Leibniz Universität Hannover
Fakultät für Elektrotechnik und Informatik
Institut für Theoretische Informatik

Vorlesung: Prof. Dr. Vollmer
Übung: Luisa Simmet, Thorsten Kluge

Freitag, 22. Mai 2015

Gruppe 1: 13:00 – 14:30
Gruppe 2: 15:00 – 16:30
Gruppe 3: 17:00 – 18:30
Gebäude 3703 / Raum 224

Logik und formale Systeme

4. Übung (Aussagenlogik)

Aufgabe 1

Gib eine Resolutionswiderlegung der folgenden Klauselmenge an:

$$\big\{\{p_1, p_2\}, \{\neg p_1\}, \{p_1, \neg p_3\}, \{\neg p_2, \neg p_4\}, \{p_3, p_4\}\big\}.$$

Gehe dabei nach dem Davis-Putnam-Algorithmus vor und verwende als Heuristik für die Auswahl der Variablen die Ordnung $p_1 < p_2 < p_3 < p_4$.

Aufgabe 2

Gegeben sei die Klauselmenge

$$\Gamma := \big\{\{p_1, p_2, \neg p_3\}, \{\neg p_1, p_4\}, \{\neg p_2, p_3\}, \{p_1, p_4\}, \{p_3, \neg p_4\}, \{\neg p_3\}\big\}.$$

a) Gib eine Resolutionswiderlegung von Γ an. Gehe dabei nach dem Davis-Putnam-Algorithmus vor und verwende als Heuristik für die Auswahl der Variablen die Ordnung $p_1 < p_2 < p_3 < p_4$.

b) Eine Klauselmenge Δ heißt *minimal unerfüllbar*, falls Δ unerfüllbar ist und jede echte Teilmenge $\Delta' \subset \Delta$ erfüllbar ist. Ist obige Klauselmenge Γ minimal unerfüllbar? Begründe Deine Antwort.

Aufgabe 3

Gegeben sei

$$\varphi := (p_1 \vee \neg p_4) \wedge (p_1 \vee p_4) \wedge (p_2 \vee \neg p_3) \wedge (\neg p_2 \vee \neg p_3) \wedge (\neg p_1 \vee p_3).$$

a) Schreibe φ als Klauselmenge Γ.

b) Gib eine Resolutionswiderlegung an (ohne DP-Algorithmus).

c) Gib eine Resolutionswiderlegung an und verwende dabei den DP-Algorithmus. Verwende als Heuristik für die Auswahl der Variablen

   (i) die Ordnung $p_1 < p_2 < p_3 < p_4$,

   (ii) die Heuristik h, die aus einer Klauselmenge Γ die aussagenlogische Variable p mit dem kleinsten Wert

   $$h(p) = |\{C \in \Gamma \mid p \in C\}| \cdot |\{C \in \Gamma \mid \neg p \in C\}| > 0$$

   auswählt. Haben zwei Variablen denselben Wert, so soll diejenige mit dem kleineren Index ausgewählt werden.

Aufgabe 4

Prüfe mit dem DPLL-Algorithmus, ob die Klauselmenge

$$\big\{\{x_1, x_2\}, \{x_1, \neg x_2\}, \{\neg x_1, \neg x_2\}\big\}$$

erfüllbar ist. Gib die einzelnen Schritte an. Verwende für die Auswahl der Variablen die Ordnung $x_1 < x_2$.

Aufgabe 5

Welche der folgenden Formelpaare sind erfüllbarkeitsäquivalent bzw. *logisch äquivalent*?

a) $\varphi_a := p_1, \quad \psi_a := p_2 \to p_3.$

b) $\varphi_b := x, \quad \psi_b := \neg x.$

c) $\varphi_c := p \to q, \quad \psi_c := \neg q \vee q.$

d) $\varphi_d := \neg(p \to q), \quad \psi_d := q \wedge \neg q.$

e) $\varphi_e := \neg p \vee p, \quad \psi_e := \neg(q \to q).$

Aufgabe 6

Sei $\varphi = p \vee \neg p$. Gib $\Gamma_{\neg\varphi}$ an und beweise durch Resolutionswiderlegung von $\Gamma_{\neg\varphi}$, dass φ eine Tautologie ist.