# Relación 5

**Ejercicio 5.24:**

$$f: ]1,+\infty[ \to \mathbb{R} \qquad f(x) = \int_0^{x-1} (e^{-t^2} - e^{-2t})\, dt$$

a) máximo absoluto.

Sea $h: ]1,+\infty[ \to \mathbb{R}$ $\quad h(t) = e^{-t^2} - e^{-2t}$ $\quad \forall t \in ]1,+\infty[$

$g: ]1,+\infty[ \to \mathbb{R}$ $\quad g(x) = x-1$ $\quad \forall x \in ]1,+\infty[$

Como $h$ es continua en $]1,+\infty[$ y $g$ es derivable en $]1,+\infty[$ y por el Teorema Fundamental del cálculo y la regla de la cadena, $f(x)$ es derivable en $]1,+\infty[$ y:

$$f'(x) = g'(x) \cdot (e^{-g(x)^2} - e^{-2g(x)}) = e^{-(x-1)^2} - e^{-2x+2}$$

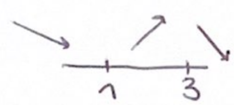
Para calcular los extremos relativos, igualamos la derivada a 0

$$f'(x) = e^{-(x-1)^2} - e^{2x+2} = 0$$

$$e^{-(x-1)^2} = e^{2x+2}$$

$$-(x-1)^2 = -2x+2$$

$$x^2 + 4x + 3 = 0 \iff x = 1 \text{ ó } x = 3$$




$f'(0) < 0$
$f(2) > 0$
$f(4) < 0$

$\Rightarrow$ concluimos que $x=3$ es un máximo absoluto.

b) $\lim\limits_{x \to +\infty} f(x) = \frac{1}{2}(\sqrt{\pi} - 1)$

Como sabemos que en $x=1$ hay un mínimo, calculamos el

$$\lim_{x \to 1} f(x) \Rightarrow f(x) = \int_0^{x-1} e^{-t^2} - e^{-2t}\, dt = \left[\frac{-e^{-t^2}}{2t}\right]_0^{x-1} + \left[\frac{e^{-2t}}{2}\right]_0^{x-1} =$$

$$\Rightarrow \lim_{x \to 1} f(x) = \frac{-e^{(x-1)^2}}{2(x-1)} + \frac{e^{-2(x-1)}}{2} = 5$$

Luego, el mínimo absoluto está $x \to +\infty$ ya que $\lim\limits_{x \to 1} f(x) > \lim\limits_{x \to +\infty} f(x)$