Puntos h e I

miércoles, 6 de septiembre de 2023 7:56 p.m.

6. *Método de Müller:* Este método consiste en encontrar los ceros de funciones univariadas usando una interpolación polinómica de segundo orden. Para realizar la interpolación se plantea la interpolación cuadrática de Newton:

$$f(x) \cong f(x_0) + f[x_0, x_1](x - x_0) + f[x_0, x_1, x_2]\boxed{(x - x_0)(x - x_1)}. \quad x^2 \tag{3.83}$$

Transformando la expresión anterior a la forma canónica $ax^2 + bx + c$, se encuentran los siguientes coeficientes:

$-xx_1 - x_0x + x_0x$

$$\begin{aligned} a &= f[x_0, x_1, x_2] \\ b &= f[x_0, x_1] - (x_0 + x_1)f[x_0, x_1, x_2] \\ c &= f(x_0) - x_0 f[x_0, x_1] + x_0 x_1 f[x_0, x_1, x_2], \end{aligned} \tag{3.84}$$

usando los coeficientes de la parábola se puede calcular una nueva aproximación:

$f(x_0) + f(x_0,x_1)x - f(x_0,x_1)x_0 + f(x_0,x_1,x_2)(x^2 - xx_1 - xx_0 + x_1x_0)$

$f(x_0) + f(x_0,x_1)x - f(x_0,x_1)x_0 + \underbrace{f(x_0,x_1,x_2)}_{a}x^2 - f(x_0,x_1,x_2)\,xx_1 - f(x_0,x_1,x_2)\,xx_0 + f(x_0,x_1,x_2)\,x_1x_0$

$f(x_0) + f(x_0,x_1)x - f(x_0,x_1)x_0 - f(x_0,x_1,x_2)\,xx_1 - f(x_0,x_1,x_2)\,x\,x_0 + f(x_0,x_1,x_2)\,x_1x_0$

$x\left(f(x_0,x_1) - f(x_0,x_1,x_2)\,x_1 - f(x_0,x_1,x_2)\,x_0\right)$

$x\left(f(x_0,x_1) + f(x_0,x_1,x_2)(-x_1 - x_0)\right)$

$x\underbrace{\left(f(x_0,x_1) - f(x_0,x_1,x_2)(x_0+x_1)\right)}_{b}$

$\underbrace{f(x_0) - f(x_0,x_1)x_0 + f(x_0,x_1,x_2)\,x_1x_0}_{c}$

(i) **Theoretical**: demuestre la afirmación: *Si $b < 0$ elegir el signo negativo, de otro modo ($b \geq 0$), elegir el signo positivo.* Sugerencia: en cada iteración $|x_3 - x_2|$ debe ser lo más pequeña posible.

$$x_3 = \frac{-2c}{b \pm \sqrt{b^2 - 4ac}}.$$

Primero que nada, esta afirmación solo se toma en cuenta si $4ac << b$. Para este caso, la expresión vendría dada de la siguiente forma:

$$\frac{-2c}{b \pm b}$$

Por ende, si no se toma en cuenta la afirmación quedaría $\frac{-2c}{0}$ produciendo errores en calcular las aproximaciones a la raíz.