UNIVERSITÄT HEIDELBERG
Zukunft. Seit 1386.

Prof. Dr. Markus Banagl
Mathematisches Institut
Im Neuenheimer Feld 205
69120 Heidelberg
Telefon (06221) 54-14211
E-Mail banagl@mathi.uni-heidelberg.de
Heidelberg, den 24. November 2021

ALGEBRAISCHE TOPOLOGIE I
ÜBUNGSAUFGABEN 6

DEADLINE: Do. 2. Dez. 2021, 15:00.

1. Sei X ein Raum mit $\pi_1(X) = \mathbb{Z}/_{19}$. Hat X eine Überlagerung vom Grad 4? Beweisen Sie Ihre Antwort.
2. Beweisen oder widerlegen Sie: Eine Überlagerung vom Grad 2 ist regulär.
3. Sei X ein Hausdorff-Raum und G eine endliche Gruppe, die durch Homöomorphismen frei auf X wirkt. Zeigen Sie, dass eine solche Wirkung eigentlich unstetig ist.
4. Sei g eine natürliche Zahl. Eine (orientierbare, kompakte, zusammenhängende) Fläche F_g vom Geschlecht g erhält man aus der Sphäre S^2, indem man $2g$ disjunkte, offene Kreisscheiben entfernt und entlang der entstandenen Randkreise g "Henkel" der Form $S^1 \times [0,1]$ anklebt. (Beispiele: $g = 0 : F_g \cong S^2$, $g = 1 : F_g \cong T^2$, $g = 2 : F_g \cong T^2 \# T^2, \ldots$.) Zeigen Sie, dass $\pi_1(F_4)$ die Fundamentalgruppe $\pi_1(F_{10})$ als normale Untergruppe vom Index 3 enthält, ohne diese Gruppen explizit zu berechnen. Hinweis: Konstruieren Sie eine geeignete eigentlich unstetige Gruppenwirkung auf F_{10}.