Modelle für virtuelle Realitäten

4 Eulersche Modellierung

Aufgabe 4.1 – Heightfieldwater

Das Heightfieldwater ist ein stark vereinfachtes Modell des Wassers, das nur die Höheninformation $h(t, x)$ simuliert. Es wird angenommen, dass der Grund des Wassers weit genug weg sei. Dann beschreibt die folgende Differentialgleichung

$$h_{tt} = c \cdot \Delta h,$$

wie sich Wellen in diesem System ausbreiten. Erstellen Sie ein geeignetes Modell und implementieren Sie ein Heightfieldwater. Sehen Sie auch vor die Höhen in Energie- und Masseerhaltender Weise zu verändern um z.B. Regenschauer darstellen zu können.

Aufgabe 4.2 – Heat Equation

Die Evolution der Temperatur $u(t, x)$ lässt sich mittels der folgenden Differentialgleichung beschreiben

$$u_t = c\Delta u$$

Wählen Sie eine geeignete Methode der Integration und Simulieren Sie das folgende 2D-System:

- Die Initiale Temperatur wird über die Funktion $f(x, y) = \sin(x) + x \cdot \cos(y)$ beschrieben
- Die Domäne ist $D = [0, 10]x[0, 10]$
- Die Auflösung des Grids soll mindestens 64x64 betragen.

Bonusufgabe 4.1 ★★

Finden Sie heraus wie sich das Modell ändert, wenn man noch eine zusätzliche Wärmequelle/senke hinzufügen möchte. Passen Sie ihr Lösungsverfahren an und fügen Sie beispielhaft Quellen und Senken ein.

Bonusufgabe 4.2 ★★★

Das Problem der Advektion beschäftigt sich mit dem Transport einer Eigenschaft durch ein Geschwindigkeitsfeld. Dies kann partikelbasiert einfach ausgedrückt werden indem man die Eigenschaft an Partikel bindet und diese über die Bewegungsgleichungen im Geschwindigkeitsfeld bewegt.
Gegeben sei das folgende zweidimensionale Geschwindigkeitsfeld:

$$\mathbf{u}(t, x, y) = (\sin(x) + cos(y))\mathbf{e}_u + (\frac{1}{2}x^2 \cdot y^3 - \frac{y}{x^2 + 3})\mathbf{e}_v = \begin{pmatrix} u \\ v \end{pmatrix}$$

Initialisieren Sie ein Partikelfeld in einem regelmäßigen Grid mit den folgenden Initialfarben:

$$\mathbf{c}(t_0, x, y) = \frac{x+y}{x+1}\mathbf{e}_x + \left(\frac{1}{2}(sin(x) + sin(y)) + 1\right)\mathbf{e}_y + (x-y)^2\mathbf{e}_z = \begin{pmatrix} r \\ g \\ b \end{pmatrix}$$

Die Domäne in der die Partikel erstellt werden sollen sei $\Omega = [0,1]^2$. Färben Sie die Partikel entsprechend ihrer Initialposition.

Aufgabe 4.3 – Kräfte vs. Beschleunigungen

Erklären Sie warum üblicherweise Kräfte für die Berechnung physikalischer Interaktionen verwendet werden und nicht Beschleunigungen.