Convección no lineal en una dimensión

Josué Juárez Morales

En una dimensión la covección esta dada por la ecuación

$$\frac{\partial u}{\partial t} + u\frac{\partial u}{\partial x} = 0, \tag{1}$$

la solución u en el segundo termino vuelve a la ecuación no lineal.

Al que igual que en la convección lineal, se utiliza el mismo proceso de discretización en la ecuación

$$\frac{u_i^{n+1} - u_i^n}{\Delta t} + u_i^n\frac{u_i^n - u_{i-1}^n}{\Delta x} = 0, \tag{2}$$

y se busca resolver para el término desconcido

$$u_i^{n+1} = u_i^n - u_i^n\frac{\Delta t}{\Delta x}(u_i^n - u_{i-1}^n). \tag{3}$$

Ejemplo

Realizamos un ejemplo para la función pulso

$$u(x_0, x_l, x) = \begin{cases} 1 & si \quad x < x_0 \\ 2 & si \quad x_0 \leq x < x_l \\ 1 & si \quad x > x_l \end{cases}, \tag{4}$$

la razon por la que se ha elevado al pulso, es que, el termino no lineal vuelve cero toda la equación para los $u_i = 0$.

Se implementa un codigo parecido al de la conveción lineal

[0]:
```
import numpy as np #importa numpy.
import matplotlib.pyplot as plt #importa la herramienta para graficar
%matplotlib inline
#hace que las gráficas aparescan en la siguiente linea

def pulso(x0, x1, x): #define la función pulso
  if x < x0 or x > x1:
    return(1.0)
  else:
    return(2.0)

L = 2 #el tamaño de nuestro intervalo en x
nx = 41 #el número en que se va a discretizar la variable x
```

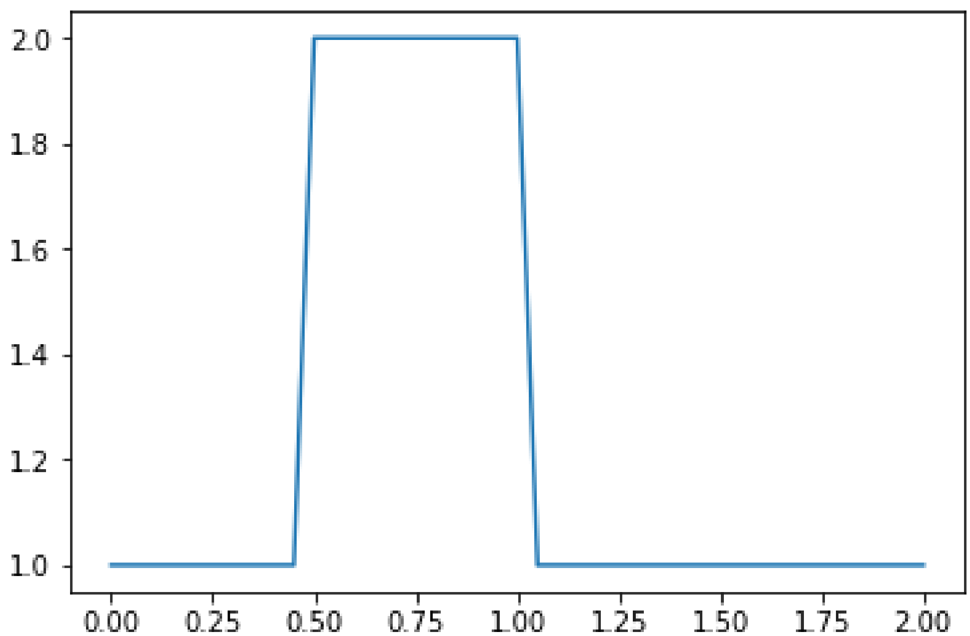
```
dx = L/(nx-1) #la distancia que hay entre cada punto discretizado x (dx)
T = 1.0 #intervalo total de tiempo
nt = 51 #número de veces que se discretiza la variable tiempo
dt = T/(nt-1) #tamaño de los intervalos de tiempo (dt)
c = 1.0 #velocidad de la onda (e.d.)
u = np.linspace(0, L, nx) #np.linspace genera un vector con nx entradas que␣
↪contiene números igualmente espaciados en un intervalo (0,L)
x = np.linspace(0, L, nx) #generamos dos porque uno va a entrar a la funcion␣
↪pulso
#print(u) #u = x en este caso

for i in range(len(x)):
  u[i] = pulso(0.5, 1.0, x[i]) #es de hecho la condicion inicial

#print(u) #x ahora esta evaluada en la función pulso

plt.plot(x,u)
```

[0]: [<matplotlib.lines.Line2D at 0x7f30d92a3940>]



[0]:
```
un = np.zeros(nx) #crea un vector temporal de tamaño nx con entradas ceros
for n in range(nt): #genera el loop nt veces
  un = u.copy() #copia los elementos de u al vector temporal un
  for i in range(1,nx): #el loop realiza las operaciones para calcular el␣
↪u^{n+1}_{i}, pero comienza con el elemento u[1] y no u[o] (se salta el primer␣
↪elemento)
```

```
    u[i] = un[i]- un[i]*dt*(un[i]-un[i-1])/dx

plt.plot(x,u)
```

[0]:
```
[<matplotlib.lines.Line2D at 0x7f30d69c2518>]
```