

基于遗传算法的 Relay 网络规划

摘要

本文研究的 Relay 无限回传方案给出了从中心到边界的一种传输优化模型。中心由 DeNB 基站通过卫星传输方式连接，并作为其邻域中一系列 RRN 子站的连接和传输提供服务。通过已知相关参数的设定，建立了基于随机搜索和遗传算法的最优解算法，连接方式修正模型，利用 MATLAB, VISUAL C++ 软件，完成了对各站点类型和连接路径的确定，得出了一种最优图连接方案，使最少的建造成本和最小的传播损耗的目的被达成。

针对问题一要求设计节点集的构造，在满足站点间可传输条件下，找出尽量少的成本付出。而 Relay 回传规划问题可以被看作典型的最优图问题，最优图问题可以由动态规划得出其解析的最优解。基于 np 问题的指数增长复杂性，对于题目要求的 1000 节点最大规模问题，和 5 分钟的限制条件下，动态规划算法难以给出令人接受的解答。于是，我们决定利用随机搜索算法进行空间内的随机寻找搜索点，并进行大量局部搜索得出全局最优解。对于最优图问题，由于其节点之间的联系紧密，且边界条件较强且复杂，局部解在全空间内的分布必然离散且较稳定。对于一般随机搜索无继承性，导致算法无法收敛。因此选择了**遗传算法**以保证解的搜索稳定在给定的邻域内，且能逐步收敛到全局最优解。在该题中个体即为任意可能的一种布站方式，而适应性则是指成本的最小化。个体布站方式通过 01 编码串的方式表示，初始对其随机生成编码序列。在适应函数的确定中，应用**贪心算法**策略，每个给定宿主站尝试搜索其范围内最远的子站连接，使得以此达成设置最少宿主站，最低成本的目的。在进化策略中，我们选择**一致与或交叉**、**均匀变异**以及**精英选择**和 **Boltzmann 选择**。通过最优解的求解最终得到成本最低的布站方案。

针对问题二，其要求设计边集，在边界条件满足下，使平均传输损耗最低由于节点集已定，边集的确定可以基于已有的连接方式上的修正。由于节点的连接方式单一，任何子站最多连接其前驱和后继两个站点，所以实际产生的可变化性只存在与对某一子站前驱和后继的重新确定。于是，我们选择单步随机搜索算法，将变化操作分为**通路内节点交换**、**通路间节点交换**和**通路末端的节点嫁接**。节点交换限制在单步操作内，即每次交换只在损耗减小的前提下进行，而不考虑多次交换后整体的损耗减小。对于通路内节点交换可以证明，通过多次交换严格达到当前最小值。由于问题一中贪心算法的求解特性，大量存在宿主站邻域之间的交叉连接情况，导致损耗加大。通路间的节点交换，可将这些交叉重新回归到各自宿主站邻域中。最后末端的节点嫁接使介于各宿主站邻域之间的子站逐步找到最优的宿主站连接，是损耗进一步减小。由于宿主站的分布不同，可能出现损耗差异较大的各种策略。于是，我们尝试将问题一中成本相同的所有最优个体全部取出，通过边集修正，得到所有修正结果，最后选取最低路径损耗，同时满足成本最低的作为最终 Relay 回传规划方案。

关键词：最优图问题 遗传算法 贪心策略 修正模型

1. 问题重述

1.1. 背景介绍

在城区建设基站，传输光纤部署最后一公里的成本高，光纤到站率低，全球综合来看低于 60%；如果使用微波传输，由于微波只能在 LOS（视距）场景下部署，而城区场景的 LOS 信道比例低于 50%。

在农村建设基站，单站业务量低，收入低，ROI（投资回报率）差，运营商建站对成本较为敏感。卫星传输租金、光纤传输建设费用对于运营商是很大的负担，而如果使用微波传输，对于相当一部分站点需要提升铁塔高度来满足微波的 LOS 场景要求，铁塔费用的增加对于运营商来说同样是不小的负担。

Relay 无线回传方案利用 FDD LTE 或 TDD LTE 制式承载来为站点回传，相对微波有较强的 NLOS（非视距）传输能力，可以解决城区、农网等场景下的传统传输方式不可达的问题，同时在部分场景下也可以替代微波，有效降低站高，节省建站费用。而 RRN（eRelay Remote Node），是 Relay 方案中的无线回传服务，它用于基站提供无线回传服务。

1.2. 问题重述

在给定一个区域中候选站点的分布情况下，并且采用无线回传拓扑方案，根据已知站点的相互位置、站点间拓扑关系限制等条件，在满足一定回传质量的前提下解决一下问题：

（1）在拓扑架构满足约束条件的情况下，找出成本最优布站方案。

（2）在尽量降低成本的情况下，设计出实现更低的回传路径损耗的布站方案（采用自用空间传播模型估计站点之间的路径损耗）。

2. 问题分析

2.1. 问题一分析

设计成本最优的布站方案，需要考虑的是候选站点安装站的类型（包括子站和宿主站），同时需要确定站点间的连接关系。在确定站点的分布之后，需要根据宿主站与子站之间的距离来判断是否满足最低传回质量要求，同时基于题目给出的约束条件和综合成本，得出方案的总体成本并比较多种方案选取出最低总体成本的布站方案。

我们将方案的选取问题转化为，自然环境中群体的进化问题，基于遗传算法建立了相应的模型进行对应的问题求解。将确定的站点数进行随机站型分布得出对应候选站点安装站类型的方案作为个体，所有的方案作为问题中的群体，将已知的约束条件和综合总体成本函数作为适应值评价条件，得出符合约束条件的方案，并且将不符合约束条件的方案进行调整，由此的到符合约束条件的群体，和每个个体的综合总体成本作为初始适应值。再对群体进行对应的选择、交叉、变异过程，在进行一次适应值

评价得到新一代群体。新一代群体再重复上面的选择及之后的操作，进行循环。选取对应的参数和测度对新一代群体进行评价，最后在设置的条件下终止循环，得出对应的最优的布站方案和最低总体成本。

2.2. 问题二分析

在最低总体成本的条件下，对已经得出的布站方案进行优化，以实现对应的更低的回传路径损耗。其中为了简化问题采用自由空间传播模型估计站点之间的路径损耗，而路径损耗是只考虑子站的回传部分，宿主站之间是采用微波传输不计算该部分的损耗。因此要使得路径损耗变得更低，就是要实现在满足约束条件的情况下，在已有的连接方式下对子站与子站之间的连接方式、子站与宿主站的连接方式进行改变，使得路径损耗相比之前更低。

根据约束条件，在改变路径时，我们分成了几种改变方式。

1. 在一条连线上的几个子站进行相应的连接关系的互换，且每次只有两个子站发生互换。

2. 在不同连线上但连接于同一宿主站上的子站进行连接关系互换，且每次互换只有两个子站发生互换。

3. 连接于不同宿主站的子站进行连接关系互换。

在改变后的路径损耗要与之前的路径损耗进行比较，判定是否实现了路径损耗的降低，若未实现就取消相应的改变。最后经过多次改变，实现基于低成本情况下的更低路径损耗的较优布站方案。

3. 模型假设

1. 假设仅根据宿主站与子站的距离与门限的关系来判定是否满足回传质量要求。
2. 假设不考虑蝴蝶站的扇区覆盖方向。
3. 假设路径损耗只考虑子站回传路径的损耗。
4. 假设候选站点具备成为宿主站或者子站的能力。

4. 符号说明

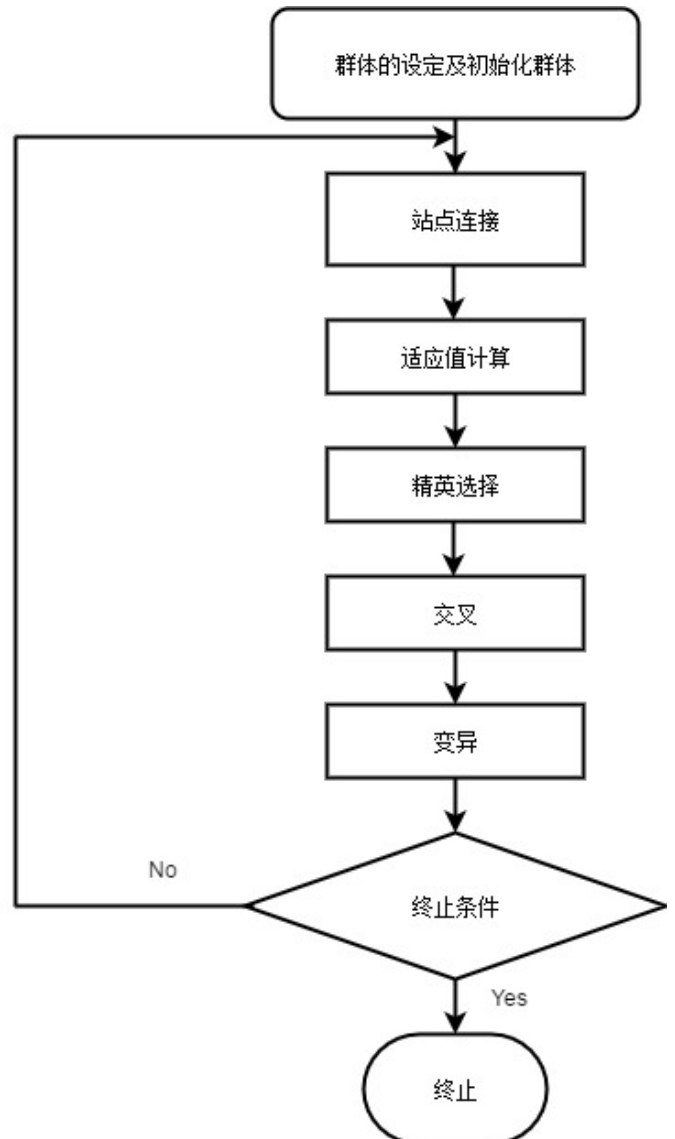
符号	定义	值/单位
n_s	地区内总候选站个数	
n_p	种群规模	
d_i	第 i 个站点坐标 (α, β)	
t_i	第 i 个站点的类型	
X_i	第 i 个体的基因串	
x_{ij}	第 i 个体第 j 基因位	

$\ d_i d_j\ _d$	第 i 和第 j 站点之间距离
$\ d_i d_j\ _{PL}$	第 i 和第 j 站点之间损耗
C_{main}	宿主站单位成本
C_{sub}	子站单位成本
$C_{satellite}$	卫星单位成本
C_{Total}^i	方案 i 总成本
f_i	个体 i 的适应值
f_{max}	种群最大适应值
\bar{f}	种群平均适应值
p_c	交叉概率
p_m	变异概率

5. 模型的建立与求解

遗传算法 (GA) 是模拟自然界生物体适应环境、进化的过程，通过算法评价个体适应环境能力，选取适应值最高个体，并期待其进化为更优的问题。遗传算法适用于大规模的搜索问题，例如大规模的 TSP 问题。该题目标一期待我们寻找满足一系列复杂边界条件的最优布站规划问题，而该题解析解的得到需要付出 $\theta(n!)$ 的时间复杂度，其远超出要求求解时间。

标准遗传算法包括适应值计算、选择、交叉、变异，而对于该题站点的边界条件的满足也属于算法中主要部分。在该题中，我们根据题意，选择了适用于我们的各类操作算子：精英选择、一致与或交叉、均匀变异，并对各操作关于收敛性和物种多样性作算子概率的适应性策略。



5.1. 问题输入及符号说明

输入包含地区内 n_s ($n_s \leq 1000$)个候选站点的经纬度:

$$\mathbf{D} = \{\mathbf{d}_i\}_{i=1}^{n_s}, \quad \mathbf{d}_i = (\alpha_i, \beta_i)$$

每个站点的站型:

$$\mathbf{T} = (t_1, t_2 \dots t_{n_s}), \quad t_i = \begin{cases} 1, & \text{ruralstar} \\ 2, & \text{butterfly} \end{cases}$$

宿主站、子站、卫星的单位成本: $C_{main}, C_{sub}, C_{satellite}$

$\forall \mathbf{d}_i, \mathbf{d}_j$ 根据球面距离公式定义两点距离, 地球半径 $R = 6378\text{km}$:

$$\|\mathbf{d}_i \mathbf{d}_j\|_d = R \cos^{-1}[\cos \beta_1 \cos \beta_2 \cos(\alpha_1 - \alpha_2) + \sin \beta_1 \sin \beta_2]$$

$\forall \mathbf{d}_i, \mathbf{d}_j$ 根据路径损耗公式定义两点之间路径损耗:

$$\|\mathbf{d}_i \mathbf{d}_j\|_{PL} = 32.5 + 20 \lg \|\mathbf{d}_i \mathbf{d}_j\|_d + 20 \lg (F)$$

发射频率: $F = 900\text{MHz}$ 最低的总体成本

5.1.1. 群体设定及初始化群体

给问题针对的每个个体是否为宿主站而提出, 于是每个个体将被编码为二进制串的形式。每个位点代表该站是否被设为宿主站。初始个体的生成, 各位点为随机的赋值, 于是对初始规模为 n_p 的种群:

$$\begin{aligned} S^{n_p} &= \{X_1, X_2 \dots X_{n_p}\}, \quad X_i = (x_{i1}, x_{i2} \dots x_{in_p}) \\ x_{ij} &= \begin{cases} 1, & \text{站点 } j \text{ 是宿主站} \\ 0, & \text{站点 } j \text{ 是子站} \end{cases} \\ i &= 1, 2 \dots n_p, \quad j = 1, 2 \dots n_s \end{aligned}$$

5.1.2. 适应性评价

5.1.2.1. 通过贪心算法连接策略适应化个体

为了达到宿主站个数最少使得总体成本最低的目的, 我们的**贪心策略**选择每一次连接距离其宿主站尽量远的子站, 其中分为宿主站与子站相连、子站与子站相连, 两种情况。

为了保证每次搜索的随机性, 对所有站点做随机排序处理。

于是, 对每个个体 x_i , 可构造初始无向图:

$$\begin{aligned} G^i &= \langle V^i, E^i \rangle, V^i = V_{main}^i \sqcup V_{sub}^i, E^i = \emptyset \\ V_{main}^i &= \{v_{n_{k1}}^i | x_{n_{k1}}^i = 1, k1 = 1, 2 \dots n_{main}^i\} \\ V_{sub}^i &= \{v_{n_{k2}}^i | x_{n_{k2}}^i = 1, k2 = 1, 2 \dots n_{sub}^i\} \end{aligned}$$

并构造结点选择集合 V_{select}^i 来记录是否完成连接, 初始 $V_{select}^i = V_{main}^i$ 。通过贪心算法, 对图扩充边集和改变节点集使之满足约束条件:

遍历 V_{main}^i , 对 $\forall v_{n_j}^i \in V_{main}^i$ ($j = 1, 2, \dots n_{main}$), 做 t_{n_j} 次扇区连接, $t_{n_j} \in \mathbf{T}$, 每一次扇区连接, 增加计数 C_{select} , $C_{select} = 0$ 。每一次扇区连接有:

1) 遍历 V_{sub}^i , $\exists v_{n_{k1}}^i \in V_{sub}^i, k1 \leq n_{sub}^i, v_{n_{k1}}^i \notin V_{select}^i, s. t.$

$$\|v_{n_j}^i v_{n_{k1}}^i\|_d = \max_{v_s \in V_{sub}^i \setminus V_{select}^i} \|v_{n_j}^i v_s\|_d \leq 20$$

将 $v_{n_{k1}}^i$ 加入 V_{select}^i , $e_{n_{k1}}$ 加入 $E^i, C_{select} = C_{select} + 1$

2) 若 1) 成立, $\exists v_{n_{k2}}^i \in V_{sub}^i, v_{n_{k2}}^i \notin V_{select}^i$, 对上述 $v_{n_{k1}}^i, s. t.$

$$\|v_{n_j}^i v_{n_{k2}}^i\|_d = \max_{v_s \in V_{sub}^i \setminus V_{select}^i} \|v_{n_{k1}}^i v_s\|_d \leq 10$$

将 $v_{n_{k2}}^i$ 加入 V_{select}^i , $e_{n_{k1}, n_{k2}}$ 加入 $E^i, C_{select} = C_{select} + 1$

3) 对 $v_{n_{kl}}^i$ 满足条件: $l \leq 3, C_{select} \leq 6, n_{kl} \leq n_s$, 重复 (1) - (2)。

对 V_{main}^i 完成遍历连接操作, 则完成个体 x_i 的初步连接, 但仍有未被连接的子站:

a) 遍历 $V_{sub}^i \setminus V_{select}^i$, $\forall v_{n_j}^i \in V_{sub}^i \setminus V_{select}^i$, 使原位置子站变为宿主站 *i.e.*

b)

$$x_{i, n_j} = 1, \quad V_{sub}^i = V_{sub}^i \setminus v_{n_j}^i, \quad V_{main}^i = V_{main}^i \cup v_{n_j}^i$$

且对 $v_{n_i}^i$ 重复 (1) - (3)

c) 直到 $V_{select}^i = V^i$, 即所有节点都被选择连接, 即完成对个体 x_i 无向图的构造, 我们得到了一个站点连接的方案。

其中采用贪心策略, 宿主站第一次连接子站如图:

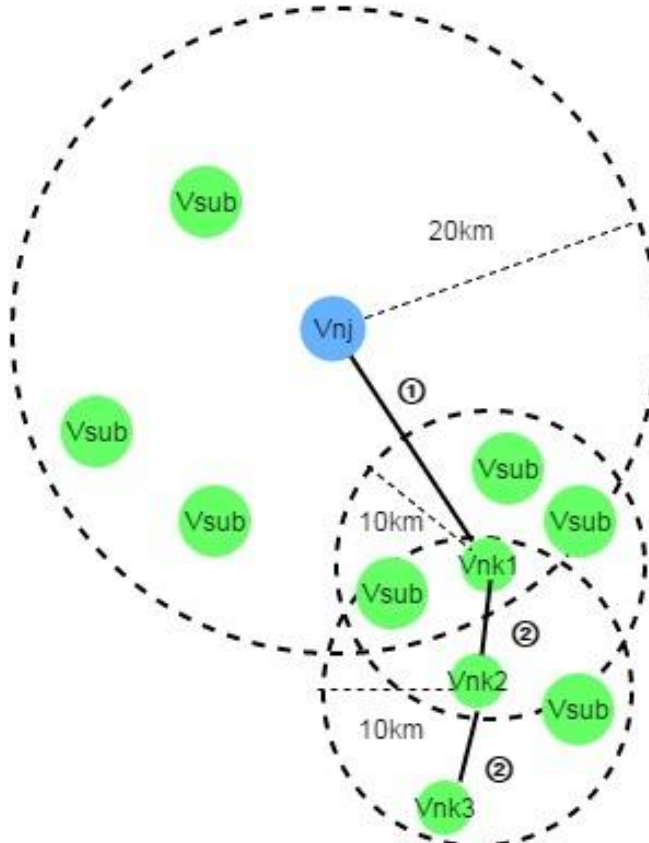


图 2 贪心策略子站连接图

5.1.2.2. 计算个体总成本

通过前述筛选，我们已经知道方案中子站数量 N_{Sub} 与宿主站的数量 N_{main} ，可以计算子站总成本与宿主站总成本。

对于卫星数量 $N_{Satellite}$ ，我们依据宿主站的连接条件，对宿主站集做深度搜索：

- 1) 对同一卫星覆盖片区内宿主站 $\forall v_{n_i}, v_{n_j}$

$$\|v_{n_i} v_{n_j}\|_d \leq 50$$

- 2) 统计成片宿主站总站数 N_{m_l}

$$N_{Satellite} = N_{Satellite} + \left\lceil \frac{N_{m_l}}{8} \right\rceil$$

统计成片宿主站时，采用如图的方法：

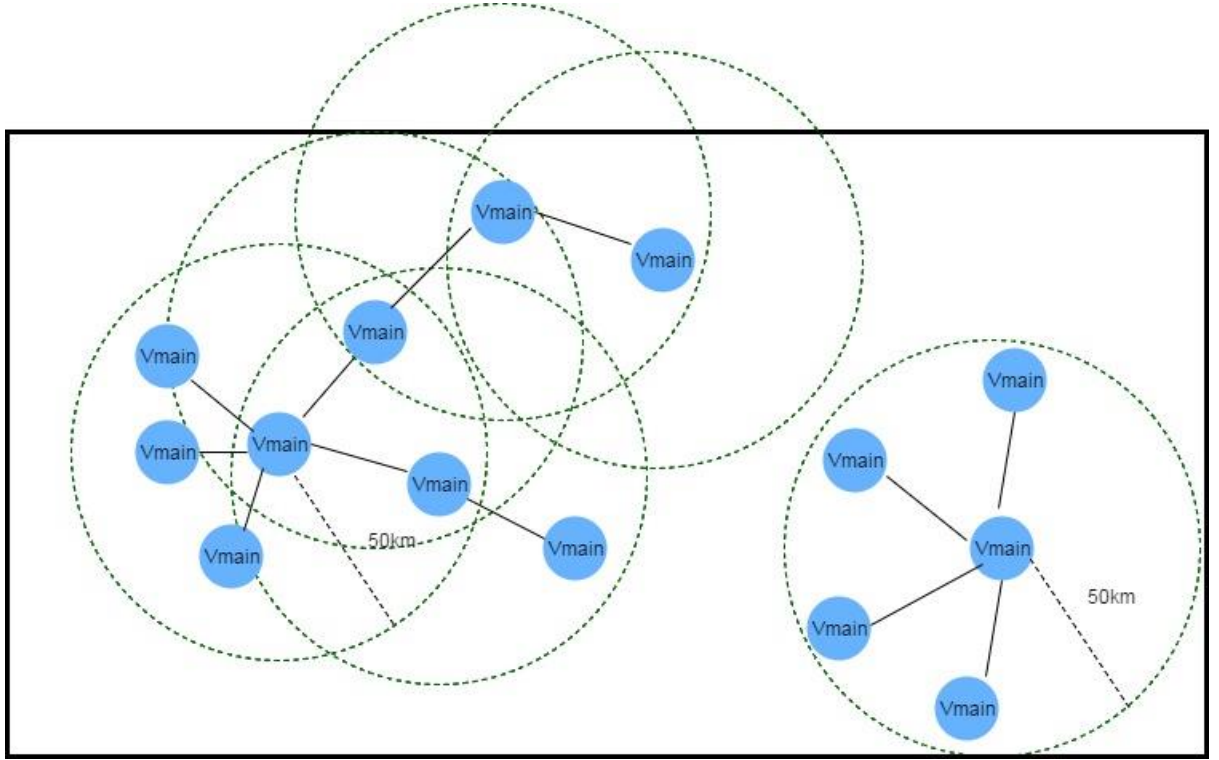


图 3 宿主站初始成片连接图

完成对所有宿主站的搜索，则该方案的总成本：

$$C_{Total} = C_{main}N_{main} + C_{Sub}N_{Sub} + C_{Satellite}N_{Satellite}$$

5.1.2.3. 确定个体适应值

由于该问题针对成本最小的目的而提出，所以个体的适应值的确定需在总成本的计算上进行变换，以便后续选择概率和选择策略的确定。我们选择种群中成本最高的个体作为基准，通过对所有个体的成本值线性变换得到其适应值。我们将成本在约束域上的最大值记为 C_{max} ，映射方式为：对 \forall 个体 x_i ，有 C_{Total}^i ，其适应值：

$$f_i = C_{max} - C_{Total}^i \quad (i = 1, 2, \dots, n_p)$$

$$C_{max} = \max_{1 \leq j \leq n_p} C_{Total}^j$$

5.1.3. 选择算子

对已完全确定个体适应值的群体，我们需要确定策略来确定成功存活到下一代的个体和其比例。选择算子是模拟自然界中环境对个体以及其基因表现型的选择，而在该模型中即表现为其总成本。选择算子需要考虑到环境压力对最优解搜索速度的影响和防止局部收敛两方面。

5.1.3.1. 种内竞争的适应性策略

在用遗传算法迭代的后期，群体中个体都有很高的适应值，选择渐进为随机过程，为保持群体中个体间存在一定程度的竞争，从而促进所期望的群体进化过程，可适当对适应值进行调整。我们将采取线性变换的方式对适应值进行调整：

$$f'_i = af_i + b \quad (i = 1, 2, \dots, n_p)$$

其中

$$\begin{aligned} \bar{f} &= \frac{1}{n_p} \sum_{i=1}^{n_p} f_i, & f_{\max} &= \max_{1 \leq v \leq n_p} f_v \\ a &= \frac{c-1}{f_{\max} - \bar{f}} \bar{f} \\ b &= \frac{f_{\max} - c\bar{f}}{f_{\max} - \bar{f}} \bar{f} \\ c &= 1.5 \end{aligned}$$

5.1.3.2. Boltzmann 选择和精英选择

为了达到较好的时间性能，同时不至于陷入局部解，我们选择了 **Boltzmann 选择** 策略控制整个过程中的选择压力保持在初始较小来扩大搜索范围，后期较大来加快收敛速度上。Boltzmann 选择通过指数变换，加上逐代递减的**退火温度**来控制环境压力的变化：

$$p_s^j = \frac{e^{\frac{f'_j}{T}}}{\sum_{i=1}^{n_p} e^{\frac{f'_i}{T}}} \quad (j = 1, 2, \dots, n_p)$$

其中退火温度确定为随迭代次数线性变化。设预计迭代次数 g_s ，选择压力 T_s ：

$$\frac{1}{T_i} = \frac{g_i}{g_s} \times 10^{T_s} \quad (i = 1, 2, \dots, g_s)$$

精英选择策略试图将前一代最好的一部分个体直接复制到下一代中，如果下一代中个体出现整体较劣的情况。同时精英选择也是最终的解能收敛的全局最优的保证。该模型中，我们选用了**10%精英选择**，并且对下一代做**比较替换**：

设对 t 代群体做精英替换，则有 $t-1$ 代10%精英集：

$$\begin{aligned} S_{Elite}(t-1) &= \{Y_1(t-1), Y_2(t-1), \dots, Y_{n_e}(t-1)\}, & n_e &= \left\lfloor \frac{n_p}{10} \right\rfloor \\ S(t) &= \{X_1(t), X_2(t), \dots, X_{n_p}(t)\} \end{aligned}$$

5.1.4. 交叉算子

交叉算子是模仿自然界有性繁殖的基因重组过程。交叉算子是我们搜索最优解主要的工具。交叉操作尝试将交叉个体已有的优势基因保留，并在下一代搜索存在更优解的空间。基于该题中每一个节点的随机独立性，我们选择每一位点上的一致交叉策略。同时对于每个基因位，我们需要描述的该位点的 01 问题，所以我们选择了一致与或交叉策略。交叉概率则针对种群收敛性和个体适应值做了适当变换。

5.1.4.1. 一致与或交叉

一致交叉，即对位点串上的每一个位点按相同的概率进行随机均匀交叉。而交叉方式采用与或运算，即保证共同拥有的已知信息不被抹去。一致交叉算子生成的新个体设为：

$$X'_i = (x'_{i1}, x'_{i2}, \dots, x'_{in_s}), \quad X'_j = (x'_{j1}, x'_{j2}, \dots, x'_{jn_s})$$

- 从交配池中随机取出要交配的一对个体 S_i, S_j 。
- 根据交叉概率 $P_c (0 < P_c \leq 1)$ 实施交叉操作，配对个体在交叉位置处，对相互交换位点的值处进行和取、析取，再进行随机地分配得到的值，从而形成新的一对个体。

$$O(P_c, a): x'_{ik} = \begin{cases} x_{ik} \wedge x_{jk}, & a > \frac{1}{2} \\ x_{ik} \vee x_{jk}, & a \leq \frac{1}{2} \end{cases}$$

$$x'_{jk} = \begin{cases} x_{ik} \wedge x_{jk}, & a \leq \frac{1}{2} \\ x_{ik} \vee x_{jk}, & a > \frac{1}{2} \end{cases} \quad (k = 1, 2, \dots, n_s)$$

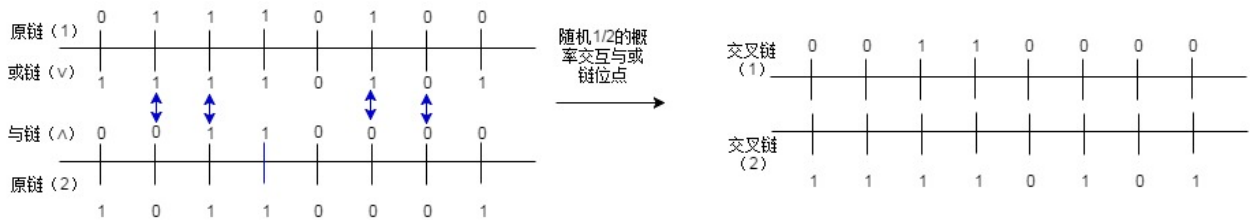


图 4 基因交叉示意图

5.1.4.2. 基于交叉概率的适应性策略

因为 P_c 控制着对父个体实施交叉操作的概率， P_c 越大，群体中更优解产生的机会也就会增多，已有模式被破坏的可能性也更大。所以我们将 P_c 设置为与群体收敛性和个体适应值有关的函数，使当前适应值较高的个体减少交叉概率保持优势，同时在较劣个体空间中继续搜索更优解。

对交叉个体 x_i, x_j ，交叉因子为 k_c (取 $k_c = 1$)，确定 P_c ：

$$f' = \max\{f_i, f_j\}, \quad P_c = \begin{cases} \frac{k_c(f_{\max} - f')}{f_{\max} - \bar{f}}, & f' \geq \bar{f} \\ k_c, & f' < \bar{f} \end{cases}$$

5.1.5. 变异算子

变异操作是模仿个体进化是出现的染色体基因位突变的现象。通常变异操作就是将当前基因变为其等位基因。该题中我们选用的是二进制位串表示个体，则变异算子按变异概率 P_m 对每一个基因位随机取反，变为其等位基因。

5.1.5.1. 个体变异策略

遍历种群内每一个体，根据给个体当前适应值和种群收敛状态计算其变异概率 P_m ，通过生成均匀分布与 P_m 比较来实现以概率 P_m 发生个体基因变异。

设变异后个体基因：

$$X'_i = (x'_{i1}, x'_{i2}, \dots, x'_{in_s})$$

以变异概率 P_m 的变异算子：

$$O(P_m, a): x'_{ik} = \begin{cases} \neg x_{ik}, & a \geq P_m \\ x_{ik}, & a < P_m \end{cases} \quad (k = 1, 2, \dots, n_s)$$

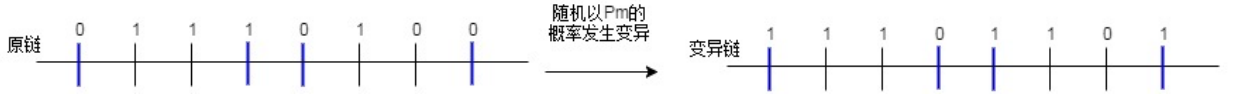


图5 基因变异示意图

5.1.5.2. 基于变异概率的适应性策略

P_m 与群体的多样性也具有相关性，因此为了得到最优解，同时加快其在局部求解是的速度，我们将其与群体收敛性与适应值相联系，即对高于整体适应值水平个体保持极低的变异概率，而对适应值较低个体通过变异操作尝试搜索更优解。给出 P_m 的适应性策略：对变异因子 k_m (取 $k_m = 0.05$)

$$P_m = \begin{cases} \frac{k_m(f_{\max} - f)}{f_{\max} - \bar{f}}, & f' \geq \bar{f} \\ k_m, & f' < \bar{f} \end{cases}$$

5.1.6. 目标一的求解

5.1.6.1. 种群多样性

为了判断算法的收敛程度，我们引入了种群多样性测度来度量种群的一致性和多样性。设群体 $S^{n_p} = \{X_1, X_2 \dots X_{n_s}\}$, $X_i = (x_{i1}, x_{i2} \dots x_{in_p})$

$$m(S) = 1 - \frac{1}{n_s \times n_p} \sum_{i=1}^{n_s} \left(\max \left\{ \sum_{j=1}^{n_p} x_{ij}, \sum_{j=1}^{n_p} (1 - x_{ij}) \right\} - \min \left\{ \sum_{j=1}^{n_p} x_{ij}, \sum_{j=1}^{n_p} (1 - x_{ij}) \right\} \right)$$

可知 $0 \leq m(S) \leq 1$ 且，物种多样性越小，一致性越强， $m(S)$ 越小。

由此我们确定了算法的收敛条件：

$$(m(S) \leq 0.1) \vee (g_i > g_s)$$

5.1.6.2. 不同规模分布问题的求解

根据题意，我们被要求求解 $n_s \leq 1000$ 的问题，在至多 5 分钟内。我们则选择分别对 300、600、1000 个节点在其各自相对密集、适中和稀疏范围均匀分布问题实验求解。

我们对最大规模的 1000 节点进行测试，得到满足条件的较优参数。遗传算法的最优解的质量主要依赖于种群的规模 n_p ，其决定了搜索空间的大小影响最优解存在的可能性，和迭代的预期代数 g_s ，其决定了搜索的环境压力，影响了收敛的速度和陷入局部解的可能性。通过实验，我们暂且确定 $n_p = 200, g_s = 100$ ，求解的到结果：

成本 运行时间/ms	密集分布	适中分布	稀疏分布
300 节点	4070	4170	4550
	22031	26609	30578
600 节点	8050	8450	9080
	65031	79985	92282
1000 节点	13210	14320	15810
	187141	232968	261516

当节点分布越稀疏，则该分布成本越高，且搜索时间也越长。我们对于最大规模的问题做了测试，结果可以在 30000ms 限制条件下完成。

5.2. 更低的回传路径损耗

对于问题二，我们采用了**通路内节点交换**、**通路间节点交换**和**通路末端的节点嫁接**三种优化策略。我们对比了不同个体进行回传路径的更改后损耗的减少情况，证明不同个体的连接情况对回传损耗的影响较大，所以考虑对多组图进行重新连接的策略是有效的。操作流程图如下：

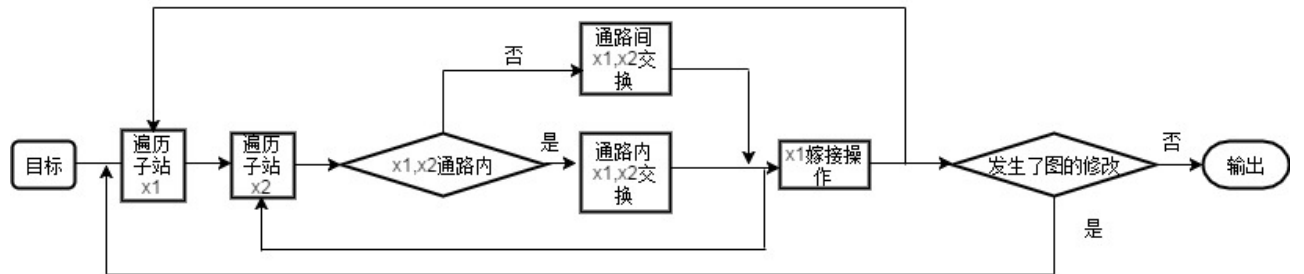


图 6 降低路径损耗操作流程图

对于每次操作所选取的站点，我们采用随机遍历，使得搜索的顺序是具有随机性的，同时实现了对所有站点的连接关系都进行了修正。我们对任意遍历的站点进行三种操作，每次都判断操作是否满足约束条件和优化条件，保证在满足条件下，损耗会逐次减少。

其中宿主站满足的站点和扇区的限制条件使每次都需重新调整扇区的最优分块，并判断是否可连。但我们可以证明，在不考虑扇区方向时，满足：

- a) 每条通路上不超过三跳
 - b) 宿主站连接的所以子站个数不超过其扇区可容纳总数
- 总存在一种扇区分配方式使其重新满足限制条件。

5.2.1. 通路内节点交换

首先判断两站点是否处于同一通路。若属于同一通路就对该两个站点进行相应的连接顺序的改变：设通路的偏序结构 (X, R)

$$X = \{a, b_1, b_2, b_3\} \quad R = \{<a, b_1>, <b_1, b_2>, <b_2, b_3>\}$$

当选中的站点为 b_1, b_2 时，进行相应的连接关系交换，则其通路 (X, R')

$$R' = \{<a, b_2>, <b_2, b_1>, <b_1, b_3>\}$$

然后对交换后的关系进行约束条件和优化条件的检验：

$$\begin{cases} \|ab_2\|_d \leq 20 \\ \|b_1b_3\|_d \leq 10 \\ \|ab_1\|_{PL} + \|b_2b_3\|_{PL} > \|ab_3\|_{PL} + \|b_1b_3\|_{PL} \end{cases}$$

当选中的站点为 b_1, b_3 （或 b_2, b_3 ）时，通路 (X, R')

$$R' = \{<a, b_3>, <b_3, b_2>, <b_2, b_1>\}$$

同样有约束条件和优化条件的检验：

$$\begin{cases} \|ab_3\|_d \leq 20 \\ \|ab_1\|_{PL} > \|ab_3\|_{PL} \end{cases}$$

对任意通路内的可行变化都可以通过通路内两节点交换的组合表示，因此通路内节点交换可以达到当前通路的局部最优解。

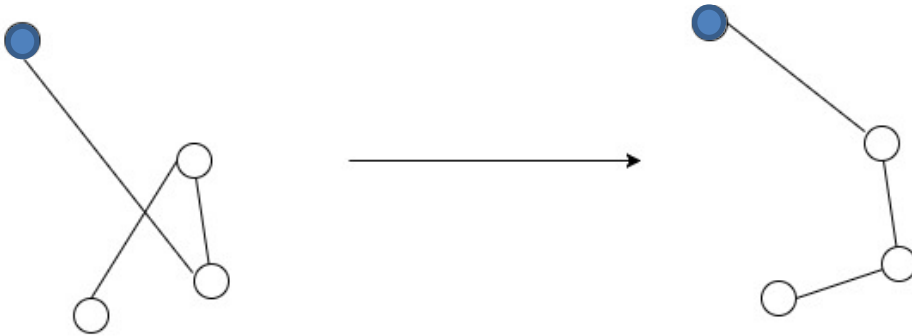


图7 通路内节点的连接方式交换

5.2.2. 通路间节点交换

若搜到两站点不在同一通路上，则必有两通路结构 $(X_1, R_1), (X_2, R_2)$ ：

$$X_1 = \{a^1, b_1^1, \dots, b_{k_1}^1\} \quad X_2 = \{a^2, b_1^2, \dots, b_{k_2}^2\}$$

$$R_1 = \{ \langle a^1, b_1^1 \rangle, \dots, \langle b_{k_1-1}^1, b_{k_1}^1 \rangle \} \quad R_2 = \{ \langle a^2, b_1^2 \rangle, \dots, \langle b_{k_2-1}^2, b_{k_2}^2 \rangle \}$$

对 b_i^1, b_j^2 为节点做通路间的交换，则交换后的连接关系变为: $(X'_1, R'_1), (X'_2, R'_2)$

$$X'_1 = \{ a^1, b_1^1, \dots, b_{i-1}^1, b_j^2, \dots, b_{k_2}^2 \} \quad X'_2 = \{ a^2, b_1^2, \dots, b_{j-1}^2, b_i^1, \dots, b_{k_1}^1 \}$$

$$R'_1 = \{ \langle a^1, b_1^1 \rangle, \dots, \langle b_{i-1}^1, b_j^2 \rangle, \langle b_j^2, b_{j+1}^2 \rangle, \dots, \langle b_{k_2-1}^2, b_{k_2}^2 \rangle \}$$

$$R'_2 = \{ \langle a^2, b_1^2 \rangle, \dots, \langle b_{j-1}^2, b_i^1 \rangle, \langle b_i^1, b_{i+1}^1 \rangle, \dots, \langle b_{k_1-1}^1, b_{k_1}^1 \rangle \}$$

通路间节点交换依然需要满足约束条件和优化条件:

$$\begin{cases} \|b_{i-1}^1 b_j^2\|_d \leq 10 \\ \|b_{j-1}^2 b_i^1\|_d \leq 10 \\ \|b_{i-1}^1 b_i^1\|_{PL} + \|b_{j-1}^2 b_j^2\|_{PL} > \|b_{i-1}^1 b_j^2\|_{PL} + \|b_{j-1}^2 b_i^1\|_{PL} \\ k_1 + j - i \leq 3 \\ k_2 + i - j \leq 3 \end{cases}$$

同时还需要满足交换节点后宿主站的节点限制，即节点实际增加的通路所属宿主站在交换后不会超过其节点限制。

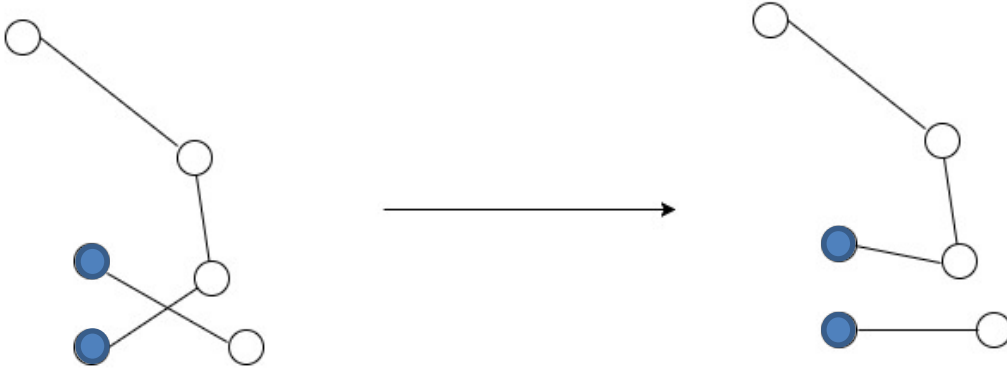


图 8 通路间的节点交换

5.2.3. 通路末端的节点嫁接

以搜索站点为中心，10km 为边界距离划分，随机选取边界内的一个站点。然后对该站点进行判断，若该站点处于通路末端即该站点的后继为空，或者该站点为宿主站则进行如下操作：两站点通路的连接关系为: $(X_1, R_1), (X_2, R_2)$

$$X_1 = \{ a^1, b_1^1, \dots, b_{k_1}^1 \} \quad X_2 = \{ a^2, b_1^2, \dots, b_{k_2}^2 \}$$

$$R_1 = \{ \langle a^1, b_1^1 \rangle, \dots, \langle b_{k_1-1}^1, b_{k_1}^1 \rangle \} \quad R_2 = \{ \langle a^2, b_1^2 \rangle, \dots, \langle b_{k_2-1}^2, b_{k_2}^2 \rangle \}$$

设节点 b_i^1 嫁接到通路 2 上，则经过交换后的连接关系变为: $(X'_1, R'_1), (X'_2, R'_2)$

$$X'_1 = \{ a^1, b_1^1, \dots, b_{i-1}^1 \} \quad X'_2 = \{ a^2, b_1^2, \dots, b_{k_2}^2, b_i^1, \dots, b_{k_1}^1 \}$$

$$R'_1 = \{ \langle a^1, b_1^1 \rangle, \dots, \langle b_{i-2}^1, b_{i-1}^1 \rangle \}$$

$$R'_2 = \{ \langle a^2, b_1^2 \rangle, \dots, \langle b_{k_2-1}^2, b_{k_2}^2 \rangle, \langle b_{k_2}^2, b_i^1 \rangle, \dots, \langle b_{k_1-1}^1, b_{k_1}^1 \rangle \}$$

对该操作的约束条件必须满足宿主站的节点限制且：

$$k_1 + k_2 - i < 3$$

对于优化条件还需满足：

$$\|b_{i-1}^1 b_i^1\|_{PL} > \|b_{k_2}^2 b_i^1\|_{PL}$$



图9 通路末端的节点嫁接

通过随机遍历所以子站，完成更低路径损耗目标下对所有站点路径的一次修正优化。以同样策略对图做多次修正，直到图达到最优无法修正则终止输出。最终得到总成本最低优先和更低路径损耗的布站方案。

5.2.4. 目标二的求解

对于目标一中的三种规模和分布的问题，它们的损耗分别减小了：

成本 运行时间/ms	密集分布	适中分布	稀疏分布
300 节点	13006.3	12624.8	11548.7
	13853.7	13591.3	13874.9
600 节点	25549.2	26734.3	27027.2
	28335.2	29050.1	28198.7
1000 节点	43529.2	39655.5	39590.1
	48053.1	47805.3	41768.0

6. 模型的评价和优化

我们对该题中提出的最大规模问题进行模型求解的评价。我们选择了 1000 站点、分布适中的问题，对其的收敛性和收敛过程进行记录评估，并对参数 n_p 、 g_s 进行测试，尝试选取最优的参数使得求解的时间和求解能力达到最优。

6.1. 多样性和收敛性的评价

物种的多样性在遗传算法中评价了个体之间差异的大小。当个体之间差异较小，则交叉变异操作产生更优个体的可能也越小，则算法趋于收敛。我们对实验问题的每一代物种多样性、当前最优个体成本和当前种群平均成本作了记录。

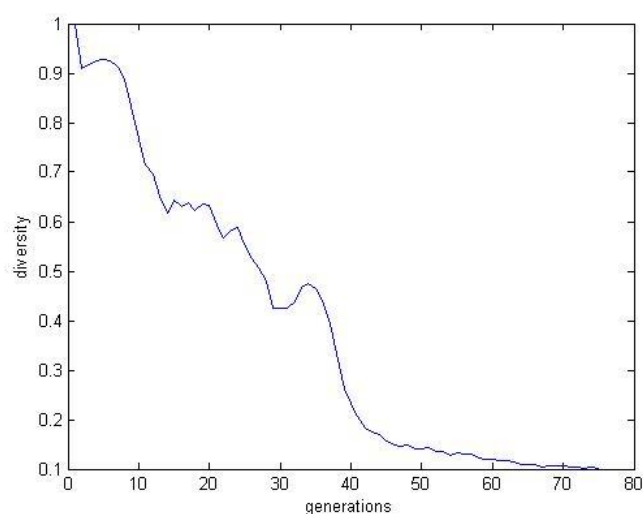
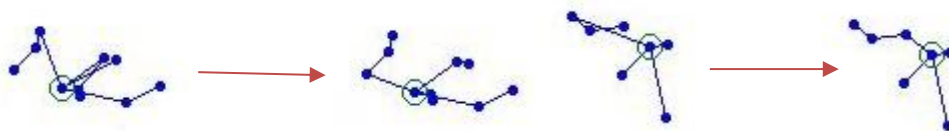


图 10 种群多样性变化趋势图

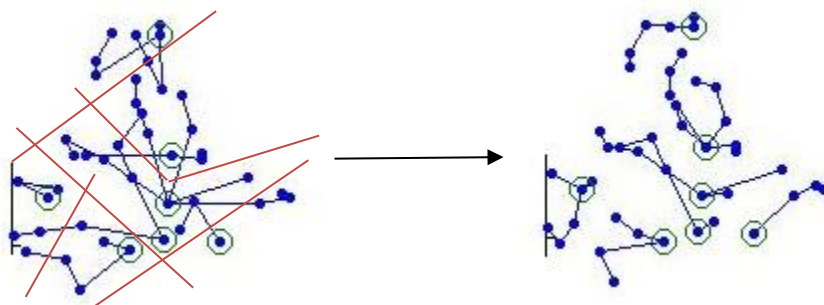
多样性值在进化过程中经历了多次阶梯形下降，即为进化策略阶梯状搜索最优解，且每次会出现多样性的小幅上升，模型会尝试在较大空间中搜索，然后进一步收敛。整体模型经历了前半程阶梯搜索，后半程局部搜索过程，保证了搜索的全局性和搜索速度的最优化。全程没有出现陡峰状坠落的情况，证明模型稳定的在空间内搜索且有一定弹性，环境压力的逐步增加和交叉变异增大搜索空间两者较好的平衡。

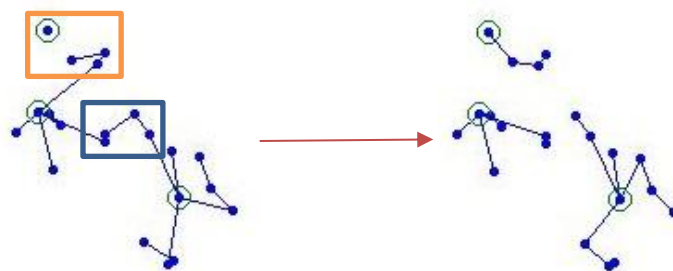
6.2. 路径优化策略的评价

我们对 300 节点适中分布的问题优化前后的分布进行作图，从中分析我们预期出现的情况和改进。算法成功完成了通路内的改进，优化了通路内原先出现的 U 型折回路径：



路径间交换和路径的嫁接在实际情况中成功的解开了多个宿主站连接的子站互相交叉的情况，使网络形成多个小中心所组成的放射状：





6.3. 模型优缺点

模型的优点

1、我们的模型与实际紧密相连，合理针对本题中所提出的无线传感器中的节点布局问题，运用遗传算法，进行选择、交叉、变异等，并求出较小成本的几个方案，最后根据基于三种情况的路径损耗减小方案，对上述的方案进行修改，得到我们所需的最终结果，使模型与实际贴近，通用性与推广性较强。

2、基于遗传算法的模型算法新颖，且计算较为快捷，其考虑相对周全，仿真结果的合理性也较强；基于选择、交叉、变异算子的个体适应值的计算比较精确，可信度较高。

3、模型通过初始化群体与对群体中个体适应值的评价不仅使问题得到一定程度的解决，而且还迅速掌握了算法适应我们模型中出现的各种各样的问题，对于后续模型的修改提供了一定的参考经验。

4、通过对遗传算法中某些参数实施相应适应性策略，使得结果更加可靠准确且算法收敛速度快。

模型的缺点

1、基于遗传算法的预测模型运算过程较麻烦，数据较多，运算过程庞大，编程耗时较多。

2、关于第二个问题的模型所涉及到的因素较多，而我们从局部的路径损耗的减小来推出对应的路径损耗最小的方案，没有考虑多次变换有的局部损耗增加，但是整体损耗减小的情况。

3、在使用 matlab 随机化数据的过程中，不能保证完全的随机，所以可能存在一定的问题。

7. 参考文献

- [1]陈霄, DNA 遗传算法及其分析, 博士学位论文[D], 2010: 148-152
- [2]车楠, 李治军, 姜守旭, 异构无限网络中 Relay 节点部署算法, 计算机学报[J], 2016, 39 (5) : 2-14
- [3]张亮, 黄曙光, 赵文进, 基于遗传算法的最优网络, 微电子与计算机[J], 2009, 26 (9) : 1-3
- [4]王翥, 王祁, 魏德宝, 王玲, 无线传感器网络中继节点布局算法的研究, 物理学报[J], 2012, 61 (12) : 2-9
- [5]王翥, 吕翠翠, 陈建辉, 基于贪婪算法无线传感器网络中继节点布局的研究, 计算机应用研究[J], 2014, 31 (2) : 1-3
- [6]魏德宝, 无线传感器网络继节点设置网络的研究, 硕士学位论文[D], 2011: 63-68
- [7]李敏强, 寇纪淞, 林丹, 李书全, 遗传算法的基本理论与应用[M], 科学出版社, 2002: 26-47, 175-178