Theo-II: Analytische Mechanik und Thermodynamik (PTP2)

Universität Heidelberg Sommersemester 2020

Übungsblatt 8

Dozent: Prof. Dr. Matthias Bartelmann

Obertutor: Dr. Christian Angrick

Besprechung in den virtuellen Übungsgruppen am 22. Juni 2020 Bitte schicken Sie maximal 2 Aufgaben per E-Mail zur Korrektur an Ihre Tutorin / Ihren Tutor!

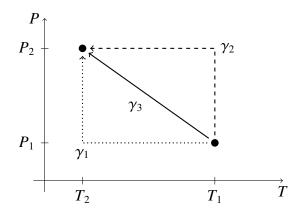
1. Arbeit entlang verschiedener Prozesswege

Für die Volumenänderung eines elastischen Festkörpers gelte

$$dV = -\kappa V dP + \alpha V dT,$$

wobei die beiden Konstanten $\kappa > 0$ und $\alpha > 0$ die isotherme Kompressibilität bzw. den isobaren Wärmeausdehnungskoeffizient bezeichnen.

a) Bestimmen Sie die Arbeit, die an dem Festkörper verrichtet wird, wenn dieser entlang der drei folgenden Prozesswege γ_i von (P_1, T_1) nach (P_2, T_2) geführt wird, wobei $P_2 > P_1$ und $T_1 > T_2$ ist.*



b) Auf welchem dieser Wege wird die geringste Arbeit verrichtet?

2. Entropie und Temperatur

Eine Molekülkette bestehe aus N gleichartigen Molekülen, die jeweils zwei mögliche Energien, ε_1 und $\varepsilon_2 > \varepsilon_1$, annehmen können. Ein Mikrozustand der Molekülkette kann dadurch beschrieben werden, welches der N Moleküle gerade welche der beiden möglichen Energien angenommen hat.

a) Zeigen Sie, dass die Anzahl der Mikrozustände als Funktion der Gesamtenergie E durch

$$\Omega(E) = \frac{N!}{N_1! \, N_2!}$$

gegeben ist, wobei

$$N_1 = \frac{N\varepsilon_2 - E}{\varepsilon_2 - \varepsilon_1}$$
 und $N_2 = \frac{E - N\varepsilon_1}{\varepsilon_2 - \varepsilon_1}$

die Anzahlen der einzelnen Moleküle darstellen, die die Energien ε_1 bzw. ε_2 haben.

^{*}Hinweis: Nehmen Sie an, dass die relative Volumenänderung so klein ist, dass die Funktion V(P,T) während des Prozesses als konstant angenommen werden kann, $V(P,T) \approx V(P_1,T_1) \equiv V_1$.

b) Berechnen Sie die Entropie S(E) und die Temperatur T(E) der Molekülkette, wobei die Fakultäten mit der $Stirling-N\"{a}herung$

$$ln N! \approx N ln N - N$$
(I)

dargestellt werden sollen.

c) Betrachten Sie für die Temperatur die Grenzfälle $N_2 \to 0$ und $N_2 \to N$. Was passiert mit der Temperatur im Fall $N_2 > N/2$? Was ist der physikalische Grund dafür?

Für das System aus N Punktteilchen der Masse m aus Aufgabe 2 des Übungsblattes 7 haben Sie berechnet, dass die Anzahl der möglichen Mikrozustände in der Energieschale $[E, E + \delta E]$ durch

$$\Omega(E) = \left(\frac{4\pi^3 R^2 m}{h_0^3 \omega}\right)^N \frac{E^{2N-1}}{(2N-1)!} \delta E$$

gegeben ist, wobei R der Radius ist, innerhalb dessen sich die Teilchen orthogonal zur z-Achse bewegen können, und ω die Schwingungsfrequenz ist, mit der sie parallel zur z-Achse schwingen können.

d) Berechnen Sie für dieses System ebenfalls die Entropie S(E) und die Temperatur T(E).

3. Adiabaten bei vorgegebener innerer Energie

Die innere Energie eines Systems sei durch $E = aP^2V$ mit einer Konstanten a > 0 gegeben. Finden Sie die Adiabaten dieses Systems in der P-V-Ebene.

4. Verständnisfragen

- a) Erklären Sie den (physikalischen und mathematischen) Unterschied zwischen Prozess- und Zustandsgrößen.
- b) Wie ist die absolute Temperatur definiert? Beschreiben Sie, unter welchen Voraussetzungen negative absolute Temperaturen auftreten können.
- c) Was ist Entropie?