1º DOBLE GRADO INGENIERÍA INFORMÁTICA Y MATEMÁTICAS - UGR

Examen Ordinario Junio - 2017/2018

1. Teorema de Rolle. Teorema del valor medio. (2 puntos)

2. Justifica si las siguientes afirmaciones son verdaderas o falsas: (2 puntos)

   (a) Toda función convexa es uniformemente continua.

   (b) Si $A \subset \mathbb{R}$ es un conjunto tal que todos los puntos de A son de acumulación de A, $f : A \to \mathbb{R}$ es derivable y f' no se anula, entonces f es inyectiva.

   (c) Sea I un intervalo no trivial y $f : I \to \mathbb{R}$ una función derivable tal que f' tiene un único cero en x_0 y f tiene un extremo relativo en x_0, ¿tiene f un extremo absoluto en x_0?

   (d) La función $f : \mathbb{R}^+ \to \mathbb{R}$ dada por:

   $$f(x) = \int_0^x \sqrt{t^5 + t^2 + 1}\, dt \qquad (x \in \mathbb{R}^+)$$

   tiene límite en $+\infty$.

3. Cada tangente a la circunferencia unidad en un punto del primer cuadrante corta a los dos ejes en dos puntos de la forma $(x_1, 0)$ y $(0, y_1)$. Halla la ecuación de la recta tangente para $x_1 + y_1$ es mínimo. (2 puntos)

4. Calcula los siguientes límites: (2 puntos)

$$\text{a)}\ \lim_{x\to 0} \frac{\displaystyle\int_0^x \arcsin(t)\arctan(t)\, dt}{(\log(1+x))^3}$$

$$\text{b)}\ \lim_{x\to 0} \left(\frac{2+\sin(x)}{2-\sin(x)}\right)^{1/x}$$

5. Sea $f : I \to \mathbb{R}$ de clase $C^{n+1}(I), n \in \mathbb{N}$ y $P_n(x)$ su polinomio de Taylor de grado n y centrado en el punto $a \in I$. Probar que entonces $x \neq a$ de I se cumple: (2 puntos)

$$f(x) - P_n(x) = \frac{1}{n!}\int_a^x f^{n+1}(t)(x-t)^n\, dt$$

(Indicación: Inducción e integración por partes)