

Apellidos		Firma	
Nombre	D.N.I o pasaporte	Grupo	

Modelos matemáticos I Curso 2018/19

Grado en Informática y Matemáticas 2º

Examen final. Convocatoria Ordinaria.

Primera parte: Temas 1 y 2

1. En este ejercicio vamos a trabajar con los *números de Lucas*. Estos números vienen definidos por la ecuación en diferencias

$$l_0 = 2, \quad l_1 = 1, \quad l_{n+2} = l_{n+1} + l_n.$$

- a) Calcule l_2, l_3, l_4 .
 b) Encuentre constantes $A, B \in \mathbb{R}$ tales que para $n = 0, 1$ se verifica

$$l_n = A \left(\frac{1 + \sqrt{5}}{2} \right)^n + B \left(\frac{1 - \sqrt{5}}{2} \right)^n.$$

- c) Demuestre que la fórmula anterior se verifica para todo $n \geq 0$.

2. Se supone que una población de insectos se rige por el modelo

$$x_{n+1} = (x_n - 1)^3 + 1,$$

para $n = 0, 1, 2, \dots$, donde x_n indica el número de insectos en el periodo n ésimo medido en miles. Se pide:

- a) Construya un sistema dinámico discreto (SDD) asociado al modelo anterior.
 b) Calcule el/los punto/s de equilibrio del SDD.
 c) Clasifique los puntos de equilibrio según su estabilidad y determine el comportamiento asintótico de la población según la cantidad inicial de insectos.

3. Para construir la vía del AVE se ha tenido que levantar un viaducto de hormigón apoyado en $N - 1$ pilares igualmente espaciados (se supone que el hormigón es homogéneo y suficientemente elástico) y sujetos a unas cargas W en los extremos del viaducto. En ausencia de otras cargas, se puede demostrar que los momentos de flexión en los apoyos verifican la *ecuación de los tres momentos*:

$$M_{k-1} + 4M_k + M_{k+1} = 0, \quad 1 \leq k \leq N - 1,$$

y que los momentos de flexión en los extremos están dados por $M_0 = M_N = -W$. Determine los momentos en cada punto de contacto con el pilar.

Instrucciones:

- Si se examina del examen único final (previa autorización oficial), resuelva todos los ejercicios.
- Si se examina por evaluación continua:
 - Si se examina de una sólo parte, resuelva los 3 ejercicios correspondientes a esa parte.
 - Si se examina de todo, haga solo cinco ejercicios.