 Universidad de Granada	Fundamentos Físicos y Tecnológicos G.I.I.	Examen de Teoría 9 de Septiembre de 2013
Apellidos:		Firma:
Nombre:	DNI:	

- Responde a cada pregunta en hojas separadas.
- Indica en cada hoja tu nombre, el número de página y el número de páginas totales que entregas.
- Lee detenidamente los enunciados antes de contestar.
- No es obligatorio hacer los ejercicios en el orden en el que están planteados.

1. Una esfera aislada, sólida y de 10cm de radio ($R=10\text{cm}$) tiene una densidad de carga eléctrica volumétrica positiva y uniforme de carga total $Q=10\text{C}$.

- a) Calcula el potencial eléctrico en un punto situado a $r=1\text{m}$ del centro de la esfera. Haga que el potencial en $r=\infty$ sea cero. **(0.5 puntos)**
- b) Calcula el potencial eléctrico en un punto situado a $r=5\text{cm}$ del centro de la esfera. **(0.5 puntos)**
 Datos: $\epsilon_0 = 8.85 \cdot 10^{-12} \frac{\text{C}^2}{\text{Nm}^2}$, $S_{\text{esfera}} = 4\pi R^2$, $V_{\text{esfera}} = \frac{4}{3}\pi R^3$.

2. En el circuito de la figura **1**:

- a) Calcula los equivalentes Thevenin y Norton del circuito visto desde los puntos A y B si $R=1\text{k}\Omega$, $I_1=1\text{mA}$, $I_2=2\text{mA}$, $V_1=2\text{V}$, $V_2=4\text{V}$. **(1.75 puntos)**
- b) Calcula la potencia en cada una de las fuentes de corriente del circuito justificando si es consumida o suministrada. **(1 punto)**

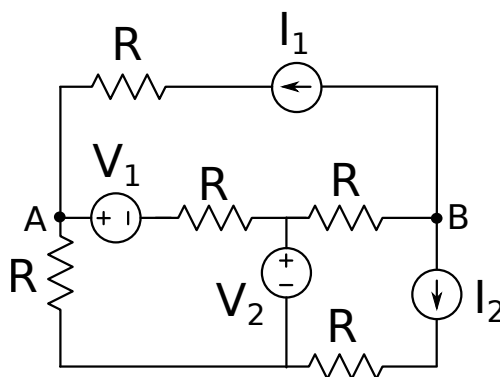


Figura 1: Circuito para el problema 2

3. Calcula en el circuito de la figura **2** el punto de polarización del transistor (I_D , V_{DS} y V_{GS}). Datos: $V_T=2\text{V}$ (tensión umbral del transistor), $k = 2 \cdot 10^{-3} \text{A/V}^2$, $R=1\text{k}\Omega$, $V_{DD}=10\text{V}$. Teniendo en cuenta los resultados anteriores, ¿cuánto vale la intensidad que atraviesa la resistencia $2R$? ¿Cuánto vale la potencia disipada por el transistor? **(1.75 puntos)**

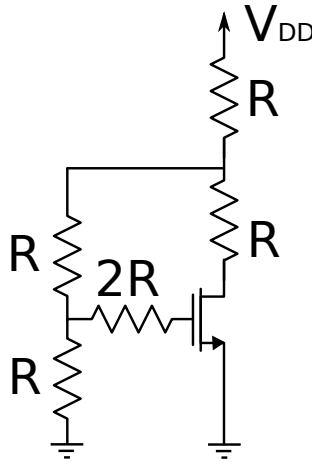


Figura 2: Circuito para el problema 3

4. En el circuito de la figura 3 $R=1k\Omega$ y $L=1mH$.

- Calcula la función de transferencia, su módulo y su argumento. **(0.75 puntos)**
- Dibujar el diagrama de Bode en amplitud y en fase y explica su significado. **(1 punto)**
- Escribe la forma de la salida ($v_o(t)$) que se obtendría con una entrada $v_i(t) = 10 \sin(200t + 0.12)V$. **(0.5 puntos)**

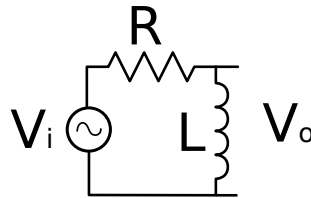


Figura 3: Circuito para el problema 4

- Dibuja un circuito con transistores MOSFETs que realice la función lógica de inversor cumpliendo que la potencia consumida sea la mínima posible. Pinta su característica de transferencia y explica brevemente su funcionamiento. **(1 punto)**
- Calcula la expresión de la salida V_o así como la de la intensidad que pasa por la resistencia $2R$ en función de V_1 , V_2 y R para el circuito de la figura 4 **(1.25 puntos)**

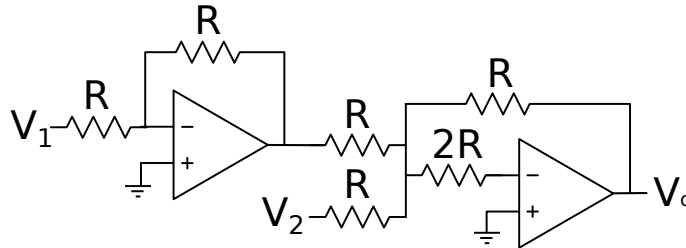


Figura 4: Circuito para el problema 6

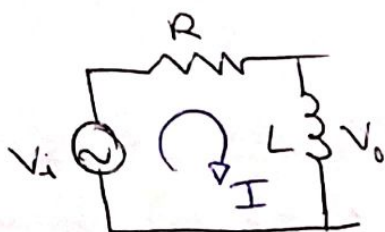
EXAMEN 2013 SEPTIEMBRE G.I.I.

4.

Datos

$$R = 1k\Omega$$

$$L = 1mH$$



a) Función de transferencia, módulo y argumento.

Ley de mallas

$$V_i = I(Z_R + Z_L)$$

$$I = \frac{V_i}{Z_R + Z_L}$$

$$V_o = I Z_L = \frac{Z_L}{Z_R + Z_L} V_i$$

$$\frac{V_o}{V_i} = \frac{Z_L}{Z_R + Z_L} = \frac{j\omega L}{R + j\omega L} = \frac{j\omega L}{R(1 + j\omega \frac{L}{R})} = \frac{1}{R} \cdot \frac{j\omega L}{1 + j\omega \frac{L}{R}} = 10^{-3} \cdot \frac{j \frac{\omega}{10^3}}{1 + j \frac{\omega}{10^6}} = \frac{j \frac{\omega}{10^6}}{1 + j \frac{\omega}{10^6}}$$

b) Diagrama de Bode en amplitud y fase y explicar su significado.

$$\boxed{j \frac{\omega}{10^6}} \text{ Módulo} = \frac{\omega}{10^6} \quad 20 \log |T(\omega)| = 20 \log \omega - 20 \log 10^6$$

$$\text{Argumento} = \frac{\pi}{2}$$

$$\text{Si } \omega \ll 10^6:$$

$$20 \log |T(\omega)| = 0 \text{ dB}$$

$$\text{Si } \omega = 10^6: 20 \log |T(\omega)| = 3 \text{ dB}$$

$$\text{Si } \omega \gg 10^6: 20 \log |T(\omega)| = 20 \log \omega - 20 \log 10^6$$

$$\boxed{1 + j \frac{\omega}{10^6}} \text{ Módulo} = \sqrt{1 + \left(\frac{\omega}{10^6}\right)^2}$$

$$\text{Argumento} = \arctg \frac{\omega}{10^6}$$

$$\text{Si } \omega \ll 10^6, \arg(T(\omega)) = 0$$

$$\text{Si } \omega = 10^6, \arg(T(\omega)) = \frac{\pi}{4}$$

$$\text{Si } \omega \gg 10^6, \arg(T(\omega)) = \frac{\pi}{2}$$

Diagrama de Bode - Amplitud

Si $\omega < 10^6$, $|V_o| < |V_i|$

Si $\omega \geq 10^6$, $|V_o| > |V_i|$

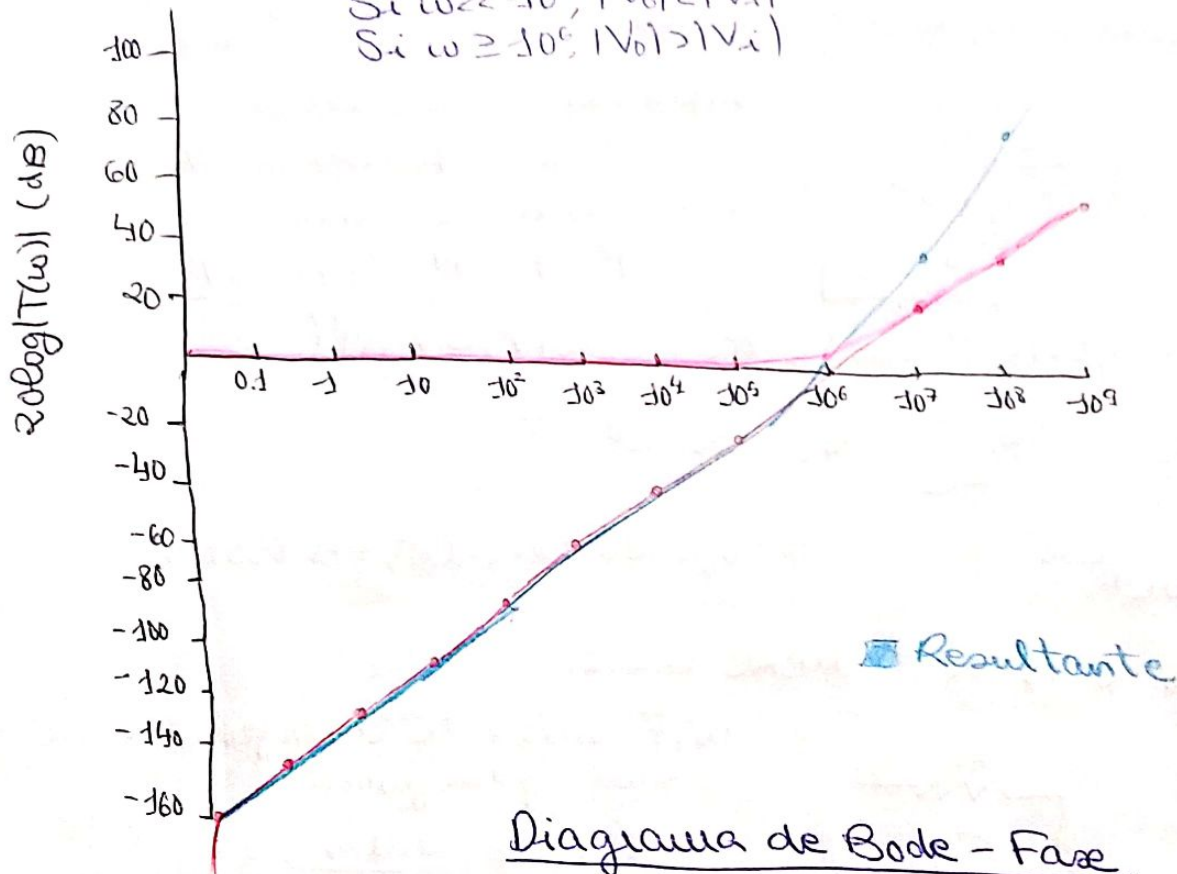
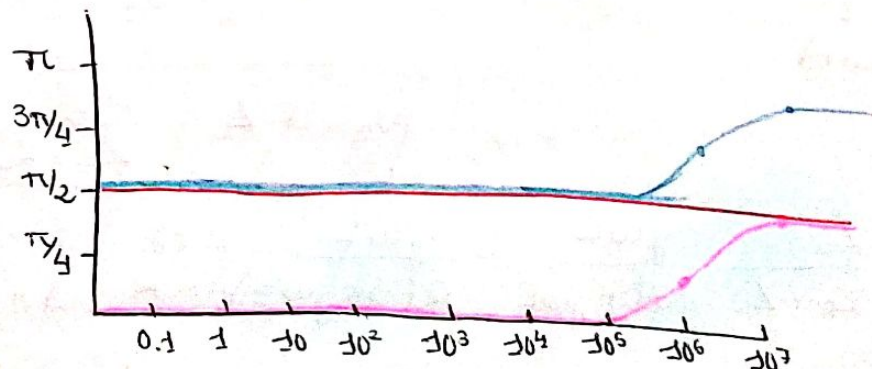


Diagrama de Bode - Fase

$\arg(V_o) > \arg(V_i)$ Siempre



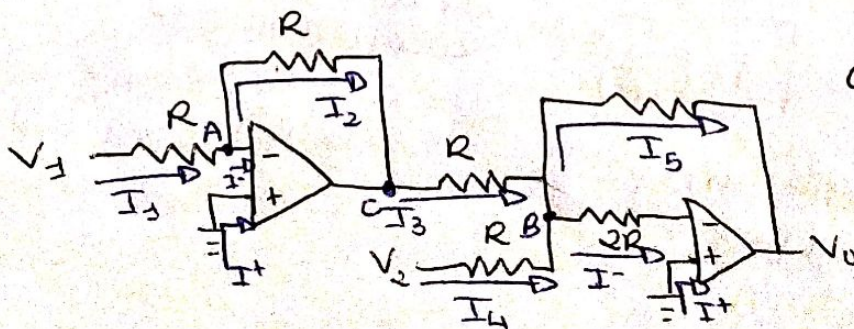
c) Si $v_i(t) = 10 \sin(200t + 0.12) \text{ V}$, $\dot{v}_o(t)$?

$$V_i = 10 e^{j0.12}$$

$$V_o = \frac{Z_L}{Z_R + Z_L} V_i = 0.002 e^{j1.691}$$

$$v_o(t) = 0.002 \sin(200t + 1.691) \text{ V}$$

6.



\dot{V}_o y I en $2R$ en función de V_1 , V_2 y R ?

-) Modelo lineal ideal: $I^+ = I^- = 0A$
-) Realim. negat.: $V^+ = V^- = 0V \Rightarrow V_B = 0V$
-) Ley de nudos (A):

$$I_1 = I_2 \Rightarrow \frac{V_1}{R} = -\frac{V_c}{R} \Rightarrow V_c = -V_1$$

-) Ley de nudos (B):

$$I_4 + I_3 = I_5 \quad I_3 = \frac{V_c}{R} \quad I_4 = \frac{V_2}{R} \quad I_5 = \frac{-V_0}{R}$$

$$-\frac{V_1}{R} + \frac{V_2}{R} = -\frac{V_0}{R} \Rightarrow \boxed{V_0 = V_2 - V_1}$$

La intensidad que corre por $2R$ es nula.

2.

a) Eq. Thevenin entre A y B

Datos

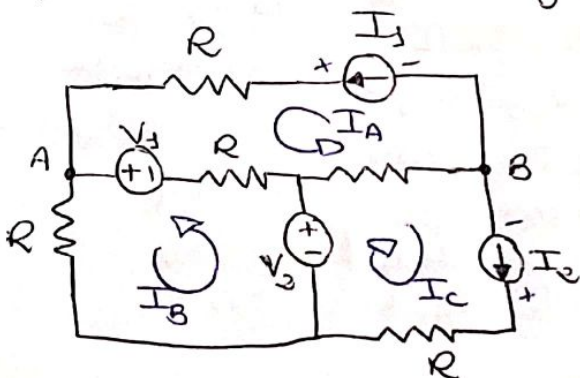
$$I_1 = 1\mu A$$

$$I_2 = 2\mu A$$

$$R = 1k\Omega$$

$$V_1 = 2V$$

$$V_2 = 4V$$



Ley de mallas

$$E_{I_1} - V_1 = I_A 3R - I_B R + I_C R$$

$$V_1 + V_2 = I_B 2R - I_A R$$

$$E_{I_2} + V_2 = I_C 2R + I_A R$$

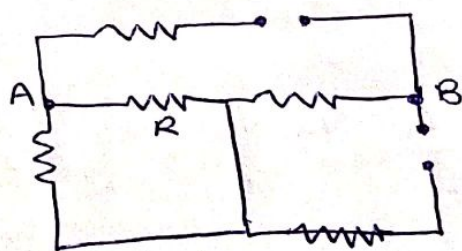
$$I_A = I_1 \quad I_C = I_2$$

$$E_1 - 2 = 3 - 1000b + 2 \Rightarrow E_{I_1} = 3.5V$$

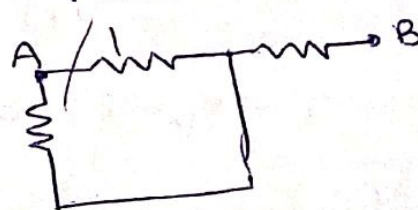
$$6 = 2000b - 1 \Rightarrow I_B = 3.5\mu A$$

$$E_2 + 4 = 4 + 1 \Rightarrow E_2 = 1V = E_{I_2}$$

R_{th}



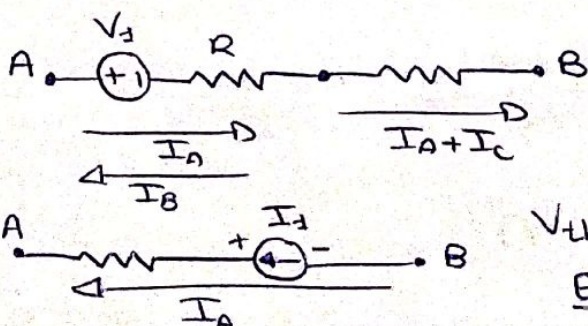
Paralelo



$$\Rightarrow A \text{ --- } R_p \text{ --- } B \quad R_p = \frac{1 \cdot 1}{1+1} = 0.5k\Omega$$

$$R_{th} = R_p + R = 1.5k\Omega$$

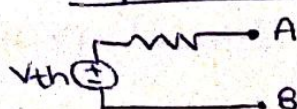
V_{th}



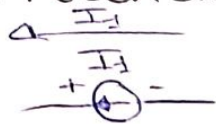
$$V_{th} = V_A - V_B = V_1 - (I_B - I_A)R + (I_A + I_C)R = 2.5V$$

$$V_{th} = V_A - V_B = -I_A R + E_{I_1} = -1 + 3.5 = 2.5V \quad \checkmark$$

Eq. Thevenin

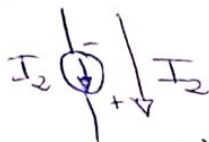


b) Potencias fuentes



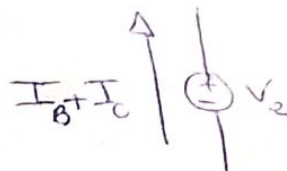
Suministra

$$P_{I_1} = \mathcal{E}_{I_1} \cdot I_1 = 3.5 \mu W$$



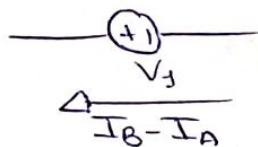
Suministra

$$P_{I_2} = \mathcal{E}_{I_2} \cdot I_2 = 2 \mu W$$



Suministra

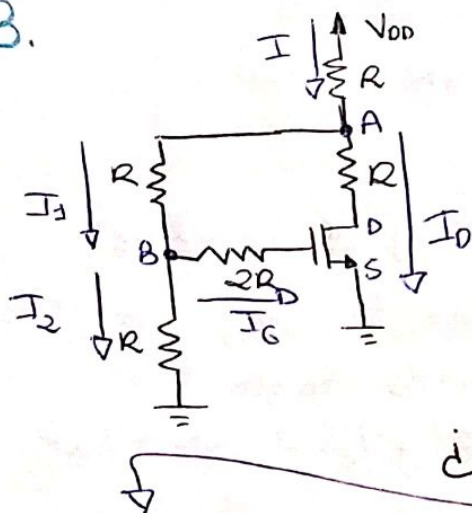
$$P_{V_2} = (I_B + I_C) V_2 = 22 \mu W$$



Suministra

$$P_{V_3} = (I_B - I_A) V_3 = 5 \mu W$$

3.



Datos

$$V_T = 2V$$

$$k = 2 \cdot 10^{-3} \frac{A}{V^2}$$

$$R = 1k\Omega$$

$$V_{DD} = 10V$$

¿I en 2R?

¿Potencia disipada?

¿I_D, V_{GS}, V_{DS}?

I_G = 0A siempre $\Rightarrow V_B = V_G$

V_S = 0V siempre

¿I₁ = I₂

•) Ley de nodos (A):

$$I = I_1 + I_0$$

1°) Supongo CORTE:

$$I_0 = 0A$$

$$\Rightarrow I = I_1 = I_2$$

$$V_{DD} = IR + IR + IR \Rightarrow I = \frac{V_{DD}}{3R} = 3.33 \mu A$$

$$I = \frac{V_{DD} - V_B}{2R} \Rightarrow V_B = V_G = 3.33V \Rightarrow V_{GS} = 3.33V > V_T = 2V$$

Suposición incorrecta

2°) Supongo SATURACIÓN:

$$I_D = \frac{k}{2} (V_{GS} - V_T)^2$$

$$I = I_D + I_1 \Rightarrow \frac{V_{DD} - V_A}{R} = \frac{V_A - V_D}{R} + \frac{V_G}{R} \Rightarrow \frac{V_{DD} + V_D}{R} = \frac{5V_G}{R}$$

$$V_A = I_D R + V_{DS}$$

$$V_D = 5V_G - V_{DD}$$

$$I_1 = \frac{V_A - V_G}{R}$$

$$I_2 = \frac{V_G}{R}$$

$$I_1 = I_2 \Rightarrow \frac{V_A - V_G}{R} = \frac{V_G}{R} \Rightarrow V_A = 2V_G$$

$$I_D = \frac{V_A - V_D}{R} = \frac{2V_G - 5V_G + V_{DD}}{R} = \frac{V_{DD} - 3V_G}{R}$$

$$\frac{V_{DD} - 3V_G}{R} = \frac{k}{2} (V_G - V_T)^2$$

$$10 - 3V_G = (V_G - 2)^2 \Rightarrow 10 - 3V_G = V_G^2 + 4 - 4V_G \Rightarrow V_G^2 - V_G - 6 = 0$$

$$V_G = \frac{1 \pm 5}{2} = 3 \Rightarrow \text{Porque está conduciendo}$$

Si $V_G = 3V \Rightarrow V_D = 5V$ ¿Se cumple que $V_{DS} > V_{GS} - V_T$?

Si, pues $V_{DS} = 5V$, $V_{GS} = 3V$ y $V_{GS} - V_T = 1V < V_{DS}$

$$I_D = 1\mu A$$

$$\text{Potencia} = I_D \cdot V_{DS} = 5\mu W$$