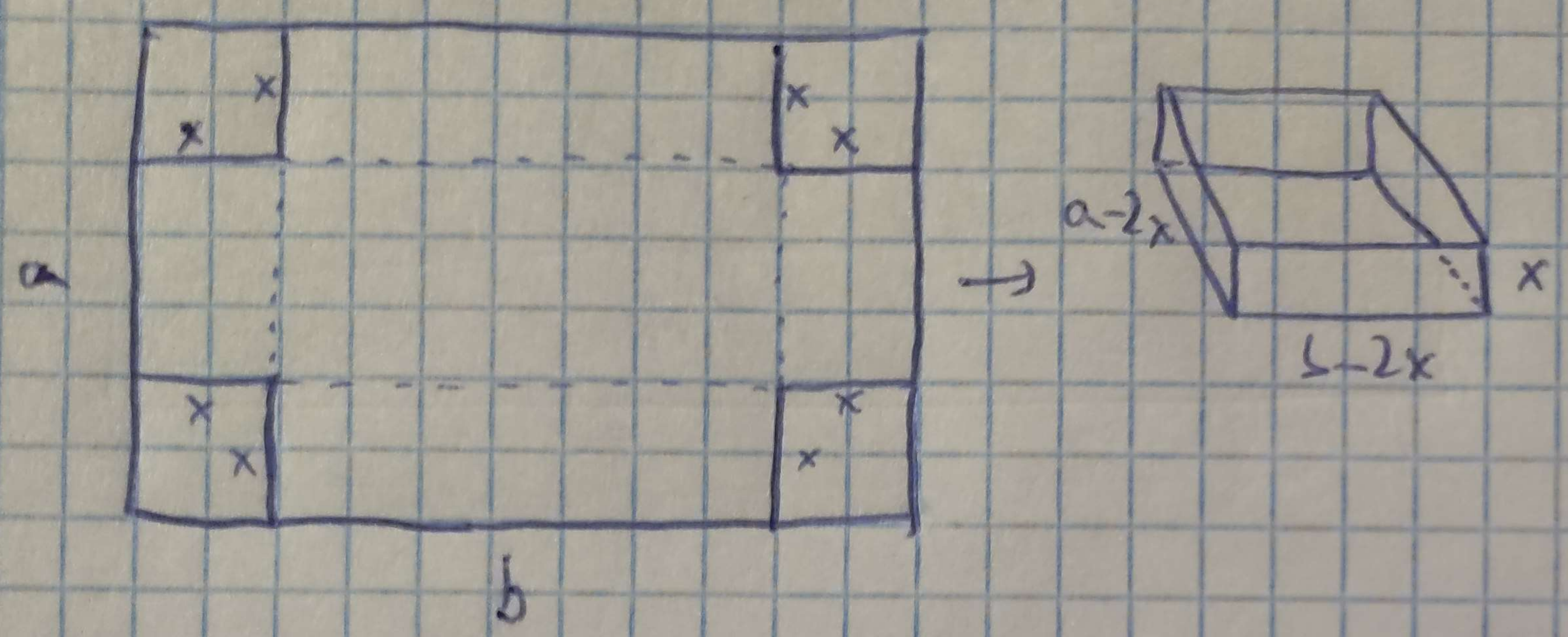
2.1 Caja abierta con un rectángulo de cartón.

Caja de mayor vol. para lados:

a) 10 y 10

b) 12 y 18



$V_{(x)} = (a-2x)(b-2x)\cdot x$

a) $a = 10$, $b = 10$ $\qquad V(x) = (10-2x)(10-2x)\,x = 4x^3 - 40x^2 + 100x$

El valor máx. de V se alcanza cuando se anula la derivada.

$V'(x) = 12x^2 - 80x + 100 = 0 \longrightarrow x = \dfrac{80 \pm \sqrt{80^2 - 4\cdot 100\cdot 12}}{2\cdot 12} = \begin{cases} 5 \\ \frac{5}{3} \end{cases}$

Para comprobar que sea máx., $V''(x) < 0$.

$V''(x) = 24x - 80 \qquad V''(5) = 40 \qquad V''\left(\frac{5}{3}\right) = -40 < 0$

La caja tendrá vol. máx. en $x = \frac{5}{3}$

$V_{máx} = \left(10 - 2\cdot\frac{5}{3}\right)\left(10 - 2\cdot\frac{5}{3}\right)\cdot\frac{5}{3} = 74{,}07\ldots\ u^3$

2.1 b) $a = 12$, $b = 18$

$V(x) = \cancel{4x^3 - 40x^2 + 100x}$ $4x^3 - 60x^2 + 216x$

El valor máx. de V se alcanza cuando se anula la derivada.

$V'(x) = 12x^2 - 120x + 216 = 0$ $x = \dfrac{120 \pm \sqrt{120^2 - 4 \cdot 216 \cdot 12}}{2 \cdot 12} = \begin{cases} 7,64\ldots \\ 2,35\ldots \end{cases}$

Para que sea un máx., debe cumplirse $V''(x) < 0$:

$V''(x) = 24x - 120$

$V''(7,64\ldots) = 63,36$

$V''(2,35) = -63,6 < 0$ $\rightarrow$ La caja tendrá vol. máx. en $x = 2,35\ldots$

$V_{máx} = (12 - 2 \cdot 2,35)(18 - 2 \cdot 2,35)\, 2,35 = 228,16\ u^3$