



Estrategia basada en aprendizaje adaptativo con Inteligencia Artificial para el aprendizaje de funciones matemáticas de estudiantes de secundaria

| Adaptive learning based strategy with artificial intelligence for learning mathematical functions of high school students |

Jorge Alonso Díaz Porras¹

jadiaz@uned.ac.cr

Colegio Nacional de Educación a Distancia

San José, Costa Rica

Recibido: 21 de marzo de 2025

Aceptado: 30 de agosto de 2025

Resumen: La tecnología está revolucionando la forma de llevar a cabo el proceso de enseñanza-aprendizaje en todos los niveles educativos y, entre otras, las plataformas de aprendizaje adaptativo potenciadas con inteligencia artificial (IA) surgen como una alternativa viable, lo que es similar en el aprendizaje de las matemáticas. El objetivo del estudio fue analizar cómo una estrategia basada en aprendizaje adaptativo con inteligencia artificial potencia el aprendizaje de las funciones matemáticas de un estudiantado de secundaria. Se desarrolló una metodología cuantitativa, comparativa y de diseño pretest-postest sobre una muestra de 192 estudiantes de undécimo grado de educación secundaria de un colegio público en Costa Rica. Inicialmente, se les aplicó una prueba diagnóstica sobre el conocimiento de funciones matemáticas y, luego, se les intervino con la plataforma de aprendizaje adaptativo con IA Smartick. Por último, se les aplicó una prueba evaluativa final. Se comparó el rendimiento del estudiantado antes y después de la intervención mediante el factor de Bayes para igualdad de grupos, lo que corroboró la influencia de la intervención en el rendimiento académico. Los resultados indicaron un aumento significativo en el rendimiento del estudiantado tras la aplicación de la intervención, con una evidencia probabilística muy fuerte a favor de la hipótesis de un mayor rendimiento en el postest ($BF_{10} > 1$). Este resultado fue independiente del género, es decir, la mejora en el rendimiento fue igual para hombres y mujeres. Tras la intervención, los hombres obtuvieron un mayor rendimiento significativo, lo que sugiere que aprovecharon mejor las actividades de aprendizaje adaptativo en comparación con las mujeres. Se concluye que la plataforma de aprendizaje adaptativo con IA, Smartick, potencia el conocimiento del estudiantado en funciones matemáticas y mejora su rendimiento. Sin embargo, se debe estudiar más a fondo la diferencia en su abordaje por parte de hombres y mujeres.

Palabras Clave: Aprendizaje adaptativo, funciones matemáticas, inteligencia artificial, rendimiento académico, Smartick.

Abstract: Technology is revolutionizing teaching and learning at all levels of education, and among others, adaptive learning platforms powered by artificial intelligence (AI) are emerging as a viable

¹Jorge Alonso Díaz Porras. Colegio Nacional de Educación a Distancia. Dirección postal: San José, Costa Rica. Código postal: 40104. Correo electrónico: jadiaz@uned.ac.cr.

alternative, especially in mathematics learning. The aim of the study was to analyze how an adaptive learning strategy based on artificial intelligence improves the learning of mathematical functions in secondary school students. A quantitative, comparative, pretest-posttest methodology was developed for a sample of 192 eleventh grade secondary students from a public school in Costa Rica. They were first given a diagnostic test of their knowledge of mathematical functions and then received interventions using the Smartick adaptive learning platform with AI. Finally, they were given a final assessment test. The students' performance before and after the intervention was compared using the Bayesian factor for group equality, which confirmed the influence of the intervention on academic performance. The results indicated a significant increase in student performance following the implementation of the intervention, with very strong probabilistic evidence supporting the hypothesis of higher performance on the post-test ($BF_{10} > 1$). This result was independent of gender, i.e., the improvement in performance was the same for males and females. After the intervention, males achieved significantly higher performance, suggesting that they benefited more from the adaptive learning activities compared to females. It is concluded that the AI-based adaptive learning platform, Smartick, enhances students' knowledge of mathematical functions and improves their performance. However, the differences in how males and females approach the intervention require further investigation.

Keywords: Adaptive learning, mathematical functions, artificial intelligence, academic performance, Smartick.

Resumo: A tecnologia está revolucionando a forma de levar a cabo o processo de ensino-aprendizagem em todos os níveis educativos e, entre outras, as plataformas de aprendizagem adaptativa potenciadas por inteligência artificial (IA) surgem como uma alternativa viável, o que se observa também no ensino da matemática. O objetivo do estudo foi analisar como uma estratégia baseada em aprendizagem adaptativa com inteligência artificial potencia a aprendizagem das funções matemáticas de estudantes do ensino secundário. Desenvolveu-se uma metodologia quantitativa, comparativa e de desenho pré-teste-pós-teste sobre uma amostra de 192 estudantes do 11.º ano do ensino secundário de um colégio público na Costa Rica. Inicialmente, foi aplicada uma prova diagnóstica sobre o conhecimento de funções matemáticas e, em seguida, realizou-se a intervenção com a plataforma de aprendizagem adaptativa com IA Smartick. Por fim, foi aplicada uma prova avaliativa final. Comparou-se o rendimento dos estudantes antes e depois da intervenção mediante o fator de Bayes para igualdade de grupos, o que corroborou a influência da intervenção no rendimento académico. Os resultados indicaram um aumento significativo no rendimento dos estudantes após a aplicação da intervenção, com evidência probabilística muito forte a favor da hipótese de um rendimento superior no pós-teste ($BF_{10} > 1$). Este resultado foi independente do género, isto é, a melhoria no rendimento foi igual para homens e mulheres. Após a intervenção, os homens obtiveram um rendimento significativamente maior, o que sugere que aproveitaram melhor as atividades de aprendizagem adaptativa em comparação com as mulheres. Conclui-se que a plataforma de aprendizagem adaptativa com IA, Smartick, potencia o conhecimento dos estudantes em funções matemáticas e melhora o seu rendimento. No entanto, deve-se estudar mais a fundo a diferença na sua abordagem por parte de homens e mulheres.

Palavras-chave: Aprendizado adaptativo, funções matemáticas, inteligência artificial, desempenho acadêmico, Smartick.

1. Introducción

El aprendizaje de las matemáticas ha supuesto desde sus inicios un reto para el estudiantado y el profesorado como su contenido abstracto, falta de interés y dificultades para entender los contenidos, por lo que a lo largo del tiempo se han probado y diseñado estrategias para mejorar las habilidades matemáticas y el rendimiento académico. Esto se debe a la creciente importancia que tienen las matemáticas en un mundo cada vez más tecnificado (Parra-Rojas, 2023; Vesga Bravo & de Losada,

2018).

Como respuesta a la necesidad de incentivar el aprendizaje de las matemáticas y motivar al estudiantado sobre su importancia, han surgido herramientas que permiten una mayor interacción con los ejercicios matemáticos, como los modelos de aprendizaje adaptativo centrados en el estudiante, es decir, que tienen en cuenta sus diferencias individuales, lo que se refleja en el diseño de los materiales didácticos para obtener mejores resultados de aprendizaje (Hwang et al., 2020). En este contexto, el uso de tecnologías de inteligencia artificial (IA) se presenta como una alternativa al aprendizaje, ya que permiten simular los conocimientos y la experiencia del profesorado para proporcionar a los estudiantes apoyo u orientación personalizados (Pai et al., 2020; Xiao & Yi, 2020).

En el caso de Costa Rica, la enseñanza de las matemáticas, aun con el auge de las nuevas tecnologías aplicadas a la educación, sigue desarrollándose en procesos centrados en lecciones expositivas y en el uso de libros de texto, con la resolución de problemas de forma rutinaria y tradicional, lo que representa una incoherencia respecto a lo planteado en los programas aprobados por el Consejo Superior de Educación en 2012 (Meza Cascante et al., 2019). Lo anterior puede deberse a problemas de acceso a las tecnologías de enseñanza, que limitan el desarrollo de clases virtuales, así como a la obligatoriedad del uso de libros de texto para la enseñanza de las matemáticas, lo que está generando la necesidad de diversificar las metodologías de enseñanza y aprendizaje con técnicas para la modalidad virtual y plataformas educativas que mejoren las habilidades matemáticas del estudiantado (Sánchez-Ávila, 2021).

En este contexto, se han llevado a cabo investigaciones en las que se han aplicado estrategias basadas en el aprendizaje adaptativo para el aprendizaje de las matemáticas, como el trabajo de Hwang et al. (2020), quienes comprobaron que el enfoque basado en el aprendizaje adaptativo ayuda al estudiante de bajo rendimiento a completar con éxito las tareas de aprendizaje en comparación con el enfoque convencional basado en factores cognitivos, que eran más propensos a abandonar algunas tareas de aprendizaje y dependían más de la versión detallada de los materiales didácticos. Parra-Rojas (2023) también informó de que al implementar una metodología de aprendizaje adaptativo se logra mejorar el rendimiento académico relacionado con el pensamiento geométrico-métrico, y propuso que existe una relación entre el uso del aprendizaje adaptativo y el rendimiento académico, ya que, a medida que aumenta su uso, también lo hace el rendimiento.

Por su parte, Cepeda-Triana et al. (2025) comprobaron que el aprendizaje adaptativo mediado por la plataforma Scratch mejora el rendimiento académico y la participación de los estudiantes en actividades matemáticas. Sin embargo, también señalan que hay desafíos técnicos que deben abordarse para maximizar su efectividad. Así mismo, Chávez-Torres (2019) demostró que la mayoría de los estudiantes de primaria resolvieron correctamente más del 70 % de los problemas matemáticos aplicando estrategias de aprendizaje adaptativo, lo que evidencia la eficiencia de la tecnología. Dabingaya (2022) analizó la eficacia de las plataformas de aprendizaje adaptativo basadas en IA en la enseñanza de las matemáticas y demostró que aumentaban significativamente el rendimiento de los estudiantes, lo que indicaba una mejor competencia matemática.

Respecto al aprendizaje de funciones como parte del desarrollo de las habilidades matemáticas, Mejía (2024) realizó una investigación enfocada en estudiantes y profesorado universitario, y obtuvo que los dos grupos estudiados identifican el uso de software matemáticos y entornos virtuales de aprendizaje como herramientas importantes para el aprendizaje de funciones matemáticas. Por otra parte, Tocto Maldonado et al. (2023) identificaron las dificultades que los estudiantes enfrentan al aprender este aspecto de las matemáticas y descubrieron que hay problemas con la comprensión del concepto y con la transición de la forma algebraica a la gráfica, centrándose en estudiantes de primer año de pedagogía en matemáticas. En este mismo orden de ideas, Trujillo et al. (2023) identificaron, a través de una revisión, las dificultades que tienen los estudiantes para su conceptualización, encontrando deficiencias en su definición, interpretación, notación y expresión, representación gráfica y caracterización.

Debido a los problemas observados en el aprendizaje de funciones matemáticas, y basándose en la revisión de antecedentes realizada, así como en la aplicabilidad demostrada del aprendizaje adaptativo con IA para potenciar las competencias matemáticas, se planteó la presente investigación, cuyo objetivo fue analizar cómo una estrategia basada en aprendizaje adaptativo con Inteligencia Artificial potencia el aprendizaje de funciones matemáticas en estudiantes de secundaria. El estudio implicó la comparación del rendimiento académico de un grupo de estudiantes de undécimo grado de educación secundaria de un colegio en Costa Rica antes y después de aplicar las estrategias planteadas, así como una comparación del rendimiento basado en el género. Esto se llevó a cabo mediante un proceso estadístico que permitió observar la influencia de las estrategias de aprendizaje adaptativo en la mejora del rendimiento desde una perspectiva cuantitativa. Por lo tanto, la importancia de la investigación radica en demostrar la aplicabilidad del aprendizaje adaptativo y la IA para mejorar las competencias y habilidades matemáticas del estudiantado y, por ende, su rendimiento en las pruebas estandarizadas de matemáticas.

2. Marco teórico

La educación adaptativa se entiende como los cambios en la enseñanza del mismo plan de estudios que se llevan a cabo de manera diferente para adaptarse a las necesidades de cada estudiante, lo que es la base de los métodos de e-learning, es decir, las herramientas TIC, con la finalidad de adaptar la enseñanza e individualizarla automáticamente en función del tipo de estudiantado (Šarmanová & Kostolányová, 2015).

Según Rachmad (2022), la teoría del aprendizaje adaptativo lo define como un enfoque que utiliza la tecnología y las metodologías para adaptar el proceso de aprendizaje en función de las necesidades, el ritmo y las preferencias de cada individuo. El concepto central de esta teoría es que el aprendizaje personalizado y adaptativo puede mejorar el compromiso y la eficacia del aprendizaje. Además, destaca la importancia de la flexibilidad, la información oportuna y el uso de datos para ajustar las estrategias de aprendizaje.

Esta definición general de aprendizaje adaptativo requiere la comprensión de varios términos más que se encuentran en la literatura sobre este tema: herramientas de aprendizaje adaptativo, contenido adaptativo, secuencia y evaluación adaptativas. Las herramientas de aprendizaje adaptativo son tecnologías que se sincronizan con el proceso de aprendizaje y a menudo utilizan el aprendizaje automático. Estas tecnologías pueden adaptarse al progreso de los estudiantes y cambiar el aprendizaje en tiempo real mostrando diferentes contenidos o evaluaciones, presentando el material en diferentes secuencias que coinciden con la etapa de aprendizaje que cada estudiante individual ha alcanzado, alterando el tipo o el momento de la retroalimentación o adaptando el ritmo de aprendizaje.

El contenido adaptable significa que los materiales de aprendizaje se proporcionan en un formato que permite a los estudiantes avanzar a su propio ritmo a través del material. La adaptación del contenido puede lograrse dividiendo el contenido en componentes o simplemente permitiendo que el estudiante elija el volumen o el formato del material que se presenta. La secuenciación adaptativa consiste en elegir el contenido relevante, el nivel de dificultad y el orden del material de estudio basándose en el análisis de las actividades de aprendizaje, como la precisión de las respuestas en una o más evaluaciones, el número de intentos para completar una evaluación o los intereses de los estudiantes. La evaluación adaptativa se produce cuando las preguntas que se presentan se seleccionan en función de las respuestas a preguntas anteriores (Daugherty et al., 2022; Morze et al., 2021).

Por su parte, la función se considera uno de los conceptos más importantes de las matemáticas, ya que permite explorar y modelizar no solo estados, sino también procesos. El estudio de procesos y fenómenos mediante funciones es uno de los principales métodos de la ciencia moderna. Una función es una correspondencia entre elementos de dos conjuntos, establecida según una regla tal que

cada elemento del primer conjunto corresponde a uno y solo uno del segundo conjunto (Sotimboeva, 2022). Las funciones son un elemento esencial de la estructuración matemática y la modelización de problemas (por ejemplo, en estructuras algebraicas), así como un medio para comparar estructuras así obtenidas (por ejemplo, homomorfismos de estructuras). Una función matemática es una regla que da el valor de la variable dependiente correspondiente a determinados valores de una o varias variables independientes (Rathour et al., 2023).

Según Denbel (2015), existen al menos dos enfoques posibles para incluir funciones en el currículo escolar, enfoques que se han utilizado en diversos países durante las últimas décadas: El primero consiste en proporcionar al estudiantado experiencias con clases de funciones (lineales, cuadráticas, polinómicas, recíprocas, exponenciales y logarítmicas) a partir de las cuales se construye una definición general en la enseñanza secundaria; de este modo, las experiencias posteriores con clases de funciones pueden interpretarse como casos especiales del concepto de función. El segundo consiste en ofrecer al estudiantado experiencias con varias clases de funciones como objetos importantes por derecho propio en la estructura de aprendizaje de las matemáticas, pero a los estudiantes de secundaria no se les proporciona una definición general de este concepto, lo que conlleva el riesgo de que los estudiantes tengan muy poca oportunidad de comprender el concepto general.

Con relación a la inteligencia artificial (IA), se ha definido como un campo multidisciplinar que se centra en el desarrollo de máquinas inteligentes que puedan realizar tareas que habitualmente realizan los seres humanos (Mohamed et al., 2022). La IA implica estudiar, diseñar y desarrollar algoritmos y sistemas que puedan tomar decisiones basándose en lo que perciben y experimentan en su entorno. El aprendizaje automático, el procesamiento del lenguaje natural, la visión por computadora, la robótica, los sistemas expertos y otros subcampos forman parte de la IA (de-Lima-Santos & Ceron, 2021; Deng & Liu, 2018). La integración de la IA en la enseñanza de las matemáticas ofrece avances prometedores, pero también plantea desafíos potenciales. Lograr un equilibrio entre los avances impulsados por la IA y la preservación de los principios pedagógicos básicos es fundamental en el ámbito de la enseñanza y el aprendizaje (O. A. Opesemowo & Ndlovu, 2024).

La IA puede revolucionar la forma en que el estudiantado aprenden e interactúa con conceptos complejos en la enseñanza de las matemáticas, al permitir el diseño de experiencias de aprendizaje personalizadas, con sistemas que se pueden adaptar al ritmo de aprendizaje del estudiantado, que además pueden identificar sus fortalezas y debilidades al ofrecer contenidos y actividades específicas que pueden satisfacer las necesidades individuales de cada uno. Gracias a ella, el profesorado puede ofrecer experiencias de aprendizaje personalizadas y adaptadas a las necesidades y capacidades de cada estudiante. La IA también puede analizar los datos de rendimiento del estudiantado para identificar áreas de debilidad y proporcionar apoyo y recursos adicionales para ayudarles a mejorar su comprensión de los conceptos matemáticos (O. A. G. Opesemowo & Adewuyi, 2024). Con la tecnología de IA, las posibilidades de mejorar la educación matemática son infinitas. Se puede decir que la IA es la fuerza tecnológica impulsora de la primera mitad de este siglo y transformará prácticamente todas las industrias, si no los esfuerzos humanos en general (Davenport et al., 2019).

3. Metodología

La investigación se desarrolló bajo un enfoque cuantitativo, con un nivel comparativo y de diseño pre-experimental de pre y postest, sobre una muestra única de 192 estudiantes de undécimo grado de secundaria de un colegio público de Costa Rica. La muestra estuvo formada por 71 hombres (36,98 %) y 121 mujeres (63,02 %). El diseño de la investigación se esquematiza en la Figura 1.

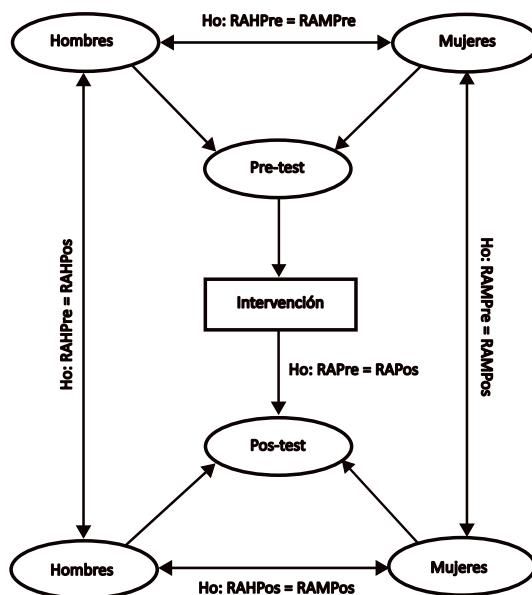


Figura 1: Esquema del diseño de la investigación.

3.1. Hipótesis planteadas

Del diseño se derivaron cinco hipótesis de investigación:

1. Primera hipótesis:

- **Ho:** El rendimiento académico en el aprendizaje de funciones matemáticas luego de la intervención no muestra diferencias significativas con el rendimiento académico antes de la intervención ($RAPre = RAPos$).
- **Ha:** El rendimiento académico en el aprendizaje de funciones matemáticas luego de la intervención es mayor al rendimiento académico antes de la intervención ($RAPre < RAPos$).

2. Segunda hipótesis:

- **Ho:** El rendimiento académico en el aprendizaje de funciones matemáticas en el pre-test no muestra diferencias entre hombres y mujeres ($RAHPre = RAMPre$).
- **Ha:** El rendimiento académico en el aprendizaje de funciones matemáticas en el pre-test muestra diferencias entre hombres y mujeres ($RAHPre \neq RAMPre$).

3. Tercera hipótesis:

- **Ho:** El rendimiento académico en el aprendizaje de funciones matemáticas en el pos-test no muestra diferencias entre hombres y mujeres ($RAHPos = RAMPos$).
- **Ha:** El rendimiento académico en el aprendizaje de funciones matemáticas en el pos-test muestra diferencias entre hombres y mujeres ($RAHPos \neq RAMPos$).

4. Cuarta hipótesis:

- **Ho:** El rendimiento académico de los hombres en el aprendizaje de funciones matemáticas no presenta diferencias significativas entre el pre y el pos test ($RAHPre = RAHPos$).

- **Ha:** El rendimiento académico de los hombres en el aprendizaje de funciones matemáticas es mayor en el pos test comparado con el pre test ($RAHPre < RAHPos$).

5. Quinta hipótesis:

- **Ho:** El rendimiento académico de las mujeres en el aprendizaje de funciones matemáticas no presenta diferencias significativas entre el pre y el pos test ($RAMPRe = RAMPoS$).
- **Ha:** El rendimiento académico de las mujeres en el aprendizaje de funciones matemáticas es mayor en el pos test comparado con el pre test ($RAMPRe < RAMPoS$).

3.2. Instrumento de recolección de datos

Como instrumento de recolección de datos, se utilizó la prueba evaluativa estándar, con la que se evaluaron ocho temas. Esta prueba es de aplicación general por parte del Ministerio de Educación de Costa Rica a nivel nacional y es validada por expertos del ministerio. La validación es realizada por profesores y asesores de matemáticas y triangulada por otros profesores y se escogen ítems a aplicarse. A partir de estas pruebas se genera un informe a los estudiantes del dominio de conocimiento en diversas áreas con base en notas sumativas. Se aplicó una prueba por cada tema, tomando como referencia una calificación promedio aprobatoria igual o superior a 70 puntos y una calificación promedio reprobatoria inferior a 70 puntos en base a una escala de 0 a 100 puntos, tomando como referencia los temas impartidos, es decir el promedio entre las calificaciones obtenidas en cada tema. La descripción de los temas se muestra en la Tabla 1.

Tema	Contenido
T1	Relacionar la gráfica de una ecuación con sus soluciones.
T2	Completar una tabla y graficar una función lineal.
T3	Comparar funciones lineales: gráficas y ecuaciones.
T4	Comparar funciones lineales: tablas, gráficas y ecuaciones.
T5	Identificar funciones lineales y no lineales: tablas.
T6	Encontrar valores usando gráficas de funciones.
T7	Completar la tabla de una función usando una gráfica.
T8	Dominio y rango de funciones.

Tabla 1: Contenido de los temas evaluados. Fuente: elaboración propia.

3.3. Desarrollo de la intervención

Para la intervención se utilizó la herramienta Smartick, diseñada para reforzar la comprensión de las matemáticas, así como para acelerar su aprendizaje y el desarrollo de las competencias matemáticas del estudiantado, con adaptación a diferentes niveles (De Castro Hernández & Gutiérrez del Álamo Rodríguez, 2016). Esta herramienta cuenta con juegos diseñados para potenciar las habilidades cognitivas y una sección de tutores que permite visualizar la evolución del estudiantado (Vintimilla-Córdoba et al., 2020). El desarrollo de la investigación se llevó a cabo en tres fases, que se detallan a continuación:

1. Fase 1: Diagnóstico o pre-test

En esta fase, se aplicó una prueba diagnóstica inicial al estudiantado objeto de estudio para evaluar su nivel de conocimiento sobre las funciones lineales. Los resultados se registraron para poder realizar comparaciones.

2. Fase 2: Intervención

El estudiantado utilizó la plataforma de aprendizaje adaptativo con IA (Smartick) durante un período de ocho semanas. La herramienta adaptó el nivel de dificultad y el contenido a las necesidades individuales del estudiantado en lo que respecta a las funciones.

Para ello, inicialmente se le proporcionó al estudiantado una capacitación detallada sobre el uso de Smartick. Se explicó cómo la plataforma adapta el nivel de dificultad y el contenido a sus necesidades individuales en este tema y se aseguró que el estudiantado comprendiera cómo acceder a los recursos y herramientas de la plataforma.

En segundo lugar, se establecieron los horarios para el uso de la plataforma por parte del estudiantado. Se monitorizó el progreso y se brindó apoyo técnico cuando fue necesario, garantizando así la dedicación de tiempo suficiente a cada tema de funciones.

En tercer lugar, se utilizaron las capacidades de la plataforma para recopilar datos sobre el tiempo dedicado a cada tema, el número de ejercicios completados, la precisión de las respuestas y el nivel de dificultad adaptado. Estos datos se exportaron de la plataforma en un formato adecuado para el análisis estadístico.

En cuarto lugar, se mantuvo la disponibilidad para resolver dudas técnicas y motivar a los estudiantes, pero sin dar explicaciones matemáticas que interfirieran con el trabajo de la plataforma. También se anotaron las dificultades generales en el uso de la plataforma y las dudas generales sobre los contenidos, en caso de existir.

3. Fase 3. Evaluación final (Pos-test)

Al final de la intervención, se aplicó una prueba de rendimiento con la misma estructura que la prueba inicial (diagnóstica), cuya función fue evaluar el rendimiento académico posterior del estudiantado sujeto de estudio respecto a su nivel de conocimiento de las funciones después de utilizar la plataforma de aprendizaje adaptativo con IA. Los datos registrados se trataron estadísticamente para su comparación con la prueba inicial y la comprobación de las hipótesis planteadas.

3.4. Tratamiento estadístico de los datos

Los datos recopilados se registraron, codificaron y se calcularon los porcentajes de aprobados por tema y por género, como base para establecer el rendimiento del estudiantado. Para ello, se utilizó una base de datos de Microsoft Excel desde la que se exportaron al software estadístico JASP 0.19.1, con el que se realizaron todas las pruebas estadísticas destinadas a comprobar las hipótesis planteadas y dar respuesta al objetivo de la investigación.

Inicialmente, los datos se analizaron desde una perspectiva descriptiva, en la que se calcularon medidas de tendencia central (media) y de dispersión (desviación estándar y coeficiente de variación), así como los rangos de porcentajes de aprobados. Con esta información, se hizo una comparación descriptiva de la tendencia observada en el rendimiento del estudiantado.

Para la prueba de hipótesis, se realizaron pruebas de hipótesis a través del factor de Bayes, que establece la comparación entre las hipótesis alternativa y nula en función de la probabilidad de ocurrencia de cada una. El factor de Bayes da prioridad a la hipótesis alternativa sobre la nula; $BF_{10} > 1$ indica la prevalencia de la Ha sobre la Ho, y $BF_{10} < 1$ demuestra que la Ho prevalece sobre la Ha (Ramos, 2021). El análisis bayesiano de comparación también indica el nivel de probabilidad o prevalencia de la hipótesis, desde un nivel marginal (probabilidad baja) hasta un nivel extremo (probabilidad muy alta), que dependen del valor de BF_{10} obtenido, como se observa en la Tabla 2.

Valor	Interpretación	Hipótesis
> 30	Muy fuerte	Hipótesis alternativa
10 – 30	Fuerte	Hipótesis alternativa
3.1 – 10	Moderado	Hipótesis alternativa
1.1 – 3	Débil	Hipótesis alternativa
1	0	No evidencia
0.3 – 0.9	Débil	Hipótesis nula
0.29 – 0.1	Moderado	Hipótesis nula
0.09 – 0.03	Fuerte	Hipótesis nula
< 0.03	Muy fuerte	Hipótesis nula

Tabla 2: Valores de interpretación cuantificables del factor de Bayes. Fuente: Ramos (2021).

4. Resultados

A continuación, se detallan los resultados obtenidos luego del desarrollo metodológico establecido en la investigación, con énfasis en la descripción de los hallazgos y las pruebas de las hipótesis planteadas.

4.1. Resultados descriptivos

En la Tabla 3, se muestran los resultados descriptivos en función a los porcentajes de aprobados en cada uno de los ocho temas evaluados.

Parámetro	Pre-test			Pos-test		
	Mujeres	Hombres	Total	Mujeres	Hombres	Total
Válidos	8	8	8	8	8	8
Media	12,46 %	8,45 %	11,00 %	60,40 %	71,83 %	64,00 %
DE	14,58	6,65	11,05	9,21	23,35	14,66
CV	1,17	0,79	1,00	0,15	0,33	0,23
Mínimo	0,00 %	1,41 %	1,04 %	47,93 %	35,21 %	45,31 %
Máximo	42,98 %	18,31 %	33,33 %	76,86 %	95,77 %	79,69 %

Tabla 3: Estadística descriptiva de los resultados obtenidos. DE: Desviación Estándar; CV: Coeficiente de Variación. Fuente: elaboración propia.

Respecto al pre-test, se observa que el porcentaje medio de aprobados fue bajo (11,00 %), con una alta dispersión, como lo indican la desviación estándar y un coeficiente de variación de aproximadamente 100 %. Lo anterior se refleja también en los valores mínimo y máximo, que generan un rango de valores que van desde aproximadamente un 1,00 % de aprobados hasta un 33,33 %. El tema que presentó mayor dificultad para el estudiantado fue el Tema 3 (Comparar funciones lineales: gráficas y ecuaciones), donde solo aprobaron dos estudiantes, y el tema con mayor cantidad de aprobados fue el Tema 7 (Completar la tabla de una función usando una gráfica), con 64 aprobados.

En el caso del pos-test, se observa una mayor cantidad de aprobados con una media del 64,00 % y un CV que denota una menor dispersión de puntos, lo que se refleja en valores mínimo y máximo de entre

el 45,31 y el 79,69 %, respectivamente. En el pos-test, el tema con menor porcentaje de aprobados fue el Tema 5 (Identificar funciones lineales y no lineales: tablas), con 87 aprobados, y el que tuvo mayor cantidad fue el Tema 2 (Completar una tabla y graficar una función lineal), con 153 aprobados.

Con relación al género, se observó que, en el pre-test, las mujeres superaban a los hombres en cuanto al porcentaje de aprobación con una media mayor; sin embargo, presentaron una mayor dispersión de puntos, incluso en un tema en el que no hubo aprobación por parte de las mujeres: el Tema 3 (Comparar funciones lineales: gráficas y ecuaciones). Los hombres tuvieron un mínimo de 1,41 % de aprobación, correspondiente al Tema 8 (dominio y rango de funciones), donde solo aprobó uno; los temas de mayor aprobación fueron, en las mujeres, el Tema 7 con 52 aprobaciones, y en los hombres, el Tema 5 con 13 aprobaciones.

En el pos-test, la tendencia se invirtió y los hombres fueron los que obtuvieron un mayor porcentaje medio de aprobación, aunque con un mayor rango de dispersión de puntos. En el pos-test, las mujeres tuvieron un menor porcentaje de aprobación en el Tema 8, con 58 aprobadas, y los hombres, una menor aprobación en el Tema 5, con un total de 25 aprobaciones. Los temas de mayor aprobación fueron, para las mujeres, el Tema 2, con 93 aprobaciones, y para los hombres, el tema 7, con 50 aprobaciones.

4.2. Comprobación de las hipótesis

- Primera hipótesis:** En la primera hipótesis se planteó de forma general la influencia de la intervención aplicada mediante la herramienta de aprendizaje adaptativo con IA en el rendimiento del estudiantado en los conocimientos sobre funciones matemáticas, estableciéndose las hipótesis estadísticas:

$$H_0: RAPre = RAPos$$

$$H_a: RAPre < RAPos$$

Los resultados del análisis a través de factor de Bayes se muestran en la Figura 2.

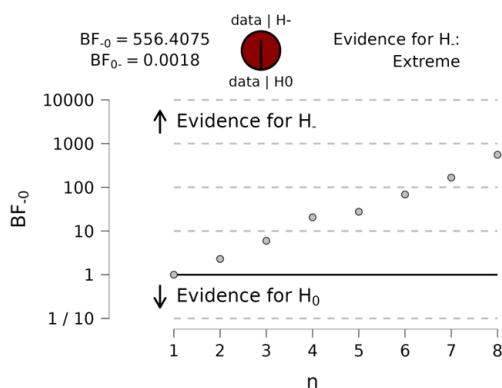


Figura 2: Resultados de la prueba de factor de Bayes para la primera hipótesis. Fuente: Software JASP (University of Amsterdam, 2024).

La evidencia reportada en la prueba estadística indica una probabilidad extrema de que se cumpla la hipótesis alternativa, con un $BF_{-0} = 556,41 > 30$, lo que significa que se cumple la hipótesis alternativa con un nivel muy fuerte. Este resultado implica que el rendimiento del estudiantado después de la intervención es mayor al que presentaban antes de la misma y la diferencia es significativa, lo que comprueba la eficiencia de la herramienta de aprendizaje adaptativo con IA para potenciar el conocimiento en funciones matemáticas.

- Segunda hipótesis:** La segunda hipótesis plantea la no diferenciación en el rendimiento académico entre hombres y mujeres en el pre-test, es decir:

$$H_0: RAMPre = RAHPre$$

$H_a: RAMPre \neq RAHPre$

La comparación entre los porcentajes de aprobados se muestra en la Figura 3.

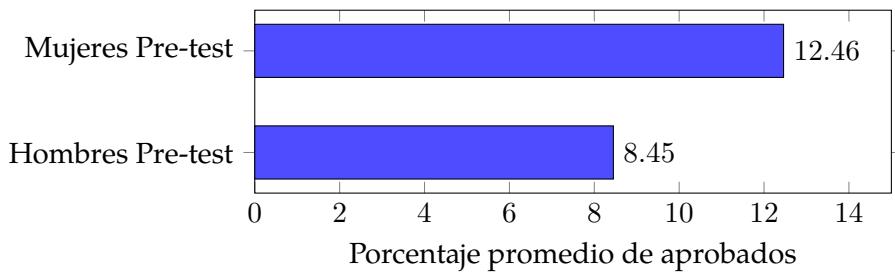


Figura 3: Comparación entre los porcentajes de aprobados (mujeres y hombres) en el pre-test. Fuente: elaboración propia.

En la Figura 4 se muestra el resultado arrojado por la prueba estadística en función al factor de Bayes.

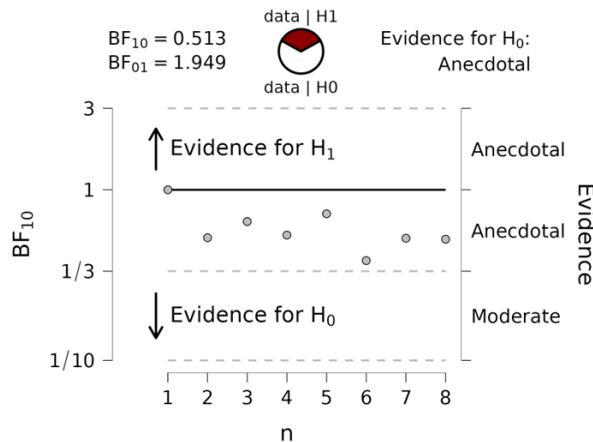


Figura 4: Resultados de la prueba de factor de Bayes para la segunda hipótesis. Fuente: Software JASP (University of Amsterdam, 2024).

En este caso se observa que, el valor del factor de Bayes ($BF_{10} = 0,513$) es menor a la unidad, lo que denota una evidencia probabilística que favorece a la hipótesis nula (H_0). Esta evidencia se presenta como marginal, es decir el nivel de la probabilidad es débil por estar entre 0,3 y 0,9 (Tabla 2). Lo anterior predice que no existe evidencia estadística de diferencia en el rendimiento de mujeres y hombres cuando se les aplicó la prueba diagnóstica (pre-test), por lo tanto, ambos grupos iniciaron con un conocimiento similar en cuanto a las funciones matemáticas.

3. **Tercera hipótesis:** Según lo planteado, la tercera hipótesis trató sobre la no diferenciación del rendimiento de las mujeres y los hombres en cuanto a sus conocimientos en funciones matemáticas luego de ser intervenidos con la herramienta de aprendizaje adaptativo con IA:

$H_0: RAMPos = RAHPos$

$H_a: RAMPos \neq RAHPos$

Para observar la comparación entre los porcentajes de aprobados, en la Figura 5 se muestra gráficamente.

Los resultados de la prueba basada en el factor de Bayes se muestran en la Figura 6.

Se observó una evidencia probabilística que favoreció a la hipótesis alternativa de forma marginal, con un $BF_{10} = 1,023 > 1$, aunque se puede considerar que el factor es aproximadamente la unidad lo que daría una evidencia nula, sin embargo, se puede decir que, aun cuando la evidencia es de nivel débil, el rendimiento mayor de los hombres en el pos-test es significativo, por lo que en este caso se descarta la hipótesis nula y se acepta la alternativa.

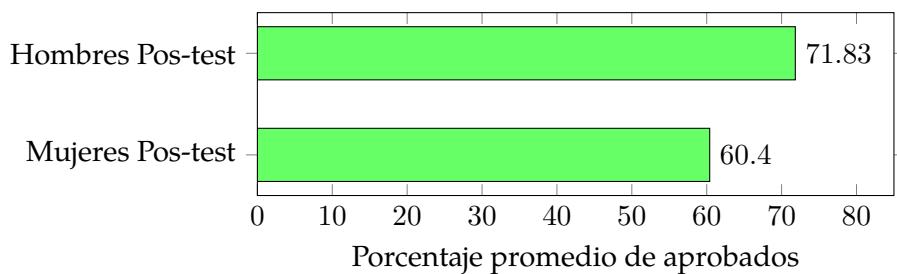


Figura 5: Comparación entre los porcentajes de aprobados (mujeres y hombres) en el pos-test. Fuente: elaboración propia.

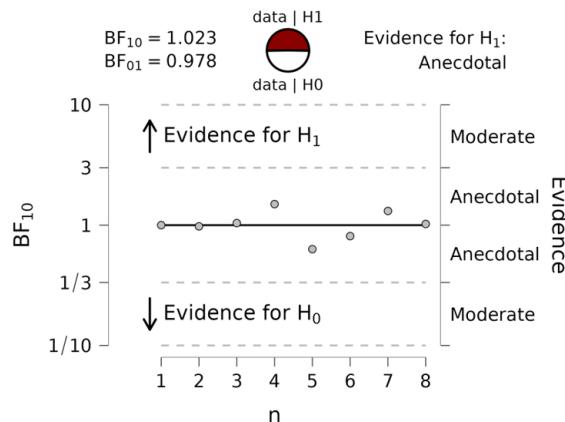


Figura 6: Resultados de la prueba de factor de Bayes para la tercera hipótesis. Fuente: Software JASP (University of Amsterdam, 2024).

4. **Cuarta hipótesis:** En este caso se buscó comprobar si la intervención realizada logró un efecto positivo en el rendimiento de los hombres, por lo que se propusieron las hipótesis:

$H_0: RAHP_{Pre} = RAHP_{Pos}$

$H_a: RAHP_{Pre} < RAHP_{Pos}$

El resultado luego de la aplicación de la prueba de factor de Bayes sobre los datos recopilados para los hombres se detalla en la Figura 7.

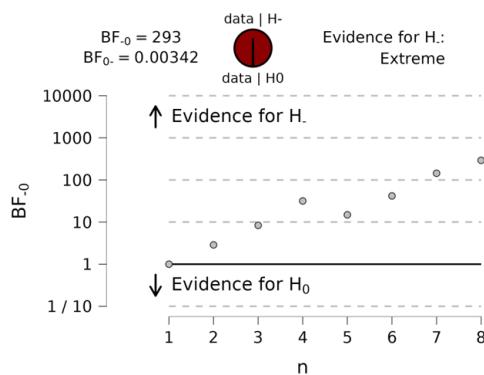


Figura 7: Resultados de la prueba de factor de Bayes para la cuarta hipótesis. Fuente: Software JASP (University of Amsterdam, 2024).

La evidencia probabilística fue contundente al inclinarse por la hipótesis alternativa con $BF_{-0} = 293 > 1$, mostrándose como extrema y de nivel muy fuerte. Esto indica de forma significativa que la tendencia es hacia un rendimiento superior y significativo en los conocimientos de funciones matemáticas por parte de los hombres luego de la intervención, por lo que se debe descartar la hipótesis nula y aceptarse la alternativa.

5. **Quinta hipótesis:** En este caso se buscó comprobar si la intervención realizada logró un efecto positivo en el rendimiento de las mujeres, por lo que se propusieron las hipótesis:

$$H_0: RAMPre = RAMPos$$

$$H_a: RAMPre < RAMPos$$

El resultado luego de la aplicación de la prueba de factor de Bayes sobre los datos recopilados para las mujeres se detalla en la Figura 8.

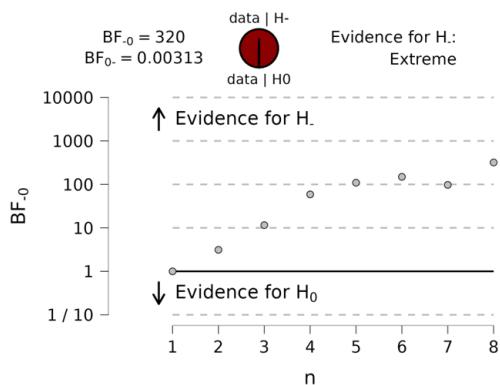


Figura 8: Resultados de la prueba de factor de Bayes para la quinta hipótesis. Fuente: Software JASP (University of Amsterdam, 2024).

Se observó como la evidencia estadística presentó una tendencia manifiesta hacia la hipótesis alternativa ($BF_{-0} = 320 > 1$), siendo la misma extrema y con un nivel muy alto. Este resultado demuestra que la intervención con la herramienta de aprendizaje adaptativo con IA logró un aumento en el rendimiento en el conocimiento de las funciones matemáticas de las mujeres, el cual fue significativo en comparación con el rendimiento antes de la intervención, por lo que se descarta la hipótesis nula y se acepta la alternativa.

5. Discusión

Es indiscutible la importancia de las estrategias didácticas centradas en el estudiantado y, en el caso específico de la presente investigación, el aprendizaje adaptativo con IA, que ha demostrado su eficiencia para aumentar significativamente las competencias matemáticas y, en especial, el rendimiento académico relacionado con el conocimiento de las funciones matemáticas.

Desde la perspectiva descriptiva, esta mejora es evidente al observar el aumento porcentual de los aprobados tras realizar la intervención con la herramienta tecnológica para el aprendizaje adaptativo con IA, donde se pasó de un máximo del 33,33 % a un 79,69 % de aprobación. Respecto a la comparación entre hombres y mujeres, se observó que, al inicio, las mujeres presentaron un mayor rendimiento que los hombres; sin embargo, esta tendencia se invirtió en la evaluación final del rendimiento, donde los hombres superaron el porcentaje de aprobación de las mujeres, lo que sugiere que los hombres aprovecharon mejor las estrategias de aprendizaje adaptativo, aunque las mujeres también manifestaron un importante incremento en el porcentaje de aprobación.

Los resultados obtenidos son coherentes con los de Dabingaya (2022), quien mostró que las puntuaciones del grupo experimental que utilizó una plataforma de aprendizaje adaptativo potenciada por IA tras la evaluación aumentaron significativamente, mostrando una mejor competencia matemática, con un aumento del 22,66 % en el rendimiento académico en matemáticas. Tan (2022) también coincide en afirmar que las plataformas de aprendizaje adaptativo mejoran la gestión del plan de estudios y enseñan conocimientos avanzados sobre la enseñanza complementaria de matemáticas. Sin embargo, Gallagher et al. (2020) señalan que, en el aprendizaje adaptativo aplicado a la enseñanza de las

matemáticas, la actividad del profesorado es clave para el éxito, ya que deben prestar atención a los estímulos, a la metacognición y a la interpretación y el análisis por parte del estudiantado.

Lo anterior indica que la tecnología no es la única responsable del aumento del rendimiento en matemáticas. Una opinión contraria la presentan Sjaastad y Tømte (2018), quienes concluyeron que los sistemas de aprendizaje adaptativo ofrecen actividades matemáticas en las que el estudiantado se mueve en el sistema según patrones predeterminados, incapaces de explorar sus propias percepciones e ideas, ya que no controlan su propio proceso de aprendizaje y las actividades son esfuerzos totalmente individuales, de ahí que estos sistemas pueden contribuir a que el estudiantado desarrolle una visión estrecha del conocimiento matemático como algo procedimental, fijo e individualista.

Los resultados descriptivos se corroboraron estadísticamente al comprobarse que la evidencia probabilística basada en el factor de Bayes se inclina fuertemente hacia la hipótesis de que el rendimiento del estudiantado es mayor tras la intervención con la herramienta de aprendizaje adaptativo con IA. Esto demuestra que la intervención fue efectiva y que el estudiantado mejoró su conocimiento y comprensión de las funciones matemáticas tras utilizar el aprendizaje adaptativo.

En este contexto, Chávez-Torres (2019) también aportó evidencia cuantitativa de la eficiencia de la tecnología de aprendizaje adaptativo en la resolución de problemas matemáticos, demostrando que la mayoría del estudiantado pudo resolver correctamente más del 70 % de los problemas abordados con la mediación tecnológica y la retroalimentación generada por la propia herramienta digital. En este mismo orden de ideas, Parra-Rojas (2023) demostraron una relación causal entre el aprendizaje adaptativo y el rendimiento académico en el aprendizaje de las matemáticas, observando que un aumento en el uso de la plataforma de aprendizaje adaptativo genera a su vez un aumento en el rendimiento, lo que es consistente con el resultado presentado en la presente investigación.

El análisis del rendimiento de hombres y mujeres reveló que, antes de la intervención, no se evidenciaron diferencias de género relacionadas con el rendimiento del grupo. Esto se debe a que el factor de Bayes mostró una probabilidad estadísticamente significativa en favor de la hipótesis de igualdad de grupos en el pre-test. Por otro lado, el análisis posterior a la intervención mostró una tendencia de nivel bajo hacia la hipótesis de desigualdad en el pos-test, lo que indica una diferencia en el rendimiento que favorece a los hombres. Las diferencias en la forma de abordar el aprendizaje adaptativo entre hombres y mujeres han sido objeto de estudio en investigaciones previas, como la de Chipangura y Aldridge (2019), quienes indicaron que en su muestra de estudio se evidenciaron interacciones estadísticamente significativas entre la exposición a una plataforma multimedia de aprendizaje adaptativo y el género en las orientaciones de los objetivos de aprendizaje, el valor de la tarea y la autoeficacia, siendo los hombres más comprometidos que las mujeres.

Otro trabajo que coincide en las diferencias entre hombres y mujeres a la hora de utilizar las plataformas de aprendizaje adaptativo y aprender con ellas matemáticas es el de Pilotti et al. (2022), que mostraron que el rendimiento matemático de los hombres se ve beneficiado por la autoeficacia, mientras que el de las mujeres no se ve afectado por ninguna de las disposiciones estudiadas en su investigación, lo que sugiere que se deben tener en cuenta las diferencias en la forma de abordar el aprendizaje adaptativo por parte del estudiantado en función del género.

Este tema también fue tratado por Valle et al. (2016), quienes afirmaron que los hombres presentan mayor competencia en matemáticas en comparación con las mujeres debido a una mayor motivación y mostrando niveles de ansiedad más bajos ante esta asignatura, según un estudio con estudiantes de primaria. Desde una perspectiva psicológica, Arroyo et al. (2013) observaron diferencias antes, durante y después del uso de un software de tutoría adaptativa. Las mujeres fueron más receptivas que los hombres a la hora de buscar y aceptar la ayuda proporcionada por el sistema de tutoría y a dedicar tiempo a analizar las pistas; también expresaron emociones positivas con mayor frecuencia; este no fue el caso de los hombres.

6. Conclusiones

Se concluye que el uso de la plataforma de aprendizaje adaptativo Smartick fue eficiente para mejorar las competencias en el conocimiento de funciones matemáticas en el estudiantado de undécimo año de educación, ya que potenció la comprensión y las competencias en el aprendizaje de las matemáticas. Esto se corroboró estadísticamente al obtenerse una evidencia probabilística favorable a la hipótesis planteada de que el rendimiento académico del estudiantado es mayor después de la intervención que antes de ésta.

Tanto los hombres como las mujeres mejoraron significativamente su rendimiento tras la intervención, aunque se evidenció que luego de ésta existe una diferencia significativa entre el rendimiento de hombres y mujeres, con tendencia a ser mayor en los primeros, lo que es consistente con trabajos previos que indican que existen diferencias en la forma en que ambos géneros abordan el aprendizaje adaptativo de las matemáticas, lo que evidentemente es determinante en la forma de aprender y en el rendimiento obtenido.

Se debe profundizar en el uso de plataformas tecnológicas como la utilizada para mejorar las competencias y habilidades del estudiantado en matemáticas, haciendo hincapié en otras habilidades como la resolución de problemas y la comprensión de principios que pueden potenciar y mejorar el rendimiento del estudiantado con vistas a la excelencia y el aprendizaje significativo.

Contribución de las personas autoras: Todas las secciones fueron elaboradas por Jorge Alonso Díaz Porras.

Accesibilidad de los datos: Los datos se encuentran disponibles en archivos personales de los autores y pueden ser solicitados a través del correo electrónico: lic.regionaldeflores@mep.go.cr.

Referencias

- Arroyo, I., Burleson, W., Tai, M., Muldner, K., & Woolf, B. P. (2013). Gender differences in the use and benefit of advanced learning technologies for mathematics. *Journal of Educational Psychology*, 105(4), 957-969. <https://doi.org/10.1037/a0032748>
- Cepeda-Triana, S., Anzules-Ballesteros, J., & Maliza-Cruz, W. (2025). Valoración de Scratch en el aprendizaje adaptativo de matemáticas en estudiantes de octavo año de educación básica. 593 *Digital Publisher CEIT*, 10(1), 371-387. <https://doi.org/10.33386/593dp.2025.1.2828>
- Chávez-Torres, Á. F. (2019). Uso de la tecnología en el aprendizaje adaptativo: propuesta para favorecer la resolución de problemas matemáticos en primaria [DOI no disponible]. *Educando para educar*, (37), 71-89. <https://beceneslp.edu.mx/ojs2/index.php/epe/article/view/50>
- Chipangura, A. T., & Aldridge, J. (2019). Multimedia: Students' Adaptive Learning Engagement in Mathematics Classrooms. *International Journal for Mathematics Teaching and Learning*, 20(2), 193-211. <https://doi.org/10.4256/ijmtl.v20i2.71>
- Dabingaya, M. (2022). Analyzing the Effectiveness of AI-Powered Adaptive Learning Platforms in Mathematics Education. *Interdisciplinary Journal Papier Human Review*, 3(1), 1-7. <https://doi.org/10.47667/ijphr.v3i1.226>
- Daugherty, K., Morse, R., Schmauder, A. R., Hoshaw, J., & Taylor, J. (2022). Adjusting the Future of Adaptive Learning Technologies via a SWOT Analysis. *Intersection: A Journal at the Intersection of Assessment and Learning*, 3(2), 1-14. <https://doi.org/10.61669/001c.36295>

- Davenport, T., Guha, A., Grewal, D., & Bressgott, T. (2019). How artificial intelligence will change the future of marketing. *Journal of the Academy of Marketing Science*, 48(1), 24-42. <https://doi.org/10.1007/s11747-019-00696-0>
- De Castro Hernández, C., & Gutiérrez del Álamo Rodríguez, P. (2016). Integración curricular de una plataforma online para el aprendizaje de las matemáticas en educación primaria. *EDMETIC*, 5(1), 143. <https://doi.org/10.21071/edmetic.v5i1.4020>
- de-Lima-Santos, M. F., & Ceron, W. (2021). Artificial intelligence in news media: current perceptions and future outlook. *Journalism and Media*, 3(1), 13-26. <https://doi.org/10.3390/journalmedia3010002>
- Denbel, D. G. (2015). Functions in the Secondary School Mathematics Curriculum. *Journal of Education and Practice*, 6(1), 77-81.
- Deng, L., & Liu, Y. (2018). A joint introduction to natural language processing and to deep learning. En L. Deng & Y. Liu (Eds.), *Deep Learning in Natural Language Processing*. Springer. https://doi.org/10.1007/978-981-10-5209-5_1
- Gallagher, M. A., Parsons, S. A., & Vaughn, M. (2020). Adaptive teaching in mathematics: a review of the literature. *Educational Review*, 74(2), 298-320. <https://doi.org/10.1080/00131911.2020.1722065>
- Hwang, G.-J., Sung, H.-Y., Chang, S.-C., & Huang, X.-C. (2020). A fuzzy expert system-based adaptive learning approach to improving students' learning performances by considering affective and cognitive factors. *Computers and Education: Artificial Intelligence*, 1, 100003. <https://doi.org/10.1016/j.caeari.2020.100003>
- Mejía, A. M. (2024). Estrategias para el aprendizaje de las funciones algebraicas en los estudiantes de cálculo diferencial. *DIALÉCTICA*, 2(22), 560-596. <https://doi.org/10.56219/dialctica.v2i22.2653>
- Meza Cascante, G., Agüero Calvo, E., & Suárez Valdez Ayala, Z. (2019). Reforma de la educación matemática en Costa Rica: evaluación de avance de la implementación en la educación secundaria. *Revista Digital: Matemática, Educación e Internet*, 19(2), 1-26. <https://doi.org/10.18845/rdmei.v19i2.4218>
- Mohamed, M. Z. B., Hidayat, R., Suhaizi, N. N. B., Sabri, N. B. M., Mahmud, M. K. H. B., & Baharuddin, S. N. B. (2022). Artificial intelligence in mathematics education: A systematic literature review. *International Electronic Journal of Mathematics Education*, 17(3), em0694. <https://doi.org/10.29333/iejme/12132>
- Morze, N., Varchenko-Trotsenko, L., Terletska, T., & Smyrnova-Trybulskaya, E. (2021). Implementation of adaptive learning at higher education institutions by means of Moodle LMS. *Journal of Physics: Conference Series*, 1840(1), 012062. <https://doi.org/10.1088/1742-6596/1840/1/012062>
- Opesemowo, O. A., & Ndlovu, M. (2024). Artificial intelligence in mathematics education: The good, the bad, and the ugly. *Journal of Pedagogical Research*, 8(3), 333-346. <https://doi.org/10.33902/jpr.202426428>
- Opesemowo, O. A. G., & Adewuyi, H. O. (2024). A systematic review of artificial intelligence in mathematics education: The emergence of 4IR. *Eurasia Journal of Mathematics, Science and Technology Education*, 20(7), em2478. <https://doi.org/10.29333/ejmste/14762>

- Pai, K. C., Mitra, S., & Chari, S. M. (2020). Novel TLS Signature Extraction for Malware Detection. *2020 IEEE International Conference on Electronics, Computing and Communication Technologies (CO-NECCT)*. <https://doi.org/10.1109/conecct50063.2020.9198590>
- Parra-Rojas, B. A. (2023). Metodología de aprendizaje adaptativo en el área de las matemáticas. *Revista Docencia Universitaria*, 24(2), 31-57. <https://doi.org/10.18273/revdu.v24n2-2023003>
- Pilotti, M. A. E., Abdelsalam, H., Anjum, F., Muhi, I., Nasir, S., Daqqa, I., Gunderson, G. D., & Latif, R. M. (2022). Adaptive Individual Differences in Math Courses. *Sustainability*, 14(13), 8197. <https://doi.org/10.3390/su14138197>
- Rachmad, Y. E. (2022). *Adaptive Learning Theory*. La Paz Costanera Publicaciones Internacionales. <https://doi.org/10.17605/osf.io/vfz38>
- Ramos, C. A. (2021). Uso del factor Bayes durante el análisis estadístico: un ejemplo. *Revista Eugenio Espejo*, 15(3), 1-3. <https://doi.org/10.37135/ee.04.12.01>
- Rathour, L., Obradovic, D., Narayan Mishra, L., Khatri, K., & Narayan Mishra, V. (2023). Application of the Function in Basic Mathematics. *International Journal of Advanced Science and Engineering*, 9(4), 3144-3150. <https://doi.org/10.29294/ijase.9.4.2023.3144-3150>
- Sánchez-Ávila, A. (2021). Desafíos para la formación de docentes en matemática en Costa Rica. *Innovaciones Educativas*, 23(34), 209-212. <https://doi.org/10.22458/ie.v23i34.3585>
- Šarmanová, J., & Kostolányová, K. (2015). Adaptive E-Learning: From Theory to Practice. *International Journal of Information and Communication Technologies in Education*, 4(4), 34-47. <https://doi.org/10.1515/ijicte-2015-0018>
- Sjaastad, J., & Tømte, C. (2018). Adaptive learning systems in mathematics classrooms. En M. Shelley & S. A. Kiray (Eds.), *Education research highlights in mathematics, science and technology* (pp. 30-46). ISRES Publishing.
- Sotimboeva, Z. (2022). Function in mathematics – definition, properties and examples with solution.
- Tan, J. (2022). Information Analysis of Advanced Mathematics Education – Adaptive Algorithm Based on Big Data. *Mathematical Problems in Engineering*, 2022(1), 1-9. <https://doi.org/10.1155/2022/7796681>
- Tocto Maldonado, J. S., Vivanco-Román, J., & Quizhpe Uchuari, I. A. (2023). Dificultades en el aprendizaje del concepto de función en estudiantes de pedagogía de las matemáticas y la física. *Ciencia Latina Revista Científica Multidisciplinaria*, 7(2), 7225-7244. <https://doi.org/10.37811/clrcm.v7i2.5864>
- Trujillo, M., Atarés, L., Canet, M. J., & Pérez-Pascual, M. A. (2023). Learning Difficulties with the Concept of Function in Maths: A Literature Review. *Education Sciences*, 13(5), 495. <https://doi.org/10.3390/educsci13050495>
- University of Amsterdam. (2024). JASP [Software (version 0.19.1)].
- Valle, A., Regueiro, B., Piñeiro, I., Sánchez, B., Freire, C., & Ferradás. (2016). Actitudes hacia las matemáticas en estudiantes de Educación Primaria. Diferencias en función del curso y del género. *European Journal of Investigation in Health, Psychology and Education*, 6(2), 119-132. <https://doi.org/10.1989/ejihpe.v6i2.161>

- Vesga Bravo, G. J., & de Losada, M. F. (2018). Creencias epistemológicas de docentes de matemáticas en formación y en ejercicio sobre las matemáticas, su enseñanza y aprendizaje. *Revista Colombiana de Educación*, (74), 243. <https://doi.org/10.17227/rce.num74-6909>
- Vintimilla-Córdova, S. I., García-Herrera, D. G., Álvarez-Lozano, M. I., & Erazo-Álvarez, J. C. (2020). Smartick para el aprendizaje de matematica en estudiantes con necesidades educativas especiales. *EPISTEME KOINONIA*, 3(6), 222. <https://doi.org/10.35381/e.k.v3i6.823>
- Xiao, M., & Yi, H. (2020). Building an efficient artificial intelligence model for personalized training in colleges and universities. *Computer Applications in Engineering Education*, 29(2), 350-358. <https://doi.org/10.1002/cae.22235>