

Logik und formale Systeme

1. Übung (Aussagenlogik)

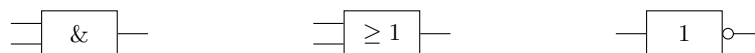
Gegeben ist die Formel

$$\varphi := p_1 \vee p_2 \rightarrow (p_3 \leftrightarrow p_2) \wedge (p_1 \rightarrow p_3).$$

- a) Fülle die folgende Wahrheitstafel aus:

p_1	p_2	p_3	$p_1 \vee p_2$	$p_3 \leftrightarrow p_2$	$p_1 \rightarrow p_3$	$(p_3 \leftrightarrow p_2) \wedge (p_1 \rightarrow p_3)$	φ

- Ist φ erfüllbar, unerfüllbar oder eine Tautologie?
Falls φ erfüllbar ist: Gib ein Modell für φ an.
- Ermittle $sub(\varphi)$.
($sub(\varphi)$ ist die Menge aller Teilformeln von φ .)
- Zeichne den Ableitungsbaum zu φ .
- Stelle φ als logischen Schaltkreis dar. Verwende ausschließlich folgende logische Gatter:



- f) Stelle φ als Boole'schen Schaltkreis dar.
- g) Erzeuge das Wort $p_1 \vee p_2 \rightarrow (p_3 \leftrightarrow p_2) \wedge (p_1 \rightarrow p_3)$ mit Hilfe folgender Grammatik:

$$\begin{aligned} G &:= (\Sigma_{AL}, \{S, V, C\}, P, S) \\ \Sigma_{AL} &:= \{p, I, 0, 1, \wedge, \vee, \neg, \rightarrow, \leftrightarrow, (,)\} \\ P &:= \begin{cases} S \rightarrow V \mid C \mid \neg S \mid S \wedge S \mid S \vee S \mid S \rightarrow S \mid S \leftrightarrow S \mid (S) \\ V \rightarrow p \mid VI \\ C \rightarrow 0 \mid 1 \end{cases} \end{aligned}$$

Gegeben ist

a) Sind ψ und φ (aus Aufgabe 1) semantisch äquivalent? Verifiziere oder widerlege dies durch eine Wahrheitstafel.

[illegible]

- Falls $\psi \equiv \varphi$ gilt, so Verifiziere dies durch geeignete Äquivalenzumformungen.
- In welcher Form befindet sich ψ ?
- Schreibe ψ in Implikationen-Schreibweise.