

# VR-Labor

Nachtrag zum letzten Mal...

# Bis heute!

22.05.2015

1. Ein 1D Heightfieldwater implementieren.
2. Die Heat Equation lösen
3. Advektion berechnen
4. Eine Erweiterung Implementieren
5. Warum rechnen wir mit Kräften und nicht mit Beschleunigungen?

Ihr stellt vor

Warum Kräfte?

# 1. Actio = Reacti

Kraft = Gegenkraft

# 1. Actio = Reacti

Kraft = Gegenkraft

Nicht Beschleunigung = Gegen Beschleunigung

## 2. Superpositionsprinzip

Kräfte addieren sich unabhängig von  
deren Ursprung

# 3. Rigid Body Dynamics

Kräfte erzeugen Drehmomente\*

\*Natürlich irgendwie umformulierbar auf Beschleunigungen, aber Vorsicht ist geboten!



# Deswegen auch Energie!

Energie ist eine Invariante

# Deswegen auch Energie!

Energie ist eine Invariante  
formal schön aufschreibbar

# Deswegen auch Energie!

Energie ist eine Invariante  
formal schön aufschreibbar

(Energie selber beobachtet man aber eigentlich nicht.)

Heute...

# Kollisionen

Simple und schwere...

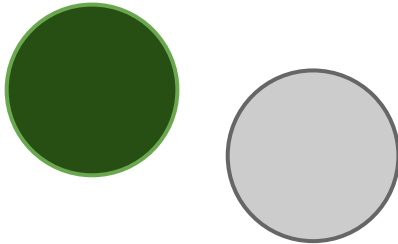
# Kollisionen sind immer schwer!

Kollisionen sind (idealisiert) nicht  
differenzierbar!

Das ist schlecht

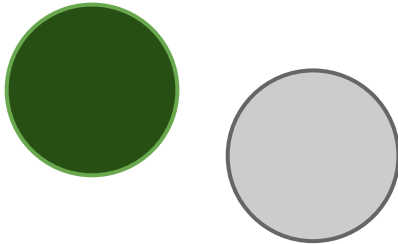
# Das Problem

Zeitpunkt 1

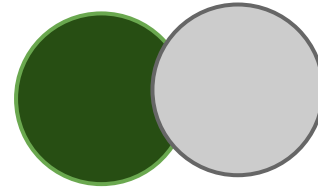


# Das Problem

Zeitpunkt 1



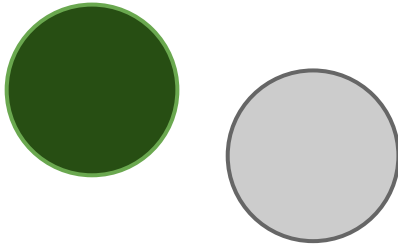
Zeitpunkt 2



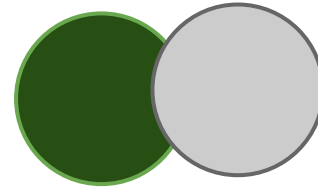


# Das Problem

Zeitpunkt 1



Zeitpunkt 2



Kollisionszeitpunkt verpasst

# Lösung CCD

Continuous Collision Detection

# CCD

Es darf keine Penetrationen geben,  
also müssen alle Kollisionszeitpunkte  
nacheinander abgearbeitet werden

# CCD

Es darf keine Penetrationen geben,  
also müssen alle Kollisionszeitpunkte  
nacheinander abgearbeitet werden

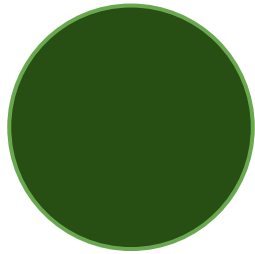
Wenn man die Kollisionszeitpunkte vorhersagen kann funktioniert das richtig gut.. nur langsam

# Federn

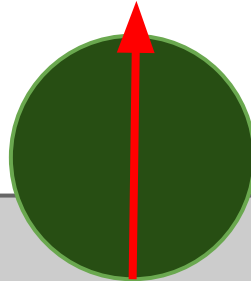
Die übliche Herangehensweise

# Feder nur für Abstoßung

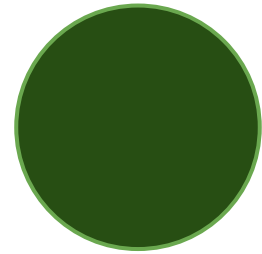
Zeitpunkt 1



Zeitpunkt 2



Zeitpunkt 3



Federkraft proportional zur Eindringung

# Kollisionsfederkraft

$$\vec{F} = \begin{cases} 0 & \text{Bei keiner Eindringung} \\ k(\vec{d} \cdot \vec{n})\vec{n} & \text{sonst} \end{cases}$$

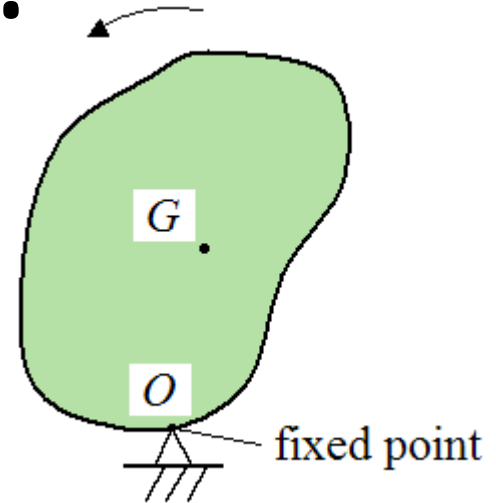
k = Federkonstante, d = Eindringungsvektor, n = Normalenvektor der Kontaktfläche

# Rigid Bodies!



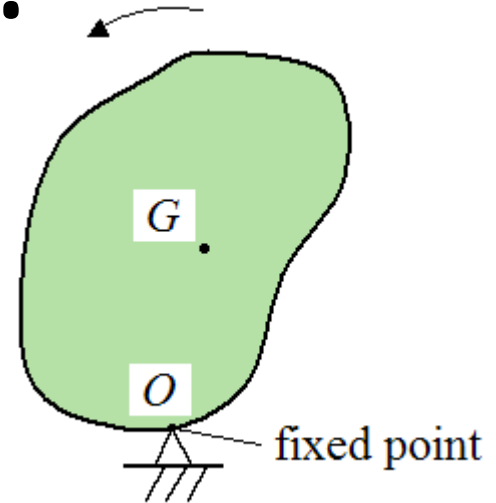
# Rigid Bodies!

Simulieren von Kartoffeln...



# Rigid Bodies!

Simulieren von Kartoffeln...



Deutsche Physiker nennen sie auch gern Starre Körper

# Starrer Körper

- Nicht deformierbar
- Beschreibbar durch
  - Massenschwerpunkt
  - Schwerpunktsmechanik

# 1. Schwerpunkt

Kann für unsere Simulationen meist nicht experimentell bestimmt werden...

# Schwerpunkt bestimmen

Bestimmbar durch Integral!

$$\vec{r}_s = \frac{1}{M} \int_K \vec{r} \, dm = \frac{1}{M} \int_K \vec{r} \rho(\vec{r}) \, dV$$

# Schwerpunkt bestimmen

Oder eher diskret

$$\vec{r}_s = \frac{1}{M} \sum_i m_i \vec{r}_i$$

# Schwerpunkt bestimmen

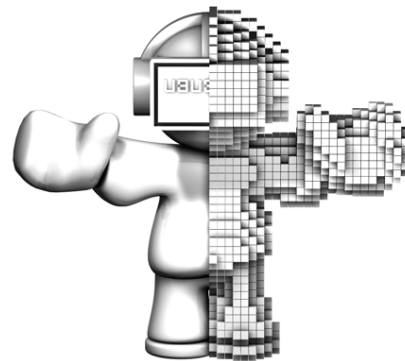
Oder eher diskret

$$\vec{r}_s = \frac{1}{M} \sum_i m_i \vec{r}_i$$

Z.B. über

Voxeldiskretisierung

(jeder Voxel wäre ein  $m_i$ )



# Einfache Schwerpunkt Bestimmung

Einfach den Schwerpunkt manuell  
festlegen...



# Schwerpunktmechanik

Ist die selbe wie bei allen Partikeln

(z.B. wie die Planeten)



*Alt....*

# Schwerpunktmechanik

Ist die selbe wie bei allen Partikeln

(z.B. wie die Planeten)

Damit ist die Bewegung des  
Massenschwerpunktes gemeint



# Schwerpunktmechanik

Ist die selbe wie bei allen Partikeln

(z.B. wie die Planeten)

# Rotation!

Schwerpunktsrotation natürlich!



*Neu!*

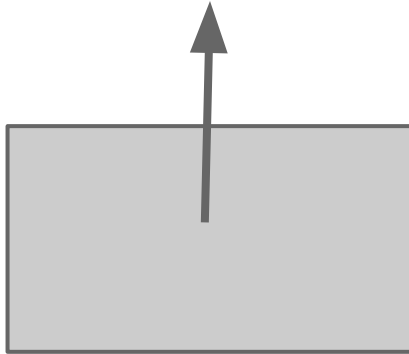
# Rotation!

Schwerpunktsrotation natürlich!

# Heute nur 2D!

3D ist deutlich schwerer und wird  
Gruppenprojekt

In 2D gibt es nur eine  
Rotationsachse!



# Eulerwinkel beschreibt Rotation

Analogon zu Position



# Drehgeschwindigkeit ist skalar

Aber analog zur Geschwindigkeit.

In 3D wäre sie auch ein Vektor, die Drehachse

# Rotations-Zeit-Integration

$$\omega_{\text{neu}} = \omega_{\text{alt}} + dt * \tau$$

$$\text{euler\_neu} = \text{euler\_alt} + dt * ???$$

$\tau$  ist die Drehbeschleunigung

# Rotations-Zeit-Integration

$$\omega_{\text{neu}} = \omega_{\text{alt}} + dt * \tau$$

$$\text{euler\_neu} = \text{euler\_alt} + dt * \omega_{\text{neu}}$$

$\tau$  ist die Drehbeschleunigung

# Drehbeschleunigung

Analog zur Beschleunigung, berechnet sich aus Drehmoment  $M$

$$M = I \tau$$

$I$  = Trägheitsmoment

# Trägheitsmoment

Analog zur Masse. Widerstand gegen Änderung der Drehung (bei uns skalar)

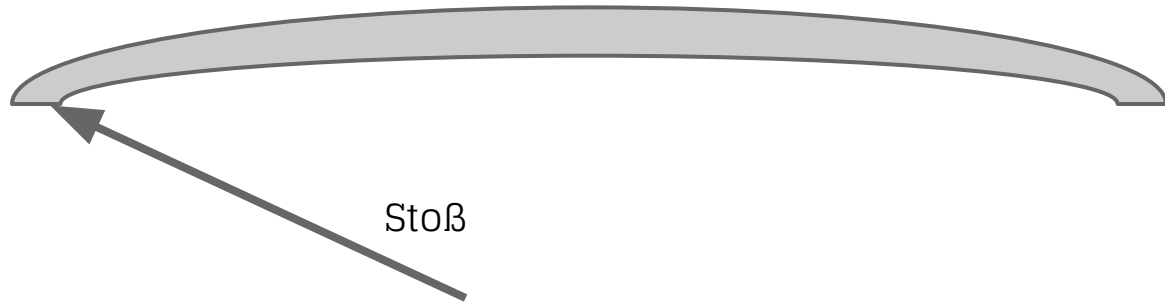
# Wo kommt das Drehmoment her?

Aus der Kraft!

# Nicht zentrale Kräfte

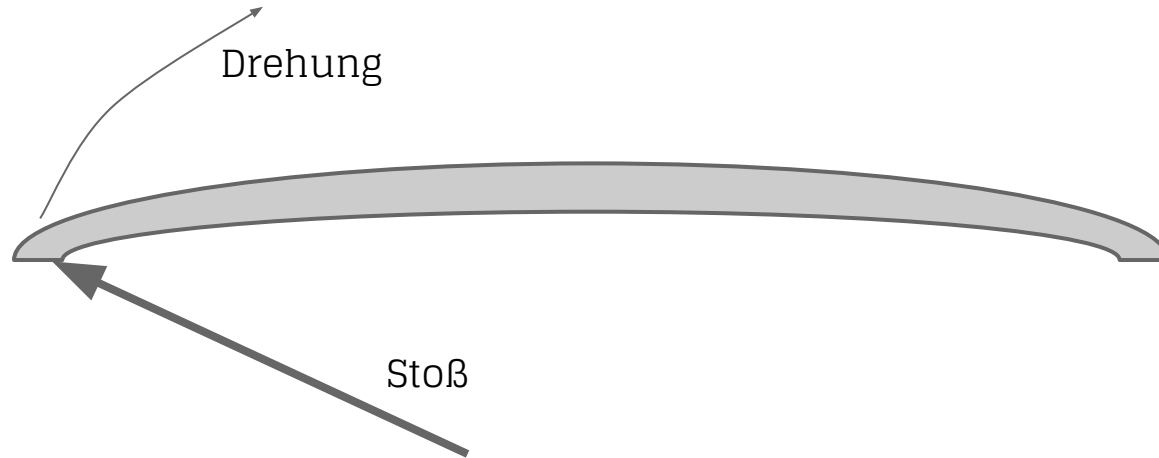


# Nicht zentrale Kräfte





# Nicht zentrale Kräfte



# Splitten der nicht zentralen Kraft an Punkt

$$\vec{F}_z = \vec{F} \cdot \vec{r} \cdot \frac{\vec{F}}{|\vec{F}|}$$

F<sub>z</sub> ist die Zentralkraft  
(Schwerpunktskraft)

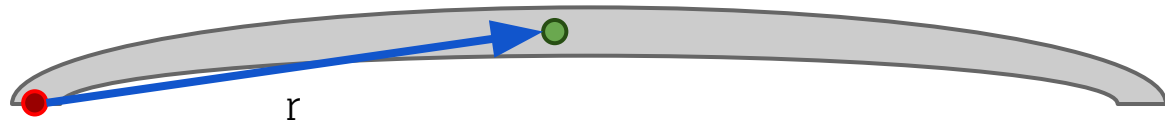
$$\vec{M} = \vec{r} \times \vec{F}$$

oder in 2D  $M = M_z$

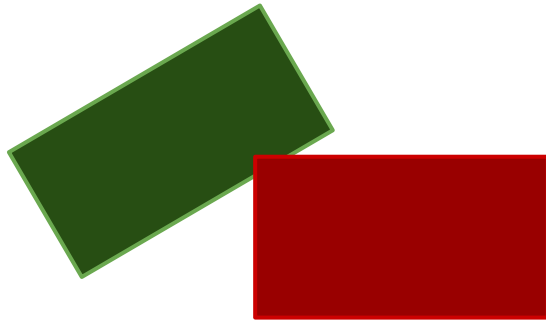
r ist die Position an der die Kraft F greift, F<sub>z</sub> ist die Kraft auf das Zentrum, M<sub>z</sub> ist das Drehmoment auf das Zentrum

# Der $r$ Vektor

Zeigt vom Kollisionspunkt zum  
Zentrum = Schwerpunkt!



Box Kollisionen sind  
nicht leicht...!



# Box Kollisionen sind nicht leicht...!



Wo sollen die Federn sein?  
In welche Richtung zeigen sie?

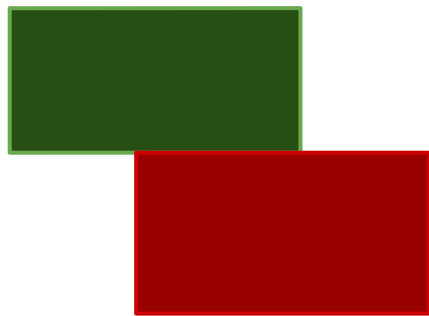
# Box Kollisionen sind nicht leicht...!



Wo sollen die Federn sein?  
In welche Richtung zeigen sie?

Das hängt von der Geschwindigkeit ab!

# Box Kollisionen sind nicht leicht...!

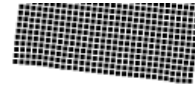


In 2D “gottseidank” noch weniger problematisch, da Ecken ausreichen zur Schnittpunktfindung.

# Bis zum nächsten Mal

1. Kollisionen von Kugel mit Ebenen implementieren
2. Softbody Simulation
3. Bonus: Extras!

**05.06.2015**





Lösungen an  
[vrlab15@welfenlab.de](mailto:vrlab15@welfenlab.de)  
bis zum:

**04.06.2015**

Ein Tag vor unserem nächsten Treffen.