Testat 1 (Die Klassen coNP und DP)

Abgabefrist: 10.06.2015, 12:00 Uhr

Allgemeine Hinweise

Die Nummer des Testats, das zu bearbeiten ist, ergibt sich wie folgt:

Testatnummer := ((Quersumme der Matrikelnummer) mod 3) + 1,

z.B.: Matrikelnummer: 2698750, Quersumme: 2+6+9+8+7+5+0=37, 37 mod 3=1, 1+1=2, d.h. Testat 2 wäre zu bearbeiten.

Bitte fertigen Sie zu den folgenden Testataufgaben Lösungen an und senden Sie diese bis zum 10.06.2015, 12:00 Uhr an testat@thi.uni-hannover.de. Verspätete Abgaben werden nicht berücksichtigt.

Ab dem 15.06.2015 findet die mündliche Besprechung Ihrer Lösungen in den Räumlichkeiten des Instituts für Theoretische Informatik statt. Den Ihnen zugeordneten Termin und Raum bekommen Sie rechtzeitig per E-Mail mitgeteilt.

Damit das Testat als bestanden gilt, müssen Sie schriftlich mindestens die Hälfte der maximalen Punktzahl erreichen.

In der mündlichen Vorstellung müssen Sie Ihre Lösung außerdem kurz einem der Mitarbeiter erläutern und ggf. Fragen beantworten. Bitte bereiten Sie sich ausreichend vor und seien Sie mit den Notationen vertraut, um Ihre Lösungen verständlich vorstellen zu können. Als Hilfsmittel für die mündliche Besprechung ist ein einseitiges Handout oder auch eine Kopie Ihrer eigenen Lösungen zugelassen, die Sie zur Vorstellung mitbringen dürfen. Diese unterstützen Ihre anschließenden Erläuterungen in dem mündlichen Gespräch. Die Vorstellung dauert maximal 15 Minuten. Bitte erscheinen Sie pünktlich!

Sofern Sie das Testat bestehen und zusätzlich alle drei semesterbegleitenden Kurzklausuren bestehen, erhalten Sie in der Klausur einen Bonus von 0,3 Notenpunkten. Des Weiteren stellt ein bestandenes Testat zusammen mit den drei bestandenen Kurzklausuren eine bestandene Studienleistung dar.

Sollten Sie Fragen organisatorischer Art haben, so wenden Sie sich bitte an Maurice Chandoo (chandoo@thi.uni-hannover.de).

Bei konkreten Fragen zu den Aufgabenstellungen hilft Ihnen Ihr Übungsgruppenleiter gerne weiter. Machen Sie von dieser Möglichkeit Gebrauch!

Wir wünschen Ihnen viel Erfolg bei der Vorbereitung der Aufgaben.

Name	Vorname	Matrikelnummer
E-Mail-Adresse (bitte leser		

Aufgabe	1	2	3	\sum
max. Punkte	10	10	10	30
err. Punkte				

Aufgaben

Neben den in der Vorlesung vorgestellten Komplexitätsklassen gibt es noch viele weitere. Im Rahmen dieses Testats werden Sie sich mit den Klassen coNP und DP beschäftigen.

In diesem Testat betrachten wir nur Sprachen über dem Alphabet $\Sigma := \{0, 1\}$. Ist A eine Sprache, so bezeichnet $\bar{A} := \Sigma^* \setminus A$ ihr Komplement.

Die Klasse coNP besteht aus den Komplementen aller Mengen in der Klasse NP. Es ist also

$$\mathsf{coNP} := \left\{ \bar{A} \mid A \in \mathsf{NP} \right\}.$$

Eine Menge heißt genau dann vollständig für coNP, wenn sie in coNP liegt und zudem jedes Problem aus coNP in Polynomialzeit auf diese Menge reduzierbar ist.

Die Klasse DP besteht aus allen Differenzen von Mengen aus der Klasse NP. Es ist also

$$\mathsf{DP} := \big\{ A \setminus B \mid A, B \in \mathsf{NP} \big\}.$$

Eine Menge heißt genau dann vollständig für DP, wenn sie in DP liegt und zudem jedes Problem aus DP in Polynomialzeit auf diese Menge reduzierbar ist.

Aufgabe 1: (10 Punkte) Es sei

$$\text{UNIQUE-SAT} := \left\{ \langle F \rangle \; \middle| \; \begin{array}{c} F \text{ ist eine aussagenlogische Formel,} \\ \text{die genau eine erfüllende Belegung besitzt} \end{array} \right\}.$$

Zeigen Sie, daß UNIQUE-SAT \in DP gilt.

Aufgabe 2: (10 Punkte) Es sei

$$\text{SAT-UNSAT} := \left\{ \langle F, G \rangle \; \middle| \; \begin{array}{c} F \text{ ist eine erfüllbare aussagenlogische Formel,} \\ \text{und } G \text{ ist eine unerfüllbare aussagenlogische Formel} \end{array} \right\}.$$

Zeigen Sie, daß SAT-UNSAT vollständig für DP ist.

Aufgabe 3: (10 Punkte) Es sei

$$\mathrm{TAUT} := \left\{ \langle F \rangle \;\middle|\; \begin{array}{c} F \text{ ist eine aussagenlogische Formel,} \\ \mathrm{die\ unter\ allen\ Belegungen\ erf\"{u}llt\ ist} \end{array} \right\}.$$

Zeigen Sie, daß TAUT vollständig für coNP ist.