

Aufgabe 7 (Zyklische Blockcodes)

Zur Fehlerkorrektur soll ein zyklischer (N, K) -Code verwendet werden.

- a) Zeigen Sie allgemein, dass jedes geeignete Generatorpolynom eines zyklischen (N, K) -Codes eine Periode p besitzt, die ein Faktor von N ist.

Im folgenden soll nun ein zyklischer $(12, 7)$ -Code verwendet werden.

- b) Zeigen Sie, dass es nur zwei mögliche Polynome gibt, die als Generatorpolynome des gesuchten Codes geeignet sind. Bestimmen Sie die beiden Polynome.

Hinweis: Zerlegen Sie zunächst das Polynom $(D^N - 1)$ in das Produkt irreduzibler Polynome mit Hilfe der folgenden Beziehungen:

$$\begin{aligned} [f(D)]^{2^l} &= f(D^{2^l}) \\ D^3 + 1 &= (D + 1)(D^2 + D + 1) \end{aligned}$$

- c) Wie groß muss die Periode eines Generatorpolynoms sein, damit 1-Fehlermuster mit dem erzeugten Code korrigiert werden können? Wählen Sie ein Generatorpolynom $g(D)$ aus dem Aufgabenteil b) aus, das zur Erzeugung des gesuchten Codes geeignet ist.

- d) Wie lautet das zugehörige Checkpolynom $h(D)$ des Codes?

Durch Multiplikation des im Aufgabenteil b) *nicht* gewählten Polynoms mit $(D^2 + D + 1)$ wird nun ein neues Generatorpolynom $g'(D)$ erzeugt. Der zu diesem Generatorpolynom gehörende Code soll im folgenden untersucht werden.

- e) Wie lautet das Generatorpolynom $g'(D)$? Handelt es sich bei diesem Code ebenfalls um einen zyklischen Code? (Begründung!)
- f) Zeigen Sie anhand der Syndromtabelle, dass mit diesem Code alle 1-Fehlermuster und alle Fehlermuster mit zwei aufeinanderfolgenden Fehlern korrigiert werden können. Zeigen Sie durch Überprüfung des Syndroms des Fehlermusters $e(D) = D^9 + D^3$, dass nicht alle 2-Fehlermuster korrigiert werden können.