Aufgabe 1

1. while (i < n) { int t = a + b; a = b; b = t; i = i+1;}
2. Behauptung: INV(v): b = Fib(n+1) ∧ a = Fib(n)∧ $i - 1 < n$

   Beweis. (a) INV(v^0): Aus der Vorbedingung $P(n)$ folgt sofort $b^0 = 1 = \mathrm{Fib}(1) \wedge a^0 = 0 = \mathrm{Fib}(0) \wedge i - 1 = -1 < n$

   (b) Es gelte nun: INV(v^j) ∧ B(v^j) $\iff b^j = \mathrm{Fib}(j+1) \wedge a^j = \mathrm{Fib}(j) \wedge j - 1 < n$ Daher ist $b^{j+1} = t^{j+1} = a^j + b^j = \mathrm{Fib}(j) + \mathrm{Fib}(j+1) = \mathrm{Fib}(j+2)$. Außerdem ist $a^{j+1} = b^j = \mathrm{Fib}(j+1)$ und nach Schleifenbedingung $j < n \iff j + 1 - 1 < n$.

   (c) Am Schleifenende gilt $\neg(i < n)$ und es gilt die Schleifeninvariante.

$$
\begin{aligned}
& INV(v^i) \wedge \neg(i < n) \\
\iff & b = \mathrm{Fib}(i+1) \wedge a = \mathrm{Fib}(i) \wedge i - 1 < n \wedge \neg(i < n) \\
\iff & b = \mathrm{Fib}(i+1) \wedge a = \mathrm{Fib}(i) \wedge i = n \\
\iff & b = \mathrm{Fib}(n+1) \wedge a = \mathrm{Fib}(n) \\
\implies & Q(n)
\end{aligned}
$$

□

Aufgabe 2