
ÁLGEBRA 1

CURSO 20-21

DOBLE GRADO MATEMÁTICAS INFORMÁTICA

RELACIÓN DE EJERCICIOS 8

8.1. En el anillo $\mathbb{Z}[i]$, factorizar -300 y $66 + 12i$ como producto de una unidad por irreducibles no asociados entre sí.

8.2. Sea K un cuerpo. Dado un polinomio $f \in K[X]$ cuyo grado es 2 o 3, demostrar que f es irreducible si, y sólo si, f tiene una raíz en K .

8.3. Determinar los elementos de los anillos cociente $\frac{\mathbb{Z}_2[x]}{\langle x^2+1 \rangle}$ y $\frac{\mathbb{Z}_2[x]}{\langle x^2+x+1 \rangle}$ y las tablas de suma y producto.

8.4. Sea I el ideal de $\mathbb{Z}_3[x]$ generado por $x^2 + 2x + 2$. Demostrar que el anillo cociente $\mathbb{Z}_3[x]/I$ es un cuerpo y hallar el inverso de cada elemento no nulo.

8.5. Calcular las unidades de los anillos cociente $\frac{\mathbb{Z}_5[x]}{\langle x^2+x+1 \rangle}$, $\frac{\mathbb{Z}_5[x]}{\langle x^2+1 \rangle}$ y $\frac{\mathbb{Z}_3[x]}{\langle x^2+2 \rangle}$.

8.6. Calcular el inverso de la clase del polinomio $2x + 1$ en el anillo cociente $\frac{\mathbb{Q}[x]}{\langle x^3+2x^2+4x-2 \rangle}$

8.7. Construir cuerpos con 4, 8 y 9 elementos.

8.8. Determinar los elementos de los anillos cociente $\frac{\mathbb{Z}[i]}{\langle 2 \rangle}$ y $\frac{\mathbb{Z}[i]}{\langle 2+i \rangle}$ y las tablas de suma y producto.