Calcula (forma de Newton) el único polinomio $p \in \Pi_3$ que verifica

$$j = 0, 1, 2, 3 \Rightarrow p(x_j) = y_j,$$

para los datos

x_j	0	2	-2	-1
y_j	3	7	-9	$-\frac{1}{2}$

Solución

Los polinomios nodales para estos datos son:

$$\omega_0(x) = 1,$$

$$\omega_1(x) = x,$$

$$\omega_2(x) = x(x-2) = x^2 - 2x$$

y $\omega_3(x) = x(x-2)(x+2) = x^3 - 4x.$

Para determinar el polinomio p, necesitamos también las diferencias divididas:

$$
\begin{array}{c|cccc}
0 & \boxed{3} & & & \\
2 & 7 & \boxed{2} & & \\
-2 & -9 & 4 & \boxed{-1} & \\
-1 & -\frac{1}{2} & \frac{17}{2} & -\frac{3}{2} & \boxed{\frac{1}{2}}
\end{array}
$$

coeficiente $\omega_0(x)$

coeficiente $\omega_1(x)$

coeficiente $\omega_2(x)$

coeficiente $\omega_3(x)$

Así pues, el polinomio buscado es

$$
\boxed{p(x) = 3 + 2x - (x^2 - 2x) + \frac{1}{2}(x^3 - 4x)}
$$

$$
\boxed{= \frac{x^3}{2} - x^2 + 2x + 3.}
$$