

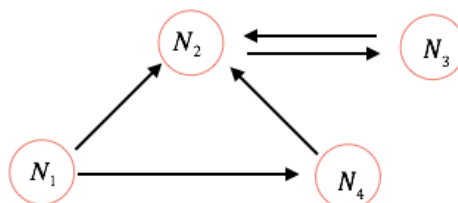
Apellidos		Firma	
Nombre	D.N.I o pasaporte	Grupo	

Curso 2017-2018. Modelos matemáticos I. Grado en Matemáticas 2º

Examen Final temas 3 y 4: Convocatoria Ordinaria (16 de enero de 2018)

1 Justifica la verdad o falsedad de cada una de las afirmaciones siguientes:

- Toda matriz positiva, A , con vector propio estrictamente positivo tiene un valor propio dominante.
- La matriz positiva cuyo grafo es el de la figura es reducible.



- El SEDL $X_{n+1} = \begin{pmatrix} 0 & 1 & 2 \\ 2 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \end{pmatrix} X_n + \begin{pmatrix} 0 \\ -3 \\ 2 \end{pmatrix}$ admite un único vector de equilibrio que es atractor.

2 Es conocido que la dinámica anual de cierta especie de pato silvestre sigue un modelo de Leslie de la forma:

$$P_{n+1} = \begin{pmatrix} 0 & \alpha & \beta \\ 3/4 & 0 & 0 \\ 0 & 1/3 & 0 \end{pmatrix} P_n \quad n = 0, 1, \dots \quad (1)$$

con $\alpha > 0$, $\beta > 0$ y P_n =vector de población en el recuento n . Entonces,

- Si, a largo plazo, la pirámide de edades se corresponde con el vector $p = \frac{1}{8}(4, 3, 1)^t$ ¿cuál es el valor propio dominante? ¿Qué ocurrirá con la población total a largo plazo?
- Si $\beta = 2$, ¿cuál es el valor que debe tomar α para que, a largo plazo, la población total crezca a un ritmo del 20 % anual?

3 En un juego de **Piedra, Papel, Tijera** hemos observado que nuestro adversario sigue una estrategia que depende sólo de su jugada anterior. En particular, si en una jugada apuesta por *Piedra* en la siguiente jugará *Papel* o *Tijera* con igual probabilidad. Si por el contrario, apuesta por *Papel* en la siguiente jugará *Piedra* o *Tijera* con igual probabilidad. Y finalmente, si apuesta por *Tijera* en la siguiente jugada repetirá *Tijera* la mitad de las veces y el resto de las veces jugará *Papel*.

- Demuestre que, a largo plazo, tendremos una mayor cantidad de victorias que de derrotas si jugamos siempre *Piedra*.
- Nuestro adversario se ha dado cuenta de nuestra estrategia y decide cambiar la suya de la siguiente forma: si en una jugada apuesta por *Piedra* en la siguiente jugará *Piedra* con probabilidad p o *Papel* con probabilidad $1 - p$. Si nosotros seguimos jugando *Piedra*, ¿conseguiremos, a largo plazo, una mayor cantidad de victorias que de derrotas? Razone su respuesta.