TEMA 2 - CORRIENTE CONTINUA

- Diapositiva 9: ① $U = I^2Rt$ ② $P = I^2R$ } ⇒ Solo válidas para resistencias

① Energía consumida por una corriente que atraviesa una resistencia.

② Potencia " ". Energía de la corriente en cada unidad de tiempo. Se mide en Vatios (W).

- Diapositiva 12: $\varepsilon = \frac{U}{q} \Rightarrow U = \varepsilon q \Rightarrow U = \varepsilon I t$

- Diapositiva 13: ① $V_1 - V_2 = \varepsilon - Ir$ → Pérdida calor; r = resistencia interna del generador

① ΔV entre los polos de un generador

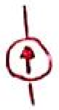
$$\eta = \frac{\text{potencial útil}}{\text{potencial teórico}} = \frac{(V_1 - V_2)}{\varepsilon}$$

- Diapositiva 14:

Tipos de generadores

- Independientes: No dependen del circuito donde los coloquemos. Hay dos tipos:

De tensión  - Diferencia de potencial constante. - Intensidad depende del circuito.

De corriente  - Intensidad constante. - Diferencia de potencial depende del circuito

- Dependientes: La magnitud que las caracteriza depende del circuito. Hay 4 tipos:

De tensión 
→ Dependientes de una tensión $\Delta V = f(V_x)$
→ Dependientes de una corriente $\Delta V = f(I_x)$

De corriente 
→ Dependientes de una tensión $I = f(V_x)$
→ Dependientes de una corriente $I = f(I_x)$

- Diapositiva 16:

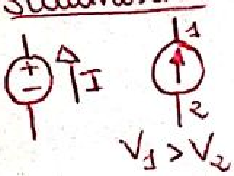
Los elementos activos son los que aportan energía y las pasivos los que la consumen. Las fuentes se asocian de distintas formas dependiendo del tipo:

Tensión → Asociación en serie Corriente → Asociación en paralelo

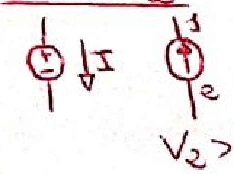
- Diapositiva 18:

$P = I\Delta V$ (Potencia consumida o suministrada por una fuente). Si hay más de una fuente, éstas pueden suministrar o consumir potencia:

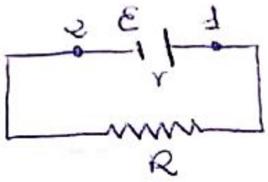
Suministra



Consume



Diapositiva 19:



Por el principio de conservación de la energía: $\mathcal{E}I = I^2R + I^2r$

$$I = \frac{\mathcal{E}}{R+r} \Rightarrow I = \frac{\sum \mathcal{E}_i}{R_T}$$

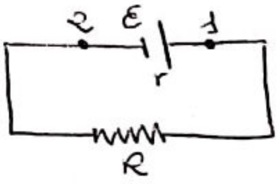
Ej.:

DATOS

$R = 10k\Omega$

$r = 20\Omega$

$\mathcal{E} = 10V$



$$I = \frac{\sum \mathcal{E}_i}{R_T} = \frac{10}{10\cdot 10^2 + 20} = \frac{10V}{1200\Omega} = 9.8mA$$

$$P_R = I^2R = 9.8^2 \cdot 1000 = \cancel{96040}\ 96.04\,mW$$

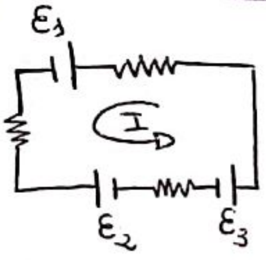
$$P_r = I^2r = 9.8^2 \cdot 20 = 1.9208\,mW$$

Diapositiva 23: nº mallas $= r - (n-1)$ r ≡ ramas esenciales, n ≡ nudos esenciales

Diapositiva 24: Un circuito abierto está formado por dos nudos sin conexión directa entre los que puede haber ΔV pero no corriente.
Un corto-circuito está formado por dos nudos con conexión directa entre los que puede pasar corriente pero no existe ΔV.

Diapositiva 25: Las leyes de Kirchhoff solo son aplicables con intensidades y potenciales constantes. Son dos:

Ley de nudos: $\sum I_{entran} = \sum I_{salen}$ Ley de mallas: $\sum IR = \sum \mathcal{E}$ ⟶ Cuidado con el signo



Supones el sentido:

$$\mathcal{E}_3 - \mathcal{E}_1 - \mathcal{E}_2 = IR_1 + IR_2 + IR_3$$

Si I sale positiva, hemos supuesto el sentido correcto

Diapositiva 28:

ANÁLISIS POR MALLAS

1º) Determinar nº mallas independientes $m = r - (n-1)$

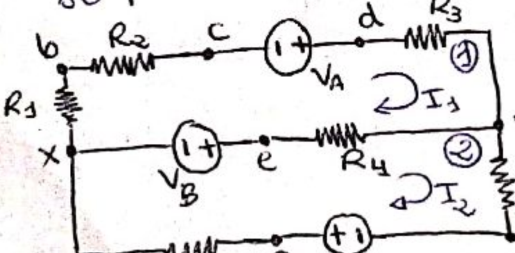
2º) Pintar intensidades de cada malla independiente (con cualquier sentido)

3º) Para cada malla, escribo la ley de mallas

4º) Si tuviera fuentes dependientes o fuentes independientes de corriente tendría que añadir ecuaciones adicionales.

Dato: Tiene sentido físico la intensidad de rama. Con la intensidad de malla se puede calcular la de rama y elemento.

Ej.:



DATOS

$R_1 = 1k\Omega$ $R_4 = 4k\Omega$ $V_A = 3V$

$R_2 = 2k\Omega$ $R_5 = 5k\Omega$ $V_B = 2V$

$R_3 = 3k\Omega$ $R_6 = 6k\Omega$ $V_C = 1V$

Consideremos dichas fuentes como ideales

- x e y son los nudos esenciales ⇒ $n = 2$
- Hay 3 ramas esenciales (3 caminos diferentes entre los nudos esenciales) ⇒ $r = 3$

nº mallas indep. $= r - (n-1) = 3 - (2-1) = 2$

Malla 1

$$\boxed{\Sigma \varepsilon = \Sigma IR}$$

$$V_A - V_B = I_1(R_1+R_2+R_3+R_4) - I_2 R_4$$ R_4 está compartida

$$3V - 2V = I_1(10k\Omega) - I_2 \cdot 4k\Omega$$

Malla 2

$$V_B + V_C = I_2(R_4+R_5+R_6) - I_1 R_4$$

$$2V + 1V = I_2(15k\Omega) - I_1 \cdot 4k\Omega$$

$$\begin{cases} 1 = 10000\Omega I_1 - 4000 I_2 \\ 3 = 15000\Omega I_2 - 4000 I_1 \end{cases}$$

$$I_1 = 0.00020149 A \Rightarrow 0.20149 mA$$
$$I_2 = 0.00025373 A \Rightarrow 0.25373 mA$$

Intensidades de rama

- La intensidad de rama superior coincide con I_1.
- La intensidad de rama inferior coincide con I_2.
- Por la rama esencial del medio:

$\xleftarrow{I_1}$ $\xrightarrow[I_2]{}$ $I_T = I_2 - I_1 = 0.05 mA$ con sentido de I_2

ANÁLISIS POR NUDOS

1°) Identificamos los nudos esenciales.

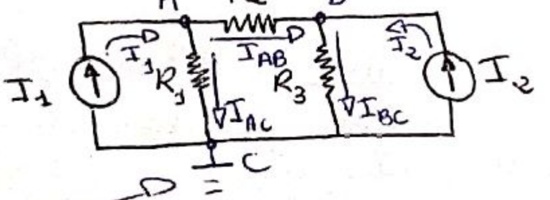
2°) Seleccionamos el nudo de referencia.

3°) Nombrar potenciales de cada nudo esencial y pintar las intensidades de las ramas esenciales.

4°) Aplicar a cada nudo esencial que no sea el de referencia, la ley de nudos.

5°) Añadir ecuaciones extra para fuentes de tensión indep. y para fuentes dependientes.

Ej.:



DATOS

$I_1 = 1A$ $R_1 = 1k\Omega$

$I_2 = 2A$ $R_2 = 2k\Omega$

$R_3 = 3k\Omega$

$V_C = 0$

Ley de nudos: $\Sigma I_{entran} = \Sigma I_{salen}$

Nudo A

$$I_1 = I_{AC} + I_{AB}$$

Nudo B

$$I_{AB} + I_2 = I_{BC}$$

I_{AC}, I_{AB}, I_{BC}

Ley de Ohm

$\boxed{R_1}$ $V_A - V_C = I_{AC} R_1 \Rightarrow I_{AC} = \dfrac{V_A - \cancel{V_C}}{R_1} = \dfrac{V_A}{R_1}$

$\boxed{R_2}$ $V_A - V_B = I_{AB} R_2 \Rightarrow I_{AB} = \dfrac{V_A - V_B}{R_2}$

$\boxed{R_3}$ $V_B - V_C = I_{BC} R_3 \Rightarrow R_3 = \frac{V_B - V_C}{R_3} = \frac{V_B}{R_3}$

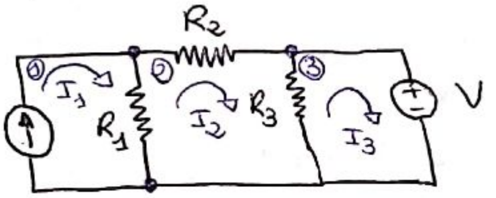
$$\begin{cases} I_1 = I_{AC} + I_{AB} \\ I_{AB} + I_2 = I_{BC} \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} 1A = \frac{V_A}{1k\Omega} + \frac{V_A - V_B}{2k\Omega} \\ 2A + \frac{V_A - V_B}{2k\Omega} = \frac{V_B}{3k\Omega} \end{cases}$$

Despejamos V_A y V_B y hallamos todas las intensidades, así quedaría el sistema resuelto

Ej.:

$$\left\{ \mathcal{E}_I \quad \begin{matrix} + \\ I \\ - \end{matrix} \right.$$

Suposición



DATOS

$I = 1mA$ $\quad R_1 = 1k\Omega$

$V = 2V$ $\quad R_2 = 2k\Omega$

$R_3 = 3k\Omega$

Se empieza con el método de mallas:

$n = 3 \quad r = 5 \quad n^{o}$ mallas indep. $= r - (n-1) = 5 - (3-1) = 5 - 2 = 3$

Uso la ley de mallas:

Malla 1

$\boxed{\sum \mathcal{E} = \sum IR}$

$\mathcal{E}_I = I_1 R_1 - I_2 R_1$

Malla 2

$0 = I_2 R_2 + I_2 R_1 + I_2 R_3 - I_1 R_1 - I_3 R_3$

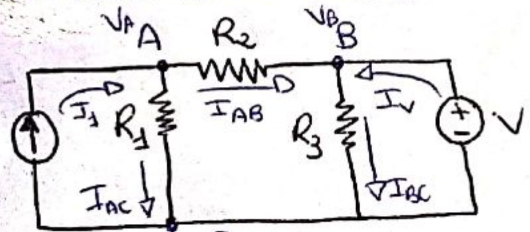
Malla 3

$-V = I_3 R_3 - I_2 R_3$

4 incógnitas
$$\begin{cases} \mathcal{E}_I = I_1 1k\Omega - I_2 1k\Omega \\ 0 = I_2 6k\Omega - I_3 1k\Omega - I_3 3k\Omega \\ -2 = I_3 3k\Omega - I_2 3k\Omega \end{cases}$$

$I = I_1 = 1mA \Rightarrow$ Por la rama donde está la fuente de corriente sólo circula $I_1 \Rightarrow \underbrace{I_1 = I = 1mA}_{\text{Esta es la nueva ecuación}}$

Ahora por método de nudos:



DATOS

Mismos que antes

$I = 1mA$

Método de nudos $\quad \sum I_{ent} = \sum I_{salen}$

$\boxed{A}$ $I_1 = I_{AB} + I_{AC}$

$\boxed{B}$ $I_V + I_{AB} = I_{BC}$

Relaciono I_{AB}, I_{AC} e I_{BC} con V_A y V_B:

Ley de Ohm $\boxed{R_1}$ $V_A - V_C = I_{AC} R_1 \Rightarrow I_{AC} = \frac{V_A}{R_1}$

$\boxed{R_2}$ $V_A - V_B = I_{AB} R_2$; $I_{AB} = \frac{V_A - V_B}{R_2}$

$\boxed{R_3}$ $V_B - V_C = I_{BC} R_3$; $I_{BC} = \frac{V_B}{R_3}$

Sustituyo en las ec. de la ley de nudos:

$$\begin{cases} I_1 = \frac{V_A - V_B}{R_2} + \frac{V_A}{R_1} \\ I_V + \frac{V_A - V_B}{R_2} = \frac{V_B}{R_3} \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} 1mA = \frac{V_A}{1k\Omega} + \frac{V_A - V_B}{2k\Omega} \\ I_V + \frac{V_A - V_B}{2k\Omega} = \frac{V_B}{3k\Omega} \end{cases}$$

Analizo la fuente de tensión del circuito y veo que

$$V_B - \cancel{V_C}^{0V} = V = 2V$$

$V_B = 2V \Rightarrow$ Ya podemos resolver el sistema pues nos quedan 2 incógnitas y 2 ecuaciones

---

<u>RESOLUCIÓN 1ª SISTEMA</u> $a = V_A$ $b = V_B$

$$\begin{cases} 1 = \frac{a}{1000} + \frac{a-b}{2000} \Rightarrow 1 = \frac{2a+a}{2000} - \frac{b}{2000} \Rightarrow \frac{2000+b}{3} = a \\ \frac{b}{3000} = 2 + \frac{a-b}{2000} \Rightarrow \frac{b-6000}{3000} + \frac{b}{2000} = \frac{a}{2000} \Rightarrow \underbrace{\frac{2b+3b-12000}{6000} = \frac{a}{2000}} \end{cases}$$

$$a = \frac{5b - 12000}{3}$$

$$\frac{2000+b}{3} = \frac{5b-12000}{3}$$

$$2000 + b = 5b - 12000$$

$$14000 = 4b \Rightarrow V_B = 3500V$$

Si $b = 3500 \Rightarrow a = \frac{2000+b}{3} = \frac{5500}{3} = 1833.\hat{3} \Rightarrow V_A = 1833.\hat{3}\,V$

<u>RESOLUCIÓN 2º SISTEMA</u> $a = V_A$ $b = I_V$

$$\begin{cases} 10^{-3} = \frac{a}{1000} + \frac{a-2}{2000} \Rightarrow 2 = 3a - 2 \Rightarrow a = \frac{4}{3} \Rightarrow V_A = \frac{4}{3}\,V \\ b + \frac{a-2}{2000} = \frac{2}{3000} \end{cases}$$

Si $a = \frac{4}{3} \Rightarrow b = \frac{2}{3000} + \frac{2-a}{2000} \Rightarrow b = \frac{2}{3000} + \frac{2 - 4/3}{2000} = 0.001$

$I_V = 0.001A$

RESOLUCIÓN POR MALLAS $a = \mathcal{E}_I \quad b = I_2 \quad c = I_3$

$$\begin{cases} a = 1 - 1000b \\ 0 = 6000b - 1000c - 3000c \\ -2 = 3000c - 3000b \end{cases} \quad \begin{matrix} -4000c + 6000b = 0 \\ 3000c - 3000b = -2 \end{matrix}$$

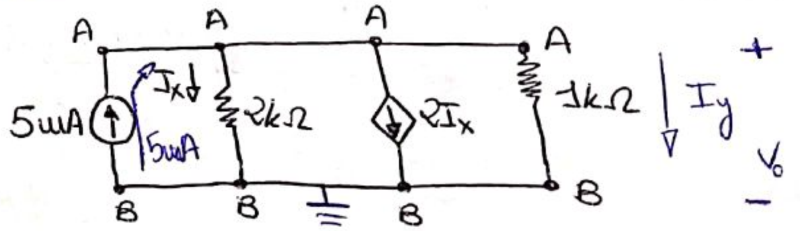
$$\begin{matrix} \cdot(+1) \Rightarrow & -4000c + 6000b = 0 \\ \cdot(+2) \Rightarrow & 6000c - 6000b = -4 \\ \hline & 2000c \quad = -4 \end{matrix}$$

$$c = -\frac{1}{500} \Rightarrow \boxed{I_3 = -0.002A}$$

Si $c = -0.002 \Rightarrow -4000 \cdot (-0.002) + 6000b = 0 \Rightarrow b = -\frac{1}{750} \Rightarrow \boxed{I_2 = -0.001\widehat{3}A}$

Si $b = -0.001\widehat{3} \Rightarrow a = 1 - 1000 \cdot (-0.001\widehat{3}) = 2.\widehat{3} \Rightarrow \boxed{\mathcal{E}_I = 2.3V}$

19. Relación 2



1°) nº nudos esenciales = 2

2°) $V_B = 0V$

3°) Pinto las intensidades de rama

4°) Aplico ley de nudos: $\sum I_{entran} = \sum I_{salen}$

$\boxed{A}$ $5mA = I_x + 2I_x + I_y$

5°) Escribir las intensidades de rama en función de V_0

Se aplica la ley de Ohm a

$R = 2k\Omega \Rightarrow V_A - V_B = V_0 = I_x 2k\Omega \Rightarrow I_x = \frac{V_0}{2k\Omega}$

$R = 1k\Omega \Rightarrow V_A - V_B = V_0 = I_y 1k\Omega \Rightarrow I_y = \frac{V_0}{1k\Omega}$

$V_A = V_0$ porque $V_B = 0V$ (B es el nudo de referencia)

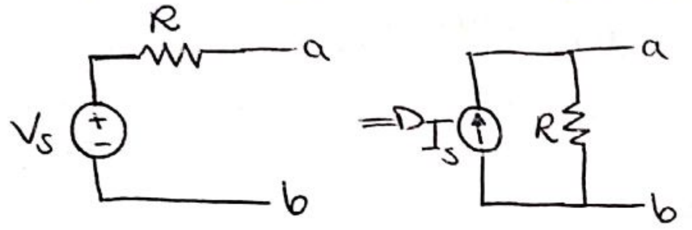
6°) Sustituyo en la ec.:

$$5mA = I_x + 2I_x + I_y = \frac{V_0}{2k\Omega} + \frac{2V_0}{2k\Omega} + \frac{V_0}{1k\Omega}$$

$$5 \cdot 10^{-3} = \frac{5V_0}{2000}$$

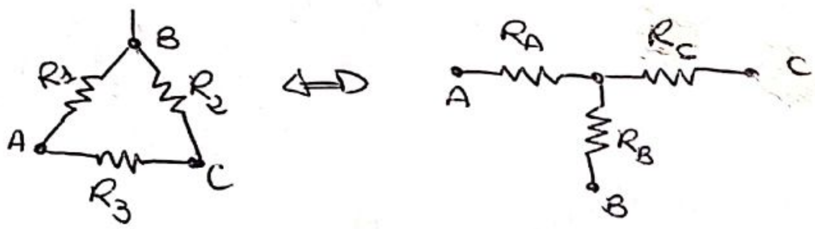
Métodos de simplificación

- TRANSFORMACIÓN ENTRE FUENTES



$$I_S = \frac{V_S}{R}$$

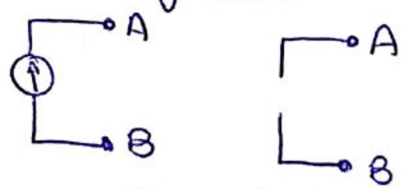
- REDUCCIÓN (CONVERSIÓN Δ-Y)



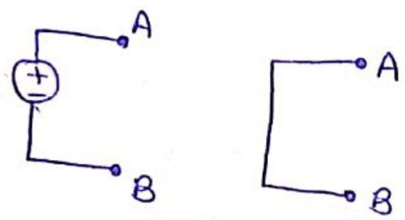
$$R_A = \frac{R_1 R_3}{R_1+R_2+R_3} \quad R_B = \frac{R_1 R_2}{R_1+R_2+R_3} \quad R_C = \frac{R_2 R_3}{R_1+R_2+R_3}$$

Principio de superposición

•) Anular fuentes

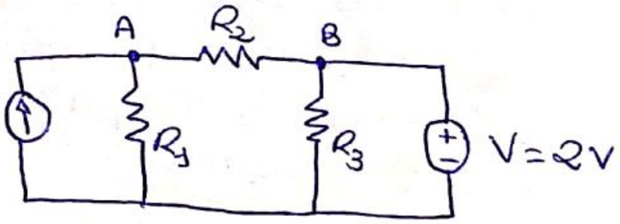


Corriente



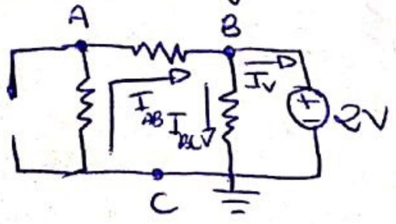
Tensión

Ej.:



Incógnitas: ¿$V_A - V_C$? ¿P_1?

Anulamos la fuente de corriente



Busco $V_A^1 - V_C^1$

Uso el método de nudos:

1°) Nudos esenciales: B y C

2°) Ramas esenciales: e

3°) C es el nudo de referencia: $V_C = 0V$

4°) Aplico ley de nudos:

$\sum I_{entran} = \sum I_{salen}$

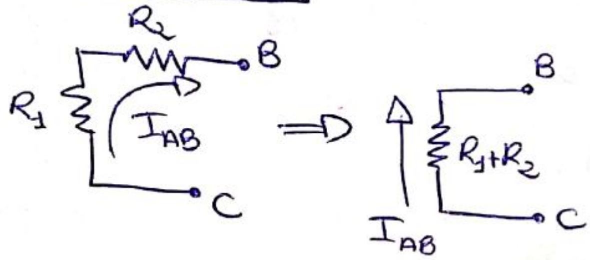
$\boxed{B}$ $I_{AB} = I_V + I_{BC}$

5°) Relaciono intensidades con potenciales:

$V_B - \cancel{V_C}^{0} = 2V \Rightarrow V_B = 2V$

$\boxed{R_3}$ $\Delta V = IR_3 \Rightarrow I_{BC} = \frac{V_B - \cancel{V_C}^{0}}{R_3} = \frac{2V}{1k\Omega} = 2mA = I_{BC}$

$\boxed{\text{Asociación } R_1 \text{ y } R_2}$



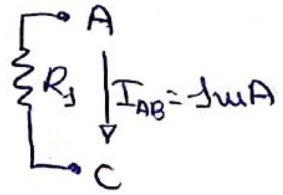
$V_C - V_B = I_{AB}(R_1+R_2)$

$I_{AB} = \frac{\cancel{V_C}^{0} - V_B}{R_1+R_2} = \frac{-2V}{2k\Omega} = -1mA$

Uso la ley de nudos:

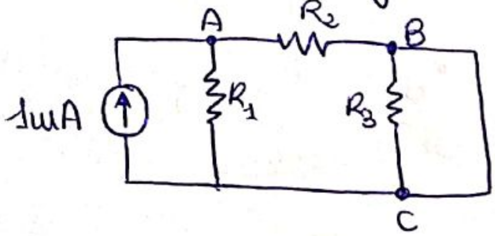
$I_{AB} = I_{BC} + I_V \Rightarrow I_V = I_{AB} - I_{BC} = -1mA - 2mA = -3mA$

¿$V_A^1 - V_C^1$?

↳ 

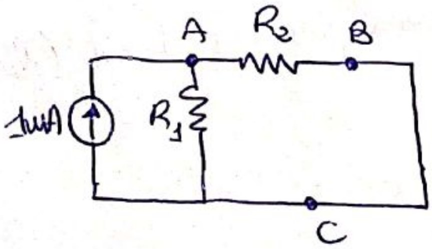
Ley de Ohm ⇒ $(V_A - V_C) = I_{AB} \cdot R_1 = 1mA \cdot R_1 = 1V$

Ahora anulamos la fuente de tensión:

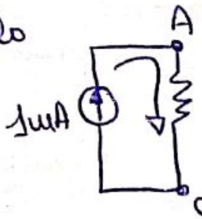


¿$V_A^2 - V_C^2$?

La R_3 es como si no estuviera ya que está en paralelo con un cable y $V_B = V_C$, por lo que la puedo suprimir.



R_1 y R_2 están en paralelo ⇒

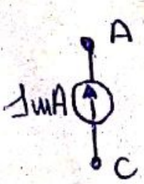


$\frac{1}{R_1+R_2} = \frac{1}{2} k\Omega$

$$V_A^2 - V_C^2 = I \cdot R_e = 0.5V$$

Aplico Pº Superposición:

$V_A - V_C = (V_A^1 - V_C^1) + (V_A^2 - V_C^2) = 1V + 0.5V = 1.5V$

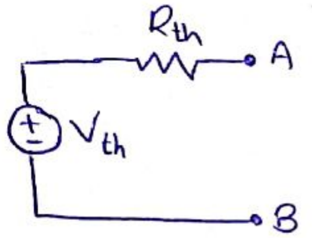


$V_A > V_C$
$V_A - V_C = 1.5V$

Suministra potencia $\Rightarrow P = (V_A - V_C) \cdot 1mA = 1.5mW$

Cálculo de equivalentes

•) Equivalente Thevenin



Solo ∃ fuentes ind. en el circuito

→ Cálculo V_{th}

Diferencia de potencial entre los puntos A y B con todas las fuentes funcionando.

→ Cálculo de R_{th}

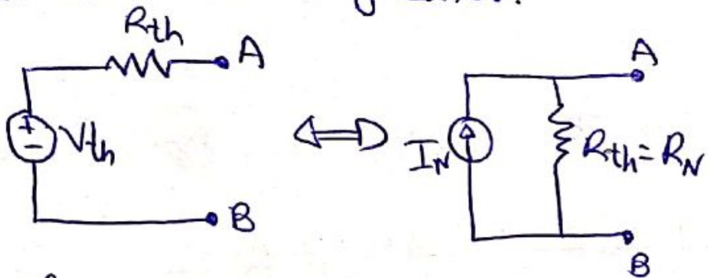
Anulamos las fuentes y calculamos la R total entre A y B. Usamos asociación de resistencias.

* Si ∃ fuentes dependientes, no puedo anularlas y para calcular R_{th} se coloca entre A y B una fuente (x ejemplo de tensión) de valor elegido por nosotros. Calculamos la intensidad que circula x la fuente resolviendo el circuito (supongamos que el valor calculado es $\tilde{I}$).

La R_{th} se calcula como:
$$R_{th} = \frac{\tilde{V}}{\tilde{I}}$$

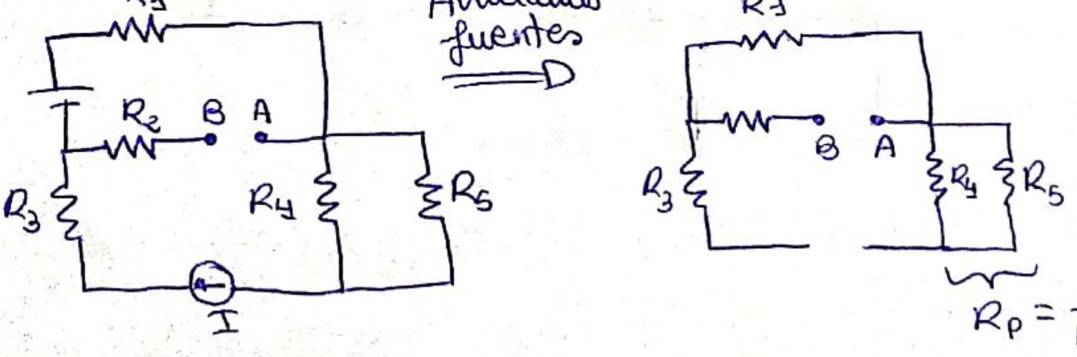
•) Equivalente Norton

Una vez determinado el equivalente Thevenin usamos la equivalencia entre fuentes:

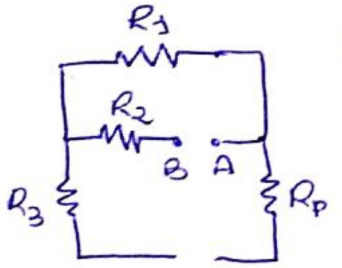


$$I_N = \frac{V_{th}}{R_{th}}$$

Ejemplo



$$R_p = \frac{1}{R_4 + R_5} = 1k\Omega$$

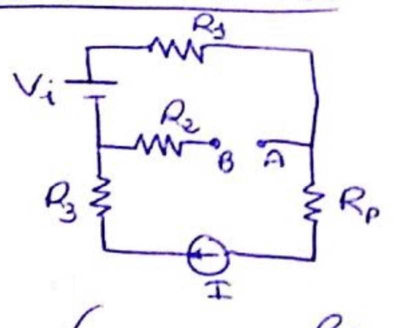


R_3 y R_p tienen un extremo al aire, por lo que por ellas no pasará carga (corriente) y no contribuyen a la resistencia total.

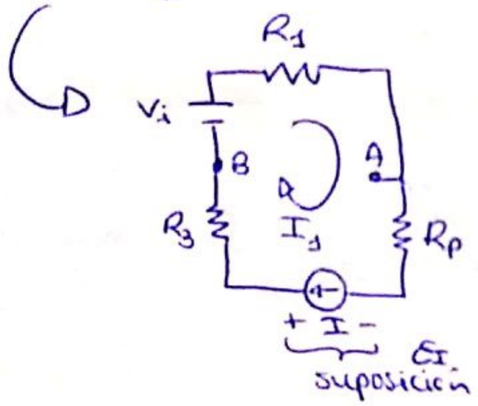
R_1 y R_2 están en serie.

$$R_{th} = R_{AB} = R_1 + R_2 = 2k\Omega = R_{th}$$

Cálculo de V_{th}



Podemos eliminar R_2 ya que no hay cargas que la atraviesen, por lo que no contribuye a V_{th}.



Uso método de mallas

$$V_i + \varepsilon_I = I_1(R_1 + R_3 + R_p)$$

Mis dos incógnitas son: ε_I, I_1.

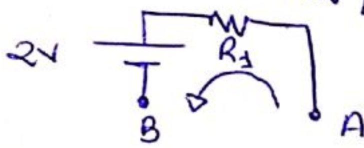
I_1 debe coincidir con la intensidad de la fuente:

$I_1 = I = 1mA$ (Sustituyo en la ecuación anterior)

$$2V + \varepsilon_I = 1mA \cdot 3k\Omega$$

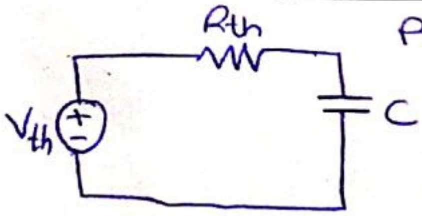
$$\Rightarrow \varepsilon_I = 1V$$

Ahora calculamos ΔV_{AB}:



$$\Rightarrow V_A - V_B = -R_1 \cdot I_1 + 2V = -1V + 2V = 1V$$

Condensadores en corrientes estacionarias



Proceso de carga del condensador

$$V = iR + V_c = iR + \frac{q}{C}$$

$$V = \frac{dq}{dt}R + \frac{q}{C}$$

$$I - \frac{q}{C} = R\frac{dq}{dt} = \frac{I \cdot C - q}{C} = R\frac{dq}{dt}$$

$$\frac{dq}{dt} = \frac{I \cdot C - q}{RC} \Rightarrow \int_0^t \frac{dt}{RC} = \int_0^{q(t)} \frac{dq}{IC - q}$$

$$\frac{t}{RC} = -\ln(IC - q)\Big|_0^{q(t)}$$

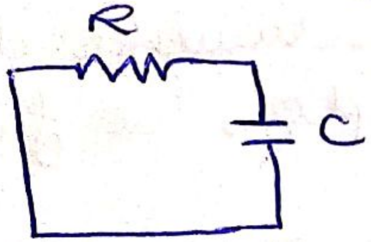
$$\Rightarrow -\frac{t}{RC} = \ln(IC - q(t)) - \ln(IC)$$

$$-\frac{t}{RC} = \ln\left(\frac{IC - q(t)}{IC}\right) \Rightarrow e^{-t/RC} = \frac{IC - q(t)}{IC} \Rightarrow I \cdot C \cdot e^{-t/RC} = IC - q(t)$$

$$i(t) = \frac{dq(t)}{dt} = \frac{I\cancel{C}}{R\cancel{C}} e^{-t/RC} \Rightarrow i(t) = \underbrace{\frac{V}{R}}_{\to I_0} e^{-t/RC} \Rightarrow i(t) = I_0 \cdot e^{-t/RC}$$

(Mi I en realidad es V)

<u>Proceso de descarga</u>



$$0 = iR + V_c = iR + \frac{q}{C}$$

$$0 = \frac{dq}{dt}R + \frac{q}{C} \Rightarrow \frac{dq}{dt} = \frac{-q}{RC} \Rightarrow \int_{Q_0}^{q(t)} \frac{dq}{q} = -\int_0^t \frac{dt}{RC}$$

$q(t) \to i(t)$