



## Intervalos de confianza para un promedio de una población

| Confidence Intervals for the Mean of a Population |

**Estela Ramos Miranda**  
griselda123@estudiantec.cr  
Instituto Tecnológico de Costa Rica  
Costa Rica

**Marco Salazar Vega**  
marcosavega@estudiantec.cr  
Instituto Tecnológico de Costa Rica  
Costa Rica

Recibido: 1 noviembre 2023

Aceptado: 15 mayo 2024

**Resumen:** la propuesta didáctica se centra en enseñar a los estudiantes cómo calcular intervalos de confianza para un promedio a partir de datos muestrales, utilizando técnicas como la distribución  $t$  de Student o la distribución normal estándar. Además, se utiliza el software Fathom para analizar los datos de ejercicios reales, como los censos realizados por el Instituto Nacional de Estadística y Censos (INEC) y mostrar los cálculos, tanto con la fórmula y las tablas estadísticas como con la ayuda de Fathom, para presentar las bondades que tiene esta herramienta y brindar a los estudiantes otras formas para validar sus resultados o bien, para trabajar con cantidades de datos no tan fácilmente manejables con una calculadora. Por otro lado, se brinda énfasis en las conclusiones que pueden tomarse a raíz de los resultados obtenidos de los datos y el intervalo de confianza determinado.

El objetivo de la propuesta didáctica es ayudar a los estudiantes universitarios a comprender la importancia de los intervalos de confianza en la toma de decisiones basadas en datos y cómo pueden aplicarse en situaciones reales, además, se les enseña cómo utilizar el software Fathom para analizar y visualizar los datos de manera efectiva y eficiente.

La población en la cual se realiza la aplicación de la propuesta didáctica es un grupo de estudiantes universitarios del Instituto Tecnológico de Costa Rica de las carreras Ingeniería en Computación y Administración de Tecnología de Información, que se encuentran próximos o cursando la última asignatura perteneciente a la Escuela de Matemática de sus respectivos planes de estudio.

En las dos aplicaciones realizadas de la propuesta (tanto presencial como virtual) los estudiantes lograron comprender la importancia de los intervalos de confianza, lo cual se explicará desde ambas modalidades. En el caso de la modalidad presencial, expresaron que mediante la estrategia de resolución de problemas, se les facilitó de una forma más sencilla la aplicación de los conceptos matemáticos detrás del tema, incluso, algunos de los estudiantes de Administración de Tecnologías de la Información (ATI) se acercaron a uno de los aplicadores de la propuesta para indicarle que la explicación del tema les fue muy valiosa de cara al examen de estadística y la prueba de cátedra realizada sobre el tema de intervalos de confianza para un promedio.

<sup>1</sup>Estela Ramos Miranda. Estudiante del Instituto Tecnológico de Costa Rica. Dirección postal: Oriental, Cartago, Costa Rica. Código postal: 30101. Correo: griselda123@estudiantec.cr

<sup>2</sup>Marco Salazar Vega. Estudiante del Instituto Tecnológico de Costa Rica. Dirección postal: Turrialba, Cartago, Costa Rica. Código postal: 30501. Correo: marcosavega@estudiantec.cr

Por otro lado, en la modalidad virtual, los estudiantes que participaron de la aplicación, son estudiantes que se encuentran cursando probabilidades y que piensan llevar el curso de estadística en verano o bien, durante el próximo semestre y los participantes se vieron muy satisfechos con la propuesta, de hecho mencionaron que ya le encuentran una utilidad adicional a los conceptos analizados en probabilidades, pues muchos pensaban que los temas relacionados con la distribución normal no se utilizarían más en el futuro, en particular, hubo una estudiante que participó muy activamente durante la realización de la clase y como se visualizará en las evidencias de la segunda aplicación, tuvo intervenciones destacadas en el tema, aunque no ha llevado el curso de estadística.

**Palabras Clave:** intervalo de confianza, promedio, población, muestra, estudiantes universitarios, estadística inferencial.

**Abstract:** the teaching proposal focuses on teaching students how to calculate confidence intervals for an average from sample data, using techniques such as Student's *t* distribution or the standard normal distribution. In addition, the Fathom software is used to analyze data from real exercises, such as censuses carried out by the National Institute of Statistics and Censuses (INEC) and display the calculations, both with the formula and statistical tables and with the help of Fathom, to present the benefits of this tool and provide students with other ways to validate their results or to work with amounts of data not so easily manageable with a calculator. On the other hand, emphasis is given on the conclusions that can be made based on the results obtained from the data and the determined confidence interval.

The objective of the didactic proposal is to help university students understand the importance of confidence intervals in data-based decision making and how they can be applied in real situations. In addition, they are taught how to use the Fathom software to analyze and Visualize data effectively and efficiently.

The population in which the application of the didactic proposal is carried out is a group of university students from the Technological Institute of Costa Rica of the Computer Engineering and Information Technology Administration careers, who are close to or studying the last subject belonging to the School of Mathematics of their respective study plans.

In the two applications of the proposal (both in-person and virtual) the students managed to understand the importance of confidence intervals, which will be explained from both modalities. In the case of the face-to-face modality, they expressed that through the problem-solving strategy, the application of the mathematical concepts behind the topic was made easier for them, including some of the Information Technology Management students (ATI) approached one of the applicators of the proposal to indicate that the explanation of the topic was very valuable for the statistics exam and the lecture test carried out on the topic of confidence intervals for an average.

On the other hand, in the virtual modality, the students who participated in the application are students who are taking probability and who plan to take the statistics course in the summer or during the next semester and the participants were very satisfied with the proposal, in fact they mentioned that they already found additional usefulness to the concepts analyzed in probabilities, since many thought that the topics related to the normal distribution would not be used more in the future, in particular, there was a student who participated very actively during the completion of the class and as will be seen in the evidence of the second application, he had outstanding interventions on the topic, although he has not taken the statistics course.

**Keywords:** confidence interval, mean, population, sample, university students, inferential statistic.

## 1. Objetivos

---

La siguiente propuesta didáctica tiene como finalidad que el estudiante universitario logre:

- Comprender el concepto de intervalo de confianza y su aplicación en la estadística inferencial.
- Aprender a calcular intervalos de confianza para un promedio utilizando datos muestrales.
- Familiarizarse con las técnicas de la distribución t de Student y la distribución normal estándar para la construcción de intervalos de confianza.
- Adquirir habilidades en el uso del software Fathom para analizar y visualizar datos estadísticos.
- Aprender a interpretar y comunicar conclusiones basadas en los resultados obtenidos de los datos y el intervalo de confianza determinado.
- Desarrollar habilidades para validar y verificar los resultados utilizando diferentes métodos, incluyendo cálculos manuales, tablas estadísticas y software.
- Mejorar la capacidad de trabajar con grandes cantidades de datos y comprender su importancia en la toma de decisiones basadas en datos.
- Desarrollar habilidades de resolución de problemas estadísticos y aplicar los conceptos aprendidos en situaciones reales, como el análisis de datos censales.

## 2. Temática de investigación como estrategia metodológica

---

Como estrategia metodológica, este proyecto se enfoca en los siguientes aspectos:

1. **Enfoque teórico-práctico:** la estrategia metodológica se combina con una sólida base teórica sobre los conceptos de intervalos de confianza y su aplicación en inferencia estadística con la realización de ejercicios prácticos utilizando datos reales, esto permite a los estudiantes comprender los fundamentos teóricos y al mismo tiempo, aplicarlos de manera práctica en situaciones reales.
2. **Uso de software estadístico:** se utiliza el software estadístico Fathom, para analizar los datos y realizar los cálculos necesarios para construir intervalos de confianza. El uso de estas herramientas tecnológicas, le brinda a los estudiantes universitarios una experiencia práctica en el análisis de datos y les permite trabajar con conjuntos de datos más grandes y complejos de manera más eficiente.
3. **Enfoque investigativo:** esta estrategia metodológica busca fomentar un enfoque investigativo de los estudiantes universitarios por medio de preguntas de investigación en relación al tema y diseñar sus propios estudios o análisis de datos, esto para promover el pensamiento crítico, la creatividad y la capacidad de resolver problemas estadísticos en situaciones auténticas, lo cual es fundamental para el aprendizaje profundo y duradero.
4. **Evaluación de resultados:** se busca que los estudiantes universitarios puedan aprender a interpretar y comunicar conclusiones basadas en los resultados obtenidos de los datos y los intervalos de confianza determinados, esto implica la capacidad de analizar y presentar los hallazgos de manera clara y coherente, lo cual es una habilidad esencial tanto en el ámbito académico como en el profesional.

### 3. Introducción

---

La estadística inferencial se utiliza para hacer inferencias sobre una población a partir de datos muestrales. Los intervalos de confianza son una herramienta fundamental en la estadística inferencial, que permiten estimar el parámetro de interés (en este caso, la media poblacional) con un cierto nivel de confianza.

Es importante destacar que la estadística inferencial en la vida cotidiana es utilizada para realizar inferencias sobre una población a partir de datos muestrales sobre tal población. Los intervalos de confianza son una herramienta fundamental en la estadística inferencial, ayudan a estimar un parámetro con un cierto nivel de confianza. En este caso, se analizan los intervalos de confianza para un promedio poblacional.

Como parte de la propuesta didáctica se realizan dos aplicaciones de esta propuesta, una de forma presencial con un grupo de estudiantes del curso de Estadística que imparte la Escuela de Matemática del Instituto Tecnológico de Costa Rica y otra en forma virtual a estudiantes del curso de Planificación y Presupuesto que se imparte de igual forma en el Instituto Tecnológico de Costa Rica en la carrera de Administración de Tecnología de información, con estudiantes que se encuentran cursando Probabilidades.

### 4. ¿Cuáles son sus principales pilares?

---

Al centrarse en el tema principal de esta propuesta, con Fathom es posible analizar estadísticos y visualizar los datos que se utilizan comúnmente en la enseñanza y el aprendizaje de la estadística en el nivel de educación secundaria y universitario, así mismo, es posible analizar y visualizar datos, realizar pruebas de hipótesis, calcular intervalos de confianza y realizar otros análisis estadísticos, según la necesidad.

Note que, en los intervalos de confianza para un promedio, estos se pueden calcular utilizando la distribución  $t$  o la distribución  $z$ , dependiendo de si se conoce o no la desviación estándar de la población. Los intervalos de confianza se pueden calcular para diferentes niveles de confianza, que varían desde el 50 % hasta el 99 %, además, se pueden calcular intervalos de confianza asimétricos para muestras pequeñas utilizando la técnica de bootstrap.

Fathom también ofrece varias formas de visualizar los intervalos de confianza, incluyendo gráficos de barras, gráficos de puntos y gráficos de cajas y bigotes; estos gráficos permiten a los usuarios visualizar fácilmente la distribución de los datos y la amplitud del intervalo de confianza.

Como parte de la transposición didáctica se puede utilizar un enfoque que comience explicando qué es un promedio, cuándo es útil calcularlo y cómo se puede calcular, a partir de aquí, se puede introducir el concepto de intervalo de confianza y explicar que es una medida de la precisión con la cual se puede estimar un promedio poblacional.

Es importante destacar que los intervalos de confianza son un concepto estadístico avanzado, por lo que es importante tener en cuenta el nivel de conocimiento previo de los estudiantes y adaptar la explicación en consecuencia. Por ejemplo, se puede utilizar una analogía para explicar el concepto de intervalo de confianza: se podría comparar con una diana de tiro al blanco, si una persona dispara varias veces a la diana, el promedio de sus disparos podría ser el centro de la diana, sin embargo, el tamaño del círculo alrededor del centro dependerá de la precisión de sus disparos, si el círculo es pequeño, entonces se puede asegurar que el promedio está cerca del centro, pero si el círculo es grande, entonces el promedio podría estar en cualquier parte del círculo.

Así, se puede explicar que un intervalo de confianza es un rango de valores en donde es probable que se encuentre el verdadero valor del promedio, cuanto más pequeño sea el intervalo de confianza, más precisión se tendrá en la estimación del promedio poblacional.

Por otro lado, la estadística y los intervalos de confianza para un promedio se relaciona con el modelo TPACK de la siguiente manera:

- **Conocimiento tecnológico (TK):** para calcular un intervalo de confianza para un promedio, es necesario utilizar herramientas y software estadísticos, en este caso Fathom. Un docente que tenga un buen conocimiento tecnológico podrá utilizar esta herramienta de manera efectiva para analizar y presentar datos de manera clara y precisa.
- **Conocimiento pedagógico (PK):** los docentes con conocimiento pedagógico saben cómo enseñar estadística y cómo hacer que los estudiantes entiendan la importancia de los intervalos de confianza para un promedio, también saben cómo aplicar los intervalos de confianza a situaciones reales y cómo explicar los resultados de manera clara y coherente.
- **Conocimiento del contenido (CK):** el conocimiento del contenido es fundamental para entender cómo calcular un intervalo de confianza para un promedio. Los docentes con un sólido conocimiento del contenido estadístico podrán analizar los datos de manera efectiva, comprender la distribución de los datos y seleccionar la mejor técnica estadística para calcular el intervalo de confianza.

Otro enfoque en el cual es posible utilizar la estadística inferencial, en especial los intervalos de confianza es mediante la resolución de problemas, pues muchos de los contextos para los cuales se desea tomar conclusiones están relacionados con gran cantidad de datos.

Allan Schoenfeld identifica cinco principios generales en la resolución de problemas matemáticos, que son los siguientes:

- **Comprender el problema:** el primer paso para resolver un problema es entender en qué consiste el problema y qué se nos pide. Esto implica identificar los datos relevantes, las restricciones y las posibles soluciones. Acá, se podría tener una situación en la cual se deseé conocer el consumo promedio de electricidad en un hogar, contando con el consumo mensual.
- **Planificar una estrategia:** una vez que se comprende el problema, es necesario determinar qué estrategia utilizar para resolverlo. Esto implica considerar diferentes enfoques y seleccionar aquellos que parecen más prometedores. En este caso, se puede pensar en sumar los consumos mensuales y dividirlo por la cantidad de meses para obtener la media y luego en calcular un intervalo de confianza para un promedio.
- **Ejecutar la estrategia:** una vez que se ha seleccionado una estrategia, es necesario aplicarla y llevar a cabo los cálculos necesarios. En este caso, se realizan los cálculos pertinentes para determinar el intervalo de confianza para un promedio.
- **Verificar la solución:** después de encontrar una solución, es importante verificar que es correcta. Esto implica comprobar que cumple con los requisitos del problema y que es coherente con los datos y las restricciones establecidas. Acá, con la ayuda de Fathom se puede verificar el resultado calculado en forma manual.
- **Reflexionar sobre el proceso:** finalmente, es importante reflexionar sobre el proceso de resolución de problemas y considerar qué se puede aprender de él. Esto implica identificar fortalezas y debilidades en la estrategia utilizada y determinar cómo se puede mejorar el proceso en el futuro. En este caso, se piensa en qué tan fácil puede ser llegar al resultado de forma manual con respecto a hacerlo con el apoyo de la tecnología.

Este enfoque se puede combinar con la propuesta didáctica para enseñar a los estudiantes cómo calcular intervalos de confianza, utilizando los principios generales identificados por Allan Schoenfeld de la siguiente manera:

- **Comprender el problema:** en esta etapa, los estudiantes identifican el problema que desean resolver, que en este caso es calcular un intervalo de confianza para un promedio a partir de datos muestrales.
- **Planificar una estrategia:** los estudiantes seleccionan una estrategia para calcular el intervalo de confianza, se les enseña a utilizar técnicas como la distribución t de Student o la distribución normal estándar y se les explica cómo aplicar las fórmulas correspondientes. Además, se les muestra cómo utilizar el software Fathom para realizar los cálculos y obtener los resultados.
- **Ejecutar la estrategia:** los estudiantes llevan a cabo los cálculos necesarios para determinar el intervalo de confianza para un promedio, utilizan las fórmulas y las tablas estadísticas, así como el software Fathom para realizar los cálculos de manera eficiente. Se les animará a seguir los pasos cuidadosamente y a verificar los resultados obtenidos.
- **Verificar la solución:** después de encontrar el intervalo de confianza, los estudiantes verifican su solución, comprueban que el intervalo cumple con los requisitos del problema, como el nivel de confianza deseado y el tamaño de la muestra. Además, utilizan el software Fathom para visualizar los datos y confirmar que los cálculos realizados son consistentes con los resultados obtenidos.
- **Reflexionar sobre el proceso:** finalmente, los estudiantes reflexionan sobre el proceso de resolución de problemas y consideran qué han aprendido de él, identifican las fortalezas y debilidades de la estrategia utilizada, tanto en el cálculo manual como en el uso del software Fathom, también discuten las ventajas y desventajas de cada enfoque y cómo pueden mejorar el proceso en el futuro.

En resumen, la propuesta didáctica de enseñar a calcular intervalos de confianza y utilizar el software Fathom se alinea con los principios generales de resolución de problemas de Schoenfeld al fomentar la comprensión del problema, la planificación de una estrategia, la ejecución de la estrategia, la verificación de la solución y la reflexión sobre el proceso. Al combinar estos dos enfoques, los estudiantes desarrollan habilidades matemáticas y estadísticas, así como habilidades de pensamiento crítico y análisis de datos.

## 5. ¿Dónde se ha desarrollado y bajo qué condiciones?

---

El desarrollo del concepto de intervalos de confianza se remonta a los primeros años del siglo XX, cuando los estadísticos comenzaron a desarrollar métodos para estimar los parámetros de una población a partir de una muestra. A lo largo del siglo XX, los estadísticos han refinado estos métodos y han desarrollado una teoría sólida sobre la inferencia estadística.

A través de los años, se han ido descubriendo varios métodos para calcular intervalos de confianza para un promedio, algunos de los cuales incluyen:

- **Método t:** este método se basa en la distribución  $t$  de Student y es adecuado cuando la muestra es pequeña (generalmente para menos de 30 observaciones) y la desviación estándar poblacional es desconocida. El intervalo de confianza se calcula como el promedio muestral más o menos un margen de error que depende del tamaño de la muestra y del nivel de confianza deseado.

- **Método Z:** este método se basa en la distribución normal estándar y es adecuado cuando la muestra es grande (generalmente, el dato empírico está relacionado con muestras de 30 o más observaciones) y la desviación estándar poblacional es conocida o se puede estimar con precisión. El intervalo de confianza se calcula de manera similar al método  $t$ , pero utilizando la distribución normal estándar en lugar de la distribución  $t$ .
- **Método Bayesiano:** este método se basa en la teoría de la probabilidad bayesiana y utiliza la distribución a priori del parámetro desconocido, así como la distribución de la muestra para calcular un intervalo de credibilidad en lugar de un intervalo de confianza.
- **Método Bootstrap:** este método es adecuado para muestras pequeñas y grandes y no requiere supuestos sobre la distribución subyacente de los datos. En lugar de calcular un margen de error basado en una distribución conocida, se generan muchas muestras de reemplazo a partir de la muestra original y se calculan los intervalos de confianza a partir de estas muestras de reemplazo.

No obstante, se debe tomar en cuenta que estos métodos tienen ciertas limitaciones y suposiciones que deben ser consideradas al construir un intervalo de confianza. Por ejemplo, la distribución  $t$  de Student se basa en la suposición de que la población de interés sigue una distribución normal, y que los datos de la muestra son aleatorios e independientes entre sí. Asimismo, el método de bootstrap requiere de una cantidad suficiente de datos para generar réplicas de la muestra y construir un intervalo de confianza robusto.

Por otro lado, Fathom es una herramienta muy útil en estadística, la cual lamentablemente desde hace varios años no ha recibido actualizaciones importantes y su sitio web oficial actualmente no se encuentra disponible, sin embargo, Fathom sigue siendo una herramienta valiosa y útil para la enseñanza de estadística y matemática y todavía se puede encontrar y descargar en línea, además, el software sigue siendo utilizado por algunos educadores y estudiantes en todo el mundo.

Del mismo modo, existen herramientas similares que han surgido desde entonces, como Tableau, Power BI, R Studio, Codap y otros software de visualización y análisis de datos que permiten facilitar la toma de decisiones en entornos de la vida cotidiana, por ejemplo, el análisis de datos para las decisiones empresariales, para el mercado bursátil, para el análisis en política, informática, entre otros campos en los cuales son explotadas estas herramientas, principalmente en áreas como la big data o la inteligencia artificial.

## 6. Método

---

En este caso, se muestra la metodología seguida para realizar la implementación de la propuesta didáctica, incluyendo una breve introducción, la caracterización de la población en estudio, diseño de la investigación, instrumento a utilizar y procedimiento a seguir, junto con las evidencias de la aplicación. Tales aspectos se detallan seguidamente:

### 6.1. Introducción

En este caso, se implementa una propuesta didáctica relacionada con el tema de intervalos de confianza de una población para un promedio, utilizando las distribuciones  $t$  – Student y la distribución normal, realizando el proceso de forma manual y utilizando como apoyo la herramienta Fathom para validar los resultados obtenidos a partir de dos situaciones problema propuestas con datos de Costa Rica encontrados en el sitio oficial del Instituto Nacional de Estadística y Censos (INEC).

## 6.2. Caracterización de la población bajo estudio y muestreo realizado

En este caso, la población en la cual se implementa la primera ejecución de la propuesta es el grupo #1 del curso MA–3405 Estadística, que imparte el profesor David Masis Flores en el Instituto Tecnológico de Costa Rica. Dicho grupo cuenta actualmente con 38 estudiantes matriculados y se imparte los martes y jueves en un horario de 17 : 00 – 18 : 50. El curso MA–3405 corresponde con la última asignatura perteneciente a la Escuela de Matemática en las carreras Ingeniería en Computación y Administración de Tecnología de Información del Instituto Tecnológico de Costa Rica. La propuesta es implementada aprovechando que dichos estudiantes se encontraban en el estudio de dicha temática y les sirve como un apoyo adicional para repasar los contenidos y aprovechar las bondades que brinda la tecnología para abordar temas referentes a la estadística inferencial.

Con respecto a la segunda aplicación de la propuesta, se ejecuta con algunas personas voluntarias que se encuentran llevando el curso de TI–4101 Planificación y Presupuesto de la carrera de Administración de Tecnología de Información, del Instituto Tecnológico de Costa Rica. Se eligió esta población pues dichas personas se encuentran matriculadas en el curso del cual uno de los investigadores colaboró con la impartición del mismo durante la segunda mitad del II Semestre 2023 y estos estudiantes se encuentran próximos a cursar Estadística. En esta sesión, se unieron 16 estudiantes el lunes 06 de noviembre del 2023 en horas de la noche.

## 6.3. Diseño de investigación

Seguidamente, se presenta el desarrollo de la unidad didáctica, incluyendo los conocimientos previos, distribución del tiempo, evaluación de la propuesta, desarrollo teórico y situaciones problema por abordar.

### 6.3.1. Conocimientos previos

#### Estadística descriptiva

- Medidas de tendencia central.
- Medidas de dispersión.
- Medidas de posición.

#### Estadística inferencial

- Distribución normal estándar.
- Distribución t student.
- Teorema del Límite Central.

### 6.3.2. Distribución del tiempo

1. Desarrollo teórico (20 minutos)
2. Desarrollo de ejemplos (tanto en forma manual como con Fathom) (50 minutos)

### 6.3.3. Desarrollo de la unidad didáctica

En esta unidad didáctica, se incluyen los aspectos teóricos y prácticos utilizados para desarrollar los contenidos referentes a intervalos de confianza para un promedio poblacional, incluyendo ejemplos

resueltos, utilizando la fórmula estadística correspondiente y utilizando Fathom para aprovechar las bondades de esta herramienta.

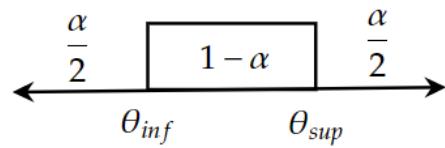
Un intervalo de confianza describe la variabilidad entre la medida obtenida en un estudio y la medida real de la población (el valor real) Corresponde a un rango de valores, cuya distribución es normal y en el cual se encuentra, con alta probabilidad, el valor real de una determinada variable.

Dado el estadístico  $\hat{\Theta}$  insesgado asociado al parámetro  $\theta$  tal que existe un intervalo

$$I(\hat{\Theta}) = [\Theta_{inf}, \Theta_{sup}]$$

que depende de  $\hat{\Theta}$  y cumple que

$$P(\theta \in I(\hat{\Theta})) = 1 - \alpha \text{ y } P(\theta \leq \Theta_{inf}) = \frac{\alpha}{2}$$



Un intervalo de confianza del  $(1 - \alpha)100\%$  para  $\theta$  es el intervalo  $I$  evaluado en una estimación puntual  $\hat{\theta}$  dada por  $\hat{\Theta} : I(\hat{\theta})$ . Note que  $I(\hat{\Theta})$  es un intervalo aleatorio, así:

$$P(\theta \in I(\hat{\Theta})) = P(\Theta_{inf} < \theta < \Theta_{sup}) = 1 - \alpha$$

es la probabilidad de que la constante desconocida  $\theta$  se encuentre en el intervalo aleatorio.

Ahora, como el valor de esa probabilidad es  $(1 - \alpha)100\%$ , si se toman varios intervalos al azar para muestras específicas, cerca del  $(1 - \alpha)100\%$  de ellos, contendrá a  $\theta$ .

La **precisión del intervalo** está relacionada inversamente con su ancho  $\Theta_{sup} - \Theta_{inf}$ , es decir, si el intervalo es muy preciso, entonces tiene menos ancho. La precisión está relacionada con los siguientes aspectos:

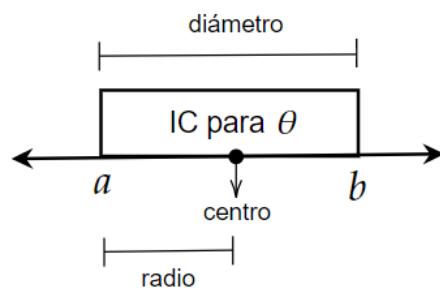
1. Un buen estimador (con varianza pequeña) genera un intervalo de confianza preciso.
2. Un tamaño de muestra grande puede generar un intervalo de confianza preciso.

Lo ideal es que el intervalo de confianza tenga una confianza alta y sea bien preciso, sin embargo, se suele presentar la siguiente relación:

$$\text{mayor precisión} \iff \text{menor confianza}$$

#### ■ Elementos de un intervalo de confianza

Un intervalo de confianza consta de tres elementos principales, los cuales se presentan a continuación:



## Centro

Dado un intervalo de confianza  $I = ]a, b[$ , se define el centro del IC como:

$$C = \frac{a + b}{2}$$

## Radio o error de estimación

Dado un intervalo de confianza  $I = ]a, b[$ , se define el radio o error de estimación del IC como:

$$R = \frac{b - a}{2}$$

## Diámetro

Dado un intervalo de confianza  $I = ]a, b[$ , se define el diámetro del IC como:

$$D = b - a$$

### ■ Intervalo de confianza para un promedio

Cuando se analiza el intervalo de confianza para un promedio, se tienen los siguientes casos:

#### 1. Caso #1: el promedio muestral es normal y se conoce la varianza poblacional.

Considere la variable aleatoria  $X$ , asociada a una población dada, con media poblacional  $\mu$  y varianza poblacional  $\sigma^2$ . Si  $\bar{X}$  sigue una distribución normal para muestras de tamaño  $n$  y se conoce  $\sigma^2$  entonces:

##### a) Intervalo de confianza del $(1 - \alpha)100\%$ para $\mu$ :

$$\bar{x} \pm z_{\alpha/2} \cdot \frac{\sigma}{\sqrt{n}}$$

##### b) Tamaño de muestra:

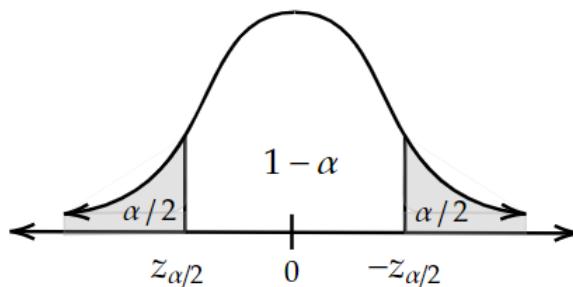
$$n \geq \left( \frac{z_{\alpha/2} \cdot \sigma}{r} \right)^2$$

#### Teorema:

Considere la variable aleatoria  $X$  asociada a una población dada. Suponga que  $X$  sigue una distribución normal con media poblacional  $\mu$  y varianza poblacional  $\sigma^2$ . Dada una muestra aleatoria de  $X : (X_1, X_2, X_3, \dots, X_n)$ , la variable

$$Z = \frac{\bar{X} - \mu}{\sigma / \sqrt{n}}$$

sigue una distribución normal.



## 2. Caso #2: el promedio muestral es normal y se desconoce la varianza poblacional.

Considere la variable aleatoria  $X$ , asociada a una población dada, con media poblacional  $\mu$  y varianza poblacional  $\sigma^2$ . Si  $\bar{X}$  sigue una distribución normal para muestras de tamaño  $n$  y se desconoce  $\sigma^2$  entonces:

**Intervalo de confianza del  $(1 - \alpha)100\%$  para  $\mu$ :**

$$\bar{x} \pm t_{\alpha/2, v} \cdot \frac{\sigma}{\sqrt{n}}, \text{ con } v = n - 1$$

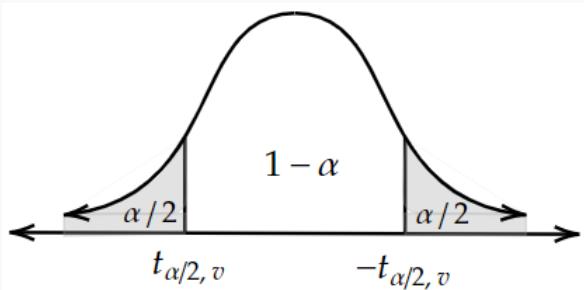
**Nota:** si  $n \geq 30$ ,  $\sigma \approx s$  debido al Teorema del Límite Central.

### Teorema 1

Consideré la variable aleatoria  $X$  asociada a una población dada. Suponga que  $X$  sigue una distribución normal con media poblacional  $\mu$  y varianza poblacional  $\sigma^2$ . Dada una muestra aleatoria de  $X : (X_1, X_2, X_3, \dots, X_n)$ , la variable

$$T = \frac{\bar{X} - \mu}{S/\sqrt{n}}$$

sigue una distribución  $t$  con  $v = n - 1$  grados de libertad.



## 6.4. Instrumento a utilizar y procedimiento a seguir

La sesión realizada consta de las siguientes fases:

### 6.4.1. Fase 1: repaso de los aspectos teóricos implicados en el desarrollo del tema

En este caso, se comienza dando una breve introducción sobre el tema de intervalos de confianza para un promedio, recordando los conceptos de promedio, desviación estándar, desviación muestral, distribuciones matemáticas de cursos previos, tales como la distribución normal, gamma, entre otras. Posteriormente, se indican los aspectos que contempla la resolución de problemas, esto para pasar a la siguiente fase.

#### 6.4.2. Fase 2: realización de ejercicio

En este caso, se procede a realizar las fases de resolución de problemas de Allan Schoenfeld, realizando preguntas a los estudiantes sobre la siguiente situación, que permiten generar un hilo conductor entre la teoría y la práctica.

##### Ejemplo 1

Un médico afirma que el promedio de nacimientos mensuales en Costa Rica durante el 2022 fue de al menos 4700 personas. Seguidamente, se muestra la cantidad de nacimientos mensuales en Costa Rica durante el 2022. (Datos tomados de INEC)

Enero	Febrero	Marzo	Abril	Mayo	Junio
4513	3986	4262	4382	4356	4324

Julio	Agosto	Setiembre	Octubre	Noviembre	Diciembre
4286	4768	4802	4509	4696	4551

Suponga que los nacimientos mensuales en Costa Rica se distribuyen normalmente.

1. Determine un IC del 95 % para el promedio de nacimientos en Costa Rica durante el 2022.
2. ¿Considera aceptable la afirmación dada por el médico? Justifique su respuesta.

##### Solución:

1. Para determinar el intervalo de confianza solicitado, se procede a utilizar la estrategia de resolución de problemas propuesta por Allan Schoenfeld, la cual se detalla a continuación:

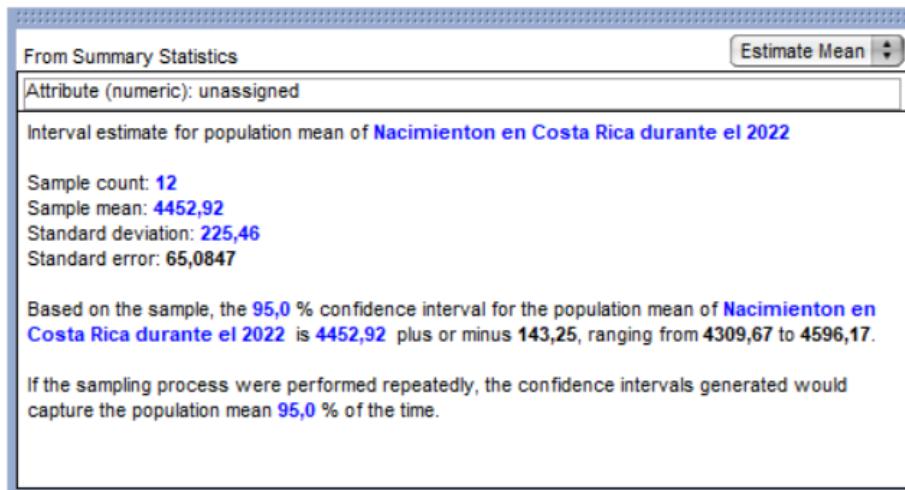
- **Comprender el problema:** en este caso, lo solicitado dentro de la situación dada es calcular un intervalo de confianza del 95 % para el promedio de nacimientos en Costa Rica durante el 2022 utilizando los datos obtenidos por el INEC durante ese periodo.
- **Planificar una estrategia:** para calcular el intervalo de confianza solicitado, se debe obtener el tamaño de la muestra, en este caso es una muestra de 12 datos, un nivel de significancia de  $1 - \frac{\alpha}{2} = 0.95 \Rightarrow \frac{\alpha}{2} = 0.025$ , un promedio poblacional de  $\bar{x} = 4452.92$  una desviación estándar poblacional de  $\sigma = 225.46$ . Posterior a esto, se analiza que los datos corresponden a toda la población de personas nacidas en el 2022, por lo cual, se utiliza la distribución normal estándar y se calcula el cuantil del 0.025 que corresponde a  $z_{\alpha/2} = -1.95996$
- **Ejecutar la estrategia:** una vez que se identifican los datos de la etapa anterior, se procede a calcular el intervalo de confianza solicitado, haciendo las siguientes operaciones:

$$\begin{aligned} \text{IC} &= \bar{x} \pm z_{\alpha/2} \cdot \frac{\sigma}{\sqrt{n}} \\ &= 4452.92 \pm \left( -1.95996 \cdot \frac{225.46}{\sqrt{12}} \right) \\ &= ]4325.357, 4580.483[ \end{aligned}$$

- **Verificar la solución:** con la ayuda de Fathom, se realizan los cálculos y se validan los resultados (ver figura 1).

Se puede ver que los extremos en el ejemplo realizado de forma manual fueron de 4325.357 y 4580.483, esta diferencia se debe al redondeo, ya que Fathom siempre usa la distribución  $t$  en vez de  $z$  para estimar promedios.

Los resultados de Fathom usan  $t_{0.025,11} = -2.20099$ , mientras que, en este caso, se utilizó  $z_{0.025} = -1.95996$ , de ahí la diferencia entre ambos resultados.



**Figura 1:** Cálculos realizados en Fathom para la solución del ejemplo 1.  
Elaboración propia.

- **Reflexionar sobre el proceso:** acá se analiza que realizarlo desde un inicio con Fathom hubiese sido menos tedioso y se evita el error humano en los cálculos intermedios, por ejemplo al calcular el promedio, la desviación estándar y otros cálculos.
2. Tomando en cuenta lo realizado anteriormente, se concluye que la afirmación dada por el médico no se considera aceptable, puesto que el intervalo de confianza obtenido fue de  $[4325.357, 4580.483]$  y este intervalo no incluye valores iguales o superiores a 4700.

#### 6.4.3. Fase 3: evaluación de la propuesta

Para la evaluación de la propuesta planteada, se toman en cuenta los siguientes aspectos:

1. **Ejercicios prácticos:** se incluyen algunos ejercicios prácticos que permitan a los estudiantes universitarios aplicar los conceptos aprendidos, estos ejercicios podrían incluir el análisis de datos reales proporcionados por el INEC utilizando el software Fathom. Los estudiantes universitarios deberían realizar los cálculos de intervalos de confianza y comparar los resultados obtenidos con los proporcionados por el software. Ver ejercicios adicionales en [8]
2. **Análisis y discusión de resultados:** después de completar los ejercicios, se puede solicitar a los estudiantes universitarios que analicen y discutan los resultados obtenidos, deben ser capaces de interpretar los intervalos de confianza y sacar conclusiones relevantes sobre los datos analizados, esto les permitirá comprender la importancia de los intervalos de confianza en la toma de decisiones basadas en datos.

Luego de realizada la fase anterior, se pide a los estudiantes que se reúnan en grupos pequeños o parejas y que realicen cada una de las fases de resolución de problemas para el siguiente ejercicio. Es importante notar que la cuarta fase (verificar la solución) se realiza por parte de los docentes utilizando la herramienta Fathom, luego de que los estudiantes discutieran y analizaran cada uno de los pasos correspondientes a la resolución de problemas.

## Ejemplo 2

Un demógrafo afirma que si una provincia de Costa Rica tiene una densidad poblacional promedio mayor a 1700 habitantes por kilómetro cuadrado, dicha provincia tiene una densidad poblacional alta. San José, al ser la capital de Costa Rica, se esperaría que tenga densidad poblacional alta. Seguidamente, se toma una muestra de 10 cantones de San José con la densidad poblacional correspondiente al año 2021. (Datos tomados de INEC)

Santa Ana	Tibás	Moravia	Goiocochea	Curridabat
799,80	7956,10	1988,80	3653,50	4088,20

Desamparados	Alajuelita	Escazú	Montes de Oca	Aserrí
1762,30	3665,70	1638,40	3240,90	346,50

Suponga que la densidad poblacional en San José, sigue una distribución normal.

1. Determine un IC del 90 % para la densidad poblacional de San José durante el año 2021.
2. ¿Considera aceptable la afirmación dada por el demógrafo? Justifique su respuesta.

## Solución:

1. Para determinar el intervalo de confianza solicitado, se procede a utilizar la estrategia de resolución de problemas propuesta por Allan Schoenfeld, la cual se detalla a continuación:

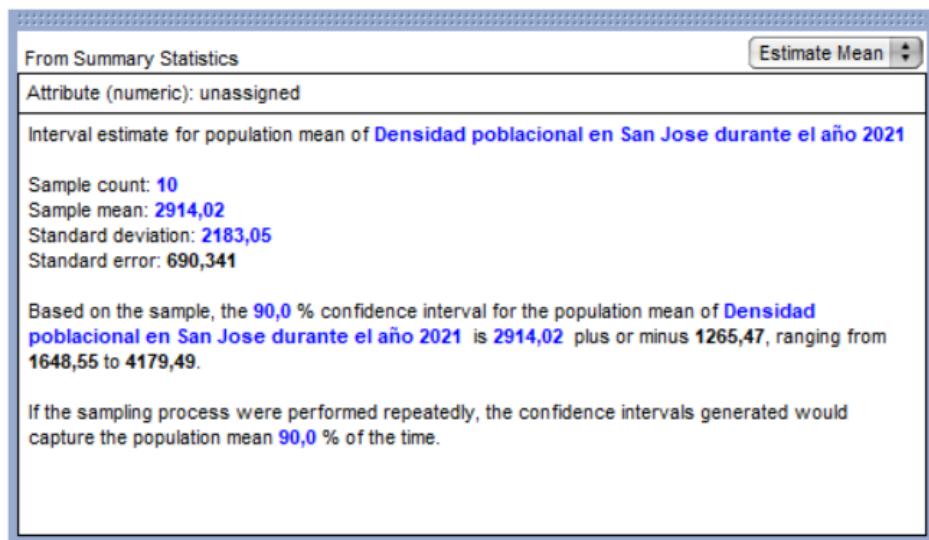
- **Comprender el problema:** en este caso, lo solicitado dentro de la situación dada es calcular un intervalo de confianza del 90 % para la densidad poblacional de San José durante el 2021 utilizando los datos obtenidos por el INEC durante ese periodo.
- **Planificar una estrategia:** para calcular el intervalo de confianza solicitado, se debe obtener el tamaño de la muestra, en este caso es una muestra de 10 cantones, un nivel de significancia de  $1 - \frac{\alpha}{2} = 0.90 \Rightarrow \frac{\alpha}{2} = 0.05$ , un promedio muestral de  $\bar{x} = 2914.02$ , una desviación estándar muestral de  $s = 2183.05$ . Posterior a esto, se analiza que los datos corresponden a una muestra de la densidad poblacional de 10 cantones de la provincia San José durante el 2021, por lo cual, se utiliza la distribución t de Student y se calcula el cuantil del 0.05 que corresponde a  $t_{\alpha/2, n-1} = -1.83311$
- **Ejecutar la estrategia:** una vez que se identifican los datos de la etapa anterior, se procede a calcular el intervalo de confianza solicitado, haciendo las siguientes operaciones:

$$\begin{aligned} \text{IC} &= \bar{x} \pm t_{\alpha/2, n-1} \cdot \frac{s}{\sqrt{n}} \\ &= 2914.02 \pm \left( -1.83311 \cdot \frac{2183.05}{\sqrt{10}} \right) \\ &= ]1648.543, 4179.496[ \end{aligned}$$

- **Verificar la solución:** con la ayuda de Fathom, se realizan los cálculos y se validan los resultados (ver figura 2).

Se puede ver que el intervalo de confianza del 95 % obtenido en Fathom coincide con el obtenido de forma manual.

En este caso no hubo problemas con el redondeo, ya que se estaba utilizando el estadístico  $t$ , al igual que Fathom.



**Figura 2:** Cálculos realizados en Fathom para la solución del ejemplo 2.  
Elaboración propia.

- **Reflexionar sobre el proceso:** acá se analiza que realizarlo desde un inicio con Fathom hubiese sido menos tedioso y se evita el error humano en los cálculos intermedios, por ejemplo al calcular el promedio, la desviación estándar y otros cálculos.
2. Tomando en cuenta lo realizado anteriormente, se concluye que la afirmación dada por el demógrafo se considera aceptable, puesto que el intervalo de confianza obtenido fue de ]1648.543, 4179.496[ y este intervalo incluye valores superiores a 1700.

En este caso, mientras los estudiantes aplican los pasos correspondientes a la resolución de problemas en el mencionado ejercicio, los docentes supervisan el trabajo realizado por los estudiantes, preguntando si se poseen dudas y demás, en caso de presentarse dudas, se aclaran durante este proceso y finalmente, se implementa mediante Fathom la solución del ejercicio, para validar con el uso de la tecnología la respuesta obtenida de forma manual.

#### 6.4.4. Fase 4: cierre de la sesión

En esta fase, se realiza una breve recapitulación de los aspectos más relevantes al calcular intervalos de confianza para un promedio. Luego de esto, se agradece al docente del grupo y a los estudiantes por el tiempo brindado durante la sesión y se pide que completen el siguiente [formulario](#), que con la ayuda del proyector, se muestra un código QR para que los estudiantes lo escaneen y este los redirija al formulario.

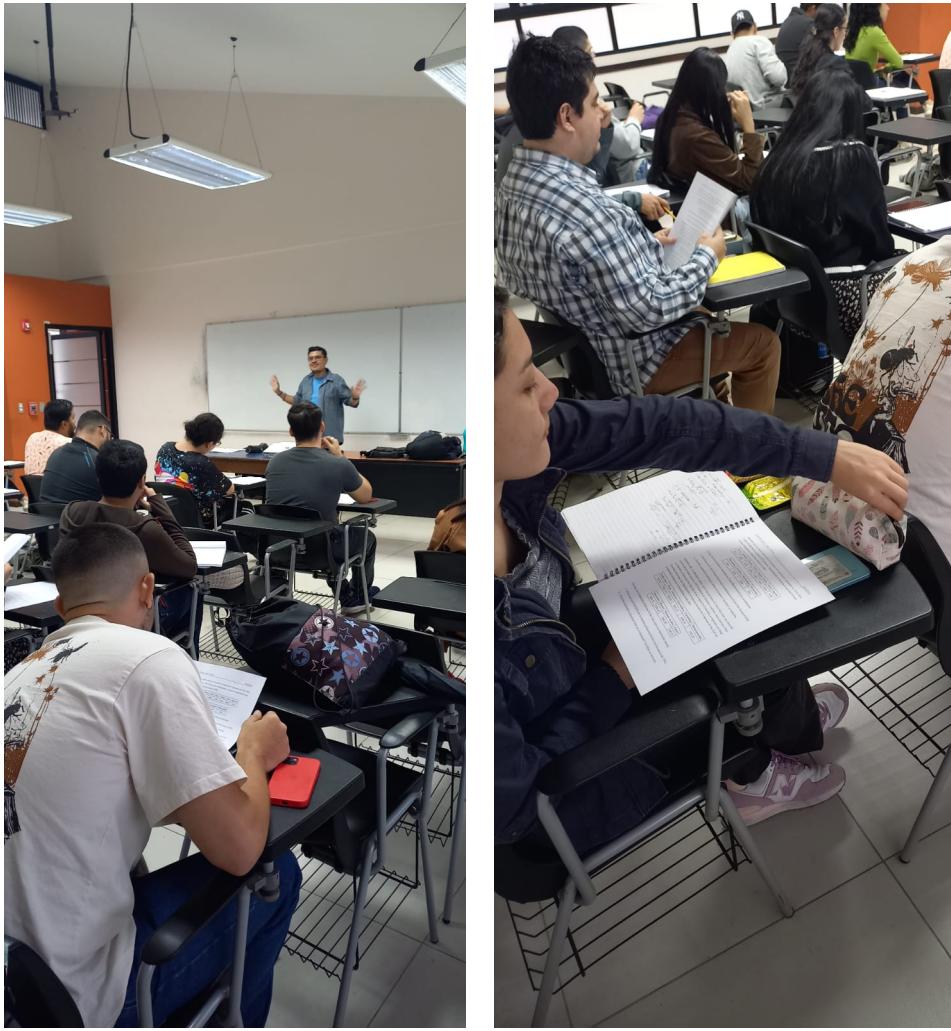
### 6.5. Evidencias de la primera aplicación de la propuesta

Seguidamente, se incluyen fotos y videos correspondientes a la primera aplicación de la propuesta didáctica, según las fases desarrolladas.

#### 6.5.1. Fase 1: repaso de los aspectos teóricos implicados en el desarrollo del tema

En este caso, se incluyen algunas evidencias (ver [video](#) y figura 3) relacionadas con la introducción del tema, dando un breve repaso sobre el tema de intervalos de confianza para un promedio, recordando

los conceptos de promedio, desviación estándar, desviación muestral, distribuciones matemáticas de cursos previos, tales como la distribución normal, gamma, entre otras. Se hace un breve repaso pues los contenidos ya los estudiantes los habían abordado con el docente del curso, por lo cual, esta sección fue un repaso que servía como preparación a una evaluación virtual que tendrían respecto al tema en la siguiente semana.



(a) Explicación de conceptos 1

(b) Explicación de conceptos 2

**Figura 3:** Evidencias de la introducción del tema. Elaboración propia.

#### 6.5.2. Fase 2: realización de ejercicio

En este caso, se procede a realizar las fases de resolución de problemas de Allan Schoenfeld, planteando la situación problema del ejercicio del ejemplo 1, esto para aclarar dudas y ejemplificar la utilización de esta estrategia para el cálculo de intervalos de confianza para un promedio.

En este [video](#) se puede observar un momento mientras se realiza dicho ejercicio. De manera similar, en las figuras 4 y 5 se observa al grupo resolviendo el problema.



**Figura 4:** Resolución de ejercicio. Elaboración propia.



**Figura 5:** Resolución de ejercicio. Elaboración propia.

### 6.5.3. Fase 3: evaluación de la propuesta

Para la evaluación de la propuesta planteada, se realiza el ejercicio del ejemplo 2, para el cual en parejas o grupos de tres estudiantes deben aplicar la estrategia de resolución de problemas, esto para generar una discusión de resultados.

Por otro lado, mientras los estudiantes aplican los pasos correspondientes a la resolución de problemas en el mencionado ejercicio, los docentes supervisan el trabajo realizado por los estudiantes, preguntando si se poseen dudas y demás, en caso de presentarse dudas, se aclaran durante este proceso y finalmente, se implementa mediante Fathom la solución del ejercicio, para validar con el uso de la tecnología la respuesta obtenida de forma manual. En las figuras 6 y 7 se observa parte de este proceso.



**Figura 6:** Resolución de ejercicio. Elaboración propia.



**Figura 7:** Resolución de ejercicio. Elaboración propia.

#### 6.5.4. Fase 4: cierre de la sesión

Acá, se realiza una breve recapitulación de los aspectos más relevantes al calcular intervalos de confianza para un promedio. Luego de esto, se agradece al docente del grupo y a los estudiantes por el tiempo brindado durante la sesión y se pide a los participantes de la sesión completar el siguiente [formulario](#), que con la ayuda del proyector, se muestra un código QR para que los estudiantes lo escaneen y este los redirija al formulario. Una fotografía de este proceso se puede ver en la figura 8.



**Figura 8:** Cierre de la sesión. Elaboración propia.

En las figuras 9 y 10, se muestran las respuestas obtenidas del formulario aplicado como parte del proceso de realimentación hacia Estela y Marco.

Demasiado fresa !
Buena técnica
Muy bien la explicación, el uso de la aplicación si fue más confuso.
Me pareció bastante bien, todo muy pausado y se puede entender todo
Se entendió completamente solo me gustaría que explicarán un poco más el porque de los pasos así a grandes rasgos para mejorar la compresión
Fue entretenido y logre entender mejor el tema
Muy buena clase, muy entretenida, promete trabajar en grupos de trabajo
Excelente trabajo, éxitos

**Figura 9:** Respuestas del formulario (parte 1). Elaboración propia.

Me gustaría que estas estrategias se hicieran más seguido en las clases
Buena nota los profes, muy buenos. Tomaría un curso con cualquiera
Bastante bien explicado, además de que mostraron una herramienta que puede ser útil para la verificación de resultados y demás
El uso de una herramienta no aproximada genero confusión
La clase fue entretenida y muy buena, los 5 pasos son muy generales y funcionan para la tesisolución de problemas
No tengo ninguna queja, me recordaron mucho a mis profesores del colegio
Buena clase, todo se entendió por completo.
Me gustó la actividad que implementaron de primero explicar un ejercicio y luego hacer que los estudiantes resolvieran otro, y en caso de alguna duda poder responderla

**Figura 10:** Respuestas del formulario (parte 2). Elaboración propia.

## 6.6. Evidencias de la segunda aplicación

Seguidamente, se incluyen videos correspondientes a la segunda aplicación de la propuesta didáctica, según las fases desarrolladas.

### 6.6.1. Fase 1: repaso de los aspectos teóricos implicados en el desarrollo del tema

En este caso, se incluyen algunas evidencias ([video](#)) relacionadas con la introducción del tema, dando un breve repaso sobre el tema de intervalos de confianza para un promedio, recordando los conceptos de promedio, desviación estándar, desviación muestral, distribuciones matemáticas de cursos previos, tales como la distribución normal, gamma, entre otras, que son conceptos que han abordado a lo largo del semestre en el curso de probabilidades.

### 6.6.2. Fase 2: realización de ejercicio

En este caso, se procede a realizar las fases de resolución de problemas de Allan Schoenfeld, planteando la situación problema presente en el ejemplo 1, esto para aclarar dudas y ejemplificar la utilización de esta estrategia para el cálculo de intervalos de confianza para un promedio.

En los siguientes videos se puede observar evidencia de esta fase [video 1](#) y [video 2](#)

### 6.6.3. Fase 3: evaluación de la propuesta

Para la evaluación de la propuesta planteada, se realiza el ejercicio planteado en el ejemplo 2, para el cual se realizan salas en las cuales los miembros de cada sala deben aplicar la estrategia de resolución de problemas, esto para generar una discusión de resultados.

Por otro lado, mientras los estudiantes aplican los pasos correspondientes a la resolución de problemas en el mencionado ejercicio, los docentes supervisan el trabajo realizado por los estudiantes pasando por las salas y preguntando si se poseen dudas y demás, en caso de presentarse dudas, se aclaran durante este proceso y finalmente, se implementa mediante Fathom la solución del ejercicio, para validar con el uso de la tecnología la respuesta obtenida de forma manual. Posterior a esto, se pide a alguno de los estudiantes presentes que participe del proceso y revise junto con el docente el ejercicio realizado. En este [video](#) se puede observar evidencia de esta fase.

### 6.6.4. Fase 4: cierre de la sesión

Acá, se realiza una breve recapitulación de los aspectos más relevantes al calcular intervalos de confianza para un promedio. Luego de esto, se agradece al docente del grupo y a los estudiantes por el tiempo brindado durante la sesión y se pide a los participantes de la sesión completar el siguiente [formulario](#). En las figuras 11 y 12, se puede observar evidencia de esta fase. Además, en la figura 13 se pueden observar respuestas del formulario.



**Figura 11:** Participantes de la sesión al finalizar la clase (parte 1). Elaboración propia.



**Figura 12:** Participantes de la sesión al finalizar la clase (parte 2). Elaboración propia.

Una excelente explicación de los conceptos, ya le encuentro utilidad a los temas de probabilidades.

Me hubiese gustado recibir esta sesión de forma presencial.

Muy amables los profesores, muy buen trabajo.

Fue una clase muy amena, solo me habría gustado hacer más ejercicios.

Muy útil la utilización de Fathom para verificar resultados.

Muy buena técnica para poner en práctica los contenidos.

**Figura 13:** Respuestas del formulario. Elaboración propia.

## 7. Recomendaciones

Entre las recomendaciones derivadas de la propuesta didáctica realizada destacan:

1. Aunque existen diversas metodologías para enseñar matemática, es importante destacar que la correspondiente a la resolución de problemas es ampliamente aplicable en temáticas relaciona-

das con el intervalo de confianza para un promedio, puesto que, los datos que pueden obtenerse están relacionados con amplia variedad de información y diferentes temáticas, lo cual fue manifestado por algunos de los estudiantes.

2. El área de estadística inferencial es fácilmente evaluable mediante el aprendizaje basado en proyectos, pidiendo a los estudiantes que realicen una encuesta de una temática de su interés y que a partir de esta recopilación de datos, puedan realizar un análisis estadístico completo, incluyendo intervalos de confianza, pruebas de hipótesis y análisis de regresión.
3. Para que un docente pueda innovar en el proceso de enseñanza y aprendizaje de la probabilidad y la estadística puede utilizar herramientas tecnológicas diferentes a las convencionales, por ejemplo Fathom, Codap, Texas Instruments, entre otras.
4. Cuando se realiza el ejercicio con la ayuda de Fathom, los resultados distaron un poco de la respuesta esperada, probablemente fue por ingresar erróneamente un dato o no contar con los datos precargados desde un inicio.
5. Sería bueno en futuras aplicaciones, con más tiempo para abordar el tema (por ejemplo, contar con dos sesiones para su desarrollo) abordar el análisis histórico de los intervalos de confianza.
6. Algo que debe considerarse siempre al explicar el tema de intervalos de confianza son las demandas cognitivas y las limitaciones en el aprendizaje que esto puede generar, puesto que, por aspectos de tema, su comprensión puede ser un poco confusa, puesto que se sale del pensamiento estadístico que usualmente se tiene.

## 8. Anexos

---

1. El peso de una bolsa de frijoles marca **SABORES** sigue una distribución normal de media desconocida y varianza  $0.04 \text{ kg}^2$ . Un inspector de la **Oficina del Consumidor** tomó una muestra de 20 bolsas y obtuvo un peso promedio de 1.9 kg.
  - a) Determine un intervalo de confianza del 90 % para el peso promedio de la bolsa de frijoles marca **SABORES**. R/ ]1.8926, 1.9073[
  - b) El empaque del producto asegura que el peso promedio de una bolsa de frijoles marca **SABORES** es de 2 kg. ¿El inspector considera aceptable esta información? R/ No
2. Una bebida afirma en su publicidad por televisión que su empleo diario, durante un mes, produce una pérdida promedio de cinco libras de peso. Para analizar esta afirmación, se toma un grupo control de ocho personas y se les suministró el producto diariamente por un mes obteniendo los siguientes datos:
 

Peso inicial	165	195	188	170	185	163	155	177
Peso final	164	190	187	163	185	159	148	174

  - a) Suponiendo que la pérdida de peso sigue una distribución normal, encuentre un intervalo de confianza del 95 % para la pérdida de peso promedio. R/ ]1.2214, 5.7785[
  - b) ¿Los datos se oponen a la información hecha en publicidad? R/ No
3. Las duraciones de ocho baterías cargadas de computadora de marca **DUTEC** son 151, 153, 175, 134, 170, 172, 156 y 114 minutos. Suponiendo que las duraciones de las baterías se distribuyen normalmente. Encuentre un intervalo de confianza del 90 % para la duración promedio de las baterías. R/ ]139.19, 167.06[
4. Una muestra aleatoria de diez estudiantes dio las siguientes cifras en horas para el tiempo que pasan estudiando durante la semana previa a los exámenes finales.

28, 57, 42, 35, 61, 39, 55, 46, 49, 38

Suponga que el tiempo de estudio durante la semana previa a los exámenes finales se distribuye normalmente. Calcule un intervalo de confianza para el tiempo medio con un nivel de confianza del 95 %  
R/ ]37.4595, 52.5405[

5. Recientemente el **Ministerio de Seguridad** ha ampliado la cantidad de efectivos dedicados al combate de las drogas. Desde su ampliación han sido capturados 800 traficantes de droga de la ciudad. El valor promedio de las drogas decomisadas a estos 800 narcotraficantes es de 500 000 dólares con una desviación estándar de 45 000 dólares. Calcule un intervalo de confianza del 90 % para el valor medio de los estupefacientes que están en manos de los narcotraficantes de la ciudad.  
R/ ]497 297, 502 703[

## 9. Bibliografía

---

- [1] Casella, G., & Berger, R. L. (2002). Statistical inference. vol. 2 Duxbury Pacific Grove.
- [2] Gelman, A., Carlin, J. B., Stern, H. S., Dunson, D. B., Vehtari, A., & Rubin, D. B. (2020). Bayesian Data Analysis (Chapman & Hall/CRC Texts in Statistical Science) (4th ed.). Taylor & Francis.
- [3] Johnson, R. (2001). An introduction to the bootstrap. Teaching statistics, 23(2), 49-54.
- [4] Sanabria, G. (2021). Comprendiendo la estadística inferencial. Editorial Tecnológica de Costa Rica.
- [5] Schoenfeld, A. (2016). Learning to think mathematically: Problem solving, metacognition, and sense making in mathematics. Journal of education.