Práctica 3: Interpolación
MNI, Curso 20/21

El bagaje alcanzado en las prácticas anteriores permite resolver las cuestiones que se plantean a continuación.

```
→ ;
```

1 Ejercicios

1.- Programa la forma de Lagrange del polinomio p de grado menor o igual que N que resuelve el problema de interpolación polinómica: dados (x0,y0),(x1,y1),...,(xN,yN) (abscisas distintas dos a dos), se tiene que j=0,1,...,N ⇒ p(xj)=yj. Para ello, calcula previamente los polinomios de Lagrange. Aplícalo al problema: encuentra el polinomio p de grado menor o igual que 8 de forma que p(j/8)=sen(j/8)-j/4, (j=0,1,...,8). Dibuja simultáneamente las gráficas de p y de f(x)=senx-2x en el intervalo [0,1].

2.- Programa la forma de Newton del polinomio p que resuelve el problema de interpolación polinómica anterior. Para ello, calcula previamente los polinomios nodales y las diferencias divididas. Aplícalo a los mismos datos del ejercicio anterior y comprueba que el resultado que obtienes es el mismo.

3.- Sea f la función en C[-1,1] definida como f(x)=7.21 cos(2x/π). Considera los nodos xj=1-2j/21, j=0,1,...,21, los datos (xj,f(xj)) y los datos perturbados (xj,fj), siendo fj=f(xj)+10^(-3) (-1)^j.

- Halla max{|f(xj)-fj|: j=0,...,21}.
- Estima gráficamente la distancia (norma ∞) de los interpolantes obtenidos para las dos series de datos. ¿Qué se puede decir del condicionamiento del problema de interpolación anterior?
- Da una estimación de la constante de Lebesgue L y relaciona el valor de este número con el apartado anterior.
- Determina los 22 nodos de Chebyshev en el intervalo [-1,1] y resuelve el problema de interpolación para esos nodos y la misma función f. Analiza el condicionamiento de este nuevo problema.

4.- Resuelve el problema de interpolación de Hermite: encuentra el polinomio p de grado menor o igual que 9 de forma que p(j)=log j, p’(j)=j/2.36, j=1,2,3,4,5.

5.- Calcula la solución del problema de interpolación de Taylor: determina el polinomio p de grado menor o igual que 5 tal que la derivada de orden j en 1.47 coincide con la integral entre 0 y 1 de la función x^j, para j=0,1,2,3,4,5.

6.- Considera un intervalo real cualquiera [a,b], con a<b, y una partición suya P={x0,x1,...,xN}.

- Halla una base del espacio E de funciones splines continuas y afines a trozos.
- Utiliza la base anterior para encontrar el único elemento s de dicho espacio E de forma que s(xj)=αj, (j=0,1,...,N), siendo αj's escalares dados.
- Aplica lo anterior a la partición P={x0=0.4, x1=0.5, x2=2.34, x3=3.45, x4=4.567, x5=5.081,x6=5.26} del intervalo [0.4,5.26] para encontrar el único elemento s de E de forma que s(xj)=1-xj^2/20.78, (j=0,1,...,6). Dibuja conjuntamente las gráficas de s y de f(x)=1-x^2/20.78.

7.- Partiendo de una partición uniforme $P=\{x_0,x_1,...,x_N\}$ de in intervalo real cualquiera $[a,b]$,

- halla el único spline natural s de clase 2 y grado 3 de forma que $s(x_j)=\alpha_j$, $(j=0,1,...,N)$, siendo α_j's escalares dados,
- aplica lo anterior a la partición P del intervalo [-2.09,4,56] en 8 subintervalos iguales y con $s(x_j)= \log \sqrt{(1 + |x_j|)}$, $(j=0,1,...,8)$ y
- dibuja conjuntamente las gráficas de s y de $f(x)=\log \sqrt{(1 + |x|)}$.