Apellidos			Firma
Nombre	D.N.I o pasaporte	Grupo	

Modelos matemáticos I 18/19
Grado en Matemáticas 2° B
Prueba Temas 1 y 2

1 Responda de forma razonada a las siguientes cuestiones breves:

a) La dinámica que rige el tamaño de muchas especies marinas cumple las siguientes hipótesis:
- La longitud máxima que puede alcanzar es un cierto valor K.
- El crecimiento en cada nueva medición es proporcional a lo que falta para alcanzar su longitud máxima teórica
$$L_{n+1} - L_n = \mu(K - L_n)$$
siendo L_n la longitud medida en el tiempo n-ésimo y $\mu > 0$.

Determine la longitud de equilibrio. ¿Bajo qué condiciones la longitud de equilibrio es asintóticamente estable?

b) Se considera la ecuación en diferencias homogénea $x_{n+2} - ax_{n+1} + x_n = 0$. ¿Para que valores del parámetro a pueden ser periódicas sus soluciones?

c) Encuentre una ecuación en diferencias homogénea de segundo orden $x_{n+2} - ax_{n+1} + x_n = 0$ cuyas soluciones sean periódicas de periodo mínimo 8.

2 Un hospital recibe cada semana 20 pacientes aquejados de una determinada enfermedad infecciosa. Se ha comprobado que al cabo de una semana una fracción α de los pacientes abandona el hospital (bien porque fallecen o bien porque reciben el alta).

a) Determine en función de α el número mínimo de camas que a largo plazo deberá reservar el hospital para atender a los pacientes de esta enfermedad.

b) Al declararse una epidemia, se observa que el número de nuevos pacientes que ingresan crece semanalmente según la secuencia $\{20, 30, 40, 50, \dots\}$. ¿Existe algún valor del parámetro α que nos permita fijar el número mínimo de camas que a largo plazo deberá reservar el hospital para atender a todos los pacientes que se reciben?

3 Se considera la ecuación en diferencias no lineal
$$x_{n+1} = \frac{\alpha x_n}{\beta + x_n^2} \tag{1}$$
con $\alpha > 0$ y $\beta > 0$. Determine la región del plano de parámetros (α, β) en la que la ecuación en diferencias (1) posee una solución constante positiva que sea localmente asintóticamente estable.

4 Se considera una ecuación en diferencias homogénea de tercer orden
$$x_{n+3} + a_2 x_{n+2} + a_1 x_{n+1} + a_0 x_n = 0. \tag{2}$$

a) Determine el valor de los parámetros a_0, a_1 y a_2 para que la sucesión $\{n + 2^n\}_{n\geq 0}$ sea solución de la ecuación homogénea (2).

b) Con los valores obtenidos en el apartado anterior determine la solución general de la ecuación en diferencias completa
$$x_{n+3} + a_2 x_{n+2} + a_1 x_{n+1} + a_0 x_n = 1 \tag{3}$$

Granada, a 8 de Noviembre de 2018