

Physik Klassen 10 und 11

Lucca Kümmerle, Patrick Müller, Josua Kugler

3. Mai 2019

Inhaltsverzeichnis

1 Klasse 10	4
1.1 Mechanik (Wiederholung)	5
1.1.1 Die gleichförmige Bewegung	5
1.1.2 Der Impuls p	5
1.1.3 Die Kraft F	5
1.2 Kräfte im Raum	6
1.2.1 Kräfteaddition	6
1.2.2 Die Kraftzerlegung	7
1.2.3 Die gleichmäßig beschleunigte Bewegung	9
1.2.4 Die Newtonschen Gesetze	9
1.2.5 Die überlagerte Bewegung	11
1.2.6 Erhaltungssätze	12
1.2.7 Die Impulserhaltung	13
1.2.8 Alltagsbeispiel: Autocrash	15
1.3 Mechanik der Kreis- und Rotationsbewegung	15
1.3.1 Die Kreisbewegung	15
1.3.2 Das Bogenmaß φ	16
1.3.3 Grundlegende wichtige Gleichungen für die Kreisbewegung	16
1.3.4 Die Zentripetalkraft	17
1.3.5 Inertialsysteme und Newton 1	18
1.3.6 Die Rotationsenergie und das Trägheitsmoment	18
1.3.7 Der Drehimpuls L	21
2 Klasse 11	23
2.1 Elektrische Ladung und elektrisches Feld	24
2.1.1 Geladene Körper	24
2.1.2 Messung elektrischer Ladung; Zusammenhang zwischen Ladung und Stromstärke	25
2.1.3 Die elektrische Kraft zwischen 2 Punktladungen - Das Coulombsche Gesetz	25
2.1.4 Das elektrische Feld	26
2.1.5 Darstellung des elektrischen Feldes durch Feldlinien - Aussagen des Feldlinienbildes	26
2.1.6 Vergleich zwischen elektrischem Feld und Gravitationsfeld	28

2.1.7	Die Flächenladungsdichte Sigma	28
2.1.8	Energie, elektrisches Potential und Spannung	29
2.1.9	Geladene Teilchen im Längsfeld	33
2.1.10	Kondensator-Kapazität	34
2.1.11	Kondensator-Entladung und -Aufladung	35
2.1.12	Mehrkapazität durch Isolatoren	36
2.1.13	Energie in elektrischen Feldern	37
2.1.14	Parallel- und Reihenschaltung von Kondensatoren	37
2.2	Das Magnetfeld und Teilchen in Feldern	39
2.2.1	Eigenschaften von Magnetfeldlinien	39
2.2.2	Magnetfeld von stromdurchflossenen Leitern	39
2.2.3	Die Lorentzkraft	41
2.2.4	Magnetische Kraft auf bewegte Ladungen	41
2.2.5	Bewegung von Ladungen unter dem Einfluss des B-Feldes	44
2.2.6	B- und E-Felder im Verbund	45
2.2.7	Messung von Magnetfeldern	46
2.3	Induktion	48
2.3.1	Bewegung eines Leiters im Magnetfeld - Berechnung der Induktionsspannung	48
2.3.2	Induktion durch Änderung der senkrecht vom Magnetfeld durchsetzten Fläche	48
2.3.3	Rotation einer Spule im Magnetfeld	49
2.3.4	Magnetfeldänderung	49
2.3.5	Der magnetische Fluss	50
2.3.6	Allgemeine mathematische Formulierung des Induktionsgesetzes	50
2.3.7	Lenz'sche Regel- eine andere Formulierung des Energieerhaltungssatzes	50
2.3.8	Selbstinduktion	51
2.3.9	Leistung und Energie im Magnetfeld	54
2.3.10	Die Maxwell'schen Gleichungen	54
2.4	Schwingungen	56
2.4.1	Schwingungsvorgänge und Schwingungsgrößen	56
2.4.2	harmonische und nichtharmonische Schwingungen	56
2.4.3	Zusammenhang zwischen Kraft und Auslenkung: Wiederholung des <u>Hookeschen Gesetzes</u>	57
2.4.4	Das Kraftgesetz der harmonischen Schwingung	57
2.4.5	Das Fadenpendel	58
2.4.6	Energie der harmonischen Schwingung	59
2.4.7	Die gedämpfte harmonische Schwingung	61
2.4.8	Erzwungene Schwingungen	62
2.5	Wellen	63
2.5.1	Definition	63
2.5.2	Wichtige physikalische Größen	63
2.5.3	Zeitliche und räumliche Darstellung einer Welle	64
2.5.4	Die Bewegungsgleichung einer Welle	64

2.5.5	Einschub: Überlagerung zweier harmonischer Schwingungen an einem Ort	66
2.5.6	Überlagerung von Wellen - Allgemeines Prinzip	68
2.5.7	Interferenz	68
2.5.8	Reflexion mechanischer Wellen	69
2.5.9	Eigenschwingungen auf begrenztem Wellenträger	69
2.6	Interferenzphänomene	71
2.6.1	Interferenz mit zwei Quellen	71
2.6.2	Berechnung der Lage der Maxima und Minima im Interferenzfeld mithilfe trigonometrischer Beziehungen	72
2.6.3	Das Huygens'sche Prinzip (Nach Christiaan Huygens, 1629-1695)	72
2.7	Elektromagnetische Schwingungen und Wellen	74
2.7.1	Der Schwingkreis	74
3	Klasse12	76
3.1	Schwingungskreis	77
3.1.1	Wdh. Kondensator	77
3.1.2	EES im Schwingkreis	77
3.1.3	Vgl. von Schwingkreis mit mech. Schwingung	77
3.1.4	Wdh. Energieerhaltungssatz der Mechanik	78
3.1.5	Maxwellgleichungen	78

Kapitel 1

Klasse 10

1.1 Mechanik (Wiederholung)

Die Mechanik befasst sich mit der Bewegung von Körpern, den auf diese wirkenden Kräfte und mit den zugehörigen Größen wie zum Beispiel der Energie.

1.1.1 Die gleichförmige Bewegung

Die Geschwindigkeit v ist bei der gleichförmigen Bewegung fest. Die Kurve im t - s -Diagramm ist eine lineare Funktion. Wichtig für später: Im t - v -Diagramm findet man die zurückgelegte Strecke x als Fläche unter dem Graphen wieder. Im t - x -Diagramm ist die Geschwindigkeit v in der Steigung (mathematisch: Ableitung) des Graphen wiederzufinden.

1.1.2 Der Impuls p

Versuch Durch die (mehrfahe) heroische Arbeit unseres Laborassistenten konnten wir folgende Beziehung zwischen Impuls p , Masse m und Geschwindigkeit v nachweisen:

- Je höher die Masse m eines Körpers, desto höher der Impuls p (v konstant!).
- Je höher die Geschwindigkeit v eines Körpers, desto höher der Impuls p (m konstant!).

Zusammengefasst:

$$p = m * v \quad (1.1.1)$$

Weitere Eigenschaften:

- Der Impuls p ist wie auch die Geschwindigkeit v und später auch die Kraft, eine Vektorgröße, d.h. er besitzt eine Richtung. Wenn dies von Bedeutung ist, wird zur Kenntlichmachung ein Vektorpfeil (Pfeil nach rechts) über dem Buchstaben gezeichnet.
- Der Impuls p ist eine Erhaltungsgröße, d.h. in einem abgeschlossenen System ist die Summe aller Impulse konstant.

1.1.3 Die Kraft F

Um den Impuls p eines Körpers zu ändern, wird eine Kraft F benötigt (der konkrete mathematische Zusammenhang wird später behandelt).

Beispiel: Ein Spielzeugauto wird in einer realistischen Umgebung beschleunigt und dann losgelassen. Durch die Reibung zwischen Auto und Boden liegt eine Kraft F_{Reib} vor, die den Impuls des Autos abbaut, bis das Auto stoppt.

Beispiel 2: Auf Andreas wirken (im Gegensatz zu Benjamin) zwei Kräfte: Neben der Gravitationskraft F_G die ihn in Richtung Erdmittelpunkt beschleunigt, übt der Boden eine Gegenkraft F_{Gegen} mit gleicher Stärke entgegen der Gravitationskraft aus.

Folge: Andreas behält seine Position bei, während er Benjamin zusieht, wie dieser nach unten beschleunigt wird.
Wenn sich alle auf einen Körper wirkende Kräfte aufheben, dann liegt ein sogenanntes Kräftegleichgewicht vor.

1.2 Kräfte im Raum

Wiederholung: Kräfte werden durch 3 Eigenschaften charakterisiert:

- Richtung
- Betrag
- Angriffspunkt

Wir wissen schon, wie zwei oder mehr Kräfte miteinander verrechnet werden müssen, wenn sie (anti-)parallel zueinander sind. Im folgenden soll die Kombination von nicht parallelen Kräften untersucht werden.

1.2.1 Kräfteaddition

Aufgabenstellung: Gegeben seien zwei Kräfte \vec{F}_1 und \vec{F}_2 . Wie bestimmt man die daraus resultierende Gesamtkraft \vec{F}_{Res} ? Praktikum s. AB.

Feststellung: Die beiden Kräfte \vec{F}_1 und \vec{F}_2 bilden die Seiten eines Parallelogramms, während die resultierende Kraft \vec{F}_{Res} die Diagonale dieses Parallelogramms ist.

Um zeichnerisch die Addition von zwei Kräften durchzuführen gibt es zwei Methoden:

Erste Methode:

1. Zeichne die beiden Kraftpfeile \vec{F}_1 und \vec{F}_2 ein
2. Zeichne eine parallele Gerade zu einem der Pfeile, der dann durch die Spitze des anderen Pfeils geht (bei beiden Pfeilen so machen)
3. Der Schnittpunkt ist der Endpunkt des resultierenden Gesamtkraftpfeils \vec{F}_{Res}
4. Benutzte Pfeile wegstreichen

Zweite Methode:

1. Zeichne die beiden Kraftpfeile \vec{F}_1 und \vec{F}_2 ein
2. Zeichne eine parallele Gerade zu einem der Pfeile, der dann durch die Spitze des anderen Pfeils geht
3. Miss die Länge von \vec{F}_2 aus
4. Trage die gemessene Strecke von der Spitze von \vec{F}_1 ausgehend auf der Parallelen auf
5. Der Endpunkt dieser Strecke ist die Spitze von \vec{F}_{Res}
6. Benutzte Pfeile wegstreichen

1.2.2 Die Kraftzerlegung

In diesem Kapitel geht es um die Zerlegung einer Kraft in zwei Kräfte entlang relevanter Richtungen

Versuch: Ziel des Versuches war, das Seil zwischen den Personen gerade zu strecken. Dies gelang fast (nur ein 10°-Knick).

Erläuterungen der Verhältnisse mit Kraftpfeilen. Gravitationskraft:

$$F_G = m * g = 5 \text{ kg} * 10 \frac{\text{N}}{\text{kg}} = 50 \text{ N} \quad (1.2.1)$$

Eine gleich große Kraft F_{Gegen} wird in entgegengesetzte Richtung aufgebracht. Diese Kraft wird jedoch nicht direkt aufgebracht, sondern ist das Resultat der beiden Zugkräfte von Person A und B. Diese Kräfte verlaufen entlang der gespannten Seile.

Hilfskonstruktion: Gerade auf Seile einzeichnen. Dies sind sogenannte Wirkungslinien.

Um das Kräfteparallelogramm zu konstruieren, zeichne zwei Parallelen zu den Wirkungslinien, die durch die Spitze von F_{Gegen} gehen. Die zwei Kräfte entlang der Wirkungslinien gehen vom Angriffspunkt aus hin zu den Schnittpunkten aus Wirkungslinien und Parallelen.

Für die Belastungskraftaufsplittung macht man das selbe, nur eben nach unten.

Allgemein: Konstruktion bei gegebenem Kraftpfeil \vec{F} , der auf zwei Abschnitte an einem Angriffspunkt wirkt:

1. Zeichne die Wirkungslinien entlang der Abschnitte ein
2. Zeichne Parallelen zu den Wirkungslinien durch die Spitze des Kraftpfeils \vec{F}
3. Kraftkomponenten \vec{F}_1 und \vec{F}_2 verlaufen vom Angriffspunkt aus hin zu den Schnittpunkten aus Wirkungslinien und Parallelen

Zurück zum Einstiegsbeispiel:

Betrachtung: Das Kräfteparallelogramm ist (wenn \vec{F}_1 und \vec{F}_2 gleichgroß sind) nicht nur ein Parallelogramm, sondern auch eine Raute.

$$\beta = \frac{\alpha}{2} \quad (1.2.2a)$$

$$\sin \beta = \frac{\frac{1}{2} \vec{F}_{Res}}{\vec{F}_2} \quad (1.2.2b)$$

$$\vec{F}_2 = \frac{\frac{1}{2} \vec{F}_{Res}}{\sin \beta} \quad (1.2.2c)$$

$$\approx 278N \quad (1.2.2d)$$

Kräfte an einem Hang

Die Kraftzerlegung eignet sich auch dazu, beispielsweise die Gravitationskraft, die auf einen Körper wirkt an einem, Hang in bewegungsrelevante Kräfte zu zerteilen.

F_H ist die sogenannte Hangabtriebskraft und beschreibt die beschleunigende Kraft, die auf den Körper entlang des Hangs wirkt.

F_N ist die Normkraft und gibt an, wie stark der Körper auf die Oberfläche des Hangs drückt.

->AB

Es gilt also:

$$\frac{F_H}{F_G} = \frac{h}{s} = \sin \alpha \quad (1.2.3)$$

Demzufolge kann man die Hangabtriebskraft aus der Gravitationskraft und dem Hangwinkel wie folgt berechnen:

$$F_H = F_G * \sin \alpha \quad (1.2.4)$$

Analog folgt für die zu F_H senkrecht stehende Normkraft F_N :

$$F_N = F_G * \cos \alpha \quad (1.2.5)$$

F_N ist mit einem Faktor (μ_t) mit der Reibung verbunden (t ist entweder *Haft*, *Gleit* oder *Roll*). Die Haftriebung ist beispielsweise:

$$F_{Haft} = \mu_{Haft} * F_N \quad (1.2.6)$$

$$= \mu_{Haft} * F_G * \cos \alpha \quad (1.2.7)$$

Der Haftreibungskoeffizient ist abhängig davon, welche Materialien miteinander in Kontakt stehen. Um den Haftreibungskoeffizienten μ_{Haft} in dem praxisnahen Fall Taschenrechner-Tagebuch zu untersuchen wird das Tagebuch immer stärker geneigt, bis der Taschenrechner auf dem Tagebuch herunterrutscht. Unter α , gemessenen Winkel ist dann die Hangabtriebskraft F_H größer als die Reibungskraft F_{Reib} .

Messung: $\alpha = 27^\circ$

$$F_H \geq F_{Reib} \quad (1.2.8)$$

$$F_G * \sin \alpha \geq \mu_{Haft} * F_G * \cos \alpha \quad | : (F_G * \cos \alpha) \quad (1.2.9)$$

$$\frac{F_G * \sin \alpha}{F_G * \cos \alpha} \geq \mu_{Haft} \quad (1.2.10)$$

$$\tan \alpha \geq \mu_{Haft} \quad (1.2.11)$$

$$\Rightarrow \mu_{Haft} \leq 0,51 \quad (\text{Einheitenlos}) \quad (1.2.12)$$

1.2.3 Die gleichmäßig beschleunigte Bewegung

Alt:

- Gleichförmige Bewegung
- Geschwindigkeit v ist konstant
- t - s -Diagramm ist eine lineare Funktion

Neu:

- Gleichmäßig beschleunigte Bewegung
- Geschwindigkeit v nimmt konstant zu
- t - v -Diagramm ist eine lineare Funktion

1.2.4 Die Newtonschen Gesetze

Erstes Newtonsches Gesetz

Gedankenexperiment: Die Voyager-Sonde fliegt durch das Weltall. Sei die Geschwindigkeit zum Zeitpunkt $t = 0\text{s}$ $v = 500\frac{\text{m}}{\text{s}}$. Auf die Sonde wirkt keine Kraft, wie groß ist ihre Geschwindigkeit bei $t = 5\text{s}$?

Antwort: Noch immer $v = 500\frac{\text{m}}{\text{s}}$, da keine beschleunigende Kraft wirkt.

Erstes Newtonsches Gesetz: Wirkt auf einen Körper keine Kraft, so bleibt sein Bewegungszustand (und somit sein Impuls) erhalten.

Zweites Newtonsches Gesetz

Gedankenexperiment 2: Überlegungen zum Bremsvorgang des Einkaufswagen: Es hängen folgende Größen miteinander zusammen: Kraft F , Beschleunigung a und Masse m .

Vermutungen:

- bei konstanter Masse m : Je größer a sein soll, desto größer muss F sein
- bei konstanter Kraft F : Je größer m , desto kleiner a
- bei konstanter Beschleunigung a : Je größer m , desto größer F

Bei der dritten Versuchsreihe vermuten wir eine proportionale Beziehung zwischen beschleunigender Kraft F und Gesamtmasse m , d.h. dass, wenn der Quotient aus Kraft und Gesamtmasse konstant ist ($\frac{F}{m}$), die Beschleunigung auch konstant bleibt. Dies wurde durch die Untersuchung qualitativ bestätigt.

Zusammenfassung:

$$\left. \begin{array}{l} F \sim a \quad (\text{m const.}) \\ F \sim m \quad (\text{a const.}) \end{array} \right\} F \sim m * a \quad (1.2.13)$$

Um eine Formel daraus zu machen fehlt eine Proportionalitätskonstante. Nennen wir sie c . Die Formel lautet dann also:

$$F = c * m * a \quad (1.2.14)$$

$$c = \frac{F}{m * a} \quad (1.2.15)$$

Bestimmung von c mithilfe der Tabelle (mit F in N , m in kg und a in $\frac{m}{s^2}$)

$$c = \frac{0,02N}{0,206kg * 0,09\frac{m}{s^2}} \approx 1,08 \quad (1.2.16)$$

Bei einer genauen Untersuchung (mit genau bestimmtem g) ergibt sich $c = 1$. Die Grundgleichung der Mechanik (=Newtons zweites Gesetz) lautet also:

$$F = m * a \quad (1.2.17)$$

Drittes Newtonsches Gesetz

Versuch:

Beobachtung: Wirft Person A den Ball B nach rechts, dann wird Person A nach links beschleunigt.

Folgerung: Auch auf Person A wird beim Wurf eine Kraft in entgegengesetzte Richtung aufgebracht. Dies ist das dritte Newtonsche Gesetz.

Drittes Newtonsches Gesetz: Übt ein Körper A eine Kraft \vec{F}_{AB} auf einen Körper B aus, so erfährt Körper A ebenfalls eine Kraft \vec{F}_{BA} gleicher Größe, aber entgegengesetzter Richtung. Es gilt also:

$$|\vec{F}_{AB}| = |\vec{F}_{BA}| \quad (1.2.18)$$

$$\vec{F}_{AB} = -\vec{F}_{BA} \quad (1.2.19)$$

Wird eine Kraft \vec{F}_{AB} auf einen Körper B angewandt und dauert dies die Zeit Δt , dann folgt:

$$\vec{F}_{AB} * \Delta t = m_B * \vec{a} * \Delta t \quad (1.2.20)$$

$$= m_B * \Delta \vec{v} \quad (1.2.21)$$

$$= \Delta \vec{p}_B \quad (1.2.22)$$

Dies ist also die Impulsänderung. Wenn man Newton 3 analog für die andere Seite anwendet, erhält man:

$$\Delta \vec{p}_B = -\Delta \vec{p}_A \quad (1.2.23)$$

Wenn man beide Impulsänderungen $\Delta \vec{p}_A$ und $\Delta \vec{p}_B$ addiert (also alle Impulsänderungen zusammenfasst), dann kommt heraus:

$$\Delta \vec{p}_B + \Delta \vec{p}_A = 0 \quad (1.2.24)$$

D.h. der Gesamtimpuls dieses abgeschlossenen Systems bleibt erhalten.

1.2.5 Die überlagerte Bewegung

Aus dem Übungsblatt “Übungen zur Grundgleichung der Mechanik” haben wir in f) erarbeitet, dass wenn eine Bewegung die Summe aus verschiedenen Bewegungsarten ist (im Beispiel: gleichförmige und gleichmäßig beschleunigte Bewegung), man die Bewegungsarten separat berechnen kann und anschließend erst zusammenaddieren kann.

Teil 2: Bewegungen müssen nicht nur entlang einer Raumachse stattfinden (z.B. schräger Wurf). Wenn die Bewegung in eine Raumrichtung die Bewegung in eine andere Raumrichtung nicht beeinflusst, dann kann man die Ortsverläufe in den einzelnen Raumrichtungen zu verschiedenen Zeitpunkten t separat berechnen und die errechneten Koordinaten in einer Ortsverlaufskurve zusammenfassen.

1.2.6 Erhaltungssätze

Der Energieerhaltungssatz

Aus den Hebelgesetzen bzw. Versuchen mit dem Flaschenzug haben wir herausgefunden:

Was man an Weg spart, muss man an Kraft ausgleichen. Es gilt also:

$$F_1 * s_1 = F_2 * s_2 \quad (1.2.25)$$

Das Produkt aus beiden ist erhalten. Hinter diesem Produkt steht als Größe die Energie E .

DIE ENERGIE IST ERHALTEN

Wird die Masse hochgezogen, dann wird die Energie, die die Masse gewinnt, als Höhenenergie bzw. potentielle Energie E_{pot} bezeichnet.

$$E_{pot} = F * s = F_G * h = m * g * h \quad (1.2.26)$$

Die kinetische Energie

Versuch: Eine Kugel rollt einen Hang hinab. Sie verliert an potentieller Energie. Die Gesamtenergie eines Systems ist aber konstant.

Folgerung: Die potentielle Energie wurde in eine andere Energie umgewandelt, nämlich in Bewegungsenergie E_{kin} (auch kinetische Energie genannt).

Überlegung: Je höher die Geschwindigkeit v , desto größer die zugehörige kinetische Energie E_{kin} .

Gedankenexperiment: Eine Kugel wird aus der Höhe h auf den Boden fallen gelassen. Die Höhenenergie E_{pot} , die umgewandelt ist, beträgt:

$$E_{pot} = m * g * h \quad (1.2.27)$$

Die Geschwindigkeit v , die die Kugel unten ankommt hat, beträgt mithilfe der Formel für gleichmäßig beschleunigte Bewegung:

$$h = s = \frac{1}{2} * a * t^2 \quad (1.2.28)$$

$$= \frac{1}{2} * \frac{a * t^2 * a}{a} \quad (1.2.29)$$

$$= \frac{1}{2} * \frac{a^2 * t^2}{a} \quad |v = a * t \quad (1.2.30)$$

$$= \frac{1}{2} * \frac{v^2}{a} \quad (1.2.31)$$

$$v = \sqrt{2 * a * s} \quad (1.2.32)$$

Ist die Kugel unten angekommen, dann wurde die gesamte potentielle Energie in kinetische Energie umgewandelt:

$$E_{pot} = E_{kin} \quad (1.2.33)$$

$$m * g * h \stackrel{(\wedge)}{=} m * g * \frac{1}{2} * \frac{v^2}{a} \quad (1.2.34)$$

$$\stackrel{g=a}{=} m * \frac{1}{2} * v^2 \quad (1.2.35)$$

$$\Rightarrow \quad E_{kin} = \frac{1}{2} * m * v^2 \quad (1.2.36)$$

Die Spannenergie

Versuch mit Federn mit bestimmten Eigenschaften (Hooke'sche Federn)... s. Praktikum.

Ergebnis: F ist proportional zur Streckung s . Der Proportionalitätsfaktor ist die sogenannte Federhärte D .

$$F = D * s \quad (1.2.37)$$

$$[D] = \left[\frac{F}{s} \right] = \frac{1N}{1m} \quad (1.2.38)$$

Vergleich: Ein Massestück wird von $h = 0$ bis $h = h_1$ angehoben. Wie hängen F , Δh und E zusammen?

$$E = F * \Delta h \quad (1.2.39)$$

$$= m * g * \Delta h \quad (1.2.40)$$

E ist die Fläche unter der Kurve.

Jetzt: Wo verbirgt sich die Spannenergie E_{spann} im s - F -Diagramm der Feder?

$$E_{spann} = \frac{1}{2} * F * s \quad (1.2.41)$$

$$E_{spann} = \frac{1}{2} * D * s^2 \quad (1.2.42)$$

1.2.7 Die Impulserhaltung

Der vollständig inelastische Stoß

Beim vollständig inelastischen Stoß kollidieren zwei Körper miteinander und bewegen sich nach dem Stoß gemeinsam mit der gleichen Geschwindigkeit weiter.

Zu erwartende Formeln:

Impuls:

$$p_1 + p_2 = p' \quad (1.2.43)$$

$$m_1 * v_1 + m_2 * v_2 = m' * v' \quad (1.2.44)$$

$$= (m_1 + m_2) * v' \quad (1.2.45)$$

Energie:

$$E_{kin_1} + E_{kin_2} = E'_{kin} \quad (1.2.46)$$

$$\frac{1}{2} * m_1 * v_1^2 + \frac{1}{2} * m_2 * v_2^2 = \frac{1}{2} * m' * v'^2 \quad (1.2.47)$$

$$= \frac{1}{2} * (m_1 + m_2) * v'^2 \quad (1.2.48)$$

Die kinetische Energie scheint bei den durchgeföhrten Versuchen nicht erhalten zu sein. Das lässt sich jedoch durch die, für die Verformung (und Erwärmung) der Knetmasse benötigte Energie erklären. Kurz gesagt: Ein Teil der kinetischen Energie wird nicht als kinetische Energie erhalten, sondern zu einer anderen Form von Energie umgewandelt. Deshalb:

Nicht:

$$E_{kin_1} + E_{kin_2} = E'_{kin} \quad (1.2.49)$$

Sondern:

$$E_{kin_1} + E_{kin_2} = E'_{kin} + U \quad (1.2.50)$$

$$U = \frac{1}{2} * \frac{m_1 * m_2}{m_1 + m_2} * (v_1 - v_2)^2 \quad (1.2.51)$$

Merke: Die zentrale Formel für die Impulse beim vollständig inelastischen Stoß lautet:

$$p_1 + p_2 = p' \quad (1.2.52)$$

$$m_1 * v_1 + m_2 * v_2 = m' * v' \quad (1.2.53)$$

$$m_1 * v_1 + m_2 * v_2 = (m_1 + m_2) * v' \quad (1.2.54)$$

bzw. nach v' aufgelöst:

$$v' = \frac{m_1 * v_1 + m_2 * v_2}{m_1 + m_2} \quad (1.2.55)$$

Wichtig: v ist eine Vektorgröße. In den meisten Aufgabenstellungen wird dabei die Bewegung in eine Richtung (z.B. in x -Richtung) untersucht. Daher kann v_1 , v_2 und v' auch negativ sein.

Hier fehlen die Blätter dazwischen drinnen!!!

Z.B. der vollständig elastische Stoß fehlt komplett!!!

1.2.8 Alltagsbeispiel: Autocrash

Kollidiert ein Auto mit einer Wand, so wird sein Impuls p vollständig abgebaut. Es gilt:

$$\Delta p = m * \Delta v \quad (1.2.56)$$

$$= F * \Delta t \quad (1.2.57)$$

Diese Formeln gelten unter der Annahme, dass die Kraft konstant ist, d.h. dass im gleichen Zeitfenster die gleiche Menge an Impuls abgebaut wird. Wird der Impuls jedoch nicht gleichmäßig abgebaut, so muss man die Impulsänderungen Zeitintervallen zuordnen und daraus die momentane Kraft berechnen.

$$F = \frac{\Delta p}{\Delta t} \quad (1.2.58)$$

Lassen wir die Zeitintervalle ganz klein werden, dann folgt:

$$F(t) = \lim_{\Delta t \rightarrow 0} \frac{\Delta p}{\Delta t} = p'(t) \quad (1.2.59)$$

1.3 Mechanik der Kreis- und Rotationsbewegung

1.3.1 Die Kreisbewegung

Versuch:

Beobachtung: Der Punkt P bewegt sich mit konstanter Geschwindigkeit auf einer Kreisbahn. In diesem Fall spricht man von der gleichförmigen Kreisbewegung.

Größen zur Beschreibung der Bewegung:

Radius r

Winkel α oder (s.u.) φ

Bogenstrecke b

Kreisbahngeschwindigkeit v

Zeit t

Periodendauer T (Zeit für eine volle Umlaufbewegung)

Frequenz f

Kreisfrequenz ω

Kraft F

Beschleunigung a

1.3.2 Das Bogenmaß φ

Um beispielsweise den Kreisbogen b zu berechnen muss man bei gegebenem Winkel α wie folgt rechnen:

$$b = \frac{\alpha}{360^\circ} * 2 * \pi * r \quad (1.3.1)$$

Jetzt: definiere den Winkel φ so, dass der Term für b am Ende nicht mehr 360° und $2 * \pi$ enthält:

$$b = \frac{\varphi}{2 * \pi} * 2 * \pi * r \quad (1.3.2)$$

$$\Rightarrow b = \varphi * r \quad (1.3.3)$$

Findet z.B. eine volle Umdrehung statt (in Grad wäre das 360°), dann folgt für das Bogenmaß φ :

$$\varphi = \frac{b}{r} = \frac{\frac{360^\circ}{360^\circ} * 2 * \pi * r}{r} \quad (1.3.4)$$

$$= 2 * \pi \quad (1.3.5)$$

Die Einheit des Bogenmaßes ist der Radiant und ist dimensionslos. Der Vorteil des Bogenmaßes wird in den kommenden Übungen ersichtlich.

1.3.3 Grundlegende wichtige Gleichungen für die Kreisbewegung

Bogenmaß

$$\varphi = \frac{b}{r} \quad (1.3.6)$$

Umwandlung zwischen Grad und Radian

$$\frac{\varphi}{2 * \pi} = \frac{\alpha}{360^\circ} \iff \alpha = 180^\circ * \frac{\varphi}{\pi} \iff \varphi = \pi * \frac{\alpha}{180^\circ} \quad (1.3.7)$$

Kreisbahngeschwindigkeit

$$v = \frac{2 * \pi * r}{T} \quad (1.3.8)$$

Umlaufzeit bzw. Periodendauer

$$T = \frac{2 * \pi * r}{v} \quad (1.3.9)$$

Frequenz bzw. Umdrehungen pro Zeiteinheit

$$f = \frac{1}{T} \quad (1.3.10)$$

Winkelgeschwindigkeit bzw. Winkel pro Zeiteinheit

$$\omega = \frac{2 * \pi}{T} = 2 * \pi * f = \frac{v}{r} \quad (1.3.11)$$

Gleichförmige Kreisbewegung:

$$\varphi(t) = \omega * t \quad (1.3.12)$$

1.3.4 Die Zentripetalkraft

Versuch: Eine Kugel rollt zunächst geradlinig durch den Raum. Durch Stöße soll sie auf eine Kreisbahn gebracht werden. Um die Änderung der Bewegungsrichtung herbeizuführen braucht es eine Impulsänderung $\Delta \vec{p}$, die wiederum durch Einwirkung einer Kraft \vec{F} während einer Zeitspanne Δt erbracht wird. Die Kräfte wirken zu jedem Zeitpunkt auf den Mittelpunkt des Kreisbogens. Daher wird die für diese Bewegung verantwortliche Kraft Zentripetalkraft F_{ZP} (lat. *centrum* = Mitte, lat. *petere* = streben) bezeichnet.

Frage: Wovon hängt die aufzubringende Kraft ab?

- Masse des Körpers m
- Radius r
- Winkelgeschwindigkeit ω

Ergebnis:

- Je größer m , desto größer F
- Je größer r , desto größer F
- Je größer ω , desto größer F

Vorbemerkung zu weiteren Aufgaben der ZP: Beispiel Kavalierstart (Gaspedal bei Start voll durchgedrückt):

Effekt: Reifen drehen durch.

Ursache: Die Kraft, die vom Motor aus auf das Rad übertragen wird, ist viel größer als die Haftreibungskraft, die dafür sorgt, dass die Kraft von den Reifen auf die Straße übertragen wird und somit das Auto beschleunigt wird. sobald die Reifen durchdrehen, ist die Gleitreibungskraft die Kraft, die die Beschleunigung des Wagens bewerkstellt. Da $\mu_{Gleit} < \mu_{Haft}$ ist, ist die Beschleunigung des Wagens kleiner, als im Fall bei haftenden Reifen.

1.3.5 Inertialsysteme und Newton 1

Wir wissen: 2. Newtonsches Gesetz: $F = m * a$. Ist dann Newton 1 (“wenn keine Kraft, dann keine Änderung des Bewegungszustandes (also Beschleunigung 0?)”) in Anbetracht von Newton 2 überflüssig?

Newton 1 sagt mehr: Es legt Bezugssysteme (d.h. das Koordinatensystem, in dem die Bewegung von Körpern beschrieben wird) fest, die mit der Newtonschen Mechanik beschrieben werden. Insbesondere werden dadurch Koordinatensysteme von der Newtonschen Mechanik ausgeschlossen, deren Ursprung sich im Raum beschleunigt.

1.3.6 Die Rotationsenergie und das Trägheitsmoment

Versuch: Zwei Konservendosen gleicher Masse m aber verschiedener Inhaltszusammensetzung (flüssige Suppe vs. “fester” Eintopf) werden auf einem Hang gleichzeitig rollen gelassen.

Beobachtung: Die Suppe kommt zuerst unten an.

Erklärung: Bei der Dose mit dem festen Inhalt muss der Inhalt mitgedreht werden. Hierfür ist Energie notwendig (die Rotationsenergie E_{rot}) die dann eben nicht mehr für die lineare Bewegung (gekoppelt an die kinetische Energie E_{kin}) zur Verfügung steht.

D.h. näherungsweise beträgt die Gesamtenergie der Dosen:

$$E_{ges,fest} = E_{kin} + E_{rot} \quad (1.3.13)$$

$$E_{ges,flüssig} = E_{kin} + \underbrace{E_{rot}}_{\substack{\approx 0J, \text{ da} \\ \text{Flüssigkeit} \\ \text{nicht mit-} \\ \text{rotiert}}} = E_{kin} \quad (1.3.14)$$

Ziel des Kapitels ist es nun, einen eleganten Ausdruck zu finden, mit dem sich die Rotationsenergie berechnen lässt. Die Rotationsenergie ist nichts anderes als die Summe der kinetischen Energien der einzelnen Massenteile des Körpers. Es gilt also bei n Massenteilen im Körper:

$$E_{rot} = E_{kin_1} + E_{kin_2} + E_{kin_3} + \dots + E_{kin_n} \quad (1.3.15)$$

$$= \frac{1}{2} * m_1 * v_1^2 + \frac{1}{2} * m_2 * v_2^2 + \frac{1}{2} * m_3 * v_3^2 + \dots + \frac{1}{2} * m_n * v_n^2 \quad (1.3.16)$$

Problem: Die Berechnung der Geschwindigkeiten erweist sich als zeitraubend, da, wenn sich die Dose auch nur etwas schneller dreht, die Geschwindigkeit für jedes Massenteil neu berechnet werden muss.

Lösung: Ersetze die Geschwindigkeitsterme durch die Winkelgeschwindigkeit ω :

$$E_{rot} = \frac{m_1 * v_1^2}{2} + \frac{m_2 * v_2^2}{2} + \frac{m_3 * v_3^2}{2} + \dots + \frac{m_n * v_n^2}{2} \quad (1.3.17)$$

$$= \frac{m_1 * r_1^2 * v_1^2}{2 * r_1^2} + \frac{m_2 * r_2^2 * v_2^2}{2 * r_2^2} + \frac{m_3 * r_3^2 * v_3^2}{2 * r_3^2} + \dots + \frac{m_n * r_n^2 * v_n^2}{2 * r_n^2} \quad (1.3.18)$$

$$= \frac{m_1 * r_1^2}{2} * \frac{v_1^2}{r_1^2} + \frac{m_2 * r_2^2}{2} * \frac{v_2^2}{r_2^2} + \frac{m_3 * r_3^2}{2} * \frac{v_3^2}{r_3^2} + \dots + \frac{m_n * r_n^2}{2} * \frac{v_n^2}{r_n^2} \quad (1.3.19)$$

$$= \frac{1}{2} * (m_1 * r_1^2 * \omega^2 + m_2 * r_2^2 * \omega^2 + m_3 * r_3^2 * \omega^2 + \dots + m_n * r_n^2 * \omega^2) \quad (1.3.20)$$

$$= \frac{1}{2} * \underbrace{(m_1 * r_1^2 + m_2 * r_2^2 + m_3 * r_3^2 + \dots + m_n * r_n^2)}_{J} * \omega^2 \quad (1.3.21)$$

$$= \frac{1}{2} * J * \omega^2 \quad (1.3.22)$$

J ist das sogenannte Trägheitsmoment. Es hat die Einheit $kg * m^2$. Wenn in einer Aufgabenstellung die Masse und Radien gegeben sind, dann rechnet man

J nach der Formel

$$J = m_1 * r_1^2 + m_2 * r_2^2 + m_3 * r_3^2 + \dots + m_n * r_n^2 \quad (1.3.23)$$

aus. Ansonsten haben aufopferungsvolle Physiker und Mathematiker für bekannte geometrische Objekte (z.B. Zylinder) ihr Blut vergossen, um eine kompakte Formel bereitzustellen. Zum Beispiel:

$$J_{Zylinder} = \frac{1}{2} * m * r^2 \quad (1.3.24)$$

(hierbei ist angenommen, dass die Masse im Zylinder gleichförmig verteilt ist. Mit r ist der Radius an den äußeren Rand des Zylinders gemeint.)

Daraus folgt:

- Je größer r , desto größer J (bei gleichbleibendem m)
- Je größer m , desto größer J (bei gleichbleibendem r)

Zusammenfassung: Die Rotationsenergie E_{rot} berechnet sich zu

$$E_{rot} = \frac{1}{2} * J * \omega^2 \quad (1.3.25)$$

wobei J das sogenannte Trägheitsmoment ist und sich entweder über

$$J = m_1 * r_1^2 + m_2 * r_2^2 + m_3 * r_3^2 + \dots + m_n * r_n^2 \quad (1.3.26)$$

oder über eine angegebene Formel berechnet, wie z.B. beim Zylinder:

$$J_{Zylinder} = \frac{1}{2} * m * r^2 \quad (1.3.27)$$

Rollt ein Körper über eine Oberfläche hinweg, dann hat er sowohl kinetische Energie E_{kin} aus der linearen Bewegung als auch Rotationsenergie E_{rot} aus der Rotation. Es gilt dann:

$$E_{Ges} = E_{rot} + E_{kin} \quad (1.3.28)$$

$$= \frac{1}{2} * J * \omega^2 + \frac{1}{2} * m * v^2 \quad (1.3.29)$$

ω ist mit v dann über den Rollradius r_{roll} verbunden:

$$\omega = \frac{v}{r_{roll}} \quad (1.3.30)$$

1.3.7 Der Drehimpuls L

Aus der Analogietabelle haben wir hergeleitet, dass das Analogon zum Impuls p der linearen Bewegung

$$p = m * v \quad (1.3.31)$$

der Drehimpuls L der Rotationsbewegung

$$L = J * \omega \quad (1.3.32)$$

ist. Im folgenden Versuch soll eine weitere Eigenschaft und auch Analogie zwischen Impuls und Drehimpuls ergründet werden.

Versuch: Wenn die Person während der Rotationsbewegung die Arme anzieht, dann wird das Trägheitsmoment J kleiner. Jedoch sah man, dass die Rotationsgeschwindigkeit ω währenddessen anstieg.

Folgerung: Der Drehimpuls L ist wie der Impuls p eine Erhaltungsgröße.

Der Fall einer Katze:

1. Katze schaut nach unten. Gesamtdrehimpuls $L_{Ges} = 0$.
2. Katze zieht Vorderbeine an, streckt Hinterbeine aus $\rightarrow J_{vorne}$ klein, J_{hinten} groß.
3. Vorder- und Hinterkörper drehen sich in entgegengesetzte Richtungen (zur Erhaltung des Gesamtdrehimpulses L_{Ges}). Da $J_{vorne} < J_{hinten}$ folgt $\omega_{vorne} > \omega_{hinten}$.
4. Katze streckt Vorderbeine aus, zieht Hinterbeine an $\rightarrow J_{vorne} > J_{hinten}$
5. Katze dreht sich. $\omega_{hinten} > \omega_{vorne}$ (mit entgegengesetztem Vorzeichen).
6. Katze streckt Extremitäten aus \rightarrow Bremsweg s wird größer
 $\rightarrow a$ wird kleiner \rightarrow belastende Kraft F wird kleiner.

Die Richtung des Drehimpulses: Betrachte sich drehendes Rad (Masse auf Radius): Berechne den Drehimpuls L (nehme an, dass sich nur ein einziges Massenstück auf dem Radius befindet):

$$L = J * \omega \quad (1.3.33)$$

$$= \overbrace{m * r^2}^{} * \overbrace{\frac{v}{r}}^{} \quad (1.3.34)$$

$$= m * r * v \quad (1.3.35)$$

$$= \overbrace{m * v}^{} * r \quad (1.3.36)$$

$$= p * r \quad (1.3.37)$$

Den Drehimpuls eines Massenteilchens kann man also auch beschreiben als das (Vektor-) Produkt aus dem Impuls p des Teilchens und dessen Radius. Exakte Darstellung für einen allgemeinen Fall: Der Drehimpuls L ergibt sich also aus dem Produkt der Geschwindigkeit und dem Abstand des Drehzentrums M zur geradlinigen Bahn des sich bewegenden Körpers.

Der Impuls p hat eine Richtung. Daher sollte der Drehimpuls L auch eine Richtung haben.

Frage: In welch Richtung zeigt der Drehimpuls L ? Der Drehimpulsvektor \vec{L} steht dabei senkrecht zu \vec{r} und \vec{v} entlang der Rotationsachse (dadurch ändert er seine Richtung nicht im Gegensatz zu \vec{v}).

Merkhilfe 1: Zeigen die Finger der rechten Hand den Verlauf eines Massenpunktes eines Rotationskörpers an, dann zeigt der Drehimpulsvektor entlang des Daumens.

Merkhilfe 2:

\vec{r} Rechtes Bein

\vec{v} linkes Bein

\vec{L} Körperrumpf

Kapitel 2

Klasse 11

2.1 Elektrische Ladung und elektrisches Feld

2.1.1 Geladene Körper

Reibungselektrizität

Die Reibungselektrizität entsteht durch wiederholten mechanischen Kontakt zwischen 2 unterschiedlichen, nicht leitenden Gegenständen. Dadurch geraten Elektronen vom einen zum anderen Gegenstand.

Elektrische Ladung im Atom

Elementarladung $e \approx 1,6 * 10^{-19} C$

Ladung:

1. Es gibt 2 Arten von Ladung: Positive und Negative.
2. Ungleichnamige Ladungen ziehen sich an, gleichnamige Ladungen stoßen sich ab.
3. Ein neutraler Körper hat gleich viele positive wie negative Ladungen.
4. Positiv geladen = Elektronenmangel.
5. Negativ geladen = Elektronenüberschuss.
6. In elektrischen Leitern sind Ladungen frei beweglich.
7. In der Umgebung von Ladungen existiert ein elektrisches Feld. In ihm wirkt auf andere Ladungen eine Kraft.
8. Ein elektrisches Feld kann abgeschirmt werden (mittels eines Faradayschen Käfigs.)

Nachweis elektrischer Ladung

Polarisation:

Polarisation ist die Ausrichtung der Dipole in einem Nichtleiter. Dabei richten sich die Dipole so aus, dass die negative Seite zu einer positiven äußeren Ladung zeigt und umgekehrt.

Influenz:

Influenz ist die Verschiebung der frei beweglichen Elektronen im Metall aufgrund des elektrischen Feldes.

2.1.2 Messung elektrischer Ladung; Zusammenhang zwischen Ladung und Stromstärke

$$\text{Stromstärke } I = \frac{\Delta Q}{\Delta t}$$

$$(\text{falls } I = \text{const.}): I = \frac{Q}{t}$$

Allgemein: $I_{(t)} = \dot{Q}_{(t)}$ (Stromstärke ist die Ableitung im Q-t-Diagramm)

$[Q] = 1\text{C}$

$$[I] = 1 \frac{C}{s} = 1 \text{ A}$$

2.1.3 Die elektrische Kraft zwischen 2 Punktladungen - Das Coulombsche Gesetz

Die Kraft einer Punktladung Q auf jede Probefladung q , die den Abstand r zur Punktladung hat, kann man mit Hilfe folgender Formel berechnen:

$$F_C = \frac{1}{4 * \pi * \varepsilon_0} * \frac{Q * q}{r^2} = 9 * 10^9 \frac{N * m^2}{C^2} * \frac{Q * q}{r^2}$$

$$\text{Dabei ist } \varepsilon_0 \approx 8,85 * 10^{-12} \frac{C^2}{N * m^2}$$

Die Konstante $\frac{1}{4 * \pi * \varepsilon_0}$ heißt Coulomb-Konstante.

Coulombsches Gesetz:

Merke:

Die Kraft, die von einer Punktladung auf eine andere ausgeübt wird, wirkt längs der Verbindungslinie zwischen den Ladungen. Sie ändert sich umgekehrt proportional zum Quadrat des Abstandes der Ladungen und proportional zum Produkt der Ladungen.

Die Kraft ist abstoßend, wenn beide Ladungen gleichnamig sind und anziehend, wenn sie ungleichnamig sind.

$$\text{Vgl. Newtonsches Gravitationsgesetz: } F_G = \gamma * \frac{M * m}{r^2}$$

2.1.4 Das elektrische Feld

Zwei geladene Körper wirken auch über große Distanzen aufeinander ein. Die Wechselwirkung besteht sogar, wenn sich zwischen den Körpern ein Vakuum befindet. Nach dem Feldkonzept herrscht im Raum um einen elektrisch geladenen Körper ein elektrisches Feld \vec{E} , in dem auf andere geladene Körper Kräfte ausgeübt werden.

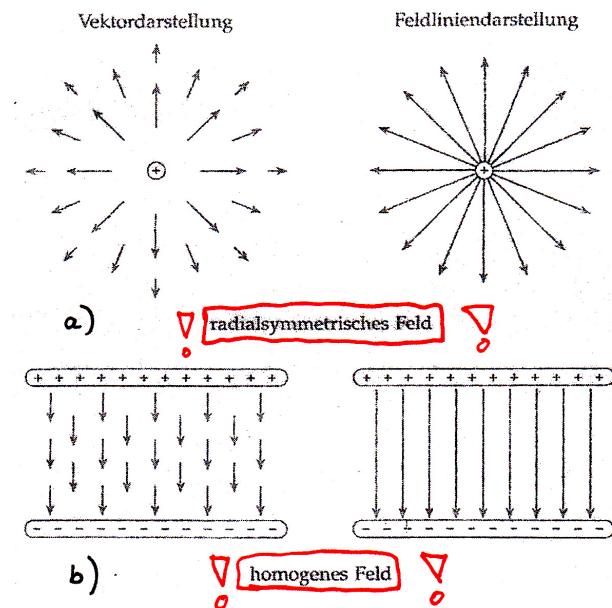
Die elektrische Feldstärke \vec{E} in einem Punkt des Feldes wird durch

$$\vec{E} = \frac{\vec{F}}{q} \quad [\vec{E}] = 1 \frac{N}{C}$$

definiert, wobei \vec{F} die Kraft ist, die auf die Probeladung q wirkt.

Das \vec{E} -Feld zeigt in die selbe Richtung wie die Kraft, die auf eine positive Probeladung wirkt.

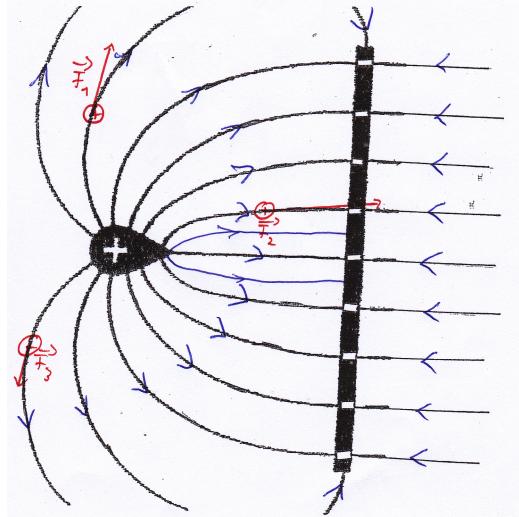
Elektrische Felder:



2.1.5 Darstellung des elektrischen Feldes durch Feldlinien - Aussagen des Feldlinienbildes

1. An jedem Punkt erfährt eine Probeladung "eine Kraft tangential zu den Feldlinien".
2. Die Pfeile geben die Richtung der Feldkraft auf eine positive Probeladung an.

3. Das Feld ist an Stellen mit größerer Feldliniendichte stärker.
4. Feldlinien kreuzen sich nie.
5. Die Feldlinien stehen auf einem elektrischen Leiter immer senkrecht.



Merke:

In der Elektrostatisik gilt:

1. Feldlinien verlaufen nicht im geschlossenen Kreis, sondern sie beginnen bei positiven Ladungen und enden bei negativen. Wenn eine solche kreisförmige Feldlinie existieren würde, würde sich eine Ladung entlang dieser bewegen und dabei ständig Bewegungsenergie gewinnen (∇ Energieerhaltungssatz)
2. Feldkräfte können in Leitern Ladungen verschieben. Im Inneren eines Leiters entsteht ein feldfreier Raum. (Bild faradayscher Käfig)
3. In elektrostatischen Situationen gilt: Das elektrische Feld in einer leitenden Substanz ist überall 0. Die Ladung sitzt auf der Oberfläche der Substanz. (Bild von Leiter mit Ladung auf Oberfläche)
4. Im Inneren eines Stromführenden Leiters (!Kein elektrostatischer Fall!) besteht ein Feld, das die Ladungen bewegt.

2.1.6 Vergleich zwischen elektrischem Feld und Gravitationsfeld

	Gravitationsfeld	Elektrisches Feld
Feld:	Raumbereich, in dem Körper die Gravitationskräfte \vec{F}_G erfahren.	Raumbereich, in dem Ladungen elektrische Kräfte \vec{F}_{el} erfahren.
Probekörper:	Probemasse m	Probeladung q
Felderzeugender Körper:	Körper mit Masse (z.B. Erde)	Geladene Körper (Felderzeugende Ladung Q)
Feldlinie:	Gedachte Linie, auf der sich eine Probemasse bewegt, wenn sie nur der auf sie wirkenden F_G folgt. Ihre Tangenten weisen an jeder Stelle der Feldlinie in Richtung Gravitationskraft F_G	Gedachte Linie, auf der sich eine positive Probeladung bewegt, wenn sie nur der auf sie wirkenden F_{el} folgt. Ihre Tangenten weisen an jeder Stelle der Feldlinie in Richtung der elektrischen Kraft F_{el}
Eigenschaften von Feldlinien	1. Zeigen in Richtung der Kraft auf eine Probemasse 2. Zeigen stets zurfelderzeugenden Masse 3. Kreuzen sich nie	1. Zeigen in Richtung der Kraft auf eine positive Probeladung 2. Sie verlaufen von positiver zu negativer Ladung 3. Kreuzen sich nie 4. Ein elektrischer Dipol stellt sich tangential zur Feldlinie ein. Seine positive Ladung zeigt in Richtung der Feldlinie
Kraft auf: m / q	$\vec{F}_G = m * \vec{g}$	$\vec{F}_{el} = q * \vec{E}$
Feldstärke	Gravit.-const. \vec{g}	Elektr. Feldstärke \vec{E}
Energie:	$W_{pot} = m * g * h$	$W_{el} = q * \vec{E} * s = F_{el} * s = q * U$
Potential	$\varphi_G = \frac{W_{pot}}{m} = g * h$	$\varphi_{el} = \frac{W_{el}}{q} = E * s$
Potentialdifferenz	$\varphi_2 - \varphi_1 = g * \Delta h$	$U = \varphi_2 - \varphi_1 = E * \Delta s$

2.1.7 Die Flächenladungsdichte Sigma

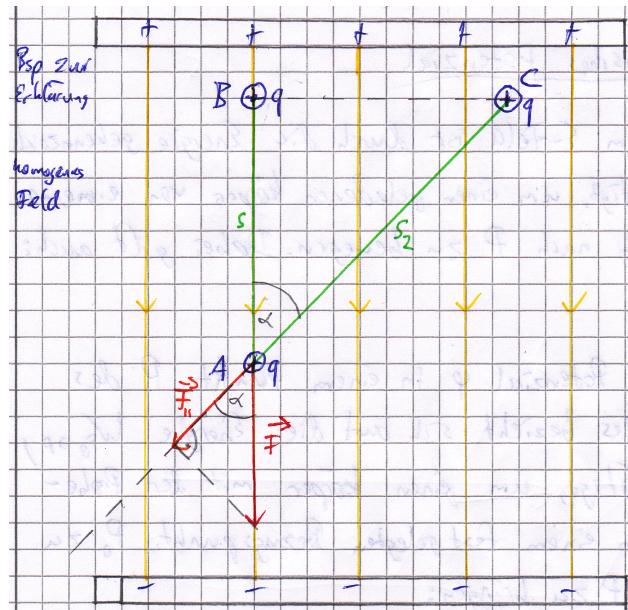
Der Quotient $\sigma = \frac{Q}{A}$ heißt Flächenladungsdichte. Die Einheit ist $[\sigma] = \frac{1C}{1m^2}$.

Die Feldstärke E eines homogenen Feldes ist der Flächenladungsdichte σ der sie erzeugenden Ladung proportional.

In Luft gilt: $\sigma = \epsilon_0 * \epsilon_r * E$

2.1.8 Energie, elektrisches Potential und Spannung

Energieumwandlung im elektrischen Feld



Maßstab: 1N $\hat{=}$ 3cm

$$\vec{F}_{II} = \vec{F} * \cos(\alpha) \quad s_2 = \frac{s}{\cos(\alpha)}$$

$$W_{A \rightarrow B} = F * s \text{ (In diesem Beispiel: 0,05 J)}$$

$$W_{A \rightarrow C} = F_{II} * s_2 \text{ (In diesem Beispiel: 0,05 J)}$$

$$\Rightarrow W = F * s$$

Merke:

Verschiebt man einen geladenen Körper im E-Feld entgegen der Kraft, so wird ihm Energie zugeführt. Sie heißt - analog zum Fall des angehobenen Körpers im Gravitationsfeld - potentielle Energie. Die Energieänderung bei der Verschiebung einer Ladung ist nur vom Anfangs- und Endpunkt abhängig, nicht vom gewählten Weg. Deshalb kann man bei der Berechnung von W_{pot} den Weg in Abschnitte parallel und senkrecht zur Feldlinienrichtung zerlegen, wobei dann nur der parallele Abschnitt einen Beitrag zur Energieänderung liefert.

Im homogenen Feld ergibt sich: $W = F * s = q * E * s$

Elektrisches Potential

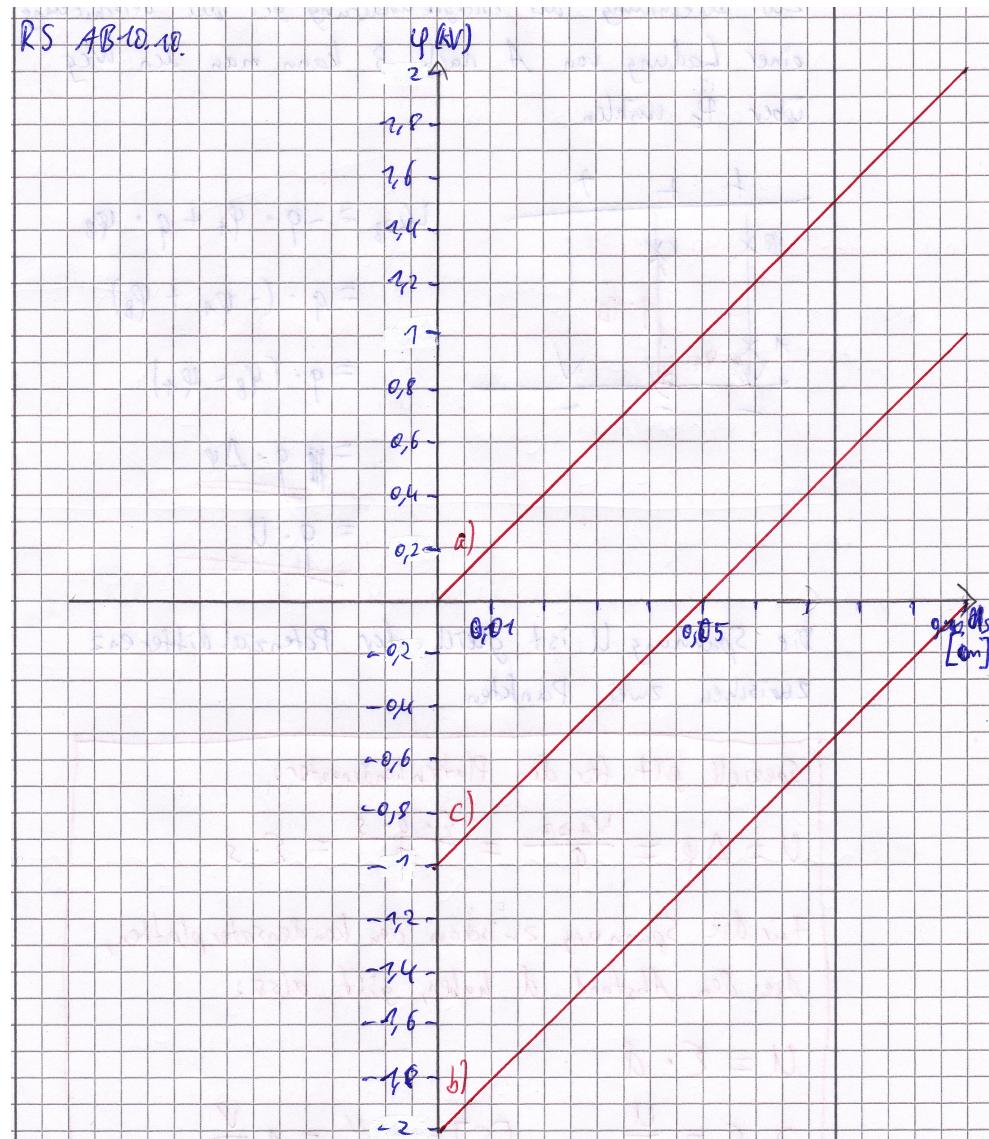
Jeder Punkt im E-Feld ist durch die Energie gekennzeichnet, die man benötigt, um einen geladenen Körper von einem Bezugspunkt P_0 nach P zu bewegen.

Dabei gilt auch:

$$W_{P_0 \rightarrow P} \sim q$$

Das elektrische Potential φ in einem Punkt P des elektrischen Feldes bezieht sich auf die Energie $W_{P_0 \rightarrow P}$, die man benötigt, um einen Körper mit der Probeladung q von einem festgelegten Bezugspunkt P_0 zu diesem Punkt P zu bringen:

$$\varphi_P = \frac{W_{P_0 \rightarrow P}}{q} \quad [\varphi] = \frac{J}{C} = V$$



$$\varphi(x) = E * x + \varphi_0$$

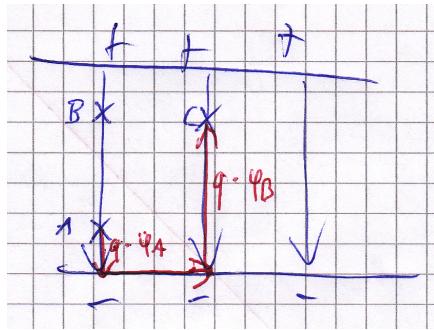
Bezugspunkte auf:

- a) negativ geladener Platte
- b) positiv geladener Platte
- c) genau in der Mitte zwischen beiden Platten

Elektrische Spannung U

Zur Berechnung der Energieänderung bei der Verschiebung einer Ladung von A nach B kann man den Weg über P_0 wählen.

$$\begin{aligned} W_{A \rightarrow B} &= -q * \varphi_A + q * \varphi_B \\ &= q * (-\varphi_A + \varphi_B) \\ &= q * \Delta\varphi \\ &= q * U \end{aligned}$$



Die Spannung U ist gleich der Potentialdifferenz zwischen zwei Punkten.

Speziell gilt für den Plattenkondensator:

$$U = \Delta\varphi = \frac{W_{A \rightarrow B}}{q} = \frac{E * q * s}{q} = E * s$$

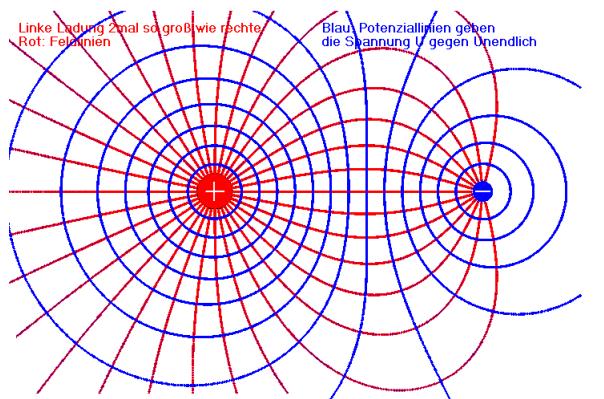
Für die Spannung zwischen den Kondensatorplatten, die den Abstand d haben, gilt also:

$$U = E * d \quad [E] = \frac{N}{C} = \frac{V}{m}$$

Äquipotentiallinien

Auf einer Fläche senkrecht zu den Feldlinien herrscht überall das gleiche Potential, da bei einer Verschiebung senkrecht zu den Feldlinien keine Energieänderung stattfindet. \Rightarrow Äquipotentiallinien (unten in blau)

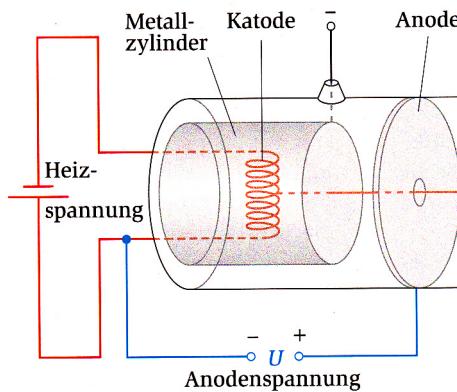
Je dichter die Äquipotentiallinien, desto größer die Energieänderung bei der Bewegung senkrecht dazu
 \Rightarrow desto größer ist die Feldstärke



2.1.9 Geladene Teilchen im Längsfeld

$$W_{A \rightarrow B} = q * U = q * \Delta\varphi$$

Beim Durchfliegen der Beschleunigungsspannung U gewinnt das geladene Teilchen die Energie $W = q * U$, falls die Spannung das Teilchen beschleunigt, andernfalls verliert dieses Energie (Siehe Buch S.20 B2).



B2 Eine Elektronenkanone

Wird ein Elektron mit 250V beschleunigt, so hat dieses danach die Energiemenge $W = q * U = e * U = e * 250V = 250eV$ dazugewonnen.

2.1.10 Kondensator-Kapazität

Ladung

Wie viel Ladung fasst ein Kondensator bei vorgegebener angelegter Spannung U? (Bsp.: Plattenkondensator)

$$U = E * d$$

Wir wissen bereits:

$$\sigma = \frac{Q}{A} \text{ und } \sigma = \epsilon_0 * E$$

Daraus folgt:

$$\frac{Q}{A} = \epsilon_0 * E$$

$$\Rightarrow \frac{Q}{A} = \epsilon_0 * \frac{U}{d}$$

$$\Rightarrow Q = \epsilon_0 * \underbrace{\frac{A}{D}}_{\text{Konstante}} * U$$

Konstante, genannt Kapazität C

Allgemein gilt: Den Quotienten $\frac{Q}{U}$ nennt man Kapazität C. Die Ladung auf einem

Kondensator ist der angelegten Spannung proportional.

Merke: Anordnungen aus zwei Leitern, die durch einen Isolator getrennt sind, heißen Kondensatoren. Aufgrund ihrer Fähigkeit, Ladungen und Energie zu speichern, werden sie vielfältig eingesetzt. Die Kapazität C gibt an, wie viel Ladung der Kondensator bei einer bestimmten Spannung speichern kann:

$$C = \frac{Q}{U} \quad [C] = \frac{1C}{1V} = 1F \text{ (Farad; Nach Michael Faraday)}$$

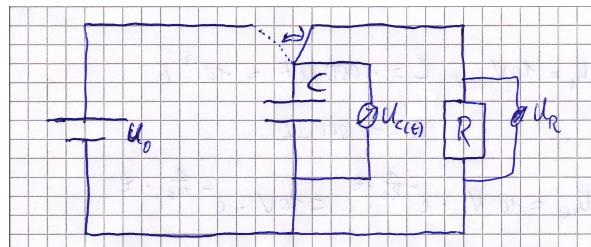
Symbol: 
Symbol:

Speziell: Die Kapazität eines Plattenkondensators im Vakuum wird durch die Plattenfläche A und den Abstand D bestimmt.

$$C = \epsilon_0 * \frac{A}{d}$$

2.1.11 Kondensator-Entladung und -Aufladung

Schaltplan:



$$U_{C(t)} = \frac{Q(t)}{C}$$

Bei uns: $R = 10 \text{ k}\Omega$; $C = 1000 \mu\text{F}$; $U_0 = 10V$

Beim Entladevorgang gilt:

$$U_{C(t)} = -R * I \quad (\text{Maschenregel: } U_{C(t)} + U_R = 0)$$

$$\frac{Q(t)}{C} = -R * I \quad \left(\lim_{\Delta t \rightarrow \infty} \frac{\Delta Q}{\Delta t} = \dot{Q}(t) \right)$$

$$\frac{Q(t)}{C} = -R * \dot{Q}(t)$$

$$\dot{Q}(t) = \frac{Q(t)}{\frac{C}{-R}} = \underbrace{\frac{-1}{C * R}}_{\text{Faktor}} * Q(t)$$

$$e^x = \frac{1}{0!}x^0 + \frac{1}{1!}x^1 + \frac{1}{2!}x^2 + \dots + \frac{1}{n!}x^n \Rightarrow (e^x)' = e^x$$

$$\text{Lösung: } Q(t) = Q_0 * e^{-\frac{1}{C * R} * t} \quad \dot{Q}(t) = Q_0 * \left(-\frac{1}{C * R}\right) * e^{-\frac{1}{C * R} * t}$$

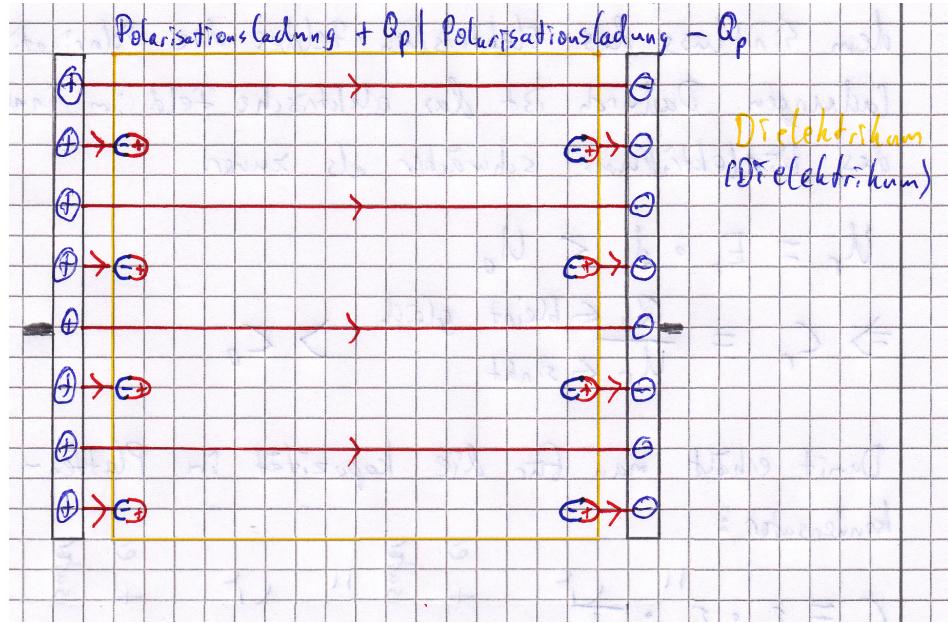
$$U(t) = \frac{Q(t)}{C} = \underbrace{\frac{Q_0}{C}}_{U_0} * e^{-\frac{1}{C * R} * t}$$

$$\dot{U}(t) = -\frac{1}{C * R} * U(t)$$

$$1F = \frac{1C}{1V} = \frac{1C}{1A * 1\Omega} = \frac{1As}{1A * 1\Omega} = \frac{1s}{1\Omega}$$

$$F * \Omega = \frac{s}{\Omega} * \Omega = s$$

2.1.12 Mehrkapazität durch Isolatoren



$$E_r = \frac{E_0}{2} \quad (U = E * d)$$

$$\rightarrow U_r = \frac{U_0}{2}$$

$$\rightarrow C_r = \frac{Q_0}{\frac{U_0}{2}} = 2 * C_0$$

im Beispiel: $\epsilon_r = 2$

Sprich: Epsilon r

Merke:

In dem Isolator (Dielektrikum) verschieben sich unter dem Einfluss des elektrischen Feldes die Polarisationsladungen. Dadurch ist das elektrische Feld im inneren des Dielektrikums schwächer als zuvor.

$$U_r = E_r * d < U_0$$

$$\Rightarrow C_r = \frac{Q_0 (\leftarrow \text{bleibt})}{U_r (\leftarrow \text{sinkt})} > C_0$$

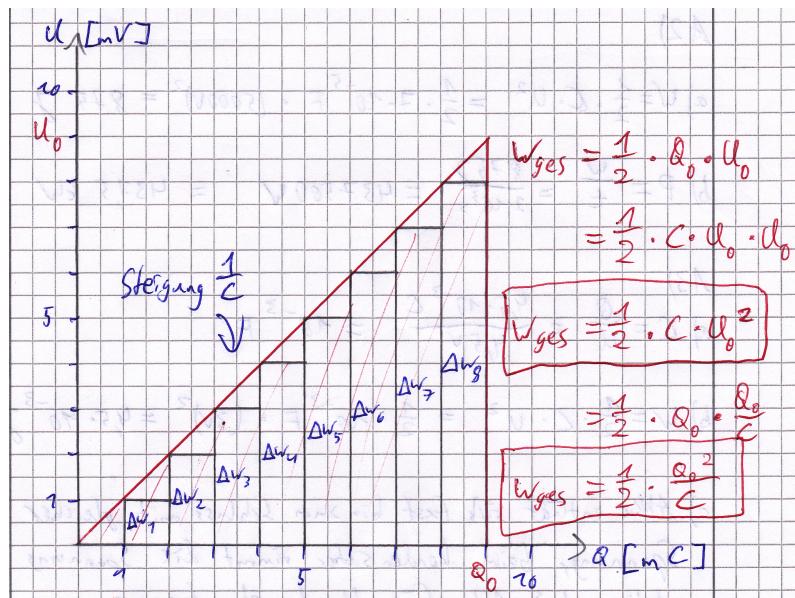
Damit erhält man für die Kapazität im Plattenkondensator:

$$C = \epsilon_0 * \underbrace{\epsilon_r}_{} * \frac{A}{d}$$

Dielektrizitätszahl

2.1.13 Energie in elektrischen Feldern

Wird der Kondensator aufgeladen, so steigt mit zunehmender Ladung Q auf den Kondensatorplatten auch die Spannung U . Um den Kondensator mit der zusätzlichen Ladung ΔQ weiter aufzuladen, ist die Energiemenge $\Delta W = \Delta Q * U_{(Q)}$ notwendig.



Die gesamte im Kondensator gespeicherte Energie ergibt sich aus dem Flächeninhalt unter dem Graphen im Q-U-Diagramm (Dabei ist Q_0 die Ladung, die der Kondensator am Ende trägt und U_0 die Spannung, auf die er aufgeladen wird).

2.1.14 Parallel- und Reihenschaltung von Kondensatoren

Parallelschaltung

$$U_{ges} = U_1 = U_2$$

$$Q_{ges} = Q_1 + Q_2$$

$$C_{ges} = C_1 + C_2$$

Reihenschaltung

$$U_{ges} = U_1 + U_2$$

$$Q_{ges} = Q_1 = Q_2$$

$$\frac{C_1}{C_2} = \frac{U_2}{U_1}$$

$$\frac{1}{C_{ges}} = \frac{1}{C_1} + \frac{1}{C_2}$$

2.2 Das Magnetfeld und Teilchen in Feldern

2.2.1 Eigenschaften von Magnetfeldlinien

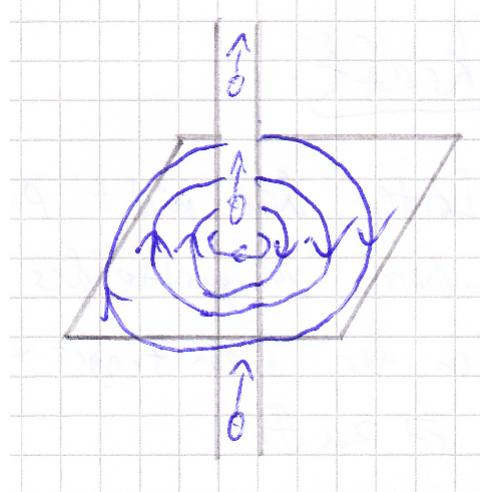
- „Starten“ am Nordpol und „enden“ am Südpol
- Je dichter die Linien, desto stärker ist das Magnetfeld
- Magnetfeldlinien haben keinen Anfang und kein Ende, sondern laufen durch den Magnet hindurch
- Magnetfeldlinien können durch einen Kompass oder Eisenspäne sichtbar gemacht werden
- Die Lorentzkraft wirkt senkrecht zu den Magnetfeldlinien und senkrecht zur Bewegungsrichtung der el. Ladung
- Der magnetische Südpol eines Probemagneten richtet sich entlang der Feldlinien zum Nordpol des erzeugten Feldes aus
- Magnetfeldlinien berühren sich nie
- Änderungen im Magnetfeld breiten sich mit Lichtgeschwindigkeit aus
- Feldrichtung ist die, in die eine Kompassnadel zeigen würde

2.2.2 Magnetfeld von stromdurchflossenen Leitern

Magnetfeld eines stromdurchflossenen Leiters

Der Leiter ist von magnetischen Feldlinien in Form von konzentrischen Kreisen umgeben.

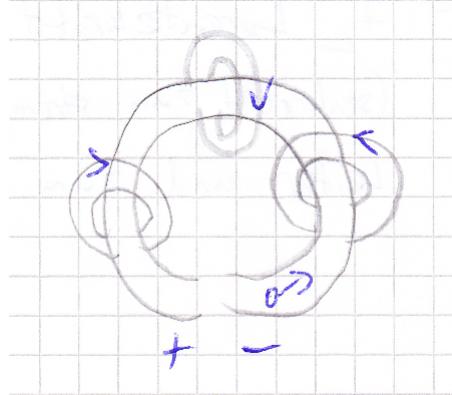
Linke-Hand-Regel: Zeigt der Daumen in Richtung der Elektronenbewegung, so zeigen die Finger der gekrümmten Hand die Richtung



des Magnetfeldes an.

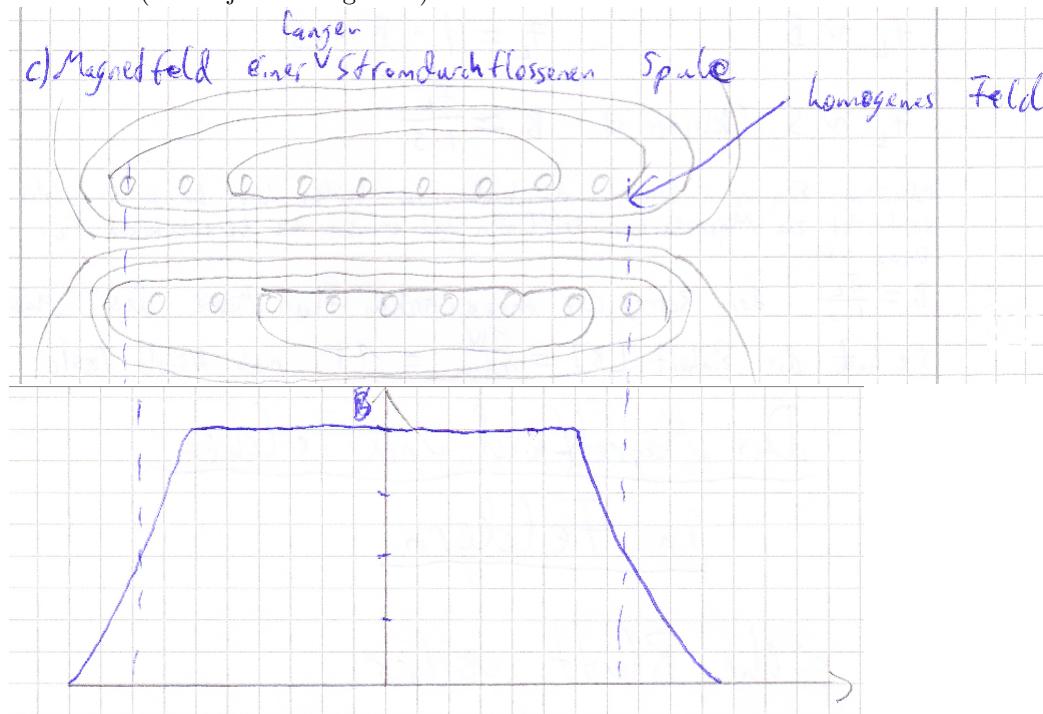
Magnetfeld in einer stromdurchflossenen Leiterschleife

Eine stromdurchflossene Leiterschleife erzeugt ein Magnetfeld wie ein kurzer, dicker Stabmagnet



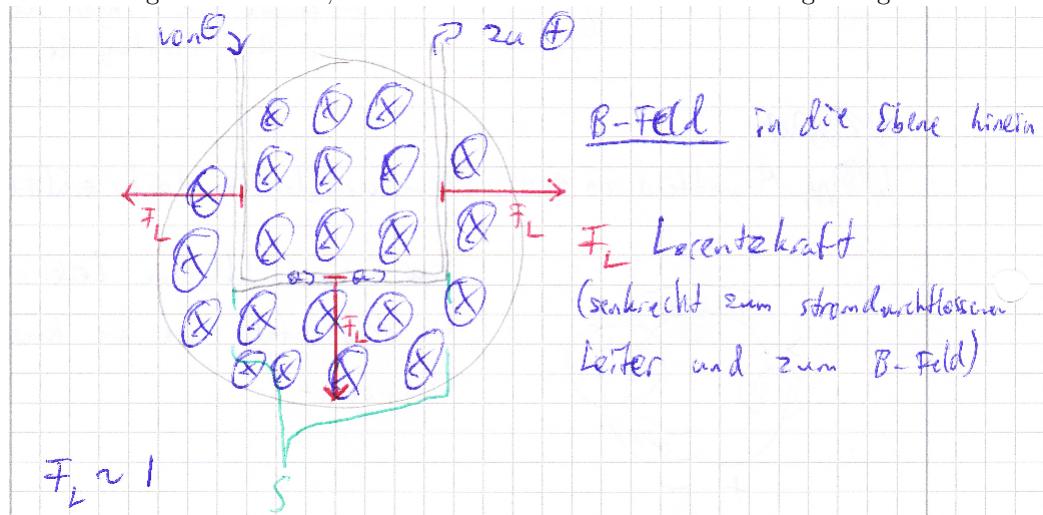
Magnetfeld einer langen stromdurchflossenen Spule

Im inneren ist das Feld homogen, innen laufen die Magnetfeldlinien von Süd nach Nord (wie in jedem Magneten)



2.2.3 Die Lorentzkraft

Ein stromdurchflossener Leiter, der nicht parallel zu den Feldlinien eines äußeren Magnetfeldes steht, erfährt Lorentzkräfte nach der Drei-Finger-Regel.



$$F_L \sim I$$

$$F_L \sim B$$

$$F_L \sim s$$

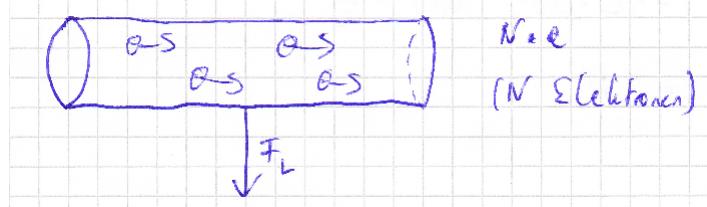
$$F_L = I * B * s$$

$$B = \frac{F_L}{I * s}$$

Definition: Ein vom Strom I durchflossener Leiter der Länge s stehe senkrecht zu magnetischen Feldlinien und erfahre die Lorentzkraft F_L . Dann ist $B = \frac{F_L}{I * s}$ der Betrag der magnetischen Flussdichte des Magnetfeldes. Sie hat die Einheit $[B] = \frac{1N}{1A * m} = 1T$ nach Nicola Tesla.

2.2.4 Magnetische Kraft auf bewegte Ladungen

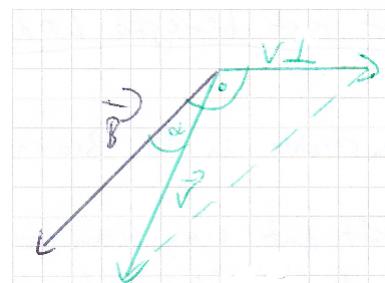
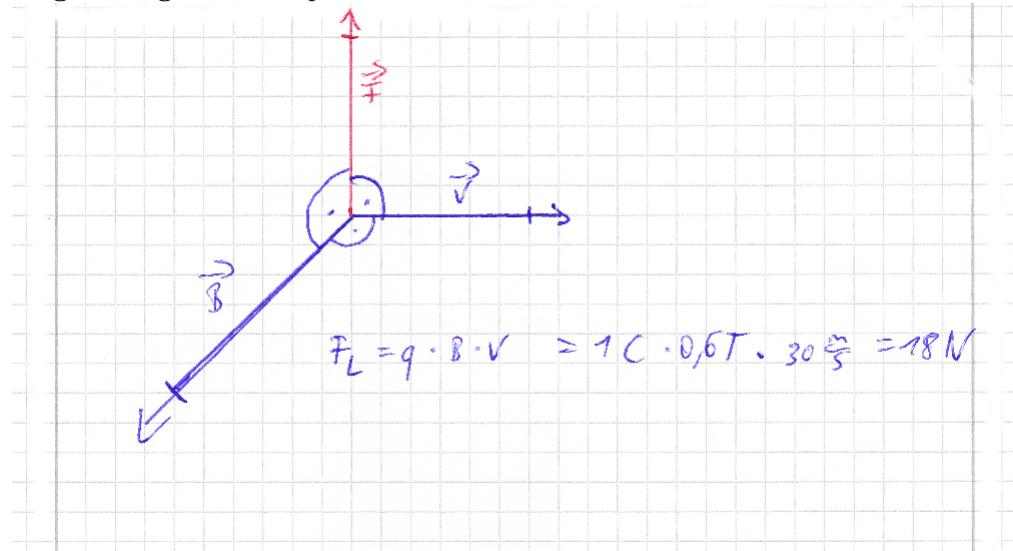
Die eigentliche Ursache der Kraft auf einen stromdurchflossenen Leiter ist die Kraft, die im Magnetfeld auf bewegte Ladung wirkt, die sich nicht parallel zum Magnetfeld bewegt. Aus dem Leiterschaukelversuch erhält man:



$$F_L = I * B * s = \frac{Q}{t} * B * s = \frac{N * e}{t} * B * s = N * e * v * B$$

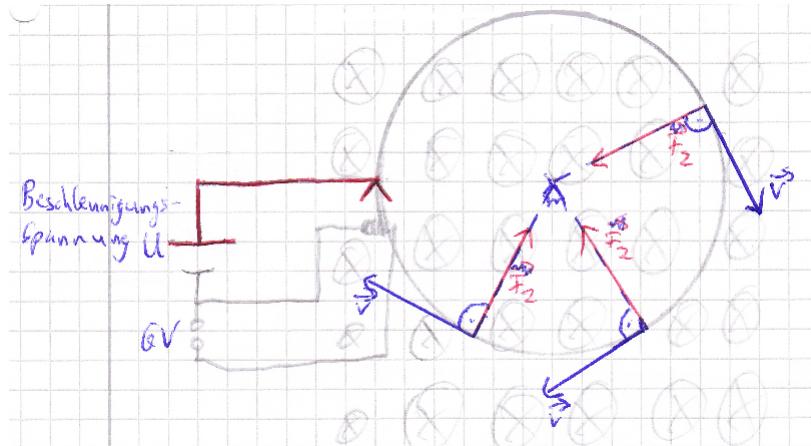
$\Rightarrow F_L$ auf ein einzelnes Elektron: $F_L = e * v * B$

Allgemein gilt: $F_L = q * v * B$ wenn $v \perp B$



$$\begin{aligned} F_L &= q * \vec{v} \times \vec{B} \\ &= q * B * \underbrace{v * \sin(\alpha)}_{v \perp} \end{aligned}$$

2.2.5 Bewegung von Ladungen unter dem Einfluss des B-Feldes



Die Lorentzkraft F_L wirkt als Zentripetalkraft F_Z , denn sie wirkt in jedem Punkt senkrecht zur Bewegungsrichtung und ist vom Betrag stets gleich groß.

Sie ändert also ständig die Richtung der Bewegung, nicht aber den Betrag der Geschwindigkeit!

$$\begin{aligned}
 F_L &= F_Z \\
 q * v * B &= m * \frac{v^2}{r} \\
 q * B &= m * \frac{v}{r} \\
 \frac{q}{m} &= \frac{v}{r * B} \\
 \frac{e}{m} &= \frac{v}{r * B}
 \end{aligned}$$

Zusammenfassung: $F_L = F_Z$

Geladene Teilchen, die mit der Geschwindigkeit \vec{v} in ein homogenes \vec{B} -Feld senkrecht zu dessen Feldlinien eintreten, durchlaufen eine Kreisbahn mit dem Radius r . Dieser ergibt sich durch Umformung aus der zentralen Gleichung

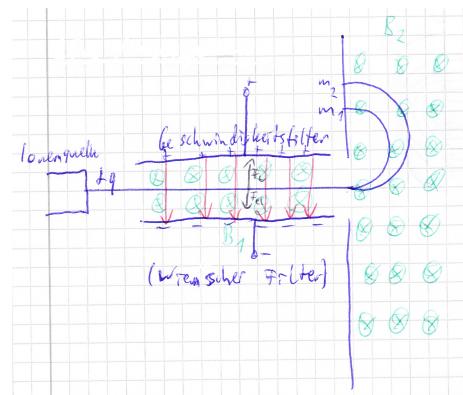
$$\begin{aligned}
 F_L &= F_Z \\
 q * v * B &= m * \frac{v^2}{r} \\
 q * B &= m * \frac{v}{r} \\
 r &= \frac{m * v}{q * B} = \frac{v}{\frac{q}{m} * B}
 \end{aligned}$$

r ist umso größer, je

- größer v ist (bei uns: U groß)
- kleiner B ist (bei uns: I_{err} klein)
- kleiner die spezifische Masse ist

2.2.6 B- und E-Felder im Verbund

Das Massenspektrometer



Funktionsweise eines Wienschen Filters: Für ein Teilchen, das die passende Geschwindigkeit hat, gilt:

$$F_L = F_{el}$$

$$q * v * B = q * E$$

$$v * B = E$$

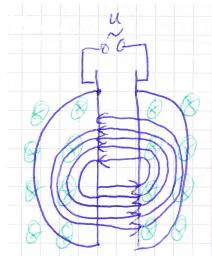
$$v = \frac{E}{B}$$

⇒ Zu langsam: Fliegt nach unten

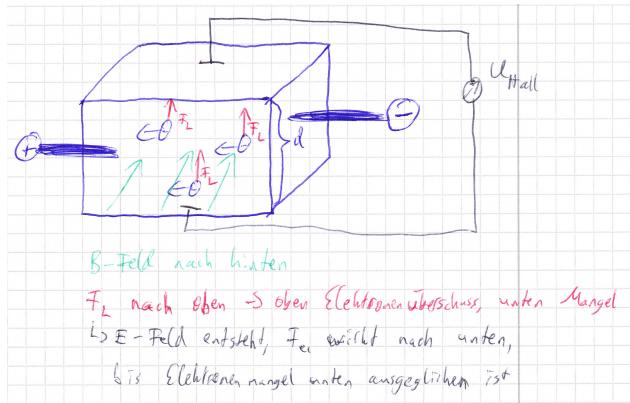
⇒ Zu schnell: Fliegt nach oben

Funktion des Massenspektrometers: Aufgrund von $r = \frac{m*v}{q*B}$ wird r für größere Massen größer ($r \sim m$), wenn alle anderen Größen konstant sind.

Zyklotron



2.2.7 Messung von Magnetfeldern



1. Die Elektronen bewegen sich senkrecht zum B-Feld und werden deshalb nach oben abgelenkt
2. Durch die Ladungsverschiebung entsteht ein E-Feld, das eine F_{el} auf der Elektronen nach unten ausübt.

3. Die Ladungsverschiebung findet so lange statt, bis $F_L = F_{el}$

Also:

$$F_L = F_{el}$$

$$q * v * B = q * E$$

$$v * B = E$$

$$v * B = \frac{U}{d}$$

$$U_{Hall} = B * v * d$$

Hall-Sonden bestehen aus Halbleitern, weil bei ihnen die Anzahl der freien Ladungsträger viel kleiner ist und somit bei gleicher Stromstärke V und damit U_{Hall} größer wird.

2.3 Induktion

2.3.1 Bewegung eines Leiters im Magnetfeld - Berechnung der Induktionsspannung

Bewegt sich eine Leiterschleife mit der Geschwindigkeit v_s senkrecht zum Magnetfeld, wirkt auf jedes Elektron im Leiter die Lorentzkraft F_L .

$$F_L = e * v * B \quad (2.3.1)$$

Sie verschiebt die Elektronen im Leiter. Dadurch wird das eine Ende des Leiters negativ geladen, das andere Ende positiv. Diese Ladungsverteilung erzeugt eine elektrische Feldstärke E im Leiter, die solange anwächst, bis Gleichgewicht zwischen der Lorentzkraft und der elektrischen Kraft besteht.

$$\begin{aligned} F_L &= F_e l \\ q * v * B &= E * q \\ v * B &= \frac{U_{ind}}{d} \end{aligned}$$

Merke:

$$U_{ind} = v_s * B * d \quad (2.3.2)$$

mit

v_s = Geschwindigkeit senkrecht zum Magnetfeld

B = Magnetfeld

d = Länge des Leiterstücks im Magnetfeld

2.3.2 Induktion durch Änderung der senkrecht vom Magnetfeld durchsetzten Fläche

Die Spule werde mit konstanter Geschwindigkeit v_s in das Magnetfeld hineinbewegt.

Merke: Die induzierte Spannung U_{ind} ist desto größer, je größer die Änderungsrate $\frac{\Delta A_s}{\Delta t}$ der senkrecht vom Magnetfeld durchsetzten Spulenfläche

ist. Es gilt:

$$\begin{aligned}
 U_{ind} &= n * B * \frac{\Delta A_s}{\Delta t} \\
 &= n * B * \lim_{\Delta t \rightarrow 0} \frac{\Delta A_s}{\Delta t} \\
 &= n * B * \frac{dA_s}{dt} \\
 &= n * B * \dot{A}_s
 \end{aligned} \tag{2.3.3a}$$

2.3.3 Rotation einer Spule im Magnetfeld

Die senkrecht vom B-Feld durchsetzte Fläche ist bei einer rotierenden Spule gegeben durch:

$$A(t) = \hat{A} * \cos(\omega t + \varphi_0) \tag{2.3.4}$$

mit

$$\begin{aligned}
 \hat{A} &= \text{Amplitude(max. Wert der Fläche } A_s) \\
 \varphi_0 &= \text{Anfangswinkel}
 \end{aligned}$$

und der Winkelgeschwindigkeit

$$\begin{aligned}
 \omega &= \frac{2\pi}{T} \\
 [\omega] &= \frac{1}{s} = 1 \text{ Hz}
 \end{aligned}$$

Damit erhält man:

$$\dot{A}_{(t)} = -\hat{A} * \omega * \sin(\omega t + \varphi_0)$$

Dadurch ergibt sich für die induzierte Spannung bei der Rotation einer Spule mit n Windungen im Magnetfeld B:

$$\begin{aligned}
 U_{ind}(t) &= n * B * \dot{A}(t) \\
 &= -n * B * \hat{A} * \omega * \sin(\omega t + \varphi_0) \\
 &= -\hat{U} * \sin(\omega t * \varphi_0)
 \end{aligned} \tag{2.3.5}$$

2.3.4 Magnetfeldänderung

Induktionsspannung aufgrund der Änderung des Magnetfeldes, welches die Querschnittsfläche einer Spule A_s senkrecht durchsetzt:

$$U_{ind} = n * A_s * \dot{B} \tag{2.3.6}$$

2.3.5 Der magnetische Fluss

Der magnetische Fluss ist ein Maß für die Anzahl der Feldlinien, die eine Fläche A durchsetzen.

Der magnetische Fluss ist definiert als Produkt von magnetischer Flussdichte B und dem Flächeninhalt A_s der Projektion der Fläche A senkrecht zu den Feldlinien.

$$\Phi = B * A_s \quad (2.3.7)$$

$$[\Phi] = T * m^2 = V * s = 1 \text{ Wb} \text{ (nach Wilhelm Weber)}$$

2.3.6 Allgemeine mathematische Formulierung des Induktionsgesetzes

Wenn sich der magnetische Fluss Φ durch eine Leiterschleife so ändert, dass er die Ableitung nach der Zeit $\dot{\Phi}(t)$ hat, entsteht die Induktionsspannung

$$U_{ind} = -n * \dot{\Phi}_{(t)} \quad (2.3.8)$$

mit

$-n$ = Anzahl der Spulenwindungen

$\dot{\Phi}_{(t)}$ = Änderungsrate des Flusses nach der Zeit

Erste Formulierung von Michael Faraday

Wie ergeben sich daraus die betrachteten Spezialfälle:

$$\begin{aligned} U_{ind} &= -n * \dot{\Phi}_{(t)} \\ &= -n * (A_s * B)(t) \\ &= -n * (\dot{A}_s * B + A_s * \dot{B})_{(t)} \end{aligned}$$

2.3.7 Lenz'sche Regel- eine andere Formulierung des Energieerhaltungssatzes

Ein induzierter Strom I_{ind} ist so gerichtet, dass das von ihm erzeugte Magnetfeld der Änderung des magnetischen Flusses entgegenwirkt, die den Strom hervorruft.

Anwendung der Lenz'schen Regel:

Grafik aus Ordner

Die Elektronen fließen bei Annäherung des äußeren Magnetfeldes in der Leiterschleife in diese Richtung, da B_{ind} die Zunahme des äußeren Magnetfeldes entgegengesetzt sein muss.

Beweis der Gültigkeit des Energieerhaltungssatzes bei

Induktionsvorgängen Um den Stab mit gleichbleibender Geschwindigkeit \vec{v} gegen die bremsende Lorentzkraft F_L zu bewegen, muss eine Zugkraft F_{Zug} aufgebracht werden, die betragsmäßig gleich, aber entgegengerichtet ist. Bei der Verschiebung des Stabes um Δs nach rechts wird folgende Arbeit verrichtet:

$$\begin{aligned}
 \Delta W_{mech} &= F_{Zug} * \Delta s \\
 &= I * B * d * \Delta s \\
 &= \frac{U_{ind}}{R} * d * B * \Delta s \\
 &= \frac{B * v * d}{R} * d * B * \Delta s \\
 &= \frac{B^2 * d^2 * v}{R} * \Delta s \\
 \\
 \Delta W_{mech} &= \frac{B^2 * d^2 * v^2}{R} * \Delta t
 \end{aligned} \tag{2.3.9}$$

Am Widerstand R , der z.B. ein elektrisches Gerät sein kann, wird in Δt elektrische Energie umgewandelt.

$$\begin{aligned}
 \Delta W_{el} &= \underbrace{U_{ind} * I_{ind}}_{P_{el}} * \Delta t \\
 &= B * v * d * \frac{B * v * d}{R} * \Delta t \\
 \Delta W_{el} &= \frac{B^2 * v^2 * d^2}{R} * \Delta t
 \end{aligned} \tag{2.3.10}$$

Aus 2.3.9 und 2.3.10 folgt, dass bei Induktionsvorgängen der Energieerhaltungssatz erfüllt.

Die Lenz'sche Regel ist so betrachtet nur eine andere Formulierung des Energieerhaltungssatzes.

2.3.8 Selbstinduktion

Eine Stromänderung in einer Spule ändert den magnetischen Fluss dieser Spule, wodurch in der Spule selbst wieder eine Spannung induziert wird. Nach der Lenz'schen Regel ist die Induktionsspannung der Stromänderung entgegengerichtet. Der Vorgang heißt Selbstinduktion.

Def.: Selbstinduktion/Eigeninduktion

Magnetische Rückwirkung eines sich ändernden elektrischen Stroms auf den eigenen Leiterkreis.

Grafik aus Ordner

Induktivität

$$\begin{aligned}
U_{ind(t)} &= -n * A_s * \hat{B}_{(t)} \\
&= -n * A * \mu_0 * \mu_r * \frac{n}{l} * (t) \\
&= \underbrace{-n^2 * A * \mu_0 * \mu_r * l^{-1}}_L * \dot{I}_{(t)}
\end{aligned} \tag{2.3.11}$$

$L = \mu_0 * \mu_r * \frac{n^2}{l} * A$ heißt Induktivität der Spule

$$[L] = \frac{V * s}{A} = \frac{\Omega}{s} = 1 \text{ H (Henry)} \tag{2.3.12}$$

Einschaltvorgang

$$U_{(t)} = U_1 - U_{ind} = U_1 - L * \dot{I}_{(t)}$$

$$I_{(t)} * R = U_1 - L * \dot{I}_{(t)} \tag{2.3.13a}$$

$$I_{(t)} = \frac{U_1}{R} - \frac{L}{R} * \dot{I}_{(t)} \tag{2.3.13b}$$

$$\dot{I}_{(t)} = \frac{U_1 - I_{(t)} * R}{L} \tag{2.3.13c}$$

Aus diesem Differentialgleichungssystem folgt:

$$\begin{aligned}
\dot{I}_{(t)} &= \frac{R}{L} * \left(\frac{U_1}{R} - I_{(t)} \right) \\
\rightarrow I_{(t)} &= \frac{U_1}{R} * \left(1 - e^{-\frac{R}{L} * t} \right)
\end{aligned} \tag{2.3.13d}$$

Zum Zeitpunkt $t = 0s$ gilt $I_{(0s)} = 0A$

$$\rightarrow \dot{I}_{(0s)} = \frac{U_1}{L} \tag{2.3.13e}$$

Mit der Zunahme von $I_{(t)}$ wird $\dot{I}_{(t)}$ kleiner

$$\rightarrow \dot{I}_{\infty} = 0 \frac{A}{s} \tag{2.3.13f}$$

$$\rightarrow I_{\infty} = \frac{U_1}{R} \tag{2.3.13g}$$

Merke:

1. Bestimmung von R aus dem Schaubild:

$$R = \frac{U_1}{I_{\infty}} \quad (2.3.14)$$

2. Bestimmung von L aus dem Schaubild:

\dot{I}_{0s} bestimmen;

$$L = \frac{U_1}{\dot{I}_{0s}} \quad (2.3.15)$$

3. für größeres L (z.B. Eisenkern):

verzögerter Anstieg,
Schranke bleibt gleich
→ "wird flacher"

4. für größeres R :

Schranke wird niedriger
schnellerer Anstieg
 \dot{I}_{0s} ist gleich

Ausschaltvorgang Beim Ausschaltvorgang verhindert die Spule ein sofortiges Zusammenbrechen des Stroms.

aus 2.3.13a folgt:

$$\begin{aligned} I_{(t)} * R &= 0 - L * \dot{I}_{(t)} \\ \dot{I}_{(t)} &= -\frac{R}{L} * I_{(t)} \end{aligned} \quad (2.3.16)$$

Lösungsfunktion:

$$\begin{aligned} I_{(t)} &= I_{\infty} * e^{-\frac{R}{L} * t} \\ &= \frac{U_1}{R} * e^{-\frac{R}{L} * t} \end{aligned} \quad (2.3.17)$$

Verzweigter Stromkreis Grafiken im Ordner

2.3.9 Leistung und Energie im Magnetfeld

Nach Abschalten der äußeren Spannung U_1 röhrt der Strom $I_{(t)} = I_{ind(t)}$ ausschließlich von der Spannung $U_{ind(t)}$ her. Daraus ergibt sich für die Leistung:

$$P_{(t)} = U_{(t)} * I_{(t)}$$

hier:

$$\begin{aligned} &= U_{ind(t)} * I_{ind(t)} \\ &= -L * \dot{I}_{(t)} * I_{(t)} \end{aligned} \quad (2.3.18)$$

Die Gesamtenergie, die in der Spule gespeichert ist, ist das Integral der Funktion $W_{mag} = \int_{t_0}^{\infty} P dt$

$$\begin{aligned} W_{mag} &= \int_{t_0}^{\infty} -L * \dot{I}_{(t)} * I_{(t)} dt \\ &= 0 + \frac{1}{2} * L * I_{(0)}^2 \end{aligned}$$

Die Energie, die im Feld einer stromdurchflossenen Spule gespeichert ist, berechnet sich allgemein aus:

$$W_{mag} = -\frac{1}{2} * L * I^2 \quad (2.3.19)$$

Die Energiedichte im magnetischen Feld ρ_{mag} berechnet sich demnach aus:

$$\begin{aligned} \rho_{mag} &= \frac{W_{mag}}{V} \\ &= \frac{\frac{1}{2} * \mu_0 * \mu_r * \frac{n^2}{l} * A * I^2}{V} \\ &= \frac{1}{2} \frac{B^2}{\mu_0 * \mu_r} \end{aligned} \quad (2.3.20)$$

2.3.10 Die Maxwell'schen Gleichungen

Elektrische Ladungen sind die Quellen und Senken der elektrischen Feldlinien

$$\oint E dA = \frac{Q}{\epsilon_0} \quad (2.3.21a)$$

Der gesamte magnetische Fluss durch jede beliebige geschlossene Fläche ist 0.

$$\oint B dA = 0 \quad (2.3.21b)$$

Die Änderung der magnetischen Flussdichte, die eine Fläche durchsetzt, erzeugt ein elektrisches Wirbelfeld um diese Fläche herum

$$\oint E dl = -\frac{d}{dt} \oint B dA \quad (2.3.21c)$$

Ein stromdurchflossener Leiter erzeugt um den Leiter herum ein magnetisches Wirbelfeld. Eine zeitliche Änderung des elektrischen Feldes, das eine Fläche durchsetzt, erzeugt um die Fläche herum ein magnetisches Wirbelfeld

$$\oint B dl = \mu_0 * I + \mu_0 \epsilon_0 \frac{d}{dt} \oint E dA \quad (2.3.21d)$$

2.4 Schwingungen

2.4.1 Schwingungsvorgänge und Schwingungsgrößen

Merkmale einer Schwingung

1. Die Bewegung verläuft periodisch
2. Die Bewegung verläuft zwischen 2 Umkehrpunkten und durch einen ausgezeichneten Punkt, die Ruhelage oder Gleichgewichtslage des Oszillators

Entstehung einer Schwingung

1. Auslenkung des Oszillators aus der Ruhelage (Energiezufuhr)
2. Das Vorhandensein einer zur Gleichgewichtslage zurücktreibenden Kraft F_R (Rückstellkraft)
3. Die Trägheit des Oszillators aufgrund derer er sich über die Gleichgewichtslage hinausbewegt

Schwingungsgrößen

1. Periodendauer T

$$T = \frac{t}{n}$$

(t Zeit für n Schwingungen)

2. Frequenz f

$$f = \frac{1}{T}$$

$[f] = 1\text{Hz}$

3. Auslenkung aus der Ruhelage Elongation $s(t)$

4. Die Amplitude ist die größte Elongation \hat{s}

2.4.2 harmonische und nichtharmonische Schwingungen

Eine Schwingung, deren Zeit-Weg-Diagramm eine Sinuskurve ergibt, heißt harmonische Schwingung.

Bewegungsgleichung einer harmonischen Schwingung

$$\begin{aligned}s(t) &= \hat{s} * \sin(\omega t + \varphi_0) \\ v(t) &= \dot{s}(t) = \hat{s} * \omega * \cos(\omega t + \varphi_0) \\ a(t) &= \ddot{s}(t) = -\hat{s} * \omega^2 * \sin(\omega t + \varphi_0)\end{aligned}$$

2.4.3 Zusammenhang zwischen Kraft und Auslenkung: Wiederholung des Hookeschen Gesetzes

Federpendel Die stets zur Ruhelage hin wirkende resultierende Kraft heißt rücktreibende Kraft F_R .

Beim Federpendel gilt das lineare Kraftgesetz:

$$F_R = -D * s$$

Der horizontale Federschwinger Aus dem Versuch folgt das allgemeine lineare Kraftgesetz:

$$F_R = -(D_1 + D_2) * s$$

2.4.4 Das Kraftgesetz der harmonischen Schwingung

Von der Bewegungsgleichung der harmonischen Schwingung zum linearen Kraftgesetz

$$s(t) = \hat{s} * \sin(\omega t + \varphi_0) \quad (2.4.1)$$

Außerdem gilt:

$$F = m * a(t) = m * \ddot{s}(t) \quad (2.4.2)$$

Aus Gleichung 2.4.1 und 2.4.2 folgt:

$$F(t) = m * (-\hat{s} * \omega^2 * \sin(\omega t + \varphi_0)) \quad (2.4.3a)$$

$$= -m * \omega^2 * \hat{s} * \sin(\omega t + \varphi_0) \quad (2.4.3b)$$

$$= -m * \omega^2 * s(t) \quad (2.4.3c)$$

$$= -D * s(t) \quad (2.4.3d)$$

Gleichung 2.4.3a ist also gleichbedeutend mit folgender Implikation:
Schwingung verläuft harmonisch \rightarrow die zugrunde liegende Kraft muss dem linearen Kraftgesetz gehorchen.

Vom linearen Kraftgesetz zur Bewegungsgleichung der harmonischen Schwingung

$$F(t) = -D * s(t) \quad (2.4.4a)$$

$$m * a(t) = -D * s(t) \quad (2.4.4b)$$

$$m * \ddot{s}(t) = -D * s(t) \quad (2.4.4c)$$

Differentialgleichung zweiter Ordnung

$$\ddot{s}(t) = -\frac{D}{m} * s(t) \quad (2.4.4d)$$

Die Lösungsfunktion, die diese Differentialgleichung löst, lautet:

$$s(t) = \hat{s} * \sin\left(\sqrt{\frac{D}{m}} * t + \varphi_0\right) \quad (2.4.4e)$$

$$= \hat{s} * \sin(\omega * t + \varphi_0) \quad (2.4.4f)$$

Es gilt: $\omega = \sqrt{\frac{D}{m}}$

$$\dot{s}(t) = \hat{s} * \sqrt{\frac{D}{m}} * \cos\left(\sqrt{\frac{D}{m}} * t + \varphi_0\right) \quad (2.4.4g)$$

$$\ddot{s}(t) = -\hat{s} * \frac{D}{m} * \sin\left(\sqrt{\frac{D}{m}} * t + \varphi_0\right) \quad (2.4.4h)$$

$$= \underbrace{-\omega^2 * \hat{s}}_a * \sin(\omega t + \varphi_0) \quad (2.4.4i)$$

$$= -\frac{D}{m} * s(t) \quad (2.4.4j)$$

Gleichungssystem 2.4.4 ist also gleichbedeutend mit folgender Implikation:
Ein lineares Kraftgesetz gilt \rightarrow Die Schwingung verläuft harmonisch

Merke: Damit $s(t)$ Lösungsfunktion der Differentialgleichung 2.4.4d ist, muss gelten:

$$\omega = \sqrt{\frac{D}{m}} \quad (2.4.5a)$$

$$= \frac{2\pi}{T} \quad (2.4.5b)$$

$$= 2 * \pi * f \quad (2.4.5c)$$

$$\hat{v} = \hat{s} * \omega \quad (2.4.5d)$$

$$\hat{a} = \hat{s} * \omega^2 \quad (2.4.5e)$$

Lineares Kraftgesetz \leftrightarrow Die Schwingung ist harmonisch

2.4.5 Das Fadenpendel

$$\begin{aligned} \frac{F_R}{F_G} &= \sin(\varphi) \\ F_R &= F_G * \sin(\varphi) \\ &= F_G * \sin\left(\frac{s}{l}\right) \\ &= m * g * \sin\left(\frac{s}{l}\right) \end{aligned}$$

Mit Taylorreihennäherung dürfen wir für $-30^\circ \leq \varphi \leq 30^\circ$ annehmen:

$$\begin{aligned} F_R &= m * g * \frac{s}{l} \\ &= \underbrace{\frac{m * g}{l}}_D * s \end{aligned} \quad (2.4.6)$$

Dann hätten wir eine harmonische Schwingung mit dem Zeit-Elongations-Gesetz $s(t) = \hat{s} * \sin(\omega t + \varphi_0)$ mit:

$$\begin{aligned} \omega &= \sqrt{\frac{D}{m}} = \sqrt{\frac{\frac{m * g}{l}}{m}} = \sqrt{\frac{g}{l}} \\ T &= s * \pi * \sqrt{\frac{m}{D}} = 2 * \pi * \sqrt{\frac{g}{l}} \end{aligned}$$

2.4.6 Energie der harmonischen Schwingung

$$\begin{aligned} W_{pot} &= \int F ds \\ W_{pot(s)} &= \frac{1}{2} * D * s^2 \\ W_{pot(s)} &= \frac{1}{2} * D * \hat{s}^2 \end{aligned} \quad (2.4.7)$$

Die potenzielle Energie W_{pot} errechnet sich aus der Energie, die beim Verschieben des Schwingers aus der Gleichgewichtslage bis zur augenblicklichen Auslenkung s gegen die rücktreibende Kraft $F_R = -D * s$ zuzuführen ist:
 $W_{pot} = \frac{1}{2} * D * s^2$ Die kinetische Energie des harmonischen Oszillators zu einem beliebigen Zeitpunkt t ergibt sich aus $W_{kin} = \frac{1}{2} * m * v^2$.
Für $s(t) = \hat{s} * \sin(\omega t)$ ergibt sich für W_{pot} :

$$\begin{aligned} W_{pot} &= \frac{1}{2} * D * s(t) \\ &= \frac{1}{2} * D * \hat{s}^2 * \sin^2(\omega t) \end{aligned} \quad (2.4.8a)$$

und für W_{kin} :

$$W_{kin} = \frac{1}{2} * m * (\hat{s}^2 * \omega^2) * \cos^2(\omega t)$$

mit

$$\omega^2 = \frac{D}{m}$$

Dies lässt sich vereinfachen zu:

$$W_{kin} = \frac{1}{2} * D * \dot{s}^2 * \cos^2(\omega t) \quad (2.4.8b)$$

Aus 2.4.8a und 2.4.8b folgt:

$$\begin{aligned} W_{ges} &= \frac{1}{2} * D * \dot{s}^2 * \sin^2(\omega t) + \frac{1}{2} * D * \dot{s}^2 * \cos^2(\omega t) \\ &= \frac{1}{2} * D * \dot{s}^2 * (\sin^2(\omega t) + \cos^2(\omega t)) \\ W_{Ges} &= \frac{1}{2} * D * \dot{s}^2 \end{aligned} \quad (2.4.8c)$$

2.4.7 Die gedämpfte harmonische Schwingung

Jede freie Schwingung ist gedämpft, da der Oszillator Energie an die Umgebung abgibt.

Dämpfung bei konstanter Kraft gedämpfte Sinuskurve(Heft)

$$\begin{aligned}
 \frac{1}{2} * D * \hat{s}_0^2 - \frac{1}{2} * D * \hat{s}_1^2 &= F_{reib} * (\hat{s}_0 + \hat{s}_1) \\
 \frac{1}{2} * D(\hat{s}_0^2 - \hat{s}_1^2) &= F_{reib} * (\hat{s}_0 + \hat{s}_1) \\
 \frac{1}{2} * D * (\hat{s}_0 - \hat{s}_1) * (\hat{s}_0 + \hat{s}_1) &= F_{reib} * (\hat{s}_0 + \hat{s}_1) \\
 \frac{1}{2} * D * (\hat{s}_0 - \hat{s}_1) &= F_{reib} \\
 \hat{s}_0 - \hat{s}_1 &= \frac{2 * F_{reib}}{D}
 \end{aligned} \tag{2.4.9}$$

Bei der konstanten Reibungskraft F_{reib} nehmen die Amplituden linear ab, d.h. die Amplituden verringern sich von Umkehrpunkt zu Umkehrpunkt stets um den selben Betrag.

Es gilt:

$$m * \ddot{s}_{(t)} = -D * s - F_{reib} \tag{2.4.10}$$

Dämpfung durch eine zur Geschwindigkeit proportionale Kraft

$$m * \ddot{s}_{(t)} = -D * s_{(t)} - k * \dot{s}_{(t)} \tag{2.4.11}$$

Bei der Lösungsfunktion gilt, dass $\frac{\hat{s}_0}{\hat{s}_1} = \frac{\hat{s}_1}{\hat{s}_2} = \frac{\hat{s}_2}{\hat{s}_3} = const.$

Aufgabe: Lösung der Differentialgleichung

$$\begin{aligned}
 m * \ddot{s}_{(t)} &= -D * s_{(t)} - k * \dot{s}_{(t)} \\
 m * \ddot{s}_{(t)} + k * \dot{s}_{(t)} + D * s_{(t)} &= 0
 \end{aligned} \tag{2.4.12}$$

Annahme: $s_{(t)} = e^{xt}$

$$\begin{aligned}
 m * x^2 * e^{xt} + k * x * e^{xt} + D * e^{xt} &= 0 \\
 (m * x^2 + k * x + D) * e^{xt} &= 0 \\
 \rightarrow m * x^2 + k * x + D &= 0
 \end{aligned} \tag{2.4.13}$$

Diese quadratische Gleichung hat die Lösungen:

$$\begin{aligned}
 x_1 &= \frac{-k + \sqrt{k^2 - 4 * m * D}}{2m} \\
 x_2 &= \frac{-k - \sqrt{k^2 - 4 * m * D}}{2m}
 \end{aligned}$$

Für die Lösungsfunktion der Differentialgleichung folgt also:

$$\begin{aligned}s(t) &= \frac{m * \ddot{s}(t) + k * \dot{s}(t)}{-D} \\ &= \frac{m * (e^{xt}) + k * (e^{xt})}{-D}\end{aligned}$$

Möglichkeit 1:

$$= \frac{m * e^{\frac{-k + \sqrt{k^2 - 4 * m * D}}{2m} t} + k * e^{\frac{-k + \sqrt{k^2 - 4 * m * D}}{2m} t}}{-D} \quad (2.4.14)$$

Möglichkeit 2:

$$= \frac{m * e^{\frac{-k - \sqrt{k^2 - 4 * m * D}}{2m} t} + k * e^{\frac{-k - \sqrt{k^2 - 4 * m * D}}{2m} t}}{-D} \quad (2.4.15)$$

Dämpfung durch den Luftwiderstand

$$m * \ddot{s}(t) = -D * s(t) - b * \dot{s}(t)^2 \quad (2.4.16)$$

Einschub: Tacoma Bridge

- Datum: 7. November 1940
- Name: Tacoma Narrows Bridge
- Spannweite: 853 m
- Zwei in 37 m tiefem Wasser stehende Pylone
- Windgeschwindigkeit: 68 km/h
- Amplitude: 0.6 m

2.4.8 Erzwungene Schwingungen

Überlässt man einen Oszillator nach dem Anstoßen sich selbst, so schwingt er mit der Eigenfrequenz f_0 (bzw. $\omega_0 = s\pi * f_0$)

Wenn auf einen Schwinger periodisch eine Kraft $F_1 = \hat{F}_1 * \sin(\omega_{Err} * t)$ ausgeübt wird, führt er eine erzwungene Schwingung aus. Er schwingt dann mit der Frequenz des Erregers f_{Err} .

Resonanz tritt auf, wenn $f_{Err} = f_0$.

Die Differentialgleichung der Schwingung lautet hier:

$$m * \ddot{s}(t) = -D * s(t) - k * \dot{s}(t) + \hat{F}_1 * \sin(\omega_{Err} * t) \quad (2.4.17)$$

Im Resonanzfall beträgt die Phasendifferenz zwischen Erreger und Oszillator $\frac{\pi}{2}$!

Der Oszillator nimmt besonders viel Energie auf!

2.5 Wellen

2.5.1 Definition

Beispiele: Elektromagnetische Wellen (Radio, Licht...), Schallwelle, Wasserwelle, Erdbebenwelle...

Welle: Ein sich räumlich fortpflanzender Bewegungszustand, der Energie, aber keine Materie transportiert.

Wellenausbreitung im Medium: Jeder Oszillator ist an seine Nachbarn gekoppelt und wird zu einer erzwungenen Schwingung angeregt.

Skizze

Das 3. Teilchen beschleunigt das 4. Teilchen und erfährt die reactio. Die Ausbreitung erfolgt umso schneller, je größer D und je kleiner m ist ($a = \frac{F}{m}$)

2.5.2 Wichtige physikalische Größen

Während ein einzelner Oszillator eine Schwingung (mit der Periodendauer T) vollführt, ist die Welle gerade eine Wellenlänge λ weiter vorgerückt.

Also beträgt die Ausbreitungsgeschwindigkeit c der Welle

$$c = \frac{\lambda}{T} = \lambda * f$$

Die Geschwindigkeit jedes einzelnen Oszillators v bei der erzwungenen Schwingung wird - zur Unterscheidung von der Ausbreitungsgeschwindigkeit c - ab jetzt mit Schnelle v bezeichnet.

Transversalwelle: Bei einer Transversalwelle steht der Schwingungsvektor senkrecht zur Ausbreitungsrichtung. Wellenberge und Wellentäler laufen über den Wellenträger.

Bsp.: elektromagnetische Wellen, S-Wellen beim Erdbeben.

Mechanische Transversalwellen können nur entstehen, wenn zwischen den Oszillatoren elastische Querkräfte wirksam sind (also nur im Festkörper).

Longitudinalwelle: Bei einer Longitudinalwelle steht der Schwingungsvektor parallel zur Ausbreitungsrichtung. Verdichtungen und Verdünnerungen laufen über den Wellenträger.

Bsp.: Schallwellen, Wasserwellen, P-Wellen beim Erdbeben.

Longitudinalwellen können dann entstehen, wenn zwischen den Oszillatoren Kräfte wirksam sind, die der Volumenänderung entgegenwirken.

Mechanische Longitudinalwellen sind "Druckwellen" (existieren in Festkörper, Flüssigkeiten und Gasen)

Zur Skizze: $\vec{v} \perp \vec{c}$

Zur Skizze 2: $\vec{v} \parallel \vec{c}$

Skizzen RS zu AB10.04.

Die Ausbreitungsgeschwindigkeit c wird auch Phasengeschwindigkeit (v_{ph}) genannt, weil sie die Geschwindigkeit ist, mit der sich eine bestimmte Phasenlage der Oszillation über den Wellenträger ausbreitet.

2.5.3 Zeitliche und räumliche Darstellung einer Welle

Zeichnung zeitl. Darstellung RS zu AB10.04.

Beim "zeitlichen Durchblick" ist der zeitliche Verlauf der erzwungenen Schwingung an einem Ort dargestellt.

Beim "räumlichen Durchblick" zu einem Zeitpunkt t stellt sich die Welle dar, wie man sie zu diesem Zeitpunkt im Raum sieht (Fotografie). Der Oszillator am Kopf der Welle beginnt gerade zu diesem Zeitpunkt seine Schwingung, sein Nachbaroszillator schwingt bereits einen kurzen Moment, dessen Nachbaroszillator schwingt noch einen Moment länger etc. Man sieht alle Phasenzustände nebeneinandergelegt.

Beim "diagonalen Durchblick" verfolgt man eine bestimmte Schwingungsphase (Zum Beispiel den Kopf der Welle oder den ersten Wellenberg) bei seiner Wanderung über den Wellenträger.

2.5.4 Die Bewegungsgleichung einer Welle

1. Der Oszillator am Punkt $x=0$, der zum Zeitpunkt $t=0s$ von der Welle erfasst wird, hat die Bewegungsgleichung $s_{(0cm,t)} = \hat{s} * \sin(\omega * t)$

2. Der Oszillator am Punkt x , der zum Zeitpunkt $t = \frac{x}{c}$ von der Welle erfasst wird, hat die Bewegungsgleichung

$$s_{(x,t)} = \hat{s} * \sin(\omega * t - \frac{2\pi}{T} * \frac{x}{c}) = \hat{s} * \sin(\omega * (t - \frac{x}{c}))$$

$s_{(x,t)}$ ist eine "doppelt-periodische" Funktion. Für konstantes x ist die Periode die Schwingungsdauer T , für konstantes t ist die Periode die Wellenlänge λ .

Die Bewegungsgleichung ist die Lösungsfunktion der Differentialgleichung der Welle:

$$F_{(x,t)} = m * \ddot{s}_{(x,t)}$$

Die Kraft auf einen Oszillator ist proportional zur Krümmung der Kurve $s_{(x,t)}$

$$F_{(x,t)} = D * s''_{(x,t)}$$

$$D * s''_{(x,t)} = m * \ddot{s}_{(x,t)}$$

Kontrolle: Einsetzen von $s_{(x,t)} = \hat{s} * \sin(\omega * t - \frac{2\pi}{\lambda} * x)$

$$D * (-\hat{s} * (\frac{2\pi}{\lambda})^2 * \sin(\omega * t - \frac{2\pi}{\lambda} * x)) = m * (-\hat{s} * \omega^2 * \sin(\omega * t - \frac{2\pi}{\lambda} * x))$$

$$D * (\frac{2\pi}{\lambda})^2 = m * \omega^2$$

$$D * (\frac{2\pi}{\lambda})^2 = m * (\frac{2\pi}{\lambda})^2$$

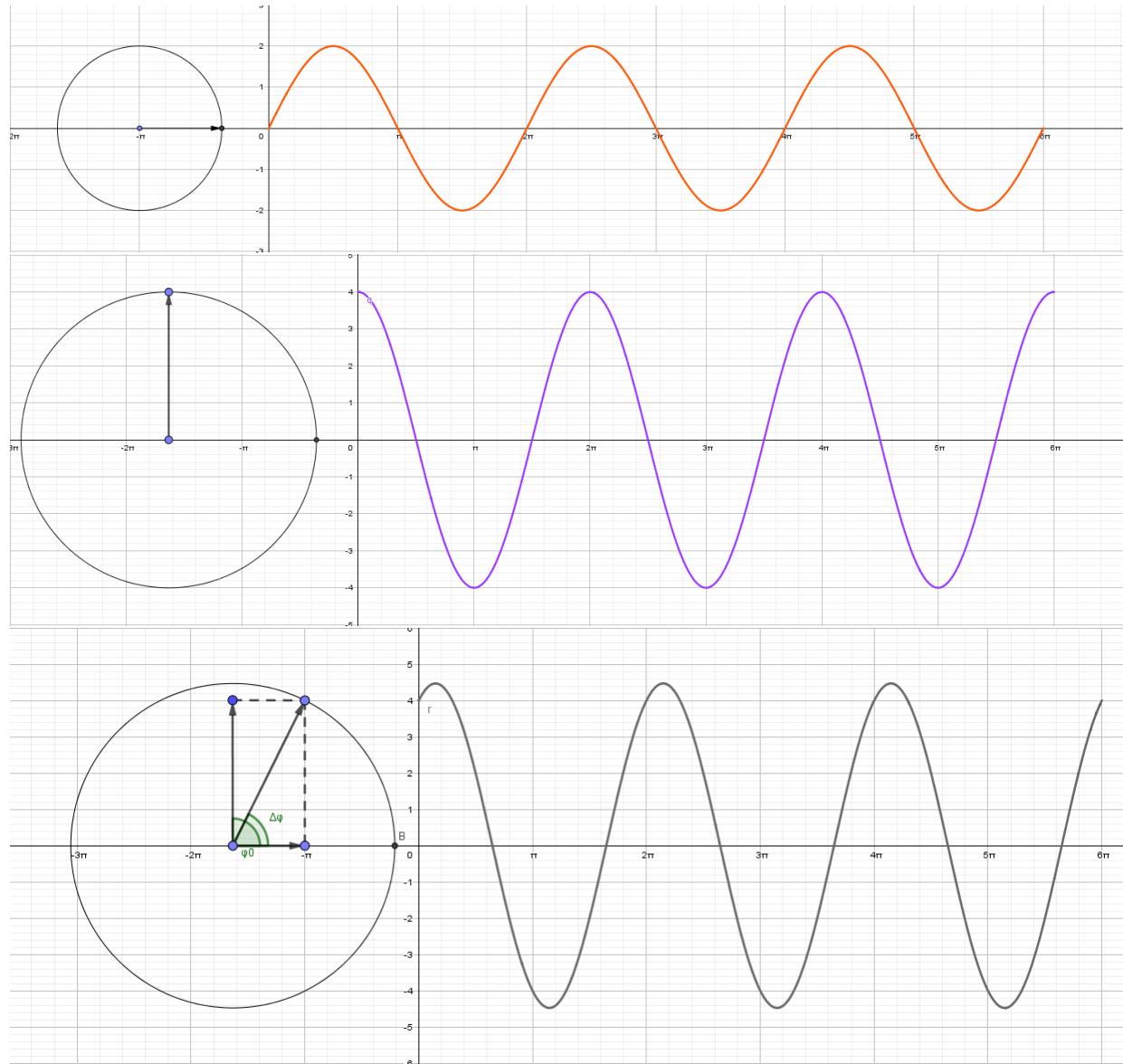
$$D * \frac{1}{\lambda^2} = m * \frac{1}{T^2}$$

$$\frac{D}{m} = \frac{\lambda^2}{T^2} = c^2$$

$$c = \sqrt{\frac{D}{m}}$$

Zeigerdarstellung: Jedem Oszillator am Ort x kann ein Zeiger zugeordnet werden, der gegen den Uhrzeigersinn rotiert und dessen y-Komponente die momentane Elongation $s_{(x,t)}$ angibt.

2.5.5 Einschub: Überlagerung zweier harmonischer Schwingungen an einem Ort



Die Zeiger von s_1 und s_2 rotieren mit der gleichen Winkelgeschwindigkeit ω gegen den Uhrzeigersinn. Ihre relative Lage zueinander bleibt dabei immer gleich. Das Zeigerdiagramm ermöglicht es uns, durch die vektorielle Addition der Zeiger von s_1 und s_2 den resultierenden Zeiger s_{res} zu bestimmen. Die

Länge des resultierenden Zeigers entspricht \hat{s}_{res} , die Phasendifferenz $\Delta\varphi$ bezüglich z.B. s_1 gibt an, um welche Phase der Schwingung s_{res} gegenüber s_1 vorauseilt. Zudem erhält man die aktuelle Phasenlage des Zeigers für den Zeitpunkt, den das Zeigerdiagramm darstellt.

2.5.6 Überlagerung von Wellen - Allgemeines Prinzip

Prinzip der ungestörten Überlagerung von Wellen: Treffen an einer Stelle eines Wellenträgers mehrere Wellen aufeinander, so addieren sich dort die Elongationen und Schnellen der Schwingungen. Nach dem Zusammentreffen laufen die Wellen ungestört weiter.

Die ungestörte Überlagerung mehrerer Wellen von gleicher Frequenz (gleicher Wellenlänge) wird als Interferenz bezeichnet.

2.5.7 Interferenz

Überlagerung gleich laufender Wellen

Bei Interferenz zweier Wellen gleicher Frequenz ergibt sich

1. konstruktive Interferenz (maximale Verstärkung) bei einer Phasendifferenz von $\Delta\varphi = 0$ oder $\Delta\varphi = k * 2\pi$, entsprechend einem Gangunterschied von $\delta = 0$ oder $\delta = k * \lambda$ mit $k = 1,2,3,\dots$ ($k \in \mathbb{N}$)
2. destruktive Interferenz (maximale Abschwächung) bei einer Phasendifferenz von $\Delta\varphi = (2k - 1) * \frac{\lambda}{2}$ mit $k = 1,2,3,\dots$ ($k \in \mathbb{N}$)

Überlagerung gegenlaufender Wellen

Bei der Überlagerung gleicher, gegenlaufender Wellen ergeben sich stehende Wellen:

- Es gibt Stellen, an denen die Amplitude stets 0 ist. Sie heißen Schwingungsknoten.
- Es gibt Stellen mit stets maximaler Amplitude ($\hat{s}_{res} = \hat{s}_1 + \hat{s}_2$). Sie heißen Schwingungsbäuche.
- Die Oszillatoren schwingen zwischen zwei Knoten phasengleich, aber mit unterschiedlicher Amplitude. Vor und nach einem Knoten schwingen sie gegenphasig.
- Die Entfernung zwischen benachbarten Knoten beträgt $\frac{\lambda}{2}$, ebenso zwischen benachbarten Bäuchen.

Auf gelbem Blatt 3/12 T

Zum Zeitpunkt, an dem die Oszillatoren die Ruhelage passieren, erreichen sie ihre maximale Schnelle. Diese ist unterschiedlich. Die Gesamtenergie liegt also als kinetische Energie vor ($W_{ges} = \frac{1}{2} * m * \hat{v}^2$). Zum Zeitpunkt, an dem alle Oszillatoren ihre maximale Elongation erreichen, sind alle Oszillatoren in Ruhe. Ihre Beschleunigung ist maximal. Die Gesamtenergie liegt als potenzielle Energie vor ($W_{ges} = \frac{1}{2} * D * \hat{s}^2$).

Allgemein: Die stehende Welle transportiert keine Energie. An den Knoten besitzen die Oszillatoren keine Energie, an den Bäuchen besitzen die Oszillatoren maximale Energie.

Überlagerung auf der Verbindungsgerade zweier Wellenzentren:

1. Für die Schwingungsbäuche $\delta = k * \lambda; k \in \mathbb{N}_0$

$$2 * x = k * \lambda$$

$$x = k * \frac{\lambda}{2}$$

2. Für die Schwingungsknoten $\delta = (2k - 1) * \frac{\lambda}{2}; k \in \mathbb{N}$

$$2 * x = (2k - 1) * \frac{\lambda}{2}$$

$$x = (2k - 1) * \frac{\lambda}{2}$$

2.5.8 Reflexion mechanischer Wellen

Am festen Ende werden aufgrund von Actio-Reactio Elongation und Schnelle umgekehrt (Phasensprung um π)

Am losen Ende werden Elongation und Schnelle ohne Phasensprung reflektiert.

Bei Longitudinalwellen gelten die selben Gesetzmäßigkeiten bei der Reflexion wie bei Transversalwellen:

Am festen Ende werden Elongation und Schnelle umgekehrt (Phasensprung um π), am losen Ende behalten sie ihre Richtung bei.

Zu AB08.06 Aufgabe 1: Die Welle reflektiert am rechten Ende und überlagert sich mit der einlaufenden Welle. Da im Bereich zwischen 6m und 8m eine doppelt so große Amplitude erscheint und am rechten Ende die Auslenkung 0 beträgt, ist das rechte Ende fest. Die Welle hat zu diesem Zeitpunkt insgesamt 10m zurückgelegt.

$$\text{Aufgabe 2: } c = \frac{x}{t} = \frac{10m}{2,5s} = 4 \frac{m}{s}$$

Die Welle wäre ohne Reflexion in $t=3s$ die Strecke $x = c * t = 12m$ weit gekommen.

2.5.9 Eigenschwingungen auf begrenztem Wellenträger

Auf einem begrenzten Wellenträger können sich nur bei bestimmten Anregungsfrequenzen, den sogenannten Eigenfrequenzen des Wellenträgers, stehende Wellen ausbilden. Er zeigt dann ein typisches Resonanzverhalten (Das heißt die Schwingungsamplitude kann ein Vielfaches der Erregerschwingungsamplitude betragen). Die Eigenschwingungen heißen k -te Harmonische ($k \in \mathbb{N}$).

Randbedingungen:

- Zwei gleiche Enden:

$$\lambda_k = \frac{2*l}{k} = \frac{\lambda_1}{k}, (k \in \mathbb{N})$$

$$f_k = k * \frac{c}{2*l} = k * \frac{c}{\lambda_1} = k * f_1, (k \in \mathbb{N})$$

- Zwei ungleiche Enden:

$$\lambda_k = \frac{4*l}{(2k-1)} = \frac{1}{(2k-1)} * \lambda_1, (k \in \mathbb{N})$$

$$f_k = (2k-1) * \frac{c}{4*l} = (2k-1) * f_1, (k \in \mathbb{N})$$

2.6 Interferenzphänomene

2.6.1 Interferenz mit zwei Quellen

a) Wichtige Voraussetzungen für Interferenzphänomene: Zwei Sender mit gleicher Frequenz und konstanter Phasendifferenz nennt man kohärent. Kohärenz ist eine unabdingbare Voraussetzung für die Entstehung eines über längere Zeit beobachtbaren Interferenzphänomens.

b) Ein beliebiger Oszillator im Wellenfeld wird immer von zwei Wellen erfasst und von beiden zu erzwungenen Schwingungen der selben Frequenz angeregt. Entscheidend für das Ergebnis der Überlagerung in einem Punkt ist die dortige Phasendifferenz $\Delta\varphi$ der resultierenden Schwingungen. Diese ergibt sich aus dem Gangunterschied Δ .

Konstruktive Interferenz $\delta = k * \lambda ; k \in \mathbb{N}_0$
 $\Delta\varphi = k * 2\pi$

Destruktive Interferenz $\delta = (2k - 1) * \frac{\lambda}{2} ; k \in \mathbb{N}$
 $\Delta\varphi = (2k - 1) * \pi$

$$\frac{\delta}{\lambda} * 2\pi = \Delta\varphi$$

Interferenzkurven: Zwei kohärente Kreiswellen erzeugen durch Interferenz ein symmetrisches Wellenfeld aus konfokalen Interferenzhyperbeln konstruktiver und destruktiver Interferenz. Die Punkte mit Gangunterschied $\delta = k * \lambda$ ($k \in \mathbb{N}$) liegen auf Hyperbeln konstruktiver Interferenz, die Punkte mit Gangunterschied $\delta = (2k - 1) * \frac{\lambda}{2}$ ($k \in \mathbb{N}$) auf Hyperbeln destruktiver Interferenz.

Energieverteilung: Die Energie an einem Ort ist proportional zu \hat{s}^2 . An Orten maximaler Amplitude ist $W_{ges} \sim (2 * \hat{s})^2 = 4 * \hat{s}^2$, an Orten destruktiver Interferenz ist $W_{ges} = 0$. Im Mittel ergibt sich also $W_{ges} \sim 2 * \hat{s}^2$. Dies ist das selbe Ergebnis, das man durch die Addition der Schwingung zweier fortschreitender Wellen erhält.

Durch Interferenz wird die Energieverteilung im Feld geändert, die Energiesumme bleibt jedoch erhalten.

Interferenzmaximum: Zeiger zeigen in die gleiche Richtung / Phasendifferenz 0

Interferenzminimum: Zeiger zeigen in gegensätzliche Richtung /

Phasendifferenz Pi

2.6.2 Berechnung der Lage der Maxima und Minima im Interferenzfeld mithilfe trigometrischer Beziehungen

Die Wellenstrahlen s_1 und s_2 verlaufen fast parallel unter dem Winkel α zur Mittelsenkrechten (optische Achse) und treffen sich im Punkt P des um a entfernten Schirms im Abstand d von der Mitte (des Schirms).

Es gilt:

$$\tan(\alpha) = \frac{d}{a}$$

$$\sin(\alpha) = \frac{\delta}{g}$$

2.6.3 Das Huygens'sche Prinzip (Nach Christiaan Huygens, 1629-1695)

MERKE

Jeder Punkt einer Wellenfront kann als Ausgangspunkt von Elementarwellen angesehen werden (Mit gleichem $\Delta\varphi$ und f wie die ursprüngliche Welle). Die einhüllende aller Elementarwellen ergibt die neue Wellenfront. (Skizze1)

Brechung und Reflexion erklärt durch das Huygens'sche Prinzip:

Beim Übergang von einem optisch dichteren Stoff in einen optisch dünneren Stoff kommt es zur Brechung. Der Zusammenhang zwischen den Brechungswinkeln und den Ausbreitungsgeschwindigkeiten des Lichtes in den beiden Stoffen kann man mit dem Huygens'schen Prinzip herleiten. Es gilt:

$$\frac{\sin(\alpha)}{\sin(\beta)} = \frac{c_1}{c_2} = n ; \text{ Brechzahl } n > 1$$

Falls $\alpha = 90^\circ$ ergibt sich:

$$\frac{1}{\sin(\beta_{grenz})} = n$$

Erinnerung: Der Lichtweg ist umkehrbar. Wenn Licht aus dem dichteren Medium unter einem größeren Winkel als β_{grenz} auf die Oberfläche trifft, wird es total reflektiert.

Beugung von Wellen erklärt durch das Huygens'sche Prinzip

Das eindringen von Wellen in den geometrischen Schattenraum hinter Hindernissen oder Öffnungen wird als Beugung bezeichnet.

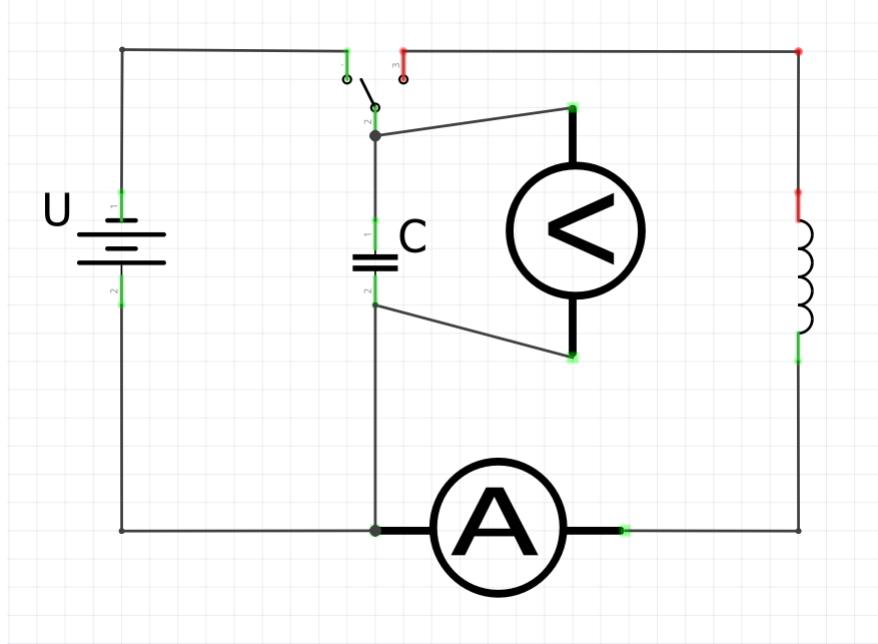
Bei Doppelspaltversuchen erzeugt man aus der Welle eines Senders durch den Doppelspalt zwei gleichphasige Elementarwellen, die genauso miteinander interferieren wie die Wellen von zwei kohärenten Erregerzentren.

2.7 Elektromagnetische Schwingungen und Wellen

2.7.1 Der Schwingkreis

Zeichnung AB13.07.

Schaltung zur Auslösung einer freien gedämpften Schwingung



Herleitung der physikalischen Gesetze des Schwingkreises

- Wdh. mech. Schwingung:

Kraftgesetz: Die Federkraft ist der Elongation s proportional:

$$\Rightarrow F_R = -D * s$$

Kräftegleichung:

$$m * a(t) = -D * s(t)$$

Differentialgleichung:

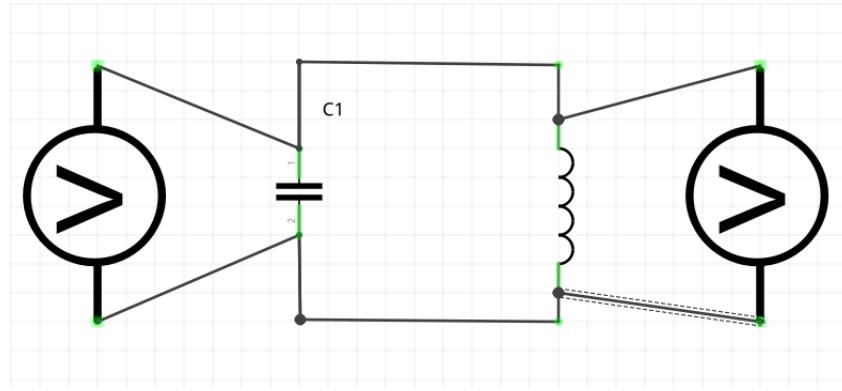
$$m * \ddot{s}(t) = -D * s(t)$$

$$\ddot{s}(t) = -\frac{D}{m} * s(t)$$

Lösungsfunktion: $s(t) = \hat{s} * \sin(\omega * t)$

$$\text{mit } \omega = \sqrt{\frac{D}{m}}$$

- Analog im elektromagnetischen Fall:



$$U_{C(t)} = \frac{Q(t)}{C} \quad \text{Links}$$

$$U_{ind(t)} = -L * \dot{I}(t) \quad \text{Rechts}$$

Spannungsgleichung:

$$U_{C(t)} = U_{ind(t)}$$

$$\frac{Q(t)}{C} = -L * \dot{I}(t)$$

Differentialgleichung:

$$\dot{I}(t) = -\frac{1}{L*C} * Q_t$$

$$\ddot{Q}(t) = -\frac{1}{L*C} * \dot{Q}(t)$$

$$Q(t) = \hat{Q} * \sin(\omega * t + \varphi)$$

$$\text{mit } \omega = \sqrt{\frac{1}{L*C}}$$

Merke:

Aus der Spannungsgleichung erhält man im elektromagnetischen Schwingkreis

$$\omega = \sqrt{\frac{1}{L*C}} \text{ und } T = \frac{2\pi}{\omega} = \frac{2\pi}{\sqrt{\frac{1}{L*C}}} = 2\pi * \sqrt{L*C} \text{ (thomson'sche Schwingungsgleichung)}$$

Kapitel 3

Klasse12

3.1 Schwingungskreis

3.1.1 Wdh. Kondensator

3.1.2 EES im Schwingkreis

W_{ges} ist zeitlich konstant:

$$\begin{aligned}
 \frac{1}{2}L * I(t)^2 + \frac{1}{2} * C * U(t)^2 &= \text{konst} & |()' \\
 L * I(t) * I'(t) + C * U(t) * U'(t) &= 0 & |U = -L * I' \\
 L * I(t) * I'(t) + C * (-L * I'(t)) * U'(t) &= 0 \\
 I'(t) * L * \left(I(t) - C * \frac{Q'(t)}{C} \right) &= 0
 \end{aligned}$$

3.1.3 Vgl. von Schwingkreis mit mech. Schwingung

$$\begin{aligned}
 U_L &= U_C \\
 -L * I'(t) &= \frac{Q(t)}{C} \\
 -L * Q''(t) &= \frac{1}{C} * Q(t) \\
 L * Q''(t) + \frac{1}{C} * Q(t) &= 0 & |\text{DGL des Schwingkreis} \\
 m * s''(t) + D * s(t) &= 0 & |\text{DGL der mech. Schwingung}
 \end{aligned}$$

SK	MSchw.
L	m
$\frac{1}{C}$	D
Q	s
$Q' = I$	$v = s'$
I'	$a = s''$
$-\frac{1}{C} * Q = -U_C$	$-D * s(t) = F_R$
$-L * I'(t)$	$-m * a(t)$
$\frac{1}{2} * L * I^2$	$\frac{1}{2} * m * v^2$
$\frac{1}{2} * \frac{1}{C} * Q(t)^2 = \frac{1}{2} * C * U(t)^2$	$\frac{1}{2} * D * s^2$

3.1.4 Wdh. Energieerhaltungssatz der Mechanik

$$F(t) = m * a(t) \quad | * v(t) \quad (3.1.1)$$

$$F(t) * v(t) = m * a(t) * v(t) \quad (3.1.2)$$

$$F(t) * v(t) = m * v'(t) * v(t) \quad | \int dt \quad (3.1.3)$$

$$\int F(t) * s'(t) dt = \int m * v'(t) * v(t) dt \quad (3.1.4)$$

$$- \int V'(s(t)) * s'(t) dt = \int m * v'(t) * v(t) dt \quad (3.1.5)$$

$$-V'(s(t)) + c_1 = \frac{1}{2} * m * v(t)^2 + c_2 \quad (3.1.6)$$

$$c = \frac{1}{2} * m * v(t)^2 + V'(s(t)) \quad (3.1.7)$$

$$const = E_{kin} + E_{pot} \quad (3.1.8)$$

Der Energieerhaltungssatz ist nur dann erfüllt, wenn es eine Funktion gibt, für die gilt:

$$-V'(s) = F$$

3.1.5 Maxwellgleichungen

$$\underbrace{\vec{\nabla}}_{\text{Quelle von}} * \vec{E} = \frac{\sigma}{\epsilon_0} \quad | \vec{\nabla} = \begin{pmatrix} \partial x \\ \partial y \\ \partial z \end{pmatrix} \quad (3.1.9a)$$

$$\vec{\nabla} * \vec{B} = 0 \quad (3.1.9b)$$

$$\underbrace{\vec{\nabla} \times}_{\text{Wirbel von}} \vec{E} = -\frac{\partial B}{\partial t} \quad | \text{Minus wegen Lenz} \quad (3.1.9c)$$

$$\vec{\nabla} * \vec{B} = \mu_0 * J + \mu_0 * \epsilon_0 * \frac{\partial E}{\partial t} \quad (3.1.9d)$$

Im Vakuum sind (a) und (b) symmetrisch. (c) und (d) sind ebenfalls symmetrisch.

$$\vec{\nabla} * \vec{E} = \frac{\sigma_e}{\epsilon_0} \quad (3.1.10a)$$

$$\vec{\nabla} * \vec{B} = \mu_0 * \sigma_m \quad (3.1.10b)$$

$$\vec{\nabla} \times \vec{E} = -\mu_0 * J_m - \frac{\partial B}{\partial t} \quad (3.1.10c)$$

$$\vec{\nabla} \times \vec{B} = \mu_0 * J_e + \mu_0 \epsilon_0 \frac{\partial E}{\partial t} \quad (3.1.10d)$$

Disclaimer

Disclaimer

Erstellt von Lucca Kümmerle, Patrick Müller und Josua Kugler nach
Aufschreiben von Andreas Lörincz bzw. Dr. Susanne Rieseberg.

Für Fehler wird keine Haftung übernommen.

Alle Rechte liegen bei Lucca Kümmerle, Patrick Müller, Josua Kugler,
Andreas Lörincz und Dr. Susanne Rieseberg.

Es ist verboten, dieses Dokument ohne die Zustimmung mindestens einer der
fünf genannten Personen zu vervielfältigen.

Version: 3. Mai 2019