Solución de los ejercicios sobre el Equilibrio de Hardy-Weinberg

Página 10 (Ejercicios 1-5)

Ejercicio 1

a) $\Pr(E') = 1 - \Pr(E)$

Procedimiento: Por la propiedad de probabilidad total, la suma de las probabilidades de un evento y su complemento es 1:

$$\Pr(E) + \Pr(E') = 1 \implies \Pr(E') = 1 - \Pr(E)$$

b) $\Pr(F) = \frac{2}{3}$

Procedimiento: Dado un dado justo, el evento E (números divisibles por 3) es $E = \{3, 6\}$, entonces:

$$\Pr(E) = \frac{2}{6} = \frac{1}{3}$$

F es el complemento de E (no divisible por 3):

$$\Pr(F) = 1 - \Pr(E) = 1 - \frac{1}{3} = \frac{2}{3}$$

Ejercicio 2

a) $\Pr(\text{todas niñas}) = \left(\frac{1}{2}\right)^4 = \frac{1}{16} = 0{,}0625$

Procedimiento: Asumiendo independencia y probabilidad uniforme de género:

$$\Pr(\text{niña}) = \frac{1}{2} \implies \Pr(\text{4 niñas}) = \left(\frac{1}{2}\right)^4$$

b) $\Pr(\text{al menos un niño}) = 1 - \frac{1}{16} = \frac{15}{16} = 0{,}9375$

Procedimiento: El evento complementario de .$^{\text{a}}$l menos un niño.$^{\text{es}}$ ”todas niñas”:

$$\Pr(\text{al menos un niño}) = 1 - \Pr(\text{todas niñas})$$

Ejercicio 3

Procedimiento general: Para una razón hombres:mujeres $m : f$:

$$p(\text{hombre}) = \frac{m}{m+f}, \quad p(\text{mujer}) = \frac{f}{m+f}$$

a) **EE.UU.** (1052 H : 1000 M):

$$p(\text{mujer}) = \frac{1000}{2052} \approx 0{,}4873 \implies \Pr(4 \text{ niñas}) = (0{,}4873)^4 \approx 0{,}0565$$

b) **Grecia** (1073 H : 1000 M):

$$p(\text{mujer}) = \frac{1000}{2073} \approx 0{,}4824 \implies \Pr(4 \text{ niñas}) = (0{,}4824)^4 \approx 0{,}0542$$

c) **Chile** (1043 H : 1000 M):

$$p(\text{mujer}) = \frac{1000}{2043} \approx 0{,}4895 \implies \Pr(4 \text{ niñas}) = (0{,}4895)^4 \approx 0{,}0576$$

Ejercicio 4

Dado un dado no estándar con caras: 1R, 2R, 3R, 4N, 5N, 6N.

a) $\Pr(A) = \Pr(\text{par}) = \frac{3}{6} = 0{,}5$, $\Pr(B) = \Pr(\text{roja}) = \frac{3}{6} = 0{,}5$

b) $\Pr(A \cap B) = \Pr(\{2\}) = \frac{1}{6} \approx 0{,}1667$ (único resultado par y rojo)

c) Independencia: $\Pr(A) \cdot \Pr(B) = 0{,}25 \neq 0{,}1667 \implies$ **no independientes**.

Ejercicio 5

Espacio muestral: 36 resultados equiprobables.

a) Probabilidades marginales:

$$\Pr(A) = \frac{18}{36} = 0{,}5, \quad \Pr(B) = \frac{6}{36} = \frac{1}{6}, \quad \Pr(C) = \frac{5}{36} \approx 0{,}1389$$

b) Probabilidades conjuntas:

$$\Pr(A \cap B) = \frac{3}{36} = \frac{1}{12}, \quad \Pr(A \cap C) = \frac{3}{36} = \frac{1}{12}$$

c) Independencia A y B: $0{,}5 \times \frac{1}{6} = \frac{1}{12} = \Pr(A \cap B) \implies$ **independientes**.

d) Independencia A y C: $0{,}5 \times \frac{5}{36} \approx 0{,}0694 \neq 0{,}0833 \implies$ **no independientes**.

Ejercicio 6

Padres: (Rr, tt) y (rr, Tt). Gametos equiprobables:

- Padre 1: Rt, rt (prob. 0.5 cada uno)
- Padre 2: rT, rt (prob. 0.5 cada uno)

Cuadro de Punnett:

	rT (0.5)	rt (0.5)
Rt (0.5)	$RrTt$	$Rrtt$
rt (0.5)	$rrTt$	$rrtt$

a) Cuadro como arriba.

b) $\Pr(\text{roja}) = \Pr(R\_) = \frac{2}{4} = 0{,}5$

c) $\Pr(\text{corta}) = \Pr(tt) = \frac{2}{4} = 0{,}5$

d) $\Pr(\text{roja y corta}) = \Pr(Rrtt) = \frac{1}{4} = 0{,}25$

e) Independencia: $0{,}5 \times 0{,}5 = 0{,}25 = \Pr(\text{roja y corta}) \implies$ **independientes**.

f) $\Pr(\text{roja o corta}) = 0{,}5 + 0{,}5 - 0{,}25 = 0{,}75$

g) No, porque el evento complementario incluiría otros genotipos como $RrTt$.

Problema 7

Supongamos que las plantas cruzadas son ambas de tipo (Rr, Tt).

a) Cuadro de Punnett

Cada parental produce gametos: RT, Rt, rT, rt (cada uno con probabilidad $\frac{1}{4}$).

	Gametos Parental 2			
Gametos Parental 1	RT	Rt	rT	rt
RT	RRTT	RRTt	RrTT	RrTt
Rt	RRTt	RRtt	RrTt	**Rrtt**
rT	RrTT	RrTt	rrTT	rrTt
rt	RrTt	**Rrtt**	rrTt	**rrtt**

b) Probabilidad de flores rojas

Las flores rojas corresponden a genotipos $R\_$ (al menos un alelo dominante R). En el cuadro hay 12 combinaciones con flores rojas de 16 posibles:

$$P(\text{rojo}) = \frac{12}{16} = \frac{3}{4} = 0{,}75$$

c) Probabilidad de tallos cortos

Los tallos cortos corresponden a genotipos tt (homocigoto recesivo). En el cuadro hay 4 combinaciones con tallos cortos:

$$P(\text{corto}) = \frac{4}{16} = \frac{1}{4} = 0{,}25$$

d) Probabilidad de tallos cortos y flores rojas

Corresponde a genotipos R_tt. En el cuadro hay 3 combinaciones que cumplen ambas condiciones:

$$P(\text{rojo y corto}) = \frac{3}{16} = 0{,}1875$$

Nota: La probabilidad también puede calcularse por multiplicación de eventos independientes:

$$P(\text{rojo}) \times P(\text{corto}) = \frac{3}{4} \times \frac{1}{4} = \frac{3}{16}$$

e) ¿flores rojas y tallos cortos son eventos independientes?

Dos eventos son independientes si la probabilidad de que ocurran juntos es igual al producto de sus probabilidades individuales.

Calculamos:

$$P(\text{rojo}) \times P(\text{corto}) = \frac{3}{4} \times \frac{1}{4} = \frac{3}{16}$$

Comparando con la probabilidad conjunta:

$$P(\text{rojo y corto}) = \frac{3}{16}$$

Como $\frac{3}{16} = \frac{3}{16}$, concluimos que son eventos independientes.

Respuesta: Sí, son eventos independientes.

Punto 8. Cruce de plantas (Rr, yy, Tt) y (rr, Yy, Tt)

a) Separación de alelos (gametos posibles)

Planta 1 (Rr, yy, Tt):

- Forma de semilla: R o r
- Color de semilla: y (única posibilidad)
- Altura: T o t

Gametos posibles: (R, y, T), (R, y, t), (r, y, T), (r, y, t)

Planta 2 (rr, Yy, Tt):

- Forma de semilla: r (única posibilidad)
- Color de semilla: Y o y
- Altura: T o t

Gametos posibles: (r, Y, T), (r, Y, t), (r, y, T), (r, y, t)

b) Cuadro de Punnett

	Gametos Planta 2			
	(r, Y, T)	(r, Y, t)	(r, y, T)	(r, y, t)
(R, y, T)	(Rr, Yy, TT)	(Rr, Yy, Tt)	(Rr, yy, TT)	(Rr, yy, Tt)
(R, y, t)	(Rr, Yy, Tt)	(Rr, Yy, tt)	(Rr, yy, Tt)	(Rr, yy, tt)
(r, y, T)	(rr, Yy, TT)	(rr, Yy, Tt)	(rr, yy, TT)	(rr, yy, Tt)
(r, y, t)	(rr, Yy, Tt)	(rr, Yy, tt)	(rr, yy, Tt)	(rr, yy, tt)

Total de descendientes: 16

c) Independencia entre semillas arrugadas y semillas verdes

Definimos eventos:

- A: Semillas arrugadas (rr)
- B: Semillas verdes (yy)

Cálculos:

$$P(A) = \frac{8}{16} = \frac{1}{2}$$
$$P(B) = \frac{8}{16} = \frac{1}{2}$$
$$P(A \cap B) = \frac{4}{16} = \frac{1}{4}$$
$$P(A) \times P(B) = \frac{1}{2} \times \frac{1}{2} = \frac{1}{4}$$

Como $P(A \cap B) = P(A) \times P(B)$, **los eventos son independientes**.

d) Independencia entre semillas arrugadas y tallos cortos

Definimos eventos:

- A: Semillas arrugadas (rr)
- C: Tallos cortos (tt)

Cálculos:

$$\begin{aligned} P(A) &= \frac{8}{16} = \frac{1}{2} \\ P(C) &= \frac{4}{16} = \frac{1}{4} \\ P(A \cap C) &= \frac{2}{16} = \frac{1}{8} \\ P(A) \times P(C) &= \frac{1}{2} \times \frac{1}{4} = \frac{1}{8} \end{aligned}$$

Como $P(A \cap C) = P(A) \times P(C)$, **los eventos son independientes**.

e) Independencia entre semillas redondas y tallos altos

Definimos eventos:

- D: Semillas redondas ($R\_$)
- E: Tallos altos ($T\_$)

Cálculos:

$$\begin{aligned} P(D) &= \frac{8}{16} = \frac{1}{2} \\ P(E) &= \frac{12}{16} = \frac{3}{4} \\ P(D \cap E) &= \frac{6}{16} = \frac{3}{8} \\ P(D) \times P(E) &= \frac{1}{2} \times \frac{3}{4} = \frac{3}{8} \end{aligned}$$

Como $P(D \cap E) = P(D) \times P(E)$, **los eventos son independientes**.

Ejercicio 9

Datos: $MM = 119$, $MN = 76$, $NN = 13$, $n = 208$.

a) Frecuencias genotípicas:

$$\Pr(MM) = \frac{119}{208} \approx 0{,}5721, \quad \Pr(MN) \approx 0{,}3654, \quad \Pr(NN) \approx 0{,}0625$$

b) Frecuencias alélicas:

$$\Pr(M) = \frac{2 \times 119 + 76}{416} \approx 0{,}7548, \quad \Pr(N) \approx 0{,}2452$$

Ejercicio 10

En el ejemplo mencionado, donde las frecuencias alélicas permanecen constantes entre generaciones, **las frecuencias genotípicas también permanecen constantes** una vez alcanzado el equilibrio de Hardy-Weinberg. Esto se debe a los principios fundamentales del equilibrio:

Explicación:

1. **Equilibrio de Hardy-Weinberg**:
   - Cuando una población cumple con las condiciones de Hardy-Weinberg (tamaño poblacional grande, apareamiento aleatorio, sin mutaciones, migración o selección natural), las frecuencias genotípicas se estabilizan en una generación y permanecen constantes en generaciones posteriores.
   - Las frecuencias genotípicas siguen la distribución binomial:

   $$\begin{aligned} p^2 &\quad \text{(homocigotos dominantes, AA)}, \\ 2pq &\quad \text{(heterocigotos, Aa)}, \\ q^2 &\quad \text{(homocigotos recesivos, aa)}, \end{aligned}$$

   donde p y q son las frecuencias alélicas ($p + q = 1$).

2. **Comparación entre generaciones**:
   - **Tabla 4** (Generación parental):
     - Muestra frecuencias genotípicas iniciales (que pueden no estar en equilibrio).
   - **Tabla 7** (Generación filial):
     - Si las frecuencias alélicas no cambiaron (p y q constantes), y el apareamiento es aleatorio, las frecuencias genotípicas en la generación filial habrán alcanzado p^2, $2pq$, y q^2, manteniéndose estables en todas las generaciones futuras.

Ejercicio 11: Frecuencias alélicas y genotípicas para albinismo

Enunciado: En una población, la frecuencia de albinismo es 0.000016. Determine: a) Frecuencias alélicas del locus responsable. b) Frecuencias del genotipo homocigoto dominante (AA) y heterocigoto (Aa) si la población está en equilibrio de Hardy-Weinberg.

Solución: El albinismo es un trastorno recesivo, por lo que:

- Genotipo albino: aa (homocigoto recesivo).
- Frecuencia de aa: $q^2 = 0{,}000016$.

Paso 1: Calcular la frecuencia del alelo recesivo (a)

$$q = \sqrt{q^2} = \sqrt{0{,}000016} = 0{,}004$$

Paso 2: Calcular la frecuencia del alelo dominante (A)

$$p + q = 1 \implies p = 1 - q = 1 - 0{,}004 = 0{,}996$$

Paso 3: Calcular frecuencias genotípicas en equilibrio

- **Homocigoto dominante (AA):**

$$p^2 = (0{,}996)^2 = 0{,}992016$$

- **Heterocigoto (Aa):**

$$2pq = 2 \times 0{,}996 \times 0{,}004 = 0{,}007968$$

- **Homocigoto recesivo (aa):**

$$q^2 = (0{,}004)^2 = 0{,}000016 \quad \text{(confirmación)}$$

Respuesta:

- Frecuencia alelo A: $p = 0{,}996$
- Frecuencia alelo a: $q = 0{,}004$
- Frecuencia AA: 0,992016
- Frecuencia Aa: 0,007968

Ejercicio 12: Verificación de equilibrio genotípico

Enunciado: ¿Cuáles de estas poblaciones están en equilibrio genotípico? a) $AA : 0{,}16$, $Aa : 0{,}48$, $aa : 0{,}36$ b) $AA : 0{,}50$, $Aa : 0{,}25$, $aa : 0{,}25$ c) Todo Aa ($AA : 0$, $Aa : 1$, $aa : 0$) d) Todo aa ($AA : 0$, $Aa : 0$, $aa : 1$)

Solución: Para estar en equilibrio, las frecuencias genotípicas deben cumplir:

- $f(AA) = p^2$
- $f(Aa) = 2pq$
- $f(aa) = q^2$

donde $p = f(A)$ y $q = f(a)$ (con $p + q = 1$).

Caso a) $AA : 0{,}16$, $Aa : 0{,}48$, $aa : 0{,}36$

1. **Calcular p y q:**

$$p = f(AA) + \frac{1}{2}f(Aa) = 0{,}16 + \frac{1}{2}(0{,}48) = 0{,}16 + 0{,}24 = 0{,}40$$

$$q = f(aa) + \frac{1}{2}f(Aa) = 0{,}36 + \frac{1}{2}(0{,}48) = 0{,}36 + 0{,}24 = 0{,}60$$

2. **Frecuencias esperadas:**

$$f(AA)_{\text{esp}} = p^2 = (0{,}40)^2 = 0{,}16$$
$$f(Aa)_{\text{esp}} = 2pq = 2 \times 0{,}40 \times 0{,}60 = 0{,}48$$
$$f(aa)_{\text{esp}} = q^2 = (0{,}60)^2 = 0{,}36$$

3. **Conclusión:** Observadas $(0{,}16, 0{,}48, 0{,}36)$ = Esperadas $(0{,}16, 0{,}48, 0{,}36)$ $\rightarrow$ **Sí está en equilibrio**.

Caso b) $AA : 0{,}50$, $Aa : 0{,}25$, $aa : 0{,}25$

1. **Calcular p y q:**

$$p = 0{,}50 + \frac{1}{2}(0{,}25) = 0{,}50 + 0{,}125 = 0{,}625$$

$$q = 0{,}25 + \frac{1}{2}(0{,}25) = 0{,}25 + 0{,}125 = 0{,}375$$

2. **Frecuencias esperadas:**

$$f(AA)_{\text{esp}} = (0{,}625)^2 = 0{,}390625$$
$$f(Aa)_{\text{esp}} = 2 \times 0{,}625 \times 0{,}375 = 0{,}46875$$
$$f(aa)_{\text{esp}} = (0{,}375)^2 = 0{,}140625$$

3. **Conclusión:** Observadas $(0{,}50, 0{,}25, 0{,}25) \neq$ Esperadas $(0{,}390625, 0{,}46875, 0{,}140625)$ $\rightarrow$ **No está en equilibrio**.

Caso c) Todo Aa ($AA : 0$, $Aa : 1$, $aa : 0$)

1. **Calcular p y q:**

$$p = 0 + \frac{1}{2}(1) = 0{,}5, \quad q = 0 + \frac{1}{2}(1) = 0{,}5$$

2. **Frecuencias esperadas:**

$$f(AA)_{\text{esp}} = (0{,}5)^2 = 0{,}25, \quad f(Aa)_{\text{esp}} = 2{\times}0{,}5{\times}0{,}5 = 0{,}5, \quad f(aa)_{\text{esp}} = (0{,}5)^2 = 0{,}25$$

3. **Conclusión:** Observadas $(0, 1, 0) \neq$ Esperadas $(0{,}25, 0{,}5, 0{,}25)$ $\rightarrow$ **No está en equilibrio**.

Caso d) Todo aa ($AA : 0$, $Aa : 0$, $aa : 1$)

1. **Calcular p y q:**

$$p = 0 + \frac{1}{2}(0) = 0, \quad q = 1 + \frac{1}{2}(0) = 1$$

2. **Frecuencias esperadas:**

$$f(AA)_{\text{esp}} = 0^2 = 0, \quad f(Aa)_{\text{esp}} = 2 \times 0 \times 1 = 0, \quad f(aa)_{\text{esp}} = 1^2 = 1$$

3. **Conclusión:** Observadas $(0, 0, 1)$ = Esperadas $(0, 0, 1)$ $\rightarrow$ **Sí está en equilibrio**.

Respuesta final: Están en equilibrio: **a) y d)**.

Ejercicio 13: Frecuencia de capacidad para enrollar la lengua

Enunciado: La incapacidad de enrollar la lengua se debe a un alelo recesivo (t). Si la frecuencia de t es $q = 0{,}6$ y la población está en equilibrio, calcule las frecuencias de quienes pueden y no pueden enrollar la lengua.

Solución:

- Alelo dominante T (puede enrollar la lengua).
- Alelo recesivo t (no puede enrollar).
- $q = f(t) = 0{,}6$
- $p = f(T) = 1 - q = 1 - 0{,}6 = 0{,}4$

Paso 1: Frecuencia de quienes no pueden enrollar (genotipo tt)

$$f(tt) = q^2 = (0{,}6)^2 = 0{,}36$$

Paso 2: Frecuencia de quienes pueden enrollar (genotipos TT o Tt)

$$f(\text{pueden}) = f(TT) + f(Tt) = p^2 + 2pq = (0{,}4)^2 + 2 \times 0{,}4 \times 0{,}6 = 0{,}16 + 0{,}48 = 0{,}64$$

Alternativamente: $1 - f(tt) = 1 - 0{,}36 = 0{,}64$.

Respuesta:

- No pueden enrollar la lengua: **36 %** ($f(tt) = 0{,}36$).
- Pueden enrollar la lengua: **64 %** ($f(TT) + f(Tt) = 0{,}64$).

Ejercicio 14

Problema: Suponga que una población particular está en equilibrio con respecto a sus genotipos y que la frecuencia relativa del genotipo AA es x, Aa es 1-2x y aa es x. Encuentre todos los posibles valores de x. ¿Cuáles son las frecuencias relativas correspondientes de A y a?

Solución: Dado que la población está en equilibrio de Hardy-Weinberg, las frecuencias genotípicas se pueden expresar en términos de las frecuencias alélicas p (para A) y q (para a) como:

- Frecuencia de AA $= p^2$
- Frecuencia de Aa $= 2pq$
- Frecuencia de aa $= q^2$

Del problema, se nos dan las siguientes frecuencias genotípicas:

- Frecuencia de AA $= x$
- Frecuencia de Aa $= 1 - 2x$
- Frecuencia de aa $= x$

Por lo tanto, podemos establecer las siguientes igualdades:

1. $p^2 = x$
2. $2pq = 1 - 2x$
3. $q^2 = x$

De (1) y (3), tenemos $p^2 = x$ y $q^2 = x$. Esto implica que $p = \sqrt{x}$ y $q = \sqrt{x}$ (ya que las frecuencias deben ser positivas).

También sabemos que la suma de las frecuencias alélicas es 1: $p + q = 1$

Sustituyendo $p = \sqrt{x}$ y $q = \sqrt{x}$ en la ecuación $p + q = 1$: $2\sqrt{x} = 1 \implies \sqrt{x} = \frac{1}{2}$

Para encontrar x, elevamos al cuadrado ambos lados: $x = \left(\frac{1}{2}\right)^2 = \frac{1}{4}$

Ahora, verificamos este valor de x con la segunda ecuación, $2pq = 1 - 2x$: Sustituimos $x = \frac{1}{4}$: $2pq = 1 - 2\left(\frac{1}{4}\right) = 1 - \frac{1}{2} = \frac{1}{2}$

Ahora, sustituimos los valores de p y q (que son $\sqrt{x} = \sqrt{1/4} = 1/2$): $2\left(\frac{1}{2}\right)\left(\frac{1}{2}\right) = 2\left(\frac{1}{4}\right) = \frac{1}{2}$

La igualdad se cumple, lo que confirma que $x = \frac{1}{4}$ es el valor posible.

Todos los posibles valores de x: El único valor posible para x es $\frac{1}{4}$.

Frecuencias relativas correspondientes de A y a: Para $x = \frac{1}{4}$: Frecuencia de A $(p) = \sqrt{x} = \sqrt{\frac{1}{4}} = \frac{1}{2}$ Frecuencia de a $(q) = \sqrt{x} = \sqrt{\frac{1}{4}} = \frac{1}{2}$

Resumen:

- El único valor posible para x es $\frac{1}{4}$.
- Las frecuencias alélicas correspondientes son: Frecuencia de A (p) = 0.5 y Frecuencia de a (q) = 0.5.

Ejercicio 15: Frecuencias de grupos sanguíneos M-N en varias poblaciones

Problema: La Tabla 12 muestra la variación de los grupos sanguíneos M-N en una variedad de poblaciones. Rellene las columnas de frecuencias alélicas utilizando las frecuencias genotípicas dadas. A partir de estas frecuencias alélicas, determine si los genotipos de las poblaciones están en equilibrio de Hardy-Weinberg.

Tabla 12 (con resultados):

Cuadro 1: Genotypic frequencies of M-N blood types for various human populations

Population	**Genotype**			**Allele**		**Is in H-W Eq.?**
	MM	**MN**	**NN**	**M (p)**	**N (q)**	
Eskimo	.835	.156	.009	0.913	0.087	Sí
Australian Aborigine	.024	.304	.672	0.176	0.824	No
Egyptian	.278	.489	.233	0.523	0.477	Sí
German	.297	.507	.196	0.551	0.449	Sí
Chinese	.332	.486	.182	0.575	0.425	Sí
Nigerian	.301	.495	.204	0.549	0.451	Sí

Solución: Los cálculos se basan en las siguientes fórmulas:

- Frecuencia del alelo M (p) = Frecuencia de MM + $\frac{1}{2}\times$ Frecuencia de MN.
- Frecuencia del alelo N (q) = Frecuencia de NN + $\frac{1}{2}\times$ Frecuencia de MN.
- Para verificar el equilibrio de Hardy-Weinberg, comparamos las frecuencias genotípicas observadas con las esperadas: MM esperado = p^2, MN esperado = $2pq$, NN esperado = q^2.

1. Eskimo:

- Frecuencias genotípicas dadas: MM = .835, MN = .156, NN = .009
- Frecuencias alélicas:
  - $p(\text{M}) = 0{,}835 + \frac{1}{2}(0{,}156) = 0{,}835 + 0{,}078 = 0{,}913$
  - $q(\text{N}) = 0{,}009 + \frac{1}{2}(0{,}156) = 0{,}009 + 0{,}078 = 0{,}087$
- Frecuencias genotípicas esperadas:

- MM esperado = $(0{,}913)^2 \approx 0{,}834$
- MN esperado = $2(0{,}913)(0{,}087) \approx 0{,}159$
- NN esperado = $(0{,}087)^2 \approx 0{,}008$

- Comparación: Las frecuencias esperadas son muy cercanas a las observadas (0.835 vs 0.834, 0.156 vs 0.159, 0.009 vs 0.008).
- Conclusión: Está en equilibrio de Hardy-Weinberg.

2. Australian Aborigine:

- Frecuencias genotípicas dadas: MM = .024, MN = .304, NN = .672
- Frecuencias alélicas:
  - $p(\text{M}) = 0{,}024 + \frac{1}{2}(0{,}304) = 0{,}024 + 0{,}152 = 0{,}176$
  - $q(\text{N}) = 0{,}672 + \frac{1}{2}(0{,}304) = 0{,}672 + 0{,}152 = 0{,}824$
- Frecuencias genotípicas esperadas:
  - MM esperado = $(0{,}176)^2 \approx 0{,}031$
  - MN esperado = $2(0{,}176)(0{,}824) \approx 0{,}290$
  - NN esperado = $(0{,}824)^2 \approx 0{,}679$
- Comparación: Hay diferencias notables entre las frecuencias observadas y las esperadas (0.024 vs 0.031 para MM, 0.304 vs 0.290 para MN).
- Conclusión: No está en equilibrio de Hardy-Weinberg.

3. Egyptian:

- Frecuencias genotípicas dadas: MM = .278, MN = .489, NN = .233
- Frecuencias alélicas:
  - $p(\text{M}) = 0{,}278 + \frac{1}{2}(0{,}489) = 0{,}278 + 0{,}2445 = 0{,}5225 \approx 0{,}523$
  - $q(\text{N}) = 0{,}233 + \frac{1}{2}(0{,}489) = 0{,}233 + 0{,}2445 = 0{,}4775 \approx 0{,}477$
- Frecuencias genotípicas esperadas:
  - MM esperado = $(0{,}5225)^2 \approx 0{,}273$
  - MN esperado = $2(0{,}5225)(0{,}4775) \approx 0{,}499$
  - NN esperado = $(0{,}4775)^2 \approx 0{,}228$
- Comparación: Las frecuencias esperadas son bastante cercanas a las observadas (0.278 vs 0.273, 0.489 vs 0.499, 0.233 vs 0.228).
- Conclusión: Está en equilibrio de Hardy-Weinberg.

4. German:

- Frecuencias genotípicas dadas: MM = .297, MN = .507, NN = .196
- Frecuencias alélicas:
  - $p(\mathrm{M}) = 0{,}297 + \frac{1}{2}(0{,}507) = 0{,}297 + 0{,}2535 = 0{,}5505 \approx 0{,}551$
  - $q(\mathrm{N}) = 0{,}196 + \frac{1}{2}(0{,}507) = 0{,}196 + 0{,}2535 = 0{,}4495 \approx 0{,}449$
- Frecuencias genotípicas esperadas:
  - MM esperado $= (0{,}5505)^2 \approx 0{,}303$
  - MN esperado $= 2(0{,}5505)(0{,}4495) \approx 0{,}495$
  - NN esperado $= (0{,}4495)^2 \approx 0{,}202$
- Comparación: Las frecuencias esperadas son bastante cercanas a las observadas (0.297 vs 0.303, 0.507 vs 0.495, 0.196 vs 0.202).
- Conclusión: Está en equilibrio de Hardy-Weinberg.

5. Chinese:

- Frecuencias genotípicas dadas: MM = .332, MN = .486, NN = .182
- Frecuencias alélicas:
  - $p(\mathrm{M}) = 0{,}332 + \frac{1}{2}(0{,}486) = 0{,}332 + 0{,}243 = 0{,}575$
  - $q(\mathrm{N}) = 0{,}182 + \frac{1}{2}(0{,}486) = 0{,}182 + 0{,}243 = 0{,}425$
- Frecuencias genotípicas esperadas:
  - MM esperado $= (0{,}575)^2 \approx 0{,}331$
  - MN esperado $= 2(0{,}575)(0{,}425) \approx 0{,}489$
  - NN esperado $= (0{,}425)^2 \approx 0{,}181$
- Comparación: Las frecuencias esperadas son muy cercanas a las observadas (0.332 vs 0.331, 0.486 vs 0.489, 0.182 vs 0.181).
- Conclusión: Está en equilibrio de Hardy-Weinberg.

6. Nigerian:

- Frecuencias genotípicas dadas: MM = .301, MN = .495, NN = .204
- Frecuencias alélicas:
  - $p(\mathrm{M}) = 0{,}301 + \frac{1}{2}(0{,}495) = 0{,}301 + 0{,}2475 = 0{,}5485 \approx 0{,}549$
  - $q(\mathrm{N}) = 0{,}204 + \frac{1}{2}(0{,}495) = 0{,}204 + 0{,}2475 = 0{,}4515 \approx 0{,}451$
- Frecuencias genotípicas esperadas:

- MM esperado $= (0{,}5485)^2 \approx 0{,}301$
- MN esperado $= 2(0{,}5485)(0{,}4515) \approx 0{,}495$
- NN esperado $= (0{,}4515)^2 \approx 0{,}204$

- Comparación: Las frecuencias esperadas son idénticas a las observadas (0.301 vs 0.301, 0.495 vs 0.495, 0.204 vs 0.204).
- Conclusión: Está en equilibrio de Hardy-Weinberg.

Ejercicio 16: Frecuencias de caracoles *Cepaea nemoralis*

Problema: La concha del caracol terrestre *Cepaea nemoralis* puede ser rosa o amarilla, dependiendo de dos alelos en un solo locus. Rosa (P) es dominante; amarillo (p) es recesivo. Suponiendo que las poblaciones de caracoles en la Tabla 13 están en equilibrio, encuentre la frecuencia de los alelos P y p. ¿Qué proporción de cada población se esperaría que fuera heterocigota?

Tabla 13:

Cuadro 2: The frequencies of *Cepaea nemoralis* with different color shells in three French populations.

Population	**Pink**	**Yellow**
Guyancourt	.520	.480
Lonchez	.659	.341
Peyresourde	.162	.837

Solución: Dado que la población está en equilibrio de Hardy-Weinberg y el color amarillo es recesivo (genotipo pp), la frecuencia del fenotipo amarillo es igual a la frecuencia del genotipo q^2. La frecuencia del alelo recesivo q se calcula como la raíz cuadrada de la frecuencia del fenotipo amarillo. La frecuencia del alelo dominante p se calcula como $1 - q$. La proporción de heterocigotos se calcula como $2pq$.

1. Guyancourt:

- Fenotipos dados: Rosa = .520, Amarillo = .480
- Frecuencia del alelo recesivo (p):
  - Frecuencia de amarillo (pp) $= q^2 = 0{,}480$
  - $q = \sqrt{0{,}480} \approx 0{,}6928$
- Frecuencia del alelo dominante (P):
  - $p = 1 - q = 1 - 0{,}6928 = 0{,}3072$

- Proporción de heterocigotos (Pp) esperada:
  - $2pq = 2 \times 0{,}3072 \times 0{,}6928 \approx 0{,}4260$
- Resumen: Frecuencia P = 0.3072, Frecuencia p = 0.6928, Proporción heterocigotos = 0.4260.

2. Lonchez:

- Fenotipos dados: Rosa = .659, Amarillo = .341
- Frecuencia del alelo recesivo (p):
  - Frecuencia de amarillo (pp) = $q^2 = 0{,}341$
  - $q = \sqrt{0{,}341} \approx 0{,}5840$
- Frecuencia del alelo dominante (P):
  - $p = 1 - q = 1 - 0{,}5840 = 0{,}4160$
- Proporción de heterocigotos (Pp) esperada:
  - $2pq = 2 \times 0{,}4160 \times 0{,}5840 \approx 0{,}4859$
- Resumen: Frecuencia P = 0.4160, Frecuencia p = 0.5840, Proporción heterocigotos = 0.4859.

3. Peyresourde:

- Fenotipos dados: Rosa = .162, Amarillo = .837
- Frecuencia del alelo recesivo (p):
  - Frecuencia de amarillo (pp) = $q^2 = 0{,}837$
  - $q = \sqrt{0{,}837} \approx 0{,}9149$
- Frecuencia del alelo dominante (P):
  - $p = 1 - q = 1 - 0{,}9149 = 0{,}0851$
- Proporción de heterocigotos (Pp) esperada:
  - $2pq = 2 \times 0{,}0851 \times 0{,}9149 \approx 0{,}1557$
- Resumen: Frecuencia P = 0.0851, Frecuencia p = 0.9149, Proporción heterocigotos = 0.1557.

Ejercicio 17: Fibrosis Quística

Problema: La fibrosis quística es una enfermedad grave causada por la homocigosidad de un alelo recesivo. La frecuencia con la que los recién nacidos exhiben esta enfermedad es de aproximadamente cuatro por cada diez mil. Sea c el alelo recesivo anormal y C el alelo dominante normal. Determine las frecuencias alélicas de c y C, y luego determine las frecuencias de los genotipos CC y Cc si la población está en equilibrio. ¿Es la suposición de apareamiento aleatorio razonable en este caso? ¿Por qué sí o por qué no?

Solución:

La fibrosis quística es una condición homocigota recesiva (cc). Se nos da que la frecuencia de la enfermedad (cc) es de 4 en 10 000 nacimientos, es decir:

$$q^2 = 0{,}0004 \Rightarrow q = \sqrt{0{,}0004} = 0{,}02$$

Entonces, la frecuencia del alelo c es $q = 0{,}02$. La frecuencia del alelo C es:

$$p = 1 - q = 1 - 0{,}02 = 0{,}98$$

Asumiendo equilibrio de Hardy-Weinberg:

- Frecuencia del genotipo CC:

$$p^2 = (0{,}98)^2 = 0{,}9604$$

- Frecuencia del genotipo Cc:

$$2pq = 2 \cdot 0{,}98 \cdot 0{,}02 = 0{,}0392$$

- Frecuencia del genotipo cc:

$$q^2 = 0{,}0004$$

Resumen de frecuencias:

- Alelo c (q): 0.02
- Alelo C (p): 0.98
- Genotipo CC: 0.9604
- Genotipo Cc: 0.0392
- Genotipo cc: 0.0004

¿Es razonable asumir apareamiento aleatorio?

La suposición de apareamiento aleatorio (panmixia) implica que todos los individuos tienen igual probabilidad de reproducirse entre sí, independientemente de su genotipo.

Sin embargo, las personas con fibrosis quística (genotipo cc) pueden tener una capacidad reproductiva reducida o incluso no reproducirse por razones médicas o personales. Esto implica que los individuos cc contribuyen menos al fondo génico de la población. Por lo tanto, **la suposición de apareamiento aleatorio no es razonable en este caso**, ya que existe selección contra el genotipo recesivo homocigoto (cc), lo que rompe el equilibrio de Hardy-Weinberg.

Ejercicio 18: Frecuencias alélicas de grupos sanguíneos A, B y O en la población Navajo

Problema: Usando los datos de la Tabla 17 y asumiendo equilibrio genético, determine las frecuencias alélicas de A, B y o en la población Navajo.

Datos de la Tabla 17:

Población	A	B	AB	O
Navajo	0.225	0.000	0.000	0.775

Solución:

Para el sistema ABO, los alelos posibles son A (p), B (q), y o (r). Las frecuencias fenotípicas en equilibrio son:

- Grupo O: r^2
- Grupo A: $p^2 + 2pr$
- Grupo B: $q^2 + 2qr$
- Grupo AB: $2pq$

1. Calcular r:

$$r^2 = 0{,}775 \Rightarrow r = \sqrt{0{,}775} \approx 0{,}88034$$

2. Calcular q: Como las frecuencias de B y AB son cero:

$$q = 0$$

3. Calcular p:

$$p = 1 - q - r = 1 - 0 - 0{,}88034 = 0{,}11966$$

Verificación:

$$p^2 + 2pr = (0{,}11966)^2 + 2(0{,}11966)(0{,}88034) \approx 0{,}0143 + 0{,}2107 = 0{,}225$$

Frecuencias alélicas:

- A (p): $\approx 0{,}11966$
- B (q): 0
- o (r): $\approx 0{,}88034$

Ejercicio 19: Frecuencias alélicas de grupos sanguíneos A, B y O en la población Esquimal

Problema:

a) Usar los datos de la Tabla 17 para encontrar las frecuencias de o, luego A, y finalmente B.

b) Repetir el cálculo, pero ahora hallar o, luego B, y finalmente A. ¿Los resultados coinciden?

c) Usar la frecuencia de AB ($2pq$) para calcular q y comparar con las estimaciones anteriores.

Datos de la Tabla 17:

Población	A	B	AB	O
Esquimal	0.538	0.035	0.014	0.411

a) Hallar r, luego p, luego q

- $r^2 = 0{,}411 \Rightarrow r \approx \sqrt{0{,}411} \approx 0{,}64094$
- Sustituimos en $p^2 + 2pr = 0{,}538$:

$$p^2 + 2(0{,}64094)p = 0{,}538 \Rightarrow p^2 + 1{,}28188p - 0{,}538 = 0$$
$$p = \frac{-1{,}28188 + \sqrt{1{,}28188^2 + 4 \cdot 0{,}538}}{2} \approx 0{,}33311$$

- $q = 1 - p - r = 1 - 0{,}33311 - 0{,}64094 = 0{,}02595$

Resultados (a):

- $r \approx 0{,}64094$
- $p \approx 0{,}33311$
- $q \approx 0{,}02595$

b) Hallar r, luego q, luego p

- $r \approx 0{,}64094$ (igual)
- Sustituimos en $q^2 + 2qr = 0{,}035$:

$$q^2 + 1{,}28188q - 0{,}035 = 0 \Rightarrow q \approx \frac{-1{,}28188 + \sqrt{1{,}7832}}{2} \approx 0{,}02674$$

- $p = 1 - q - r = 1 - 0{,}02674 - 0{,}64094 = 0{,}33232$

Resultados (b):

- $r \approx 0{,}64094$
- $q \approx 0{,}02674$
- $p \approx 0{,}33232$

¿Coinciden los resultados?

Sí, las diferencias son mínimas y atribuibles al redondeo. Las estimaciones son consistentes.

c) Usar $2pq = 0{,}014$ para estimar q

Dado $p \approx 0{,}33311$:

$$2pq = 0{,}014 \Rightarrow q = \frac{0{,}014}{2 \cdot 0{,}33311} \approx 0{,}02102$$

Comparación: Esta estimación de q aproximadamente 0.02102 , es ligeramente menor que las obtenidas en (a) y (b), pero sigue siendo consistente.

Ejercicio 20

Problema: No todos los patrones de herencia son simples. Sin embargo, el complejo de alelos que rige el factor sanguíneo Rh parece operar muy parecido a un solo par de alelos dominantes y recesivos. La genética detrás de la sangre Rh(+) y Rh(-) es compleja. Al menos ocho alelos diferentes pueden hacer que las proteínas sanguíneas Rh(+) estén presentes en un ser humano. La sangre Rh(-) se exhibe como una condición homocigota recesiva. Varias encuestas indican que aproximadamente el 14.5 % de la población general es Rh(-). Asuma que la población está en equilibrio de Hardy-Weinberg con respecto a este rasgo.

a) Determine las frecuencias alélicas del complejo alélico Rh(-) y del complejo Rh(+).

b) ¿Qué porcentaje de la población será homocigota dominante y qué porcentaje será heterocigota?

c) Responda las dos preguntas anteriores para los vascos, en los que aproximadamente el 43 % de la población tiene el tipo de sangre Rh(-).

Solución:

Sea p la frecuencia del alelo dominante Rh(+), y q la frecuencia del alelo recesivo Rh(-). La condición Rh(-) es homocigota recesiva, por lo tanto, su frecuencia en la población es q^2.

a) Para la población general (14.5 % Rh(-)):

$$q^2 = 0{,}145 \Rightarrow q = \sqrt{0{,}145} \approx 0{,}38079$$

$$p = 1 - q = 1 - 0{,}38079 = 0{,}61921$$

Frecuencias alélicas:

- Rh(-) (q) = 0.38079

- Rh(+) $(p) = 0.61921$

b) Genotipos en la población general:

- Homocigoto dominante (Rh(+), p^2): $0{,}61921^2 \approx 0{,}38342 \to 38.342\,\%$
- Heterocigoto (Rh(+), $2pq$): $2 \cdot 0{,}61921 \cdot 0{,}38079 \approx 0{,}47149 \to 47.149\,\%$
- Total Rh(+): $= 85.491\,\%$, consistente con $1 - q^2 = 0{,}855$

c) Para la población vasca (43 % Rh(-)):

$$q^2 = 0{,}43 \Rightarrow q = \sqrt{0{,}43} \approx 0{,}65574$$
$$p = 1 - q = 0{,}34426$$

Frecuencias alélicas:

- Rh(-) $(q) = 0.65574$
- Rh(+) $(p) = 0.34426$

Genotipos:

- Homocigoto dominante (Rh(+), p^2): $0{,}34426^2 \approx 0{,}11851 \to 11.851\,\%$
- Heterocigoto (Rh(+), $2pq$): $2 \cdot 0{,}34426 \cdot 0{,}65574 \approx 0{,}45179 \to 45.179\,\%$
- Total Rh(+): $= 57.03\,\%$, consistente con $1 - q^2 = 0{,}57$

Ejercicio 21: Alelo recesivo en población estéril

Problema: Suponga que la población homocigota recesiva (aa) para un cierto alelo a es estéril, pero los heterocigotos y homocigotos dominantes no lo son. Asuma que la frecuencia inicial de a es $q_0 = 0{,}05$.

a) ¿Cuál es la frecuencia q_{10} en 10 generaciones?

b) ¿Cuántas generaciones se necesitan para que la frecuencia de a se reduzca a la mitad?

Solución:

$$q_n = \frac{q_0}{1 + nq_0}$$

a) Para $n = 10$:

$$q_{10} = \frac{0{,}05}{1 + 10 \cdot 0{,}05} = \frac{0{,}05}{1{,}5} \approx 0{,}03333$$

b) Queremos $q_n = \frac{q_0}{2}$:

$$\frac{q_0}{2} = \frac{q_0}{1 + nq_0} \Rightarrow 1 + nq_0 = 2 \Rightarrow nq_0 = 1 \Rightarrow n = \frac{1}{q_0}$$

$$n = \frac{1}{0{,}05} = 20 \text{ generaciones}$$

Población	**AA**	**Aa**	**aa**	**A**	**a**
Antes de Reproducción	p^2	$2pq$	q^2	p	q
Después de Reproducción	0.25	0.50	0.25	0.5	0.5

Ejercicio 22: Reducción del alelo recesivo a la mitad

Problema:

a) Encuentre una fórmula para el número de generaciones n que deben pasar antes de que la frecuencia del alelo recesivo se reduzca a la mitad.

b) ¿Cuántos años tardaría en reducirse a la mitad la frecuencia del alelo c de la fibrosis quística, si una generación humana tarda 30 años?

Solución:

a) Usamos la fórmula:

$$q_n = \frac{q_0}{1 + nq_0}$$

Si $q_n = \frac{q_0}{2}$:

$$\frac{q_0}{2} = \frac{q_0}{1 + nq_0} \Rightarrow 1 + nq_0 = 2 \Rightarrow nq_0 = 1 \Rightarrow n = \frac{1}{q_0}$$

b) Dado $q_0 = 0{,}02$:

$$n = \frac{1}{0{,}02} = 50 \text{ generaciones}$$

$$50 \cdot 30 = 1500 \text{ años}$$

Ejercicio 23: Ventaja del heterocigoto extrema

Problema: Suponga que ni los homocigotos dominantes (AA) ni los recesivos (aa) pueden reproducirse. Solo los heterocigotos (Aa) se reproducen. Complete la Tabla 20 y determine si se alcanza un equilibrio.

Tabla 20:

¿Se alcanza un equilibrio? Sí. Como solo los heterocigotos se reproducen, se genera un pool de gametos con 50 % alelos A y 50 % alelos a, lo cual se mantiene constante generación tras generación.

Ejercicio 24: Hibridación (Caballos y Cebras)

Problema:

a) Suponga una manada mixta con 40 % caballos (CC) y 60 % cebras (ZZ). ¿Cuáles serán las frecuencias de caballos, cebroides y cebras en la primera generación filial (F1)?

b) Si los cebroides (CZ) son estériles, ¿qué proporción del pool reproductor de la segunda generación corresponde a caballos y cebras?

c) ¿Cuáles serán las frecuencias de caballos, cebroides y cebras en la segunda generación filial (F2)?

d) ¿Qué pasará con la composición de la manada en generaciones futuras?

Solución:

a) Primera generación (F1):

$$p = 0{,}40, \quad q = 0{,}60$$

- Caballos (CC): $p^2 = 0{,}16$
- Cebroides (CZ): $2pq = 0{,}48$
- Cebras (ZZ): $q^2 = 0{,}36$

b) Pool reproductor para F2:

Solo se reproducen CC (0.16) y ZZ (0.36). Total = 0.52

- Caballos: $0{,}16/0{,}52 \approx 0{,}3077$
- Cebras: $0{,}36/0{,}52 \approx 0{,}6923$

Cálculo de alelos:

$$\text{C: } 2 \cdot 0{,}16 = 0{,}32 \quad \text{Z: } 2 \cdot 0{,}36 = 0{,}72 \quad \text{Total: } 1{,}04$$

$$p_1 = \frac{0{,}32}{1{,}04} \approx 0{,}3077 \quad q_1 = \frac{0{,}72}{1{,}04} \approx 0{,}6923$$

c) Segunda generación (F2):

- Caballos (CC): $p_1^2 \approx 0{,}0947$
- Cebroides (CZ): $2p_1q_1 \approx 0{,}4266$
- Cebras (ZZ): $q_1^2 \approx 0{,}4793$

d) Comportamiento a largo plazo:

La proporción de caballos disminuirá, los cebroides serán cada vez menos comunes por su esterilidad, y las cebras terminarán dominando la manada.