Rod Cutting-Problem

Integrantes

- Christian Echeverría 221441
- Gustavo Cruz 22779
- Josué Say 22801
- Mathew Cordero 22982
- Pedro Guzmán 22111

1. Identificación de Decisiones y Subproblemas en el rod-cutting problem

Decisión:

En cada paso del proceso, se debe decidir cómo cortar la barra para obtener las piezas deseadas. Para una barra de longitud n, se puede elegir cortarla en una posición k donde $1 \leq k < n$, obteniendo dos piezas, una de longitud k y otra de longitud $n - k$. Luego, cada pieza debe ser considerada como un subproblema en sí mismo.

Subproblemas:

Los subproblemas consisten en encontrar la mejor manera de cortar una barra de longitud j, donde $j < n$, para obtener las piezas necesarias con el costo mínimo. Cada subproblema es independiente y puede resolverse de manera óptima.

2. Demuestre que el rod-cutting problem exhibe subestructura óptima

Para demostrar que el problema de rod-cutting exhibe subestructura óptima, se deben de considerar los siguientes aspectos:

Base de la Inducción:

Si $n = 0$, es decir que la barra está vacía, el costo es 0. Si $n = 1$, el costo es el costo de la barra unitaria.

Hipótesis de Inducción:

Sí suponemos que para todas las longitudes menores que n, ya se conoce cómo particionarlas óptimamente.

Paso de la Inducción:

Si se considera una barra de longitud n. Y luego la decidimos cortarla en dos partes: una de longitud i y otra de longitud $n - i$, donde $1 \leq i < n$. El costo total será el costo de la barra de longitud i más el costo de la barra de longitud $n - i$.

Matemáticamente, podemos expresar esto como:

$$\texttt{Costo}(n) = \min_{1 \leq i < n} (\texttt{Costo}(i) + \texttt{Costo}(n - i))$$

La optimalidad de esta elección se basa en que, al elegir el punto de corte i que minimiza el costo total, aseguramos que cada parte restante también sea optimizada.

Esto es posible debido a que cada subproblema $Costo(i)$ y $Costo(n-i)$ está resuelto con optimalidad por la hipótesis inductiva.

Conclusión:

Por lo tanto, la elección de cortar en un punto i que minimice el costo total asegura que cada subproblema también esté resuelto con optimalidad. Esto demuestra que el problema de rod-cutting exhibe subestructura óptima.