

VR-Labor

Nachtrag zum letzten Mal...

Prof. F.-E. Wolter
Maximilian Klein



Welfenlab

Bis heute!

22.05.2015

1. Ein 1D Heightfieldwater implementieren.
2. Die Heat Equation lösen
3. Bonus: Quellen / Senken für die Heat Eq.
4. Bonus: Advektion berechnen
5. Warum rechnen wir mit Kräften und nicht mit Beschleunigungen?

Ihr stellt vor

Heat Equation DGL erster Ordnung!

$$\frac{\partial U}{\partial t} = \nabla^2 U$$


Heat Equation DGL erster Ordnung!

Einmal nach der
Zeit ableiten!

$$\longrightarrow \frac{\partial U}{\partial t} = \nabla^2 U$$

Heat Equation DGL erster Ordnung!

Einmal nach der
Zeit ableiten!


$$\frac{\partial U}{\partial t} = \nabla^2 U$$

Also einmal integrieren

Warum Kräfte?

1. Actio = Reactio

Kraft = Gegenkraft

1. Actio = Reactio

Kraft = Gegenkraft

Nicht Beschleunigung = Gegen Beschleunigung

2. Superpositionsprinzip

Kräfte addieren sich unabhängig von
deren Ursprung

3. Rigid Body Dynamics

Kräfte erzeugen Drehmomente*

*Natürlich irgendwie umformulierbar auf Beschleunigungen, aber Vorsicht ist geboten!

Deswegen auch Energie!

Energie ist eine Invariante

Deswegen auch Energie!

Energie ist eine Invariante
formal schön aufschreibbar

Deswegen auch Energie!

Energie ist eine Invariante
formal schön aufschreibbar

(Energie selber beobachtet man aber eigentlich nicht.)

Heute...

Kollisionen

Simple und schwere...

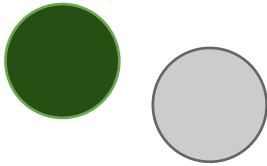
Kollisionen sind immer schwer!

Kollisionen sind (idealisiert) nicht differenzierbar!

Das ist schlecht

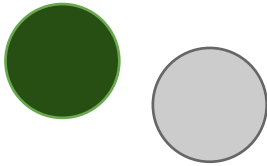
Das Problem

Zeitpunkt 1

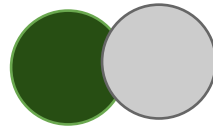


Das Problem

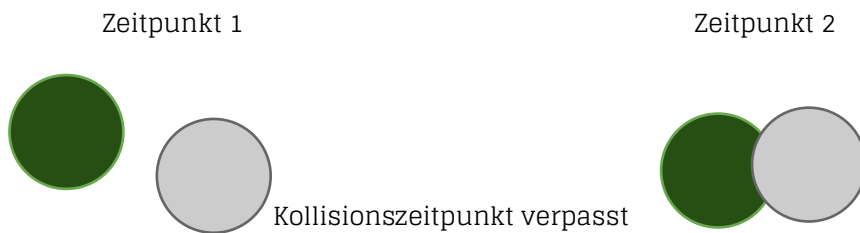
Zeitpunkt 1



Zeitpunkt 2

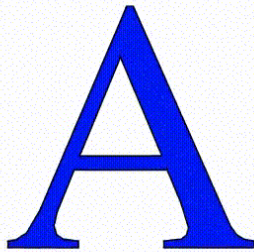


Das Problem



Lösung CCD

Continuous Collision Detection



*Precise Contact Resolution for Asynchronous
Variational Integration, Buchmann et al. ICCCM 2015*

CCD

Es darf keine Penetrationen geben,
also müssen alle Kollisionszeitpunkte
nacheinander abgearbeitet werden

CCD

Es darf keine Penetrationen geben,
also müssen alle Kollisionszeitpunkte
nacheinander abgearbeitet werden

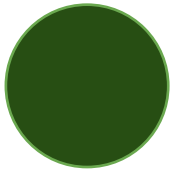
Wenn man die Kollisionszeitpunkte vorhersagen kann funktioniert das richtig gut.. nur langsam

Federn

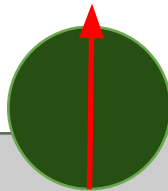
Die übliche Herangehensweise

Feder nur für Abstoßung

Zeitpunkt 1

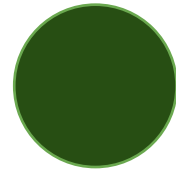


Zeitpunkt 2



Federkraft proportional zur Eindringung

Zeitpunkt 3



Kollisionsfederkraft

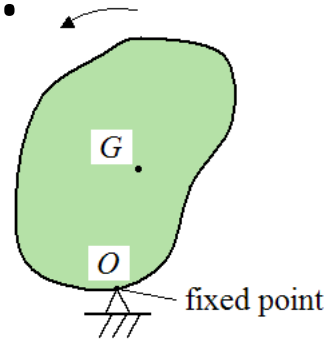
$$\vec{F} = \begin{cases} 0 & \text{Bei keiner Eindringung} \\ k(\vec{d} \cdot \vec{n})\vec{n} & \text{sonst} \end{cases}$$

k = Federkonstante, d = Eindringungsvektor, n = Normalenvektor der Kontaktfläche

Rigid Bodies!

Rigid Bodies!

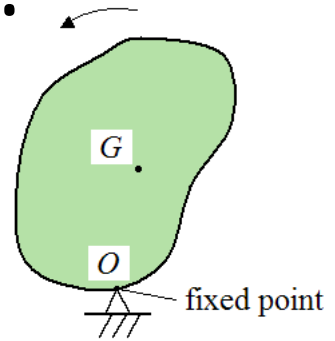
Simulieren von Kartoffeln...



Rigid Bodies!

Simulieren von Kartoffeln...

Deutsche Physiker nennen sie auch gern Starre Körper



Starrer Körper

- Nicht deformierbar
- Beschreibbar durch
 - Massenschwerpunkt
 - Schwerpunktsmechanik

1. Schwerpunkt

Kann für unsere Simulationen meist nicht experimentell bestimmt werden...

Schwerpunkt bestimmen

Bestimmbar durch Integral!

$$\vec{r}_s = \frac{1}{M} \int_K \vec{r} \, dm = \frac{1}{M} \int_K \vec{r} \rho(\vec{r}) \, dV$$

Schwerpunkt bestimmen

Oder eher diskret

$$\vec{r}_s = \frac{1}{M} \sum_i m_i \vec{r}_i$$

Schwerpunkt bestimmen

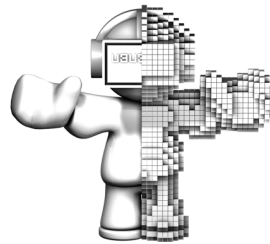
Oder eher diskret

$$\vec{r}_s = \frac{1}{M} \sum_i m_i \vec{r}_i$$

Z.B. über

Voxeldiskretisierung

(jeder Voxel wäre ein m_i)



Einfache Schwerpunkt Bestimmung

Einfach den Schwerpunkt manuell
festlegen...

Schwerpunktmechanik

Ist die selbe wie bei allen Partikeln

(z.B. wie die Planeten)

Alt....

Schwerpunktmechanik

Ist die selbe wie bei allen Partikeln

(z.B. wie die Planeten)

Damit ist die Bewegung des
Massenschwerpunktes gemeint



Alt....

Schwerpunktmechanik

Ist die selbe wie bei allen Partikeln

(z.B. wie die Planeten)

Rotation!

Schwerpunktsrotation natürlich!

Neu!

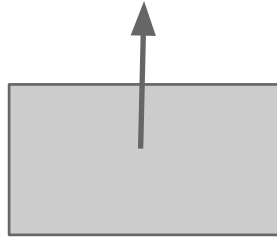
Rotation!

Schwerpunktsrotation natürlich!

Heute nur 2D!

3D ist deutlich schwerer und wird
Gruppenprojekt

In 2D gibt es nur eine
Rotationsachse!



Eulerwinkel beschreibt Rotation

Analogon zu Position

Drehgeschwindigkeit ist skalar

Aber analog zur Geschwindigkeit.

In 3D wäre sie auch ein Vektor, die Drehachse

Rotations-Zeit-Integration

$$\omega_{\text{neu}} = \omega_{\text{alt}} + dt * \tau$$

$$\text{euler_neu} = \text{euler_alt} + dt * ???$$

τ ist die Drehbeschleunigung

Rotations-Zeit-Integration

$$\omega_{\text{neu}} = \omega_{\text{alt}} + dt * \tau$$

$$\text{euler}_{\text{neu}} = \text{euler}_{\text{alt}} + dt * \omega_{\text{neu}}$$

τ ist die Drehbeschleunigung

Drehbeschleunigung

Analog zur Beschleunigung:
Berechnet sich aus Drehmoment M

$$M = I \tau$$

I = Trägheitsmoment

Trägheitsmoment

Analog zur Masse:
Widerstand gegen Änderung der
Drehung (bei uns skalar)

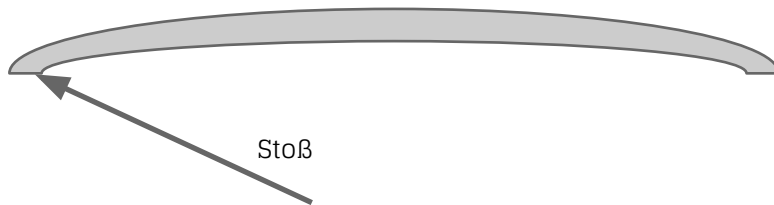
Wo kommt das Drehmoment her?

Aus der Kraft!

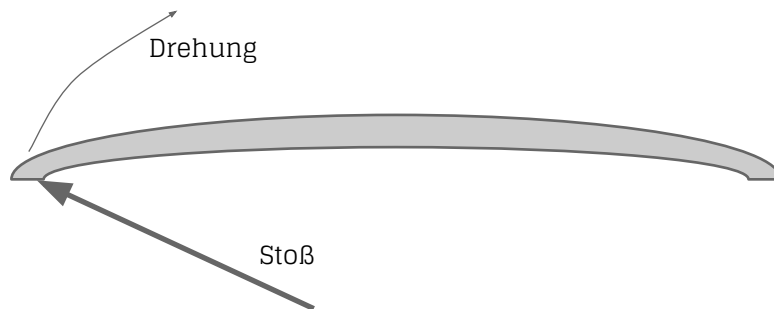
Nicht zentrale Kräfte



Nicht zentrale Kräfte



Nicht zentrale Kräfte



Wichtig ist dabei, dass die Richtung der Kraft nicht aufs Zentrum zeigt. Dass die Kraft nicht direkt aufs Zentrum wirkt ist dabei egal. Meistens ist es sowieso unmöglich genau auf das Zentrum eine Kraft wirken zu lassen, weil das Zentrum im Inneren liegt.

Splitten der nicht zentralen Kraft

$$\vec{F}_z = \vec{F} \cdot \vec{r} \cdot \frac{\vec{F}}{|\vec{F}|}$$

F_z ist die Zentrumskraft
(Schwerpunktskraft)

$$\vec{M} = \vec{r} \times \vec{F}$$

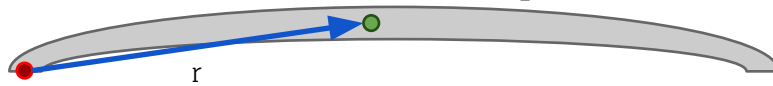
oder in 2D $M = M_z$

r ist die Position an der die Kraft F greift, F_z ist die Kraft auf das Zentrum, M_z ist das Drehmoment auf das Zentrum

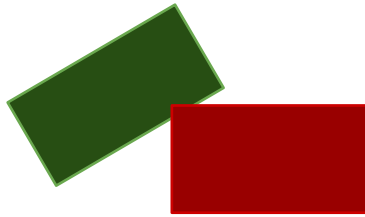
Wichtig dabei ist: Die gesamte Kraft auf den Punkt der an Position r liegt ist F. Dabei ist wichtig, dass r immer relativ zum Massenschwerpunkt zum Kraftangriffspunkt zeigt. F_z und M ergeben sich dann aus diesem F und dem Vektor vom Angriffspunkt zum Zentrum (r). Man hat also schlussendlich aus einer Kraft auf einen starren Körper eine reine Kraft aufs Zentrum (F_z) und ein Drehmoment auf das Zentrum (M), die Gesamtkraft F wird (üblicherweise) nicht mehr für die Bewegungsgleichungen des Zentrums benötigt.

Der r Vektor

Zeigt vom Kollisionspunkt zum
Zentrum = Schwerpunkt!



**Box Kollisionen sind
nicht leicht...!**



Box Kollisionen sind nicht leicht...!



Wo sollen die Federn sein?
In welche Richtung zeigen sie?

Box Kollisionen sind nicht leicht...!



Wo sollen die Federn sein?
In welche Richtung zeigen sie?

Das hängt von der Geschwindigkeit ab!

Box Kollisionen sind nicht leicht...!

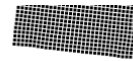


In 2D “gottseidank” noch weniger
problematisch, da Ecken ausreichen zur
Schnittpunktfindung.

Bis zum nächsten Mal

1. Kollisionen von Kugel mit Ebenen implementieren
2. Softbody Simulation
3. Bonus: Extras!

05.06.2015



Lösungen an
vrlab15@welfenlab.de
bis zum:

04.06.2015

Ein Tag vor unserem nächsten Treffen.