

Cálculo II

2.15) Un cultivador de naranjas estima que plantando 60 naranjas obtendría una cosecha media de 400 naranjas por árbol, y que este número bajaría 4 unidades por cada árbol más que se plante en el mismo terreno. Hállese el número de árboles que hace máxima la cosecha.

$$f(x) = x(400 - (x - 60)4)$$

$$f(x) = x(400 - 4x + 240)$$

$$f(x) = x(640 - 4x)$$

$$f(x) = 640x - 4x^2$$

$$f'(x) = 640 - 8x \quad \text{Ahora calculamos } f'(x) = 0 \quad 640 - 8x = 0 \Leftrightarrow 640 = 8x \Leftrightarrow x = 80$$

Si la $f''(x) \neq 0$ será un extremo relativo por el criterio de la derivada segunda. Por esto último, sabemos que si en la x en la que se cumple que $f'(x) = 0$, se da que $f''(x) < 0$ es un máximo relativo y si por el contrario $f''(x) > 0$, x será un mínimo relativo.

$f''(x) = -8$ que siempre será negativa por lo que $f''(80) < 0$ y $x = 80$ será un máximo relativo. Debido a esto, podemos afirmar que la cosecha será máxima cuando se cultiven 80 naranjas.