TAREA N° 3 - EJERCICIOS DE THOMAS

NOMBRE: Jostin Sánchez

▸ Ejercicios sección 12,5 (3, 17, 31, 45, 59, 73)

Obtenga las ecuaciones paramétricas para las rectas de los ejercicios.

3. La recta que pasa por $P(-2,0,3)$ y $Q(3,5,-2)$

$\vec{PQ} = \langle 5, 5, -5 \rangle$
$= 5i + 5j - 5k$ es paralelo a la recta y las ecuaciones P con $(x_0, y_0, z_0) = (-2, 0, 3)$ dan por resultado

$x = -2 + 3t \quad , \quad y = 5t \quad , \quad z = 3 - 2t$

▸ **17.** Obtenga las parametrizaciones de los segmentos de recta que unen los puntos dados en cada uno. Dibuje los ejes coordenados y trace cada segmento, indicando la dirección en que crece t para la parametrización selecionada.

$\underset{P_1}{(0,1,1)}, \quad \underset{P_2}{(0,-1,1)}$

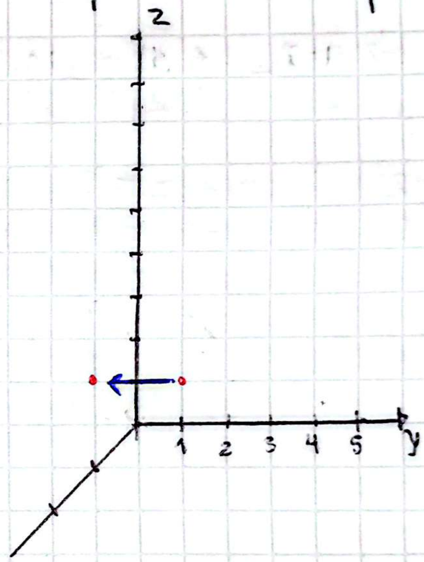
$\vec{v} = (0,-1,1) - (0,1,1)$
$\vec{v} = (0,-2,0)$

$r(t) = P_1 + t(P_2 - P_1)$

$r(t) = (0,1,1) + t(0,-2,0)$

$r(t) = (0, -2t+1, 1) \qquad t \in [0,1]$

Cuando t aumenta de 0 a 1, el punto se mueve de P_1 a P_2



▸ Obtenga las ecuaciones de los planos en los ejercicios

31. Determine el plano que pasa por $P_0(2,1,-1)$ y es perpendicular a la línea de intersección de los planos $2x + y - z = 3$, $x + 2y + z = 2$

$\vec{n}_1 = (2,1,-1)$
$\vec{n}_2 = (1,2,1)$

$\vec{n}_1 \times \vec{n}_2 = \begin{vmatrix} 1 & -1 \\ 2 & 1 \end{vmatrix}\vec{i} - \begin{vmatrix} 2 & -1 \\ 1 & 1 \end{vmatrix}\vec{j} + \begin{vmatrix} 2 & 1 \\ 1 & 2 \end{vmatrix} = 3\vec{i} - 3\vec{j} + 3\vec{k} = 3(1,-1,1)$

Ecuación punto-normal del plano
$A(x - x_0) + B(y - y_0) + C(z - z_0) = 0$

$1(x-2) + (-1)(y-1) + (1)(z-(-1)) = 0$
$x - 2 + 1 - y + z + 1 = 0$
$x - y + z = 0$

$x - y + z = 0$

Escaneado con CamScanner

▸ Obtenga la distancia del punto al plano

45. Obtenga la distancia del plano $x+2y+6z=1$ al plano $x+2y+6z=10$

$\vec{n}_1=(1,2,6)$ $\quad$ $\vec{n}_2=(1,2,6)$ $\quad$ Cuando $y=z=0$

$x=1 \quad , x=10$

$$d=\frac{|P_2-P_1|}{\sqrt{A^2+B^2+C^2}}=\frac{10-1}{\sqrt{1^2+2^2+6^2}}=\frac{9}{\sqrt{41}}$$

Distancia entre planos $=\frac{9}{\sqrt{41}}=\frac{9\sqrt{41}}{41}$

▸ Obtenga parametrizaciones para las rectas en las cuales los planos se intersecan

59. $x-2y+4z=2 \quad , \quad x+y-2z=5$

$\vec{n}_1=(1,-2,4) \qquad \vec{n}_2=(1,1,-2)$

$$\vec{n}_1\times\vec{n}_2=\begin{vmatrix}-2&4\\1&-2\end{vmatrix}\vec{i}-\begin{vmatrix}1&4\\1&-2\end{vmatrix}\vec{j}+\begin{vmatrix}1&-2\\1&1\end{vmatrix}\vec{K}=0\vec{i}+6\vec{j}+3\vec{K}=3(0,2,1)$$

$\begin{cases}x-2y+4z=2\\x+y-2z=5\end{cases}$ $\quad$ $3y-6z=3$, $\;y-2z=1$, $\;y=2z+1$ $\quad|\quad$ $x-2(2z+1)+4z=2$, $\;x-4z-2+4z=2$, $\;x=4$ $\quad|\quad$ $-2y+4z=-2$, $\;y=\frac{4z+2}{2}$, $\;y=2z+1$, $\;z=0$, $\;y=1$

$P(4,1,0)$ Está dentro del plano

Parametrización

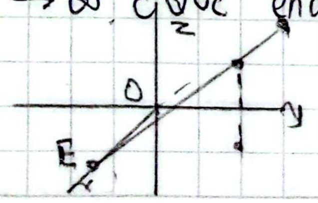
$r(t)=(4,1,0)+t(0,2,1)$

$r(t)=(4,2t+1,t)$ $\qquad$ $r(t)=(4,1+2t,t)$

73. La perspectiva en graficación por computadora. En los gráficos por computadora y el dibujo en perspectiva necesitamos representar objetos vistos por el ojo en el espacio como imágenes en un plano bidimensional. Suponga que el ojo está en $E(x_0,0,0)$, como se muestra en la figura, y que queremos representar un punto $P_1(x_1,y_1,z_1)$ como un plano punto sobre el plano yz. Hacemos esto proyectando P_1 sobre el plano con un rayo desde E. El punto P_1 se representa mediante el punto $P(0,y,z)$. El problema para nosotros como diseñadores de gráficos es encontrar y y z dados E y P_1.

a. Escriba la ecuación vectorial que sea válida entre $\vec{EP}$ y $\vec{EP_1}$. Use esta ecuación para expresar y y z en términos x_0, x_1, y_1 y z_1

b. Compruebe las fórmulas obtenidas para y y z en el inciso (a), investigando su comportamiento en $x_1=0$ y $x_1=x_0$ y también viendo qué pasa cuando $x_0\to\infty$. ¿Qué encontró.



- Ojo en $E(x_0,0,0)$
- Punto $P_1(x_1,y_1,z_1)$ en el espacio
- Plano de proyección yz $(x=0)$
- Punto proyectado: $P(0,y,z)$

Objetivo
Encontrar y y z en términos de x_0, x_1, y_1, z_1

1. Ecuación vectorial

$$\vec{r}(t) = E + t(P_1 - E), \quad 0 \leq t \leq 1$$
$$\vec{r}(t) = (x_0,0,0) + t(x_1 - x_0, y_1 - 0, z_1 - 0)$$
$$\vec{r}(t) = (x_0 + t(x_1 - x_0), ty_1, tz)$$

2. Encontrar el punto de intersección con el plano $x=0$
Cuando la recta interseca el plano yz $(x=0)$

$$x_0 + t(x_1 - x_0) = 0$$
$$\boxed{t = \frac{x_0}{x_0 - x_1}}$$

$\boxed{y}\ \left(\frac{x_0}{x_0 - x_1}\right) y_1$ | ② $\left(\frac{x_0}{x_0 - x_1}\right) z_1$

3. Análisis de las coordenadas
Cuando $x_0 = x_1$

$$y = \frac{x_0}{0} y_1 \ (\text{Ind}) \qquad z = \frac{x_0}{0} z_1 \ (\text{Ind}$$

$$\lim_{x_0 \to \infty} y = \lim_{x_0 \to \infty} \frac{x_0}{x_0 - x_1} \cdot y_1 = y_1$$

$$\lim_{x_0 \to \infty} z = \lim_{x_0 \to \infty} \frac{x_0}{x_0 - x_1} z_1 = z_1$$

$$y = \frac{x_0}{x_0 - x_1} y_1 , \quad z = \frac{x_0}{x_0 - x_1} z_1$$

Cuando el ojo está infinitamente lejos, obtenemos proyección ortogonal

- El factor $\frac{x_0}{x_0 - x_1}$ es el factor de escala de perspectiva
- Cuando x_1 se acerca a x_0, el factor crece → efecto de acercamiento
- Cuando x_1 es negativo (detrás del ojo, el factor es menor a 1 → objetos se ven más pequeños
- Cuando $x_0 \to \infty$, se recupera la proyección ortogonal.

- Ejercicios sección 12.6 (3, 17, 31, 45)
- Forme un par con cada ~~sección~~ ecuación y la superficie que está definida. También identifique cada superficie por su tipo (paraboloide, elipsoide, etcétera).

3. $9y^2 + z^2 = 16$ $\quad x = 0$

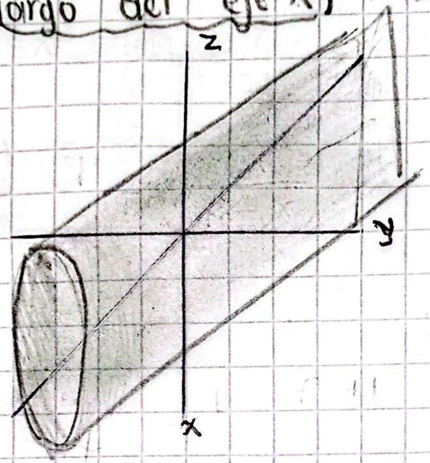
$$\frac{9y^2}{16} + \frac{z^2}{16} = 1$$

$$\frac{y^2}{\left(\frac{4}{3}\right)^2} + \frac{z^2}{4^2} = 1$$

En el plano yz: una elipse con semiejes $\frac{4}{3}$ en y y 4 en z

Como x no aparece (un cilindro elíptico extendido a lo largo del eje x)

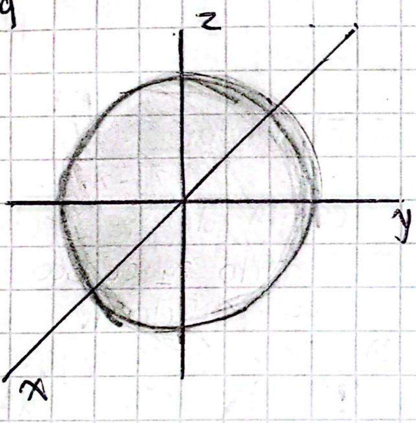
a.

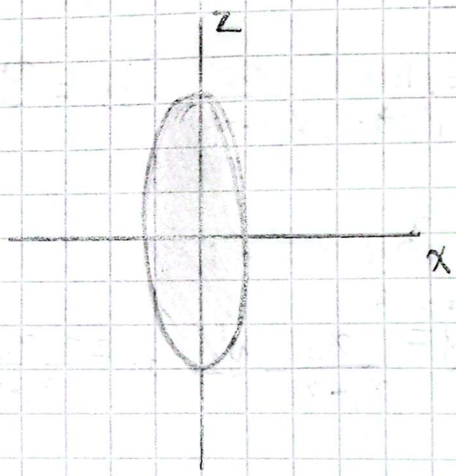


- Traze las superficies.

17. $9x^2 + y^2 + z^2 = 9$

ELIPSOIDES

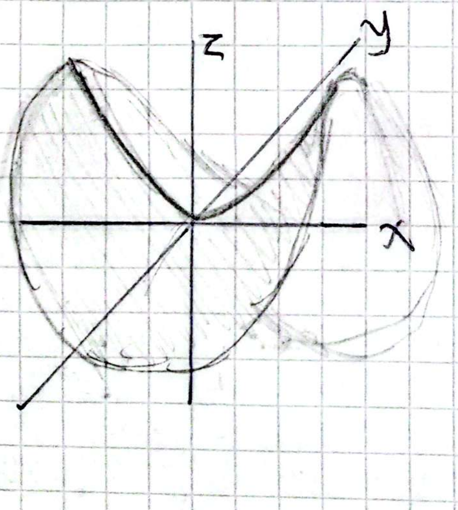




31. $y^2 - x^2 = z$

~~HIPERBÓLOIDES~~

PARABOLOIDES HIPERBÓLICOS



45. a. Exprese el área A de la sección transversal del elipsoide

$$x^2 + \frac{y^2}{4} + \frac{z^2}{9} = 1$$

determinado por el plano $\boxed{z = c}$ como una función de c (El área de una elipse con semiejes a y b es πab)

$$x^2 + \frac{y^2}{4} + \frac{c^2}{9} = 1 \qquad \frac{x^2}{a^2} + \frac{y^2}{b^2} = 1$$

$$x^2 + \frac{y^2}{4} = \frac{9-c^2}{9} \qquad a^2 = \frac{9-c^2}{9} \qquad b^2 = \frac{4(9-c^2)}{9}$$

$$\frac{x^2}{\left(\frac{9-c^2}{9}\right)} + \frac{y^2}{\frac{4(9-c^2)}{9}} = 1 \qquad a = \sqrt{\frac{9-c^2}{9}} \qquad b = \sqrt{\frac{4(9-c^2)}{9}}$$

$$A(c) = \pi ab = \pi\left(\sqrt{\frac{9-c^2}{4}}\right)\left(2\sqrt{\frac{9-c^2}{9}}\right) = \frac{2\pi}{3}(9-c^2), \qquad 9-c^2 \geq 0, \quad -3 \leq c \leq 3$$

b. Use cortes perpendiculares al eje z para obtever el volumen elipsoide del inciso (a).

$$V = \int_{-3}^{3} A(z)\, dz \qquad A_z = A_c$$

$$V = \int_{-3}^{3} \frac{2\pi}{3}(9-z^2)\, dz$$

$$V = \frac{2\pi}{3}\left[9z - \frac{z^3}{3}\right]_{-3}^{3} = \frac{2\pi}{3}\left[\frac{27z-z^3}{3}\right]_{-3}^{3} = \frac{2\pi}{3}\left[\frac{27(3-1)}{3} - \frac{27(-3)+1}{3}\right]$$

$$V = \frac{2\pi}{3}\left[18 + 18\right] = \boxed{8\pi}$$

c. Ahora obtenga el volumen del elipsoide

$$\frac{x^2}{a^2} + \frac{y^2}{b^2} + \frac{z^2}{c^2} = 1$$

¿Su fórmula proporciona el volumen de una esfera de radio a si a=b=c?

$$A(z) = \pi ab\left(1 - \frac{z^2}{c^2}\right)$$

$$V = \int_{-c}^{c} \pi ab\left(1 - \frac{z^2}{c^2}\right) dz = \pi ab\int_{-c}^{c}\left(1 - \frac{z^2}{c^2}\right) dz = \pi ab\left[z - \frac{z^3}{3c^2}\right]_{c}^{-c}$$

$$\pi ab\left[\frac{2c}{3} - \left(\frac{-2c}{3}\right)\right] = \frac{4}{3}\pi abc \quad \text{si } a=b=c \quad \boxed{\frac{4}{3}\pi R^3} \text{ es una esfera}$$

EJERCICIOS DE Frank Ayres (20, 23, 26, 29, 32, 35, 38, 41)

20. Demuestre $i \cdot i = j \cdot j = K \cdot K = 1$ e $i \cdot j = j \cdot k = K \cdot i = 0$

$i \cdot i = |i||i| \cos\theta$ $\qquad |i| = |j| = |K| = 1$

$\theta = 0$

$j \cdot j = |j||j| \cos\theta$

$K \cdot K = |K||K| \cos\theta$

$i \cdot i = j \cdot j = K \cdot K = \cos\theta = \cos(0) = 1$

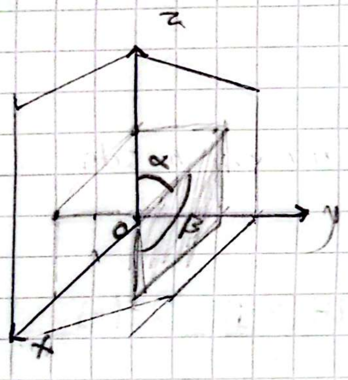
$i \cdot i = \cos\alpha$ $\qquad \alpha = 90$

$j \cdot j = \cos\alpha$

$K \cdot K = \cos\alpha$

$i \cdot i = j \cdot j = K \cdot K = \cos(90) = 0$

23. Para el cubo mostrado en la figura 50.14, determinar (a) el ángulo entre su diagonal y un lado, (b) el ángulo entre su diagonal y una diagonal de una cara.



Si definimos un lado del cubo como x los módulos entre los vectores que conforman al cubo serán de módulo x, llamemos a un vector

$\vec{u} = \langle 0, 0, x \rangle$ y $\vec{v} = \langle x, x, x \rangle$ siendo v las cordenadas del vector de la diagonal, para hallar el ángulo α que formas:

$\vec{u} \cdot \vec{v} = |\vec{u}||\vec{v}| \cos\alpha$

$\vec{u} \cdot \vec{v} = (0, 0, x)(x, x, x) = x^2$

$|u| = x$ $\qquad |u||v| = x^2\sqrt{3}$

$|v| = x\sqrt{3}$

$x^2 = x^2\sqrt{3} \cos\alpha$

$\alpha = \arccos\left(\frac{1}{\sqrt{3}}\right) = \boxed{54{,}44^\circ}$

$\vec{u} = \langle x, x, 0 \rangle$ $\quad \vec{v} = \langle x, x, x \rangle$ $\qquad |u| = x\sqrt{2}$ $\qquad |v| = x\sqrt{3}$

$\vec{u} \cdot \vec{v} = 2x^2$

$2 = \sqrt{6} \cos\beta$

$\beta = \arccos\left(\frac{2\sqrt{6}}{3}\right) = \boxed{35{,}26^\circ}$

26. Dados $a = i + j$, $b = i - 2K$ y $c = 2i + 3j + 4K$, confirme las ecuaciones siguientes:

a) $a \times b = -2i + 2j - c$

$$a \times b = \begin{vmatrix} i & j & K \\ 1 & 1 & 0 \\ 1 & 0 & -2 \end{vmatrix} = \begin{vmatrix} 1 & 0 \\ 0 & -2 \end{vmatrix} i + (-1) \begin{vmatrix} 1 & 0 \\ 1 & -2 \end{vmatrix} j + \begin{vmatrix} 1 & 1 \\ 1 & 0 \end{vmatrix} \vec{K} = -2i + 2j - \vec{K}$$

No es correcto el enunciado

b) $b \times c = 6i - 8j + 3K$

$$b \times c = \begin{vmatrix} i & j & K \\ 1 & 0 & -2 \\ 2 & 3 & 4 \end{vmatrix} = \begin{vmatrix} 0 & -2 \\ 3 & 4 \end{vmatrix} i - \begin{vmatrix} 1 & -2 \\ 2 & 4 \end{vmatrix} j + \begin{vmatrix} 1 & 0 \\ 2 & 3 \end{vmatrix} K = 6i - 8\vec{j} + 3K$$

Si es correcto el enunciado

c) $c \times a = -4i + 4j + K$

$$c \times a = \begin{vmatrix} i & j & K \\ 2 & 3 & 4 \\ 1 & 1 & 0 \end{vmatrix} = \begin{vmatrix} 3 & 4 \\ 1 & 0 \end{vmatrix} - \begin{vmatrix} 2 & 4 \\ 1 & 0 \end{vmatrix} j + \begin{vmatrix} 2 & 3 \\ 1 & 1 \end{vmatrix} K = -4i + 4j - K$$

No es correcto el enunciado

d) $(a+b) \times (a-b) = 4i - 4j + 2K$

$$(a+b) \times (a-b) = \begin{vmatrix} i & j & K \\ 2 & 1 & -2 \\ 0 & 1 & 2 \end{vmatrix} = \begin{vmatrix} 1 & -2 \\ 1 & 2 \end{vmatrix} i - \begin{vmatrix} 2 & -2 \\ 0 & 2 \end{vmatrix} j + \begin{vmatrix} 2 & 1 \\ 0 & 1 \end{vmatrix} K = 4i - 4j + 2K$$

Si es correcto el enunciado

e) $a \times (a \times b) = 0$

$$a \times (a \times b) = \begin{vmatrix} i & j & K \\ -2 & 2 & -1 \\ 1 & 1 & 0 \end{vmatrix}$$

- El determinante no va hacer cero por propiedade de matrices

f) $a \times (b \times c) = -2$

$$a \times (b \times c) = \begin{vmatrix} i & j & K \\ 1 & 1 & 0 \\ 6 & -8 & 3 \end{vmatrix} = \begin{vmatrix} 1 & 0 \\ -8 & 3 \end{vmatrix} i - \begin{vmatrix} 1 & 0 \\ 6 & 3 \end{vmatrix} j + \begin{vmatrix} 1 & 1 \\ 6 & -8 \end{vmatrix} K = 3\vec{i} - 3\vec{j} - 14\vec{K}$$

No es correcto el enunciado

g) $a \times (b \times c) = 3i - 3j - 14k$

$a \times (b \times c) = 3i - 3j - 14\vec{K}$

Si es correcto el enunciado

h) $c \times (a \times b) = -11i + 6j + 10K$

$$c \times (a \times b) = \begin{vmatrix} i & j & K \\ 2 & 3 & 4 \\ -2 & 2 & -1 \end{vmatrix} = \begin{vmatrix} 3 & 4 \\ 2 & -1 \end{vmatrix} i - \begin{vmatrix} 2 & 4 \\ -2 & -1 \end{vmatrix} j + \begin{vmatrix} 2 & 3 \\ -2 & 2 \end{vmatrix} K = -11i - 6j + 10K$$

No es correcto el enunciado

29. Sean $u = a \times b$, $v = b \times c$, $w = c \times a$, demuestra que

a) $u \times c = v \times a = w \times b$

$$u \times c = (a \times b) \times c = (a \cdot c)b - (b \cdot c)a$$

$$v \times a = (b \times c) \times a = (b \cdot a)c - (c \cdot a)b \equiv (a \cdot b)c - (a \cdot c)b$$

$$w \times b = (c \times a) \times b = (c \cdot b)a - (a \cdot b)c$$

No cumple

b) $a \times u = b \times u = 0$, $b \times v = c \times v = 0$, $c \times w = a \times w = 0$

$$a \times u = a \times (a \times b) = \|a^2\| b - (a \cdot b)a$$
$$b \times u = b(a \times b) = (b \cdot a)b - (\|b\|)a$$

$$a^2 b - (a \cdot b)a = (a \cdot b)b - b^2 a$$

No cumple

c) $u \times (v \times w) = [a \times (b \times c)]^2$

$$u \times (v \times w)$$

$$v \times w = (b \times c) \times (c \times a) = ((b \times c)a)c - ((b \times c) \cdot c)a = vc$$

$$(a \times b) \times vc = v(a \times b) \times c = v[(a \cdot c)b - (b \cdot c)a]$$

No cumple

32. Escriba la ecuación vectorial de la recta de intersección de planos $x + y - z - 5 = 0$ y $4x - y - z + 2 = 0$

$$\begin{cases} x + y - z = 5 \\ 4x - y - z = -2 \quad (-1) \end{cases} \qquad n_1 = (1, 1, -1) \quad n_2 = (4, -1, -1)$$

$$\begin{array}{r} x + y - z = 5 \\ -4x + y + z = 2 \\ \hline -3x + 2y = 7 \end{array}$$

$$-3x + 2y = 7$$

$$y = \frac{7}{2} + \frac{3}{2}x$$

$$y = \frac{7}{2} + \frac{9}{10}$$

$$y = \frac{44}{10} = \frac{22}{5}$$

$$x + \frac{7}{2} + \frac{3}{2}x - z = 5$$

$$\frac{5}{2}x - z = \frac{3}{2}$$

$$\boxed{z = 0}$$

$$x = \frac{3}{5}$$

$$n_1 \times n_2 = \begin{vmatrix} 1 & -1 \\ -1 & -1 \end{vmatrix} i - \begin{vmatrix} 1 & -1 \\ 4 & -1 \end{vmatrix} j + \begin{vmatrix} 1 & 1 \\ 4 & -1 \end{vmatrix} k = -2i - 3j - 5k$$

$$r(t) = \left(\frac{3}{5}, \frac{22}{5}, 0\right) + t(-2i - 3j - 5k)$$

Escaneado con CamScanner

35. Halle las ecuaciones simétricas de la recta que pasa por $P_0(2,-3,5)$ y

a) Es perpendicular a $7x-4y+2z-8=0$

$7x-4y+2z=8$ $\quad \vec{n}_1=(7i-4j+2K)$

$x=2+7t \rightarrow$ $\boxed{t=\dfrac{x-2}{7} = t=\dfrac{y+3}{-4} = t=\dfrac{z-5}{2}}$

$y=-3-4t$

$z=5+2t$

b) Es paralela a la recta $x-y+2z+4=0$, $2x+3y+6z=-12=0$

$\begin{cases} x-y+2z=-4 \\ 2x+3y+6z=-12 \end{cases}$ $\quad \vec{n}_1=\langle 1,-1,2\rangle$, $\vec{n}_2=\langle 2,3,6\rangle$

$2x+3y+6z=-12$

$-2x+2y-4z=8$

$5y+2z=-4$

$2z=-4-5y$

$x-y-4-5y=-4$

$x-6y=0$

$y=0$

$x=0$

$z=-2$

$\vec{n}_1\times\vec{n}_2=\begin{vmatrix}-1 & 2\\ 3 & 6\end{vmatrix}i-\begin{vmatrix}1 & 2\\ 2 & 6\end{vmatrix}j+\begin{vmatrix}1 & -1\\ 2 & 3\end{vmatrix}K = -12i-2j+5K$

$x=-12t$

$y=-2t$

$z=-2+5t$

$\boxed{\dfrac{-x}{12}=\dfrac{-y}{2}=\dfrac{z-2}{5}}$

c) Que pasa por $P_1(3,6,-2)$

$x=3+7t$

$y=6+(-3)t$

$z=-2+5t$

$\boxed{\dfrac{x-3}{7}=\dfrac{y-6}{-3}=\dfrac{z+2}{5}}$

38. Si P_0, P_1 y P_2 son tres puntos no colineales y r_0, r_1 y r_2 son sus vectores de posición, muestre que $r_0\times r_1+r_1\times r_2+r_2\times r_0=0$ ¿Qué puede decir de los puntos terminales de estos vectores?

$P_0P_1=r_1-r_0=a$ $\quad a+b+c=0$

$P_1P_3=r_3-r_1=b$

$P_3P_0=r_0-r_3=c$

$P_0P_1\times P_0P_2=$

$[r_0\times a]+[r_0\times b+a\times b]+[-r_0\times a-r_0\times b]=\boxed{a\times b}$

Es perpendicular al plano $P_0P_1P_2$ $\therefore$ es normal

41. Sean A(1,2,3), B(2,-1,5) y C(4,1,3) tres vértices del paralelogramo ABCD. Halle a) las coordenadas de D; b) el área ABCD y c) el área de la proyección ortogonal de ABCD en cada plano de coordenadas

(a) $\overline{AB} = \overline{DC}$

$\vec{AB} = (1,-3,2)$

$\vec{CD} = (4-x, 1-y, 3-z)$

$1 = 4-x$, $1-y = -3$, $2 = 3-z$

$x = 3$ $\quad y = 4$ $\quad z = 1$

D(3,4,1)

(b) $\vec{AB} = (1,-3,2)$ $\quad |AB| = \sqrt{14}$

$\vec{AC} = (3,-1,0)$ $\quad |AC| = \sqrt{10}$

$\vec{AB} \times \vec{AC} = \sqrt{140}\ \text{Sen}\theta$

$\vec{AB} \times \vec{AC} = \begin{vmatrix} -3 & 2 \\ -1 & 0 \end{vmatrix} i - \begin{vmatrix} 1 & 2 \\ 3 & 0 \end{vmatrix} j + \begin{vmatrix} 1 & -3 \\ 3 & -1 \end{vmatrix} k$

$\boxed{\vec{AB} \times \vec{AC} = 2i + 6j + 8}$

$|\vec{AB} \times \vec{AC}| = \boxed{2\sqrt{26}}$

(c) $\vec{AB}\ (1,-3)$ $\quad z = 0$

$\vec{AC}\ (3,4)$ $\quad z = 0$

$\vec{AB} \times \vec{AC} = \begin{vmatrix} i & j & k \\ 1 & -3 & 0 \\ 3 & 4 & 0 \end{vmatrix} = \begin{vmatrix} 1 & -3 \\ 3 & 4 \end{vmatrix} k = \boxed{13}$

$\vec{AB} \times \vec{AC} = \begin{vmatrix} i & j & k \\ 0 & -3 & 2 \\ 0 & -1 & 0 \end{vmatrix} = \begin{vmatrix} -3 & 2 \\ -1 & 0 \end{vmatrix} = \boxed{2}$

$\vec{AB} \times \vec{AC} = \begin{vmatrix} i & j & k \\ 1 & 0 & 2 \\ 3 & 0 & 0 \end{vmatrix} = \begin{vmatrix} 1 & 2 \\ 3 & 0 \end{vmatrix} = |-6| = \boxed{6}$