

# Grado en Ingeniería Informática y Matemáticas

## Modelos matemáticos I (curso 2021/22)

Segundo parcial. 7 de Junio de 2022

### Problema 1

Sean  $\alpha \geq 0$ ,  $\beta \geq 0$ ,  $\gamma \geq 0$  y  $\delta \geq 0$ . Considero la matriz:

$$A = \begin{pmatrix} \alpha & \beta & \gamma & \delta \\ 0.2 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0.3 & 0 & \gamma \\ 0 & 0 & 0.8 & 0 \end{pmatrix}$$

- 1 0.5 puntos. Estudiar bajo qué condiciones  $A$  es matriz de estados.
- 2 0.5 punto. Estudiar bajo qué condiciones  $A$  es matriz de Leslie.
- 3 1 punto. Mostrar que si  $\alpha > 0$  y  $\delta > 0$  entonces  $A$  es ergódica.
- 4 1 punto. Mostrar que si  $\gamma > 0$  y  $\delta > 0$  entonces  $A$  es ergódica.
- 5 1 punto. Demostrar que dada una matriz  $B$  de coeficientes positivos o 0,

$$B \text{ es ergódica} \Leftrightarrow B^2 \text{ es ergódica.}$$

- 6 1 punto. Mostrar que si  $\alpha = \gamma = 0$  y  $\delta > 0$  entonces  $A$  es transitiva pero no ergódica.
- 7 1 punto. Dame condiciones necesarias y suficientes para que  $A$  sea transitiva.
- 8 0.5 puntos. Dame un conjunto de valores  $\alpha \geq 0$ ,  $\beta \geq 0$ ,  $\gamma \geq 0$  y  $\delta \geq 0$ , tal que  $\lambda = 1$  sea valor propio dominante de  $A$ .
- 9 0.5 puntos. ¿Es posible en el apartado anterior dar un ejemplo que no sea matriz de estados? Razona la respuesta.

**Problema 2 [3 puntos.]** Un sistema de páginas web tiene la siguiente estructura:



Se decide poner una tercera página con enlace a ella misma y además un enlace, o bien a  $P_1$ , o bien a  $P_2$  o a ninguna. Calcula la importancia (pagerank) al nivel 0.6 de su página en cada uno de los casos.