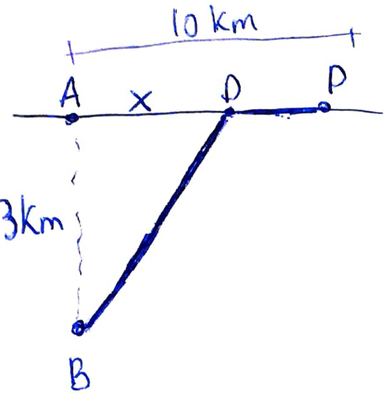
Ejercicio 2.3



Suponemos la costa como una superficie recta y medimos la distancia a esta perpendicularmente (distancia del barco al ~~punto~~ punto A (3 Km)).

Entonces, si llamamos K al gasto de energía, que es doble cuando la paloma vuela sobre el agua que sobre la tierra firme, y X a la distancia entre A y el punto D, donde la paloma abandona el agua, la función del gasto de energía a minimizar es:

Distancia AD: X D: punto paloma abandona agua P: palomar

Distancia AP: 10Km B: barco distancia barco B a costa: 3 Km

$$f(x) = 2K\sqrt{x^2+3^2} + K(10-X) = K\cdot\left(2\sqrt{x^2+9} + (10-X)\right)$$

Procedemos a optimizar la función. Para ello calculamos la primera derivada e igualamos a 0. Después obtenemos el mínimo absoluto, que nos dará el punto D que buscamos:

$$f'(x) = K\cdot\left(\cancel{2}\,\frac{2X}{\cancel{2}\sqrt{X^2+9}} - 1\right)$$

$$f'(x)=0;\ K\cdot\left(\frac{2X}{\sqrt{x^2+9}} - 1\right) = 0 \Rightarrow \frac{2X}{\sqrt{x^2+9}} = 1 \Rightarrow$$

$$\Rightarrow 2X = \sqrt{X^2+9} \Rightarrow 4X^2 = X^2+9 \Rightarrow 3X^2 = 9 \Rightarrow X = \cancel{\pm}\sqrt{3}\ \text{Km}$$

una distancia no puede ser negativa

Comprobemos que en $X=\sqrt{3}$ la función tenga un mínimo absoluto con el signo de la derivada primera a izquierda y derecha del punto:

$$\begin{array}{c|cc} f'(x) & - & + \\ \hline & \searrow\ \sqrt{3} & \nearrow \end{array}$$

luego en $x=\sqrt{3}$ la función tiene un mínimo absoluto pues a la izquierda de $X=\sqrt{3}$ la $f'(x)<0$ y a la derecha de $X=\sqrt{3}$ la $f'(x)>0$ y es el único punto crítico

Entonces, el punto D, en el cual la paloma abandona la costa está a $\sqrt{3}$ Km del punto A y a $10-\sqrt{3}$ Km del palomar (punto P).