

# Theo-II: Analytische Mechanik und Thermodynamik (PTP2)

Universität Heidelberg  
Sommersemester 2020

Dozent: Prof. Dr. Matthias Bartelmann  
Obertutor\*innen: Veronika Oehl & Christian Sorgenfrei

## Übungsblatt 11

Besprechung in den virtuellen Übungsgruppen am 13. Juli 2020

Bitte schicken Sie maximal 2 Aufgaben per E-Mail zur Korrektur an Ihre Tutorin / Ihren Tutor!

### 1. Energie und Entropie eines Gases

An einem Gas werde eine temperaturunabhängige Wärmekapazität  $C_V$  und eine Zustandsgleichung der Form

$$P = aT \left( \frac{b}{V} - \frac{V}{c} \right)$$

mit positiven Konstanten  $a$ ,  $b$  und  $c$  gemessen.

- Zeigen Sie, dass die Energie  $E$  nur eine Funktion der Temperatur  $T$  aber nicht des Volumens  $V$  ist.
- Bestimmen Sie die Entropieänderung  $\Delta S \equiv S(T, V) - S(T_0, V_0)$  beim Übergang von  $(T_0, V_0)$  nach  $(T, V)$ .
- Wie ändert sich die Entropie bei isothermen Zustandsänderungen? Diskutieren Sie das Ergebnis mit Blick auf den 2. Hauptsatz.

### 2. Thermodynamische Potentiale des idealen Gases

In der Vorlesung haben Sie bereits gesehen, dass die Energie des idealen Gases durch

$$E = C_V T$$

und seine Entropie durch

$$S(T, V) = C_V \ln \frac{T}{T_0} + \nu R \ln \frac{V}{V_0} + S_0$$

mit  $S_0 = \text{const.}$  gegeben sind.

- Zeigen Sie, dass die Enthalpie des idealen Gases durch

$$H = C_P T$$

gegeben ist. Setzen Sie dafür unter anderem  $S(T, P)$  an und verwenden Sie eine geeignete Maxwell-Relation.

- Zeigen Sie, dass die Entropie als Funktion von  $T$  und  $P$  durch

$$S(T, P) = C_P \ln \frac{T}{T_0} - \nu R \ln \frac{P}{P_0} + S_0$$

mit  $S_0 = \text{const.}$  gegeben ist.

- Stellen Sie die Energie  $E$ , die Enthalpie  $H$ , die freie Energie  $F$  und die freie Enthalpie  $G$  des idealen Gases in ihren natürlichen Variablen dar.

d) Verifizieren Sie, dass die Ergebnisse

$$\left(\frac{\partial E}{\partial V}\right)_S = \left(\frac{\partial F}{\partial V}\right)_T = -P$$

erfüllen.

### 3. Freie Energie des Van-der-Waals-Gases

In der Vorlesung haben Sie gesehen, dass die Zustandsgleichung des Van-der-Waals-Gases durch

$$\left(P + \frac{av^2}{V^2}\right)(V - vb) = \nu RT$$

gegeben ist. Außerdem haben Sie bereits gesehen, dass seine Entropieänderung beim Übergang von  $(T_0, V_0)$  nach  $(T, V)$  durch

$$\Delta S = C_V \ln \frac{T}{T_0} + \nu R \ln \frac{V - vb}{V_0 - vb}$$

gegeben ist. Bestimmen Sie mit Hilfe der beiden vorherigen Gleichungen die Änderung der freien Energie  $\Delta F$  für diesen Übergang.

### 4. Verständnisfragen

- Erklären Sie den Sinn der Legendre-Transformationen in der Thermodynamik und der verschiedenen thermodynamischen Potentiale.
- Erklären Sie den Ursprung der Maxwell-Relationen.
- Erläutern Sie die van der Waals'sche Zustandsgleichung und ihre Unterschiede zur Zustandsgleichung des idealen Gases.