Lösung 2

u_1u_2	$x_1x_2x_3x_4x_5$	$Q(\vec{u})$
00	1 0 0 1 1	0,3
01	1 1 0 0 0	0,2
10	1 0 1 0 0	0,2
11	0 0 1 1 1	0,3

a) $d = min\ D(\vec{x}_i, \vec{x}_j), \quad i \neq j$

$$\begin{aligned}
D(\vec{x}_1, \vec{x}_2) &= D(10011, 11000) = 3 \\
D(\vec{x}_1, \vec{x}_3) &= D(10011, 10100) = 3 \\
D(\vec{x}_1, \vec{x}_4) &= D(10011, 00111) = 2 \\
D(\vec{x}_2, \vec{x}_3) &= D(11000, 10100) = 2 \\
D(\vec{x}_2, \vec{x}_4) &= D(11000, 00111) = 5 \\
D(\vec{x}_4, \vec{x}_5) &= D(10100, 00111) = 3
\end{aligned}$$

$\Rightarrow d = 2$

b) Es wurde die eventuell gestörte Symbolfolge $\vec{y}$ empfangen. Zur Decodierung wird das Codewort $\vec{x}_i$ gewählt, welches die Verbundwahrscheinlichkeit $p(\vec{x}_i, \vec{y})$ maximiert.

$$\begin{aligned}
&max_{\vec{x}_i}\ p(\vec{x}_i, \vec{y}) \\
=&max_{\vec{x}_i}\ p(\vec{y}|\vec{x}_i)p(\vec{x}_i) \\
=&max_{\vec{x}_i}\ p(\vec{y}|\vec{x}_i)Q(\vec{u}_i)
\end{aligned}$$

Die empfangene Symbolfolge laute $\vec{y} = 11010$.

c)

$$\begin{aligned}
p(\vec{y}, \vec{x}_1) &= p^2(1-p)^3 \cdot 0,3 \\
p(\vec{y}, \vec{x}_2) &= p(1-p)^4 \cdot 0,2 \\
p(\vec{y}, \vec{x}_3) &= p^3(1-p)^2 \cdot 0,2 \\
p(\vec{y}, \vec{x}_4) &= p^4(1-p) \cdot 0,3
\end{aligned}$$

Da $p \leq 0,5$, gilt $p(\vec{y}, \vec{x}_1) \geq p(\vec{y}, \vec{x}_4)$ und $p(\vec{y}, \vec{x}_2) \geq p(\vec{y}, \vec{x}_3)$. Wir müssen also nur noch die Codewörter $\vec{x}_1$ und $\vec{x}_2$ betrachten.

$$\begin{aligned}
& p(\vec{y}, \vec{x}_1) > p(\vec{y}, \vec{x}_2) \\
\Rightarrow & p^2(1-p)^3 \cdot 0,3 > p(1-p)^4 \cdot 0,2 \\
\Rightarrow & p \cdot 0,3 > (1-p) \cdot 0,2 \\
\Rightarrow & p \cdot 0,5 > 0,2 \\
\Rightarrow & p > 0,4
\end{aligned}$$