SOD321 - compléments sur le projet

1 Formulation avec un nombre exponentiel de contraintes

y étant une variable de selection d'arc, inégalité d'élimination de sous-tours :

$$\sum_{i\in\mathcal{S},j\in\mathcal{S}} y_{ij} \leq |\mathcal{S}|-1 \quad \mathcal{S}\subset\{1,...,N\} : |\mathcal{S}|\geq 1 \tag{1}$$

Séparation des inégalités (1)
Etant donné un point $\tilde{x},\tilde{y}$, touver un ensemble S tel que

$$\sum_{i\in\mathcal{S},j\in\mathcal{S},(i,j)\in Arcs} \tilde{y}_{ij} > |\mathcal{S}|-1$$

En notant a_i la variable binaire =1 ssi $i\in S$, on cherche donc a solution optimale du problème suivant :

$$SEP\begin{cases} \max \quad \Delta = \sum_{i=1}^{N}\sum_{j=1}^{N}\tilde{y}_{ij}*a_i*a_j - \sum_{i=1}^{N}a_i+1 \\ \text{s.t.} \\ \quad \sum_{i=1}^{N}a_i\geq 1 \\ \quad a_i\in\{0,1\} \end{cases}$$

Le problème quadratique en variables binaires SEP peut être donné tel quel au solveur ou linéarisé (cf. page 22 du poly).

2 Version améliorée (générale) des inégalités de sous-tours

Les contraintes (1), peuvent être améliorées par les inégalités de sous-tours généralisées suivantes : (y étant une variable de selection d'arc, et x de selection de sommets)

$$\sum_{i\in\mathcal{S},j\in\mathcal{S}} y_{ij} \leq \sum_{i\in\mathcal{S}} x_i - x_{i_0} \quad \mathcal{S}\subset\{1,...,N\}, i_0\in\{1,...,N\} : i_0\in\mathcal{S} \tag{2}$$

Leur signification est la suivante : étant donnés un ensemble S et un sommet i_0 de S. Si le parcours passe par i_0 ($x_{i_0}=1$) alors le nombre d'arcs à l'intérieur de S ne dépasse pas le nombre de sommets de S parcourus -1. Sinon ($x_{i_0}=0$) alors l'inégalité est vérifiée aussi mais elle est redondante.
Séparation des inégalités (2)
Etant donné un point $\tilde{x},\tilde{y}$, touver un ensemble S et un élément i_0 de S tel que l'inégalité est violée.

En notant a_i la variable binaire =1 ssi $i\in S$ et une nouvelle variable binaire $h_i=1$ ssi i est l'unique sommet qui joue le rôle de i_0, on cherche donc (a,h) solution optimale du problème suivant :

$$SEPgen\begin{cases} \max \quad \Delta_g = \sum_{i=1}^{N}\sum_{j=1}^{N}\tilde{y}_{ij}*a_i*a_j - \sum_{i=1}^{N}\tilde{x}_i a_i + \sum_{i=1}^{N}\tilde{x}_i h_i \\ \text{s.t.} \\ \quad h_i\leq a_i \qquad i=1,...,N \\ \quad \sum_{i=1}^{N}h_i = 1 \\ \quad a_i,h_i\in\{0,1\} \end{cases}$$