

Hoja de trabajo 4

Josué Morales 20181101

30 de Agosto del 2018

Ejercicio 1: Indicar que definiciones pertenecen al mismo conjunto:

1. $a := \{1, 2, 4, 8, 16, 32, 64\}$
2. $b := \{n \in \mathbb{N} \mid \exists x \in \mathbb{N} . x = n/5\}$
3. $c := \{n \in \mathbb{N} \mid \exists x \in \mathbb{N} . n = x * x\}$
4. $d := \{n \in \mathbb{N} \mid \exists i \in \mathbb{N} . n = 2^i \wedge n < 100\}$
5. $e := \{n \in \mathbb{N} \mid \exists x \in \mathbb{N} . x = \sqrt{n}\}$
6. $f := \{n \in \mathbb{N} \mid \exists x \in \mathbb{N} . n = x + x + x + x + x\}$

Respuestas:

- D corresponde a A
- E corresponde a C
- B corresponde a F

Ejercicio 2: definir los siguientes conjuntos con jerga matemática

1. El conjunto de todos los naturales divisibles dentro de 5
2. El conjunto de todos los naturales divisibles dentro de 4 y 5
3. El conjunto de todos los naturales que son primos
4. El conjunto de todos los conjuntos de numeros naturales que contienen un numero divisible dentro de 15
5. El conjunto de todos los conjuntos de numeros naturales que al ser sumados producen 42 como resultado

Respuestas:

1. $A := \{n \in \mathbb{N} \mid \exists x \in \mathbb{N} . x = n/5\}$
2. $A \cap B := \{x/x \in A \wedge x \in B\}$
 $A := \{n \in \mathbb{N} \mid \exists x \in \mathbb{N} . x = n/5\}$
 $B := \{n \in \mathbb{N} \mid \exists x \in \mathbb{N} . x = n/4\}$

$$3. C := \{\forall n \in \mathbb{N} \mid \nexists x \in \mathbb{N} \ 1 < x < n \ . \ n \bmod(x) = 0\}$$

$$4. D := \{n \in \mathbb{N} \mid \exists x \in \mathbb{N} \ . \ n = x * 15\}$$

$$5. E := \{n \in \mathbb{N} \mid \sum_{i=1}^{|42|} n_i = 42\}$$

Ejercicio 3:

Definir una relación llamada $S \subset \mathbb{N}_{50} \times \mathbb{N}_{50} \times \mathbb{N}_{50}$ en donde $\mathbb{N}_{30} := \{n \in \mathbb{N} \mid n \leq 30\}$. La cual relaciona a todos los números *semi-primos* menores a 30 con los números primos que lo forman. Las tripletas que pertenecen al conjunto que define dicha relación deben ser de la forma $\langle \text{primo}_1, \text{primo}_2, \text{semi-primo} \rangle$, por ejemplo, para el número 6 correspondería la tripleta $\langle 2, 3, 6 \rangle$

Respuesta:

- Definición por extensión

$$N_{30} := \left\{ \left[\begin{array}{ccc} \langle 2, 2, 4 \rangle, & \langle 2, 3, 6 \rangle, & \langle 3, 3, 9 \rangle, \\ \langle 2, 5, 10 \rangle, & \langle 2, 7, 14 \rangle, & \langle 3, 5, 15 \rangle, \\ \langle 3, 7, 21 \rangle, & \langle 2, 11, 22 \rangle, & \langle 5, 5, 25 \rangle, \\ \langle 2, 3, 26 \rangle \end{array} \right] \right\}$$

Ejercicio 4:

 Definir los conjuntos de las siguientes funciones:

1. $f : \mathbb{N} \rightarrow \mathbb{N}; f(x) = x + x$
2. $g : \mathbb{N} \rightarrow \mathbb{B}; g(x)$ es verdadero si x es divisible dentro de 5, falso en caso contrario. Nota: $\mathbb{B} = \{\text{true}, \text{false}\}$, puede definir dos conjuntos separados y definir la función como la unión de ambos conjuntos.
3. Indicar el conjunto al que pertenece la función $f \circ g$
4. Definir el conjunto que corresponde a la función $f \circ g$

Respuestas:

1. $f = \{x \in \mathbb{N} \mid (x, x + x)\}$
2. $a \cup b := \{\lambda(\text{true}, \text{false}) \in a \wedge b\}$

$$\begin{aligned} a &:= \{(n, \text{true}) \mid n \in \mathbb{N} \wedge \exists x \in \mathbb{N} \ . \ x = n/5\} \\ b &:= \{(n, \text{false}) \mid n \in \mathbb{N} \wedge \exists x \in \mathbb{N} \ . \ x = \neg(n/5)\} \end{aligned}$$

3. $f \circ g \in C = (n \in \mathbb{N} \mid 2n)$
4. $D := \{(n, f(g)) \mid n \in \mathbb{N} \wedge f(x) \in \mathbb{N} \wedge g(x) \subset f(x)\}$

Ejercicio 5: dadas las siguientes funciones que pertenecen a $\mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$, indique si la función es inyectiva, suryectiva o biyectiva.

1. $f(x) = x^2$ **Suryectiva**

2. $g(x) = \frac{1}{\cos(x-1)}$ **Inyectiva**

3. $h(x) = 2x$ **Biyectiva**

4. $w(x) = x + 1$ **Biyectiva**

Ejercicio 6

- $B1 := \{(x, y) \mid (x, y) \in \mathbb{N} > 0 \wedge \exists n \in \mathbb{N}. x = 2n\}$
- $B2 := \{(x, y) \mid (x, y) \in \mathbb{N} > 0 \wedge \exists n \in \mathbb{N}. x = (2n - 1)\}$
- $C := \{(x, y) \mid (x, y) \in \mathbb{Z}^- \wedge \exists n \in \mathbb{Z}^- . x = (2n - 1)\}$
- $B \cup B1 \cup B2 := \{(x, y) \mid (x, y) \in \mathbb{N}\}$