

22. Sea f una función tal que $f(x+h) = f(x) + 3xh + h^2 - 2h$, para cada $x, h \in \mathbb{R}$, calcular $f'(0)$ y $f'(2)$.

Para ello hemos de aplicar el concepto de derivada recurriendo a su definición:

$$f'(x) = \lim_{x \rightarrow a} \frac{f(x) - f(a)}{x - a} = \lim_{h \rightarrow 0} \frac{f(a+h) - f(a)}{h}$$

Esta equivalencia se debe a escribir $h = x - a$, y que si $x \rightarrow a$, entonces $h \rightarrow 0$.

$$\begin{aligned} f'(x) &= \lim_{h \rightarrow 0} \frac{f(x+h) - f(x)}{h} = \lim_{h \rightarrow 0} \frac{f(x) + 3xh + h^2 - 2h - f(x)}{h} = \\ &= \lim_{h \rightarrow 0} \frac{(3x + h - 2)h}{h} = \lim_{h \rightarrow 0} (3x + h - 2) = 3x - 2 \end{aligned}$$

$f'(x) = 3x - 2$

 $\Rightarrow f'(0) = -2$
 $\Rightarrow f'(2) = 4$