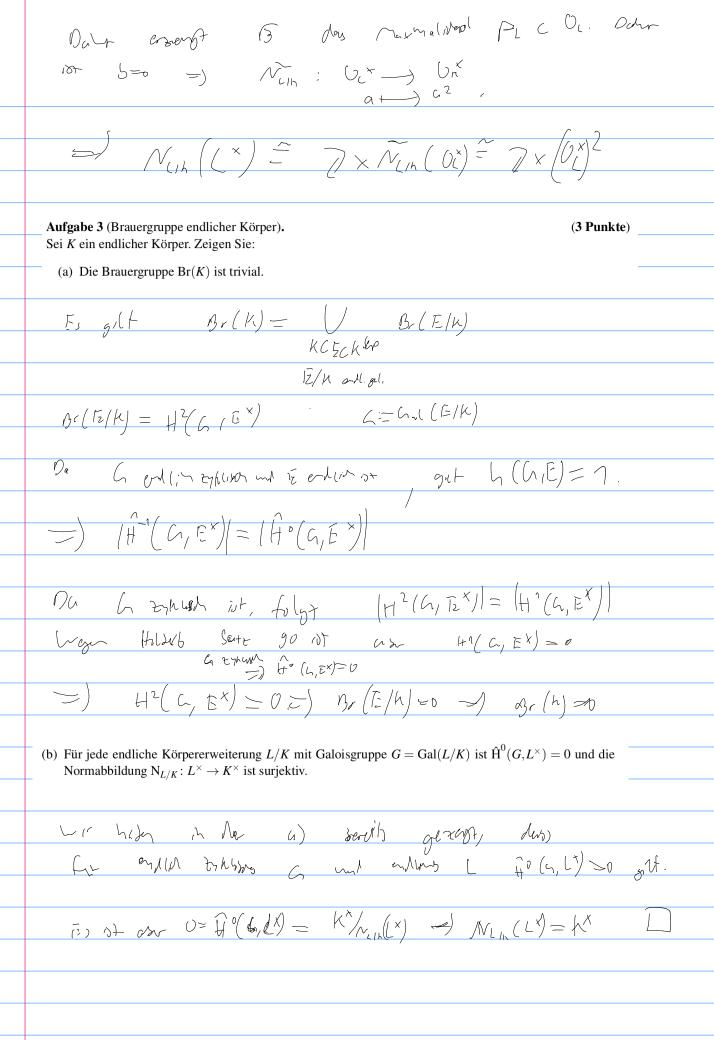
Aufgabe 1 (Galoiskohomologie). (4 Punkte)
Sei $K := \mathbb{Q}_3(\zeta_{12})$ für eine primitive zwölfte Einheitswurzel ζ_{12} und K^{nr} die maximale unverzweigte Erweiterung von K . Weiter sei $G := \operatorname{Gal}(K^{nr}/K)$ und $\mu_8 \subseteq K^{nr}$ die Gruppe der achten Einheitswurzeln. Wir betrachten μ_8 als
G-Modul mit der von $(K^{nr})^{\times}$ eingeschränkten G-Wirkung. Zeigen Sie, dass ein Isomorphismus $H^1(G, \mu_8) \cong \mathbb{Z}/8\mathbb{Z}$ existiert.
Antymy is unaverythent git and (Mr/K) = hall (n xo/k)
um K den Resthlash was to. K sequent.
Olz (J4)/ (by unovert =) korregormente NKKer- C/Kz nd
$[e:F_3] = [O_3(S_4): O_3] = 2 = f_g,$
W3(Su) C U3(Jz) =) eck =) Fg ck => 5, 6 K for
ene prinitile EU Sq
1/6/11/11
>) H (G/M2) = H (Gal (k34/K), Mx) = H (Gry M2) = K/(k1)
_
Du kt ab Trilledengruppe emb end. In hope Zyhish st figt
k*/(x)8 = 7/82.

Lor venuver Sutz 8.175 WW AET 7: On & Kare est Euridmenestern K (T6)/L/K yilt, mys h(6) entueder on der Form h(evi), also n von Fall k(2/3) sen oder unverregt sen. Da ade K(23) + K(16) ist ado K(16) and unvozenyt. (b) Bestimmen Sie für jeden Zwischenkörper L/K von M/K die Untergruppe $N_{L/K}(L^{\times})$ von K^{\times} . Es gut now Homomorphicate Nepa(CX) = LX/Ker(Nexx). Alle Calodyoupen de echen Televerting and zyhlish Nach Hilbrb sutz go ist ke (NCHA) = (TX) für enn Frenze ode Calosgruppe Cal(L/K) $L^{x} = 2 \times 6^{x}$ $L^{x} = 2 \times 6^{x}$ to sit 10101=1x) nuch A277 >) (5(p)=1 -) Ku (N(M) C UX Daha dengit as smoother Min: Ox) Ox K to be travien. lot L/h where they? so get OL/kur(Nein) = Oh. $\frac{L^{\times}/h_{\nu}(N_{ch})}{1\times h_{\nu}(N_{ch})} \stackrel{\sim}{=} \frac{1}{1} \times \frac{U_{ch}^{\times}}{1\times h_{\nu}(N_{ch})} \stackrel{\sim}{=} \frac{U_{ch}^{\times}}{1\times h_{\nu}(N_{ch})} \stackrel{\sim}{=} \frac{1}{1} \times \frac{U_{ch}^{\times}}{1\times h_{\nu}(N_{ch})} \stackrel{\sim}{=} \frac{1}{1} \times \frac{U_{ch}^{\times}}{1\times h_{\nu}(N_{ch})} \stackrel{\sim}{=} \frac{1}{1} \times \frac{U_{ch}^{\times}}{1\times h_{\nu}(N_{ch})} \stackrel{\sim}{=} \frac{1}{$ An white Telleristers delt not [= M(V3). Nin: Oth - Oh x () x.0(» $(a + \sqrt{3}b +)$ $(a + \sqrt{3}b) = a^2 - 3b^2$ Nan sute (.777 De adr 13 ere Unitomiorune.



Aufgabe 4 (Das Galois-Symbol).

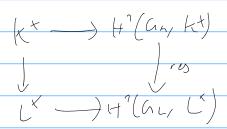
(6 Punkte)

Sei K ein Körper, K^{sep} ein separabler Abschluss und $G_K = \operatorname{Gal}(K^{\text{sep}}/K)$ die absolute Galoisgruppe. Ferner bezeichne $\mu_n \subset K^{\text{sep}}$ die Gruppe der n-ten Einheitswurzeln. Nach Vorlesung existiert ein surjektiver Gruppenhomomorphismus $\delta \colon K^\times \to \operatorname{H}^1(G_K, \mu_n)$ mit Kern $(K^\times)^n$. Zeigen Sie:

(a) Sei L/K eine endliche separable Körpererweiterung. Zeigen Sie, dass die beiden Diagramme

$$\begin{array}{c|c} K^{\times} \stackrel{\delta}{\longrightarrow} H^{1}(G_{K}, \mu_{n}) & L^{\times} \stackrel{\delta}{\longrightarrow} H^{1}(G_{L}, \mu_{n}) \\ \text{Inkl.} & \text{res} & \text{N}_{L/K} & \text{cor} \\ L^{\times} \stackrel{\delta}{\longrightarrow} H^{1}(G_{L}, \mu_{n}) & K^{\times} \stackrel{\delta}{\longrightarrow} H^{1}(G_{K}, \mu_{n}) \end{array}$$

kommutieren. $\mathit{Hinweis}$: Betrachten Sie die exakte Folge $1 \to \mu_n \to (K^{\mathrm{sep}})^{\times} \xrightarrow{(-)^n} (K^{\mathrm{sep}})^{\times} \to 1$.



$$H'(G, A) \rightarrow H'(H, A)$$
 $H'(G, S) \rightarrow H'(H, B)$