Aufgabe 11

Gegeben sei das das GF(4)

$+$	0	1	2	3
0	0	1	2	3
1	1	0	3	2
2	2	3	0	1
3	3	2	1	0

$\cdot$	0	1	2	3
0	0	0	0	0
1	0	1	2	3
2	0	2	3	1
3	0	3	1	2

und das Polynom

$$g(Q) = Q^2 + 1$$

über diesem GF(4).

a.) Untersuchen Sie, ob g(Q) zur Erzeugung eines zyklischen quaternären Codes mit der Codewortlänge N= 4 geeignet ist. Falls ja, wieviele Informationsstellen K und welche Coderate hat der zugehörige quaternäre Code? Wie lautet das zugehörige Checkpolynom h(Q) ?

b.) Vervollständigen Sie die nachfolgende Syndromtabelle

e_i	$e_i(Q)$	$S_i(Q) = e_i(Q) \bmod g(Q)$	S_i
0 0 0 1	1		
0 0 0 2	2		
0 0 0 3	3		
0 0 1 0	Q		
0 0 2 0	$2Q$		
0 0 3 0	$3Q$		
0 1 0 0	Q^2		
0 2 0 0	$2Q^2$		
0 3 0 0	$3Q^2$		
1 0 0 0	Q^3		
2 0 0 0	$2Q^3$		
3 0 0 0	$3Q^3$		

Lassen sich alle Einzelsymbolfehler erkennen? Lassen sich alle Einzelsymbolfehler korrigieren? Wie groß ist die Distanz t des Codes?

c.) Berechnen Sie, falls möglich, das systematische Codewort für $a(Q) = Q^2 + 2Q + 1$.

d.) Berechnen Sie das systematische Codewort für $a(Q) = 2Q + 3$.

e.) Überprüfen Sie das unter d.) ermittelte Codewort auf seine Gültigkeit.

f.) Es wir das fehlerbehaftete Codewort

$$y(D) = 3Q^2 + 2Q + 3$$

empfangen. Dekodieren Sie dieses Codewort unter Verwendung der Syndromtabelle aus Aufgabenteil b.). Wie lautet das korrigierte Codewort?