Cómo hacer derivadas paso a paso con truco y ejercicios resueltos

El cálculo de derivadas se puede hacer de dos maneras: usando la definición de derivada, que implica un límite que tiende a ser indefinido, o usando reglas de derivación, cuya operación está garantizada por el análisis matemático.

Primero, las derivadas, cuando existen, determinan la pendiente de la línea tangente a una función f (x). Esta pendiente también se conoce como la tasa de cambio y se usa para resolver los más variados tipos de problemas matemáticos. Para determinar esta pendiente, se debe calcular el límite a continuación. De esta manera, f ‘(x) es la derivada de la función f (x) y se dice que f (x) es derivable en el punto p. Para representarlo podemos aplicar esta fórmula.

$$f'(x) = \lim_{x \to p} \frac{f(x) - f(p)}{x - p}$$

Las notaciones más utilizadas para la derivada de la función f (x) son: f ‘(x) o [f (x)]’. Si estas derivadas se calculan en el punto p, las notaciones se convertirán en: f ‘(p) o [f (p)]’.

Calcular este límite no es un gran desafío para las funciones polinómicas con grados 2 o 3, ya que las propiedades de límite garantizan que la suma de las sumas es igual a la suma de los límites y, por lo tanto, antes del límite de un polinomio, simplemente lo que tenemos que hacer es calcular los límites de cada monomio que han formado el polinomio. Sin embargo, las funciones polinómicas de muy alto grado u otros tipos de funciones imponen un alto grado de dificultad para calcular este límite. Por lo tanto, al buscar una mayor agilidad y facilidad para calcular derivadas, es posible probar los resultados posteriores, generalmente conocidos como propiedades derivadas o reglas de derivación.

REGLAS DE DERIVACIÓN

Supongamos que f (x) yg (x) sean funciones derivables y cualquier número real. Entonces, las propiedades valen del siguiente modo:

i) Si f (x) = a, entonces f ‘(x) = 0.

ii) Si f (x) = ax, entonces f ‘(x) = a.

iii) (Regla de caída) Si $f(x) = x^a$, entonces $f'(x) = a \cdot x^{a-1}$.

iv) (Derivada de la suma) [f (x) + g (x)] ‘= f’ (x) + g ‘(x).

v) [af (x)] ‘= a · f’ (x).

vi) (Regla del producto) [f (x) g (x)] ‘= f’ (x) g (x) + f (x) g ‘(x).

vii) (regla del cociente):

$$\left[\frac{f(x)}{g(x)}\right]' = \frac{f'(x)\, g(x) - f(x)\, g'(x)}{[g(x)]^2}$$

EJEMPLOS:

Ejemplo 1: Calcular la derivada de f (x) = x 3

Por la regla de derivación:

f ‘(x) = 3x 3 – 1 = 3x 2

Ejemplo 2: Calcular la derivada de f (x) = 3x 4

Por la regla de derivación:

f ‘(x) = 4 · 3x 4 – 1

f ‘(x) = 12x 3

Ejemplo 3: Calcular la derivada de f (x) = √x

Por la regla de derivación:

f (x) = x 1/2

f ‘(x) = 1 x 1/2 – 1

2

f ‘(x) = 1 x –1/2

2

f ‘(x) = 1

2x 1/2

f ‘(x) = 1

2√x

Ejemplo 4: Calcular la derivada de f (x) = x 2 · (3x – 1)

Este problema se puede resolver simplificando el polinomio o usando la regla del producto:

f ‘(x) = 2x (3x – 1) + x 2 (3-0)

f ‘(x) = 6x 2 – 2x + 3x 2

f ‘(x) = 9x 2 – 2x

Ejemplo 5: Calcular la derivada de la función:

d (x) = 4x 3 + 1

5x 2

En el caso de la función d (x), tenemos las funciones f (x) = 4x 3 + 1 yg (x) = 5x 2 . Por lo tanto, usando la regla del cociente, tendremos:

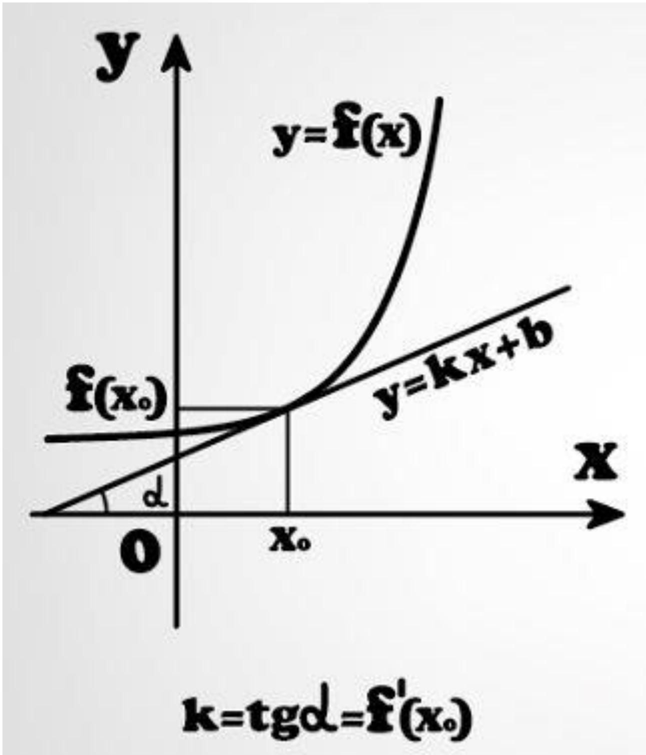
$$d'(x) = \left[\frac{f(x)}{g(x)}\right]' = \frac{[4x^3 + 1]'\, 5x^2 - (4x^3 + 1)\, [5x^2]'}{(5x^2)^2}$$

Por lo tanto, según la regla del cociente, la derivada de la función d (x) viene dada por:

d ‘(x) = 12x 2 · 5x 2 – (4x 3 + 1) · 10x

(5x 2) 2

Imagen de la línea tangente, que se puede encontrar calculando derivadas



Tras explicar las derivadas, cómo desarrollarlas y cómo se calculan dejamos ejercicios resueltos para que puedas practicar con ellos. Lo dejamos en el botón “Ejercicios” en PDF, para que lo descargues y puedas ver cada ejercicio, intenta hacerlo en tu cuaderno y después compara la solución.