

# MODELOS DE COMPUTACIÓN

## RELACION DE PROBLEMAS 1 bis

Calcula, de forma razonada, gramáticas que generen cada uno de los siguientes lenguajes:

### ■ SENCILLOS

- a)  $\{u \in \{0, 1\}^* \text{ tales que } |u| \leq 4\}$
- b) Palabras con 0's y 1's que no contengan dos 1's consecutivos y que empiecen por un 1 y que terminen por dos 0's.
- c) El conjunto vacío.
- d) El lenguaje formado por los números naturales.
- e)  $\{a^n \in \{a, b\}^* \text{ con } n \geq 0\} \cup \{a^n b^n \in \{a, b\}^* \text{ con } n \geq 0\}$
- f)  $\{a^n b^{2n} c^m \{a, b, c\}^* \text{ con } n, m > 0\}$
- g)  $\{a^n b^m a^n \in \{a, b\}^* \text{ con } m, n \geq 0\}$
- h) Palabras con 0's y 1's que contengan la subcadena 00 y 11.
- i) Palíndromos formados con las letras  $a$  y  $b$ .

### ■ DIFICULTAD MEDIA

- a)  $\{uv \in \{0, 1\}^* \text{ tales que } u^{-1} \text{ es un prefijo de } v\}$
- b)  $\{ucv \in \{a, b, c\}^* \text{ tales que } u \text{ y } v \text{ tienen la misma longitud}\}$
- c)  $\{u1^n \in \{0, 1\}^* \text{ donde } |u| = n\}$ .
- d)  $\{a^n b^n a^{n+1} \in \{a, b\}^* \text{ con } n \geq 0\}$  (mirar transparencias de teoría)

### ■ DIFÍCILES

- a)  $\{a^n b^m c^k \text{ tales que } k = m + n\}$
- b) Palabras que son múltiplos de 7 en binario.

### ■ EXTREMADAMENTE DIFÍCILES (no son libres de contexto)

- a)  $\{ww \text{ con } w \in \{0, 1\}^*\}$
- b)  $\{a^{n^2} \in \{a\}^* \text{ con } n \geq 0\}$
- c)  $\{a^p \in \{a\}^* \text{ con } p \text{ primo}\}$
- d)  $\{a^n b^m \in \{a, b\}^* \text{ con } n \leq m^2\}$

# SENCILLOS

a)  $\{u \in \{0,1\}^* \text{ tales que } |u| \leq 4\}$

$$S \rightarrow xxxxx \quad x \rightarrow 0|1|\epsilon$$

b) Palabras con 0's y 1's que no contengan dos 1's consecutivos y que empiecen por un 1 y que terminen por dos 0's.

$$S \rightarrow 1x00$$

$$x \rightarrow \epsilon|0y$$

$$y \rightarrow 0y|1z|\epsilon$$

$$z \rightarrow 0y|\epsilon$$

c) El conjunto vacío.

$$S \rightarrow S$$

d) El lenguaje formado por los números naturales.

$$S \rightarrow AB$$

$$B \rightarrow 0|1|2|3|4|5|6|7|8|9$$

$$A \rightarrow AB|\epsilon$$

e)  $\{a^n \in \{a,b\}^* \text{ con } n \geq 0\} \cup \{a^n b^n \in \{a,b\}^* \text{ con } n \geq 0\}$

$$S \rightarrow A$$

$$S \rightarrow \epsilon|a S b$$

$$A \rightarrow \epsilon|Aa$$

$$S \rightarrow A|a x b|\epsilon$$

$$A \rightarrow \epsilon|Aa$$

$$x \rightarrow a x b|\epsilon$$

f)  $\{a^n b^{2n} c^m \{a,b,c\}^* \text{ con } n, m > 0\}$

$$S \rightarrow a x b b c C$$

$$x \rightarrow a x b b|\epsilon$$

$$C \rightarrow c C|\epsilon$$

g)  $\{a^n b^m a^n \in \{a,b\}^* \text{ con } m, n \geq 0\}$

$$S \rightarrow a S a|B$$

$$B \rightarrow b B|\epsilon$$

h) Palabras con 0's y 1's que contengan la subcadena 00 y 11.

$$S \rightarrow x00x11x \mid x11x00x$$

$$x \rightarrow 0x \mid 1x \mid \varepsilon$$

i) Palíndromos formados con las letras  $a$  y  $b$ .

$$S \rightarrow aSa \mid bSb \mid a \mid b \mid \varepsilon$$

## DIFICULTAD MEDIA

a)  $\{uv \in \{0,1\}^* \text{ tales que } u^{-1} \text{ es un prefijo de } v\}$  Este cayó en un examen

$$S \rightarrow AB$$

$$A \rightarrow 0A0 \mid 1A1 \mid \varepsilon$$

$$B \rightarrow 0B \mid 1B \mid \varepsilon$$

b)  $\{ucv \in \{a,b,c\}^* \text{ tales que } u \text{ y } v \text{ tienen la misma longitud}\}$

$$S \rightarrow xSx \mid c$$

$$x \rightarrow a \mid b \mid c$$

c)  $\{u1^n \in \{0,1\}^* \text{ donde } |u| = n\}$ .

$$S \rightarrow 0S1 \mid 1S1 \mid \varepsilon$$

d)  $\{a^n b^n a^{n+1} \in \{a,b\}^* \text{ con } n \geq 0\}$  (mirar transparencias de teoría)

$$S \rightarrow Aa$$

$$A \rightarrow aACb \mid \varepsilon$$

$$Cb \rightarrow bC$$

$$Ca \rightarrow aa$$

## DIFÍCILES

a)  $\{a^n b^m c^k \text{ tales que } k = m + n\}$

$$S \rightarrow ABE$$

$$A \rightarrow \varepsilon \mid aAC$$

$$B \rightarrow \varepsilon \mid bBc$$

$$cE \rightarrow c$$

$$CE \rightarrow c$$

$$Cb \rightarrow bC$$

$$Cc \rightarrow cc$$

b) Palabras que son múltiplos de 7 en binario.

