

# Análisis Matemático I

10 de enero de 2022

- (1) Enunciar y demostrar la regla de la cadena, acerca de la diferenciabilidad de una composición de funciones
- (2) Enunciar los principales corolarios de la desigualdad del valor medio y explicar su utilidad
- (3) Calcular la imagen de la función  $f : A \rightarrow \mathbb{R}$ , donde

$$A = \{ (x, y) \in \mathbb{R}^2 : x^2 + y^2 \leq 4, \ y \geq -1 \} \quad \text{y}$$
$$f(x, y) = (x - 1)^4 + y^4 + 2y^2(x - 1)^2 \quad \forall (x, y) \in A$$

- (4) Probar que el sistema de ecuaciones

$$\begin{aligned} u + v + x^2 - y^2 + z^2 &= 0 \\ u^2 + v^2 + u - 2xyz &= 0 \end{aligned}$$

define funciones implícitas  $u = u(x, y, z)$  y  $v = v(x, y, z)$ , en un entorno del origen, con  $u(0, 0, 0) = -1/2$  y  $v(0, 0, 0) = 1/2$ . Calcular los vectores gradiente de  $u$  y  $v$  en el origen.