Algebraische Geometrie II, SoSe 2016
Institut für Algebraische Geometrie
Leibniz Universität Hannover

Prof. Dr. Klaus Hulek
Benjamin Wieneck

Übungsblatt 11

Aufgabe 1. Sei C eine glatte projektive Kurve mit $g(C) = 2$. Man zeige folgendes:

(i) Es ist $\dim |K_C| = 1$ und K_C ist basispunktfrei.

(ii) Es existiert ein Morphismus $f : C \to \mathbb{P}^1$ mit $\deg(f) = 2$.

Aufgabe 2. Sei C eine glatte projektive Kurve mit $g(C) = 2$. Man zeige, dass ein Divisor $D \in \mathrm{Div}(C)$ genau dann sehr ampel ist, wenn $\deg D \geq 5$.

Aufgabe 3. Sei $C = \cap_i H_i \subset \mathbb{P}^n$ eine glatte projektive Kurve die als Schnitt von endich vielen Hyperflächen $H_i \subset \mathbb{P}^n$ ensteht, so dass $I(C)$ von $n-1$ Elementen erzeugt wird. Es sei $g(C) \geq 2$. Man zeige:

(i) K_C ist sehr ampel.

(ii) Für $g(C) = 2$ kann solch eine Kurve C nicht existieren.

Aufgabe 4. Man betrachte die Grassmannsche $G(k, n)$. Sei $U_0 \subset G(k, n)$ die offene Menge, in der die Koordinate $e_1 \wedge \cdots \wedge e_k$ bezüglich der Plücker-Einbettung nicht verschwindet. Man zeige, dass $U_0 \cong \mathbb{A}^{k(n-k)}$.
Hinweis: *Beachte den Unterschied zwischen $Gr(k, n)$ und $G(k, n)$.*