

## Modelle für virtuelle Realitäten

### 3 Dynamische Systeme

Im dieser Übung sollen Sie das Paper [Munz et al., 2009] genauer analysieren.

#### Aufgabe 3.1 – Model with Treatment

Implementieren Sie das *model with treatment* unter Verwendung des Heun Verfahrens.

#### Aufgabe 3.2 – Analyse des dynamischen Systems

- Erklären Sie wie im Paper Equilibria berechnet werden. Was sagen diese aus? Warum wird dafür immer  $\Pi = 0$  gesetzt?
- Erläutern Sie was die Eigenwerte der Jacobi Matrix Aussagen. Und berechnen Sie die Eigenwerte und Eigenvektoren zum *doomsday* Equilibrium des *Basic Models* (Kapitel 2).

#### Aufgabe 3.3 – Fehlerfinden

Finden Sie mindestens zwei Fehler in dem Paper (in den Berechnungen, keine Rechtschreib-, Typographiefehler oder ähnliches). Hinweis: Allein in der Berechnung zum *model with treatment* sind zwei versteckt.

#### Aufgabe 3.4 – Unklarheiten

Schreiben Sie zwei Sachverhalte, Begründungen oder ähnliches auf, die Sie in dem Paper nicht verstanden haben. Wer keine findet wird in der nächsten Vorlesung gründlich überprüft.

#### Bonusaufgabe 3.1 ★★★

Lösen Sie die Lotka-Volterra Gleichungen und erstellen Sie ein Phasenraumdiagramm. Was können Sie feststellen, ist ihre Lösung gut?

#### Aufgabe 3.5 – Konditionsbeispiele

- Im Folgenden wollen wir das Schnittproblem zweier Geraden betrachten und die Kondition berechnen. Die beiden Geraden sind jeweils durch den Ordinatenabschnitt  $o$  und den Winkel zur x-Achse  $\alpha$  gegeben. Es gilt also:

$$p = (g_1, g_2) = \left( (o_1, \alpha_1), (o_2, \alpha_2) \right)$$

Der Schnittpunkt  $s = (s_x, s_y)$  soll als Koordinate im euklidischen berechnet werden. Geben Sie die Kondition  $\kappa$  in Abhängigkeit der Ordinate an, also:

$$\kappa = \left| \frac{\partial s}{\partial o} \right| \quad \text{mit } \mathbf{o} = \begin{pmatrix} o_1 \\ o_2 \end{pmatrix}$$

Deuten Sie ihr berechnetes  $\kappa$  ist das Problem der Schnittberechnung gut oder schlecht konditioniert oder vielleicht gibt es eine dritte Möglichkeit?

**Hilfestellung:** Es könnte hilfreich sein die Identität:

$$\tan(\alpha_1) - \tan(\alpha_2) = \frac{\sin(\alpha_1 - \alpha_2)}{\cos(\alpha_1) \cos(\alpha_2)}$$

zu verwenden. Insbesondere für die Deutung von  $\kappa$ .

- (b) Geben Sie jeweils ein Beispiel für Probleme mit guter und schlechter Kondition an außer die in der Vorlesung genannten und dem Schnittpunktproblem zweier Geraden.

## Literatur

[Munz et al., 2009] Munz, P., Hudea, I., Imad, J., and Smith, R. J. (2009). When zombies attack!: mathematical modelling of an outbreak of zombie infection. *Infectious Disease Modelling Research Progress*, 4:133–150.