TERMODINAMICA LINEAL IRREVERSIBLE

Josué Juárez Morales

- **Diferentes sistemas termodinámicos**

$$(p, V, T), (M, H, T), (\mu, V, T), (\tau, L, T)$$

- **Ec. De continuidad de un fluido ideal**

$$\frac{\partial \rho}{\partial t} + \nabla \cdot (\rho v) = 0$$

- **Ecuacion de Euler**

$$\rho \frac{d\vec{u}}{dt} = -\nabla p + \vec{f}$$

donde $\vec{f}$ es la fuerza por unidad de volumen

Para un proceso adiabático

$$\frac{dS}{dt} = 0$$

Con S la entropía por unidad de masa

$$\frac{\partial S}{\partial t} + \vec{v} \cdot \nabla S = 0$$

La ecuación anterior es conocida como la <u>derivada material</u>.

$$\frac{\partial}{\partial t}(\rho S) = \frac{\partial \rho}{\partial t} S + \rho \frac{\partial S}{\partial t} = -\nabla \cdot (\rho \vec{v}) - \rho \vec{v} \cdot \nabla S$$

$$= -\nabla(\rho S \vec{v})$$

$$\frac{\partial}{\partial t}(\rho S) + \nabla(\rho S \vec{v}) = 0$$

Esta última ecuación es la ecuación de <u>continuidad de la entropía</u>

- **El diferencial de la entalpia es**

$$dH = Tds + vdp$$

para un proceso adiabático S es constante, $dS = 0$

$$dH = \frac{1}{\rho} dp$$

Con $\rho = \frac{1}{v}$

$$\nabla H = \frac{1}{\rho} \nabla P$$

$$\rho \frac{d\vec{v}}{dt} = -\nabla P$$

$$\frac{\partial \vec{v}}{\partial t} + (\vec{v} \cdot \vec{v})\vec{v} = -\frac{\nabla P}{\rho}$$

$$\frac{\partial \vec{v}}{\partial t} + (\vec{v} \cdot \vec{v})\vec{v} = -\nabla H$$

De las identidades vectoriales sabemos que

$$\frac{1}{2}\nabla(v^2) = \vec{v} \times (\nabla \times \vec{v}) + (\vec{v} \cdot \nabla)\vec{v}$$

Sustituyendo

$$\frac{\partial \vec{v}}{\partial t} - \vec{v} \times (\nabla \times \vec{v}) = -\nabla\left(H + \frac{1}{2}v^2\right)$$

Aplicando el rotacional a toda esa ecuación

$$\nabla \times \frac{\partial \vec{v}}{\partial t} - \nabla \times [\vec{v} \times (\nabla \times \vec{v})] = 0$$

Porque el rotacional de un gradiente es cero

Obtenemos entonces

$$\frac{\partial}{\partial \mathrm{t}}(\nabla \times \vec{\mathrm{v}}) = \nabla \times [\vec{v} \times (\nabla \times \vec{v})]$$

Es la ecuación de <u>conservación de circulación</u>.