Komplexität von Algorithmen - Lösung zur Kurzklausur Nr. 1

Aufgabe 1 (12 Punkte)

Jedes korrekte Kreuz gibt 2 Punkte, jedes falsch gesetzte Kreuz −2 Punkte. Sie können keine negative Gesamtpunktzahl für diese Aufgabe bekommen.

Behauptung	*richtig*	*falsch*
Sei $t(n) \geq \log(n)$ für alle $n \in \mathbb{N}$. Dann gilt $\mathrm{NTIME}(t(n)) \subseteq \mathrm{SPACE}(2^{O(t(n))})$.	■	□
Es gilt $\mathrm{TIME}(n^{O(1)}) \subsetneq \mathrm{NTIME}(2^{n^{O(1)}})$.	■	□
Sei $s : \mathbb{N} \to \mathbb{N}$ raumkonstruierbar, $s' = O(s)$. Dann ist $\mathrm{SPACE}(s') \subsetneq \mathrm{SPACE}(s)$.	□	■
$\mathrm{SPACE}(n^{O(1)}) = \mathrm{NSPACE}(n^{O(1)})$.	■	□
Sei $a, b \in \mathbb{N}$. Dann ist die Funktion $f(n) = a \cdot \log(n) + b$ raumkonstruierbar.	■	□
Für jede Funktion $f\colon \mathbb{N} \to \mathbb{N}$ gilt: $f \in o(f)$.	□	■

Aufgabe 2 (12 Punkte)

Wie lauten die folgenden Definitionen? *Jede Teilaufgabe ist 2 Punkte wert.*

(a) Eine Funktion $f\colon \mathbb{N} \to \mathbb{N}$ ist *raumkonstruierbar*, wenn es eine deterministische Turingmaschine gibt, die bei Eingabe eines Wortes x einen Platzbedarf von genau $f(|x|)$ hat.

(b) Eine Sprache A gehört zur Klasse $\mathrm{NTIME}(n)$, wenn es eine Mehrband-NTM gibt, die A entscheidet und in Zeit $O(n)$ arbeitet.

(c) Der Speicherbedarf einer Turingmaschine M bei Eingabe w, ist die Anzahl der Bandzellen auf den Arbeitsbändern (d.h. nicht auf dem Eingabeband, falls vorhanden), die M während der Rechnung besucht.

(d) Eine Turingmaschine M arbeitet in Zeit $t\colon \mathbb{N} \to \mathbb{N}$, falls für alle n und für alle Wörter w der Länge n die Anzahl der Rechenschritte von M bei Eingabe w durch $f(n)$ beschränkt ist.

(e) Seien $f, g\colon \mathbb{N} \to \mathbb{N}$ zwei Funktionen. $f \in O(g)$, falls es $c, n_0 \in \mathbb{N}$ gibt, sodass für alle $n \geq n_0$ gilt $f(n) \leq c \cdot g(n)$.

(f) Seien $f, g\colon \mathbb{N} \to \mathbb{N}$ zwei Funktionen. $f \in o(g)$, falls $\lim\limits_{n\to\infty} \frac{f(n)}{g(n)} = 0$.