Sean los péndulos de masa m_1, m_2 y longitudes l_1, l_2 , así como sus coordenadas generalizadas θ_1 y θ_2 , el Lagrangiano del sistema es

$$L=\frac{1}{2}(m_1+m_2)l_1^2\dot{\theta}_1^2+\frac{1}{2}m_2 l_2^2\dot{\theta}_2^2+m_2 l_1 l_2\dot{\theta}_1\dot{\theta}_2\cos(\theta_1-\theta_2)+(m_1+m_2)g l_1\cos(\theta_1)+m_2 g l_2\cos(\theta_2)$$

Con el Langrangiano podemos obtener los momentos conjugados

$$p_i=\frac{\partial L}{\partial\dot{q}_i}$$

$$p_{\theta_1}=\frac{\partial L}{\partial\dot{\theta}_1}=(m_1+m_2)l_1^2\dot{\theta}_1+m_2 l_1 l_2\dot{\theta}_2\cos(\theta_1-\theta_2),$$

$$p_{\theta_2}=\frac{\partial L}{\partial\dot{\theta}_2}=m_2 l_2^2\dot{\theta}_2+m_2 l_1 l_2\dot{\theta}_1\cos(\theta_1-\theta_2),$$

así el Hamiltoniano del sistema es

$$H(\theta_i,\dot{\theta}_i)=\sum_{i=1}^{2}\dot{\theta}_i p_{\theta_i}-L,$$

reescribiéndolo en términos de θ_i y p_{θ_i} (ver desarrollo completo en https://diego.assencio.com/?index=e5ac36fcb129ce95a61f8e8ce0572dbf)

$$H=\frac{m_2 l_2^2 p_{\theta_1}^2+(m_1+m_2)l_1^2 p_{\theta_2}^2-2m_2 l_1 l_2 p_{\theta_1}p_{\theta_2}\cos(\theta_1-\theta_2)}{2m_2 l_1^2 l_2^2[m_1+m_2\sin^2(\theta_1-\theta_2)]}-(m_1+m_2)g l_1\cos(\theta_1)-m_2 g l_2\cos(\theta_2),$$

y de las ecuaciones de Hamilton

$$\dot{q}_i=\frac{\partial H}{\partial p_i}$$

$$\dot{p}_i=\frac{-\partial H}{\partial q_i}$$

obtenemos las cuatro ecuaciones de movimiento del sistema

$$\dot{\theta}_1=\frac{\partial H}{\partial p_{\theta_1}}=\frac{l_2 p_{\theta_1}-l_1 p_{\theta_2}\cos(\theta_1-\theta_2)}{l_1^2 l_2[m_1+m_2\sin^2(\theta_1-\theta_2)]}$$

$$\dot{\theta}_2=\frac{\partial H}{\partial p_{\theta_2}}=\frac{-m_2 l_2 p_{\theta_1}\cos(\theta_1-\theta_2)+(m_1+m_2)l_1 p_{\theta_2}}{m_2 l_1 l_2^2[m_1+m_2\sin^2(\theta_1-\theta_2)]}$$

$$\dot{p}_{\theta_1}=\frac{-\partial H}{\partial\theta_1}=-(m_1+m_2)g l_1\sin(\theta_1)-h_1+h_2\sin[2(\theta_1-\theta_2)]$$

$$\dot{p}_{\theta_2}=\frac{-\partial H}{\partial \theta_2}=-m_2 g l_2 \sin(\theta_2)+h_1-h_2 \sin[2(\theta_1-\theta_2)]$$

siendo

$$h_1=\frac{p_{\theta_1} p_{\theta_2} \sin(\theta_1-\theta_2)}{l_1 l_2 [m_1+m_2 \sin^2(\theta_1-\theta_2)]}$$

$$h_2=\frac{m_2 l_2^2 p_{\theta_1}^2+(m_1+m_2) l_1^2 p_{\theta_2}^2-2 m_2 l_1 l_2 p_{\theta_1} p_{\theta_2} \cos(\theta_1-\theta_2)}{2 l_1^2 l_2^2 [m_1+m_2 \sin^2(\theta_1-\theta_2)]^2}$$

La salida del programa es el archivo data.csv