

16

$$\left. \begin{array}{l} A = \text{cte} \\ r_0 = \text{radio en estado de relajación} \\ V = Ar^2(r_0 - r) \end{array} \right\} \begin{array}{l} \text{Suponemos} \\ A, r_0 > 0 \end{array}$$

Buscamos una función que relacione el radio y la velocidad:

$$f(r) = v; \quad f(r) = Ar^2(r_0 - r); \quad f(r) = Ar_0r^2 - Ar^3$$

Vemos si la función tiene algún máximo absoluto:

$$\begin{aligned} f'(r) &= 2Ar_0r - 3Ar^2 = \\ &= r(2Ar_0 - 3Ar) = 0 \end{aligned} \quad \left\{ \begin{array}{l} r = 0 \rightarrow \text{Absurdo} \\ 2Ar_0 - 3Ar = 0 \\ 3Ar = 2Ar_0 \\ r = \frac{2Ar_0}{3A} = \frac{2}{3}r_0 \end{array} \right.$$

$$f''(r) = 2Ar_0 - 6Ar$$

$$f''\left(\frac{2}{3}r_0\right) = 2Ar_0 - 6A \cdot \frac{2}{3}r_0 =$$

$= 2Ar_0 - 4Ar_0 = -2Ar_0 < 0 \Rightarrow$ Por el criterio de la derivada segunda tenemos que $\left(\frac{2}{3}r_0, f\left(\frac{2}{3}r_0\right)\right)$ es un máximo abs.

Calculamos la imagen:

$$f\left(\frac{2}{3}r_0\right) = A \cdot \left(\frac{2}{3}r_0\right)^2 \left(r_0 - \frac{2}{3}r_0\right) = A \cdot \frac{4}{9}r_0^2 \cdot \frac{1}{3}r_0 = \frac{4}{27}Ar_0^3$$

Luego tenemos que:

$$r_{\text{máx}} = \frac{2}{3}r_0$$

$$v_{\text{máx}} = \frac{4}{27}Ar_0^3$$