PRUEBA TEMA 3

1. $(X_1 \times \cdots \times X_k, T_1 \times \cdots \times T_k)$ conexo $\Leftrightarrow$ (X_i, T_i) conexo $\forall i \in I$

Entonces $C_x = \{x\}$ en T_s y $C_y = \mathbb{R}$ en T_u, luego considerando esos subconjuntos, $\{x\} \times \mathbb{R}$ es conexo

2. $T = \{U \subset X : A \subset U\} \cup \{\emptyset\}$

C sub. con. $\Leftrightarrow$ Existen $U, V \in T$ |

$$\begin{cases} U \cap C \neq \emptyset \quad V \cap C \neq \emptyset \\ C \subset U \cup V \\ U \cap V \cap C = \emptyset \end{cases}$$

Como $A \subset U \cap V$, $A \cap C = \emptyset$

Luego $C \not\subset A$

$A \not\subset C$

Perdón, me había equivocado, quería poner $C \cap A \neq \emptyset$. Si esto se cumple entonces todo $U \subset T_c$ contiene a $C \cap A \neq \emptyset$

Luego por descarte es la a $\{\{x\} : x \in X\}$

Y tampoco se da que $A \cap C \neq \emptyset$

* Claro pero es que en las respuestas nos ofrecen $C \cap A \neq \emptyset$, no $C \cap A = \emptyset$

3. $\{A_i\}_{i \in I}$ partición de X de abiertos y conexos. ¿Las comp. con. de (X, T) son $\{A_i\}_{i \in I}$?

Pienso que es falsa ya que C_x $\forall x \in X$ contiene a cualquier conjunto conexo que contenga a x (llamémoslo A, $A \subset C_x$), entonces $A \in \{A_i\}$ pero C_x no.

Yo creo que es verdadera $\Rightarrow$

1. X no es conexo porque se puede poner como unión de abiertos disjuntos (las comp. con.)
2. No hay conj. conexo más grande que A_i: Si B fuese conexo y $B \not\subset A_i$ $\forall i$ entonces B tiene puntos de varios A_i diferentes $\rightarrow$ $B = (B \cap A_i) \cup (B \cap A_j)$ $(B \cap A_i) \cap (B \cap A_j) = \emptyset$, y cada intersección es no vacía

4. $A \subset X$ conexo

$\{a_i\} \longrightarrow x \qquad a_i \in A$

$\hookrightarrow x \in \bar{A}$ y por teoría sabemos que si A es conexo, $\bar{A}$ también lo es y que para todo B / $A \subset B \subset \bar{A}$, B es conexo. Como $B = A \cup \{x\} \subset \bar{A}$, podemos concluir que es conexo.