

Übungen zur Algebraischen Zahlentheorie II

Sommersemester 2022

Universität Heidelberg
Mathematisches Institut
DR. K. HÜBNER
DR. C. DAHLHAUSEN

Blatt 0
keine Abgabe

Dieses Blatt wird in den Übungen am 25. und 27. April besprochen.

Aufgabe 1. Sei p eine ungerade Primzahl. Zeigen Sie, dass ein Element $x \in \mathbb{Z}_p$ genau dann ein Quadrat ist, wenn $v_p(x)$ gerade ist und $x \cdot p^{-v_p(x)}$ ein Quadrat modulo p ist.

Aufgabe 2. Sei p eine ungerade Primzahl

- (a) Bestimmen Sie die Gruppenstruktur auf $\mathbb{Q}_p^\times / (\mathbb{Q}_p^\times)^2$. *Hinweis:* Benutzen Sie Aufgabe 1.
- (b) Bestimmen Sie alle quadratischen Erweiterungen von \mathbb{Q}_p , deren Ganzheitsringe, jeweils eine Uniformisierende und die jeweiligen Verzweigungsindizes und Trägheitsgrade.

Aufgabe 3. Bestimmen Sie alle Bewertungen auf $\mathbb{Q}(\mathbf{i}) (= \mathbb{Q}[X]/(X^2 + 1))$.

Hinweis: Bestimmen Sie für jede Bewertung auf \mathbb{Q} alle Fortsetzungen auf $\mathbb{Q}(\mathbf{i})$.