

Lineare Algebra 2 — Übungsblatt 4

Sommersemester 2020

AOR Dr. D. Vogel
P. Gräf, R. Steingart

Abgabe: Do 28.05.2020 um 9:15 Uhr

16. Aufgabe: (4+2 Punkte, Ähnlichkeit von Matrizen) Seien K ein Körper und $n \in \mathbb{N}$.

(a) In diesem Aufgabenteil soll Bemerkung 4.7 aus der Vorlesung bewiesen werden. Sei dazu L ein Körper, der K enthält. Man zeige:

(i) Sind $f, g \in K[t]$, so gilt $\text{ggT}_{L[t]}(f, g) = \text{ggT}_{K[t]}(f, g)$.

(ii) Sind $A, B \in M_{n,n}(K)$, so sind äquivalent:

(1) $A \approx B$ in $M_{n,n}(K)$.

(2) $A \approx B$ in $M_{n,n}(L)$.

(b) Sei $A \in M_{n,n}(K)$. Dann ist die Matrix A ähnlich zu ihrer Transponierten A^t .

Hinweis: Man verwende das Kriterium aus dem Satz von Frobenius.

17. Aufgabe: (3+3 Punkte, Invarianten- und Determinantenteiler)

(a) Man berechne die Invarianten- und Determinantenteiler der folgenden Matrix:

$$A = \begin{pmatrix} 10 & -11 & -11 & -32 \\ -1 & 0 & -2 & 4 \\ 1 & -1 & 1 & -4 \\ 2 & -2 & -2 & -6 \end{pmatrix} \in M_{4,4}(\mathbb{Q}).$$

(b) Man untersuche mit Hilfe des Invariantenteilersatzes, ob die folgenden Matrizen in $M_{3,3}(\mathbb{Q})$ ähnlich zueinander sind:

$$B = \begin{pmatrix} -5 & -3 & 5 \\ 0 & 1 & -1 \\ -8 & -4 & 7 \end{pmatrix}, \quad C = \begin{pmatrix} -3 & 8 & 12 \\ 1 & -2 & -3 \\ -2 & 4 & 7 \end{pmatrix}.$$

Die Übungsblätter sowie weitere Informationen zur Vorlesung sind über **MaMpf** abrufbar.