Theoretische Physik I: Klassische Mechanik (PTP1)

Universität Heidelberg
Wintersemester 2019/20

Dozent: Prof. Dr. Matthias Bartelmann
Obertutor: Dr. Christian Angrick

Übungsblatt 10

Besprechung in den Übungsgruppen am 13. Januar 2020

1. *Hausaufgabe:* Kugeln, die von Türmen fallen

Da die Erde rotiert, muss auf alle bewegten Objekte die Corioliskraft wirken. Diese ist jedoch so schwach, dass wir sie im Alltag nicht wahrnehmen. Experimentell wurde die Existenz dieser Scheinkraft durch Fallexperimente nachgewiesen. Ein sehr genaues Fallexperiment führte Edwin Hall um 1900 an der Harvard University in den USA durch, indem er 948 Kugeln aus einer Höhe von 23 m fallen ließ und deren Abweichung von einer geradlinigen Bahn bestimmte.

Machen Sie eine Vorhersage für den Betrag und die Richtung der Ablenkung durch die Corioliskraft in diesem Experiment. Verwenden Sie dafür, dass der Breitengrad der Harvard University 42° Nord ist.*

2. *Hausaufgabe:* Nachweihnachtliche Coriolis-Diät

Nach Weihnachten stellen Sie erschrocken fest, dass Sie durch Zimtsterne, Vanillekipferl, Lebkuchen und so weiter um 5 % ihres vorherigen Gewichts zugenommen haben. Dies würden Sie gerne rückgängig machen und fragen zunächst Ihren Ernährungsberater, der Ihnen viel Bewegung empfiehlt. Um ganz sicher zu gehen, fragen Sie noch einmal bei Ihrem Guru nach, der Ihnen rät, sich bevorzugt nach Osten zu wenden. Von dieser Aussage sind Sie zunächst etwas verwirrt, bis Ihnen einfällt, dass die Erde sich ja dreht.

a) Wie schnell müssten Sie in Heidelberg nach Osten laufen, damit Sie dank der Corioliskraft wieder ihr altes Gewicht haben? Verwenden Sie hierfür, dass der Breitengrad von Heidelberg 49,42° Nord ist.

b) Warum sollten Sie gerade nach Osten laufen und was passiert, wenn Sie stattdessen nach Süden, Norden oder Westen laufen?

c) Wie groß ist bei dieser Geschwindigkeit die Beschleunigung, die Sie von Ihrer geraden Bahn ablenkt? In welche Richtung wirkt sie?

3. *Hausaufgabe:* Matrixdiagonalisierung

Berechnen Sie die Eigenwerte und die auf eins normierten Eigenvektoren von

a) $$A = \begin{pmatrix} 2 & \sqrt{8} \\ \sqrt{8} & 0 \end{pmatrix},$$

b) $$B = \begin{pmatrix} 0 & 1 & 0 \\ 1 & 0 & 1 \\ 0 & 1 & 0 \end{pmatrix}.$$

**Hinweis:* Da die Ablenkungen sehr klein sind, können Sie die Corioliskraft analog zum Abschnitt 8.3.3 des Skriptes näherungsweise auf der geradlinigen Bahn bestimmen. Eine solche Näherung wird als *Born-Näherung* bezeichnet.

4. Hausaufgabe: Trägheitstensor einer diskreten Massenverteilung

Betrachten Sie zwei Punktmassen m_1 und m_2, die durch eine masselose Stange verbunden sind. Die Koordinaten der Massenpunkte seien $\vec{x}_1 = (a, a, 0)^\top$ und $\vec{x}_2 = (-a, a, 0)^\top$ mit $a > 0$.

a) Berechnen Sie die Elemente des Trägheitstensors Θ_{ij} dieser diskreten Massenverteilung bezüglich des Koordinatenursprungs.

b) Berechnen Sie die Hauptträgheitsmomente und Hauptträgheitsachsen.

c) Wie groß ist das Trägheitsmoment für eine Drehung um eine Achse, die durch den Koordinatenursprung und den Punkt $\vec{P} = (1, 1, 1)^\top$ verläuft?[†]

5. Verständnisfragen

a) Welche Scheinkräfte treten in beschleunigten Bezugssystemen auf?

b) Benennen Sie die wesentlichen Eigenschaften der Coriolis- und der Zentrifugalkraft.

c) Wodurch sind Lagrange-Punkte definiert und wo treten sie auf?

d) Was ist ein Tensor und wie können Sie ihn darstellen?

e) Wie und wozu bestimmen Sie das charakteristische Polynom?

f) Wie bestimmen Sie die Hauptträgheitsmomente eines starren Körpers?

6. Ein Kreuzworträtsel für die Weihnachtszeit

Waagerecht

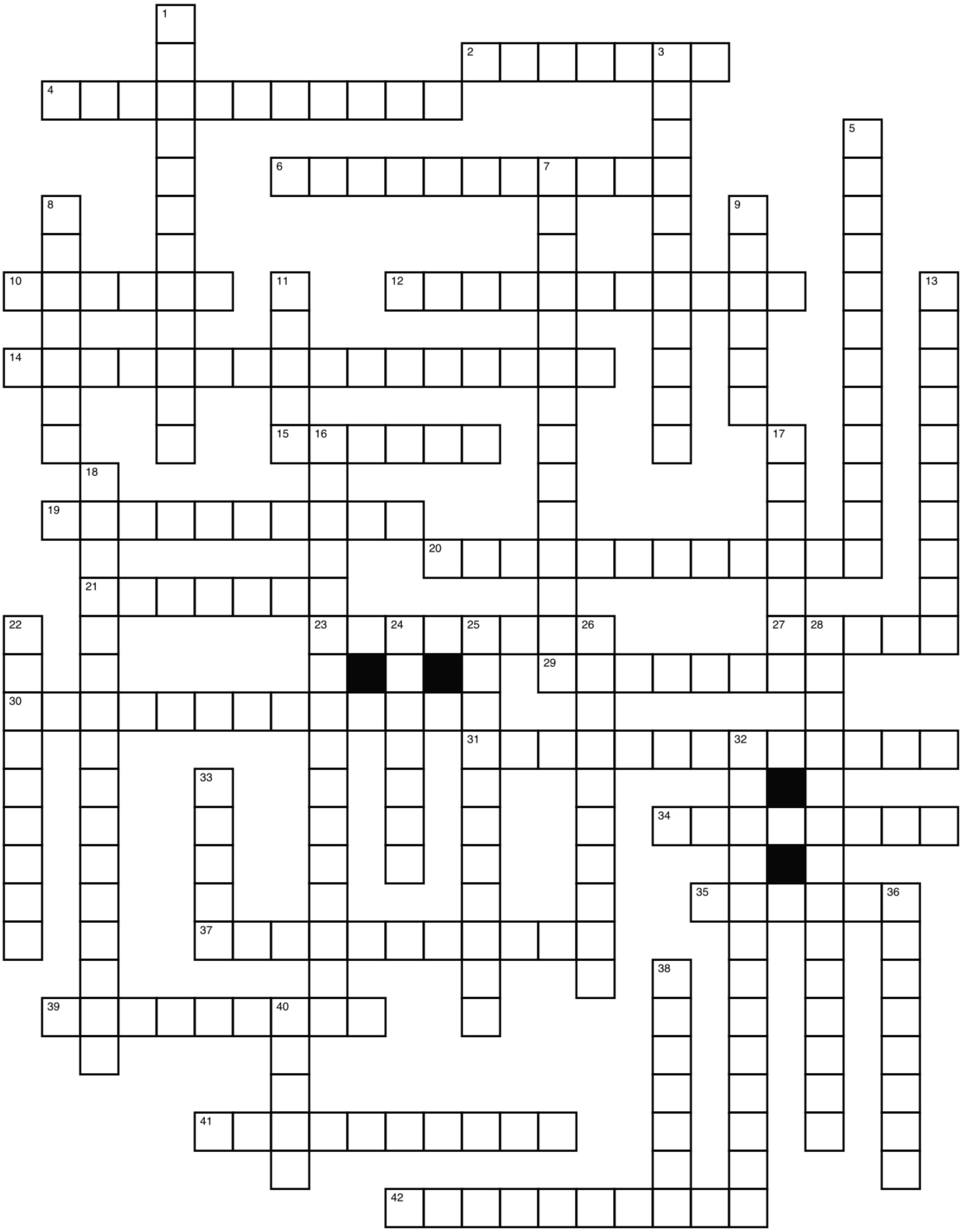
2. nach ihm sind Transformationen von einem Inertialsystem ins nächste benannt **4.** parametrisiert eine Kurve **6.** trennt bei drei Körpern den Einflussbereich der beiden schweren **10.** kann beim Integrieren einer Differentialgleichung helfen **12.** das Skalarprodukt ist's, das Vektorprodukt nicht **14.** beschreibt die Ablenkung von Teilchen **15.** erleichtert Kurvenintegrale **19.** setzt kinetische und potentielle Energie im homogenen Potential in Verbindung **20.** zur Lösung inhomogener Differentialgleichungen neben der homogenen benötigt **21.** beschreibt die höchste Ableitung in einer Differentialgleichung **23.** Keplerbahn bei großen Energien **27.** dargestellt durch komplexe Exponentialfunktionen **29.** machen aus n Vektoren ein Skalar, in linearer Weise **30.** bei Matrizen: A_{ij} statt A_{ji} **31.** in rotierenden Bezugssystemen proportional zur Geschwindigkeit **34.** die Rotation hiervon wird immer Null **35.** wichtig zum Nähern **37.** nur in beschleunigten Bezugssystemen **39.** wird zur Lösung inhomogener Differentialgleichungen variiert **41.** ihr Quadrat verhält sich proportional zur dritten Potenz der Halbachse **42.** ändert den Drehimpuls

Senkrecht

1. verschwindet bei parallelen Vektoren **3.** drei werden benötigt, um zwischen Körper und Inertialsystem zu vermitteln **5.** darf für Objekte der regulären Gruppe nicht verschwinden **7.** ist nur beim Kreis null und bei der Parabel eins **8.** Newton's drittes, gleich der actio **9.** diese Determinante braucht's zum Integrieren in anderen Koordinaten **11.** beim Keplerproblem im Potentialminimum ist dies die Bahn **13.** ist im Zentralpotential erhalten **16.** ersetzt die Masse bei der Drehung eines starren Körpers **17.** muss für orthonormale Matrizen gleich der Transponierten sein **18.** der Dritte im Bund bei Tangential- und Hauptnormalenvektor **22.** existiert für konservative Kraftfelder **24.** sonnennächster Punkt einer Bahn **25.** Streuung in diese Richtung ist nur möglich bei schwererem Target **26.** benötigt für das Kreuzprodukt in Komponenten **28.** hier ist man, wenn alle Kräfte physikalischen Ursprungs sind **32.** unerlässlich bei der Abstandsbestimmung **33.** spannt einen Vektorraum auf **36.** wenn sie verschwindet, ist ein Kraftfeld konservativ **38.** beim inelastischen Stoß nicht erhalten **40.** Differentialoperator

---

[†] *Hinweis:* Das Trägheitsmoment Θ_e für eine Drehung um eine beliebige Achse, die durch den Einheitsvektor $\vec{e}$ bestimmt ist, erhält man durch die Projektion $\Theta_e = \vec{e}^{\top}\Theta\,\vec{e} = e_i\,\Theta_{ij}\,e_j$.



Fröhliche Weihnachten und einen guten Rutsch ins neue Jahr!