Sei

$$F = m \cdot g \cdot \begin{pmatrix} -1 \\ -1 \\ -1 \end{pmatrix},$$

$$f_1 = x_1^2 - 1$$

und

$$f_2 = x_3 - x_2^2.$$

Dann hat die Matrix

$$\begin{pmatrix} 2x_1 & 0 & 0 \\ 0 & -2x_2 & 1 \end{pmatrix}$$

für alle $\vec{x}$ mit $f_1\vec{x} = f_2\vec{x} = 0$ den Rang 2, da $x_1 \neq 0$. Wir betrachten also die Lagrange Gleichungen 1. Art.

$$\sum_{i=1}^{3} \left(F_i - \sum_{j=1}^{2} \lambda_j \frac{\partial f_j}{\partial x_i} \right) \delta x_i = 0$$

Die abhängigen Variablen seien x_1 und x_2. Dann ist

$$\mathcal{F} \cdot \lambda = Q$$

mit

$$\mathcal{F} = \begin{pmatrix} 2x_1 & 0 \\ 0 & -2x_2 \end{pmatrix}$$

und

$$Q = \begin{pmatrix} -1 \\ -1 \end{pmatrix}.$$

Ist nun allerdings $x_2 = 0$, was im Rahmen der Zwangsbedingungen durchaus erlaubt ist, so ist $\mathcal{F}$ nicht invertierbar.