Exponenten

Definition

- $x^0 = 1$
- $x^{n+1} = x^n * x$
- $x^{n-1} = \frac{x^n}{x}$
- wenn $x = 0$ ist x^n nur für ein **positives** n definiert!

Eine Exponentialfunktion ist eine Funktion in der Form: $f(x) = a * b^x$

a ist die Verschiebung der Kurve auf der x-Achse. b ist die Steilheit der Kurve.

- Ordnet reele Zahlen positiven reelen Zahlen zu. ($\mathbb{R} \to \mathbb{R}_+$)
- Es muss $b > 0$ gelten, da die Funktion ansonsten Teilweise undefiniert ist.
- Es muss $b \neq 1$ gelten, da es ansonsten eine lineare Funktion wird.
- Wenn $b > 1$, ist die Kurve monoton steigend (Exponentielles Wachstum)
- Wenn $b < 1$, ist die Kurve monoton fallend (Exponentieller Zerfall)
- Wenn $a = 1$, verläuft die Funktion durch den Punkt $(0, 1)$

Gesetze

- $x^a * x^b = x^{a+b}$
- $x^a / x^b = x^{a-b}$
- $(x^a)^b = x^{a*b}$

- $a^x * b^x = (a * b)^x$
- $a^x / b^x = (a/b)^x$

Euler'sche Zahl e

e ist die euler'sche Zahl. Sie ist das Ergebnis, wenn man sich 100% Zins kontinuirlich auszahlen lässt.
1.- wird nach einer 100% Periode zu e.-

Es ist die Definition **der Exponentialfunktion** $exp(x) = e^x$.

Gleichungen

Bei Gleichungen zu exponentieren ist eine Äquivalenzumformung.

Um eine Exponenzialfunktion herauszufinden, muss man 2 Punkte kennen. Diese kann man dann einsetzten und das Gleichungssystem lösen. So kann man zu der Funktion gelangen.

Folgende Probleme können gelöst werden:

Beispiel 1 (Merken):
Zeitschritt = 10; Faktor = 5;
Punkt = $(3, 7)$;
Punkt 2 = = $(16, x)$;

$x = 7 * 5^{\frac{16-3}{10}}$

Beispiel 2 (Herleiten):
Zeitschritt = 10; Faktor = 5;
Punkt = $(3, 7)$;
Punkt 2 = = $(x, 8)$;

$x = 10 * log_5(\frac{8}{7}) + 3$ (Umformung)

Beispiel 3 (Herleiten):
Zeitschritt = 10; Faktor = x;
Punkt = $(3, 7)$;
Punkt 2 = = $(16, 8)$;

$x = (\frac{8}{7})^{\frac{10}{16-3}}$ (Umformung)

Beispiel 4 (Herleiten):
Zeitschritt = x; Faktor = 5;
Punkt = $(3, 7)$;
Punkt 2 = = $(16, 8)$;

$x = \frac{16-3}{log_5(\frac{8}{7})}$ (Umformung)

Logarithmen

Definition

$y = b^x \Leftrightarrow x = log_b(y)$
$y = e^x \Leftrightarrow x = ln(y)$ (Natürlicher Logarithmus)

- Ordnet positive reele Zahlen reelen Zahlen zu. ($\mathbb{R}_+ \to \mathbb{R}$)
- es muss $b > 0$ gelten, da Logarithmen durch Exponenten definiert sind.
- es muss $b \neq 1$ gelten, ...
- es muss $y > 0$ gelten, da $\mathbb{R}_+ \to \mathbb{R}$.

Der Graph $y = ln(x)$ ist der Graph $y = exp(x)$ an $y = x$ gespiegelt.

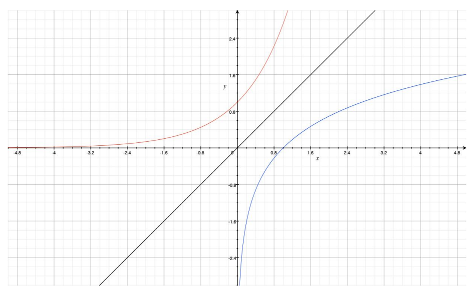

Figure 1: $y = exp(x)$ und $y = ln(x)$

Gesetze

- $log(x * y) = log(x) + log(y)$
- $log(x/y) = log(x) - log(y)$
- $log(x^r) = r * log(x)$
- $log_b(x) = \frac{ln(x)}{ln(b)} = \frac{log_c(x)}{log_c(b)}$

Gleichungen

Wenn bei Gleichungen der Logarithmus ($log_b(x)$) verwendet wird, muss darauf geachtet werden, dass $b > 0$ und $x > 0$ gilt.