GDL Übungsblatt 4

1	2	3	4	Σ

Josua Kugler, Ann Cathrin Wesener

1) a) Nach 2.19 iii ist e^A invertierbar. Nach 2.16 vi) gilt: $e^{(t+s)\cdot A} = e^{tA} \cdot e^{sA}$. Für $s=1$, $t=-1$ finden wir mit

$e^{0 \cdot A} = \mathbb{1}$ das zu zeigende

b) $e^{P^{-1}BB} = \sum_{n=0}^{\infty} \frac{(P^{-1}BP)^n}{n!} = P^{-1} \sum \frac{B^n}{n!} P = P^{-1} e^B P$, denn

Z.z: $(P^{-1}BP)^n = P^{-1}B^nP$:

I.A: $n=1$ klar

I.S: $(P^{-1}BP)^n = P^{-1}B^nP \Rightarrow (P^{-1}BP)^{n+1} = (P^{-1}BP)^n P^{-1}BP = P^{-1}B^nPP^{-1}BP = P^{-1}B^{n+1}P$ ✓

c) $e^{\mathrm{diag}(\lambda_1,\dots,\lambda_n)} = \sum_{n=0}^{\infty} \frac{\mathrm{diag}(\lambda_1,\dots,\lambda_n)^n}{n!} = \mathrm{diag}(e^{\lambda_1},\dots,e^{\lambda_n})$

denn $\mathrm{diag}(\lambda_1,\dots,\lambda_n)^n = \mathrm{diag}(\lambda_1^n,\dots,\lambda^n)$ offensichtlich

2) a) Die Determinante von e^A verschwindet, daher gibt es nach 2.19 iii keine solche reelle Matrix

b) $\det e^A \overset{2.19}{=} e^{\mathrm{sp}(A)} = -1$ für reelle Matrix nicht möglich wegen der Eigenschaften der reellen e-Funktion