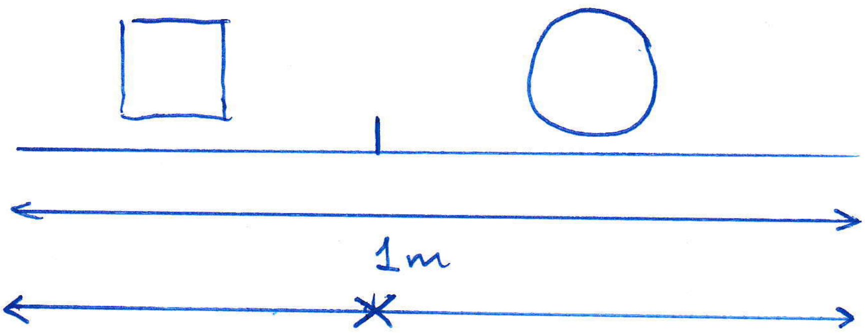
Ejercicio 10



- Utilizaremos x metros para la circunferencia:

$x = 2\pi r$ (perímetro de la circunferencia) $\Rightarrow \boxed{r = \frac{x}{2\pi}}$

- Utilizaremos 1-x metros para el cuadrado:

$\boxed{\frac{1-x}{4} = l}$, donde l es el lado del cuadrado

- Por tanto, el área total será: $A_T = \pi r^2 + l^2$, es decir;

$$\boxed{A(x) = \pi \cdot \left(\frac{x}{2\pi}\right)^2 + \left(\frac{1-x}{4}\right)^2}$$

- Esta será la función que tenemos que optimizar.

$$\boxed{A(x) = \frac{\cancel{\pi} x^2}{4\pi^{\cancel{2}}} + \frac{(1-x)^2}{16}}$$

$$A'(x) = \frac{1}{4\pi} \cdot 2x + \frac{-2(1-x)}{16} =$$

$$= \frac{8x - 2\pi + 2\pi x}{16\pi}$$

$$A'(x) = 0 \iff (8+2\pi)x = 2\pi \iff \boxed{x = \frac{\cancel{2}\pi}{\cancel{2}(4+\pi)}}$$

$$\boxed{A''(x) = \frac{8+2\pi}{16\pi} > 0 \quad \forall x \in \mathbb{R}} \implies x = \frac{\pi}{4+\pi} \text{ es mínimo}$$

(Como A está definida en un intervalo y solo tiene un mínimo relativo, dicho mínimo será absoluto)

Por tanto, para que la suma de las áreas sea mínima utilizaremos $\frac{\pi}{4+\pi}$ m para la circunferencia y

$1 - \frac{\pi}{4+\pi} = \frac{4}{4+\pi}$ m para el cuadrado