Institut für Theoretische Informatik
Leibniz Universität Hannover

5. Übungsblatt

18.05.2015

– NP ist die Klasse der effizient überprüfbaren Probleme

– $\mathsf{P} = \bigcup_{k\in\mathbb{N}} \mathsf{TIME}(n^k)$ ist die Klasse der effizient lösbaren Probleme

Aufgabe 1: Zwei ungerichtete Graphen $G = (V, E)$ und $H = (V', E')$ sind zueinander isomorph, falls es eine bijektive Abbildung $\pi\colon V \to V'$ gibt, so dass für alle $u, v \in V$ gilt

$$\{u, v\} \in E \Leftrightarrow \{\pi(u), \pi(v)\} \in E'$$

So eine Funktion π wird als Isomorphismus zwischen G und H bezeichnet. Anschaulich gesprochen kann man die Knoten von G so umbenennen, dass H entsteht.

$$\text{GI} := \{\langle G, H\rangle \mid G \text{ und } H \text{ sind zueinander isomorphe ungerichtete Graphen}\}.$$

Zeigen Sie, dass GI $\in \mathsf{NP}$ gilt.

Aufgabe 2: Es sei

$$\text{NTMACC} := \left\{ \langle M, x\rangle \circ 1^t \;\middle|\; \begin{array}{l} t \in \mathbb{N} \text{ und } M \text{ ist eine NTM, die die Eingabe } x \\ \text{in höchstens } t \text{ Schritten akzeptiert} \end{array} \right\}$$

Zeigen Sie, dass NTMACC NP-vollständig ist, also dass NTMACC $\in \mathsf{NP}$ und NTMACC NP-hart.

Aufgaben zum selber Lösen

Aufgabe 1 (12 Punkte): *(Klausuraufgabe aus dem Sommersemester 2005)*
Ein ungerichteter Graph $G = (V, E)$ heißt *k-färbbar* für $k \in \mathbb{N}$, falls seine Knoten so mit k zur Verfügung stehenden Farben markiert werden können, dass keine benachbarten Knoten dieselbe Farbe tragen. Formal definiert bedeutet das: Für $k \in \mathbb{N}$ heißt G genau dann k-färbbar, wenn es eine Abbildung $f\colon V \to \{1, 2, \ldots, k\}$ gibt mit $f(u) \neq f(v)$ für alle $(u, v) \in E$.
Es sei

$$\text{COLORABILITY} := \{\langle G, k\rangle \mid k \in \mathbb{N} \text{ und } G \text{ ist ein } k\text{-färbbarer ungerichteter Graph}\}.$$

Zeigen Sie, dass COLORABILITY $\in \mathsf{NP}$ gilt.

Aufgabe 2 (12 Punkte): *(Alte Klausurteilaufgabe)*
Es sei

$$\text{DOUBLE-SAT} := \{\langle\varphi\rangle \mid \varphi \text{ ist eine aussagenlogische Formel, die mindestens zwei erfüllende Belegungen besitzt}\}.$$

Zeigen Sie, dass DOUBLE-SAT $\in \mathsf{NP}$ ist.