Geometría I. Relación de problemas 1

Sistemas de ecuaciones lineales

1. Decidir cuáles de los siguientes sistemas de ecuaciones son lineales. Para los que lo sean, escribir la matriz de coeficientes y la matriz ampliada del sistema:

$$\left\{\begin{array}{rcl} x+y+\sqrt{z} & = & 0 \\ y-z & = & 3x \\ x+y+z & = & 0 \end{array}\right. , \quad \left\{\begin{array}{rcl} x+y+2z & = & 0 \\ y-z & = & 35 \\ x+2y+3z & = & 2007 \end{array}\right. ,$$

$$\left\{\begin{array}{rcl} x+2z & = & -3y \\ \sin(2)z & = & 35-2x \\ y+x & = & \sqrt{3}z \end{array}\right. , \quad \left\{\begin{array}{rcl} x+y+z & = & 28 \\ z^2 & = & 35 \\ \operatorname{sen}(x)+\cos(y) & = & \operatorname{tg}(z) \end{array}\right. .$$

2. Resolver los siguientes sistemas de ecuaciones lineales escalonados:

$$\left\{\begin{array}{rcl} x+y+z+t & = & 1 \\ y+z+t & = & 2 \\ z+t & = & 3 \end{array}\right. , \quad \left\{\begin{array}{rcl} x+y & = & -z-t \\ y+z+t & = & 3 \end{array}\right. , \quad \{x-y+10z=8 .$$

3. Discutir y resolver los siguientes sistemas de ecuaciones lineales:

$$\left\{\begin{array}{rcl} 2x+2y+10z & = & 18 \\ 2x+3y+12z & = & 23 \\ 2y+5z & = & 11 \end{array}\right. , \quad \left\{\begin{array}{rcl} x+2y-3z & = & -1 \\ 3x-y+2z & = & 1 \\ 5x+3y-4z & = & 2 \end{array}\right. ,$$

$$\left\{\begin{array}{rcl} x+2y-3z & = & 6 \\ 2x-y+4z & = & 2 \\ 4x+3y-2z & = & 14 \end{array}\right. , \quad \left\{\begin{array}{rcl} x-3y+4z-2t & = & 5 \\ 2y+5z+t & = & 2 \\ y-3z & = & 4 \end{array}\right. .$$

4. Discutir y resolver los siguientes sistemas de ecuaciones lineales:

$$\left\{\begin{array}{rcl} -4y-z & = & -7 \\ x+y+z & = & 2 \\ x-2y+z & = & -2 \\ -x+2y & = & 3 \end{array}\right. , \quad \left\{\begin{array}{rcl} y+z-2s+t & = & 2 \\ x+2y+s & = & 7 \\ 2x-y+z+4s+t & = & 0 \end{array}\right. .$$

5. Discutir y resolver, cuando sea posible, los sistemas de ecuaciones lineales siguientes en función de los parámetros a y b:

$$\left\{\begin{array}{rcl} x+2y+z & = & 1 \\ -x-y+z & = & -2 \\ x+az & = & -1 \end{array}\right. , \quad \left\{\begin{array}{rcl} x+y+z & = & 1 \\ 3x+ay+az & = & 5 \\ 4x+ay & = & 5 \end{array}\right. ,$$

$$\left\{\begin{array}{rcl} x+t & = & a \\ x-2y+z & = & 1 \\ -x+y+az-t & = & 0 \end{array}\right. , \quad \left\{\begin{array}{rcl} az & = & b \\ y+z & = & 0 \\ x+ay+z & = & 0 \end{array}\right. ,$$

$$\left\{\begin{array}{rcl} ax+y+z & = & 1 \\ x+ay+z & = & a \\ x+y+az & = & a^2 \end{array}\right. , \quad \left\{\begin{array}{rcl} x-3y+z & = & 1 \\ 2x-3z & = & a \\ x+y+2z & = & 0 \\ 2x+y-z & = & 1 \end{array}\right. ,$$

$$\left\{\begin{array}{rcl} ax+y+z & = & 1 \\ x+y+z & = & b \\ ax+by+z & = & 1 \end{array}\right. , \quad \left\{\begin{array}{rcl} ax+y+z & = & 1 \\ x+y+z & = & 2 \end{array}\right. .$$

6. Las tres cifras de un número suman 21. Si a ese número se le resta el que resulta de invertir el orden de sus cifras se obtiene 198. Se sabe también que la cifra de las decenas coincide con la media aritmética entre las otras dos. Calcular dicho número.

7. Dados tres puntos planos (x_1,y_1), (x_2,y_2), (x_3,y_3) de forma que sus primeras coordenadas son dos a dos distintas, probar que existe una única parabola $y=ax^2+bx+c$ (incluyendo el caso límite de rectas, esto es, $a=0$) cuya gráfica contiene a dichos puntos. ¿Qué parábola se obtiene para los puntos $(2,0)$, $(3,0)$ y $(-1,12)$?

8. Para la construcción de un almacén se necesita una unidad de hierro y ninguna de madera. Para la construcción de un piso se necesita una unidad de cada material y para la construcción de una torre se necesitan cuatro unidades de hierro y una de madera. Si poseemos en reserva 14 unidades de hierro y cuatro de madera, decidir cuántos almacenes, pisos y torres se pueden construir de manera que se utilicen todas las reservas.

9. En un examen tipo test de 50 preguntas se dan 2 puntos por cada acierto y se quita medio punto por cada fallo. Para aprobar hay que obtener al menos 40 puntos y es obligatorio contestar a todas las preguntas. Si se quiere aprobar, ¿cuántas preguntas hay que contestar correctamente y cuántas se pueden fallar?

10. En una ciudad los taxis cobran 1 euro por la bajada de bandera y 10 céntimos por cada 200 metros recorridos. En otra ciudad, la bajada de bandera es de 90 céntimos y por cada 200 metros que se recorran se cobran 12 céntimos. ¿Existe alguna distancia para la que coincidan los precios de las carreras en ambas ciudades?

11. ¿Existe un SEL con 2 ecuaciones y 3 incógnitas que sea compatible determinado? ¿Y si el SEL tiene 3 ecuaciones y 2 incógnitas?