

Modelle für virtuelle Realitäten

2 Lagrange Modellierung

Aufgabe 2.1 – Federpendel

Modellieren Sie ein Pendel mit Federkräften. Dabei soll der Pendelarm immer eine feste Länge haben. Beschreiben Sie kurz ihre Modellierung und was für Probleme die Modellierung bereitet. Beantworten Sie auch was die Federkonstante k in diesem Beispiel beeinflusst.

Aufgabe 2.2 – Doppelpendel

Das Doppelpendel besteht aus zwei Pendelarmen die miteinander verbunden sind. Der Anfang des ersten Armes ist fixiert, dieser soll sich also nicht bewegen (darf aber beliebig rotieren). Das Ende des ersten Armes ist mit dem Anfang des zweiten Armes so verbunden, dass beide Arme frei rotieren können. Das Ende des zweiten Armes ist lose.

Simulieren Sie ein Doppelpendel. Modellieren Sie die Constraints (Fixierung, Verbindungen) mittels Federn.

Aufgabe 2.3 – Planetensystem

Implementieren Sie ein beliebiges Planetensystem mit mehreren Planeten in dem es mindestens die Anziehungskraft zwischen den einzelnen Himmelskörpern gibt. Verwenden Sie dafür das Newtonsche Gravitationsgesetz:

$$\mathbf{F} = G \frac{mM}{r^2} \mathbf{e}_r$$

Diese Formel berechnet die Kraft zwischen zwei Objekten, wobei jedes Objekt diese Kraft auf jedes andere Objekt ausübt. Dabei ist G eine Gravitationskonstante. Für die Simulation muss nicht die korrekte Konstante verwendet werden. Die Größen m und M sind die Massen der beiden Objekte und r ist deren Abstand. Der Vektor \mathbf{e}_r zeigt dabei in Richtung der Verbindungsgeraden hat aber normierte Länge.

Aufgabe 2.4 – Textaufgaben

- (a) Erklären Sie, warum nicht konservative Systeme (Systeme die geschwindigkeitsabhängige Kräfte haben) nicht der Energieerhaltung widersprechen.
- (b) Erklären Sie was der lokale und globale Fehler sind und was diese mit der Konvergenzrate zu tun haben. Finden Sie den lokalen Fehler des expliziten Euler Verfahrens raus.

Bonusaufgabe 2.1 ★★

Überlegen Sie sich, wie man mit einem Federmodell das Spiel *Bridge Builder* nachbauen könnte und implementieren Sie ein kleines Beispielszenario. Es reicht wenn die Brücken im Code oder in einer Datei gebaut werden können. Sie müssen keinen Brückenbau-Editor programmieren. Beschreiben Sie auch kurz Ihre Modellierung.

Aufgabe 2.5 – Potentialfluid

Im folgenden soll ein einfaches Fluid mittels Potentialfeldern simuliert werden. Dieses Fluid entspricht nur phänomenologisch einem echten Fluid, das soll aber hier reichen. Für dieses Fluid werden mehrere Partikel simuliert. Zwei Partikel (i und j) interagieren miteinander über die folgende Kraft:

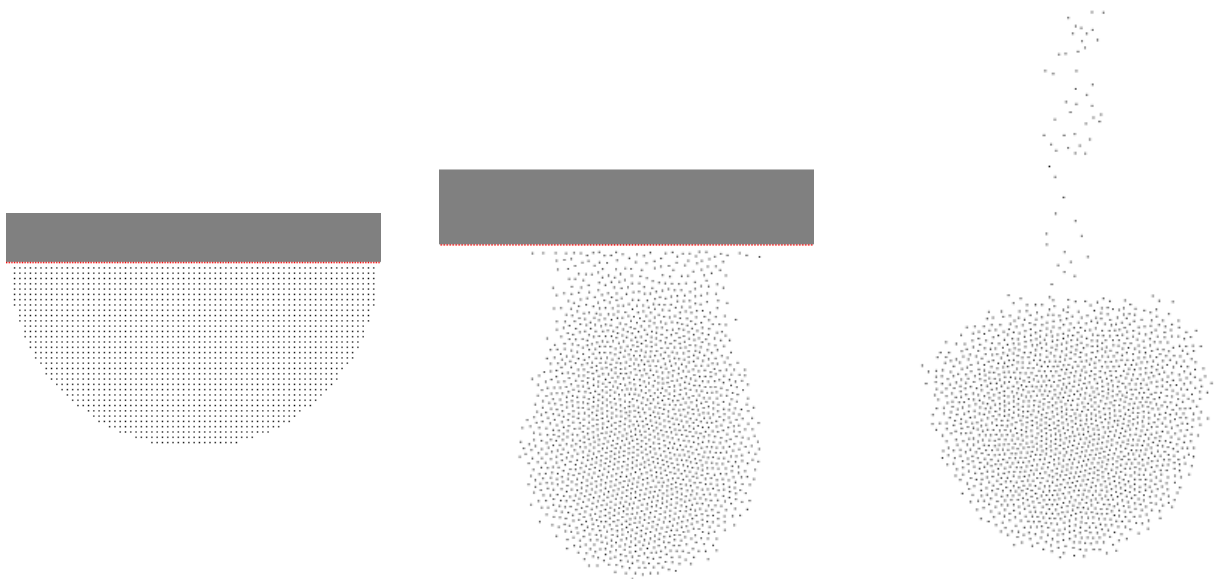
$$\mathbf{F}_{ij} = f(r_{ij}) \frac{\mathbf{x}_j - \mathbf{x}_i}{r_{ij}}, \quad r_{ij} = |\mathbf{x}_i - \mathbf{x}_j| \quad (1)$$

Wobei \mathbf{F}_{ij} die Kraft auf das Partikel i von Partikel j ist. Die Funktion $f(r)$ modelliert ein vereinfachtes Lennard-Jones Potential, das die Anziehung und Abstoßung auf Mikroskalenebene beschreibt. Dabei gilt:

$$f(r) = \frac{20}{r^3} - \frac{8}{r^5}$$

Mit diesem Modell kann man schon ein fluidartiges Verhalten erhalten, jedoch wollen wir jetzt einen Wassertropfen simulieren, der von der Decke tropft. Dazu werden die Fluidpartikel in einem Halbkreis (unterhalb der Decke) angeordnet. Zu der Kraft zwischen den Partikeln führen wir noch eine normale Schwerkraft ein, die eine konstante Kraft nach unten erzeugt. Um die Adhäsion an der Decke zu modellieren werden noch fixierte Partikel oberhalb des Halbkreises eingefügt, die als Decke fungieren. Sie üben auf die üblichen Partikel die selbe Kraft wie in 1 aus, nur etwas verstärkt (ca. 75%).

Passen Sie die Parameter (Anzahl Partikel, Initialverteilung wie Radius des Halbkreises oder Partikelabstand, Größe der Schwerkraft) für die Simulation so an, dass der Wassertropfen realistisch von der Decke tropft.



(a) Initialkonfiguration: Fluidpartikel sind in einem regulären Gitter angeordnet. Die roten Punkte stellen Deckenpartikel für die Adhäsion dar.

(b) Tropfenbildung: Das Fluid zieht sich in die Länge, die Partikel behalten ungefähr den gleichen Abstand zu ihren Nachbarn.

(c) Tropfen löst sich: Einige Partikel bleiben an der Decke hängen. Der Tropfen selber sollte beim Fall ungefähr eine Kreisform bilden.