

Apellidos

Firma

Nombre

D.N.I o pasaporte

Grupo

**Doble grado en Ingeniería Informática y Matemáticas**  
**Modelos Matemáticos I 14/15**

*Examen de Septiembre*

- 1 Calcule las condiciones que deben cumplir los parámetros reales  $a, b$  para que las sumas parciales de las soluciones de la ecuación

$$x_{n+2} + (a + b)x_{n+1} + (a - b)x_n = 0$$

sean convergentes. Represente gráficamente tales condiciones en el plano de parámetros  $(a, b)$ .

*Nota:* Las sumas parciales de una sucesión  $\{x_n\}_n$  se definen como  $s_n = x_0 + \dots + x_n$ .

- 2 Dada la ecuación en diferencias:

$$x_{n+1} = F(x_n) = \frac{\alpha x_n}{1 + \beta x_n}$$

con  $\alpha > 0, \beta > 0$  y  $x_n \geq 0$ ,

Determine en función de los valores de  $\alpha$  y  $\beta$  los puntos de equilibrio del sistema dinámico discreto  $x_{n+1} = F(x_n)$ . Determine la región en el plano de parámetros  $\alpha - \beta$  donde se da la estabilidad de cada uno de dichos puntos de equilibrio.

- 3 Consideramos un modelo de Leslie con  $N$  grupos de edad. Se supone que todos los grupos tienen la misma tasa de natalidad  $\alpha$  y la misma tasa de supervivencia  $\beta$ . Construya la matriz asociada y da una condición para que haya crecimiento ilimitado de la población. Si se hace  $N$  tender a  $+\infty$ , encuentre la condición que deben verificar  $\alpha, \beta$  para que haya crecimiento ilimitado y dibuja la región en el plano  $(\alpha, \beta)$ .

- 4 Los 20 niños y niñas de la clase de primero de infantil (3 años) tienen tres toboganes en su aula, que les gustan mucho, uno rojo, otro verde y otro amarillo. Cada día se montan una sólo vez uno de los toboganes y van cambiando de uno a otro según la siguiente pauta:

- de los que un día utilizaron el rojo, un 10 % pasa al verde y un 30 % pasa al amarillo,
- de los que utilizaron el verde, un 10 % pasa al rojo y un 10 % pasa al amarillo,
- y de los que usaron el amarillo, un 10 % cambia al rojo y un 20 % cambia al verde,

mientras que los restantes usan de nuevo el mismo tobogán. Describa la evolución de la distribución de los niños en los tres toboganes, y proporcione la distribución asintótica. ¿Qué tobogán les gusta más?

*Granada, a 17 de septiembre de 2015*