Página Principal / Mis cursos / GRADUADO-A EN INGENIERÍA INFORMÁTICA Y MATEMÁTICAS (2011) (297) / TOPOLOGÍA I (2122)-297_11_26_2122 / Tema 2. Aplicaciones continuas / Prueba Tema 2

Comenzado el	viernes, 10 de diciembre de 2021, 09:07
Estado	Finalizado
Finalizado en	viernes, 10 de diciembre de 2021, 09:51
Tiempo empleado	44 minutos 41 segundos
Calificación	

Pregunta **1**

Finalizado

Se puntúa sobre 3,00

Sea T_S la topología de Sorgenfrey en $\mathbb{R}$. Marcar las aplicaciones f tales que $f:(\mathbb{R},T_S)\to(\mathbb{R},T_S)$ es continua

a. $f(x)=\begin{cases} x, & x\leqslant 0,\\ 1, & x>0.\end{cases}$

b. $f(x)=\begin{cases} 0, & x<0,\\ 1, & x\geqslant 0.\end{cases}$

c. $f(x)=\begin{cases} x, & x<0,\\ 1, & x\geqslant 0.\end{cases}$

d. $f(x)=\begin{cases} 0, & x\leqslant 0,\\ 1, & x>0.\end{cases}$

Las aplicaciones están definidas en $(-\infty,0)\cup[0,+\infty)$ o en $(-\infty,0]\cup(0,+\infty)$. En el primer caso, como los conjuntos $(-\infty,0)$, $[0,+\infty)$ son abiertos para la topología de Sorgenfrey, basta comprobar que f restringida a ambos abiertos es continua, y siempre lo es por ser constante o restricción de la identidad. En el segundo caso, $f^{-1}([0,\frac{1}{2}))=\{0\}$, que no es abierto en T_S.

Pregunta **2**

Finalizado

Se puntúa 4,00 sobre 4,00

Seleccionar las afirmaciones verdaderas

- [x] a. El conjunto $\{(x, y, z) \in \mathbb{R}^3 : z = xy\}$ con la topología inducida por la usual de $\mathbb{R}^3$ es homeomorfo a $\mathbb{R}^2$ con la topología usual
- [ ] b. Existe un homeomorfismo $f : (\mathbb{R}, T) \to (\mathbb{R}, T)$, donde T es la topología usual en $\mathbb{R}$, tal que $f([0, 1)) = (0, 1)$.
- [ ] c. Los espacios topológicos $(\mathbb{N}, T_{CF})$ y $(\mathbb{R}, T_{CN})$ son homeomorfos (T_{CF} es la topología de los complementos finitos y T_{CN} la de los complementos numerables).
- [x] d. Sea (X, d) un espacio métrico y $A \subset X$. Entonces $x \in \overline{A} \Leftrightarrow \delta_A(x) = 0$. La función δ_A es la función distancia al conjunto A.

Respuesta correcta

No puede existir un homeomorfismo $f : (\mathbb{R}, T) \to (\mathbb{R}, T)$ tal que $f([0, 1)) = (0, 1)$ porque $[0, 1)$ no es abierto y $(0, 1)$ sí lo es.

Si $x \in \overline{A}$, existe una sucesión $\{x_i\}_{i\in\mathbb{N}}$ de puntos en A que converge a x. Entonces $\delta_A(x) \leq d(x, x_i)$ para todo $i \in \mathbb{N}$ y, por tanto, $\delta_A(x) = 0$. Si $\delta_A(x) = 0$, existe una sucesión de puntos $\{x_i\}_{i\in\mathbb{N}}$ en A tal que $d(x, x_i) \to 0$. Esto implica que $x_i \to x$.

El conjunto $\{(x, y, z) \in \mathbb{R}^3 : z = xy\}$ con la topología inducida por la usual de $\mathbb{R}^3$ es homeomorfo a $\mathbb{R}^2$ con la topología usual porque es el grafo de la aplicación continua $f : \mathbb{R}^2 \to \mathbb{R}$ definida por $f(x, y) = xy$.

Los espacios topológicos $(\mathbb{N}, T_{CF})$ y $(\mathbb{R}, T_{CN})$ no pueden ser homeomorfos porque no tienen el mismo cardinal.

Pregunta **3**

Finalizado

Se puntúa sobre 3,00

Sea $X = \{(x, y) \in \mathbb{R}^2 : y = 0 \text{ ó } y = 1\}$. Consideramos en X la relación de equivalencia $(x_1, y_1)\, R\, (x_2, y_2) \Leftrightarrow x_1 = x_2$. Sea T la topología usual de $\mathbb{R}^2$ restringida a X. El enunciado '$(X/R, T/R)$ es homeomorfo a $\mathbb{R}$ con la topología usual' es:

Seleccione una:

Verdadero

Falso

La aplicación $f : X \to \mathbb{R}$ definida por la igualdad $f(x, y) = x$ para todo $(x, y) \in \mathbb{R}^2$ verifica $R_f = R$. Es sobreyectiva por definición, continua porque es la restricción a X de la proyección primera de $\mathbb{R}^2$ a $\mathbb{R}$, y casi-abierta porque un conjunto abierto f-saturado es de la forma $U \times \{0, 1\}$, con $U \subset \mathbb{R}$ abierto para la topología usual.

◄ Problemas Tema 2

Ir a...

Grabaciones teoría ►