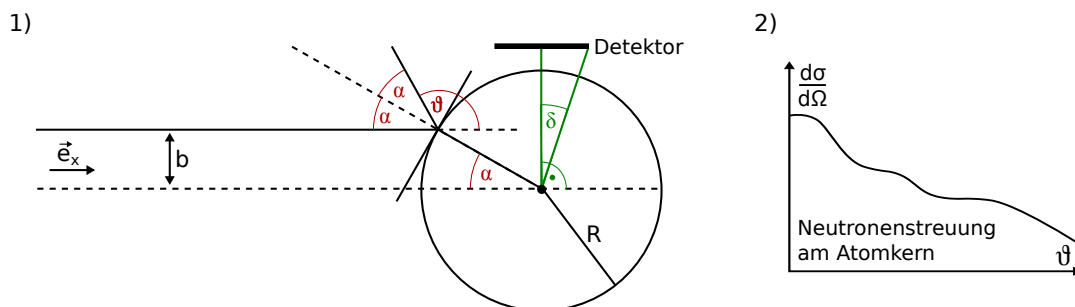


Übungsblatt 9

Besprechung in den Übungsgruppen am 16. Dezember 2019

1. Hausaufgabe: Streuung an einer harten Kugel

Betrachten Sie eine große, schwere Kugel mit Radius R , auf die kleinere und sehr viel leichtere Kügelchen geworfen werden. Dabei werden die kleinen Kugeln an der großen Kugel gemäß des Gesetzes „Einfallswinkel = Ausfallswinkel“ reflektiert (siehe Skizze 1).



- a) Drücken Sie den Stoßparameter b über den Radius der Kugel und den Ablenkwinkel ϑ aus und berechnen Sie daraus den differentiellen Streuquerschnitt der Kugel.

Um die Anzahl der gestreuten Teilchen zu messen, wird ein Detektor (anders als in der Skizze dargestellt) in einer Entfernung d mit $d \gg R$ genau oberhalb der Kugel platziert. Der Detektor soll den vom Kugelmittelpunkt aus gemessenen Winkelbereich $\vartheta \in [\pi/2 - \delta, \pi/2 + \delta]$ und $\varphi \in [-\delta, +\delta]$ abdecken.

- b) Wie viele Kügelchen treffen in einem Zeitintervall Δt auf den Detektor, wenn die Kugel in einen Teilchenstrom mit Teilchendichte n und Teilchengeschwindigkeit $v_\infty \vec{e}_x$ platziert wird?*

Der differentielle Streuquerschnitt gibt an, welcher Anteil der pro Fläche und Zeiteinheit einfallenden Teilchen in einen bestimmten Raumwinkel gestreut wird. Zusätzlich kann auch der totale Streuquerschnitt definiert werden, der beschreibt, welcher Anteil der pro Fläche und Zeiteinheit einfallenden Teilchen überhaupt abgelenkt wird. Er kann durch eine Integration über den gesamten Raumwinkel aus dem differentiellen Streuquerschnitt berechnet werden,

$$\sigma = \int d\Omega \frac{d\sigma}{d\Omega}.$$

- c) Zeigen Sie, dass der totale Wirkungsquerschnitt der Kugel gerade der Kugelquerschnitt ist.

In Büchern wird ein Atomkern oft als Kugel dargestellt. Um zu überprüfen, ob diese Darstellung stimmt, kann man den Kern mit ungeladenen Neutronen beschießen. Wäre der Kern nur eine geladene harte Kugel, dann würden die Neutronen gemäß des in a) gefundenen Gesetzes gestreut.

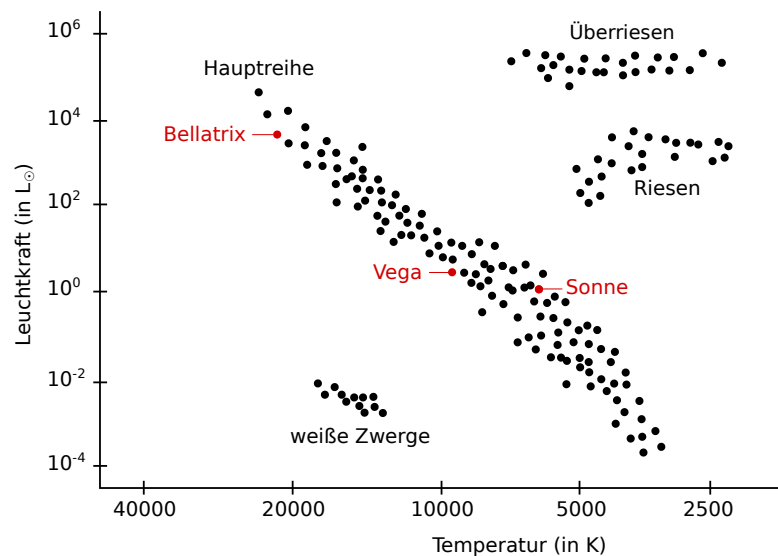
Messungen zeigen den in Skizze 2 abgebildeten differentiellen Streuquerschnitt.

- d) Ist der Atomkern eine harte Kugel?

*Hinweis: Da $d \gg R$ ist, kann die Kugel als nahezu punktförmig angenommen werden. Dann ist der Winkelbereich, unter dem der Detektor erscheint, vom Kugelmittelpunkt und vom jeweiligen Abprallpunkt der Kügelchen aus gleich.

2. Hausaufgabe: Hauptreihe der Sterne und der Virialsatz

Misst man die Oberflächentemperatur und die Leuchtkraft vieler Sterne und zeichnet diese in ein entsprechendes Diagramm ein (auch *Hertzsprung-Russell-Diagramm* genannt), erhält man die nachfolgende Verteilung der Sterne.



Um Riesen, Überriesen und weiße Zwerge erklären zu können, muss man sich genauer mit dem Leben und vor allem Sterben eines Sterns beschäftigen. Die Form der Hauptreihe, auf der sich Sterne die meiste Zeit ihres Lebens befindet, ist jedoch deutlich leichter zu erklären.

- a) Die Temperatur T des Sternenplasmas ist proportional zur kinetischen Energie der ungeordneten Teilchenbewegung. Bestimmen Sie mit Hilfe des Virialsatzes einen Zusammenhang zwischen der Masse, der Oberflächentemperatur und dem Radius eines Sterns.

Das Stefan-Boltzmann-Gesetz besagt, dass die Leuchtkraft L eines Körpers proportional zu seiner Oberfläche und der vierten Potenz seiner Temperatur ist. Eine weitere Relation erhält man aus dem Energietransport durch Strahlung aus dem Inneren des Sterns an seine Oberfläche. Energietransport und -abstrahlung können nur dann konsistent formuliert werden, wenn der Radius R des Sterns proportional zur Wurzel seiner Masse M ist.

- b) Zeigen Sie mit Hilfe dieser beiden Relationen sowie des Ergebnisses aus a), dass die Leuchtkraft eines Sterns proportional zur sechsten Potenz seiner Temperatur ist. Vergleichen Sie mit dem obigen Diagramm.

3. Präsenzaufgabe: Mechanische Ähnlichkeit

Eine Astronomin beobachtet einen weit entfernten Stern, der von drei Planeten umkreist wird. Sie misst, dass der mittlere Planet genau doppelt so weit und der äußere Planet genau dreimal so weit vom Stern entfernt ist wie der innere Planet. Was für eine Aussage kann sie über das Potential treffen, in dem sich die Planeten bewegen, wenn...

- a) ...die Umlaufdauer des mittleren Planeten vier mal so groß und die des äußeren Planeten neun mal so groß ist wie die des inneren Planeten?
- b) ...die Umlaufdauer des mittleren Planeten acht mal so groß und die des äußeren Planeten 27 mal so groß ist wie die des inneren Planeten?
- c) ...die Umlaufdauer des mittleren Planeten vier mal so groß und die des äußeren Planeten 27 mal so groß ist wie die des inneren Planeten?

4. Verständnisfragen

- a) Welche Erhaltungssätze gelten bei elastischen, welche bei inelastischen Stößen?
- b) Welcher Zusammenhang besteht zwischen dem Keplerproblem und der Rutherford'schen Streuformel?
- c) Definieren und begründen Sie den Begriff „mechanische Ähnlichkeit“.