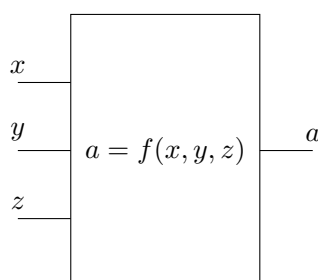


数字电路学习笔记（六）：组合逻辑电路

JoshCena

注：由于作者对硬件了解有限，本文不会强调各类逻辑门的硬件实现，而侧重于理论的设计。（也不排除在我搞懂半导体后回来填坑的可能；虽然即使是我毕业于半导体专业的物理老师，也只是推荐我一本《半导体物理》而已）

组合逻辑，就是之前讲过的黑箱逻辑。



如果一个电路的输入是 x, y, z ，输出是 a ，则某一时刻的 a 只由那一时刻的 x, y, z 的值决定。就像一个“直肠子”，信号随进随出，不会影响其后的输出。我们可以这样形式化地表示组合逻辑：

$$y = f(x_1, x_2, \dots, x_n)$$

其中 y 为输出， x_1, x_2, \dots, x_n 为输入。有时电路不止有一个输出，但我们可以把它简单地看成若干电路的拼接。组合逻辑设计的关键之处，就在于找出这个函数关系 f 。

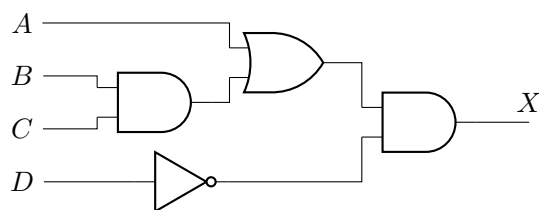
一、组合逻辑电路的设计

相信我，这是我最后一次用这个事例：

某档案室有三把钥匙，分别由主任与两个保管员保管。主任的钥匙可以直接开门，而两个保管员的钥匙则只有同时插入才能开门。档案室大门还有一个防盗装置，激活时无论什么钥匙都无法开门。

这是文字表述的任务要求；在第三节中，我们写出了逻辑式： $X = (A + BC) \cdot D'$ ，并在第五节中，介绍了许多得出逻辑式的方法。无论如何，我们已经有了一个逻辑式。

接下来，画出逻辑图：



就是这样——在实际生产中，只要有了这个图，设计实际的集成电路就简单了，只要把对应的符号换成门电路元件即可。

二、小技巧

一般的组合逻辑电路设计步骤：人狠话不多，先暴力列真值表，然后直接写出逻辑式，一顿操作化简后，用最简式画出电路图；但这样做，却往往会花费不少时间在化简上，还可能忽略了潜在的更优设计。本章将给出几种常见的小技巧。

利用无关项

无关项，指所对应的变量取值并不会出现在实际情况中的项。一般情况下，因为缺少定义，这些变量的值对应的输出无论是 0 还是 1，都是合法的。（想到了 C++ 中的 `i=i++`，无论编译器给出什么结果，都是符合规范的）

考虑一个小例子：设计一个四舍五入器。输入是二进制下的一位整数，输出 0（表示 0）或 1（表示 10）。比如： $(A, B, C, D) = (0, 1, 1, 1)$ ，则其对应整数 7，而 $\text{round}(7) = 10$ ，所以输出 $Y = 1$ 。列出真值表：

| A | B | C | D | X |
|-----|-----|-----|-----|-----|
| 0 | 0 | 0 | 0 | 0 |
| 0 | 0 | 0 | 1 | 0 |
| 0 | 0 | 1 | 0 | 0 |
| 0 | 0 | 1 | 1 | 0 |
| 0 | 1 | 0 | 0 | 0 |
| 0 | 1 | 0 | 1 | 1 |
| 0 | 1 | 1 | 0 | 1 |
| 0 | 1 | 1 | 1 | 1 |
| 1 | 0 | 0 | 0 | 1 |
| 1 | 0 | 0 | 1 | 1 |
| 1 | 0 | 1 | 0 | × |
| 1 | 0 | 1 | 1 | × |
| 1 | 1 | 0 | 0 | × |
| 1 | 1 | 0 | 1 | × |
| 1 | 1 | 1 | 0 | × |
| 1 | 1 | 1 | 1 | × |

注意到，从 $(A, B, C, D) = (1, 0, 1, 0)$ 到 $(A, B, C, D) = (1, 1, 1, 1)$ 的取值都是没有意义的，因为其对应的十进制数大于 9。我们从正常思路入手：

$$\begin{aligned} Y &= A'BC'D + A'BCD' + A'BCD + AB'C'D' + AB'C'D \\ &= A'BD + A'BC + AB'C' \end{aligned}$$

但是，应当知道这不一定是最简情况，因为我们没有利用那六种可以随意决定输出的取值。我们再次使用卡诺图：

| | | AB | | | |
|----|----|----|----|----|----|
| | | 00 | 01 | 11 | 10 |
| CD | 00 | | | × | ✓ |
| | 01 | | ✓ | × | ✓ |
| | 11 | | ✓ | × | × |
| | 10 | | ✓ | × | × |

其中 ✓ 是一定要圈到的地方（一定要使其为 1）；× 是可圈可不圈（其值无所谓），并使得圈最大，最少。一番思索后，画出三个圈：

| | | AB | | | |
|----|----|----|----|----|----|
| | | 00 | 01 | 11 | 10 |
| CD | 00 | | | × | ✓ |
| | 01 | | ✓ | × | ✓ |
| | 11 | | ✓ | × | × |
| | 10 | | ✓ | × | × |

此时的表达式，为 $Y = A + BC + BD$ 。这从形式上便觉得简洁不少。后面的逻辑图略去。

本来这一章准备了若干个技巧，但在漫长的拖延过程中忘记了。除此之外，应该还有一个“利用集成电路”，但发现各类集成电路仍未出场，所以留至下次。

本章极短，为了将接下来整章留给各类组合逻辑器件与集成电路。