Álgebra II. Extraordinario

Nombre: José Alberto Hoces Castro

Ejercicio 1- Da la descomposición en ciclos disjuntos y en transposiciones de la permutación $\sigma = (1234)(235)(12)$. Calcula su orden.

no abeliano

Ejercicio 2.- Sea G un grupo de orden 27. Razona que su centro $Z(G)$ es un grupo cíclico.

Ejercicio 3.- Prueba que todo grupo de orden 18 es un producto semidirecto.

Ejercicio 4.- Da las descomposiciones cíclica y cíclica primaria del grupo $\mathbb{Z}_{20} \oplus \mathbb{Z}_6$.

Ejercicio 5.- Sea G un grupo de orden 18. ¿Puedes asegurar que G tiene un elemento de orden 3? ¿y de orden 9? Razona las respuestas.

no abeliano

Ejercicio 6.- Sea G un grupo de orden 18 y $g \in G$ un elemento de orden 9. Razona que G es isomorfo a D_9.

Ejercicio 7.- ¿Es el drupo cociente $D_9/Z(D_9)$ un grupo abeliano?

Ejercicio 8.- Da un isomorfismo $S_3 \cong Aut(C_9)$. ó $C_6 \simeq Aut(C_9)$

Ejercicio .9- Considera los grupos $C_3 = \langle a; a^3 = 1\rangle$, $K = \langle b, c; b^2 = c^2 = (bc)^2 = 1\rangle$ y la acción de C_3 sobre K determinada por ${}^a b = bc$ y ${}^a c = b$. En el producto semidirecto $G = K \rtimes C_3$ calcula el producto $(b,a)^{-1}(bc,a^2)(c,a)^{-1}$.

Ejercicio 10.- Para el grupo $G = K \rtimes C_3$ del ejercicio anterior, calcula el conmutador $[G,G]$.