

Universidad de Granada. Ecuaciones Diferenciales I
19 de Enero de 2023. Convocatoria ordinaria.

NOMBRE: Shao Sic Hu Chen

1. Está nevando con regularidad. Una máquina quitanieves sale a las 12 del mediodía y recorre 2 kms en la 1ª hora y 1 km en la 2ª hora. se supone que la velocidad de la máquina es inversamente proporcional a la altura de nieve, que cae con intensidad constante. ¿A qué hora empezó a nevar?

2. Dada la ecuación lineal de segundo orden de coeficientes variables

$$x'' + p(t)x' + q(t)x = 0,$$

encuentre la relación que debe existir entre las funciones p y q para que un cambio en la variable independiente $t = h(\tau)$ transforme la ecuación en una de coeficientes constantes.

3. Se considera el problema de valores iniciales

$$y' = \frac{1}{1+t} - \frac{y}{1+t}, \quad y(0) = 2.$$

Calcule explícitamente la sucesión de iterantes de Picard asociada.

4. (Junio 1993) Dos péndulos, cada uno de masa m y longitud l , están suspendidos de la misma línea horizontal. El desplazamiento angular es $\varphi(t)$ y $\psi(t)$. Los péndulos están acoplados por un muelle con constante $k > 0$ y se supone que el movimiento se realiza en el mismo plano. Linealizando en $\varphi = \psi = 0$ se obtiene el sistema lineal

$$\varphi'' + \omega^2 \varphi = -c(\varphi - \psi)$$

$$\psi'' + \omega^2 \psi = c(\varphi - \psi)$$

donde $\frac{g}{l} = \omega^2$ y $\frac{k}{m} = c$. Se pide

1. Hallar la solución general del sistema (Sugerencia: efectuar el cambio de variables $\xi = \varphi + \psi$, $\eta = \varphi - \psi$)