VR-Labor Übung 1 Simon Althoff

1.1

Die analytische Lösung für Funktion 1 mit Startwert x(0)=1 ist $x(t)=1/2(e^{(-2t)}+1)$.
Die Funktion konvergiert korrekt gegen 0.5 und ergibt an x(1)=0.565, wobei 0.568 korrekt wäre.

Für die zweite Funktion lautet die analytische Lösung bei Startwert 1 x(t) = 1/(1-t). Die Lösung mit explizitem Euler konvergiert ebenfalls im Bereich um 1 gegen unendlich, ist aber fälschlicherweise noch bei x(1) definiert. Die unendliche Lösung läuft weiter gegen Unendlich, während die analytische Lösung bei x>1 wieder kleinere Werte liefert.

1.2

Auch der implizite Euler konvergiert gegen 0.5 bei Funktion 1 und liefert bei x(1)=0.568, was schon deutlich näher am echten ergebnis liegt.

Bei der 2. Funktion ist das Ergebnis schon vor x(1) undefiniert und bleibt dies für den Rest der Funktion. Auch hier ändern sich die Werte nicht bei x>1.

Im Programm befindet sich auch ein Versuch einen allgemeinen Integrator für das implizite Eulerverfahren mit Hilfe des Newton-Verfahrens zu erstellen. Der Integrator funktioniert gerade für kleine x-Werte, bei großen x-Werten konvergiert das Newton-Verfahren jedoch nicht immer.

1.3

Analytische Lösung:

$x(t)=k_1\cos(t)-k_2\sin(t)$

$y(t)=k_1\sin(t)+k_2\cos(t)$

wobei k_1 dem Startwert für die x-Koordinate entspricht und k_2 dem Startwert für die y-Koordinate.

Für die x-Koordinate ergibt sich an der Stelle x(1)= -0.303 in der analytischen Lösung -0.301. An der Stelle für x(5)=1.246 entspricht die analytische Lösung 1.243. Die Funktion oszilliert entsprechend der analytischen Lösung.

Für die y-Koordinate: an der Stelle y(1)=1.382 der berechneten Funktion beträgt der analytisch ermittelte Wert ebenfalls ungefähr 1.382. An der Stelle y(5) beträgt die berechnete Funktion -0.676, die analytische ungefähr -0.675. Auch diese Funktion oszilliert wie ihre analytische Variante.

Beide Funktionen entsprechen ihren analytischen Pendants recht gut.

1.4

Vergleiche der gleichen Werte mit Heunverfahren:

x(1)= -0.303
y(1)= 1.383
x(5)= 1.249
y(5)= -0.677

Die Werte sind also etwas schlechter als beim expliziten Eulerverfahren, der grundlegende Funktionsverlauf ist jedoch ähnlich.

1.5

Der A-Stabilitäts Begriff bewertet, ob ein Integrator die Konvergenz der dahlquistschen Testgleichung korrekt für alle k-Werte berechnet. Dabei wird jedoch nicht betrachtet, wie gut der Integrator allgemeine Differenzialgleichungen löst. Insbesondere muss nichteinmal die dahlquistschen Testgleichung korrekt gelöst werden, um den Test zu bestehen, solange gegen 0 konvergiert wird.

Siehe Integrator *CheatingIntegrator*