

Fundamentos De Los Circuitos Electrónicos

Circuitos RC

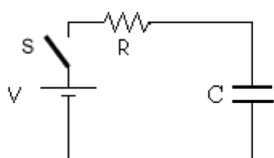
Realizado por: Calvache, Germán; Campaña, Josue;

Resumen

Se considera un circuito RC a todo aquel circuito combinado de una porción, una entidad de resistencias, y de otra, un ideal condensador, se incluyen los casos en que el hay varios capacitores condensadores que se pueden someter a uno semejante, puede poseer además fuentes tanto dependientes como independientes

- Introducción

Considere el circuito RC mostrado en la Figura, en el cual el capacitor se encuentra completamente descargado inicialmente y la llave S, abierta. Al cerrarse esta última, la diferencia de potencial V impuesta por la fuente genera una corriente I en el circuito. Esta corriente tendrá el efecto de llevar cargas de signo opuesto a las caras del capacitor. Resulta intuitivo que esta corriente no será constante en el tiempo; en particular esperamos que la misma se anule cuando el capacitor se haya cargado.



Un capacitor de capacidad C conectado a una fuente de tensión V constante adquiere una carga $q = CV$.

Esto nos permite conocer la caída de potencial sobre nuestro capacitor. Por otro lado, la ecuación circuital para el circuito RC resulta simplemente:

$$V = RI + \frac{q}{C},$$

donde tanto la corriente I como la carga q están variando instante a instante, es decir que $I \equiv I(t)$ y $q \equiv q(t)$. Recordemos, por otro lado, que tanto la tensión V de la fuente, la resistencia R del resistor y la capacidad C del capacitor son constantes, dado que describen propiedades de cada uno de dichos elementos. Empleando ahora la definición de corriente,

$$I = \frac{dq}{dt},$$

podemos reescribir la última ecuación en términos de una única función incógnita, ya sea $q(t)$ o $I(t)$. Vamos a elegir reexpresarla en función de $q(t)$, de lo que se obtiene

$$V = R \frac{dq}{dt}(t) + \frac{1}{C}q(t).$$

Esta ecuación es una ecuación diferencial ordinaria de orden 1 para $q(t)$, cuya solución nos dará la evolución temporal (desde un instante inicial dado) de la carga en el capacitor. Para resolverla, debemos especificar además una condición inicial para la carga $q(t)$ en el capacitor.

se encuentra inicialmente descargado, tenemos $q(t = 0) = 0$,

como condición inicial para el proceso de carga. La ecuación diferencial en derivadas totales para $q(t)$

dada por la ecuación tiene una solución general de la forma:

$$q(t) = Ae^{-t/\tau} + CV$$

donde $\tau = RC$ es el tiempo característico del circuito RC, y la constante A se determina de las condiciones del problema particular que se esté considerando. Por ejemplo, si el capacitor esta inicialmente descargado, resulta fácil obtener que $A = -CV$, por lo que

$$q(t) = CV(1 - e^{-t/\tau})$$

por lo que la corriente en función del tiempo resulta

$$I(t) = \frac{V}{R}e^{-t/\tau}.$$

En base a esto, plantee cómo serían las ecuaciones que describen la descarga del capacitor, reemplazando

para ello la fuente por un cortocircuito.

• Circuitos Serie En C.A.

En un circuito RC serie la corriente (corriente alterna) que pasa por la resistor y por el capacitor es la misma.

El voltaje entregado V_S es igual a la suma fasorial de la caída de voltaje en el resistor (V_R) y de la caída de voltaje en el capacitor (V_C). Ver la siguiente fórmula: $V_S = V_R + V_C$ (suma fasorial) Esto significa que cuando la corriente está en su punto más alto (corriente pico), será así tanto en el resistor como en el capacitor. Pero algo diferente pasa con los voltajes. En el resistor, el voltaje y la corriente están en fase (sus valores máximos y mínimos coinciden en el tiempo). Pero el voltaje en el capacitor no es así.

Como el capacitor se opone a cambios bruscos de voltaje, el voltaje en el capacitor está retrasado con respecto a la corriente que pasa por él. (el valor máximo de voltaje en el condensador sucede después del valor máximo de corriente en 90°). Estos 90° equivalen a $\frac{1}{4}$ de la longitud de onda dada por la frecuencia de la corriente que está pasando por el circuito. El voltaje total que alimenta el circuito RC serie es igual a la suma fasorial del voltaje en el resistor y el voltaje en el capacitor.

Este voltaje tiene un ángulo de desfase (causado por el capacitor) y se obtiene con ayuda de las siguientes fórmulas:

Valor del voltaje (magnitud): $V_S = \sqrt{V_R^2 + V_C^2}$

Angulo de desfase $\theta = \text{Arctang}(-V_C/V_R)$

Como se dijo antes

La corriente adelanta al voltaje en un capacitor en 90°

La corriente y el voltaje están en fase en un resistor.

Con ayuda de estos datos se construye el diagrama fasorial y el triángulo de voltajes. De estos gráficos se obtiene la magnitud y ángulo de la fuente de alimentación (ver fórmulas anteriores):

A la resistencia total del conjunto resistor-capacitor, se le llama impedancia (Z) (un nombre más generalizado) y Z es la suma fasorial (no una suma directa) de los valores del resistor y de la reactancia del capacitor. La unidad de la impedancia es el "ohmio". La impedancia (Z) se obtiene con ayuda de la siguiente fórmula:

$$\text{Impedancia: } Z \angle \theta = \frac{V_s \angle \theta_1}{I \angle \theta_2}$$

donde:

V_s : es la magnitud del voltaje

θ_1 : es el ángulo del voltaje

I : es la magnitud de la corriente

θ_2 : es el ángulo de la corriente

• Circuitos Paralelo En C.A.

En un circuito RC paralelo en AC, el valor del voltaje es el mismo en el condensador y en la resistencia. La corriente (corriente alterna) que la fuente entrega al circuito se divide entre la resistencia y el condensador. ($I_t = I_r + I_c$). Ver el primer diagrama abajo.

La corriente que pasa por la resistencia y la tensión que hay en ella están en fase debido a que la

resistencia no causa desfase. La corriente en el capacitor / condensador está adelantada con respecto a la tensión (voltaje), que es igual que decir que el voltaje está retrasado con respecto a la corriente. Como ya se sabe el condensador se opone a cambios bruscos de voltaje.

La magnitud de la corriente alterna total es igual a la suma de las corrientes que pasan por la resistencia y el condensador y se obtiene con las siguientes fórmulas:

- Magnitud de la corriente (AC) total: $I_t = (I_r^2 + I_c^2)^{1/2}$
- Ángulo de desfase: $\theta = \text{Arctang} (-I_c/I_r)$

La impedancia Z del circuito resistencia – condensador en paralelo se obtiene con la fórmula:

$$Z \angle \theta = \frac{V \angle \theta_1}{I \angle \theta_2}$$

La impedancia Z se obtiene dividiendo directamente los valores de voltaje V y corriente I y el ángulo (θ) de Z se obtiene restando el ángulo de la corriente I del ángulo del voltaje V . Este ángulo es el mismo que aparece en el gráfico anterior y se obtiene con la fórmula: $\theta = \text{Arctang} (-I_c/I_r)$.

La corriente por la resistencia tiene la misma fase que el voltaje de la fuente, mientras que la corriente en el condensador se adelanta 90° al voltaje en el mismo componente.

- Lo que se encuentra incluido entre paréntesis y está elevado a la $1/2$, equivale sacarle la raíz cuadrada.
- $\text{Arctang}() = \tan^{-1}()$
- Voltaje = tensión

- **Circuitos Paralelo En C.A.**

Llamaremos circuitos mixtos en corriente alterna a los circuitos que tienen dos o más ramales en paralelo, cada uno de los cuales, a su vez, es un circuito en serie de dos o tres de los elementos posibles. La resolución de este tipo de circuitos se hace resolviendo cada ramal, por separado, mediante los conceptos de los circuitos serie para determinar las ecuaciones de sus intensidades; luego, con éstas, mediante el método de superposición de oscilaciones se determina la intensidad total del circuito.

FUNCIONES:

El voltaje de la fuente es:

$$v = V_0 \text{Sen } \omega t$$

La intensidad del primer ramal es:

$$i_1 = \frac{V_0}{Z_1} \text{Sen } (\omega t + \phi_1) = I_{01} \text{Sen } (\omega t + \phi_1)$$

en donde:

$$Z_1 = \sqrt{R_1^2 + R_C^2}$$

y:

$$\phi_1 = \text{Tan}^{-1} \left(\frac{R_C}{R_1} \right)$$

La intensidad del segundo ramal es:

$$i_2 = \frac{V_0}{Z_2} \text{Sen } (\omega t + \phi_2) = I_{02} \text{Sen } (\omega t + \phi_2)$$

en donde:

$$Z_2 = \sqrt{R_2^2 + R_L^2}$$

y:

$$\phi_2 = \text{Tan}^{-1} \left(-\frac{R_L}{R_2} \right)$$

El desfase entre las dos intensidades es:

$$\delta = |\phi_2 - \phi_1|$$

de modo que la intensidad total es:

$$i = \frac{V_0}{Z} \text{Sen } (\omega t + \phi) = I_0 \text{Sen } (\omega t + \phi)$$

con:

$$I_0 = \sqrt{I_{01}^2 + I_{02}^2 - 2I_{01}I_{02} \text{Cos } (\pi - \delta)}$$

y:

$$\phi = \text{Tan}^{-1} \left(\frac{I_{01} \text{Sen } \phi_1 + I_{02} \text{Sen } \phi_2}{I_{01} \text{Cos } \phi_1 + I_{02} \text{Cos } \phi_2} \right)$$

Para obtener una expresión de la impedancia del circuito desarrollamos la ecuación de I_0 :

$$I_0 = \sqrt{\frac{V_0^2}{Z_1^2} + \frac{V_0^2}{Z_2^2} - 2 \frac{V_0 V_0}{Z_1 Z_2} \text{Cos } (\pi - \delta)} = V_0 \sqrt{\frac{1}{Z_1^2} + \frac{1}{Z_2^2} - \frac{2 \text{Cos } (\pi - \delta)}{Z_1 Z_2}} = \frac{V_0}{Z}$$

de donde:

$$\frac{1}{Z} = \sqrt{\frac{1}{Z_1^2} + \frac{1}{Z_2^2} + \frac{2}{Z_1 Z_2} \text{Cos } \delta}$$

De quererse, se pueden obtener las expresiones para las caídas de voltaje dentro de cada ramal. La expresión de la potencia que desarrolla el circuito es:

$$p = vi = V_o I_o \text{ Sen } \omega t \text{ Sen } (\omega t + \phi)$$

- **Potencia en un circuito RC**

En un circuito con una resistencia y una bobina en serie existe un consumo de energía eléctrica que se transforma en calor debido a la resistencia R. Por otro lado, en el condensador aparece una potencia reactiva provocada por las cargas y descargas del mismo

Vamos a ver cómo calcular cada una de las potencias que se producen en un circuito RC.

Potencia activa

Este tipo de potencia es la que se transforma en calor en la resistencia. Es la única potencia que se consume en el circuito y por tanto es la que debe aportar el generador. Es la que miden los vatímetros.

Se representa con la letra P y se mide en vatios (W).

Se puede calcular multiplicando el valor de la resistencia por la intensidad al cuadrado:

$$P = R \cdot I^2$$

Por la ley de Ohm, la resistencia es igual a la tensión entre sus bornes dividida entre la intensidad:

$$R = \frac{V_R}{I}$$

Si sustituimos esta expresión de la resistencia en la fórmula de la potencia, nos queda que la potencia

activa es igual a la tensión de la resistencia por la intensidad:

$$P = \frac{V_R}{I} \cdot I^2 \rightarrow P = V_R \cdot I$$

Potencia reactiva

Es la potencia con la que se carga y se descarga constantemente el condensador. No se consume, únicamente se intercambia entre el generador y el condensador.

Se representa con la letra Q y el subíndice C y se mide en voltios-amperios-reactivos (VAR).

Se puede calcular mediante la siguiente fórmula, en la que se multiplica la reactancia capacitiva por la intensidad al cuadrado:

$$Q_C = X_C \cdot I^2$$

Por la ley de Ohm, la reactancia capacitiva es igual a la tensión entre sus bornes dividida entre la intensidad:

$$X_C = \frac{V_C}{I}$$

Sustituyendo esta expresión la reactancia capacitiva en la fórmula de la potencia, nos queda que podemos calcular la potencia reactiva multiplicando la tensión en el condensador por la intensidad:

$$Q_C = \frac{V_C}{I} \cdot I^2 \rightarrow Q_C = V_C \cdot I$$

Potencia aparente

La potencia aparente es la potencia total que transportan los conductores que alimentan el circuito. Como en un

circuito RC existe potencia activa y reactiva, por los conductores que alimentan dicho circuito se transportan ambas potencias.

La potencia activa se obtiene sumando vectorialmente la potencia activa y la potencia aparente (como veremos más abajo en el triángulo de potencias).

Se representa por la letra S y se mide en volti-amperios (VA).

Se calcula multiplicando la impedancia total del circuito por la intensidad al cuadrado:

$$S = Z \cdot I^2$$

Como la impedancia total es igual a la tensión total entre la intensidad, según la ley de Ohm:

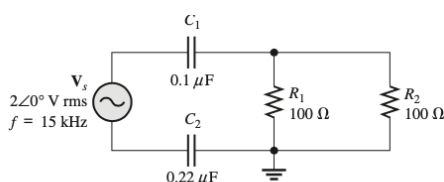
$$Z = \frac{V_T}{I}$$

Sustituyendo Z por esta expresión en la fórmula de la potencia, nos queda que la potencia aparente es igual a la tensión total por la intensidad:

$$S = \frac{V_T}{I} \cdot I^2 \quad S \rightarrow = V_T \cdot I$$

- Desarrollo:

- Para el circuito mostrado, trace el diagrama fasorial que muestre todos los voltajes y la corriente total:



▲ FIGURA 15-87

- Determinamos la resistencia equivalente y la capacitancia equivalente

$$R_{eq} = \frac{(100)(100)}{200} = 50\Omega$$

$$C_{eq} = 0.07 \mu F$$

- Determinamos la reactancia capacitiva

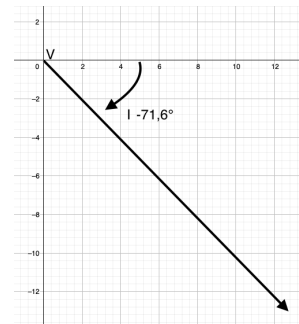
$$X_c = \frac{1}{2\pi(15)(0.07)} = 0.15k\Omega$$

- Sacamos la impedancia:

$$Z = \sqrt{(0.05)^2 + (0.15)^2} \angle \tan^{-1}\left(\frac{0.15}{0.05}\right) = 0.15 \angle -71.6^\circ$$

$$i = \frac{2 \angle 0^\circ V}{0.15 \angle -71.6^\circ k\Omega} = 12.5 \angle 71.6^\circ mA$$

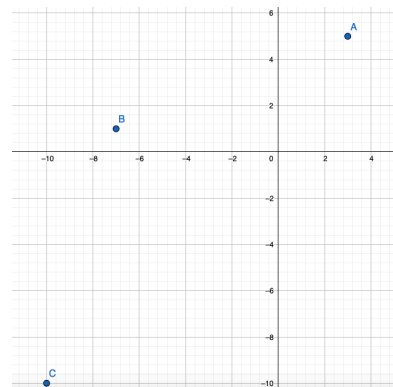
- Graficamos el diagrama fasorial



- Determine las coordenadas de cada punto tenga igual magnitud pero que este lizado a 180Grados del ejercicio 3

(a) 3, j5 (b) -7, j1 (c) -10, -j10

- Graficamos los puntos de las coordenadas del ejercicio 3 y nos muestra lo siguiente.



2. Procedemos a calcular de forma polar el enunciado 3.

$$a) 3, j5 = 5,83 < 59,03^\circ$$

$$b) -7, j1 = 7,07 < 171,86^\circ$$

$$c) -10, -10j = 14,14 < -135^\circ$$

3. Aumentamos los 180 Grados que pide el ejercicio y el resultado esperado es:

$$a) 5,83 < 59,03^\circ + 180^\circ = 5,83 < 239,03^\circ = -3 - 5j$$

$$b) 7,07 < 171,86^\circ + 180^\circ = 7,07 < 351,86^\circ = 7 - 1j$$

$$c) 14,14 < -135^\circ + 180^\circ = 14,14 < 45^\circ = 10 + 10j$$

Bibliografía

Wikiversidad. (30 de may de 2020).

wikiversity.org. Obtenido de

https://es.wikiversity.org/wiki/Circuito_RC

Ekuatio. (14 de 03 de 2019). *Clases de*

Matemáticas Online. Obtenido de

https://ekuatío.com/circuito-en-serie-rc-en-corriente-alterna-analisis-y-diagrama-vectorial/#Que_es_un_circuito_en_serie_RC

SALAZAR LARGO, D. G. (25 de 06 de 2018). *UNIVERSIDAD DE CUENCA*. Obtenido de

<http://dspace.ucuenca.edu.ec/bitstream/123456789/2165/1/tmf142.pdf>

Avecillas Jara , A. S. (s.f.).

ELECTROMAGNETISMO.

Cuenca-Ecuador.: Colección de obras científico – didácticas.