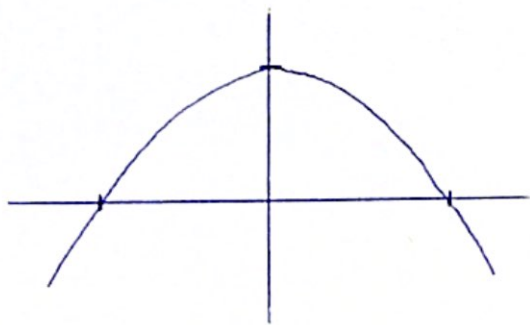


⑫ Sea  $r > 0$  y sea  $f: [-r, r] \rightarrow \mathbb{R}$  una función continua. Demostrar que:

i) Si  $f$  es par entonces  $\int_{-r}^r f(x) dx = 2 \int_0^r f(x) dx$ .

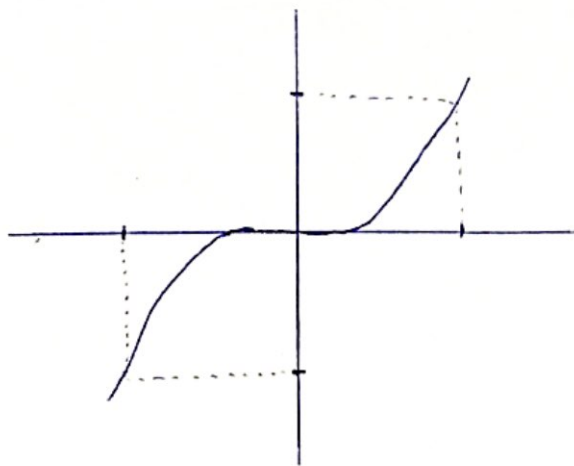
ii) Si  $f$  es impar entonces  $\int_{-r}^r f(x) dx = 0$ .

i) Si  $f$  es par, entonces  $f(x) = f(-x)$ . Quedaría de la forma:



Al ser  $f$  simétrica y teniendo en cuenta el concepto de integral como área, es claro que  $\int_{-r}^r f(x) dx = 2 \int_0^r f(x) dx$ , ya que  $\int_{-r}^0 f(x) dx = \int_0^r f(x) dx$ .

ii) Si  $f$  es impar, entonces  $f(x) = -f(-x)$ . Quedaría de la forma:



Al ser  $f$  simétrica y teniendo en cuenta el concepto de integral como área, es claro que  $\int_{-r}^r f(x) dx = 0$ , ya que  $\int_{-r}^0 f(x) dx = - \int_0^r f(x) dx$ .