# -ESTADÍSTICA DESCRIPTIVA E INTRODUCCIÓN A LA PROBABILIDAD-

-Doble Grado en Informática y Matemáticas-

16 de junio de 2021

Apellidos y nombre:

**[3 puntos]** Rodea la opción correcta en cada pregunta.

Puntuación por pregunta: respuesta correcta +0.5; incorrecta -0.2; en blanco 0.

**1. *Indica la afirmación correcta:***

0.5

a) Recogida información de 30 personas de una variable X se ha obtenido que $\Sigma n_i x_i=120$ y $\Sigma n_i x_i^2=510$. Si Y=5X, entonces ambas distribuciones presentan una dispersión relativa alrededor de sus medias del 40% y, por tanto, el mismo grado de homogeneidad. NO

b) Si X es independiente de Y, siempre las medias de X y de Y coinciden. NO

c) Hay 15 números en una lista y la media es 25. Si el número más pequeño en la lista se cambia de 12.9 a 1.29, entonces la media cambia a 24.226 y la mediana no cambia.

d) La moda de una distribución asimétrica está siempre contenida entre la media y la mediana. NO

**2. *Dada la distribución de frecuencias bidimensional relativa a una variable estadística (X,Y):***

0.5

a) Si las rectas de regresión son y=x; x-0.7y=3, entonces, el 30% de la variabilidad de cada variable está explicado por causas desconocidas.

b) Si r=0.87 entonces la recta de regresión de Y/X explicará el 87% de la variabilidad de Y. NO

c) Si la dependencia de X respecto de Y según un modelo exponencial es perfecta, también lo será la dependencia exponencial de Y respecto de X. no tiene pinta?

d) El método de mínimos cuadrados consiste en hacer mínimo el cuadrado de la suma de los errores. NO

**3. *Sean A, B dos sucesos aleatorios***

0.5

a) Si A y B son incompatibles, la probabilidad de la intersección de sus complementarios es igual a la diferencia de sus probabilidades. NO

b) Si A y el complementario de B son incompatibles, entonces la probabilidad de la unión de dichos sucesos nunca es igual a uno. ~~Si A = Ω y B = Ω ⇒ P(A ∩ B̄) = 0 y P(A ∪ B̄) = 1~~ FALSO $P(A\cap\bar B)=0$ NO

c) Si P(A)+P(B)>1, entonces A y B son incompatibles. NO

d) Si P(A)+P(B)>1 no puede verificarse que A y B sean incompatibles.

**4. *Sea X una variable aleatoria discreta verificando P(X=-a)=P(X=a)=b y P(X=0)=1-2b, siendo a≠0 y 0<b<1/2. Entonces::***

0

a) La variable es simétrica y la cota establecida por la desigualdad de Chebychev para P(|X|≥ a) coincide con esta probabilidad.

b) La variable es simétrica con media a.

c) La cota establecida por la desigualdad de Chebychev para P(|X|≥ a) es mayor estricta que esta probabilidad.

d) P(|X|≥ a)=1. podría ser

$P(x=-a)=b$, $P(x=0)=1-2b$, $P(x=a)=b$

$P(-a\le X\le a)=P(-a\le X\le 0)+P(0\le X\le a)=P(X\le 0)-P(X\le -a)+P(X\le a)-P(X<0)=1-0$

**5. *Indica la respuesta correcta:***

0

a) Es menos probable obtener un 6 al lanzar un dado una vez que obtener 3 seises al lanzar un dado seis veces. NO

b) En un campeonato de tenis, un jugador tiene la opción de escoger la secuencia de partidos A-B-A o la B-A-B, donde A y B indican sus oponentes, siendo el oponente A mejor que el B. Para clasificarse, el jugador debe ganar dos partidos consecutivos. Entonces, elegirá la secuencia B-A-B.

c) Dada la variable aleatoria X continua y con función de distribución F, se define la variable Y=F(X). Entonces, la función de densidad de Y es constante en el intervalo [0,1] y vale 0 fuera de dicho intervalo.

d) La función de densidad de una variable aleatoria continua es siempre una función continua. NO

**6. *Indica la respuesta correcta:***

0

a) Si $X\to BN(r,p)$, entonces la variable $Y=r-X \to BN(r, 1-p)$.

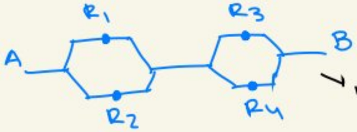
b) Una variable aleatoria con función generatriz de momentos $M(t)=\frac{e^{2e^t}}{e^2}$ tiene distribución de Poisson de parámetro $\lambda$=1/2.

c) La distribución geométrica es un caso particular de la hipergeométrica cuando el tamaño de la muestra que se extrae de la población total es uno.

d) La variable que modela el número de éxitos antes de que ocurra el primer fracaso en sucesivos experimentos de Bernoulli independientes de parámetro p tiene distribución Geométrica, de parámetro 1-p.

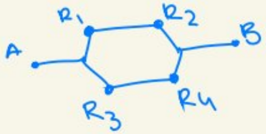
## Ejercicio 2a)

Probabilidad de q una resistencia funcione es $p = 0.948$




no pueden fallar $R_1$ y $R_2$ a la vez ni $R_3$ y $R_4$ a la vez.

Para que pase de A a B: $P[(R_1 \cup R_2) \cap (R_3 \cup R_4)] = (2p - p^2)^2$

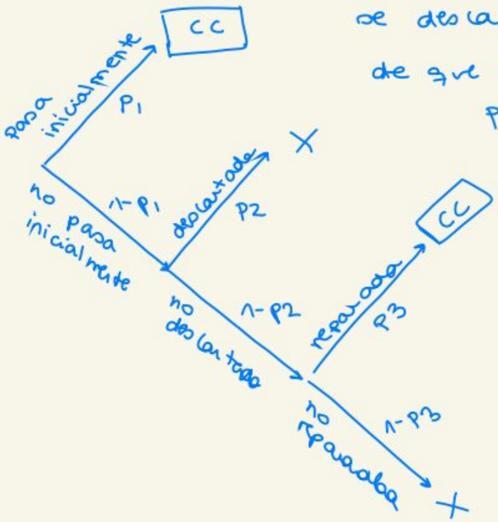



→ tienen q funcionar $R_1$ y $R_2$ a la vez o $R_3$ y $R_4$ a la vez

$$P[(R_1 \cap R_2) \cup (R_3 \cap R_4)] =$$

## Ejercicio 2b)

Para que una pieza pase por el control calidad: la prob. de que pase el CC inicialmente es $p_1 = 0.9044$. Las que no pasan la inspección inicial se mandan a reajustar, teniendo una probabilidad $p_2 = 0.1449$ de ser descartadas de inmediato por sus defectos; el resto son reparadas, de tal manera que la probabilidad de que puedan ser empleadas de nuevo en el ensamblaje pq pasa la inspección de calidad es $p_3 = 0.7037$. Si una pieza pasó la inspección, ¿cuál es la probabilidad de q lo hiciera en la inspección inicial, sin la necesidad de reajuste?




Pasar control de calidad: $P(CC) = p_1 + (1-p_1)(1-p_2)\,p_3$

## Ejercicio 3.

$$F(x) = \begin{cases} 0 & x < 2 \\ a+bx & 2 \le x < 5 \\ cx^2 & 5 \le x < 16 \\ 1 & x \ge 16 \end{cases}$$

a) Det $a, b$ y $c$ para q $F(x)$ sea función distrib. de var. aleat. continua. Calcular coef. de var de $X$

$cx^2 = 1$ con $x = 16 \iff c = \frac{1}{256}$

$0 = a + bx$ con $x = 2 \iff a = -2b \implies a = -\frac{25}{384}$

$a + bx = cx^2$ cuando $x = 5 \iff 3b = 25c \iff b = \frac{25}{3} \cdot \frac{1}{256} = \frac{25}{768}$

$$f(x) = \begin{cases} \frac{25}{768} & 2 \le x < 5 \\ \frac{1}{128}x & 5 \le x < 16 \\ 0 & \text{otro caso} \end{cases}$$

$E[X] = \int x f(x)\,dx = \int_2^5 \frac{25}{768} x \,dx + \int_5^{16} \frac{1}{128} x^2 = 10.6829$

$E[X^2] = \int x^2 f(x)\,dx = \int_2^5 x^2 \frac{25}{768}\,dx + \int_5^{16} \frac{1}{128} x^3 = 128.0488281$

$\implies \sigma_X^2 = E[X^2] - E[X]^2 = 13.923563.$

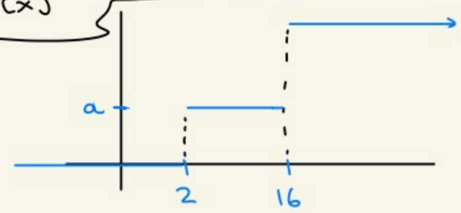
$\sigma_X = 3'7314429$

$CV_X = \frac{\sigma_X}{E[X]} = 0.3492885$

b) Det. $a, b$ y $c$ para que $X$ sea variable discreta con $E(X^2) = 89.68$. Calcular función generatriz de momentos y obtener esperanza y varianza.

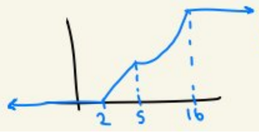
$\implies$ no puede depender de $c \implies b = 0$, $c = 0$ $\implies$

$$F(x) = \begin{cases} 0 & x < 2 \\ a & 2 \le x < 5 \\ 0 & 5 \le x < 16 ? \\ 1 & x \ge 16 \end{cases}$$




| $x_i$ | $p_i$ | $x_i^2 p_i$ |
|---|---|---|
| 2 | $a$ | $4a$ |
| 16 | $1-a$ | $16^2(1-a)$ |
| | 1 | 89.68 |

para q sea discreta tiene que ir por saltos y ser constante a intervalos $\implies$ una recta no puede ser $a+bx$ (recta con pendiente) o una parábola ($cx^2$) $\implies b = 0$ y $c = 0$. En caso contrario:




NO PUEDE SER!!

Ejercicio 3c) Supongamos un algoritmo que genera un dígito binario (0,1) cada vez que se ejecuta, y que la probabilidad de q genere un dígito 0 es la misma que la $P(2<X<5)$ siempre.

a) Si se ejecuta el algoritmo 10 veces, ¿cuál es la probabilidad de obtener un uno al menos una vez?

b) ¿Cuál es el número esperado de ceros antes de obtener el tercer uno?

$$Z = \begin{cases} 0 & 2<x<5 \\ 1 & \text{otro caso} \end{cases}$$

$Z$ = dígito 0 ó 1.

$$P(Z=0) = P(2<X<5) = P(X<5) - P(X\le 2) = -\frac{25}{384} + \frac{25}{768}\cdot 5 - \left(-\frac{25}{384} + \frac{25}{768}\cdot 2\right) = 0.097656.$$

$$P(Z=1) = 1 - P(Z=0) = 0.90234$$

$\boxed{a.}$ 10 veces ¿prob. obtener uno una o + veces?

$Y$ = nº unos en la utilización del algoritmo.

10 veces

$Y \sim B(10, 0.90234)$

$$P(Y\ge 1) = 1 - P(Y=0) = 1 - \binom{10}{0} 0.90234^{0}\cdot(0.097656)^{10} = 0.99999$$

$\boxed{b.}$ ¿Nº esperado de ceros antes de obtener el 3er uno?

$Y$ ≡ nº fracasos (ceros) antes del 3er éxito (unos)

$Y \sim BN(3, 0.90234)$

$$E[Y] = \frac{r(1-p)}{p} = \frac{3(1-0.90234)}{0.90234} = 0.324689 \text{ ceros.}$$

Ejercicio 1: En un grupo de personas sometidas a una anestesia general se ha medido la dosis de sustancia anestésica recibida (X) en mg y el tiempo q estuvieron dormidas (Y) en horas. Los datos obtenidos se presentan en la siguiente tabla:

| X \ Y | (1,2] | (2,3] | (3,4] |
|---|---|---|---|
| [20,30] | 14 | 10 | 0 |
| (30,40] | 12 | 26 | 7 |
| (40,50] | 2 | 12 | 17 |

a) media + representativa

b) calcular valor máximo y mínimo del 40% central de las dosis de sustancia anestésica

c) ¿por encima de cuánto tiempo estarán dormidas el 10% de las personas q reciben una dosis entre 30 y 40 mg?

d) según un modelo de regresión lineal, ¿cuánta sustancia anestésica será necesaria para dormir a alguien durante 2 horas? ¿Es fiable la predicción?

a) $\bar{x} = 37.5$ mg

$\sigma x^2 = 54.51$ mg$^2$

$\sigma x = 7.3830887$ mg.

$CVx = 0.2068092$

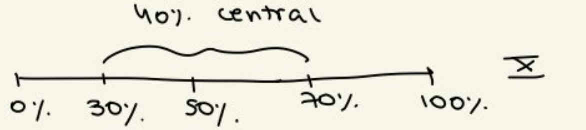
$\bar{y} = 2.46$ h

$\sigma y^2 = 0.5184$ h$^2$

$\sigma y = 0.72$ h

$CVy = 0.29268$.

b) 40% central




$P_{30} = 31.3333$ mg → valor mínimo

$\frac{30 \cdot 100}{100} = 30$

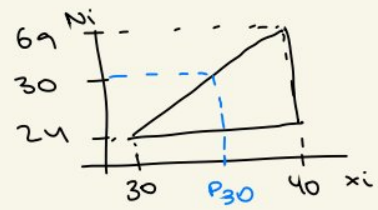
$I_{P_{30}} = (30, 40]$

$P_{70} = 40.32288$ mg
↓
valor máximo.

$\frac{P_{30} - 30}{40 - 30} = \frac{30 - 24}{69 - 24}$ ⟸

⇕

$P_{30} = 31.\hat{3}$



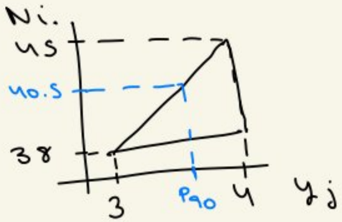
c)

| x \ y | (1,2] | (2,3] | (3,4] | $n_{i.}$ |
|---|---|---|---|---|
| (30,40] | 12 | 26 | 7 | 45 |
| | 12 | 38 | 45 | |

$$\begin{array}{r} 90 \\ \times\ 45 \\ \hline 450 \\ 360\ \\ \hline 4050 \end{array}$$

$$\left.\begin{array}{l} 45 \longrightarrow 100\% \\ x \longrightarrow 90\% \end{array}\right\} \Rightarrow x = \frac{90 \cdot 45}{100} = 40.50$$

$I_{P_{90}} = (3,4]$




$$\frac{P_{90} - 3}{4-3} = \frac{40.5 - 38}{45 - 38}$$

d) No sé