散的沙堡。沙与水结合的比例不同，沙堆的稳定性也不同。为了找到使沙堆最稳固的水沙比，本文对不同的水沙比进行了探究。设仅考虑海浪作用，定义理想沙堆含水量  $k_0 = \frac{1}{9} \approx 0.11111$ ，采取表现最好的四棱台沙堆模型，设  $r < 0.6$  时

视为沙基塌陷。每次实验结束后，我们记录了以使沙基崩滑时间  $t$  和对应的水沙比组成的数据点  $(\omega, t)$ ，我们对  $\omega = 0 \sim 0.99$  的取值进行了 100 次实验。

## 4.2 实验步骤

- 步骤 1. 设定  $\omega = 0.01$ 。
- 步骤 2. 初始化元胞自动机。生成所需大小的单元空间，并将每一个单元初始化为空元胞。
- 步骤 3. 根据沙基构建步骤，构建四棱台沙基模型。
- 步骤 4. 设定沙水的比例  $\text{ratio}$ ，并初始化  $i=0$ 。
- 步骤 5. 在元胞自动机的左端，根据海浪构建步骤，加入由海浪元胞组成的海浪。公式为：

$$h_w = \begin{cases} \max\{w_w h(\sin(\frac{2\pi}{d}i) + \frac{\sin(\frac{\pi}{d}i)}{1.8}), 1\}, & (4k+1)d < i < (4k+2)d, k=0,1,2,\dots \\ 0, & \text{else} \end{cases}$$

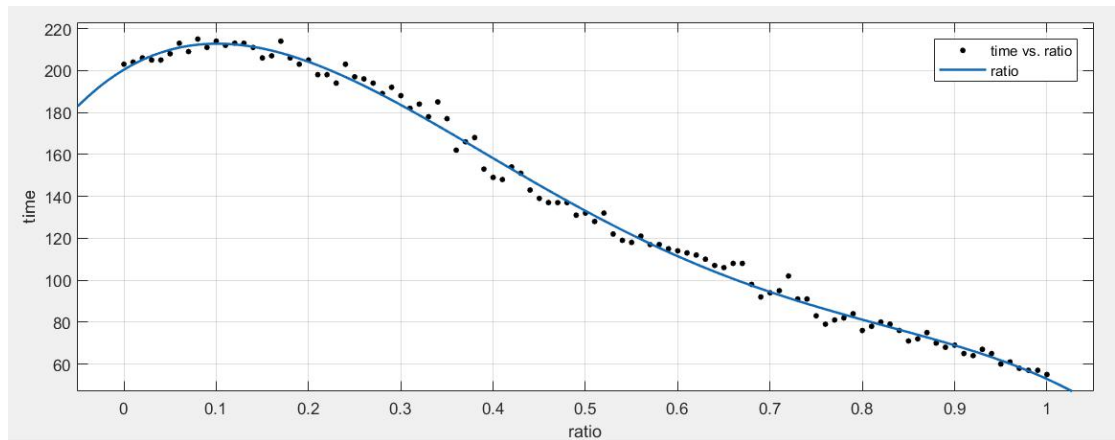
- 步骤 6. 运行一次元胞自动机，进行稳定性判断，若不稳定度  $m>1$ ，则相应元胞按照移动规则移动。
- 步骤 7. 如果沙基剩余率  $r>0.6$ ， $i=i+1$ ，返回步骤 4，否则进入下一步。
- 步骤 8. 令  $t=i$ ，记录数据点  $(\omega, t)$ 。若  $\omega < 1$ ， $\omega = \omega + 0.01$ ，返回步骤 2。
- 步骤 9. 通过对所有数据点的拟合，得到水沙比-时间曲线的拟合函数。

## 4.3 结果

取不同  $\omega$  进行多次实验，得到 100 组数据，对所得数据使用四次多项式拟合，公式如下所示：

$$t = -827\omega^4 + 2013\omega^3 - 1598\omega^2 + 264.5\omega + 200.4$$

各数据点的分布及拟合曲线如下图所示：



根据实验获得的一系列数据点拟合得到的函数图像，可得最优沙堆含水率位于 0.1 左右，证明本模型较为接近地模拟了真实情况的水沙混合比对沙堆抗冲击力程度的影响。

## 5 对雨天沙堡形状的探究

### 5.1 修正的元胞自动机模型

#### 5.1.1 模型假设

为模拟降雨情况，对原有的元胞自动机模型进行修正，在原有的基础上添加雨水元胞。在沙堡模型的上方，采取随机概率模拟雨水出现的位置，随后雨水元胞垂直下落，忽略由于雨水冲刷导致的沙元胞移动所造成的淋雨概率变化问题[1]，认为淋雨时刻的沙元胞静止不动。我们对修正后的元胞自动机模型的模拟过程做出以下假设或设定：

- 沙基表面的沙和水的张力足够强烈，因此雨水只会对沙基的表面产生影响，不改变沙基内部结构。
- 沙水比在雨水的影响下有一定的变化，但由于只对沙基表面有影响，对内部结构的影响可以忽略不计，因此忽略雨水加入后沙水比的变化。
- 在降雨过程中忽视风向、风力对雨水和海浪的影响，雨水元胞将一直垂直掉落。
- 当雨水元胞与海浪相接触时会被“赋能”，变成海浪元胞。
- 当与沙或沙水元胞接触时，会产生一次“侵蚀”。为简化模型，雨水元胞被“侵蚀”后变成海浪元胞。

修正后的模型与原模型的不同之处在于中添加了雨水元胞，并制定了雨水元胞的规则，海浪元胞与雨水元胞同时对沙堆产生影响。相同之处在于修正后的元胞自动机仍遵循原元胞自动机的规则和假设，探究雨水和海浪共同作用下，对不同几何体形状的沙基稳定性的影响。

#### 5.1.2 雨水元胞构建

整个空间最高层的每一个空元胞，每一个时间步都有一定概率转化为雨水元胞，并按更新规则更新状态。其中，为探讨不同雨量下对模型的影响，概率  $p_r$  在实验中分别取值 0.02、0.04、0.06、0.08、0.10、0.12、0.14、0.16、0.18、0.20。

#### 5.1.3 雨水元胞移动规则

- ◆ 如果雨水元胞正下方为空元胞，雨水元胞向下掉落，每个时间步移动一格。
- ◆ 如果雨水元胞正下方为沙元胞或沙水元胞，雨水元胞与沙元胞/沙水元胞交换位置并变成海浪元胞。
- ◆ 如果雨水元胞正下方为海浪元胞，则雨水元胞直接变成海浪元胞。

### 5.2 实现步骤

- 步骤 1. 初始化元胞自动机。生成所需大小的单元空间，并将每一个单元初始化为空元胞。
- 步骤 2. 根据沙基构建步骤，按设定的大小、形状、比例生成沙和沙水元胞混合组成的沙堆。
- 步骤 3. 将沙基的沙水比设置为  $k_0$ ，设定空元胞转化为雨水元胞的概率  $p_r$ ，并初始化  $i=0$ 。
- 步骤 4. 在元胞自动机的左端，加入由海浪元胞组成的海浪。公式为：

$$h_w = \begin{cases} \max\{w_w h(\sin(\frac{2\pi}{d}i) + \frac{\sin(\frac{\pi}{d}i)}{1.8}), 1\}, & (4k+1)d < i < (4k+2)d, k=0,1,2,\dots \\ 0, & \text{else} \end{cases}$$

- 步骤 5. 在元胞自动机顶部空间，按  $p_r$  的概率初始化雨水元胞。
- 步骤 6. 运行一次元胞自动机，进行稳定性判断，若不稳定度  $m > 1$ ，则各个元胞按照相应移动规则移动。
- 步骤 7. 如果沙基剩余率  $r > 0.6$ ， $i = i + 1$ ，返回步骤 4，否则进入下一步。
- 步骤 8. 若沙基剩余率  $r \leq 0.6$ ，沙基崩塌。time=i。记录该几何形状对应的维持时间 time。

### 5.3 实验数据

考虑到不同的海浪相对沙堆高度会影响对沙堆上方或顶部的冲刷效果，而雨水主要对沙堆上方有侵蚀作用。为进一步探讨雨水的侵蚀性质，控制海浪相对高度、雨水密度、模型形状 3 个变量进行多次实验。实验总共模拟了，在浪高权重为 0.4、0.6、0.8、1.0、1.2，以及降雨概率为 0.02、0.04、0.06、0.08、0.10、0.12、0.14、0.16、0.18、0.20 时，圆台、三棱台、四棱台、六棱台的维持时间，共收集了 200 组数据及图片，浪高权重为 0.4，顶部元胞降雨概率为 0.02 时的模拟图片如下：

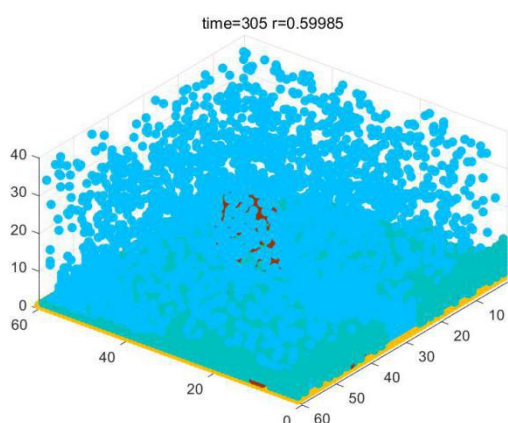


图 5- 1 圆台

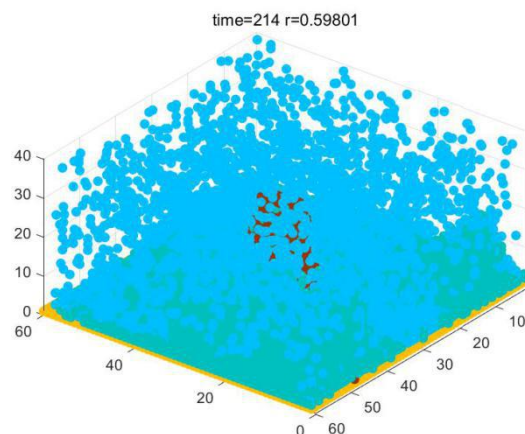


图 5- 2 三棱台



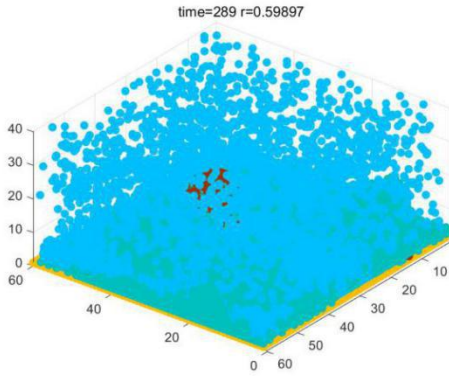


图 5- 3 四棱台

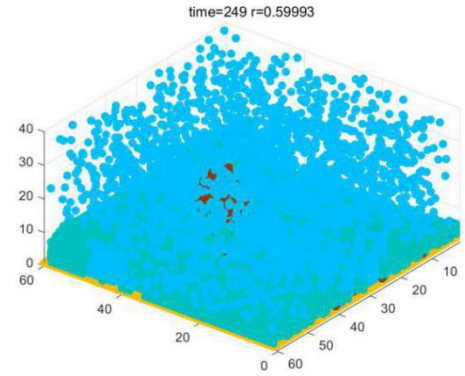


图 5- 4 六棱台

由于篇幅限制，下表为部分实验数据，其中 **modelType** 为几何体棱数；**wWaveHeight** 为浪高权重；**pRain** 为降雨概率；**time** 为沙基维持时间。

浪高权重为 0.4：

表格 5- 1

modelType	wWaveHeight	pRain	time	modelType	wWaveHeight	pRain	time
0	0.4	0.04	267	0	0.4	0.08	199
3	0.4	0.04	189	3	0.4	0.08	153
4	0.4	0.04	247	4	0.4	0.08	186
6	0.4	0.04	211	6	0.4	0.08	173

modelType	wWaveHeight	pRain	time	modelType	wWaveHeight	pRain	time
0	0.4	0.12	169	0	0.4	0.16	158
3	0.4	0.12	136	3	0.4	0.16	118
4	0.4	0.12	167	4	0.4	0.16	157
6	0.4	0.12	144	6	0.4	0.16	131

浪高权重为 0.8:

表格 5- 2

modelType	wWaveHeight	pRain	time	modelType	wWaveHeight	pRain	time
0	0.8	0.04	175	0	0.8	0.08	153
3	0.8	0.04	123	3	0.8	0.08	117
4	0.8	0.04	177	4	0.8	0.08	152
6	0.8	0.04	131	6	0.8	0.08	128

modelType	wWaveHeight	pRain	time	modelType	wWaveHeight	pRain	time
0	0.8	0.12	147	0	0.8	0.16	143
3	0.8	0.12	111	3	0.8	0.16	106
4	0.8	0.12	151	4	0.8	0.16	144
6	0.8	0.12	121	6	0.8	0.16	116

以下图表为不同浪高权重下，不同降雨概率以及沙基形状下，沙基维持的时间：

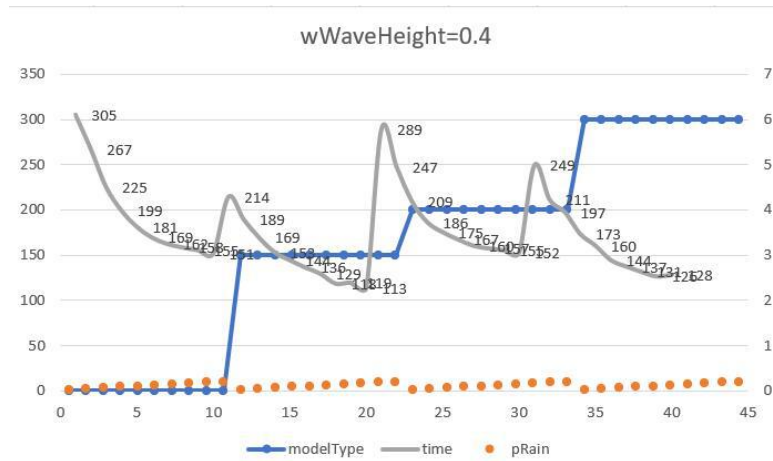


图 5- 5



图 5- 6

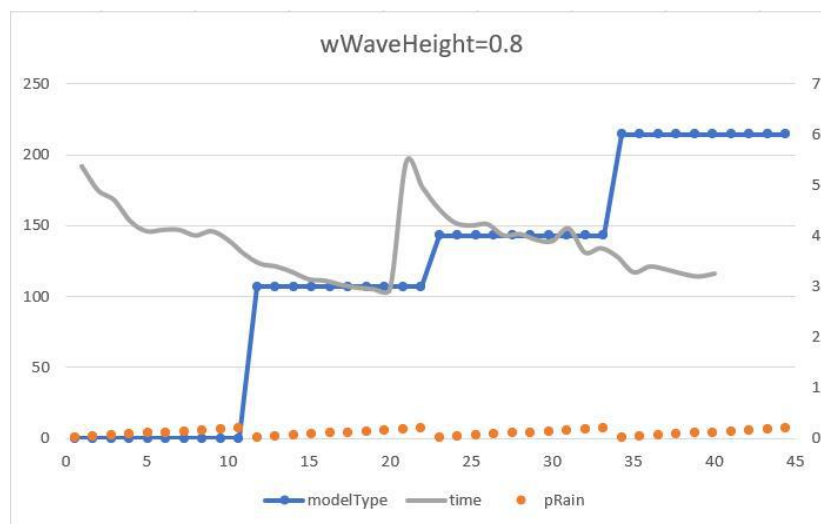


图 5- 7

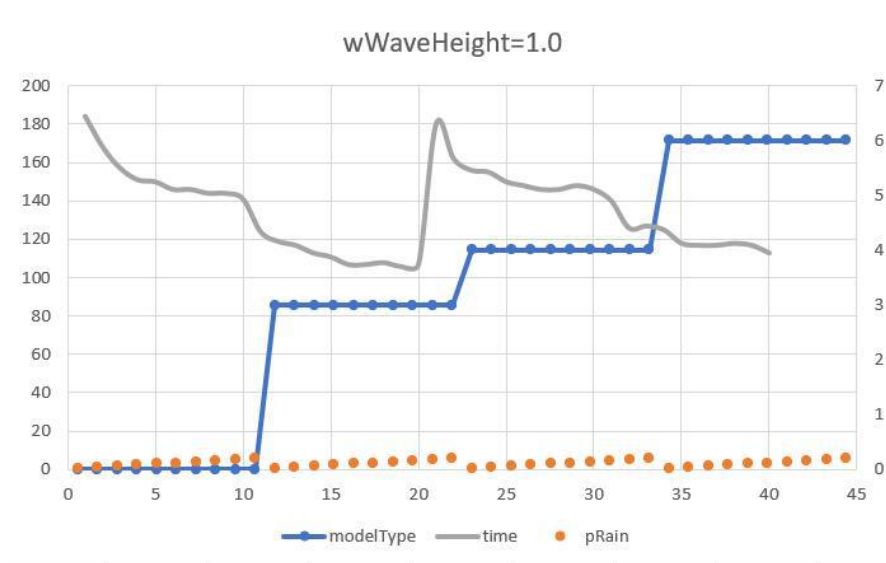


图 5- 8

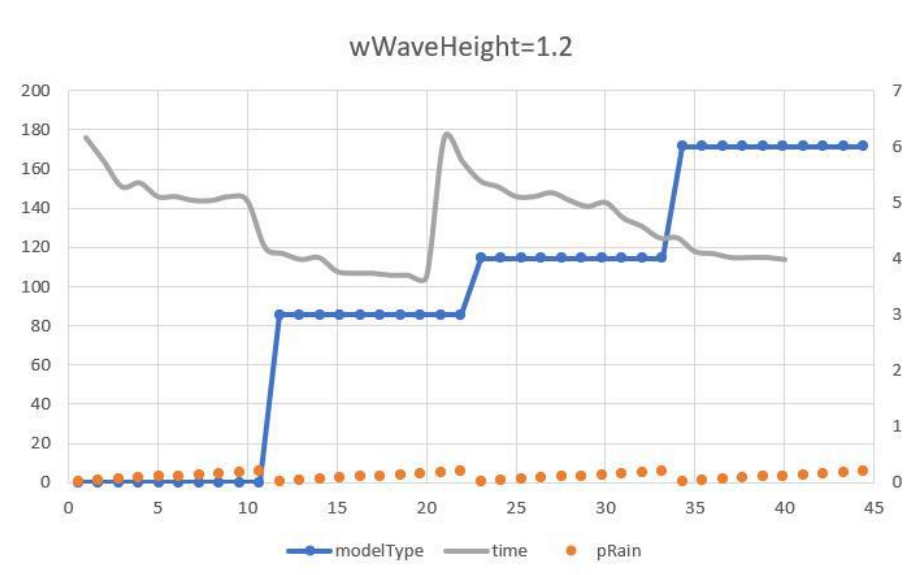


图 5- 9

### 5.3.1 结果分析

从各项结果可以看出，当有降雨时，沙堡的稳定性会发生变化，且伴随雨的大小，沙基稳定性的变化程度也有区别。从各项指标可以明显看出，在雨水和海浪的双重影响下，圆台和四棱台的稳定性较好，三棱台以及六棱台的稳定性较差。其中，圆台稳定性最优，三棱台稳定性最差。我们推测，由于椭圆台没有棱角，某些部位受到雨水的影响较小，不易坍塌。

同时，海浪与降雨共同影响沙基稳定性。当海浪权重较小，即海浪对沙基影响较小时，对同一形状的沙基，雨水越大，对沙基稳定性影响越大，且降雨大小对沙基稳定性的影响越来越小（增加相同梯度的降雨概率使沙基维持时间的变化越来越小）。但当海浪权重较大，即海浪对沙基影响较大时，对同一形状的沙基，不存在上述规律。

## 6 参数灵敏度和合理性分析

在上述问题分析中，为得到最佳的沙基模型以及最优的水沙配比，我们定义了一系列的参数，并借助一定文献资料，设定了最优值。为确保模型应对不同情况的可靠性及合理性，我们控制了各个变量，探讨了不稳定系数  $C$  ( $C$ )、浪高权重  $w_w$  ( $wWaveHeight$ )以及沙水浪化

系数  $n_w$  ( $changeNum$ )的变化在不同沙堆形状下的表现，通过证明这些参数在一定的区间内变化不影响模型优劣排序来证明模型的合理性。测试结果如下及分析如下：

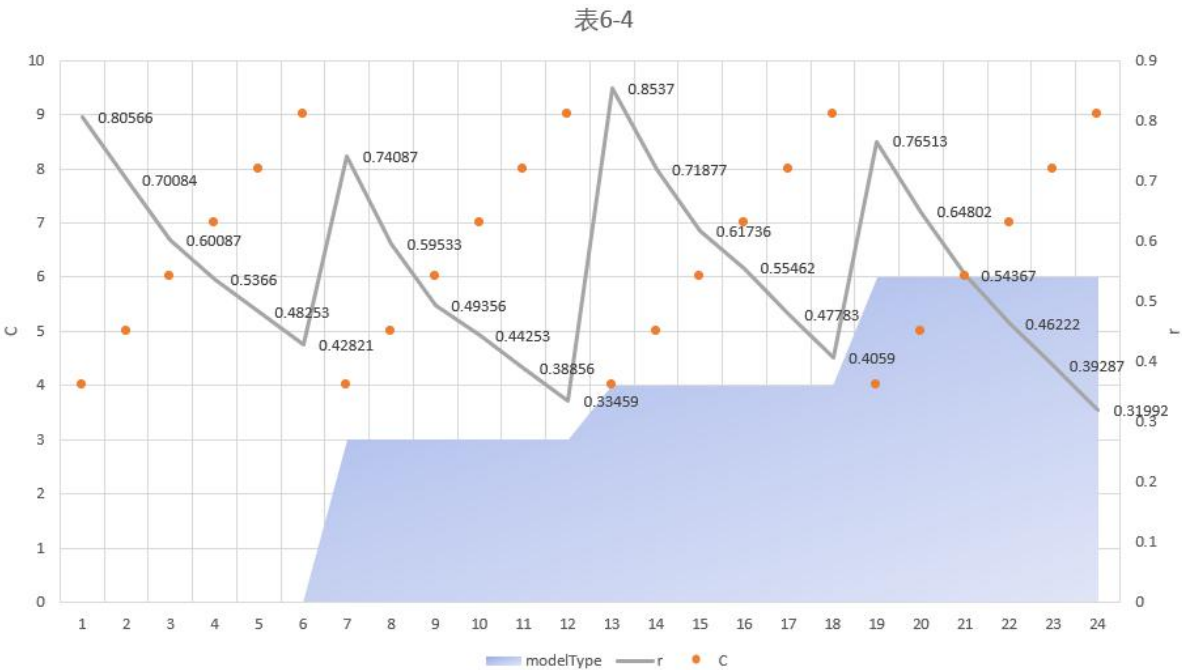
### ◆ 不稳定系数 $C$

表格 6- 1 不稳定系数  $C$  对不同形状沙堡稳定性影响

<div><div><div><div><div></div><div><math>C</math></div></div><div><div><math>r</math></div><div>几何形状</div></div></div></div></div>	4	5	6	7	8	9
圆台	0.80566	0.70084	0.60087	0.5366	0.48253	0.42821
三棱台	0.74087	0.59533	0.49356	0.44253	0.38856	0.33459
四棱台	0.8537	0.71877	0.61736	0.55462	0.47783	0.4059
六棱台	0.76513	0.64802	0.54367	0.46222	0.39287	0.31992

### 结果分析：

不稳定系数由冲击力系数和黏力系数共同决定，是判断沙元胞、沙水元胞移动的重要参数。表 6-4 为根据不稳定系数灵敏度测试结果所绘制的图表。其中， $modelType$  表示几何体的棱数。通过图表可看出，不稳定系数  $C$  与沙基剩余率呈负相关关系。在之前的实验中  $C$  的理想值为 6，得到的沙基稳定性从高到低排序为四棱台、圆台、六棱台以及三棱台。测试结果表面，不稳定系数变化后，稳定性排序始终不变，不影响实验的结论。对同一几何结构用不同的不稳定系数测试所得的折线斜率大体大于 45 度，且随着棱数的增加变陡，剩余率



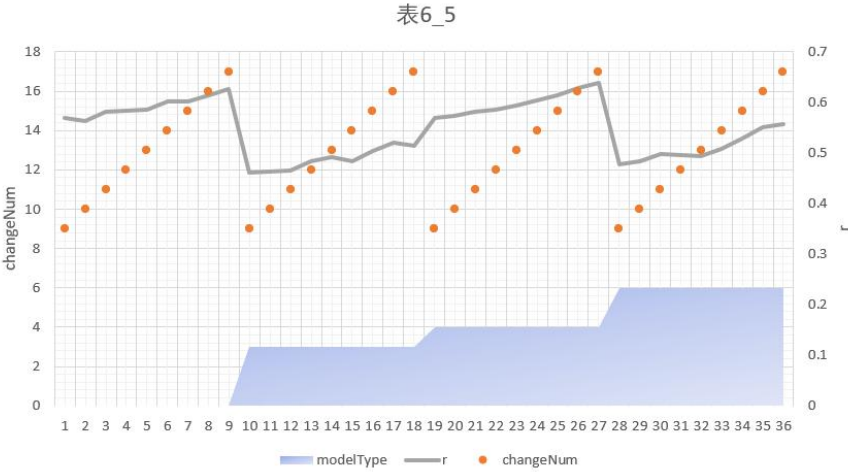
反应的沙基稳定性对不稳定系数较为敏感。

◆ 沙水浪化系数  $n_w$  (changeNum)

<div><div>几何形状</div><div>changeNum</div><div>r</div></div>	9	10	11	12	13
圆台	0.568987503	0.563886764	0.581994389	0.584034685	0.586585055
三棱台	0.460526316	0.462943072	0.465359828	0.482814178	0.490870032
四棱台	0.56841536	0.573823688	0.582477015	0.585451595	0.593293672
六棱台	0.477592411	0.484134773	0.497546614	0.496238142	0.493948315
<div><div>几何形状</div><div>changeNum</div><div>r</div></div>	14	15	16	17	
圆台	0.601122163	0.601122163	0.613363938	0.626880898	
三棱台	0.484425349	0.504296455	0.521213749	0.513426423	
四棱台	0.603569497	0.613845322	0.629259059	0.637912385	
六棱台	0.508668629	0.528622833	0.550212627	0.557409225	

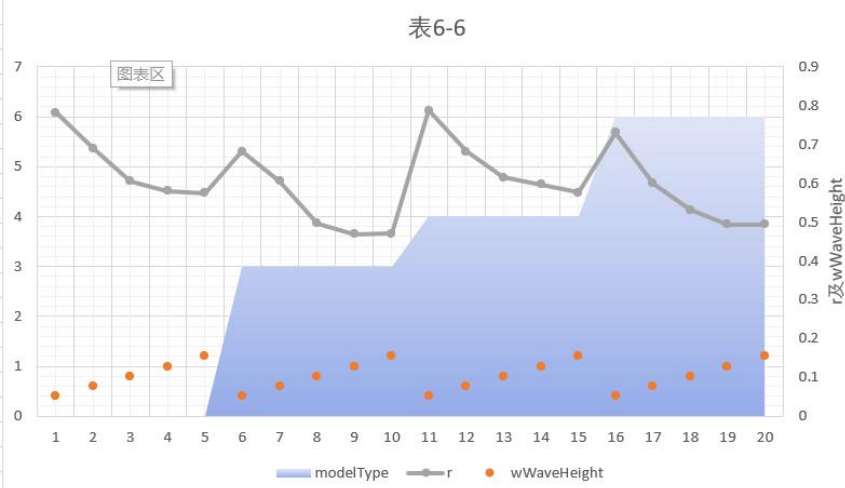
结果分析：

沙水浪化系数作用域沙元胞与水元胞相互作用发生变化时的判定参数。指当中心沙元胞周围环绕一定数量的水元胞，沙元胞性质发生变化，这个数量的依据就是沙水浪化系数。表 6-5 为根据沙水浪化系数灵敏度测试结果所绘制的图表。其中，modelType 表示几何体的棱数。通过图表可看出，沙水浪化系数 changeNum 与沙基剩余率呈正相关关系。在之前的实验中 changeNum 的理想值为 15，得到的沙基稳定性从高到低排序为四棱台、圆台、六棱台以及三棱台。测试结果表面，沙水浪化系数变化后，changeNum 取 10-17 时，几何体稳定性排序与实验结论相同。而 changeNum 取 9 时，稳定性排序为圆台、四棱台、六棱台、三棱台，且圆台的  $r$  仅比四棱台多 0.0005。这是因为四棱台类似城墙的结构，使海浪更难渗入，而圆台的几何结构会使迎水面的单位元胞被更多海浪元胞环绕。因此，在 changeNum 值较高的情况下，表现为海浪对沙堆的侵入，若弱化这种侵入作用即降低 changeNum 值，圆台的优势会提升。而生活中大部分的 changeNum 值大于 9，因此，我们的实验结果依然可靠。对同一几何结构用不同的不稳定系数测试所得的折线斜率较为平缓，剩余率反应的沙基稳定性对不稳定系数较不敏感。



◆ 浪高权重  $w_w$  (wWaveHeight)

<div>几何形状</div> <div><div>wWaveHeight</div><div>r</div></div>	0.4	0.6	0.8	1	1.2
圆台	0.7822	0.6909	0.60571	0.58097	0.57485
三棱台	0.6826	0.60526	0.49678	0.46858	0.46992
四棱台	0.78826	0.68145	0.6152	0.59681	0.57626
六棱台	0.73045	0.59928	0.53222	0.49428	0.49428



结果分析:

浪高权重使决定海浪高度重要参数，现实生活中，根据不同海域变化而变化。表6-6 为根据浪高权重灵敏度测试结果所绘制的图表。其中，modelType 表示几何体的棱数。通过图表可看出，浪高权重  $wWaveHeight$  与沙基剩余率呈负相关关系。在之前的实验中  $wWaveHeight$  的理想值为 0.8，得到的沙基稳定性从高到低排序为四棱台、圆台、六棱台以及三棱台。测试结果表面，在一定范围内，浪高权重变化后， $wWaveHeight$  取 0.4、0.8、1.0、1.2 时，稳定性排序始终不变。但当浪高权重取 0.6 时，稳定性从高到低排序为圆台，四棱台、三棱台、六棱台。三棱台和六棱台对比结果变动是因为，根据前述实验结果，降低三棱台的高度会使得三棱台的稳定性增加，因此在某些特殊情况下，三棱台表现出更强的稳定性。而圆台和四棱台对比结果的变动是因为，由于圆台较为特殊的几何结构，在海浪较矮、只能冲击到底部的情况下，组成它元胞的运动更接近四棱台，因此也表现出较强的稳定性。对同一几何结构用不同的浪高权重测试所得的折线斜率由陡至平逐渐变缓，因此，当浪高权重较小时，剩余率对浪高权重的变化反应较为敏感，而当浪高权重足够大、海浪足够高后，剩余率对其变化反应迟钝。

为进一步探讨不同参数对沙堆稳固度影响的大小，我们通过对  $C, w_w, n_w, \omega$  四个参数在本文所述取值范围内等概率随机取值，对其他值采取默认取值，只考虑波浪冲击情况，按等时间步数比较剩余率的方式进行实验。将随机产生的参数归一化到  $[0, 1]$  区间，得  $C', w_w', n_w', \omega'$ ，并用得到的实验结果进行一元线性回归拟合，通过分析拟合所得方程探讨不同因素对沙堆稳固度影响程度的差异。我们进行了 1830 次随机试验，共获得 1830 条数据，拟合所得一元线性回归方程如下：

$$r = -0.3410C' - 0.1212w_w' + 0.2297n_w' - 0.6482\omega' + 0.8095$$



由所得回归方程可得,  $C'$ ,  $w_w'$ ,  $\omega'$  与剩余率成负相关,  $n_w'$  与剩余率成正相关, 符合模型规律。  $\omega'$  的权重绝对值最大, 说明沙堆含水率是影响沙堆稳固度的最关键因素;  $w_w'$  的权重绝对值最小, 说明海浪相对沙堆的高度在一定范围内对沙堆的抗冲击力表现的影响并没有想象中的大。

## 7 模型优缺点

### 7.1 优点

- (1) 基于元胞自动机的建模。动力方程式与传统的流体力学很难模拟出耦合度较高的沙水系统, 通过元胞自动机设置规则可以将时间、空间、状态进行离散化分析, 能模拟复杂的时空演化。
- (2) 便于建立出模型。使用离散性的元胞层层建立模型, 模拟现实世界的各种形状, 更加直观形象。
- (3) 求解过程简洁。在结束编制元胞自动机后, 元胞自动机会根据规则不断自我更新迭代, 直至达到时间变化结果逐渐固定的情况为止。
- (4) 考虑因素减少。只需要保证元胞自动机的规则正确在运行过程中就可以保证正确和有效性, 不会因迭代过程出现错误。

### 7.2 缺点

- (1) 规则难以确定。本文以冲击力与粘力不平衡作为沙元胞变化的判定依据, 实际情况中沙元胞的运动可能取决于多种复杂的因素, 无法将沙元胞的动因全部写入规则中加以实现可能会导致模拟效果不佳。
- (2) 参数的确定问题。冲击力参数与粘力参数根据论文中的方程得出, 但不同环境、不同问题上参数可能存在着差异, 没有考虑参数的变化。
- (3) 元胞移动空间问题。本文设定元胞移动方向是离散的, 由于空间连续, 因此设定出越多离散空间越能接近现实场景, 但考虑到计算机运算速度、规则复杂程度等问题的限制无法给出更多的离散空间。
- (4) 流体力学水平问题。由于对流体力学理解的不足等因素, 在对沙元胞、沙中水元胞等元胞的受力分析中未考虑复杂的相互作用及波浪潮汐冲击回收的携沙效果。

### 7.3 模型优化

模型可以从沙堡、波浪及潮汐、相互作用三个方面继续进行探讨和优化, 从沙堡的建立上来讲, 可以尽可能多的增加元胞数量确保模拟的真实性, 从沙堡的受力分析上来讲, 可以用流体力学进行数值分析建模, 更精准地分析受力情况。波浪及潮汐可以使用Peachey波模型进行更细致的模拟, 也可以运用宾国仁方程对携沙量、飞溅的水花进行更多讨论。关于优化方向可以选则放宽本文前面提到的问题假设中的某些设置, 进行讨论。

## 8 增强沙堡的稳固程度的其他措施

- 减少外因造成的沙堡损坏：在沙堡外侧建筑外围城墙及护城河。外围城墙能大大减弱海浪对沙堡的冲击力，护城河有助于分流外围城墙没有拦截下的海水，减少冲击力与海水深入的程度，能大大延长沙堡本身的寿命。
- 增加沙堡强度：在沙堡中加入木条、石头、粘土等其他建筑材料来加固沙堡。加注水泥等材料使沙堡抵御外来冲击能力增强，同时也能排尽沙堡内存在的空气，使沙堡更加稳固。
- 尽量避免侵蚀：本文讨论的沙堡损坏主要成因是海浪、潮汐拍打与雨水冲刷。解决这些外力侵蚀的办法有很多，例如在设计建造沙堡时尽量远离海岸线，这样可以最大程度地避免海水冲刷侵蚀。在建筑好的沙堡上方设置挡雨装置，比如雨伞等物品，可以最大程度避免沙堡遭受外力过早损坏。

## 9 总结

我们在实验中设计了一个基于元胞自动机的海浪-沙堡模型，定义了沙元胞、沙水元胞、海浪元胞以及雨水元胞，尽可能模拟海滩上沙与水相互作用的真实情况。采用多元分析方法，设计了四种元胞在不同情况下的移动规则。首先，我们建立了基础的沙堡以及海浪，以从四种有代表性的沙基模型中，获得最佳几何结构。我们还设计了除普通海浪以外的潮汐模型，探究潮汐影响下最佳的几何结构。在普通海浪和潮汐的影响下，最稳固的模型都是四棱台。然后我们用拟合了在同一几何形态下，不同沙水比与沙基维持时间的曲线，通过分析该函数，得出最佳沙水比。海滩天气阴晴不定，因而我们还在原模型中加入雨水元胞，设计了它的初始化过程以及移动规则，并探究了在降雨和海浪的综合影响下最佳的沙基形状。一些情况下，实验结果与加入降水前的结果不同，最佳几何形状为圆台。经灵敏度分析，我们模型得到的结果具有较高的可靠性。但同时，较多的假设使我们的模型也存在一定缺陷，比如缺乏对于某些参数在不同条件下变化的讨论。针对我们的模型缺陷，我们提出了进一步优化模型的方案以及一些使沙堡更加稳固的使用价值较高的辅助手段。在未来，我们希望能继续优化我们的模型。

## 问题四——发表于杂志的文章

### 更稳固的沙堡！

曾几何时，我们拥有着许多梦想，渴望自己能够创造世界上的一切。可是越成长，越发觉生活正被层层束缚，现代生活的压力来源于各个方面，我们早已忘记了最初的快乐，不如忘记压力，拾起行囊，走到海边，再享受一回阳光沙滩的乐趣，回到童年，和我们一起用沙子再次建造属于自己的世界吧！然而，将沙子堆成稳固性与艺术性二者兼备的沙堡则是一门大学问。如何科学高效地建造一个结实的沙堡呢？



首先，在海浪与潮汐的作用下，经过多次尝试，我们最终得出结论——要想建造一个牢固可靠的沙堡，最好将其建造成四棱台形状，它能够使沙堡的地基



尽可能地存留下来。其中，四棱台要做到尽量中心对称，倾斜的角度尽可能的小，从科学角度看，这样的沙堡能够最大限度的抵御海水与潮汐的外来冲击力。

其次，只做到沙堡形状吻合还远远不够，如果你想让沙堡足够结实，还需要保证沙堡中的沙水比。沙水混合构成建造沙堡的材料太干会导致沙堡不能成型，太湿又会使沙堡不够牢靠，经过多次实验，我们发现，能使沙堡更结实的沙水比例是沙：水为 8：1 时，在该比例下，海浪和潮汐冲击沙堡对沙堡造成的影响最小。雨水会对沙堡造成多大的影响呢？在经历多次验证后我们发现，四棱台形状沙水比例为 8：1 的沙堡不仅在面对海浪、潮汐冲击时有很好的表现，在面对雨水冲刷时也是几何形状中表现较好的。但在下雨天时你要时刻关注沙堡中的积水，积水过多随时可能导致沙堡坍塌。

最后，如果你手边有粘土、木棍、石头，你可以将这些材料结合沙子使用建造沙堡，有了这些材料，沙堡的稳固性将大大增强，使用外界材料遮挡海浪、潮汐、雨水。如果你手边没有其他材料，可以考虑为城堡建造围墙与护城河，好的围墙与护城河构成的防御工事能够有效阻止海浪、潮汐对沙堡的冲击。

祝你能够建造出属于自己的最完美的沙堡。准备好了吗？拾起童心，出发去搭建属于自己的世界吧！

中晴夏时金沙滩，  
南寄心绪玉带岸。  
沙砾奋起追后浪，  
雕栏玉影待君还。  
团团明月湘江口，  
队队旌旗麓山边。  
敬候万里佳音放，  
上马回校叙从前。

## 参考文献

[1] 万远扬，余明辉等.FORTRAN 语言实现河流数值模拟的初步可视化.武汉大学学报工学版.2004（3）

[2] 万远扬，金中武等.泥沙模型研究评述与前景展望.南水北调与水利科技 2006（2）

- [3] 李都摹.水沙充填之水沙比问题.探煤方法教研 1985
- [4] 曹祖德, 杨树森.粉沙质海岸的界定及其泥沙运动特点.水运工程, 2003, 352(5): 108-111
- [5] CHEN Wen-hui, TATXiao-jun. Research of Water Simulation in LargeDrainage Area [J]. Journal of System Simulation (S1004-731X),2004, 16(11): 2409-2412.
- [6] Valette G, Prevost S. SoDA project: A simulation of soil surface degradation by rainfall. Computers & Graphics, 2006, 30:494—506
- [7] 邱仰聪.人在雨中行走时的淋雨量问题[J].苏州市职业大学学报,2013,24(03):40-43.
- [8] Dou Guoren, Physical model study of total sediment transport in river, Chinese Science Bulletin, 1979, 24(14):659.
- [9] Dou Guoren, Suspended sediment transport in tidal flow and bed deformation calculation, J. Chinese Hydraulic Engineering(in Chinese), 1963,(2):13.
- [10] MaryamPakpour el, How to construct the perfect sandcastle, Scientific Reports,2012,