

Universidad de Granada. Modelos matemáticos I. Grupo A
19 de Diciembre de 2019

NOMBRE:

1. El programa de máster MODERN QUADRIVIUM se estructura en tres cursos. Los porcentajes de éxito y fracaso para cada curso son

Curso	Aprobado	Suspenso	Abandono
1	60%	30%	10%
2	70%	25%	5%
3	80%	20%	0%

Se sabe también que cada año ingresan 100 nuevos estudiantes para iniciar el primer curso. Presenta un modelo que describa la evolución del número de alumnos de cada curso a lo largo de los años.

2. En un modelo de Leontief con tres sectores económicos la matriz de input-output es

$$\begin{bmatrix} 0.2 & 0.5 & 0.4 \\ 0.3 & 0 & 0.4 \\ 0.5 & 0.5 & 0.2 \end{bmatrix}.$$

¿Qué porcentaje de la producción del sector 2 es consumido por el sector 3?

¿Qué sector tiene más peso en esta economía?

3. Se considera la ecuación en diferencias

$$x_{n+1} = \sqrt{x_n} + 1, \quad n \geq 0,$$

definida en el intervalo $I = [0, \infty[$. Calcula los puntos fijos (\equiv soluciones constantes). Esboza una gráfica que explique de manera intuitiva el comportamiento asintótico de las soluciones no constantes.

4. ¿Es cierto que la matriz

$$A = \begin{bmatrix} 0 & 1/3 & 0 & 2/3 \\ 2/3 & 0 & 1/3 & 0 \\ 0 & 2/3 & 0 & 1/3 \\ 1/3 & 0 & 2/3 & 0 \end{bmatrix},$$

tiene un valor propio dominante? Razona la respuesta.

5. Se supone que $A = (a_{ij})_{1 \leq i, j \leq d}$ es una matriz de probabilidad con todos sus coeficientes estrictamente positivos, $a_{ij} > 0$, $1 \leq i, j \leq d$. Demuestra que el sistema lineal

$$(A - I)x = \begin{bmatrix} 1 \\ 1 \\ \dots \\ 1 \end{bmatrix}$$

es incompatible.