

1. Tsunamis en Guatemala

1.1. Tsunamis

Un tsunami es, en términos generales, una serie de olas generadas a partir de un movimiento abrupto de gran magnitud en el fondo del mar, el cual se propaga verticalmente hasta la superficie[?]. En la mayoría de los casos, este movimiento es ocasionado por un sismo de poca profundidad en una placa oceánica, pero también puede ser causado por otras fuentes, como distintos tipos de sismicidad (incluyendo sismos en placas continentales), actividad volcánica, un deslizamiento en el relieve oceánico o el impacto de un meteorito en el océano[?, ?, ?]. La amplitud de estas olas, al llegar a las costas, puede variar de entre algunos centímetros hasta varios metros. Dependiendo de la magnitud del evento, estas olas pueden traer consigo varios escombros; tales como embarcaciones, grandes volúmenes de arena y objetos arrastrados por el agua en su trayectoria[?].

Estas olas pueden recorrer grandes distancias, pudiendo llegar a recorrer mares completos[?]. El tiempo de arribo de dichas olas a las costas puede variar entre algunos minutos y unas cuantas horas. En Guatemala, aunque el dato no está consensuado, se estima que este tiempo de arribo, en los peores escenarios, puede ser del orden de 15 minutos. Con este tiempo es factible realizar alertas tempranas para la evacuación de comunidades.

En Guatemala, estas alertas son recibidas del Centro de Alerta de Tsunamis del Pacífico (PTWC, por sus siglas en inglés) y del Centro de Asesoramiento de Tsunami para América Central (CATAC), y posteriormente transmitidas a la población. La autoevacuación es siempre recomendada[?]: al sentir un sismo de gran intensidad, correr hacia puntos seguros previamente identificados. De no ser posible evacuar hacia puntos con suficiente elevación, se recomienda buscar edificaciones altas con cimientos fuertes, o incluso trepar un árbol con tronco fuerte[?, ?].

La simulación de tsunamis se hace en tres etapas: generación, propagación e inundación.

1.1.1. Propagación: ecuaciones de agua poco profunda

Consideramos un cuerpo finito de agua con volumen Ω . El cuerpo se encuentra aislado, de manera que su masa se conserva siguiendo la ecuación:

$$\frac{\partial \rho}{\partial t} + \nabla \cdot (\rho \vec{v}) = 0 \quad (1.1)$$

Figura 1.1. Desplazamiento vertical η en el fondo del mar, generando un desplazamiento ξ de la superficie con respecto a su estado estable H . Fuente: [?]

Demostración. **To do (??)** Consideremos un flujo de masa en un volumen infinitesimal dV dentro de Ω , dado por $\frac{dm}{dt} = \frac{\partial m}{\partial V} \frac{dV}{dt}$. Para un volumen infinitesimal, podemos considerar que el fluido se mueve en una sola dirección \hat{n} , de manera que el volumen de fluido desplazado en el tiempo dt es $A d\vec{s} \cdot \hat{n}$, y $\frac{dm}{dt} = \int_{\Omega} \frac{\partial m}{\partial V} \frac{d\vec{s}}{dt} \cdot \hat{n} dA = \int_{\Omega} \rho \vec{v} \cdot \hat{n} dA$, donde ρ representa la densidad del fluido, A el área transversal de dV , y \vec{v} la velocidad del fluido en dV .

Esta ecuación es similar a la del flujo total de una cantidad q dada por una densidad de flujo \vec{j} : $\frac{dq}{dt} = \int_{\partial\Omega} \vec{j} \cdot \hat{n} dA$. En este caso, $q = m$ y $\vec{j} = \rho \vec{v}$. **To do (??)**

Expresando $\frac{dm}{dt}$ como $\frac{d}{dt} \int_{\Omega} \rho dV$ y convirtiendo la integral $\int_{\partial\Omega} \vec{j} \cdot \hat{n} dA$ a una integral volumétrica por medio del teorema de Gauss, llegamos a la conocida ecuación de continuidad:¹

$$\frac{\partial \rho}{\partial t} + \nabla \cdot (\rho \vec{v}) = 0$$

□

El cuerpo está sujeto a una fuerza gravitacional $\int_{\Omega} \rho \vec{g} dV$, y su propia presión como fuerza de contacto: $\int_{\partial\Omega} -\vec{p} \cdot \hat{n} dA$; de manera que, siguiendo la ley de conservación de momentum lineal, obtenemos las ecuaciones de Navier-Stokes: **To do (??)**

$$\frac{\partial}{\partial t}(\rho \vec{v}) + (\vec{v} \cdot \nabla)(\rho \vec{v}) = -\nabla p + \rho \vec{g} + \rho \vec{v}(\nabla \cdot (\vec{v})) + 2\vec{\Omega} \quad (1.2)$$

En el caso de estudio, ρ representa la densidad del mar, la cual puede considerarse como estratificada verticalmente. En el caso de un fluido incompresible ($\frac{\partial \rho}{\partial p} = 0$), podemos asumir $\frac{\partial \rho}{\partial t} = \nabla \rho = 0$, de modo que, según la ecuación (1.1),

$$\nabla \cdot (\vec{v}) = 0 \quad (1.3)$$

Así, según (1.2):

$$\frac{\partial \vec{v}}{\partial t} + (\vec{v} \cdot \nabla) \vec{v} = \frac{-\nabla p}{\rho} + \vec{g}$$

Consideremos ahora el caso de un desplazamiento vertical en el fondo del mar dado por η con respecto a la profundidad del mar en estado estable H , el cual genera un desplazamiento vertical en la superficie del mar dada por ξ con respecto al nivel del mar en estado estable.

La superficie del mar será siempre una función continua de (x, y, t) : $z_{\text{surface}} = \xi(x, y, t)$, de manera que el flujo superficial cumple la condición

$$\frac{d}{dt} z_{\text{surface}} = w|_{z=\xi} = \frac{\partial \xi}{\partial t} + u \frac{\partial \xi}{\partial x} + v \frac{\partial \xi}{\partial y}.$$

¹Aquí hay un paso oculto, puesto que $\frac{d\Omega}{dt} \neq 0$, en cuyo caso (ver teorema de Reynolds): $\frac{d}{dt} \int_{\Omega} \rho dV = \int_{\Omega} \left(\frac{\partial \rho}{\partial t} + \nabla \cdot (\rho \vec{v}) \right) dV$, así que hay que demostrar que $\nabla \cdot (\rho \vec{v}) = 0$ para llegar a la ecuación citada. Esto se demuestra más adelante. **To do (??)**

Mientras que en el fondo del mar, el único cambio en z estará dado por η : $z_{\text{bottom}} = -H(x, y) + \eta(x, y, t)$, de manera que el flujo normal cumple la condición

$$\frac{d}{dt} z_{\text{bottom}} = w|_{z=-H+\eta} = -u \frac{\partial H}{\partial x} - v \frac{\partial H}{\partial y} + \frac{d\eta}{dt}$$

De la ecuación (1.3), definiendo

$$\vec{v} = u\hat{i} + v\hat{j} + w\hat{k} :$$

llegamos a

$$\frac{\partial u}{\partial x} + \frac{\partial v}{\partial y} + \frac{\partial w}{\partial z} = 0$$

Si asumimos $u \sim v$, en media longitud de onda 0.5λ , correspondiente a un desplazamiento vertical H

$$\frac{\Delta u}{0.5\lambda} + \frac{\Delta u}{0.5\lambda} + \frac{\Delta w}{H} = 0 \Rightarrow |\Delta w| \sim \frac{H}{\lambda} |\Delta u|$$

De modo que, si $H \ll \lambda$, Δw puede ser descartado al estar acompañado por término del orden de Δu .

Tomemos el término $-2\vec{\Omega} \times \vec{v}$ de la ecuación (1.2) 4