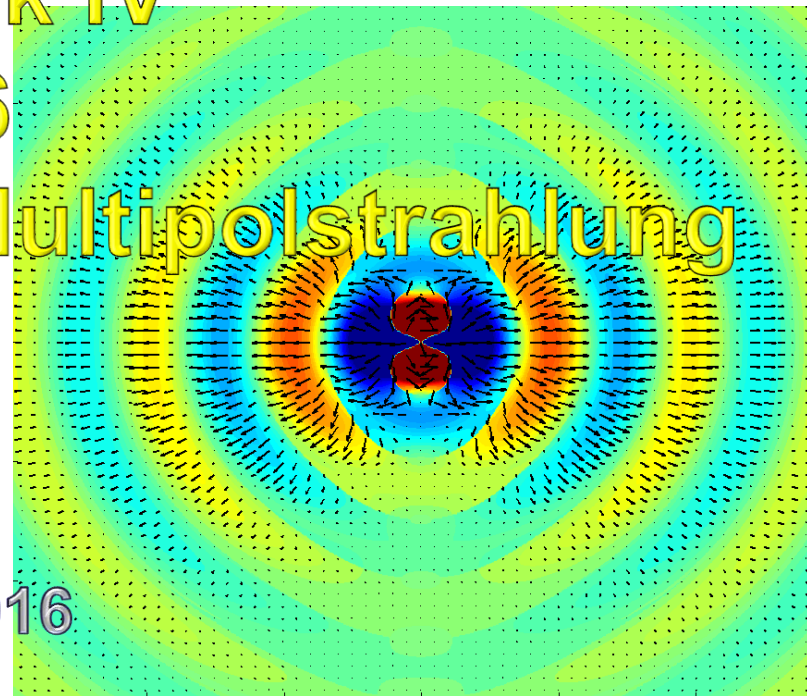
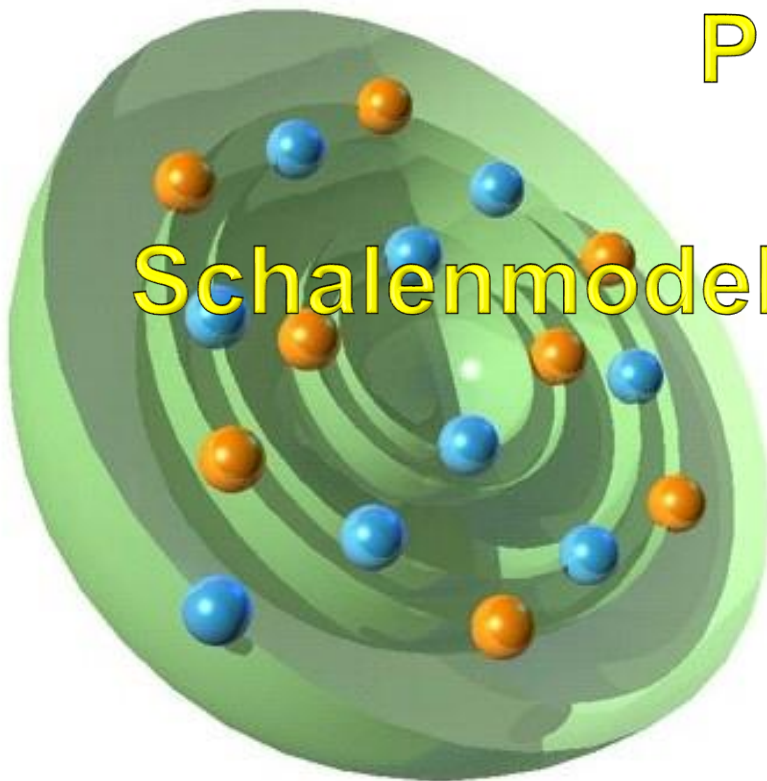


# Physik IV

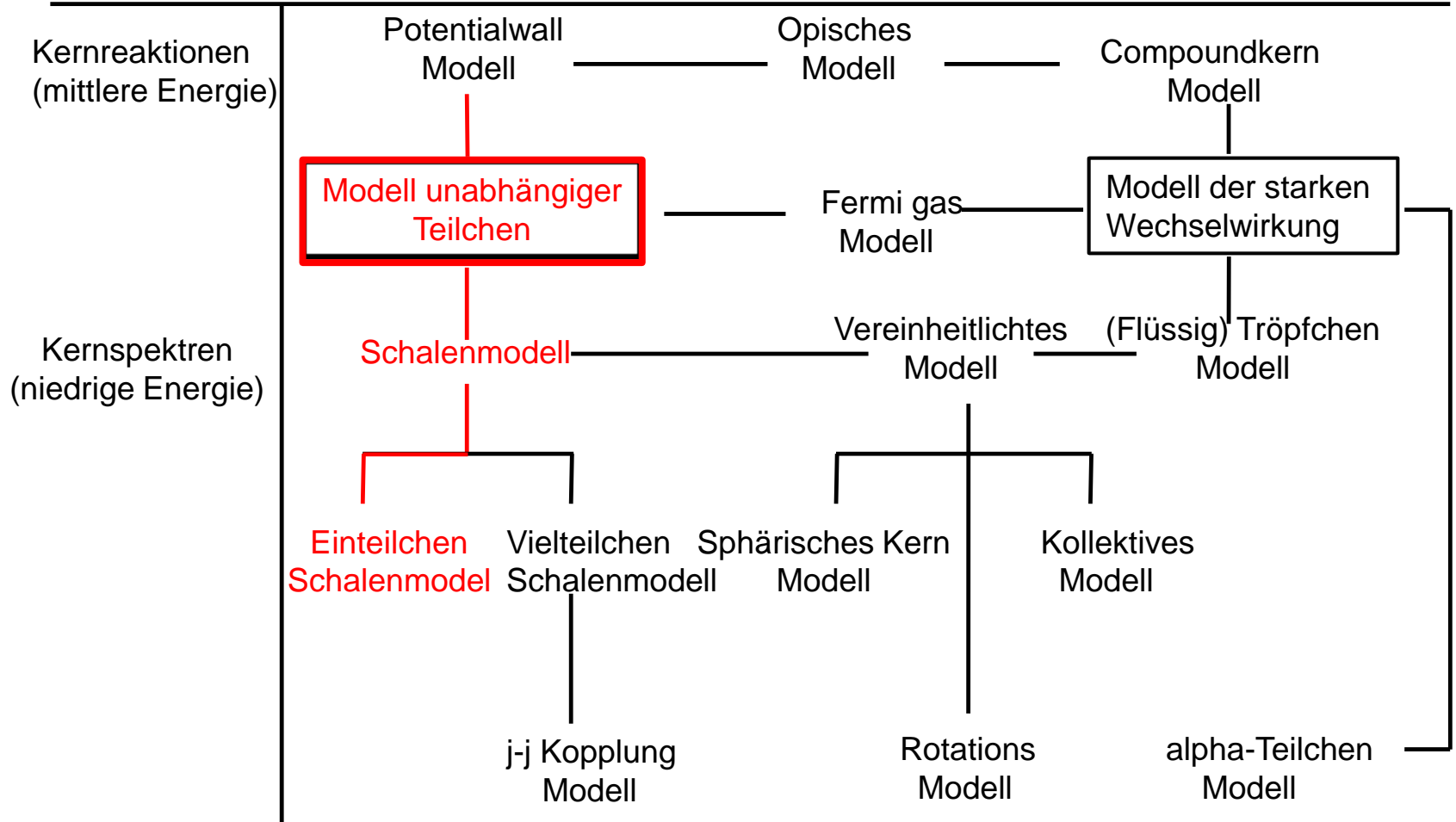
06

## Schalenmodell / Multipolstrahlung

SS2016



# Kernmodelle



A	B
16	184
4	
2	
8	
12	
6	
10	
14	126
2	
4	
6	
8	
10	
12	82
2	
4	
6	
8	
10	50
2	
6	
4	
8	28
4	
2	20
6	
2	8
4	
2	
2	2

**Z** 114, 126, 164, 228, ...

**N** 2, 8, 20, 28, 50, 82, 126, 164, 178, 184, 228

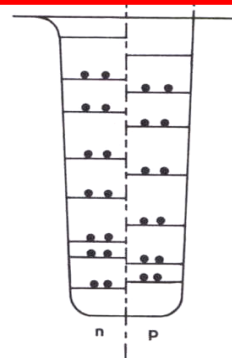
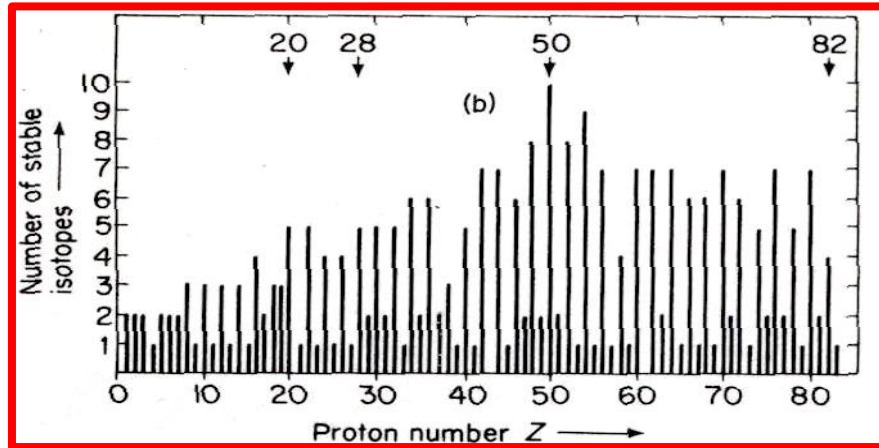
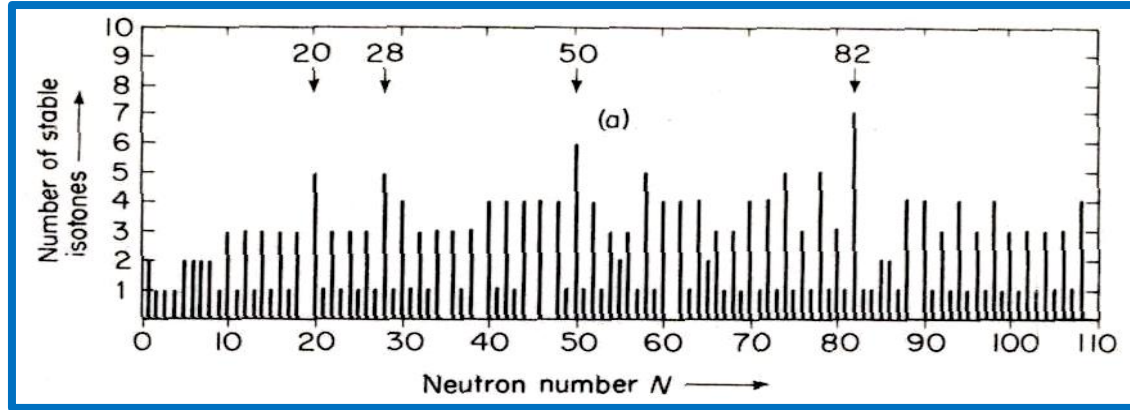


Fig. 1.8  
Arrangement of nucleons in  
the  $^{26}_{12}\text{Mg}$  nucleus

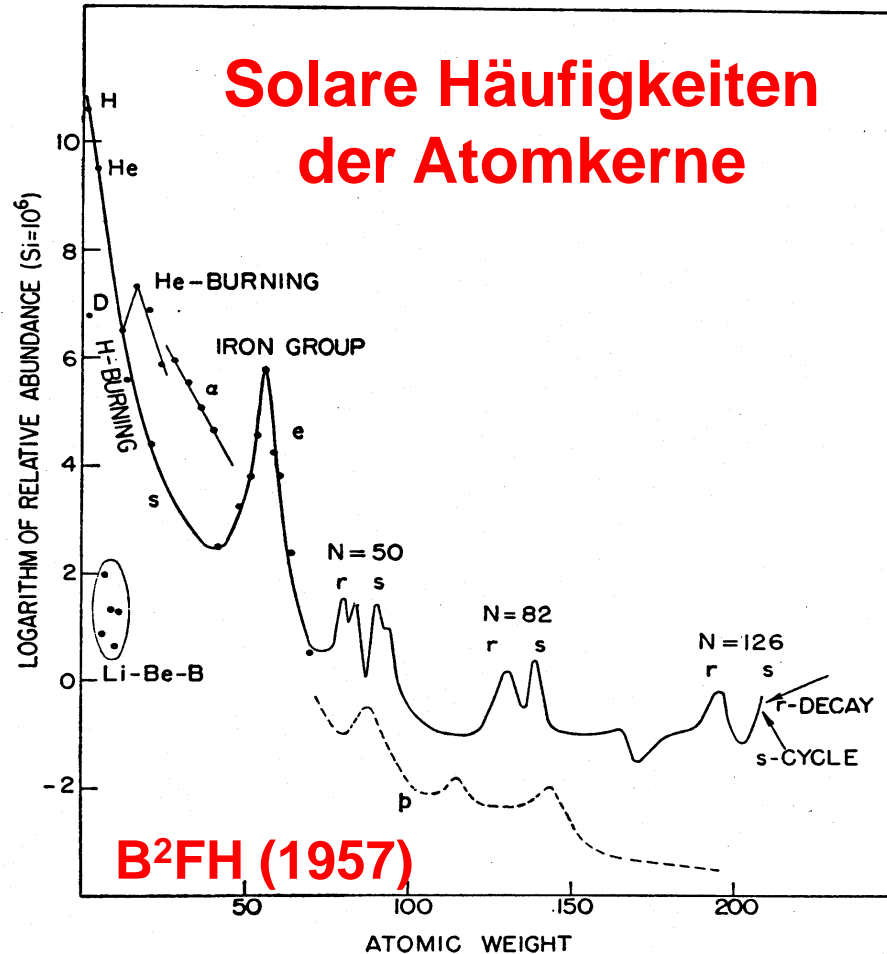
1. **Anzahl stabiler Isotope** und **Isotone**
2. Maxima der **Elementhäufigkeit** im **Sonnensystem**
3. Lokale Maxima der **Bindungsenergie pro Nukleon**
4. Strukturen in der Systematik der **Zerfallsenergien**
5. Strukturen in der Systematic der **Wirkungsquerschnitte**
6. Energien der 1<sup>en</sup> **angeregten Zustände** von **gg-Kernen**
7. **Insel der Isomere**
8. Bei **magischen Zahlen** sind Kerne **sphärisch**



**Fig. 15-15.** Variation of the number of (a) stable isotones, (b) stable isotopes with the respective nucleon number  $N$  or  $Z$ , showing the peaking at the magic numbers  $\mathcal{N} = 20, 28, 50$ , and  $82$ . (From [F1 52a].)

Häufigkeiten stabiler  
**Isotope** and **Isotone**

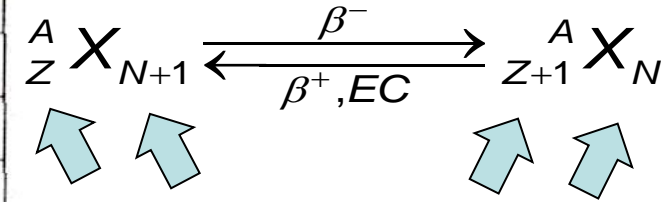
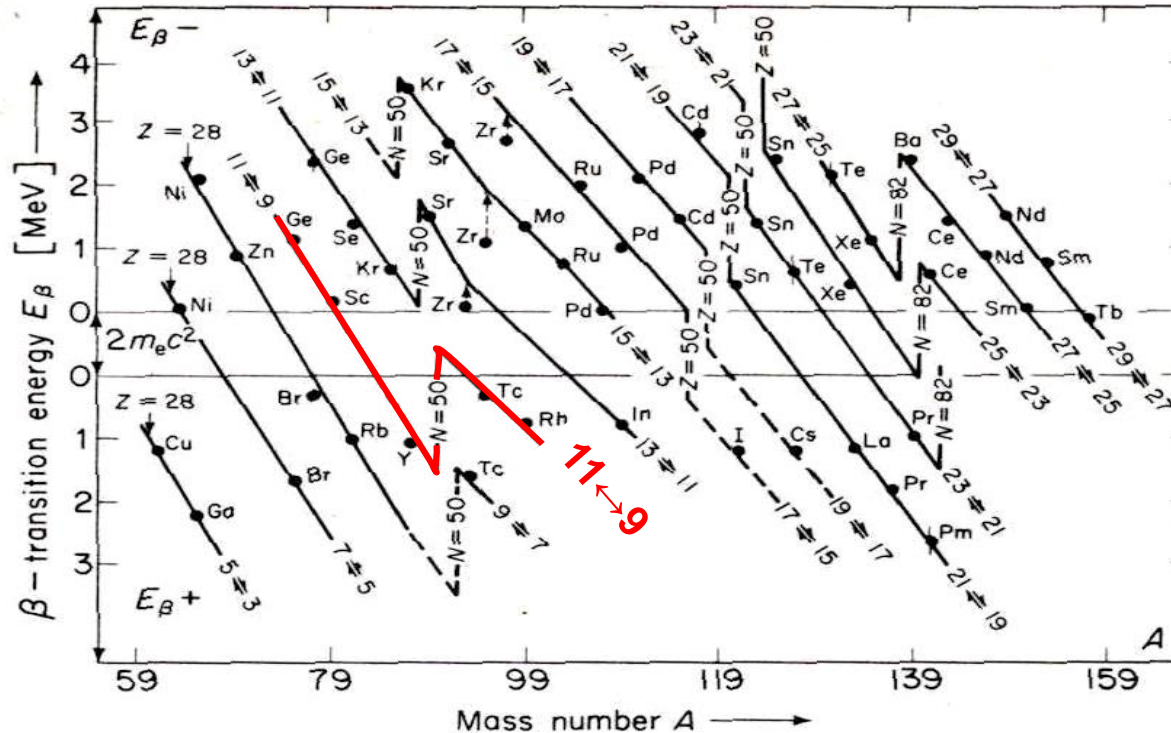
1. **Anzahl stabiler Isotope** und Isotone
2. Maxima der **Elementhäufigkeit** im **Sonnensystem**
3. Lokale Maxima der **Bindungsenergie** pro Nukleon
4. Strukturen in der Systematik der **Zerfallsenergien**
5. Strukturen in der Systematic der **Wirkungsquerschnitte**
6. Energien der 1<sup>en</sup> **angeregten Zustände** von **gg-Kernen**
7. **Insel der Isomere**
8. Bei **magischen Zahlen** sind Kerne **sphärisch**



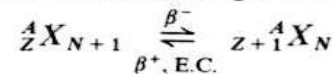
Maxima der Elementhäufigkeit  
im Sonnensystem



1. **Anzahl stabiler Isotope** und Isotone
2. Maxima der **Elementhäufigkeit** im **Sonnensystem**
3. Lokale Maxima der **Bindungsenergie pro Nukleon**
4. Strukturen in der Systematik der **Zerfallsenergien**
5. Strukturen in der Systematic der **Wirkungsquerschnitte**
6. Energien der 1<sup>en</sup> **angeregten Zustände** von **gg-Kernen**
7. **Insel der Isomere**
8. Bei **magischen Zahlen** sind Kerne **sphärisch**

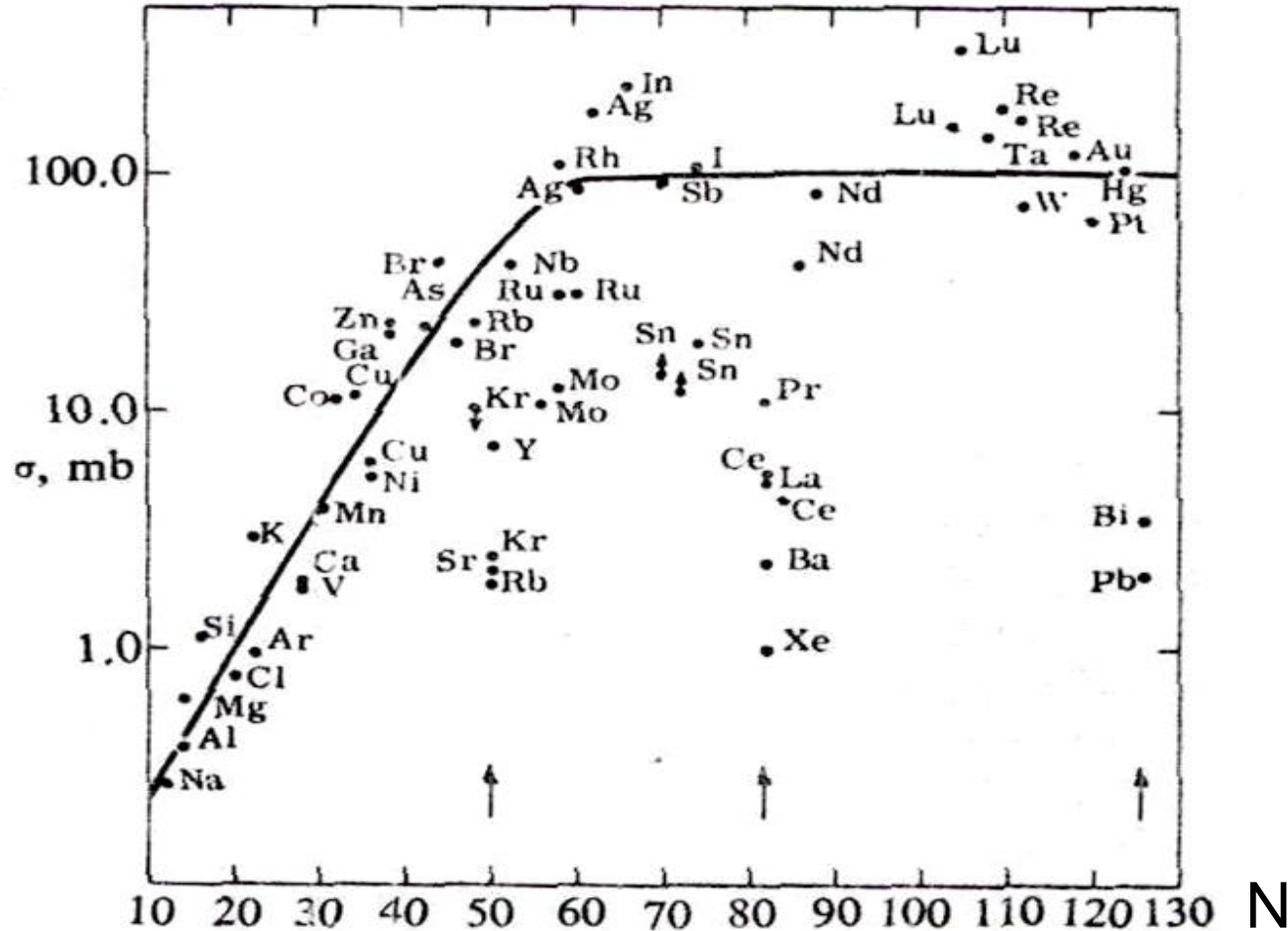


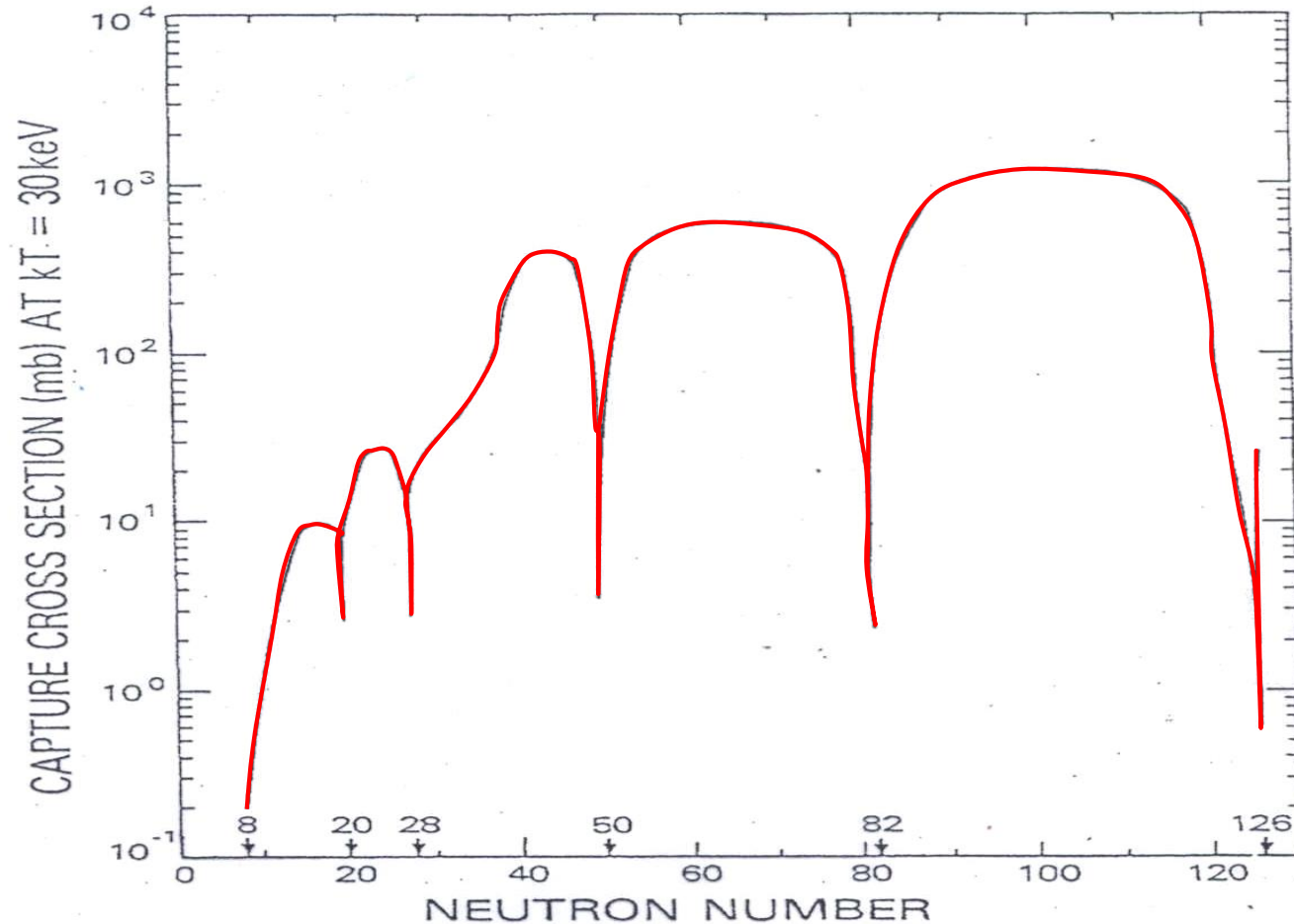
**Fig. 15-17.** Plot of the  $\beta$ -transition energy for nuclei in the region  $28 \leq Z \leq 64$  which have the same neutron excess and which undergo the decay process



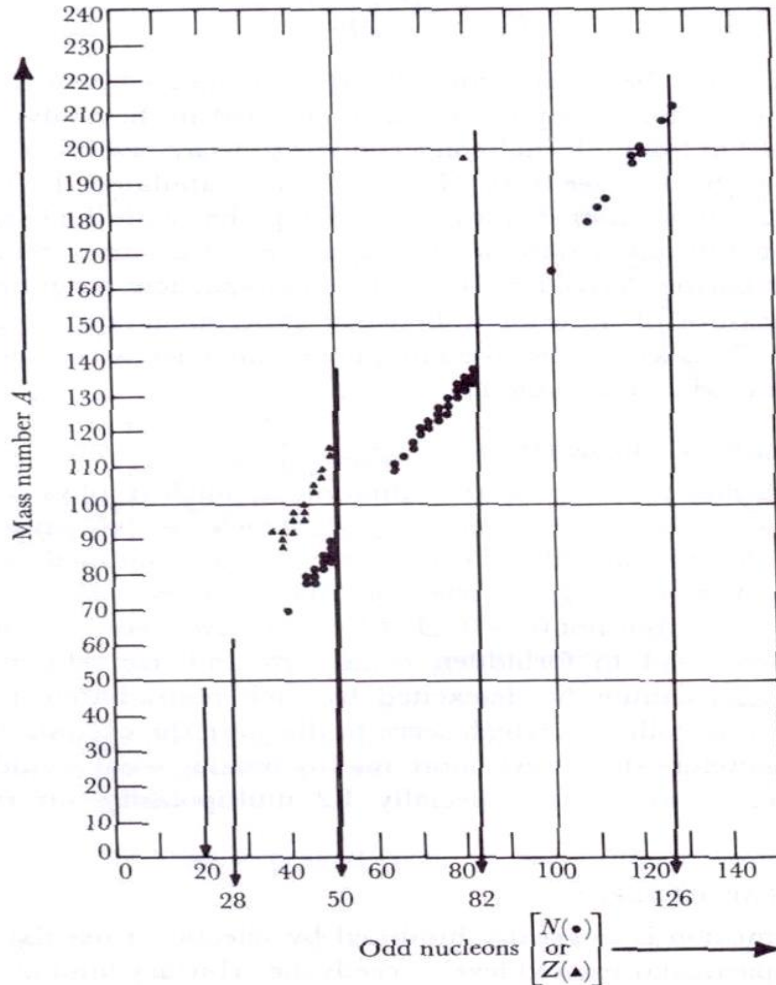
with  $Z$  and  $N$  even. (From [May 55].) (Used by permission of Wiley and Sons, New York.)

1. **Anzahl stabiler Isotope** und Isotone
2. Maxima der **Elementhäufigkeit** im **Sonnensystem**
3. Lokale Maxima der **Bindungsenergie pro Nukleon**
4. Strukturen in der Systematik der **Zerfallsenergien**
5. Strukturen in der Systematic der **Wirkungsquerschnitte**
6. Energien der 1<sup>en</sup> **angeregten Zustände** von **gg-Kernen**
7. **Insel der Isomere**
8. Bei **magischen Zahlen** sind Kerne **sphärisch**





1. **Anzahl stabiler Isotope** und Isotone
2. Maxima der **Elementhäufigkeit** im **Sonnensystem**
3. Lokale Maxima der **Bindungsenergie pro Nukleon**
4. Strukturen in der Systematik der **Zerfallsenergien**
5. Strukturen in der Systematic der **Wirkungsquerschnitte**
6. Energien der 1<sup>en</sup> **angeregten Zustände** von **gg-Kernen**
7. **Insel der Isomere**
8. Bei **magischen Zahlen** sind Kerne **sphärisch**

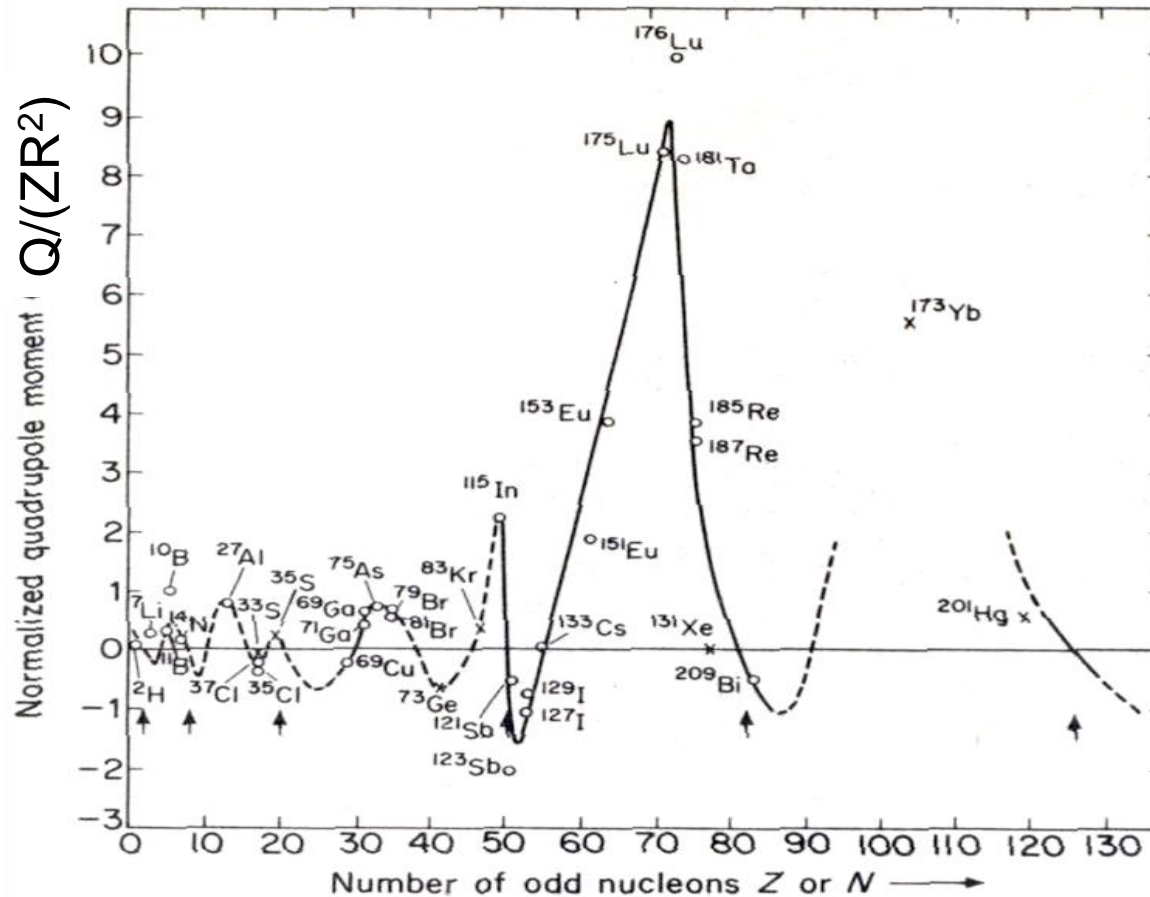


## Die Insel der Isomere

Punkte: g-u-nuclei  
 Quadrate: u-g-nuclei

1. **Anzahl stabiler Isotope** und Isotone
2. Maxima der **Elementhäufigkeit** im **Sonnensystem**
3. Lokale Maxima der **Bindungsenergie pro Nukleon**
4. Strukturen in der Systematik der **Zerfallsenergien**
5. Strukturen in der Systematic der **Wirkungsquerschnitte**
6. Energien der 1<sup>en</sup> **angeregten Zustände** von **gg-Kernen**
7. **Insel der Isomere**
8. Bei **magischen Zahlen** sind Kerne **sphärisch**





Das reduzierte  
Quadrupolmoment als  
Funktion der Anzahl  
ungerader Nukleonen.  
Die Größe  $Q/(ZR^2)$  ist  
ein Maß für die  
Deformation des Kerns  
unabhängig von dessen  
Größe  
 $R = 1,5 \text{ fm} \cdot A^{1/3}$ .

$$H = \sum_{i=1}^Z T_i + \sum_{i=1}^Z V_C(r_i) + \sum_{\substack{i,j=1 \\ i \neq j}}^Z V_{ij}(|\vec{r}_i - \vec{r}_j|)$$

$$T_i = -\frac{h^2}{2m_i} \Delta_i \quad \text{kinetische Energie}$$

$V_C$  Zentralpotential, Coulombpotential

$V_{i,j}$  Wechselwirkungspotential

ist ein Modell **unabhängiger Teilchen** analog dem Modell des Atoms

$$H = \sum_{i=1}^A T_i + \sum_{i,j=1}^A V_{ij}$$

mit  $T_i = -\frac{h^2}{2m_i} \Delta_i$  kinetische Energie

$V_{i,j}$  Wechselwirkungspotential

ist ein Modell **unabhängiger Teilchen** analog dem Modell des Atoms

$$H = \sum_{i=1}^A T_i + \sum_{i,j=1}^A V_{ij}$$

mit  $T_i = -\frac{\hbar^2}{2m_i} \Delta_i$  kinetische Energie

$V_{i,j}$  Wechselwirkungspotential

Ansatz:  $H = H_0 + V_R$  mit Restwechselwirkung  $V_R$

$$H_0 = \sum_{i=1}^A (T_i + V_i) = \sum_{i=1}^A h_i \quad \text{and} \quad V_R = \sum_{i,j=1}^A V_{i,j} - \sum_{i=1}^A V_i$$



Kastenpotential

$$V(r) = \begin{cases} -V_0 & r < R_0 \\ 0 & r \geq R_0 \end{cases}$$

Oszillatorpotential

$$V(r) = \begin{cases} -V_0 \cdot (1 - (r/R_0)^2) & r < R_0 \\ 0 & r \geq R_0 \end{cases}$$

$$E_{n,l} = E_{\lambda} = \left( \lambda + \frac{3}{2} \right) \hbar \omega$$

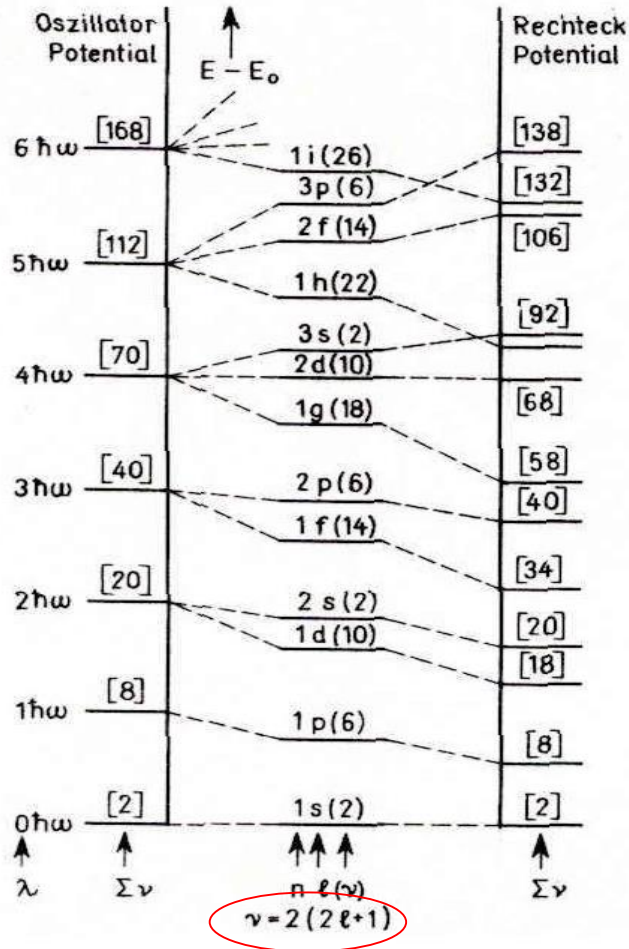
mit  $\lambda = 2(n-1) + \ell = 0, 1, 2, \dots$

$(n = 1, 2, 3, \dots; \ell = 0, 1, 2, \dots)$

$\ell = 0:$

$\ell = 1:$

$\ell = 2:$



$$E_{n,\ell} = E_\lambda = \left( \lambda + \frac{3}{2} \right) \hbar \omega$$

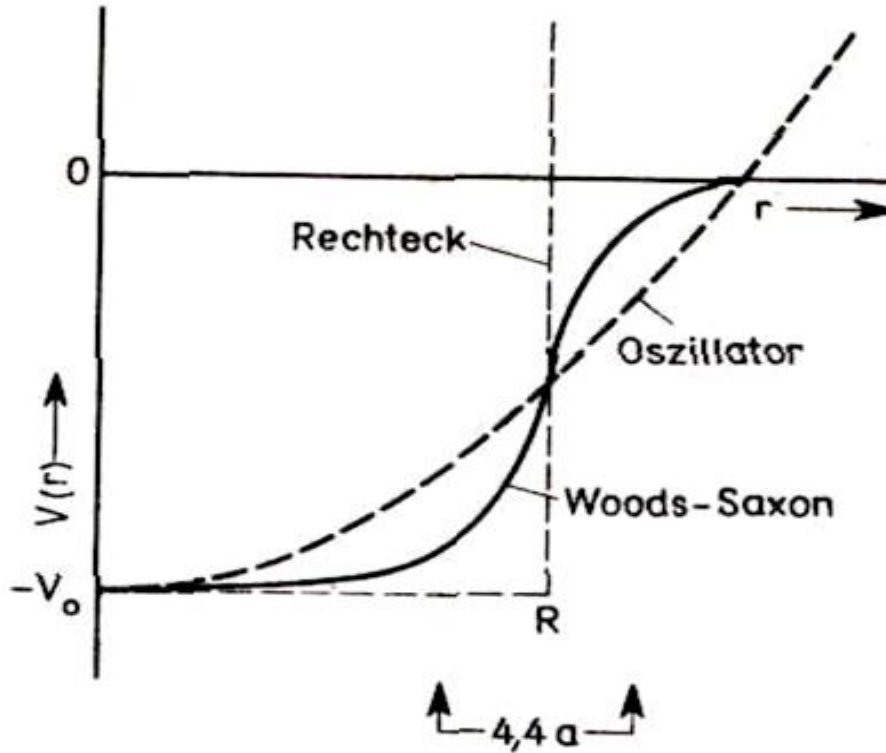
mit  $\lambda = 2(n-1) + \ell = 0, 1, 2, \dots$

$(n = 1, 2, 3, \dots; \ell = 0, 1, 2, \dots)$

**Fig.72 Energieniveaus im Oszillator- und im Rechteckpotential, in der Mitte interpolierte Werte; nach [May 55]**

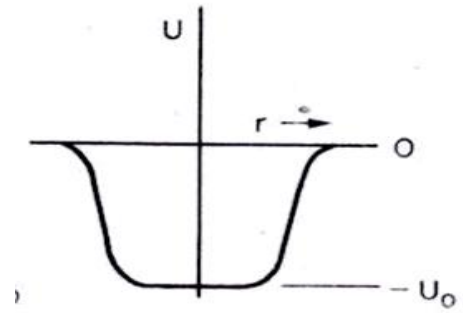
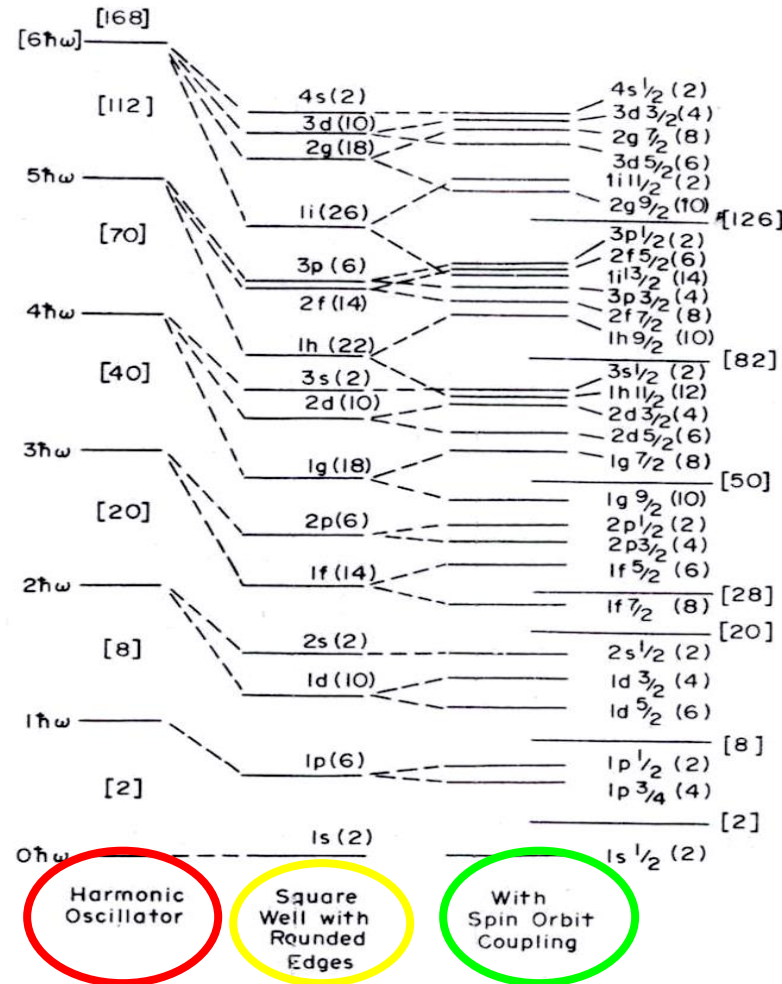
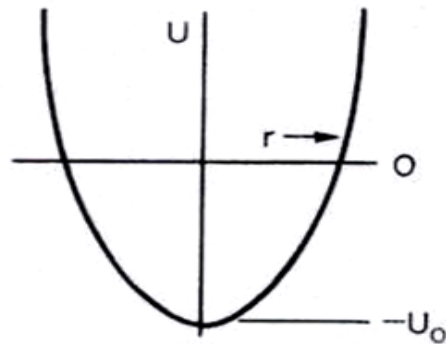


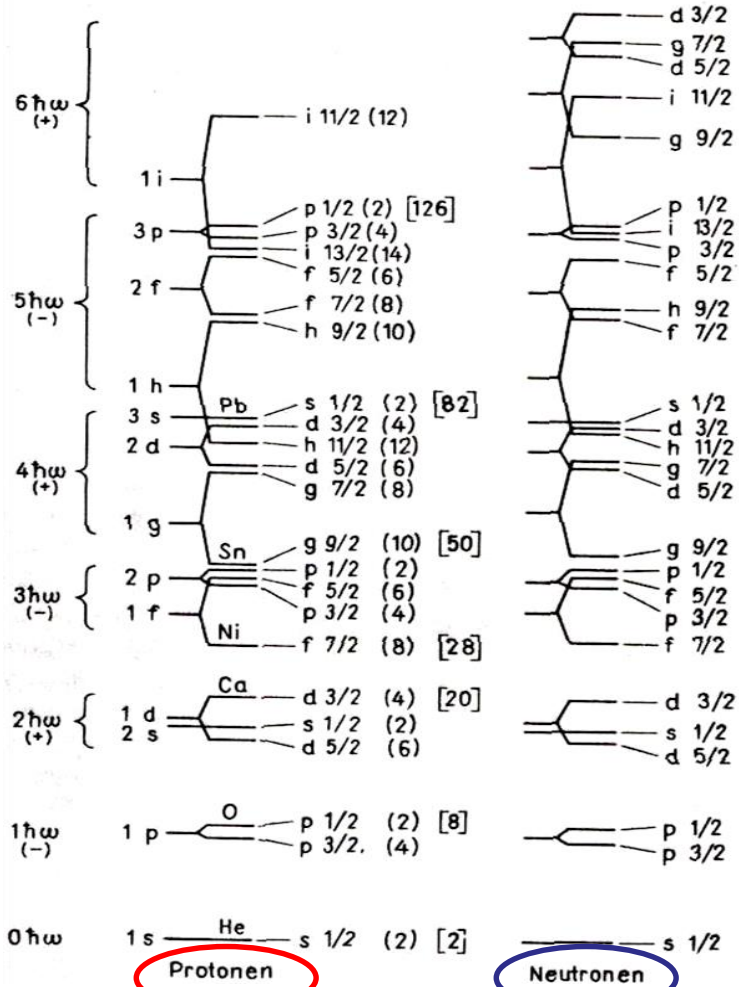




$$V(r) = -V_0 \cdot \left[ 1 + e^{\frac{r-R_0}{a}} \right]^{-1}$$

**Fig.71** Drei häufig gebrauchte Potentialformen. Die Größen  $R$  und  $a$  beziehen sich auf das Woods-Saxon-Potential Gl. (6.8)





$$V_i = V(r) + V_{ls}(r) \cdot (\vec{\ell} \cdot \vec{s})$$

$$V(r) = -V_0 \cdot \left[ 1 + e^{\frac{r-R_0}{a}} \right]^{-1}$$

$$E_{n,\ell} = E_\lambda = \left( \lambda + \frac{3}{2} \right) \hbar\omega$$

mit  $\lambda = 2(n-1) + \ell = 0, 1, 2, \dots$   
 $(n = 1, 2, 3, \dots; \ell = 0, 1, 2, \dots)$

$$V_i = V(r) + V_{ls}(r) \cdot (\vec{\ell} \cdot \vec{s}) \quad \text{mit} \quad V(r) = -V_0 \cdot \left[ 1 + e^{\frac{r-R_0}{a}} \right]^{-1}$$

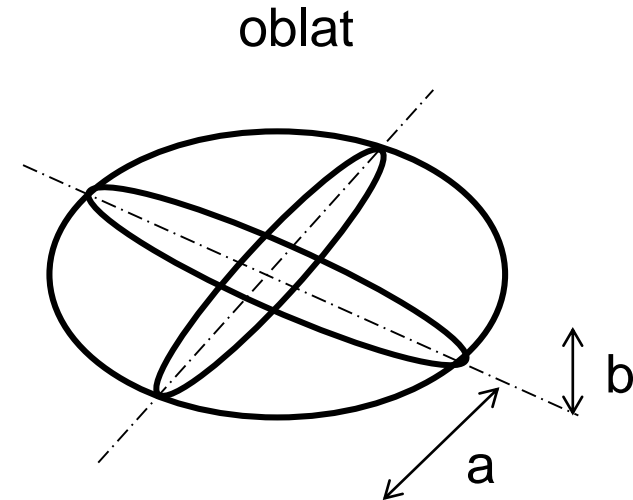
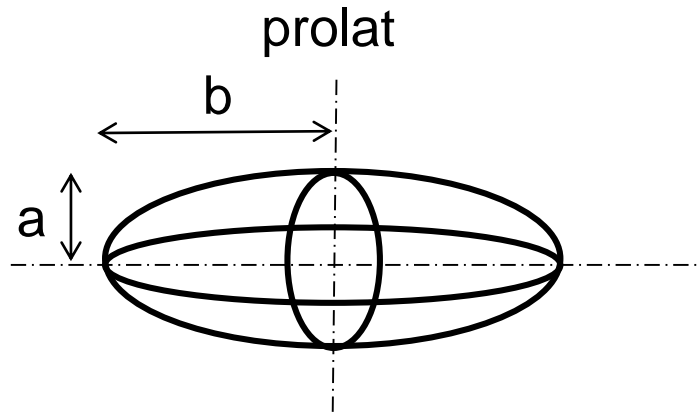
ergibt die potentielle Energie

$$V(r) + \frac{1}{2} V_{ls} \cdot \ell \quad \text{und} \quad V(r) - \frac{1}{2} V_{ls} \cdot (\ell + 1)$$

- $V_{ls}(r)$  und  $V(r)$ , sind beide negativ.
- Daher ist  $j = \ell - 1/2$  energetisch höher als  $j = \ell + 1/2$ .
- Aufspaltung  $\Delta E \sim 2\ell + 1$ .

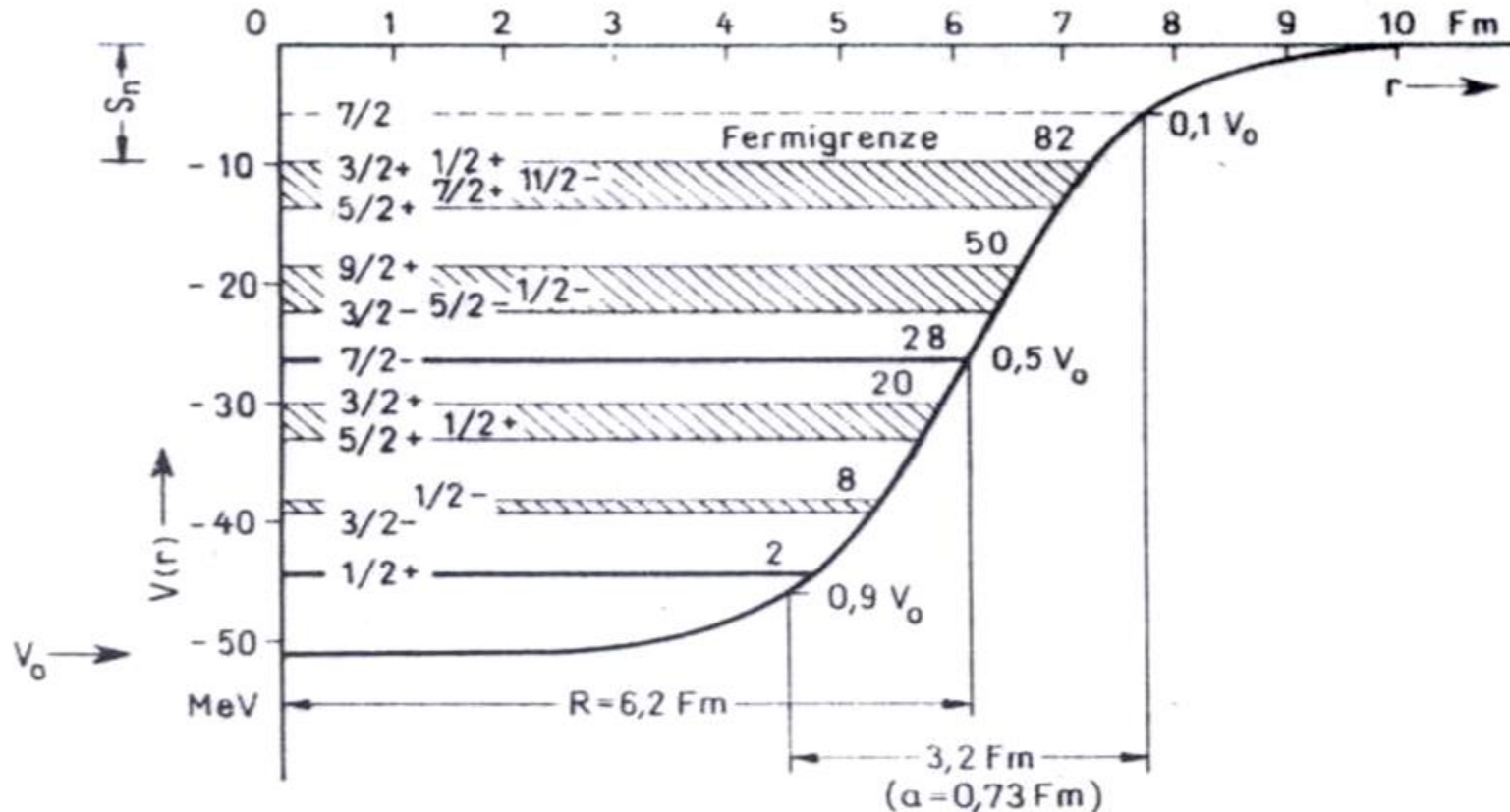
$$V_{ls} \propto \frac{1}{r} \frac{\partial V}{\partial r}$$

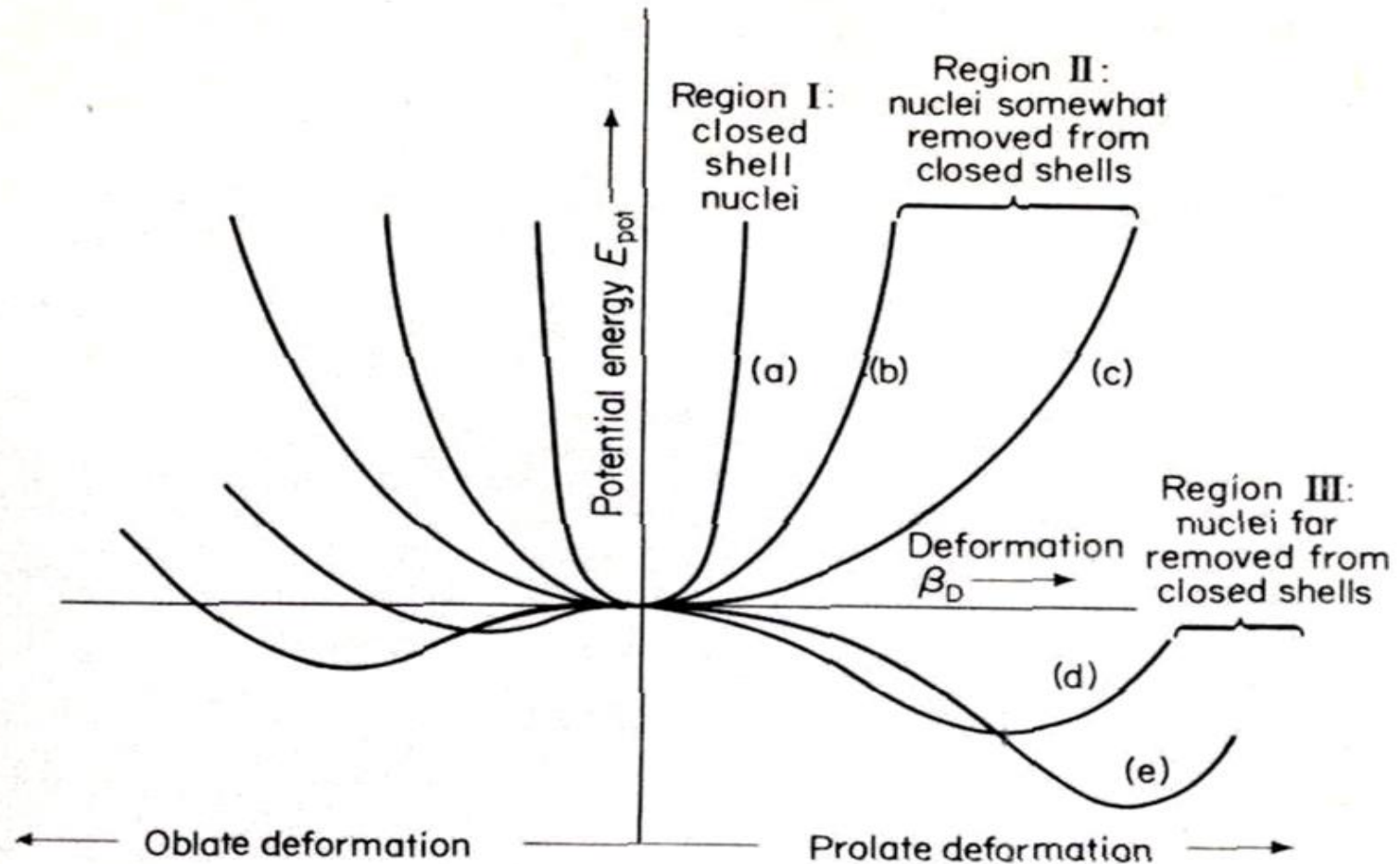
$$\delta = \frac{b - a}{(a + b) / 2}$$



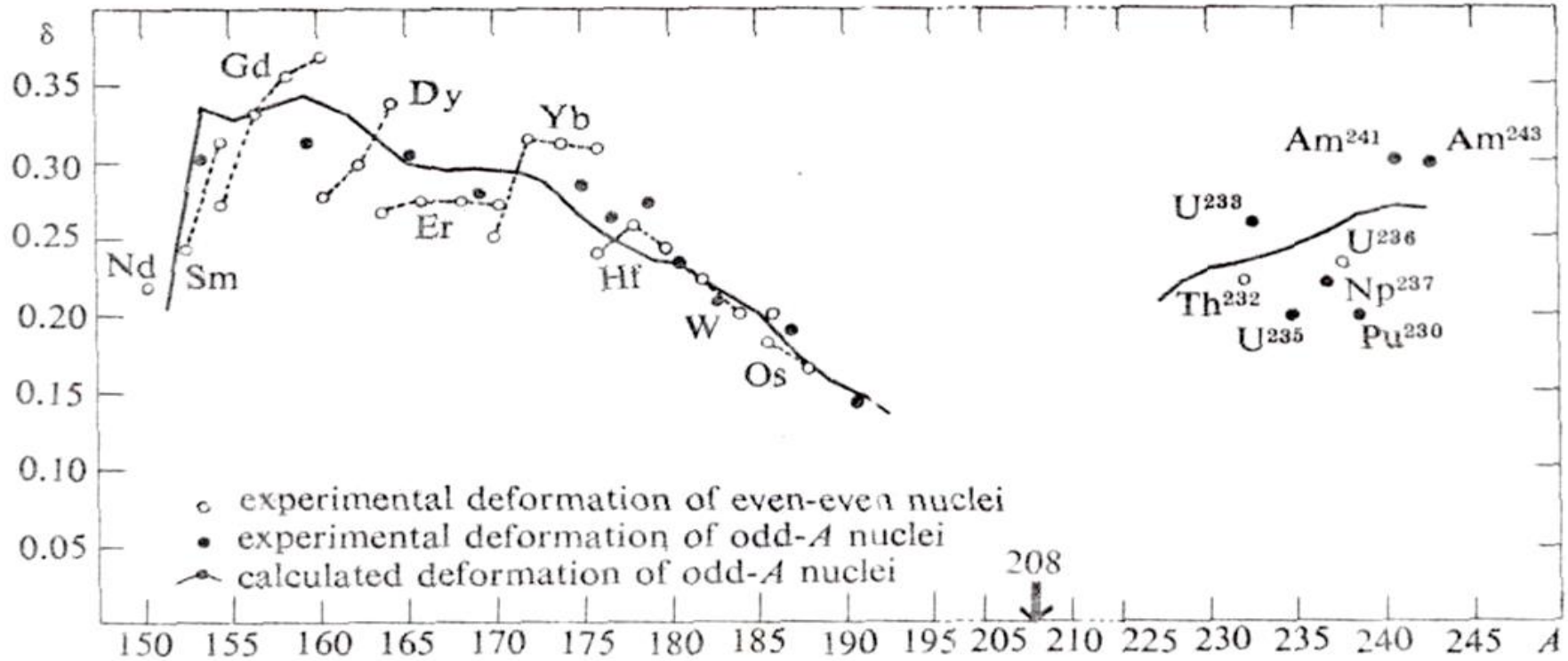
Oftmals auch  $R = (a + b)/2$  und  $\Delta R = b - a$  ;  $\delta = (\Delta R/R)$

# Zustände der Neutronen im Kern mit $N = 82$ im Woods-Saxon Potential mit Parametern $R$ und $a$

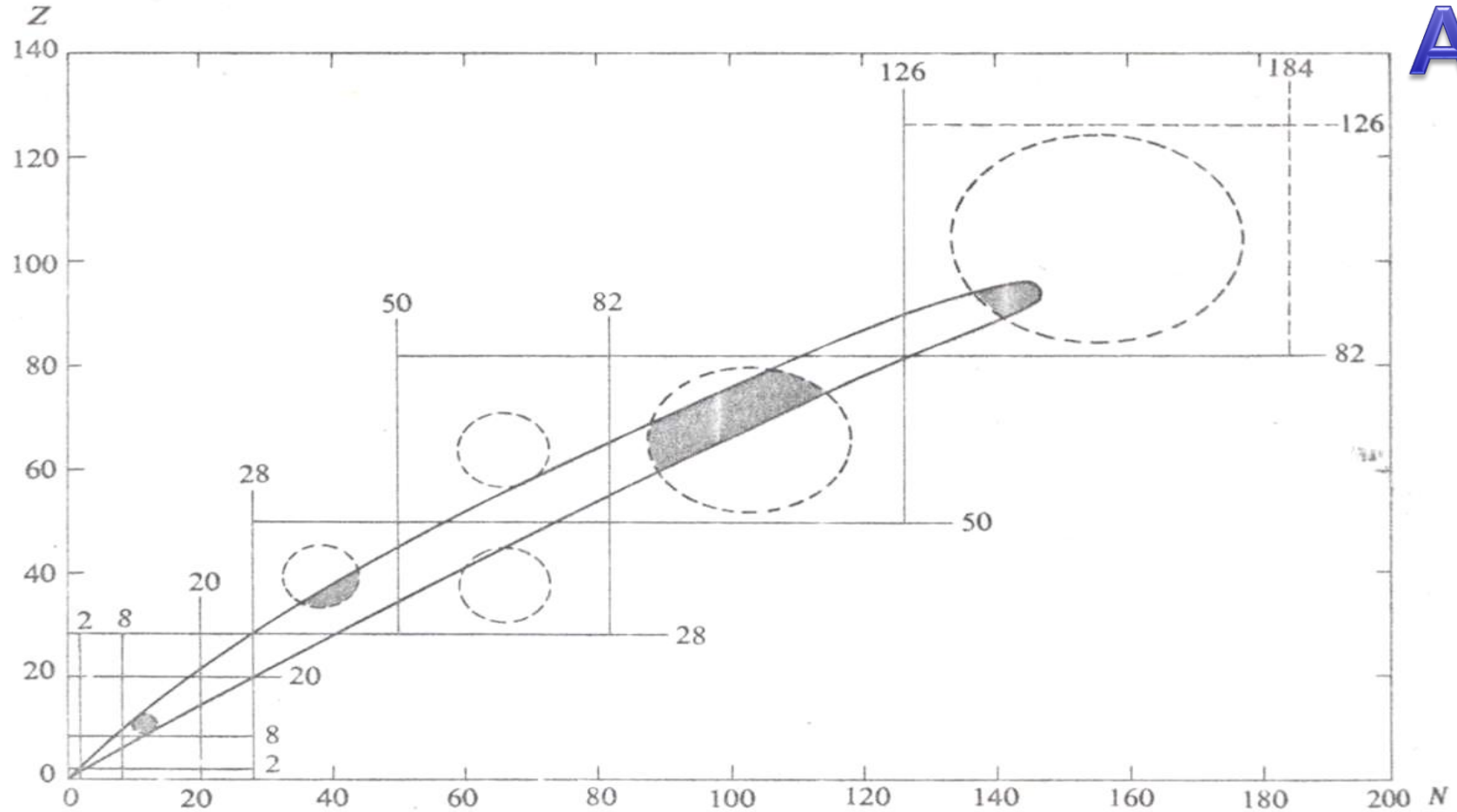




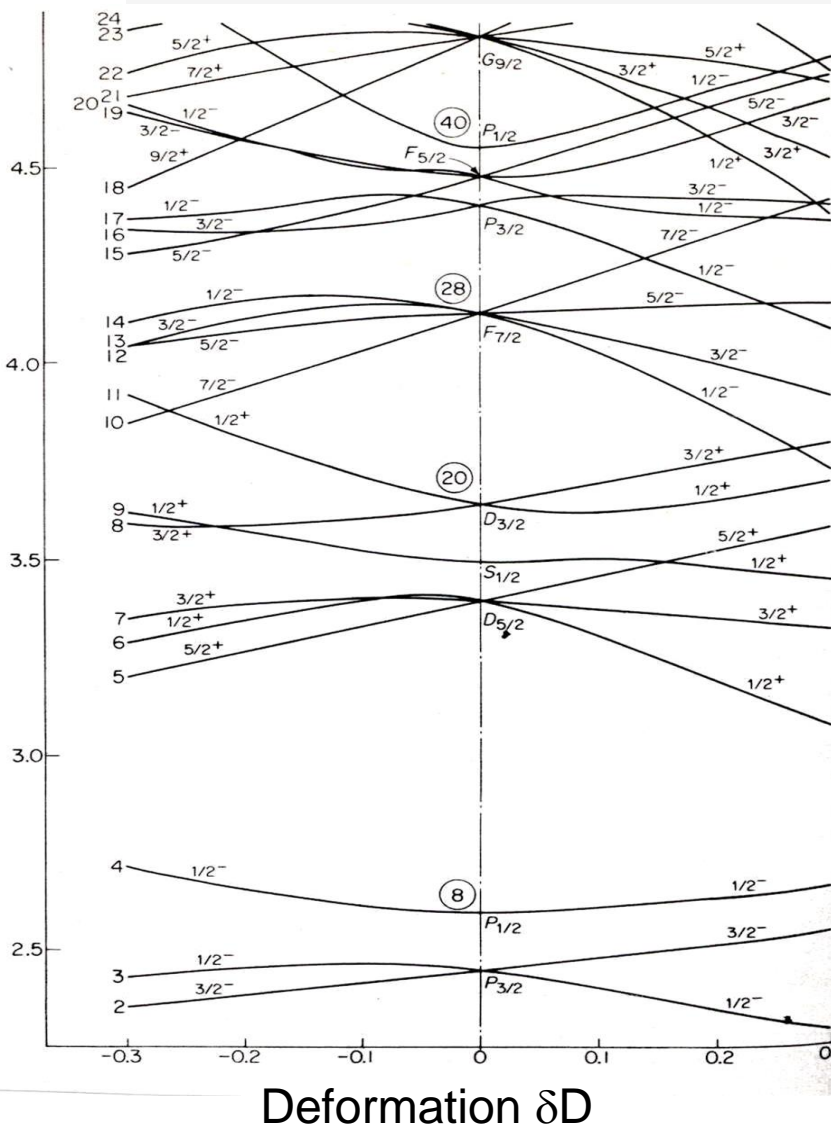
# Vergleich der mit dem Nilsson Modell berechneten Deformation des Grundzustandes mit experimentellen Werten



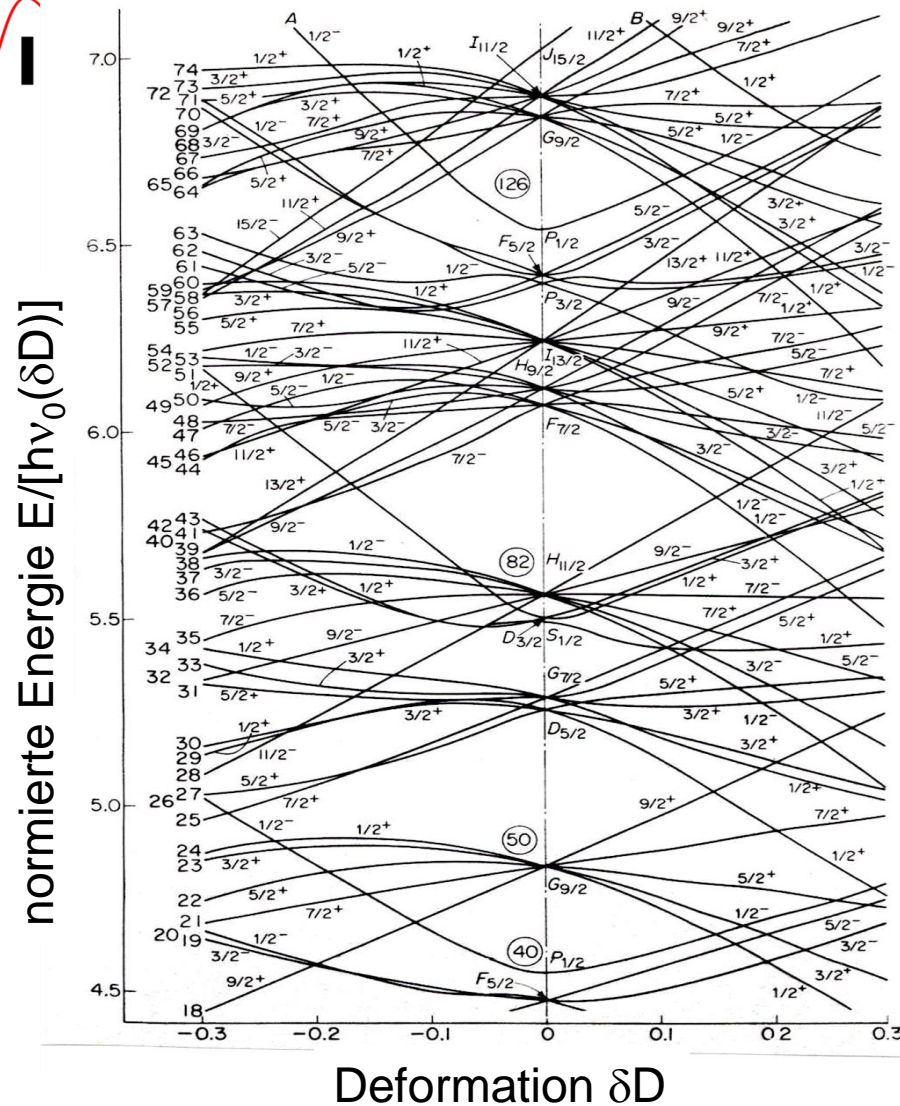




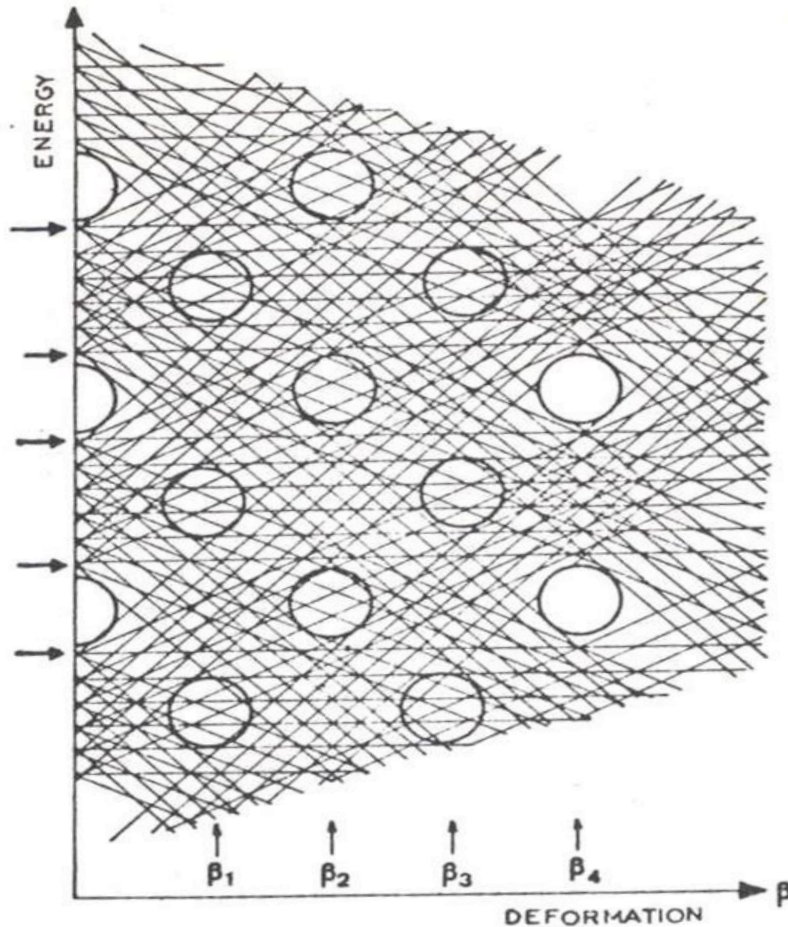
normierte Energie  $E/[h\nu_0(\delta D)]$

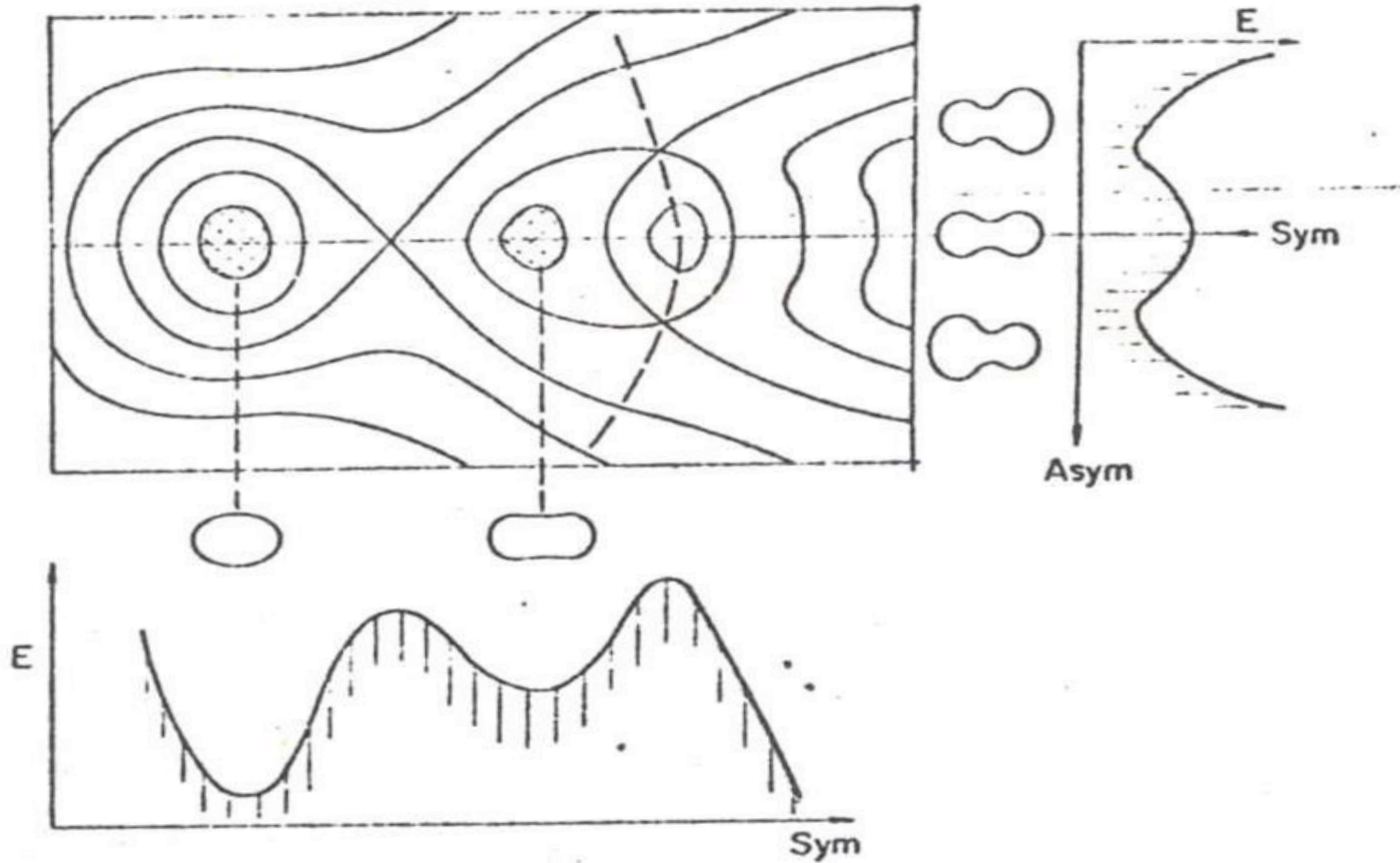


## Anregungsschema deformierter Kerne nach dem Nilsson Modell



# Anregungsschema deformierter Kerne nach dem Nilsson Modell





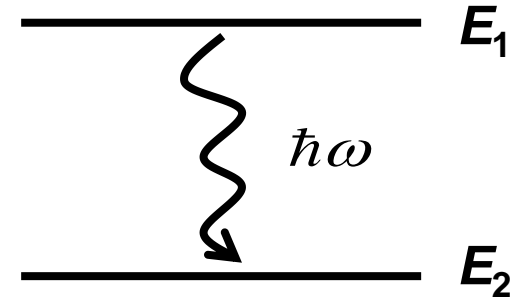
$A = \text{konstant}$   $Z = \text{konstant}$

Abregung durch

- Emission elektronischer Strahlung
- Innere Konversion
- Innere Paar Produktion

Lebensdauer?

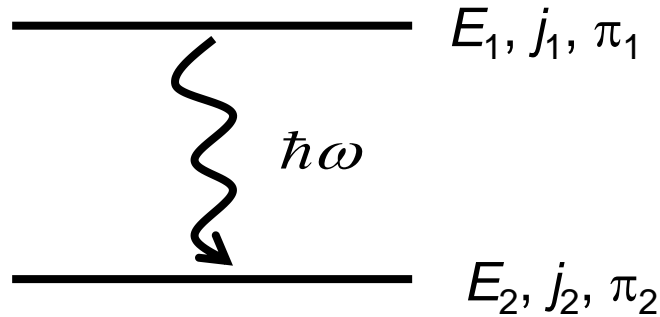
$$E_{\text{kin,e}} = E^* - E_{\text{B,e}}$$



$$\begin{aligned} E^* &= E_1 - E_2 \\ &= \hbar\omega + \frac{(\hbar\omega)^2}{2m_A c^2} \end{aligned}$$

↗

Rückstoß Energie  
(später)



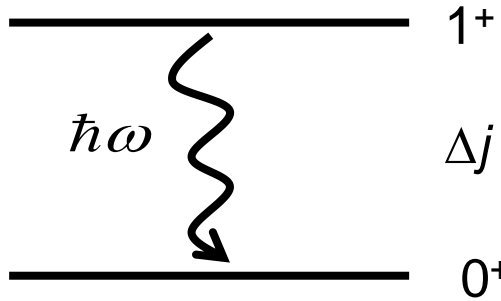
Elektromagnetische Multipol  
Strahlung:  $L = 1, 2, 3, \dots, L \neq 0$

elektrisch	magnetisch	Paritätswechsel
$L$ gerade	$L$ ungerade	nein
$L$ ungerade	$L$ gerade	ja

Parität  $\pi_E = (-1)^L$   
 $\pi_M = (-1)^{L+1}$

$$|j_1 - j_2| \leq L \leq j_1 + j_2$$

AO



$$\Delta j = 1, \Delta \pi = \text{nein}$$

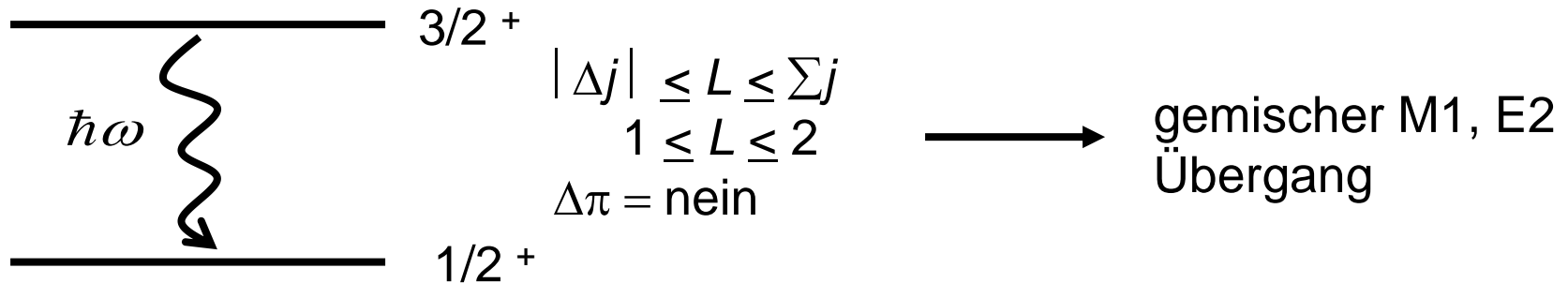
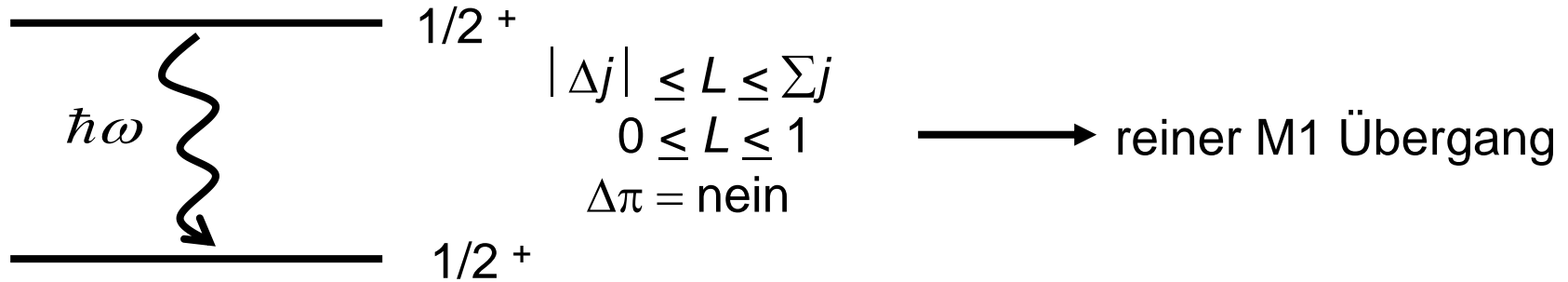
→ reiner M1 Übergang

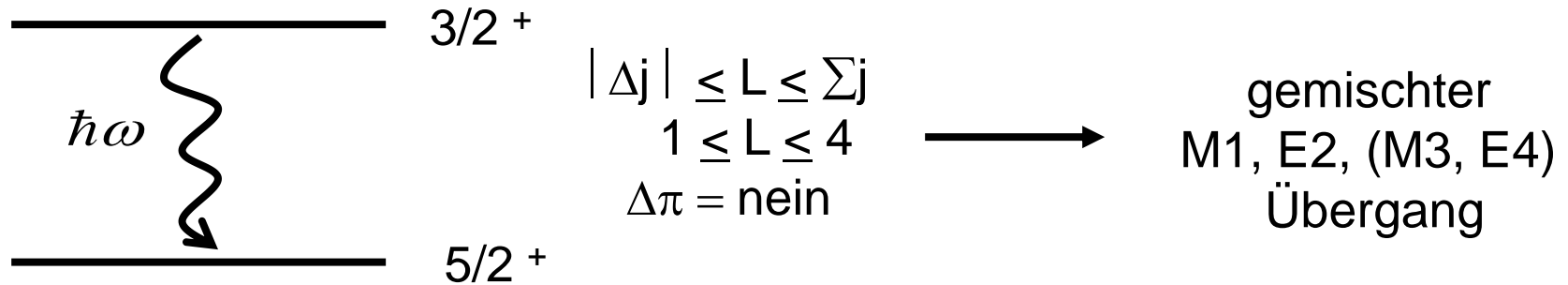


$$\Delta j = 1, \Delta \pi = \text{ja}$$

→ reiner E1 Übergang







$$\lambda_E = 2,4 \cdot S \cdot (r_0 \cdot A^{1/3})^{2L} \cdot \left( \frac{E}{197 \text{ MeV}} \right)^{2L+1} \cdot 10^{21} \text{ s}^{-1}$$

$$\lambda_M = 0,55 \cdot S \cdot A^{-2/3} \cdot (r_0 \cdot A^{1/3})^{2L} \cdot \left( \frac{E}{197 \text{ MeV}} \right)^{2L+1} \cdot 10^{21} \text{ s}^{-1}$$

mit  $r_0 = 1,28 \text{ fm}$  und

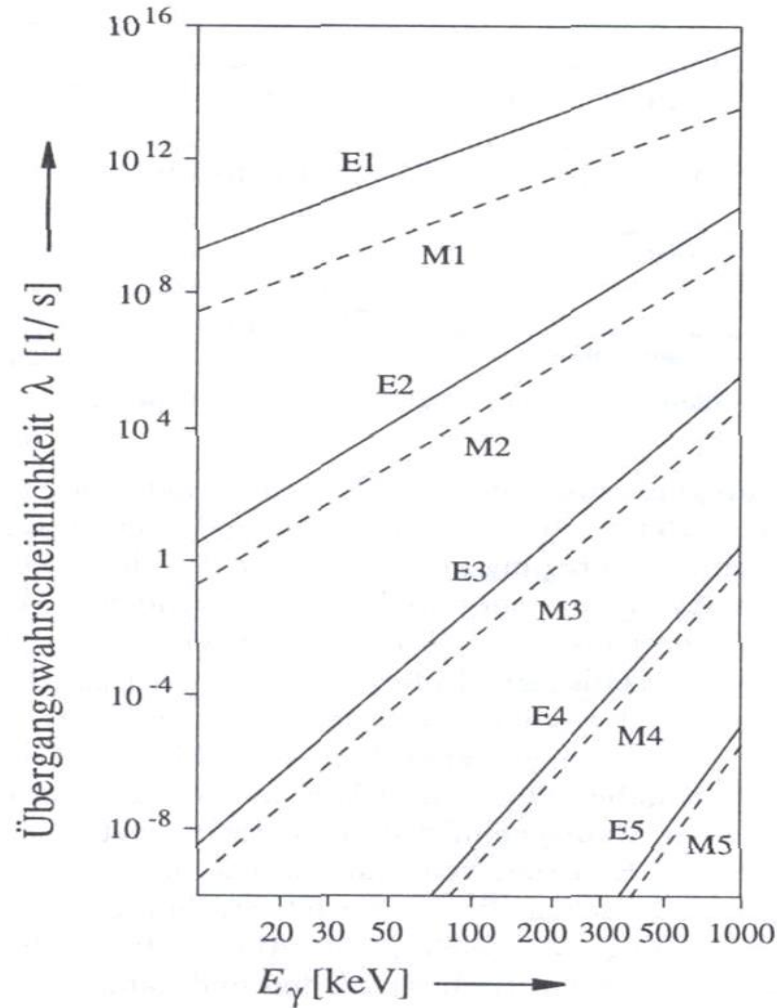
$$S = \frac{2(L+1)}{L \cdot [1 \cdot 3 \cdot 5 \cdot \dots (2L+1)]^2} \left( \frac{3}{L+3} \right)^2 \text{ spektroskopischer Faktor}$$

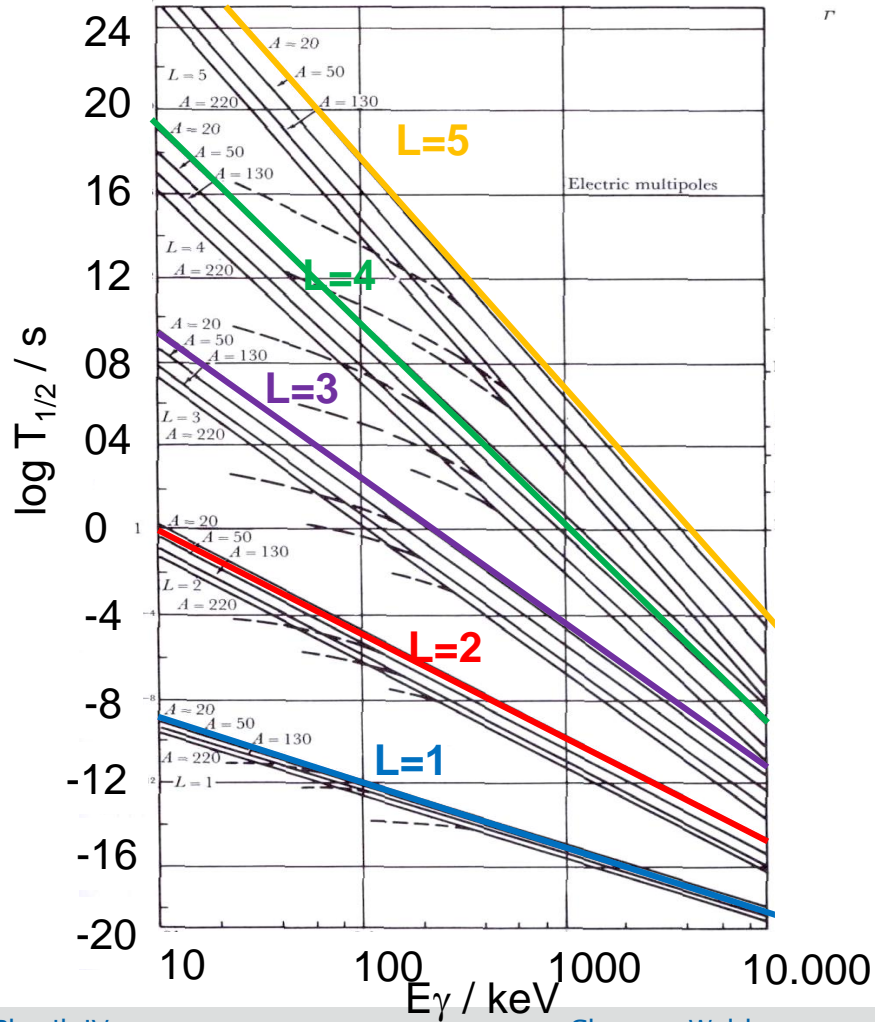
$$L = 1 \rightarrow S = 0,25$$

$$L = 2 \rightarrow S = 4,8 \cdot 10^{-3}$$

$$L = 3 \rightarrow S = 6,25 \cdot 10^{-5}$$

$$L = 4 \rightarrow S = 5,3 \cdot 10^{-7}$$

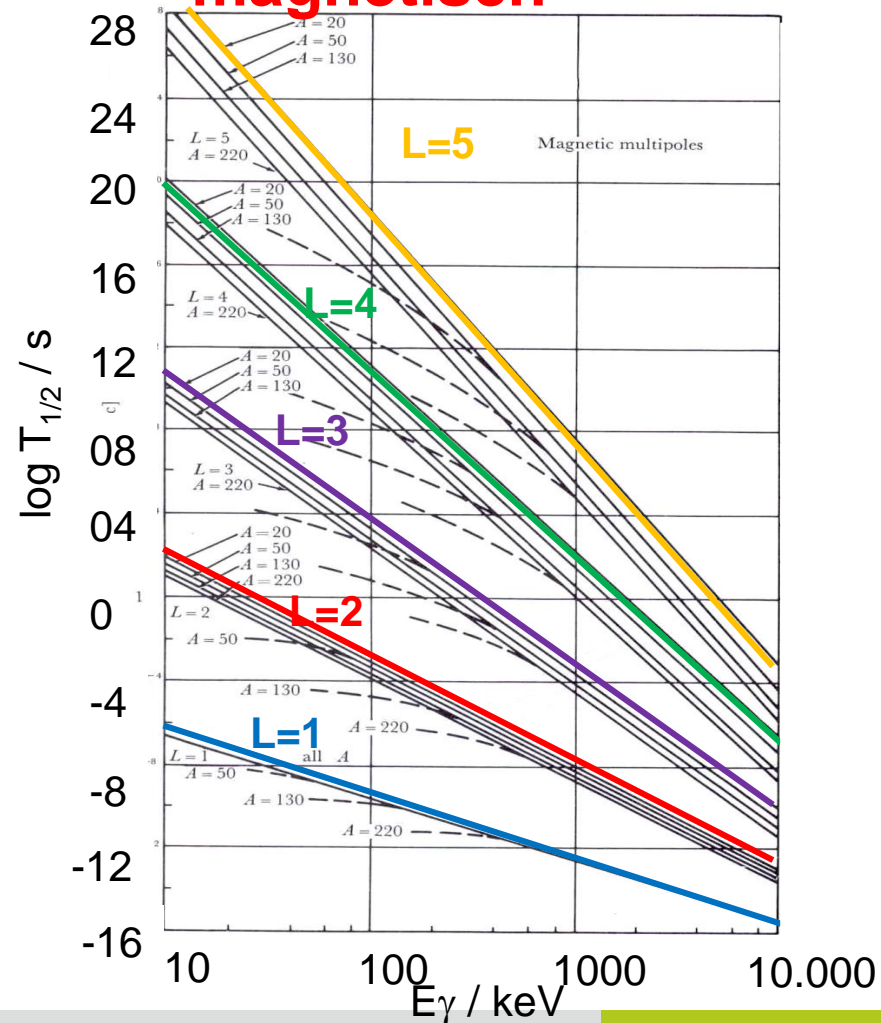
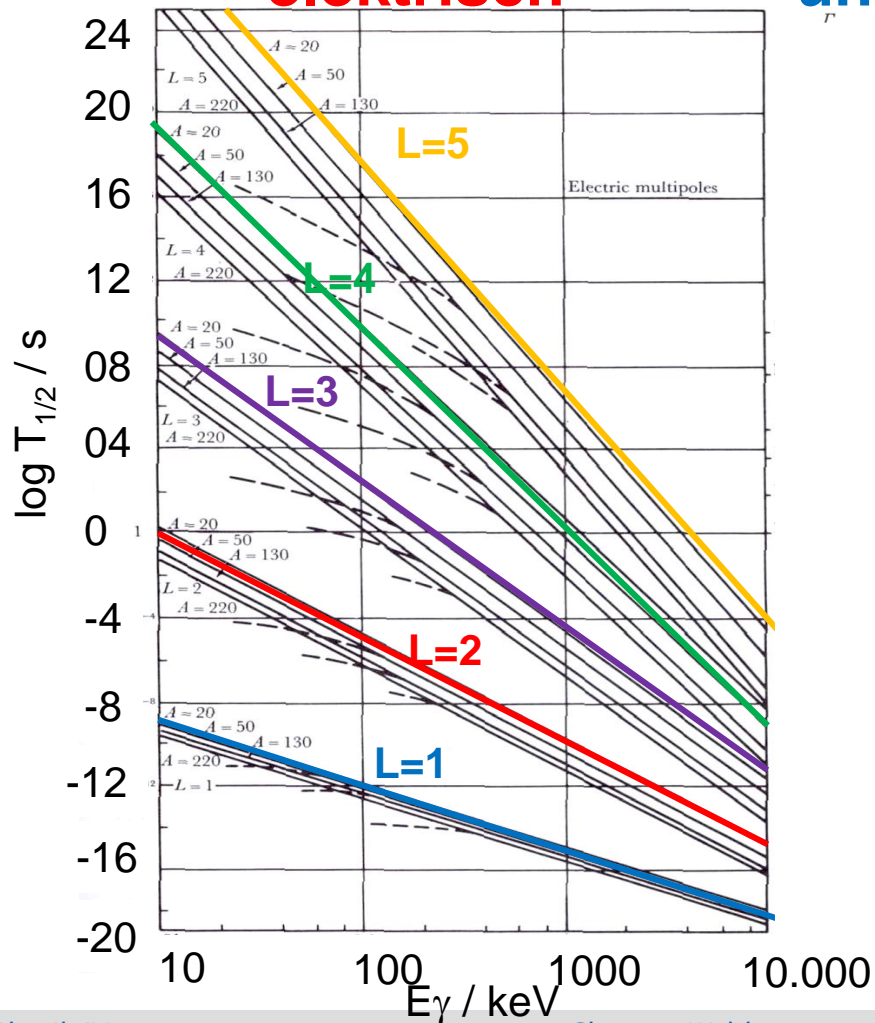




elektrisch

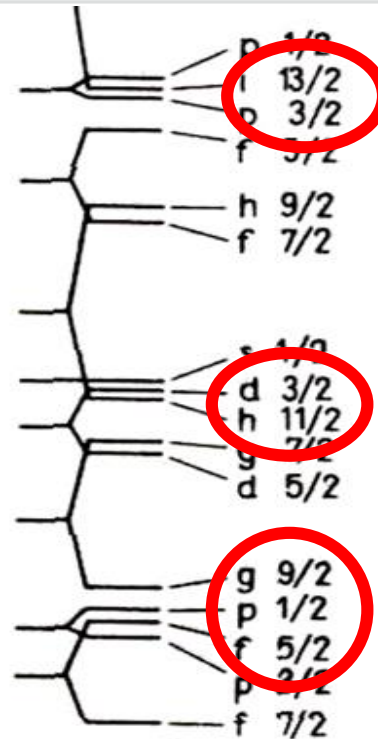
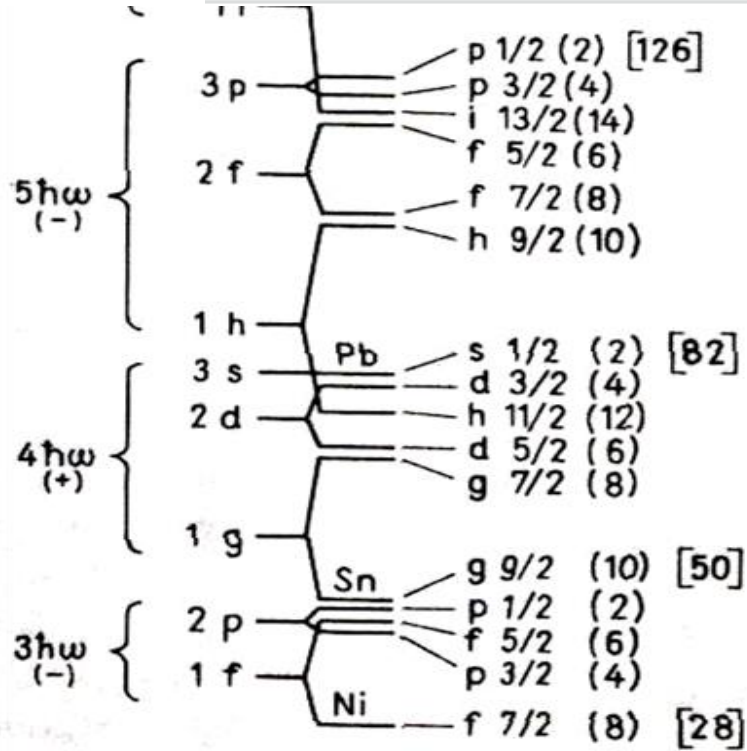
und

magnetisch



Typ	$L \Delta\pi$		Halbwertszeiten in s bei Energie		
			1 MeV	0,2 MeV	0,05 MeV
E1	1	ja	$2 \cdot 10^{-16}$	$3 \cdot 10^{-14}$	$2 \cdot 10^{-12}$
M1	1	nein	$2 \cdot 10^{-14}$	$2 \cdot 10^{-12}$	$2 \cdot 10^{-10}$
E2	2	nein	$1 \cdot 10^{-11}$	$3 \cdot 10^{-8}$	$3 \cdot 10^{-5}$
M2	2	ja	$9 \cdot 10^{-10}$	$3 \cdot 10^{-6}$	$3 \cdot 10^{-3}$
E3	3	ja	$7 \cdot 10^{-7}$	$6 \cdot 10^{-2}$	$9 \cdot 10^2$
M3	3	nein	$7 \cdot 10^{-5}$	5	$8 \cdot 10^4$
E4	4	nein	$8 \cdot 10^{-2}$	$2 \cdot 10^5$	$4 \cdot 10^{10}$
M4	4	ja	7	$1 \cdot 10^7$	$4 \cdot 10^{12}$

AO



$$|j_1 - j_2| \leq L \leq j_1 + j_2$$

große  $\Delta j$   
verursachen  
lange  
Halbwertszeiten

Ta 180		Ta 181	
0,012		99,988	
> 10 <sup>15</sup> a		8,15 h	
α - 580		α 0,012 + 20	

**<sup>180</sup>Ta,**  
**Das langlebigste Isomer**



$$E_\gamma = h\nu \quad p_\gamma = \frac{h\nu}{c} \quad E_{\text{recoil nucleus}} = \frac{p_\gamma^2}{2m_A}$$

$$E_{\text{recoil nucleus}} = \frac{(h\nu)^2}{2m_A c^2} = \frac{1}{2m_A c^2} E_\gamma^2 \approx \frac{E_\gamma^2}{2000 \text{ MeV} \cdot A}$$

Bei  $A = 20$  und  $E_\gamma = 1 \text{ MeV}$  ergibt sich

$$E_{\text{recoil nucleus}} = 25 \text{ eV.}$$

