

# Grado en Ingeniería Informática y Matemáticas

## Cálculo I – Temas de teoría

1. Axioma del continuo. Principios del supremo y del ínfimo. Principio de buena ordenación de  $\mathbb{N}$ . Densidad de  $\mathbb{Q}$  y de  $\mathbb{R} \setminus \mathbb{Q}$  en  $\mathbb{R}$ .  
Definición 1.8, teoremas 1.9 y 1.10. Definición 1.11, proposiciones 1.22, 1.23 y 1.24. Proposición 1.33, definición 1.34, proposición 1.35.
2. El conjunto de los números racionales es numerable. Principio de los intervalos encajados.  $\mathbb{R}$  no es numerable.  
Proposición 1.41 (sin demostración). Proposición 1.42, definición 1.43. Proposiciones 1.44, 1.45, 1.46, 1.47, 1.48, 1.49 y 1.50.
3. Sucesiones convergentes. Sucesiones monótonas.  
Definiciones 2.1, 2.2. Proposiciones 2.6, 2.7, 2.8. Corolario 2.10, definición 2.11, proposición 2.12, teorema 2.14.
4. Las funciones logaritmo y exponencial.  
La sección 2.2 hasta la subsección 2.2.1. No es necesario demostrar el lema 2.24.
5. Potencias reales. Sucesiones de exponenciales y logaritmos.  
Es la sección 2.2.1, desde la definición de las potencias racionales y la proposición 2.29 hasta el corolario 2.36.
6. Sucesiones parciales. Valores de adherencia. Teorema de Bolzano – Weierstrass.  
Sección 2.3 desde la definición de sucesión parcial y la proposición 2.38 hasta el corolario 2.45.
7. Teorema de complitud de  $\mathbb{R}$ . Límites superior e inferior.  
Definición 2.46, teorema 2.47. Definiciones de límites superior e inferior. Teorema 2.61. Definición 2.62 y corolario 2.63.
8. Series de números reales. Conceptos básicos. Series armónicas. El número  $e$ .  
Concepto de serie de números reales, sumas parciales, series convergentes, suma de una serie. Ejemplo 3.3 (serie armónicas) y 3.4 (armónica alternada). Proposiciones 3.6 y 3.7, 3.9 y 3.11.
9. Convergencia de series de términos positivos. Criterios de comparación. Series de Riemann y series de Bertrand.  
Proposiciones 3.12, 3.14, 3.16, 3.17, 3.19
10. Criterios del cociente y de la raíz y de Raabe.  
Proposiciones 3.21, 3.23. Comparación de los criterios del cociente y de la raíz. Proposiciones 3.25 y 3.26.
11. Series absolutamente convergentes y series conmutativamente o incondicionalmente convergentes. Series alternadas. Criterio de Leibniz.  
Sección 3.3 completa.
12. Funciones reales continuas. Propiedades básicas. Propiedades locales.  
Definiciones 4.10, 4.11, 4.12. Proposición 4.13, teorema 4.14 y 4.16. Definición 4.18, proposiciones 4.20, 4.21 y 4.22.

13. Teorema de Bolzano y teorema del valor intermedio. Consecuencias.  
Teoremas 4.24 y 4.25. Corolarios 2.27 y 4.28.
14. Continuidad y monotonía.  
Teorema 4.29. Corolarios 4.30 y 4.31. Teorema 4.32. Corolario 4.33.
15. Continuidad en intervalos cerrados y acotados. Teorema de Weierstrass. Consecuencias.  
Definición 4.34, teorema 4.35. Corolario 4.36. Proposición 4.37.  
*Para las referencias que siguen debes descargar de PRADO la última versión de mis apuntes de la asignatura.*
16. Límite de una función en un punto. Caracterización por sucesiones. Límites y discontinuidades de las funciones monótonas.  
Definición 4.38, proposición 4.44, definición 4.52, teoremas 4.53 y 4.54.

En los exámenes finales se propondrán tres temas y deberás responder a uno de ellos.