TOPOLOGÍA I. Examen final

– Grado en Matemáticas – Grupo B. Curso 2012/13

<u>**Nombre**</u>**:**

1. Consideramos (X, τ), donde $X = [0, 2]$ y $\tau = \{O \subset X : (0, 1) \subset O\} \cup \{\emptyset\}$. Si $A = (0, 1)$, hallar $\overline{A}$. Probar que A es compacto pero $\overline{A}$ no lo es.

2. Sea $A \subset \mathbb{R}^n$ una recta. Probar que $A \cong \mathbb{R}$. Si $n > 2$, probar que $\mathbb{R}^n - A$ es conexo.

3. (a) Probar que cualesquiera dos de los espacios $A = \{(x, y) \in \mathbb{R}^2 : x^2 + y^2 \leq 1\}$, $B = \{(x, y) \in \mathbb{R}^2 : x^2 + y^2 \leq 1\} - \{(1, 0)\}$ y $\mathbb{S}^1$ no son homeomorfos.

   (b) Probar que todo subconjunto compacto de un espacio Hausdorff es cerrado.

4. Sea un espacio topológico (X, τ). En $(X \times \{0, 1\}, \tau \times \tau_u)$ se define la relación de equivalencia $(x, t)R(x', t')$ si $x = x'$. Probar que $\dfrac{X \times \{0, 1\}}{R} \cong X$.

Razonar todas las respuestas