Baum, Wald, Fluss
Eine Einführung in die Graphentheorie

Josua Kugler

17. März 2020

Inhaltsverzeichnis

1 Einführung

1.1 Anwendungsbeispiele

- Navigationssysteme
- StraSSennetze
- Netzwerke(Internet)
- Oberstufe: Kurseinteilungen
- Familie
- Darstellung von elektrischen Schaltungen
- Rundreise durch Städte
- Darstellung mehrdimensionaler Körper
- Ereignisbäume
- Datenbanken
- Turnierplanaufstellung
- Landkarten (Färbung)
- ...

1.2 Definitionen:

Definition 1. *Ein Graph G ist ein Tupel $G = (V, E)$ aus einer endlichen Knotenmenge V und eine Kantenmenge $E \subseteq \{e \in 2^V | \ |e| = 2\}$*

Bsp.:

$$V = \{a, b, c, d, e, f\}$$
$$E = \{\{a, b\}, \{a, e\}, \{b, c\}, \{b, d\}, \{c, d\}, \{d, e\}, \{d, f\}\}$$

Variationen:

- *Multigraph:* mehrere Kanten zwischen zwei Knoten möglich

  Bsp.: chemische Moleküle, Stromnetze mit Redundanz

- *gerichteter Graph*: Kanten sind Tupel(mit Reihenfolge)

  Bsp.: EinbahnstraSSe, Stromkreise

- *gewichteter Graph*: zusätzliche Funktion w: $E \to \mathbb{R}_{>0}$

  Bsp.: Wegberechnung/Navigation

- *Schleifen*: $|e| = 1$ zulässig

  Bsp.: Arbeitsabläufe

- *unendliche Graphen*: V und E potentiell unendlich

  Bsp.: SpaSS für Mathematiker

- *Hypergraph*: Kanten verbinden mehrere Knoten

  gröSStenteils theoretische Anwendung

1.2.1 spezielle Graphen

- K_n *vollständige Graphen*

  d.h. K_4 hat 4 Knoten und $4 * 3/2 = 6$ Kanten

- C_n Kreis mit n Knoten

  d.h. C_5 ist ein zusammenhängender Graph mit 5 Knoten und Kanten

1.2.2 weitere Definitionen auf einem Graphen $G = (v, E)$

Definitionen zu kleineren Teilen

Definition 2. *Ein Graph $G' = (V', E')$ heiSSt Teilgraph von G, wenn $V' \subseteq V$ und $E' \subseteq E$, sodass für alle $e = \{v_1, v_2\} \in E'$ auch $v_1, v_2 \in V'$*

Definition 3. *Der Teilgraph $G' = (V', E')$ von G heiSSt von V' induzierter Teilgraph, wenn er alle erlaubten Kanten $e \in E$ enthält.*

Einführung einer lokalen MessgröSSe

Definition 4. *Sei $v \in V$ ein Knoten. Der Grad von v, geschrieben $d(v)$, ist die Anzahl an Knoten, die v enthalten. Anders gesagt: $d(v) = |\{e \in E|\ v \in e\}|$*

Definition 5. $E(v) := \{e \in E|v \in e\}$. *Die so erreichten Knoten heiSSen Nachbarn von v und werden mit $N(v)$ bezeichnet.*

globale Anwendungen der lokalen MessgröSSe:

Definition 6. *Das Minimum aller Grade der Knoten $v \in V$ wird mit δ, das Maximum mit Δ bezeichnet.*

Fakt: Die Summe $\sum_{v \in V} d(v)$ ist gerade und $|E| = \frac{1}{2} * \sum_{v \in V} d(v)$.

Beweis. Jede Kante wird zwei mal gezählt, da sie mit zwei Knoten inzidiert. Daher ist die Summe aller Grade gerade und die Mächtigkeit der Kantenmenge ($|E|$) entspricht der Hälfte der Summe der Grade($\frac{1}{2} * \sum_{v \in V} d(v)$). □

Definition 7. *Ein Weg der Länge n ist eine Folge $v_0 v_1 ... v_n$ von Knoten $v_i \in V$, sodass Kanten $e = \{v_{i-1}, v_i\} \in E$ für $1 \leq i \leq n$ existieren.*

Ein *Pfad* ist ein Weg, bei dem alle Knoten paarweise verschieden sind.

Bez.: v_0 heiSSt Startknoten und v_n Zielknoten

Definition 8. *Der Abstand $d(v, v')$ zwischen zwei Knoten $v, v' \in V$ ist die Länge eines kürzesten Pfades von v nach v'. Gibt es keinen solchen Pfad, so setzen wir $d(v, v') = \infty$.*

weitere Definitionen

Definition 9. *Ein Graph $G = (V, E)$ heiSSt zusammenhängend, wenn zu je zwei Knoten $v_1, V_2 \in V$ ein Pfad v_1 nach v_2 in G existiert.*

Die maximalen zusammenhängenden Teilgraphen heiSSen *Zusammenhangskomponenten.*

Kreise

Definition 10. *Ist $v_0 v_1 ... v_n$ ein Pfad und existiert $e_0 = \{v_n, v_0\} \in E$, so ist $v_0 v_1 ... v_n v_0$ ein Kreis.*

Bäume

Definition 11. *Ein Wald ist ein Graph ohne Kreise. Die Zusammenhangskomponenten eines Waldes heiSSen Bäume*

2 Probleme:

2.1 Eulersches Brückenproblem

Eulerweg: läuft jede Kante genau 1 mal ab

Eulerkreis: Eulerweg u. Startknoten=Endknoten

eulersche Graphen: Ein Graph heiSSt *eulersch*, wenn er einen Eulerkreis enthält

2.2 Hamiltonische Graphen

Hamiltonweg: läuft jeden Knoten genau einmal ab

Hamiltonkreis: Hamiltonweg u. Anfangsknoten=Endknoten

hamiltonische Graphen: Ein Graph heiSSt *hamiltonisch*, wenn er einen Hamiltonkreis enthält

2.3 title

k-dimensionaler Hyperwürfel

Konstruktion Man wähle alle Ortsvektoren, die als Komponenten nur 0 und 1 enthalten. Zwei Punkte sind dann benachbart, wenn sich ihre Ortsvektoren um eine Komponente unterscheiden

k-reguläre Graphen: Alle Knoten haben den gleichen Grad

bipartite Graphen: Die Knoten lassen sich in zwei Mengen unterteilen, sodass es zwischen den Knoten einer Menge keine Kanten gibt.

Liniengraphen: Jede Kante des alten Graphen entspricht einem Knoten im Liniengraphen des ersten Graphen.

3 Formalismus

3.1 Logik

- Ansicht: Mathematik ist eine Ansammlung von Beweisen
- Grundlage: (Prädikaten-)logik

  zwei Wahrheitswerte (wahr und falsch)

  jede Aussage hat genau einen Wahrheitswert

  Bsp. für Aussagen:

  "Der Bundestag steht in Berlin"

  "Die Elbphilharmonie steht in München"

  "286 ist durch 13 teilbar"

  "51 ist eine Primzahl"

  Verknüpfung von Aussagen mit $\wedge$, $\vee$, $\neg$, $\rightarrow$, $\Leftrightarrow$

  Prädikate: Aussagen mit Platzhalter (wie Funktionen)

  Bsp.: $P(G,S)$:="G liegt in S."

  oben: P(Bundestag, Berlin)

  Alternative zum Einsetzen: Quantoren

  Existenzquantor: $\exists$

  Allquantor $\forall$

  obiges Bsp.: $\forall G \exists S : P(G,S)$

  anderes Bsp.: $\forall n > 0 \exists m | m \in \mathbb{P} \wedge n \leq m \leq 2n$

- Gretchenfrage für Logiker: Axiome meistens: Zermelo-Fränkle Mengenlehre
- Ableitungen: logische Schlussfolgerungen

  Bsp.: "modus ponens":

  Wenn P und $P \to Q$ wahr sind, dann ist auch Q wahr

3.2 Beweise:

Definition 12. *Beweis: Eine Ableitungskette aus den Axiomen*

Beweistechniken: Prinzipiell nur Anwendung der Ableitungsregeln, aber strukturierter und daher zugänglicher.

3.2.1 Direkter Beweis:

- Im Wesentlichen Abgrenzung zu den folgenden Techniken
- Bsp.: Der Schnittpunkt der Winkelhalbierenden ist der Inkreismittelpunkt

  Beweis. Jeder Punkt auf den Winkelhalbierenden hat den gleichen Abstand zu den Schenkeln. Der Inkreismittelpunkt ist der Punkt, der zu allen Seiten den gleichen Abstand hat. Der Schnittpunkt zweier Winkelhalbierender hat den gleichen Abstand zu allen drei Schenkeln=Dreiecksseiten. Somit schneiden sich die drei Winkelhalbierenden im Inkreismittelpunkt. □

3.2.2 Indirekter Beweis:

- Annahme des Gegenteils und Herleitung eines Widerspruchs
- Bsp.: $\sqrt{2}$ ist irrational

  Beweis.

Annahme

$$\sqrt{2} = \frac{p}{q} \qquad |p, q \text{ teilerfremd} \wedge p, q \in \mathbb{Z}_+$$

Dann ist:

$$2q^2 = p^2$$

Zwei teilt die linke Seite, also auch die rechte Seite und somit p. Setze $p = 2p'$ mit $p' \in \mathbb{Z}_+$ und erhalte:

$$\begin{aligned} 2q^2 &= (2p')^2 && |: 2 \\ q^2 &= 2p'^2 \end{aligned}$$

Gleiches Vorgehen in der anderen Richtung liefert $q = 2q'$ mit $q' \in \mathbb{Z}_+$. Widerspruch, da p und q nicht teilerfremd, also Annahme falsch und Behauptung wahr. □

3.2.3 (Gegen-)beispiel:

- zeige $\exists$-Aussage mit Beispiel oder widerlege $\forall$-Aussage mit Gegenbeispiel

- Achtung!: Quantor ist relevant

3.2.4 Kontraposition:

- Statt $A \to B$ zeigen wir die äquivalente Kontraposition: $\neg B \to \neg A$
- Bsp.:

Beweis. Sei n eine Quadratzahl. Aus n gerade folgt $\sqrt{n}$ gerade.

Kontraposition: Aus $\sqrt{n}$ ungerade folgt n ungerade. Dann ist $\sqrt{n} = 2m + 1 \; m \in \mathbb{Z}$. Somit folgt $n = (\sqrt{n})^2 = (2m+1)^2 = 2 * (2m^2 + 2m) + 1$, also ungerade. □

3.2.5 o.B.d.A.

"**o**hne **B**eschränkung **d**er **A**llgemeinheit"

Falls Problem symmetrisch, wähle hübschen Fall

Bsp.: Zeige Aussage über den Abstand zweier Zahlen $m, n \in \mathbb{Z}$.

Beweis. o.B.d.A. wähle $m \leq n$

$\rightarrow$ falls nicht tausche m und n (Symmetrie zwischen m und n)

Jetzt ist der Abstand $|m - n| = m - n$. □

Achtung!: Leicht Fehler möglich

4 Wissenschaft

- Thesen/Theorien
- Falsifizierbarkeit
- Schlussfolgerungen
- Empirik(Experimente, ...)
- Gesellschafts-/Natur-/Geisteswissenschaften
- Erkenntnis
- Fortschritt

$\rightarrow$ Mathematik ist eher in der Nähe der Geisteswissenschaften

$\rightarrow$ Wissenschaft ist auch ein Kommunikationsproblem

Bsp.: *abc-Vermutung*
2012 Mochizuki veröffentlicht interuniverselle Teichmüllertheorie,
aber bis heute unverstanden

4.1 Anforderungen an ein wissenschaftliches Dokument:

- klare Dokumentation
- Schlüssigkeit(verständliche und korrekte Herleitung)
- Einordnung in existierende (Zitation)
- Relevanz

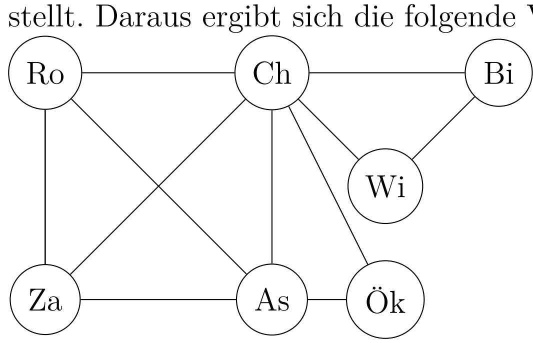
5 Färbungen

5.1 Motivation:

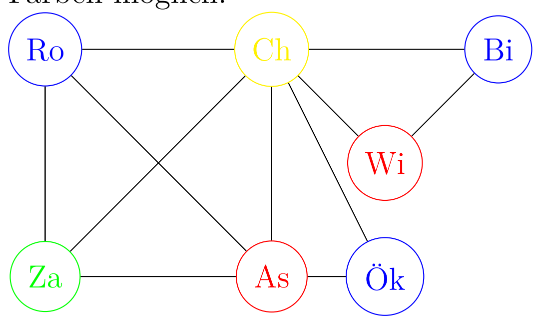
Angenommen, die Deutsche Schülerakademie 2028 hat sehr viele Subventionen erhalten. Sie möchte daher jedem Schüler ermöglichen, alle gewählten Kurse zu besuchen. Dennoch möchte sie natürlich so wenig wie möglich Akademien stattfinden lassen. Wie viele Akademien müssen bei folgender Kurswahl mindestens stattfinden?

Zahlentheorie	Robotik	Astronomie	Ökologie	Wirtschaft	Biologie	Chemie
T	P	P	A	N	N	N
C	J	A				A
	T	J				J
	C	C				T

Um dieses Problem zu lösen, wählen wir die Kurse als Knoten. Konflikte zwischen den Kursen, d.h. Kurse, die nicht gleichzeitig stattfinden dürfen, da sie beide von einem Teilnehmer gewählt wurden, werden als Kanten dargestellt. Daraus ergibt sich die folgende Verteilung:



Nun müssen die Kurse auf verschiedene Akademien verteilt werden, es dürfen also keine zwei über eine Kante verbundenen Knoten miteinander verbunden sein. Das entspricht der Aufgabe, die Knoten so zu färben, dass keine zwei verbundenen Knoten die gleiche Farbe haben. In diesem Fall ist das mit 4 Farben möglich:



5.2 Definitionen

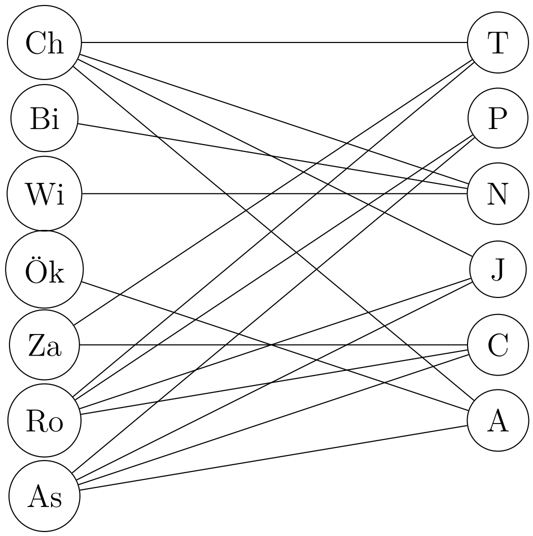
Definition 13. *Eine k-Färbung eines Graphen* $G = (V, E)$ *ist eine Funktion* $c: V \to \{1, 2, ..., k\}$ *sodass für jede Kante* $e = \{v_1, v_2\}$ *gilt:* $c(v_1) \neq c(v_2)$

Definition 14. *Ein Graph ist k-färbbar, wenn es eine k-Färbung des Graphen gibt.*

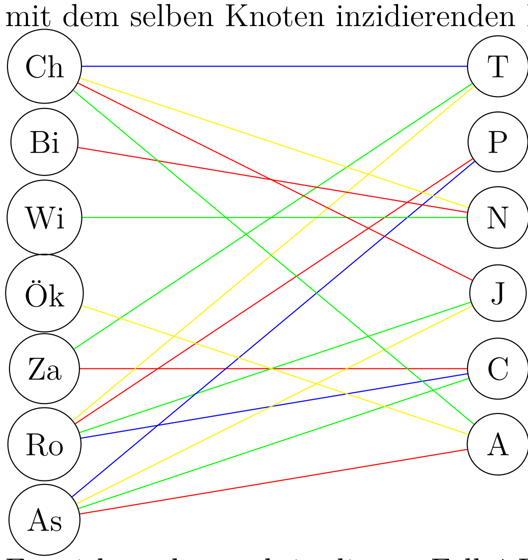
Definition 15. *Die chromatische Zahl* $\chi(G)$ *eines Graphen ist das kleinste* k*, sodass* G k*-färbbar ist.*

5.3 realistisches Anwendungsbeispiel

Nun modifizieren wir die Fragestellung leicht. Die DSA 2038 ist zu noch mehr Geld gekommen und bietet nun jedem Schüler Einzelunterricht an. Wie viele Akademien werden nun benötigt, sodass auf keiner Akademie zweimal der gleiche Kurs angeboten wird und jede der Kurswahlen aus 5.1 berücksichtigt wird. Dafür müssen wir immer noch alle Kurse als Knoten darstellen. Da es jetzt jedoch nicht nur Konflikte zwischen den Kursen bezüglich der Akademien gibt, sondern auch noch Konflikte der Schüler bezüglich der Kurse, benötigen wir eine andere Herangehensweise. Zunächst stellen wir die Schüler als Knoten dar und verbinden sie mit den Kursen, die sie besuchen möchten.



In diesem Fall macht es also keinen Sinn, die Knoten zu färben, da bei einem bipartiten Graphen immer 2 Farben ausreichen. Um die Konflikte zwischen den Kurswahlen darzustellen, muss man die Kanten färben, sodass keine zwei mit dem selben Knoten inzidierenden Kanten dieselbe Farbe haben.



Es reichen also auch in diesem Fall 4 Farben aus.

5.4 weitere Definitionen

Definition 16. *Eine k-Kantenfärbung ist eine Funktion $c : E \to \{1, ..., k\}$, sodass für jeden Knoten v gilt:*

Für alle $e_1, e_2 \in E$ mit $v \in e_1, v \in e_2$ gilt $c(e_1) \neq c(e_2)$.
$\rightarrow$ k-kantenfärbbar

Definition 17. *Der chromatische Index $\chi'(G)$ eines Graphen G ist das kleinste k, sodass G k-kantenfärbbar ist.*

6 Planarität

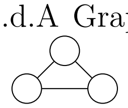
Definition 18. *Ein Graph heiSSt planar, wenn er sich so in die Ebene einbetten lässt, dass sich keine Kanten überschneiden.*

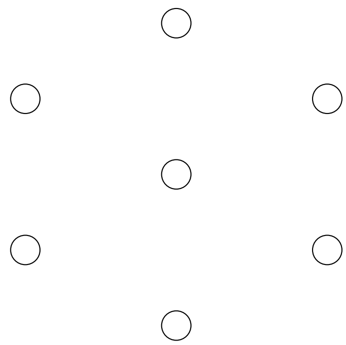
$\rightarrow$planare Graphen sind anwendungsorientiert und haben eine interessante Theorie

Lemma 1. *Sei $G = (V, E)$ ein planarer Graph mit min. drei Knoten. Dann gilt:*

$$|E| \leq 3|V| - 6$$

Motivation: gilt für die feinsten planaren Graphen: Triangulationen

Beweis. Induktion nach $|V|$
O.b.d.A Graph trianguliert, da dann linke Seite der Ungleichung maximal
IA:  Richtig!
IV: Für alle triangulierten Graphen mit $|V| = k$ gilt:
$|E| \leq 3|V| - 6$
IS($k \rightarrow k + 1$):
Problem: Nicht jeder triangulierte Graph mit $k + 1$ Knoten lässt sich aus einem triangulierten Graphen mit k Knoten durch Hinzufügen eines Knotens erstellen (da max. drei Kanten hinzukommen) Starte mit $G = (V, E)$ mit $|V| = k + 1$ trianguliert. Lösche Knoten v mit Grad d, erhalte G'.



Um die IV anwenden zu können müssen wir G' triangulieren. Ist $d = 3$(d<3 ist unmöglich), so ist G' bereits trianguliert.
Falls $d > 3$ so zeichnen wir Diagonalen des $d - Ecks$ ein, sodass G' zu G'' trianguliert wird; dabei dürfen keine Doppelkanten entstehen. Existiert eine problematische Kante, die zwei im d-Eck nicht-benachbarte Knoten verbindet, so wählen wir einen kürzesten Kantenzug des d-Ecks, dessen Endpunkte durch eine problematische Kante verbunden sind; die Punkte im Inneren des Kantenzugs haben keine problematischen Kanten. Durch die Triangulation von G' kommen $d - 3$ Kanten hinzu. Nach IV ist
$|E'| + d - 3 \leq 3|V'| - 6$ Nun ist $|E''|$:

$$|V| = |V'| + 1 \tag{6.0.1}$$
$$|E| = |E'| + d \tag{6.0.2}$$

Also einsetzen:

$$(|E| - d) + d - 3 \leq 3(|V| - 1) - 6 \rightarrow \quad |E| \quad \leq 3|V| - 6 \tag{6.0.3}$$

□

Fakt 1. *K_5 und $K_{3,2}$ sind nicht planar.*

Beweis. K_5:

$$|V| = 5 \tag{6.0.4}$$
$$|E| = \binom{5}{2} = 10 \tag{6.0.5}$$

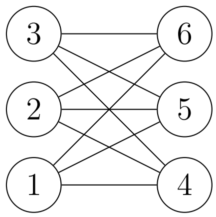
Dann ist:

$$3|V| - 6 = 9 \tag{6.0.6}$$

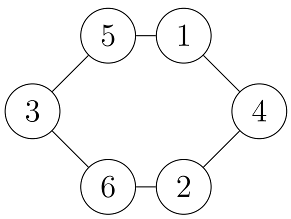
also

$$|E| > 3|V| - 6 \tag{6.0.7}$$

und somit nach dem Lemma K_5 nicht planar. $K_{3,3}$:



Suche einen Kreis als Teilgraphen und bette ihn o.B.d.A. planar ein.



Die drei verbliebenem Kanten sind die langen Diagonalen, von denen nur zwei überschneidungsfrei Platz finden.

□

Korollar 1. *Für planare Graphen gilt, dass $\delta \leq 5$.*

Beweis. Es ist: $\frac{1}{2} * |V| * G \leq |E| \leq 3 * |V| - 6$

$\rightarrow G \leq 6 - \frac{12}{|V|} < 6$ □

7 Algorithmen

7.1 Was ist ein Algorithmus?

- Verfahren zur Lösung eines wohlspezifierten Problems
- Input/Eingabe
- Sequenz von (elementaren?) Operationen(üblicherweise deterministisch)
- endliche Beschreibung
- Terminierung, endliche Anzahl an ausgeführten Schritten

7.2 Wie kann ich einen Algorithmus auf-/beschreiben?

- Worte
- Flowchart
- formalisiert/mathematisch
- Pseudo-Code
- Programmiersprache
- Turingmaschine

7.3 Wann ist ein Algorithmus gut?

- kurze Laufzeit
- wenig Speicherplatz
- Einfachheit
- Erweiterbarkeit

7.3.1 Was heiSSt kurze Laufzeit?

- kleine Anzahl ausgeführter Elementaroperationen
  $\rightarrow$ Laufzeitklassen

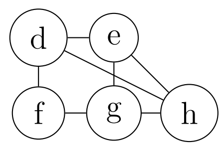
$$
\begin{gathered}
O(n) \\
O(n^2) \\
O(2^n)
\end{gathered}
$$

- Abhängigkeit von InputgröSSe
  n: #Knoten($n = |V|$), $m = |E|$
- (average case vs.)worst case
- Interesse an $n \rightarrow \infty$
- theoretisch vs. experimentell

8 Python

8.1 Zen of Python

- Es sollte genau einen offensichtlichen Weg geben, etwas zu tun



9 Planarität

- jeder Teilgraph eines planaren Graphen ist planar
- Unterteilung von Kanten ändert nichts an Planarität

Definition 19. *Ein Graph T ist topologischer Minor eines Graphen G, falls G einen Teilgraphen G' besitzt, sodass G' durch Kantenunterteilung aus T hervorgeht. Bsp.:*

Fakt 2. *Ein Graph der K_5 oder $K_{3,3}$ als topologischen Minor enthält, ist nicht planar.*

Satz 1. *Satz von Kuratowski:*
Ein Graph ist genau dann planar, wenn er weder K_5 noch $K_{3,3}$ als topologischen Minor enthält

Beweis. Satz von Kuratowski: □

10 Topologie

Anwendungsfrage: Sphäre oder Ebene → Unterschied? Geometrisch: ja in unserer Anwendung(Graphentheorie). Nein → stereographische Projektion andere Fläche: Torus(Donut)

- kompakte, orientierbare Mannigfaltigkeiten: charakterisiert durch die Anzahl der Löcher

Bsp.: Doppeltorus(Zwei Löcher) Verklebungen: 3-dimensionale Darstellung oft nicht so handhabbar, daher 2-dimensionale Alternative

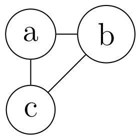
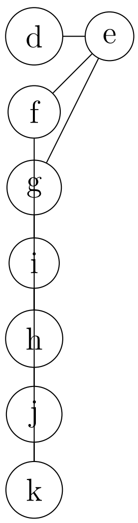


Abbildung 1: T



11 Matchings

Definition 20. *Ein **Matching** ist eine Untermenge M der Kantenmenge E, sodass für alle $e, e' \in M$ gilt e*

Definition 21. *Ein Matching M heiSSt **kardinalitätsmaximal**, wenn es kein Matching M' gibt, sodass $|M'| > \frac{1}{2}|V|$.*

Definition 22. *Ein Matching M heiSSt **perfekt**, wenn $|M| = \frac{1}{2}|V|$*

Definition 23. *Ein Matching M heiSSt **inklusionsmaximal**, wenn kein Matching M' existiert, sodass $M \subsetneq' M'$.*

Definition 24. *Ein Matching heiSSt **stabil**, wenn für jedes Paar $x \in X, y \in Y$ und $\{x, y\} \notin M$ gilt: x bevorzugt seinen derzeitigen Partner gegenüber y oder y bevorzugt seinen derzeitigen Partner gegenüber x*

11.1 Algorithmus

1. Alle $x \in X$ machen Antrag an präferiertes $y \in Y$
2. Jedes $y \in Y$, das einen Antrag erhalten hat, nimmt den präferiertesten Antrag an
3. nicht-gematchte $x \in X$ machen Antrag an nächstbestes $y \in Y$
   →goto 2.
4. Wenn alle $x \in X$ gematcht, Ende

12 Approximationsalgorithmen

12.1 Arten von Problemen

- Entscheidungsproblem
- Funktionsproblem: beliebige Ausgabe
- Optimierungsprobleme: Menge von zulässigen Lösungen, finde möglichst gute Lösung aus dieser Menge. „Gut " heiSSt dabei

  möglichst groSS →Maximierungsproblem oder

  möglichst klein →Minimierungsproblem

Maximierungsproblem: OPT: GröSSe der optimalen Lösung Wir wollen: GröSSe der Ausgabe des Approximationsalgorithmus ist $\geq k * OPT$ k: Approximationsfaktor Bsp.:

- Greedy-Algorithmus: Approximationsfaktor k=2

Minimierungsproblem |Lösung| $\leq k * OPT$

12.2 TSP

Input: vollst. gewichteter Graph [Der die Dreiecksgleichung erfüllt(=metrisches TSP)] Aufgabe: Finde kostenminimalen Hamiltonkreis

Christofides' Algorithmus(1976)

1. Finde MST T
2. Finde kostenmin. perfektes Matching M im von den Knoten mit ungeradem Grad (im MST) induzierten Teilgraphen
3. Kombiniere T und M zu einem Eulerschen Graphen G'
4. Finde einen Eulerkreis C in G'.
5. Transformiere C in einen Hamiltonkreis H durch Überspringen von wiederholten Knoten

13 Skalenfreie Graphen

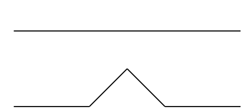
Definition 25. *Sei G ein zusammenhängender Graph und $P(k)$ der Anteil der Knoten mit Grad k. Dann heiSSt G skalenfrei, falls die Knotengrade einem Potenzgesetz folgen: $P(k) \propto k^{-}\alpha$ mit Skalierungsfaktor α.*

Normalerweise $1 \leq \alpha \leq 3$ Beh.: soziale Netze sind skalenfreie Graphen
Motivation: skalenfreie Graphen entstehen durch den Zufallsprozess preferential attachment

- fester Knotengrad
- bilde Graph durch schrittweises Hinzufügen von Knoten
- Kanten der neuen Knoten gehen bevorzugt zu Knoten mit vielen Kanten

$i = 0$

$i = 1$



Vergleich zu Fraktalen: selbstähnlich Bsp.: Kochkurve
Problem: Selbstähnlichkeit folgt nicht aus Potenzgesetz

13.1 Feldexperiment

13.1.1 Daten und ihr Eigenleben

- Neben Datenmissbrauch gibt es auch unintentionale Nebenwirkungen von (vorzugsweise groSSen) Datensammlungen

- Bsp.: Netflix Prize Challenge

  →Aufgabe: Sage Präferenz für Filme auf Grundlage der Historie voraus

  →Veröffentlichung eines anonymisierten Datensatzes

  →Forscher korrelierten diese Informationen mit IMDB-Profilen und konnten so deanonymisieren

$\lceil x \rceil$