Algebraische Geometrie II, SoSe 2016
Institut für Algebraische Geometrie
Leibniz Universität Hannover

Prof. Dr. Klaus Hulek
Benjamin Wieneck

Übungsblatt 8

Aufgabe 1. Sei X ein irreduzibler topologischer Raum[1]. Man zeige, dass die konstante Garbe $\mathbb{Z}_X$ welk ist.
Bemerkung: *Vergleiche mit Übungsblatt 7, Aufgabe 1.*

Aufgabe 2. Sei $C \subset \mathbb{P}^2$ eine glatte irreduzible Kurve vom Grad d. Man berechne die Kohomologie $H^1(\mathbb{P}^2, \mathcal{O}_C)$.

Aufgabe 3. Man berechne die Kohomologie $H^i(\mathbb{P}^n, \Omega_{\mathbb{P}^n}(1))$.
Hinweis: *Betrachte hierzu die (getwistete) Eulersequenz*

$$0 \longrightarrow \Omega_{\mathbb{P}^n}(1) \longrightarrow \mathcal{O}_{\mathbb{P}^n}^{\oplus(n+1)} \longrightarrow \mathcal{O}_{\mathbb{P}^n}(1) \longrightarrow 0\,.$$

Aufgabe 4. Auf $X = \mathbb{P}^1 \times \mathbb{P}^1$ berechne man die Kohomologie $H^1(X, \mathcal{O}(a,b))$ wobei $\mathcal{O}(a,b) := \mathrm{pr}_1^\star \mathcal{O}_{\mathbb{P}^1}(a) \otimes \mathrm{pr}_2^\star \mathcal{O}_{\mathbb{P}^1}(b)$ für $a, b \in \mathbb{N}$ und $\mathrm{pr}_i : X \to \mathbb{P}^1$ die Projektionen sind.
Hinweis: *Betrachte hierzu die Sequenz*

$$0 \longrightarrow \mathcal{O}(a-1,b) \longrightarrow \mathcal{O}(a,b) \longrightarrow \mathcal{O}_{\mathbb{P}^1}(b) \longrightarrow 0\,.$$

[1] Hier bedeutet irreduzibel, dass sich X nicht als Vereinigung von zweier nichttrivialer abgeschlossener Mengen schreiben lässt