Dinámica de poblaciones.

Poblaciones.

Aquí falta decir que $x_n \geq 0$. $x_n = 0$ para estudios asintóticos en poblaciones pequeñas

El concepto de población es un concepto ambiguo que va a significar una cantidad que evoluciona segun un período de tiempo. Puede significar distintas cosas segun el contexto así puede significar un conjunto de individuos, un tejido, una zona afectada, así como distintos procesos de naturaleza no del todo biología.

$x_n \geq 0$ → Tener sentido biológico

El concepto de individuo es una cantidad numeríca significativa del tamaño y pierde asi su caracter de indivisiblidad. Es frecuente medir las poblaciones en millones, miles o bien para dependiendo del caso otras medidas mas significativas de concentracion, peso, extensión. Por ello su valor puede ser cualquier número real, siempre positivo o cero.

La población cero tambien llamada trivial reflejará la inexistencia total de dicha población.

Denotamos por $\{x_n\}_{n\in\mathbb{N}}$ al número de individuos tras el n-ésimo periodo:

Tasas de Natalidad, Mortalidad y Crecimiento de una población

$$Crecimiento = x_{n+1} - x_n$$

por otro lado

$$Crecimiento = Nacimientos - Muertes.$$

Los nacimientos se escriben

$$Nacimientos = \nu_n x_n$$

donde $\nu_n \geq 0$ es la tasa de natalidad,

Porque no tiene sentido que mueran más individuos de los que hay

$$Muertes = \mu_n x_n$$

y $0 \leq \mu_n \leq 1$ es la tasa de mortalidad.

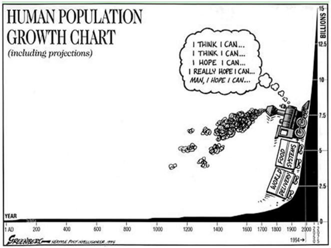
Tasas de Natalidad, Mortalidad y Crecimiento de una población

Quedando

$$x_{n+1} - x_n = \alpha_n x_n,$$

Tasa de crecimiento neta $\alpha_n = \nu_n - \mu_n$.

Modelo de Crecimiento Malthus.



Corresponde a suponer que las tasas demográficas son constantes.

$$\begin{cases} x_{n+1} - x_n = \alpha x_n, \\ x_n = (1+\alpha)^n x_0, \\ \mathbb{K} = [0, \infty). \end{cases}$$

Competencia intraespecífica, saturación.

Wiki

En ecología de poblaciones la competencia intraespecífica es la interacción que se produce cuando los miembros de la misma especie compiten por recursos limitados, lo que reduce la aptitud de todos los individuos en competencia...
...Para que exista competencia el recurso debe ser limitado; si cada individuo puede conseguir la cantidad suficiente de todos los recursos necesarios entonces no compiten, y la población crece exponencialmente...

Modelos de poblaciones con saturación

$$x_{n+1} - x_n = g(x_n)x_n,$$

donde $g : [0, \infty) \to \mathbb{R}$ es una función decreciente.

Wiki

La **capacidad de carga** o de sustentación de una especie biológica es el tamaño máximo de población que el ambiente puede soportar indefinidamente en un periodo determinado, teniendo en cuenta el alimento, agua, hábitat, y otros elementos necesarios disponibles en ese ambiente.

Si k es la capacidad de carga, $x_n = k$ es una solución constante luego $g(k) = 0$.

Modelo de crecimiento logístico.

$$g(x) = \alpha_0 \left(1 - \frac{x}{k}\right).$$

- La tasa de crecimiento variable es proporcional a la fracción de hábitat desocupada.
- $\alpha_0 = g(0)$ tasa de crecimiento intrínseca. (Tasa de crecimiento para pequeñas poblaciones)

$$x_{n+1} - x_n = \alpha_0 \left(1 - \frac{x_n}{k}\right) x_n$$

Cuando las poblaciones son muy pequeñas no se matan entre sí

$$x_{n+1} = f(x_n),$$

$\alpha_0 \geq 0$

donde $f(x) = x + \alpha_0 \left(1 - \frac{x}{k}\right) x$.

- $\alpha_0 \geq 0$. $(\mu \leq 1 \Rightarrow \alpha_0 \geq -1)$.
- $\mathbb{K} = [0, \frac{1+\alpha_0}{\alpha_0} K]$. $(f(x) \geq 0)$.
- $\alpha_0 \leq 3$. $(f : \mathbb{K} \to \mathbb{K})$

$f'(x) = 1 + \alpha_0 - 2x \cdot \frac{\alpha_0}{k}$

$f'(0) = 1 + \alpha_0$

$x^* = k$ es punto fijo

$f'(k) = 1 - \alpha_0 \to$ Si $\alpha_0 \in (0,2)$ A.E

$\to$ Si $\alpha_0 > 2$, inestable

Modelo de Ricker

$$x_{n+1} = e^{r(1-\frac{x_n}{k}} x_n,$$

donde $r_0 = \ln(\alpha_0)$. En este caso $\mathbb{K} = [0, \infty)$.

Logística matemática

$$x_{n+1} = \alpha x_n(1 - x_n),$$

- $\mathbb{K} = [0, 1]$.
- $\alpha \in [0, 4]$.