Modelos de Computación (2020/21)
3º Doble Grado de Ingeniería Informática y (Matemáticas ó ADE)
20 de Enero de 2021

Normas para la realización del examen: **Duración: 2.5 horas**

- **Entregar las preguntas en el examen abierto en Prado.**
- **Las preguntas 1 y 2 se pueden entregar mediante una foto (jpg o pdf) de un folio en el que se haya resuelto.**
- **Las preguntas 3,4, 5 y 6 se responden en el espacio reservado en Prado.**

◁ Ejercicio 1 ▷ Problema [2.5 puntos]

Determinar cuales de los siguientes lenguajes sobre el alfabeto $\{0,1\}$ son regulares y/o independientes del contexto. Justificar las respuestas.

1. $L_1 = \{u0^n u^{-1}\,;\, u \in \{0,1\}^*,\, n \geq 0\}$
2. $L_2 = \{0^i 1^j \,:\, 1 \leq i \leq j \leq 2i\}$
3. $L_3 = LL'$ donde L es el conjunto de las palabras que contienen la subcadena '01' y L' el conjunto de palabras que contienen la subcadena '00'
4. $L_4 = \{0^i 1^j 0^i 1^j \,:\, i,j \geq 1\}$

◁ Ejercicio 2 ▷ Problema [2.5 puntos]

Construir un autómata con pila determinista que acepte el lenguaje L sobre el alfabeto $\{0,1\}$ dado por las palabras de longitud mayor o igual que 1 que:

- Si empiezan por 0, tienen más 0's que 1's
- Si empiezan por 1, tienen más 1's que 0's

A partir del autómata anterior construir un autómata con pila que acepte las palabras de L que, además tengan un número par de 0's. Se valorará que se haga con el procedimiento visto en clase para la intersección de un lenguaje regular y un lenguaje independiente del contexto.

◁ Ejercicio 3 ▷ Cuestión Teoría [1.25 puntos]

Comenta si existe alguna dificultad en realizar un algoritmo que lea como entrada un lenguaje cualquiera sobre el alfabeto $\{0,1\}$ y determine si el lenguaje es finito.

◁ Ejercicio 4 ▷ Cuestión Teoría [1.25 puntos]

Cuando se construye una gramática lineal por la derecha a partir de un autómata finito determinista, ¿puede ser ambigua dicha gramática? Justifica la respuesta. ¿Puede ser un lenguaje regular inherentemente ambiguo?

◁ Ejercicio 5 ▷ Cuestión Teoría [1.25 puntos]

Sea G una gramática independiente del contexto cualquiera, si construimos un grafo en el que los nodos son las variables y existe un enlace de la variable A a la variable B si existe una produccíçon $A \to \alpha B \beta$, donde $\alpha, \beta \in (V \cup T)^*$ y dicho grafo tiene un ciclo, ¿qúe conclusión importante podemos extraer sobre el lenguaje generado por la gramática?

◁ Ejercicio 6 ▷ Cuestión Teoría [1.25 puntos]

¿Puede tener un autómata finito determinista transiciones nulas? ¿puede tener un autómata con pila determinista transiciones nulas? En ambos casos, si la respuesta fuese afirmativa di bajo qué condiciones pueden existir esas transiciones nulas.

1. $L_1 = \{u0^n u^{-1} ; u \in \{0,1\}^*, n \geq 0\}$
2. $L_2 = \{0^i 1^j : 1 \leq i \leq j \leq 2i\}$
3. $L_3 = LL'$ donde L es el conjunto de las palabras que contienen la subcadena '01' y L' el conjunto de palabras que contienen la subcadena '00'
4. $L_4 = \{0^i 1^j 0^i 1^j : i, j \geq 1\}$

1. $1^n 0^n 1^n = z \quad |z| \geq n \quad u = 1^k \quad v = 1^\ell \quad w = 1^{n-k-\ell} 0^n 1^n$

$k + \ell \leq n \quad \ell \geq 1$

Para $i = 2 \Rightarrow uv^2w = 1^{n+\ell} 0^n 1^n \notin \mathcal{L}$

2. $z = 0^n 1^n \quad u = 0^k \quad v = 0^\ell \quad w = 0^{n-k-\ell} 1^n$

$|uv| \leq n \quad |v| \geq 1$

Para $i = 2 \Rightarrow uv^2w = 0^{n+\ell} 1^n \notin \mathcal{L}$ pues $n < n + \ell$

3. $\left.\begin{array}{l} \text{E.R. de } \mathcal{L}: (0+1)^*01(0+1)^* \\ \text{E.R de } \mathcal{L}': (0+1)^*00(0+1)^* \end{array}\right\}$ Concatenamos las E.R:

$(0+1)^*01(0+1)^*00(0+1)^*$

4. $z = 0^n 1^n 0^n 1^n \quad u = 0^\ell \quad v = 0^k \quad w = 0^{n-k-\ell} 1^n 0^n 1^n$

$|uv| \leq n \quad |v| \geq 1$

$uv^2w = 0^{n+\ell} 1^n 0^n 1^n \notin \mathcal{L}$

Construir un autómata con pila determinista que acepte el lenguaje L sobre el alfabeto $\{0, 1\}$ dado por las palabras de longitud mayor o igual que 1 que:

- Si empiezan por 0, tienen más 0's que 1's
- Si empiezan por 1, tienen más 1's que 0's

A partir del autómata anterior construir un autómata con pila que acepte las palabras de L que, además tengan un número par de 0's. Se valorará que se haga con el procedimiento visto en clase para la intersección de un lenguaje regular y un lenguaje independiente del contexto.

$\delta(q_1,0,R) = (q_2,R)$
$\delta(q_2,\varepsilon,R) = (q_4,R)$
$\delta(q_2,1,X) = (q_2,XX)$
$\delta(q_2,0,X) = (q_2,\varepsilon)$
$\delta(q_4,1,R) = (q_2,XR)$
$\delta(q_4,0,R) = (q_2,R)$

$\delta(q_1,1,R) = (q_3,R)$
$\delta(q_3,\varepsilon,R) = (q_5,R)$
$\delta(q_3,0,X) = (q_3,XX)$
$\delta(q_3,1,X) = (q_3,\varepsilon)$
$\delta(q_5,0,R) = (q_3,XR)$
$\delta(q_5,1,R) = (q_3,R)$

$q_4, q_5 \in F$

Palabras con número par de ceros:

$\delta'(r_1,1) = r_1$
$\delta'(r_1,0) = r_2$

$\delta'(r_2,0) = r_1$
$\delta'(r_2,1) = r_2$

$r_1 = F'$

El nuevo autómata con pila será:

$q_0'' = (q_1, r_1)$
$Q'' = Q \times Q' = \{(q_i, r_j)\}$ $i \in \{1,\dots,5\}$ $j \in \{1,2\}$

Y por último aplicar:

$\delta''((p,q),a,X) = \{((r,s),\alpha) / s = \delta'(q,a), (r,\alpha) \in \delta(p,a,X)\}$
$\delta''((p,q),\varepsilon,X) = \{((r,q),\alpha) / (r,\alpha) \in \delta(p,\varepsilon,X)\}$

No lo hago porque es muy largo.