

UNIVERSIDADE DE LISBOA
FACULDADE DE CIÊNCIAS
DEPARTAMENTO DE ENGENHARIA GEOGRÁFICA, GEOFÍSICA E ENERGIA



Participação da geração renovável no mercado de reservas de um sistema eléctrico

João Pedro Passagem dos Santos

Mestrado em Engenharia da Energia e Ambiente

Versão Provisória

Dissertação orientada por:
Doutor Hugo Algarvio
Professora Doutora Ana Estanqueiro

Agradecimentos

Começo por agradecer à minha família, que me acompanhou sempre neste longo e atribulado percurso académico.

Agradeço a todos os amigos que me inspiraram e me fizeram crescer pessoal, profissional e academicamente.

Um agradecimento especial à Ana, pelo companheirismo, apoio, jantares e trabalho constante de me manter em rumo.

Por último agradeço aos meus orientadores, a professora Doutora Ana Estanqueiro pela forte inspiração e confiança, e em especial ao Doutor Hugo Algarvio, pelo apoio, liderança, paciência e disponibilidade durante todo o tempo de realização deste trabalho.

João Pedro Passagem dos Santos

Resumo

A crescente penetração de fontes de energia renováveis variáveis no tempo, vRES, no sistema elétrico, como a solar ou eólica, está a transformar significativamente os mercados de eletricidade, devido à sua natureza intermitente e imprevisível. Isso torna as previsões de produção e consumo de energia mais desafiantes, especialmente porque os mercados fecham entre 1 e 37 horas antes da entrega real da energia, podendo originar discrepâncias entre as energias contratadas e necessárias. Manter o equilíbrio entre a oferta e a procura em tempo real é vital para a segurança e estabilidade da rede, função que recai principalmente sobre os operadores de redes de transporte (TSO).

Os TSO utilizam mercados de reserva de energia, onde adquirem de forma simétrica potência secundária ascendente e descendente, com base em previsões de procura para as horas subsequentes. No entanto, essa abordagem é ineficaz face às flutuações das renováveis, levando à necessidade de ajustes mais dinâmicos e precisos.

Este trabalho propõe um estudo de parâmetros fórmula do TSO português para a previsão de reserva necessária (ρ), onde, usando os dados históricos horários no período de 2010 a 2019, é calculado o ρ que apresente menor erro na previsão, atingindo erros inferiores a 5%.

O presente trabalho propõe também um modelo *machine learning* para calcular dinamicamente as reservas de potência secundária, utilizando dados operacionais abertos do TSO espanhol. O modelo foi treinado com dados no período de 2014 a 2023, e validado com dados de referência de 2019 a 2022. A metodologia proposta demonstra uma melhoria significativa na utilização das reservas de potência secundária, com um aumento de aproximadamente 47% na eficiência das reservas ascendentes e cerca de 42% nas reservas descendentes. Este avanço contribui para uma gestão mais eficiente e equilibrada do sistema elétrico, especialmente em cenários com elevada penetração de vRES.

Palavras chave: sistemas de reserva, mercados de energia, redes neuronais, previsões

Abstract

The growing penetration of *variable Renewable Energy Systems* (vRES) into the electricity system, such as solar or wind, is significantly transforming the electricity markets due to their intermittent and unpredictable nature. This makes forecasting energy production and consumption more challenging, especially as markets close between 1 and 37 hours before the actual delivery of energy, which can lead to discrepancies between contracted and required energy. Maintaining the balance between supply and demand in real time is vital for the security and stability of the network, a task that falls mainly to the *Transmission System Operators* (TSO).

TSOs use power reserve markets, where they symmetrically purchase upward and downward secondary power based on demand forecasts for subsequent hours. However, this approach is ineffective in the face of renewable fluctuations, leading to the need for more dynamic and precise adjustments.

This work proposes a study of the parameters of the Portuguese TSO formula for forecasting the reserve requirement (ρ), where, using historical hourly data for the period 2010 to 2019, the ρ that presents the smallest error in the forecast is calculated, reaching errors of less than 5%.

This work also proposes a *machine learning* model to dynamically calculate secondary power reserves using open operational data from the Spanish TSO. The model was trained with data from 2014 to 2023 and validated with reference data from 2019 to 2022. The proposed methodology demonstrates a significant improvement in the utilisation of secondary power reserves, with an increase of approximately 47% in the efficiency of upward reserves and around 42% in downward reserves. This advance contributes to more efficient and balanced management of the electricity system, especially in scenarios with high vRES penetration.

Palavras chave: reserve systems, energy markets, neural networks, forecast

Nomenclatura

Siglas e acrónimos

aFRR	<i>automatic Frequency Restoration Reserve</i>
AR	Auto-Regressivos
ARMA	Auto-Regressivos de Média Móvel
CNN	<i>Convolutional neural network</i>
DA	<i>Day-Ahead</i>
ENTSO-E	<i>European Network of Transmission System Operators for Electricity</i>
ESIOS	<i>Sistema de Información del Operador del Sistema</i>
FCNN	<i>Fully Connected Neural Network</i>
FCR	<i>Frequency Containment Reserve</i>
GGS	Gestor Global de Sistema
LSTM	<i>Long Short-Term Memory</i>
MA	Média Móvel
MAE	<i>Mean Absolute Error</i>
mFRR	<i>manual Frequency Restoration Reserve</i>
MIBEL	Mercado Ibérico de Eletricidade
MSE	<i>Mean Squared Error</i>
MSLE	<i>Mean Squared Logarithmic Error</i>
ODS	Objetivos de Desenvolvimento Sustentável
OMIE	<i>Operador del Mercado Ibérico de Energía - Pólo Espanhol, S.A</i>
OMIP	Operador do Mercado Ibérico de Energia Português, Sociedade Gestora do Mercado Regulamentado, S.A.
REE	<i>Red Eléctrica de España</i>
REN	Redes Energéticas Nacionais
RNN	<i>Recurrent neural network</i>
SVM	<i>support vector machine</i>
TSO	<i>Transmission System Operators</i>
vRES	<i>variable Renewable Energy Systems</i>

Simbologia

Hz	Hertz
MW	Megawatts
MWh	Megawatt-hora

Índice

Agradecimentos	i
Resumo	ii
Abstract	iii
Nomenclatura	iv
Lista de Figuras	vii
Lista de Tabelas	viii
1 Introdução	1
1.1 Enquadramento	1
1.2 Objetivos e Perguntas de Pesquisa	2
1.3 Organização do Documento	2
2 Contexto e revisão bibliográfica	4
2.1 Revisão bibliográfica	4
2.2 Contextualização e motivação do trabalho	6
2.2.1 Mercados de Energia	6
2.2.1.1 Mercado Ibérico de Electricidade	6
2.2.1.2 Mercado de Serviços de Sistema	7
2.2.2 Previsão de Necessidades de Reservas	9
2.2.2.1 Previsão de Banda Secundária no Mercado Ibérico de Electricidade	10
2.2.2.2 Modelos <i>machine learning</i> para previsão	11
3 Ferramentas e Métodos	16
3.1 Ferramentas	16
3.1.1 Alquimodelia	16
3.1.1.1 Construtor de modelos	16
3.1.1.2 Gerador de dados	16
3.1.2 MuadDib	16
3.2 Métodos	17
3.2.1 Optimização	17
3.2.2 Machine Learning	17
3.2.2.1 Estatísticos	17
3.2.2.2 Redes Neuronais	19

ÍNDICE

4 Métricas e Dados	23
4.1 Métricas	23
4.1.1 Métricas de modelo	23
4.1.2 Métricas de comparação modelo/ <i>benchmark</i>	24
4.2 Dados	26
4.2.1 Dados Mercado Português	26
4.2.2 Dados Mercado Espanhol	26
4.2.2.1 Dados Utilizados	26
4.2.2.2 Estudo dos dados	27
4.2.2.3 Tratamento dos dados	30
4.2.2.4 Dados de treino	32
4.2.2.5 Dados de Validação	32
5 Resultados e discussão	36
5.1 Estimativa do parâmetro ρ da fórmula da REN	36
5.2 Dimensionamento dinâmico da potência alocada na reserva secundária	40
5.2.1 Estatísticos	40
5.2.2 Redes Neuronais	43
6 Conclusões e sugestões futuras	48
Referências	51

Listas de Figuras

Figura 1.1 Objectivos de Desenvolvimento Sustentável da ONU	1
Figura 2.1 Organizaçao MIBEL. Adaptado de [17]	7
Figura 2.2 Esquema de activação do sistema de reservas. Adaptado de [20]	9
Figura 2.3 Ilustração de um neurónio. Adaptado de [23]	12
Figura 2.4 Ilustração da operação de Convolução	12
Figura 2.5 Ilustração da camada de Convolução	13
Figura 2.6 Ilustração uma rede UNET.	14
Figura 3.1 Resultados de alocações totais em diferentes arquiteturas	19
Figura 3.2 Resultados de alocações totais em diferentes rácios	21
Figura 4.1 Série Temporal dos dados alvo	27
Figura 4.2 Janelas Temporais dos dados alvo	27
Figura 4.3 Frequênciа dos dados alvos	28
Figura 4.4 Correlaçao entre atributos	28
Figura 4.5 Valores de correlaçao entre atributos	29
Figura 4.6 Autocorrelaçao Temporal	29
Figura 4.7 Outliers	31
Figura 4.8 Dados em falta	32
Figura 4.9 Série Temporal dos dados de Benchmark c/ consumo real	33
Figura 4.10 Janelas temporais de <i>benchmark</i> energia a subir	34
Figura 4.11 Janelas temporais de <i>benchmark</i> energia a descer	34
Figura 4.12 Correlaçao entre <i>benchmark</i> e real	35
Figura 5.1 Histograma ρ	36
Figura 5.2 Valor do paramêtro ρ (hora)	36
Figura 5.3 Comparação ρ por hora	37
Figura 5.4 Comparação dos erros por ρ	37
Figura 5.5 Média historica de Banda de Reserva	38
Figura 5.6 Erro médio por hora Banda de Reserva	38
Figura 5.7 Série Temporal dos dados de validação	40
Figura 5.8 Janelas temporais de modelos estatísticos energia a subir	41
Figura 5.9 Janelas temporais de modelos estatísticos energia a descer	42
Figura 5.10 Janelas temporais energia a subir	44
Figura 5.11 Janelas temporais energia a descer	45
Figura 5.12 Soma de Banda Secundária	46
Figura 5.13 Correlaçao entre previsão e real	47

Listas de Tabelas

Tabela 2.1 Média das Bandas Alocada e Usada (REN)	11
Tabela 2.2 Média das Bandas Alocada e Usada (REE)	11
Tabela 3.1 Valores de ρ apresentado em [13]	17
Tabela 3.2 Variáveis de estudo dos modelos AR/MA	18
Tabela 4.1 Dados REN	26
Tabela 4.2 Dados de Optimização	26
Tabela 4.3 Indicadores retirados do site da ESIOS	26
Tabela 4.4 Autocorrelação Temporal	30
Tabela 4.5 Dados de Treino	32
Tabela 4.6 Resultados métricas <i>benchmark</i>	35
Tabela 5.1 Erros de Banda de Reserva por método de normalização ρ	38
Tabela 5.2 Valores de ρ propostos	39
Tabela 5.3 Resultados métricas Modelos Estatísticos	40
Tabela 5.4 Resultados Modelos Estatísticos	43
Tabela 5.5 $\Delta\%$ das médias dos Modelos Estatísticos	43
Tabela 5.6 Resultados métricas Modelos Neuronais	43
Tabela 5.7 Resultados Modelos	47
Tabela 5.8 $\Delta\%$ das médias dos Modelos	47

1 Introdução

1.1 Enquadramento

Esta dissertação enquadra-se no âmbito do projeto [TradeRES](#), que visa o estudo de um sistema de mercado eléctrico capaz de atender às necessidades da sociedade num sistema quase totalmente renovável, tendo as características para se integrar nos [Objetivos de Desenvolvimento Sustentável \(ODS\)](#) 1.1.

O estudo da acessibilidade das energias renováveis ao mercado vigente integra-se nos ODS n°7, “Energia Renováveis e Acessíveis”, indo directamente de encontro a um dos pontos deste objectivo: 7.2.1 “Peso das energias renováveis no consumo total final de energia”. Por meio deste objectivo, a participação das renováveis no mercado faz também cumprir, embora indiretamente, o objectivo n°8 “Trabalho Digno e Crescimento Económico”, através do ponto 8.4, onde, neste último, é dada primazia à eficiência dos recursos globais no consumo e na produção. Esta contribuição indireta ocorre através da diminuição do uso de energias não limpas, justificadas por um maior uso das renováveis, melhorando a gestão de recursos, e baixando o consumo de recursos naturais não renováveis.

Por último, no âmbito do presente estudo, podemos igualmente incluir o objectivo n°13, “Acção Climática”, no qual, referimos, não só a diminuição de consumo de recursos finitos, mas ainda, a melhor gestão de recursos renováveis, promovendo o planeamento e estratégias de combate a emissões de gases de efeito estufa.



Figura 1.1: Objectivos de Desenvolvimento Sustentável da ONU

1.2 Objetivos e Perguntas de Pesquisa

Foram aprovadas a nível europeu (2020)[1] sugestões de alterações aos serviços de sistema, que serão seguidas pelos Estados-Membros. Nesta dissertação, será realizada a aplicação dessas sugestões, identificando as melhorias em relação ao *design* actual e avaliando se as novas sugestões serão suficientes para garantir a operação de um sistema elétrico ~100% renovável, potencialmente identificando ações adicionais para garantir a robustez e segurança do sistema elétrico sem o uso de combustíveis fósseis.

A penetração das vRES no sistema de energia eléctrica trouxe maior incerteza na previsão em mercados de energia, pois estas estão mais sujeitas a elementos não controláveis como a velocidade do vento ou a radiação solar incidente.

As seguintes perguntas servirão de guia nesta pesquisa:

- a) Podemos reduzir a incerteza na produção criada pela participação das vRES nos sistemas de energia?
- b) A alocação dinâmica pode ter um efeito positivo no mercado de reservas?
- c) É possível prever a necessidade de reserva necessária baixando a alocação desperdiçada?

Para responder às perguntas *supra* referidas, utilizaremos dados de previsão de geração de energia renovável para estimar a energia necessária para alocação secundária. Actualmente, os valores de previsão desse mercado estão distantes do consumo real, o que resulta em alocações no dia anterior que não estão em conformidade com as necessidades reais.

O objetivo deste trabalho é criar métodos de previsão para o dia seguinte, da necessidade de alocação de banda de reserva secundária, de modo a alocar banda suficiente e, simultaneamente, baixar a alocação em excesso, usando dados históricos das mesmas.

Iremos explorar a optimização da fórmula de alocação de banda de reserva da REN, testando novos valores para o parâmetro horário da mesma.

Utilizando técnicas de *machine learning* vamos criar um modelo para a previsão de alocação necessária do dia seguinte.

Previsões mais exactas tornam possível uma melhor gestão das alocações, resultando num menor gasto de recursos energéticos e financeiros.

1.3 Organização do Documento

Este documento está dividido em capítulos. Sendo que os primeiros apresentam uma introdução às ideias e temas no 1, o estado de arte dos temas na literatura publicada, seguido de uma contextualização do tema do trabalho proposto no capítulo 2. Dentro da contextualização é de forma geral apresentado os mercados de energia, os sistemas de reserva, e os métodos de previsão para os mesmos, dentro destes o uso de fórmulas e o uso de *machine learning*, formulando aqui a motivação e caminho de estudo.

No capítulo 3 apresentamos no sub-capítulo Ferramentas as bibliotecas criadas em *python* para o presente estudo. Segue o sub-capítulo Métodos onde abordamos os diferentes estudos presentes, como serão dirigidos e condições a alcançar. Dividindo o trabalho em estudos distintos para o tipo de previsões apresentadas no capítulo 2. Métricas e Dados intitula o capítulo 4 que começa numa dissecção das métricas aplicadas ao longo das experiências e como estas influenciam a mesma, terminando num estudo geral dos dados utilizados, seus tratamentos e elações iniciais de análise. Apresentado também o que é usado

como treino e como validação para as experiências. No capítulo 5 são apresentados os resultados da experiência completa, incluindo as métricas apresentadas, apresentando gráficos de séries temporais das previsões conseguidas. Dando realce aos melhores modelos e optimizações conseguidos. Termina com um breve capítulo conclusivo dando um pouco mais de contexto aos resultados, apresentando possíveis caminhos futuros de melhoria dos mesmos e discutindo o impacto de *machine learning* no futuro das energias renováveis e consequentemente nos mercados de reserva.

2 Contexto e revisão bibliográfica

2.1 Revisão bibliográfica

A análise de séries temporais é um tema recorrente em pesquisa, especialmente para previsões: previsões para mercados de acções [2], fenómenos meteorológicos [3], e, especialmente, mercados energéticos, onde é fundamental considerar o impacto das gerações mais voláteis.

As energias renováveis variáveis no tempo (vRES), devido à sua natureza, são as produções mais voláteis, logo, alvo de estudo ideal para estas tecnologias [4], energia eólica [5], energia solar [6], aplicabilidade dos vários sistemas [7], procura [8]. Sendo que cada problema já apresenta arquiteturas e soluções diferentes, como a geração de energia fotovoltaica em casas poder ser melhor prevista com *Long Short-Term Memory* (LSTM)[9] mas também com uso de *support vector machine* (SVM)[10]. As várias faces destas tecnologias estão optimamente apresentadas em [11].

Para o estudo de previsões de séries temporais chega a ser o caso se pesquisar primeiramente com *deep learning*, antes de procurar outras soluções. Em [12] é visto o impacto dessa decisão, e se realmente compensa emergir em machine learning. O presente trabalho conclui que modelos simples, com alguma engenharia de atributos inteligente, conseguem competir, ou até mesmo, passar as qualidades de redes neurais profundas.

Esta conclusão mostra também que por vezes a procura por modelos mais complexos não compensa, e que cada problema/*dataset* deve ter a sua própria investigação e conclusão, consoante a quantidade/qualidade de recursos disponíveis.

Mas mesmo sem *machine learning* algumas fórmulas de previsão usadas podem ser melhoradas apenas pela extrapolação de parâmetros a partir dos dados históricos.

No caso do TSO português, a Redes Energéticas Nacionais (REN), para a previsão de bandas de reserva usa um modelo preditivo baseado na fórmula publicada pela *European Network of Transmission System Operators for Electricity* (ENTSO-E), multiplicando a esta um rácio horário.

Esta fórmula já foi alvo de estudo em [13], onde todos os parâmetros foram testados com os dados históricos, de modo a optimizar os mesmos. Neste trabalho apenas o rácio horário é posto em causa, sendo que, onde os valores apresentados em [13] apresentam erros médios por hora na casa dos 25%, este trabalho apresenta todos os erros médios por hora abaixo dos 5%. De notar que ambos os métodos são otimizações estatísticas baseadas em dados históricos, e como tal de 2016 a 2023 existe um grande aumento de dados disponíveis.

A previsão de bandas de reserva já foi alvo de estudo também através de redes neurais profundas, como em [14] que estuda o mercado espanhol. Este trabalho propõe prever o custo da alocação através do uso de um elevado número de atributos disponíveis pela *Sistema de Información del Operador del Sistema* (ESIOS), 32 variáveis. Apresentado bons resultados, este trabalho é um bom indicador que modelos de machine learning podem trazer melhores previsões que os métodos tradicionais.

No âmbito de energias variáveis trabalhos vieram mostrar que o uso de *machine learning* para previsões energéticas tem aplicabilidade [15] e, em muitos casos, resultados melhores do que usados na indústria corrente. [7] [8]

Como muitos trabalhos apresentados em [11], o uso destas técnicas está a crescer e a produzir frutos. Como concluir neste trabalho as várias arquiteturas e modelos comuns de *machine learning* já foram

aplicados em energia, especialmente nas áreas de consumo e produção.

No caso do estudo de alocação necessária podemos verificar que em [16] houve já uma melhoria de alocação média de 13% e 8% em relação ao método usado pelo TSO, através do uso de fórmulas dinâmicas de alocação. No presente trabalho, usando *machine learning*, são apresentadas melhorias de alocação média de 37% e 29%.

2.2 Contextualização e motivação do trabalho

2.2.1 Mercados de Energia

2.2.1.1 Mercado Ibérico de Electricidade

O Mercado Ibérico de Eletricidade (MIBEL) é um exemplo de integração de mercados de energia entre países, funcionando como um elo entre os mercados de eletricidade de Portugal, Operador do Mercado Ibérico de Energia Português, Sociedade Gestora do Mercado Regulamentado, S.A. (OMIP) e Espanha, *Operador del Mercado Ibérico de Energía - Pólo Espanhol, S.A* (OMIE). Este mercado grossista comprehende diferentes formatos de negociação, cada um desempenhando um papel específico na gestão da compra e venda de eletricidade.

O OMIP é responsável pela negociação a prazo de energia elétrica, enquanto que o OMIE é responsável pela negociação diária de energia elétrica.

O MIBEL é estruturado para fornecer uma plataforma eficiente e transparente para a transação de energia, garantindo a competitividade e a segurança de fornecimento. De seguida, vamos propom-nos a explorar os principais componentes deste modelo:

Mercado em Bolsa (Mercado Spot)

O mercado em bolsa, também conhecido como mercado *spot*, é uma das principais formas de negociação no MIBEL. Este mercado encontra-se dividido em duas vertentes: o mercado diário e o mercado intradiário. No mercado diário, as propostas de compra e venda de eletricidade são apresentadas para o dia seguinte, permitindo que os agentes ajustem as suas previsões de produção e consumo com base nas condições de mercado mais recentes. Já o mercado intradiário permite a negociação para as horas seguintes, oferecendo maior flexibilidade para ajustes de última hora, o que é especialmente útil para acomodar variações inesperadas na oferta e procura. Este sistema dinâmico assegura que a eletricidade é negociada perto do tempo real, refletindo, assim, as necessidades e capacidades do sistema elétrico com um horizonte a curto prazo.

Mercado de Contratação a Prazo

Além do mercado *spot*, o MIBEL inclui o mercado de contratação a prazo, onde os agentes estipulam compromissos de compra e venda de eletricidade com semanas, meses, ou até anos de antecedência. Este mercado permite aos participantes fixar preços e volumes de energia para o futuro, mitigando os riscos associados à volatilidade dos preços no curto prazo. A contratação a prazo proporciona uma maior previsibilidade e estabilidade financeira para os produtores e consumidores de energia, permitindo um planeamento estratégico mais robusto. Os contratos podem variar em termos de longevidade, desde acordos de curto prazo até contratos a longo prazo, dependendo das necessidades e estratégias dos agentes envolvidos.

Mercado Livre de Contratação Bilateral Física

Outra componente importante do MIBEL é o mercado livre de contratação bilateral física, onde os agentes negociam diretamente a compra e venda de eletricidade para um determinado período no futuro. Este formato permite uma maior personalização dos contratos, uma vez que as condições podem ser ajustadas diretamente entre as partes envolvidas, sem a intervenção de um mercado centralizado. Esse tipo de negociação é particularmente vantajoso para grandes consumidores e produtores que procuram acordos específicos para atender às suas necessidades operacionais ou estratégias de *hedging* (mitigação

de risco) contra flutuações de preços. A liberdade de negociação bilateral física oferece um nível adicional de flexibilidade e controlo sobre as transações, promovendo uma maior eficiência no mercado.

Mercado de Serviços de Sistema

Por fim, o mercado de serviços de sistema desempenha um papel crítico na manutenção do equilíbrio entre a produção e o consumo de energia elétrica em tempo real. Este mercado é responsável por garantir que a rede elétrica opere de forma segura e estável, ativando reservas e ajustando a produção conforme necessário para responder a variações inesperadas na procura ou na oferta. O mercado de serviços de sistema engloba uma série de mecanismos, incluindo a ativação de reservas de frequência e o despacho de unidades geradoras flexíveis, que são essenciais para a gestão da estabilidade da rede. A participação neste mercado é muitas vezes obrigatória para certos tipos de geradores, especialmente aqueles que possuem a capacidade de resposta rápida, como hidroelétricas e centrais térmicas.

Os mercados de serviços de sistema, português e espanhol, são geridos independentemente, onde o Gestor Global de Sistema (GGS) é o operador do mercado no respectivo país, sendo a REN em Portugal e a *Red Eléctrica de España* (REE) em Espanha.

Sumariamente, o MIBEL é um mercado complexo e multifacetado que oferece uma ampla gama de formatos de negociação para atender às diversas necessidades dos agentes de mercado. Desde a negociação em tempo real no mercado *spot* até compromissos de longo prazo no mercado de contratação a prazo e acordos personalizados no mercado bilateral, o MIBEL proporciona um ambiente robusto para a transação de eletricidade, promovendo a eficiência, a flexibilidade e a segurança do fornecimento de energia na Península Ibérica.[\[17\]](#)

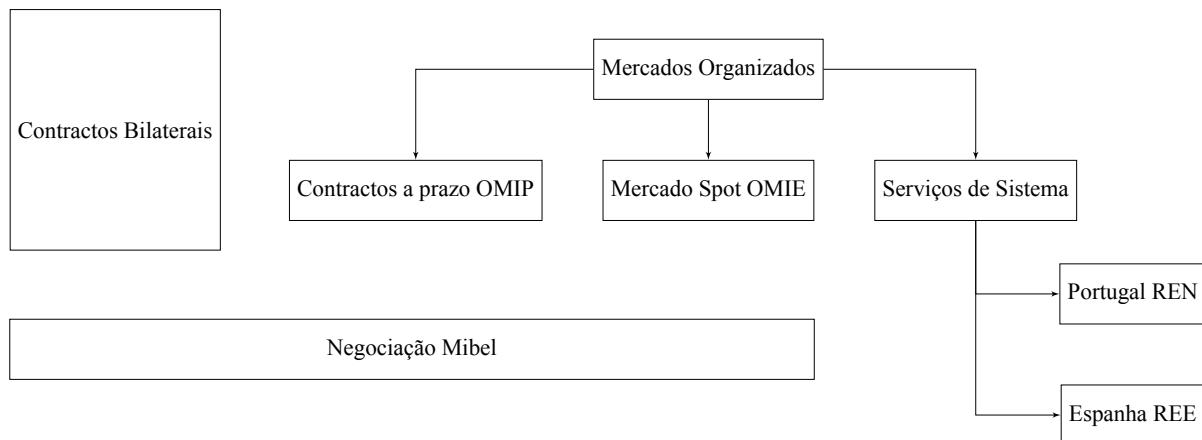


Figura 2.1: Organizaçao MIBEL. Adaptado de [\[17\]](#)

2.2.1.2 Mercado de Serviços de Sistema

O mercado de serviços de sistema é uma componente fundamental dos mercados de energia, desempenhando um papel crucial na manutenção da segurança e estabilidade das redes elétricas [\[18\]](#). Esses serviços são essenciais para garantir que a produção e o consumo de energia permaneçam em equilíbrio, um requisito vital para o funcionamento seguro e eficiente de qualquer sistema eléctrico. A principal função dos serviços de sistema é assegurar a qualidade da energia fornecida, monitorizando parâmetros críticos como a frequência, a potência activa e reactiva, controlando a tensão na rede, arranque automático e outras técnicas de sistemas. Esse controlo é realizado através da coordenação entre os geradores e os

2. CONTEXTO E REVISÃO BIBLIOGRÁFICA

consumidores, com o objetivo de responder rapidamente a variações na oferta e na procura de energia [17] [13].

No contexto europeu, a regulação desses serviços é coordenada pela ENTSO-E, que estabelece os requisitos e normas para a operação dos sistemas de energia, e a operação dos mesmos é da responsabilidade dos TSO nacionais. Essas reservas são activadas conforme necessário para manter a frequência da rede no seu valor nominal de 50Hz, ajustando a potência activa dos geradores em resposta a variações imprevistas na procura ou na oferta de energia.

As reservas de frequência, ou reservas de controlo, são divididas em três categorias principais: primária, *Frequency Containment Reserve* (FCR), secundária, *automatic Frequency Restoration Reserve* (aFRR), e terciária, *manual Frequency Restoration Reserve* (mFRR), cada uma com funções específicas e tempos de resposta distintos. A reserva primária é activada automaticamente e de forma quase instantânea, dentro de segundos após um distúrbio na rede, para estabilizar rapidamente a frequência. A reserva secundária entra em ação logo em seguida, substituindo gradualmente a reserva primária e ajustando a frequência de volta ao seu valor programado. Finalmente, a reserva terciária é utilizada para corrigir desvios de longo prazo e libertar as outras reservas para possíveis eventos futuros, completando o ciclo de controlo da frequência e assegurando que o sistema retorne a um estado de equilíbrio estável.

Todas estas correções no sistema podem ser efectuadas tanto a injectar mais potência na rede, como a diminuir a potência existente, a estas chamamos Banda a Subir e Banda a Descer, respectivamente.

A harmonização dos mercados europeus de eletricidade, especialmente nos mercados diários, intradiários e de balanço, é uma realidade em desenvolvimento que procura reduzir custos e melhorar as condições de participação para todos os envolvidos [19]. No entanto, a integração das vRES, como a eólica e a solar, apresenta desafios adicionais devido à sua natureza intermitente e dependente de condições climáticas. Embora tecnicamente viável, devido a este paradigma de imprevisibilidade e ao facto de serem fontes não despacháveis, a participação dessas fontes nos mercados de balanço enfrenta restrições significativas para garantir a segurança e a estabilidade da rede.

A actual infraestrutura dos mercados de serviços de sistema precisa, portanto, de ser adaptada para acomodar essas novas fontes de energia. Uma parte essencial dessa adaptação é o desenvolvimento de métodos mais robustos para prever a necessidade de reservas, que tenham em consideração a variabilidade das vRES. Actualmente, as previsões são baseadas principalmente em fórmulas criadas pelas operadoras, mas esta abordagem muitas vezes falha em capturar a complexidade e a incerteza associadas à produção renovável. Assim, há uma crescente exploração de técnicas avançadas, como o uso de modelos de *machine learning*, para melhorar a precisão das previsões e otimizar a gestão das reservas. Além disso, a evolução para um mercado pan-europeu harmonizado de serviços de sistema envolve não apenas a uniformização de regras e requisitos técnicos, mas também a criação de incentivos económicos que tornem a participação atraente para todos os tipos de produtores de energia, incluindo os renováveis. Isso é particularmente importante, uma vez que os mercados de balanço são fundamentais para garantir que as redes elétricas possam operar de forma estável e segura, mesmo com altas penetrações de vRES. Ao permitir que essas fontes renováveis participem de forma mais activa e competitiva nos mercados de balanço, espera-se não apenas reduzir os custos de operação dos sistemas eléctricos, mas também aumentar a viabilidade económica das vRES.

Com a crescente dependência de fontes de energia renovável e a necessidade de sistemas eléctricos mais resilientes e flexíveis, o papel dos serviços de sistema continuará a expandir-se e a evoluir, exigindo inovações tanto na gestão técnica como na regulação económica dos mercados de energia.

Estrutura e Funcionamento das Reservas de Frequência

A reserva primária, FCR, é o primeiro nível de resposta e é accionada automaticamente em questão de segundos após a detecção de um desvio de frequência, que pode ocorrer devido a falhas na produção ou variações repentina na procura. Esta reserva é activada até 15 segundos após o distúrbio e permanece activa por cerca de 30 segundos, ou até que a reserva secundária possa assumir o controlo. A FCR é geralmente suportada por geradores que possuem capacidade técnica para resposta rápida, como hidroelétricas e algumas unidades térmicas. Este serviço é obrigatório para todos os geradores conectados à rede que possuem a capacidade técnica necessária, e não é remunerado em muitos mercados europeus, incluindo o mercado ibérico.

A reserva secundária, aFRR, entra em ação logo após a activação da reserva primária, com o objetivo de restaurar a frequência da rede ao seu valor programado de 50 Hz e libertar a FCR para responder a possíveis distúrbios subsequentes. A aFRR é activada automaticamente até 30 segundos após o desvio inicial e pode levar até 15 minutos para corrigir completamente o desequilíbrio. Este tipo de reserva é contratado em mercados específicos de banda de reserva, nos quais os geradores submetem ofertas para fornecer a capacidade necessária.

A reserva terciária, mFRR, é o último nível de resposta e é utilizada principalmente para corrigir desequilíbrios de longo prazo e libertar a aFRR para outros usos. Ao contrário das reservas primária e secundária, a mFRR é activada manualmente pelos TSO e pode levar até 15 minutos a estar completamente activa. Esta reserva é frequentemente utilizada para ajustar a geração ou o consumo de energia de acordo com desvios significativos e prolongados, que não podem ser compensados de forma eficaz pelas reservas de resposta mais rápida. A mFRR é geralmente suportada por geradores que podem oferecer flexibilidade nas operações, como algumas centrais térmicas e hidroelétricas de grande dimensão.

Este esquema pode ser representado pela seguinte figura:

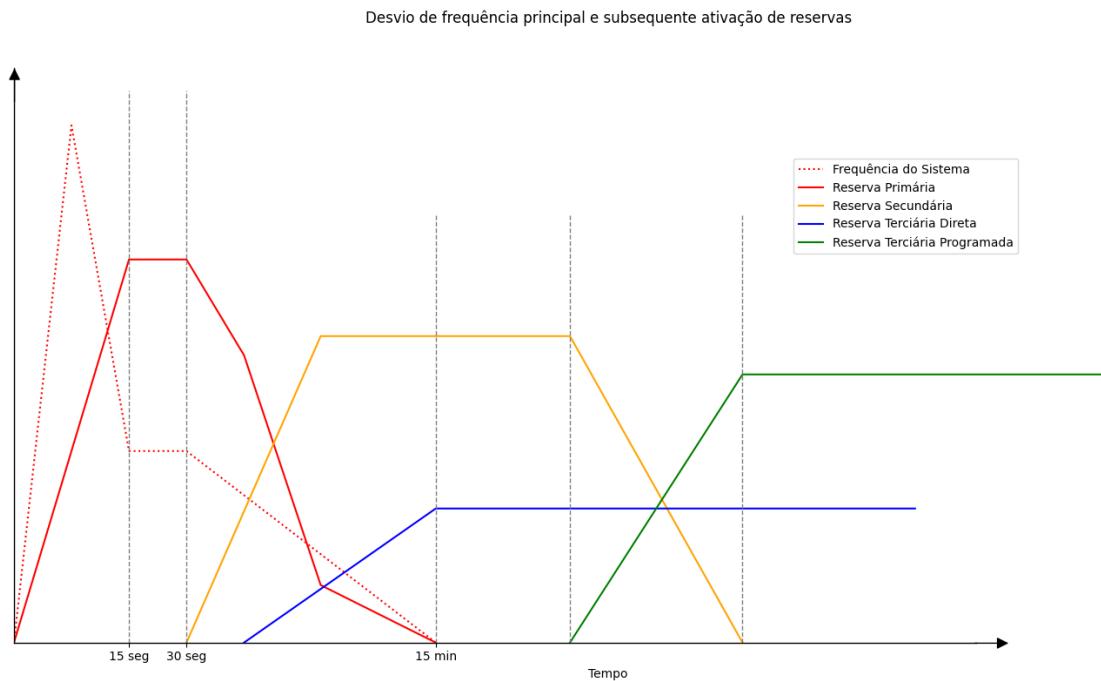


Figura 2.2: Esquema de activação do sistema de reservas. Adaptado de [20]

2.2.2 Previsão de Necessidades de Reservas

A previsão das necessidades de reservas de frequência é uma componente essencial na gestão eficiente dos sistemas eléctricos, especialmente num cenário de crescente penetração das vRES.

2. CONTEXTO E REVISÃO BIBLIOGRÁFICA

O uso de técnicas de *machine learning* tem sido explorado como uma solução promissora para melhorar essas previsões. Estes modelos podem analisar grandes volumes de dados, identificar padrões complexos e ajustar previsões em tempo real, considerando factores como mudanças nas condições meteorológicas e padrões de consumo de energia. Ao incorporar a variabilidade das vRES nos modelos de previsão, é possível reduzir a incerteza e melhorar a alocação das reservas de frequência, resultando numa operação mais eficiente do sistema eléctrico.

Outro factor crítico na previsão das necessidades de reservas de frequência é a coordenação entre diferentes mercados e operadores de sistemas. A harmonização dos mercados europeus de balanço, incluindo a padronização das regras de oferta, leilão e remuneração, pode facilitar a integração das vRES e melhorar a eficiência geral do sistema. Com regras claras e uniformes, os produtores de energia renovável têm maior incentivo para participar activamente dos mercados de reservas, fornecendo capacidade adicional para apoiar a estabilidade da rede. Esta questão é particularmente relevante em mercados onde as vRES ainda enfrentam barreiras significativas para a participação, como regras complexas de licitação ou altos requisitos de capacidade mínima para participação.

Apesar dos avanços na previsão de necessidades de reservas, ainda existem desafios consideráveis. A precisão das previsões pode ser limitada pela qualidade dos dados disponíveis, bem como pela capacidade dos modelos de capturar todas as variáveis relevantes que afetam a operação da rede. Além disso, a crescente interconexão dos sistemas eléctricos e o aumento da troca de energia entre países exigem uma abordagem coordenada e colaborativa para a previsão de reservas, considerando tanto as condições locais como as condições regionais.

O desenvolvimento contínuo de técnicas avançadas de previsão e a integração de soluções baseadas em dados serão fundamentais para enfrentar esses desafios. À medida que mais dados históricos se tornam disponíveis e os modelos de previsão evoluem, espera-se que a gestão das reservas de frequência se torne cada vez mais eficiente, contribuindo para um sistema eléctrico mais resiliente e capaz de integrar altos níveis de Tal desenvolvimento, não apenas reduzirá os custos operacionais, mas também contribuirá para a segurança energética e para a transição para um sistema energético mais sustentável.

2.2.2.1 Previsão de Banda Secundária no Mercado Ibérico de Electricidade

A nível Europeu a ENTSO-E providencia várias metodologias para o dimensionamento das reservas de controlo descritas em [20]. A quantidade mínima recomendada de alocação necessária para a reserva de controlo secundária pode ser descrita da seguinte forma:

$$BR = \sqrt{a \times L_{max} + b^2} - b \quad (2.1)$$

onde:

- BR : Banda de Reserva de regulação secundária mínima necessária (MW).
- a e b : Coeficientes empíricos, $a=10\text{MW}$ e $b=150\text{MW}$.
- L_{max} : Consumo máximo antecipado (MW).

Portugal

No mercado português para dimensionar a aFRR a REN utiliza por base a equação 2.1 multiplicando um parâmetro horário, ρ :

$$BR = \rho \times \sqrt{a \times L_{max} + b^2} - b \quad (2.2)$$

onde:

- ρ : Parâmetro horário.

Na equação 2.2 BR equivale à banda a subir, sendo a banda a descer metade da banda a subir. De notar que em [13] BR é a banda de reserva, que equivale à soma da banda a subir e banda a descer, onde aí é sempre considerado que banda a subir são $\frac{2}{3}$ da Banda de Reserva total e a banda a descer é o restante $\frac{1}{3}$.

Este método de cálculo permite manter as reservas a corresponder às necessidades do sistema, mas têm uma alocação em excesso. Podemos verificar que no período 2013 a 2023, inclusive, as médias por hora têm cerca de 437% de alocação em excesso, o que corresponde, em média, a cerca de 221 MWh desperdiçados a cada hora.

Tabela 2.1: Média das Bandas Alocada e Usada (REN)

Banda de Reserva Alocada	Banda Reserva Activada	erro	erro %
271.57	50.53	221.04	437.43

Estando actualmente o TSO português a utilizar esta fórmula, e a obter estes resultados, este é um bom caso de estudo de optimização dos parâmetros da fórmula. Sendo que a e b são dados pela entidade europeia, propõe-se o estudo do parâmetro horário de modo a corresponder a banda de reserva calculada ao consumo real.

Espanha

No mercado espanhol não encontramos directivas de uso de uma fórmula como no caso português. Nem encontramos uma simetria directa entre as bandas a subir e a descer. Contudo, podemos verificar que a média horária dentro do mesmo período apresenta disparidades ainda maiores em quantidade média de energia alocada desperdiçada.

Tabela 2.2: Média das Bandas Alocada e Usada (REE)

Banda de Reserva Alocada	Banda Reserva Activada	erro	erro %
Banda a Subir	662.94	158.10	504.84
Banda a Descer	549.27	168.20	381.07

Como temos uma boa quantidade de dados históricos e uma falta de definição e formulação exacta da necessidade, o caso espanhol é um bom caso de estudo para previsões usando *machine learning*.

2.2.2 Modelos *machine learning* para previsão

Grande parte da literatura sobre previsões em modelos de *machine learning* apresenta as mesmas arquiteturas, sendo depois aprimoradas consoante os dados e o problema.

No presente trabalho, apresentar-se-ão as arquitecturas mais usadas em previsões, como também algumas usadas noutros ramos, com a finalidade de tentar prever a compatibilidade neste problema.

Neste trabalho vamos usar arquitecturas de *Fully Connected Neural Network* (FCNN), *Convolutional neural network* (CNN), LSTM e Transformer.

2. CONTEXTO E REVISÃO BIBLIOGRÁFICA

FCNN

A arquitetura mais simples FCNN, Redes Neuronais Totalmente Conectadas, é constituída por camadas em que cada neurónio está ligado a todos os neurónios da camada seguinte. Isto significa que cada característica de entrada tem um peso associado, e esses pesos são aprendidos durante o treino. A saída de cada neurónio é calculada através da aplicação de uma função de activação à soma ponderada das suas entradas.

Cada neurónio gera uma operação, inicialmente aleatória, para tentar reproduzir uma função que traduza a entrada na saída ideal.

Esta arquitectura tem como base o Perceptão inicialmente proposto em [21]. Este apresentava um Perceptão que fazia uma decisão binária baseado nas somas pesadas de todas as entradas.

A ideia é a base utilizada actualmente, mas apresentava algumas limitações, e muita computação, o proposto por [22], eleva a ideia com a introdução da função de activação e o bias. Actualmente os neurónios mais usados têm por base o proposto em [23]:

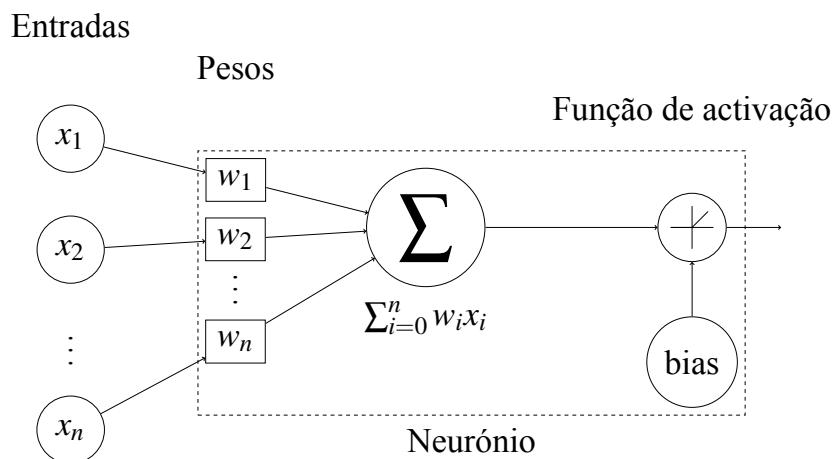


Figura 2.3: Ilustração de um neurónio. Adaptado de [23]

CNN

As Redes Neuronais Convolucionais (CNN) diferem das FCNN no sentido em que os filtros (neurónios) não são criados aleatoriamente, mas cada filtro trata de uma parte da camada de entrada. Nas convoluções é criada uma janela móvel que percorre a camada, criando um saída desse conjunto de pontos. Esta janela move-se sempre subsequentemente.

Esta operação é normalmente feita na dimensão (ou dimensões) em que queremos perceber padrões. Nos nossos dados a convolução será na dimensão temporal.

Se tivermos uma matriz com nove passos temporais ($N, 9, 1$), se o tamanho da janela de convolução for 3, teremos uma saída de tamanho 6 ($N, 6, 1$).

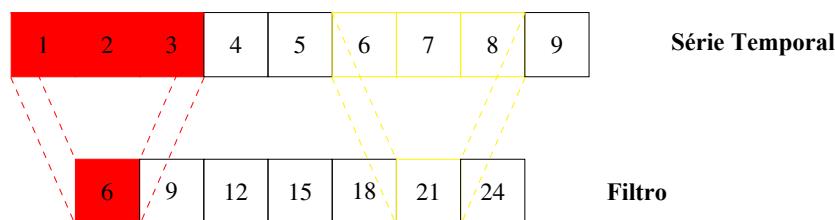


Figura 2.4: Ilustração da operação de Convolução

Anteriormente ignoramos o número de filtros. Mas as convoluções criam o número pedido de filtros para cada janela temporal. Aqui cada filtro vai funcionar como na camada FCNN, onde cada um começa com uma operação pseudo aleatória. Esta operação normalmente é feita na dimensão dos atributos.

Ou seja, a quantidade de filtros que esta camada irá produzir por convolução.

Se tivermos a mesma entrada que anteriormente mas com 4 atributos ($N, 9, 4$), e se definir o número de filtros para 2 teremos uma saída ($N, 6, 2$).

Ou seja, dois filtros por cada janela temporal.

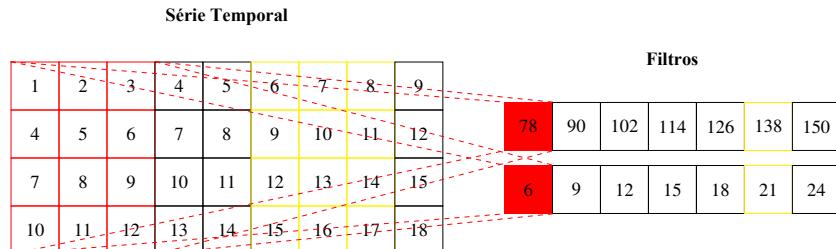


Figura 2.5: Ilustração da camada de Convolução

As convoluções podem realizar as operações em mais dimensões, é comum usar 2D para imagens, e 3D para vídeos. Neste trabalho apenas trabalhamos com convoluções 1D.

UNET

Num desenho especial de CNN, normalmente usando em modelação de imagens, e primeiro proposto em [24], a arquitectura UNET passa por criar uma rede de expansão dos filtros, usando convoluções, e de seguida uma rede de contracção dos mesmo, até aos tamanhos pretendidos.

Nas suas ligações, a arquitectura UNET junta informação de filtros passados (não de nível temporal mas de rede neuronal) para realçar informação já trabalhada, e assim identificar padrões de vários contextos diferentes.

É assim designada pois é uma rede (NET) que forma um U na sua expansão, contracção e ligações entre estes.

Em cada camada de *encoding* vão sendo usadas convoluções para criar novos filtros e diminuir a dimensionalidade, enquanto que na fase de *decoding* são usadas convoluções para aumentar a dimensionalidade e diminuir o número de filtros, adicionando a camada *decoder* de tamanho análogo.

2. CONTEXTO E REVISÃO BIBLIOGRÁFICA

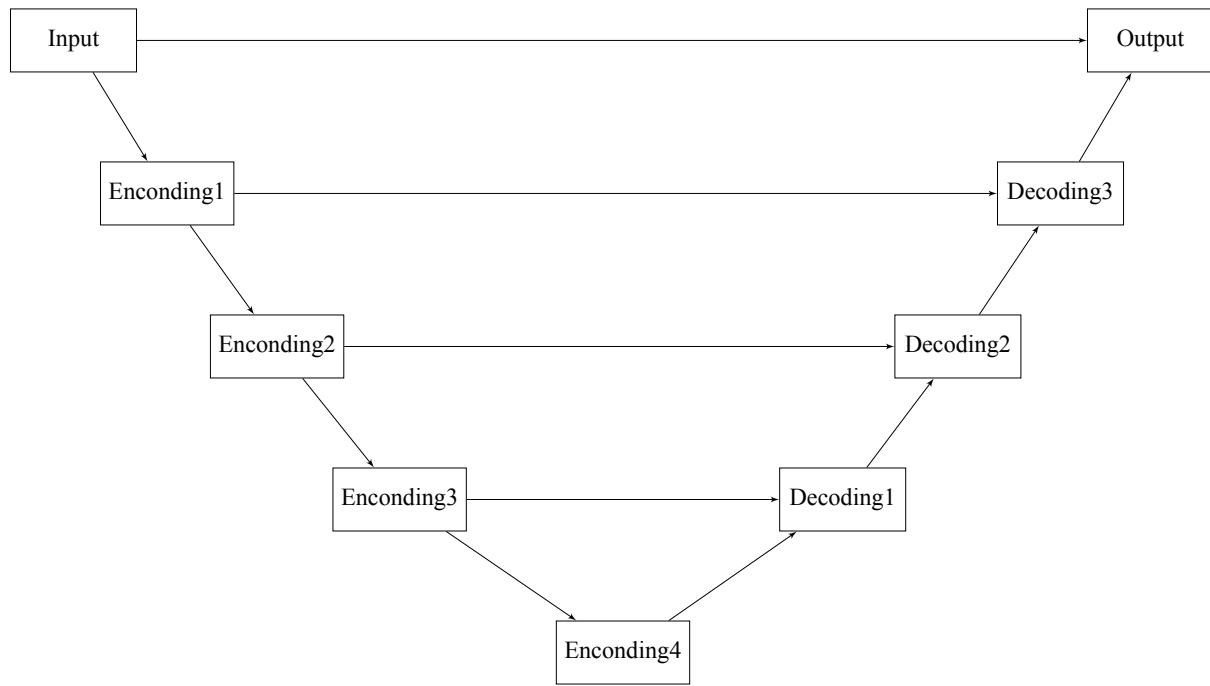


Figura 2.6: Ilustração uma rede UNET.

RNN

As Redes Neuronais Recorrentes (RNN) são projetadas para processar sequências de dados, onde a ordem dos elementos é fundamental. Estas funcionam transmitindo informações de um neurónio para outro numa cadeia, o que permite que cada neurónio seja influenciado pelo estado anterior da rede.

Esta operação é feita através de *loops* internos que permitem à rede ”memorizar” informações das etapas anteriores. No entanto, as RNNs enfrentam dificuldades ao tentar lembrar informações de longo prazo, devido ao problema conhecido como desvanecimento do gradiente, onde os gradientes se tornam muito pequenos e impedem a actualização eficaz dos pesos da rede.

LSTM

As redes LSTM são um tipo especial de *Recurrent neural network* (RNN) projetado para superar os problemas de memória de longo prazo encontrados nas RNNs. Tal é conseguido através de uma estrutura de célula que mantém informações ao longo do tempo, permitindo que a rede memorize detalhes importantes mesmo após muitos passos no tempo.

As LSTMs usam mecanismos de portão para controlar o fluxo de informações, permitindo a desconsideração de informações irrelevantes e a manutenção das informações relevantes. Esta característica torna-as particularmente eficazes em tarefas que exigem o entendimento de dependências de longo prazo em dados sequenciais.

O uso de LSTM para previsões é uma área comum, mas aqui é seguido através das ideias partilhadas em [25], e reforçado pelo uso em previsões energéticas demonstradas em [9].

Transformer

Os *Transformers* são um tipo de arquitetura de modelo que utiliza mecanismos de atenção para pesar a importância de diferentes partes de um dado de entrada, primeiro apresentado em [26].

Ao invés de processar os dados sequencialmente, como sucede nas RNNs, os *Transformers* processam todos os elementos do dado de entrada simultaneamente, através de um mecanismo de atenção que calcula

uma pontuação de atenção para cada par de elementos no dado de entrada, indicando quão relevante um elemento é para o outro. Estas pontuações de atenção são então usadas para ponderar a contribuição de cada elemento no resultado final.

Esta característica permite aos *Transformers* capturar dependências de longo alcance nos dados de forma eficiente, tornando-os extremamente eficazes para tarefas de processamento de linguagem natural, como tradução automática e sumarização de texto.

Este tipo de desenho é a base para os modelos geratitivos mais conhecidos como o *chatGPT* para linguagem ou o *Dall-E* para imagens.

3 Ferramentas e Métodos

3.1 Ferramentas

3.1.1 Alquimodelia

Com o propósito de desenvolver o presente estudo, e disponibilizar ferramentas para a replicação do mesmo, foi criada uma biblioteca em *python* para desenhar as arquitecturas em estudo.

3.1.1.1 Construtor de modelos

Seguindo as arquitecturas descritas anteriormente esta ferramenta constrói os modelos automaticamente, sendo apenas necessário fornecer os parâmetros variáveis, o que permitirá um fácil teste de vários tipo de modelos, não havendo a necessidade de reescrever código para cada um deles.

3.1.1.2 Gerador de dados

O gerador construído trata da formatação dos dados para entrada nos modelos. Formatação esse que se baseia nos valores de janelas temporais a usar, e na divisão treino/teste.

Esta ferramenta agrupa os dados em tensores de formato (N, t, a) , onde N é o número de casos, t é a janela temporal, e a é o número de atributos e permite igualmente definir o tempo de salto entre cada entrada.

Considere-se como exemplo uma janela temporal de 168 (horas, uma semana) para treino, e 24 (horas) para o alvo. Com um salto temporal de 1 a primeira entrada teria como treino as primeiras 168 horas dos dados, e como alvo as 24 horas consequentes. A segunda entrada seria a partir da segunda hora dos dados, e assim consecutivamente. Para um caso em que o tempo de salto seria 24, a primeira entrada mantinha-se, mas a segunda começaria 24 horas depois, e não apenas uma.

Como estamos também a lidar com dados desfasados, o gerador atribui este desfasamento em atributos a especificar. No caso em estudo temos que os atributos são de *Day-Ahead* (DA), logo estão desfasados 24 horas. O que implica termos de aplicar este desfasamento nos dados que não são DA, nomeadamente os dados alvo. Esta propriedade permite também o fácil uso da ferramenta noutros dados desfazidos, como as previsões a 3 ou 8 horas.

3.1.2 MuadDib

Esta ferramenta criada para desenvolver as experiências desta dissertação, permite ao utilizador apenas com os dados que quer utilizar e a especificação das métricas pretendidas, facilmente ter um modelo optimizado para os seus dados e problema.

Ao usar a ferramenta o utilizador consegue testar vários modelos e hiper parametrizações diferentes, mantendo a vantagem de escrever código ao mínimo.

3.2 Métodos

Terminamos a contextualização com a definição de dois problemas de previsão. Um de optimização de uma variável numa fórmula, com o caso do mercado português; e o uso de *machine learning* para fazer a previsão apenas usando os dados disponíveis.

3.2.1 Optimização

Queremos optimizar o parâmetro ρ presente na equação 2.2. Parâmetro esse com os seguintes valores para cada hora apresentados em [13], que usaremos como medida de comparação:

Tabela 3.1: Valores de ρ apresentado em [13]

Hora	ρ
1/2/8/9/24	1,6
3/7/10/11/19/20	1,4
4	1,3
5/6/12/13/14/15/16/17/18/21/22/23	1,2

Vamos extrapolar o ρ através dos valores históricos de consumo real, ao invés do consumo previsto, e do valor de banda calculada, onde para cada entrada horária aplicamos a seguinte fórmula:

$$\rho = \frac{(BR + b)}{\sqrt{a \times Consumo + b^2}} \quad (3.1)$$

Para normalizar os ρ s a cada um das horas, com o menor erro possível, vamos testar com aplicação de várias normalizações: média, mediana, média ponderada à banda, ou ao consumo.

O erro será diferença entre a BR calculada a partir do $\rho_{proposto}$ e do consumo real, e a BR calculada pela REN. A normalização que apresentar um menor erro é escolhida.

3.2.2 Machine Learning

Na tentativa de solucionar este problema propomos-nos a realizar várias experiências criando modelos com as várias arquiteturas apresentadas, e experimentando diversas parametrizações das mesmas.

Além dos métodos de redes neurais vamos testar métodos de previsão estatísticos, de modo a termos também um ponto de comparação usando métodos interpretáveis e transparentes.

O objectivo é conseguir um modelo que dentro do período de validação, 2019 a 2022 inclusive, consiga prever no mínimo a alocação necessária, mas tendo um erro inferior ao da alocação feita pelo TSO espanhol.

3.2.2.1 Estatísticos

Em estatística conseguimos encontrar vários métodos de estudo de séries temporais. Estes métodos são normalmente usados como primeira abordagem para fazer previsões.

Estes modelos podem ser Auto-Regressivos (AR), que fazem previsões baseados num número (p) de dados anteriores. Estes modelos são construídos com a noção de que um valor é linearmente dependente de p valores anteriores numa série temporal.

3. FERRAMENTAS E MÉTODOS

- X_t : Valor no t a prever. p : O número observações anteriores.
 φ_i : Coeficiente na observação i . q : O número observações anteriores.
 ε_i : Erro na observação i . θ_i : Coeficiente na observação i .
 μ : Média dos valores X .

AR

$$X_t = \sum_{i=1}^p \varphi_i X_{t-i} \quad (3.2)$$

Outra família destes modelos são os de Média Móvel (MA), onde a média de um número de observações (q) em conjunto com os erros (ε) e os coeficientes (θ) é usada para prever os valores seguintes.

MA

$$X_t = \mu + \sum_{i=1}^q (\theta_i \varepsilon_{t-i}) + \varepsilon_t \quad (3.3)$$

Estes dois tipos de modelos podem ser utilizados em conjunto, criando os modelos Auto-Regressivos de Média Móvel (ARMA), que incorpora as capacidades de ambos os modelos.

ARMA

$$X_t = \sum_{i=1}^p \varphi_i X_{t-i} + \mu + \sum_{i=1}^q (\theta_i \varepsilon_{t-i}) + \varepsilon_t \quad (3.4)$$

Existem mais modelos de previsão estatística baseados nestes com algumas variações, mas para este trabalho, e apenas como ponto de comparação às redes neurais, ficamos apenas por estes.

As variáveis em estudo por tipo de modelo foram retiradas das autocorrelações temporais usando os métodos de sugestão da ferramenta MuadDib:

		p	q
AR	1 / 2 / 23 / 24 / 25 / 48 / 144 / 168 / 192 / 336	NA	
MA		NA	1 / 24
ARMA		1	1

Tabela 3.2: Variáveis de estudo dos modelos AR/MA

Todos estes modelos foram testados usando o software disponível na package de *python statsmodel*, com a classe **ARIMA**.

3.2.2.2 Redes Neuronais

As redes neuronais podem ser descritas como uma função desconhecida $f(x)=y$ onde durante o treino a função f é criada através da manipulação dos pesos da sua arquitetura usando os dados de treino, x , de forma a diminuir ao máximo uma função de perda. Sendo $f'(x)=y'$ um modelo já treinado onde y' é a previsão, a função de perda $fp(y, y')$ idealmente igual a 0, com $y'=y$.

Neste trabalho o x são todos os dados apresentados no capítulo Estudo 2, em grupos de 128 (horas), e o y é a energia usada, "UpwardUsedSecondaryReserveEnergy" no modelo de previsão de energia a subir e "DownwardUsedSecondaryReserveEnergy" no modelo de previsão de energia a descer, nas 24 horas subsequentes. A fp é um dos factores de estudo, assim como outros parâmetros dentro das arquiteturas de modelos, f .

Assim utilizamos os 168 horas (1 semana) para prever as 24 horas seguintes. As 24 horas seguintes são o objectivo do estudo, energia a alocar no dia seguinte. As 168 horas são escolhidas graças às maiores autocorrelações temporais, de onde as maiores fora das primeiras 48 horas são 144, 168, 192 horas ou seja, 6, 7 e 8 dias respectivamente, onde em ambos os casos 7 dias era o valor com maior correlação.

As condições em estudo são feitas através da ferramenta MuadDib, seguindo vários percursos entre as combinações possíveis, de modo a conseguir a combinação óptima.

Arquitecturas

FCNN, CNN, RNN são as arquitecturas mais simples que nos propomos estudar.

UNET, LSTM são arquitecturas mais complexas e pesadas. Como descrito anteriormente uma mais utilizada em análise de imagens, e outra em análise de texto respectivamente.

Por fim, *Transformers* são as arquitecturas mais pesadas - qualidade comum da família de "*generative AI*".

Função de Perda

Nos primeiros testes mais simples foi imediata a discrepância entre os erros da energia alocada em demasia e em falta, sendo que estes erros estão em dimensões completamente diferentes.

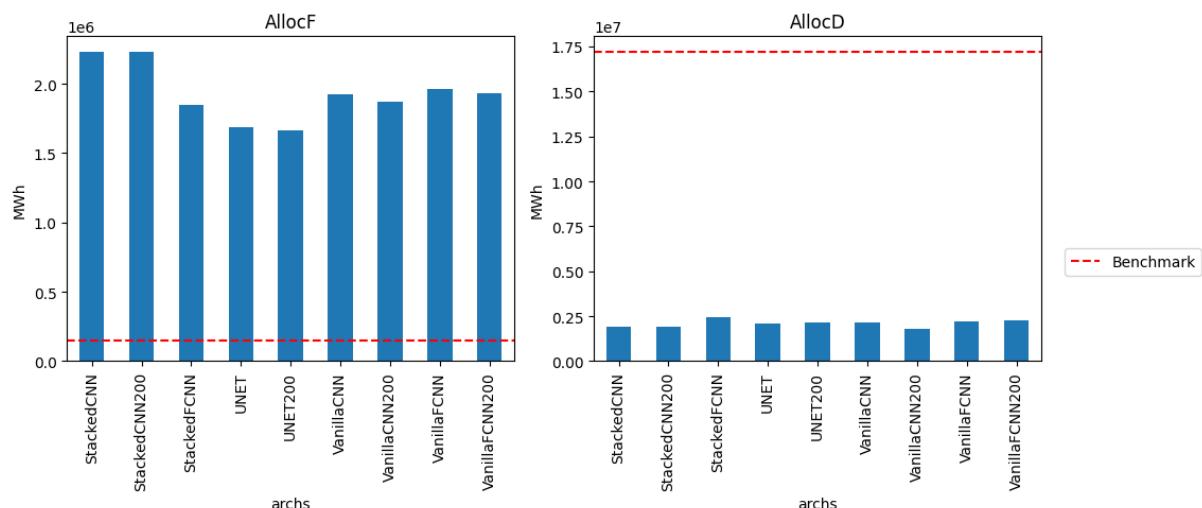


Figura 3.1: Resultados de alocações totais em diferentes arquiteturas

Na energia em falta, estamos a lidar com valores na dimensão de 10^6 nos resultados, sendo que o *benchmark* está nos 10^5 . Logo estão bastante acima do que queremos. Por outro lado, na Energia

3. FERRAMENTAS E MÉTODOS

em Demasia temos resultados na ordem dos 10^6 e o *benchmark* está na ordem dos 10^7 . Estes resultados possibilitem-nos para aumentar os resultados da Energia em Demasia mantendo-os ainda abaixo do *benchmark* para diminuir os resultados da Energia em Falta com objectivo de a ter também abaixo do *benchmark*.

Para combater esta desigualdade foram criadas várias funções de perda para atribuir melhor peso a ambas de modo a atingir o objectivo geral.

Deste modo, dividimos esta experiência em duas partes: na primeira parte, Função de Perda Avançada, vão ser estudadas diferentes maneiras de distribuir pesos entre a energia alocada em demasia e a em falta. A segunda vai ser escolhida qual a melhor função de perda a aplicar nessa distribuição de pesos, e vice-versa.

Funções de Perda

Depois de escolhidos os pesos nos diferentes grupos serão testadas as funções a aplicar. Aqui serão apenas testadas as funções mais comuns em problemas de regressão linear: *Mean Absolute Error* (MAE), *Mean Squared Error* (MSE), *Mean Squared Logarithmic Error* (MSLE).

MAE é usada no geral em problemas em que os dados têm um histograma linear, e um erro normalmente distribuído.

MSE é usado para atribuir mais peso aos erros maiores, fazendo com que o modelo se concentre mais em aprender a diminuir erros maiores.

MSLE é sugerido em dados que têm uma histograma exponencial.

Função de Perda Avançada

Para escolher a melhor maneira de distribuir pesos foi criada uma função de perda com diferentes regras, que distribuem o peso da amostra: [Mirror Weights \(Pesos Espelhados\)](#), que vai distribuir os pesos da amostra consoante um rácio predefinido e o próprio erro da amostra.

Os pesos nas amostras vão ser divididos entre os erros negativos (alocação em demasia) e os positivos (alocação em falta). Consoante uma variável lógica, uns terão peso 1 e os outros serão o próprio erro em absoluto. Dando assim um peso equivalente ao erro, quanto maior o erro maior o peso da amostra na função de perda, do lado da amostra escolhido (em demasia ou em falta).

O rácio pode ser multiplicado um rácio tanto a um dos pesos como a outro, sendo estes rácios que irão equilibrar as diferenças entre a alocação em falta e a em demasia. Refira-se que o sinal do rácio influencia qual o lado a ser multiplicado.

Este pesos são passados directamente à função de perda em uso.

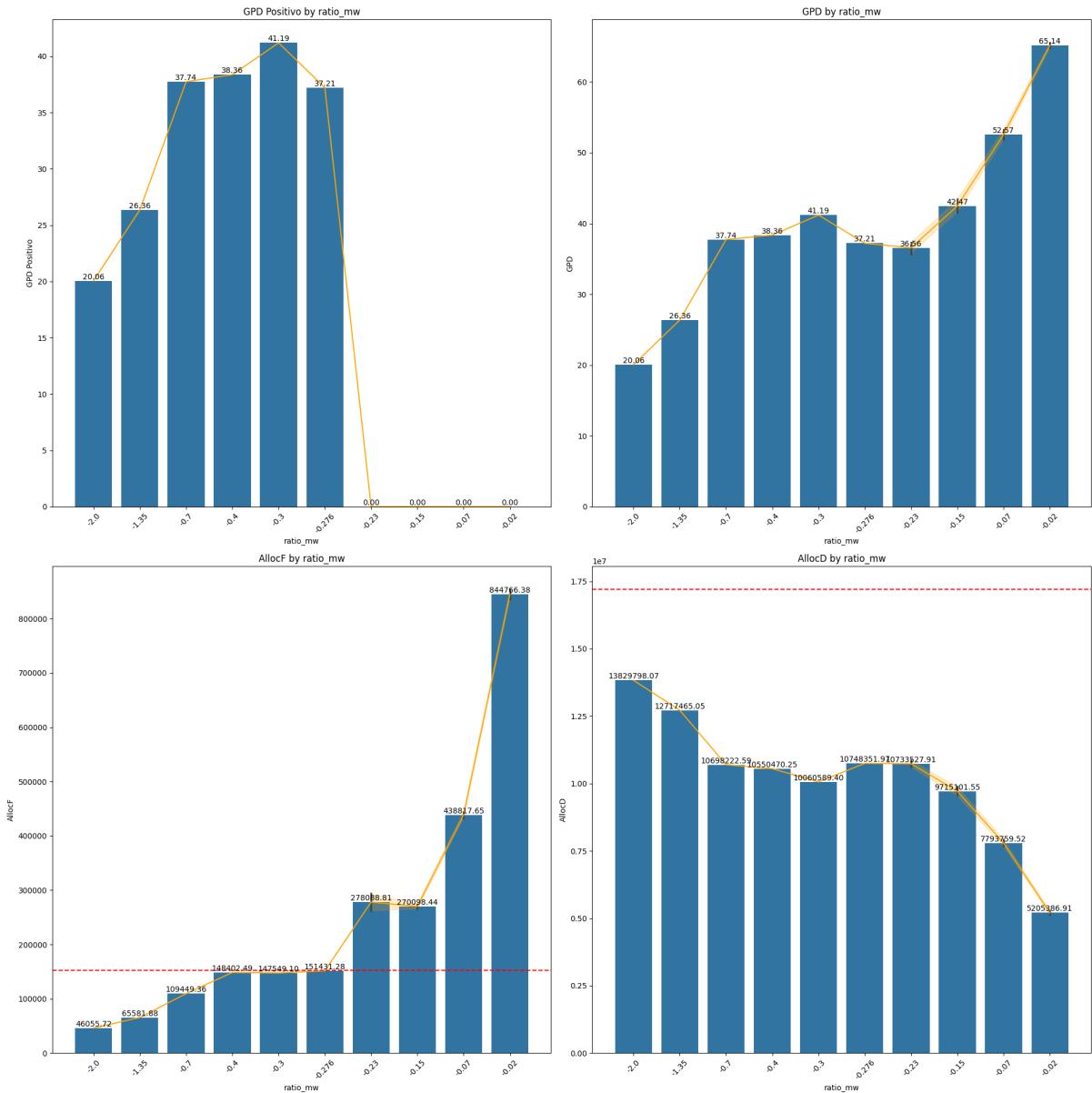


Figura 3.2: Resultados de alocações totais em diferentes rácios

Estas variações no rácio produzem diferentes dimensões nas alocações, modificando assim a sua posição em relação ao *benchmark*. Aqui para cada arquitetura o rácio ideal para o melhor GPD Positivo diferencia ligeiramente, tendo sido procurado com tentativa/erro baseado em assunções perante a aparente distribuição rácio/alocações.

Função de Activação

Como mostrado em [26], e [27], o uso de uma activação mais apropriada aos dados pode ser crucial para um salto na qualidade do modelo.

Vamos dividir as função de activação usadas nas camadas intermédias e a usada na camada final. Isto porque as camadas intermédias tendem a funcionar melhor com a mesma activação e a camada final é que mais define o valor que sai do modelo.

Esta experiência vai testar a combinações das seguintes activações nas duas variáveis descritas anteriormente: linear, relu, gelu.

3. FERRAMENTAS E MÉTODOS

Pesos

Esta experiência serve para testar diferentes pesos por amostra e não por grupo como na experiência anterior. Aqui os pesos são aplicados no momento da função de perda final.

Normalmente, estes pesos são usados para dar mais significado a amostras com menor amostragem, o que é mais facilmente aplicável em modelos de classificação. Como este é um problema de regressão linear com séries temporais vamos testar aplicar os pesos que se descrevem *infra*, ou nenhum peso.

Este peso é multiplicado pelo peso em *Mirror Weights*.

Temporais

Aqui a primeira amostra tem o menor valor de peso (1) e todas as amostras seguintes incrementam 1, dando mais peso consecutivamente a amostras mais recentes. Este tipo de pesos são testados em vários casos de séries temporais onde o objectivo é prever o futuro, podendo assim dar mais peso a tendências e valores mais recentes.

Distância à média

Neste peso cada amostra tem como valor a sua distância à média total dos dados, o que servirá para o modelo conseguir criar pesos relevantes a valores mais distantes à média.

Logo as amostras que tenham picos de valores terão um peso maior, forçando o modelo a aprender melhor estas ocasiões.

4 Métricas e Dados

4.1 Métricas

Com valorizações distintas na escolha de melhores modelos, as métricas utilizadas serviram maioritariamente dois propósitos:

O primeiro intuito é o estudo de cada modelo, utilizando as métricas comuns de regressão linear, comparando os valores reais com os valores das previsões.

O outro objectivo das métricas aplicadas é o estudo comparativo do desempenho de cada modelo com o modelo de *benchmark*.

$$t : \text{Valor real.} \quad p : \text{Previsão} \quad n : \text{número de amostras}$$

4.1.1 Métricas de modelo

RMSE - Root Mean Squared Error

$$RMSE = \sqrt{\frac{1}{n} \sum_{i=1}^n (t_i - p_i)^2} \quad (4.1)$$

Métrica comum em problemas de regressão, dando mais peso a erros maiores, mas retorna um valor que pode ser diretamente comparado ao valor em estudo. Neste caso podemos considerar que o RMSE representa o erro quadrático em MWh.

SAE - Sum Abs Error

$$SAE = \sum_{i=1}^n |t_i - p_i| \quad (4.2)$$

Este simboliza a soma absoluta de todos os erros, dentro da janela temporal em questão. Que representa a quantidade total da energia alocada/não alocada em erro, este é também a soma das duas próximas métricas. Que representam a soma absoluta dos erros positivos e dos erros negativos respectivamente.

AllocF - Alocação em Falta

$$AllocF = \sum_{i=1}^n |t_i - p_i|, \text{ se } p_i < t_i \quad (4.3)$$

4. MÉTRICAS E DADOS

Representa a soma total de toda a energia que faltou ser alocada.

AllocD - Alocação em Demasia

$$AllocD = \sum_{i=1}^n |t_i - p_i|, \text{ se } p_i > t_i \quad (4.4)$$

Representa a soma total de toda a energia que for alocada em demasia.

4.1.2 Métricas de comparação modelo/*benchmark*

GPD - Ganho Percentual de Desempenho

$$GPD = \frac{SAE_{benchmark} - SAE_{modelo}}{SAE_{benchmark}} \times 100 \quad (4.5)$$

O Ganho Percentual de Desempenho é a nossa métrica basilar. Representa, dentro da janela temporal de validação, a percentagem de melhoria do modelo em relação ao *benchmark*. Isto é representa a percentagem de energia que foi melhor alocada que o modelo, onde 100% representa uma melhoria perfeita, onde o modelo não tem erro, e 0% representa nenhuma melhoria, ou seja, igual ao *benchmark*.

O GPD também ter valores negativos, que representam a percentagem em que o modelo é pior que o *benchmark*, podendo ser infinitamente pior.

Esta métrica é representativa da totalidade de energia, tanto alocado como em falta.

As próximas métricas são variações desta que ajudam a escolher o melhor modelo em cada experiência, conseguindo distinguir entre alocação em falta e em demasia.

GPDF - Ganho Percentual de Desempenho (alocação em) Falta

$$GPDF = \frac{AllocF_{benchmark} - AllocF_{modelo}}{AllocF_{benchmark}} \times 100 \quad (4.6)$$

O mesmo que o GPD mas apenas para as somas totais de alocação em falta.

GPDD - Ganho Percentual de Desempenho (alocação em) Demasia

$$GPDD = \frac{AllocD_{benchmark} - AllocD_{modelo}}{AllocD_{benchmark}} \times 100 \quad (4.7)$$

O mesmo que o GPD mas apenas para as somas totais de alocação em falta.

GPD Norm - Ganho Percentual de Desempenho Normalizado

$$GPDNorm = \frac{GPDF + GPDD}{2} \quad (4.8)$$

Aqui o GPD é calculado a partir dos já calculados GPDF e GPDD, sendo a média destes. Desta maneira conseguimos ter uma percentagem de melhoria em relação ao *benchmark*, onde a melhoria da alocação em demasia e a melhoria da alocação em falta têm o mesmo peso.

GPD $Norm^2$ - Ganho Percentual de Desempenho Normalizado (negativos) Quadrado

GPD $Norm^2$ =GPD norm mas os GPD são ao quadrado se forem negativos

$$GPDNorm^2 = \begin{cases} GPDNorm & , \text{se } GPDF \& GPDD \geq 0 \\ \frac{GPDF^2+GPDD}{2} & , \text{se } GPDF < 0 \\ \frac{GPDF+GPDD^2}{2} & , \text{se } GPDD < 0 \end{cases} \quad (4.9)$$

O mesmo que GPD norm mas os GPDF ou GPFD que sejam negativos o seu valor é ao quadrado e mantendo-se negativo. Serve para dar mais peso aos valores negativos, assim não tendo GPD altos mesmo se um dos GPD for negativo (pior que o *benchmark*).

Esta métrica é a principal na escolha do melhor modelo em cada experiência visto manter ambos os GPD mas penalizando se algum deles é negativo.

GPD Positivo - Ganho Percentual de Desempenho Positivo

$$GPDPositivo = \begin{cases} GPD & , \text{se } GPDF \& GPDD \geq 0 \\ 0 & , \text{se } GPDF \parallel GPDD < 0 \end{cases} \quad (4.10)$$

Esta métrica é igual a GPD mas apenas nos casos em que ambos são positivos, logo o modelo é melhor que o *benchmark*, senão é zero. Serve para medir o GPD real, mas apenas nos casos em que o modelo já surpassa o *benchmark*.

4.2 Dados

4.2.1 Dados Mercado Português

Todos os dados necessários são disponibilizados pelo operador do sistema no [site da REN](#), com exceção do consumo máximo expectável. Este parâmetro é então substituído pelo consumo real, como uma aproximação à formulação indicada previamente.

Os dados estudados contêm entradas horárias desde 2010 até ao fim de 2023. Com as seguintes variáveis:

Tabela 4.1: Dados REN

Nome	Unidades
Necessidade Banda Subir [MW]	MW
Necessidade Banda Descer [MW]	MW
Consumo [MWh]	MWh

Apresentando as seguintes características:

Tabela 4.2: Dados de Optimização

	média	desvio padrão	min	max
Necessidade Banda Subir [MW]	177.44	30.74	0.00	415.00
Necessidade Banda Descer [MW]	88.75	15.37	0.00	207.50
Consumo [MWh]	5672.76	1012.19	3159.65	9827.80

4.2.2 Dados Mercado Espanhol

4.2.2.1 Dados Utilizados

Os dados em estudo para os modelos de *machine learning* são do mercado energético espanhol, retirados do site da [ESIOS](#).

Tabela 4.3: Indicadores retirados do site da ESIOS

Indicador ESIOS	Nome	Unidades
632	SecondaryReserveAllocationAUpward	MW
633	SecondaryReserveAllocationADownward	MW
680	UpwardUsedSecondaryReserveEnergy	MWh
681	DownwardUsedSecondaryReserveEnergy	MWh
1777	WindD+1DailyForecast	MWh
1779	PhotovoltaicD+1DailyForecast	MWh
1775	DemandD+1DailyForecast	MWh
10258	TotalBaseDailyOperatingSchedulePBFGeneration	MWh
14	BaseDailyOperatingSchedulePBFSolarPV	MWh
10073	BaseDailyOperatingSchedulePBFWind	MWh
10186	BaseDailyOperatingSchedulePBFTotalBalanceInterconnections	MWh

Aquisição dos Dados

No âmbito da automatização destes dados foi modificado o repositório [ESIOS](#) para ser usado como uma biblioteca de *python*, aberta, em *pypi*, sendo uma ferramenta mais facilmente acessível para a extrair dados do mercado espanhol, [pyesios](#).

No âmbito de automatizar o processo, foram feitas contribuições a esta ferramenta para tornar mais acessível, e uma ferramenta aberta de *python*.

4.2.2.2 Estudo dos dados

Os dados que nos propomos a prever são os de Energia Usada na Banda de Reserva Secundária, tanto a subir como a descer: “*UpwardUsedSecondaryReserveEnergy*”, “*DownwardUsedSecondaryReserveEnergy*”.

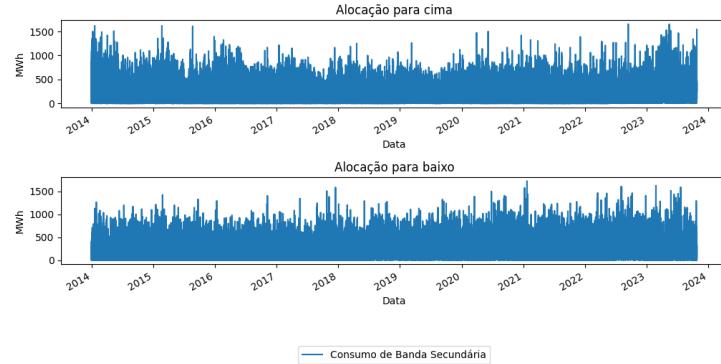


Figura 4.1: Série Temporal dos dados alvo

Para termos uma melhor percepção dos mesmos seguem, infra, quatro janelas temporais mais pequenas.

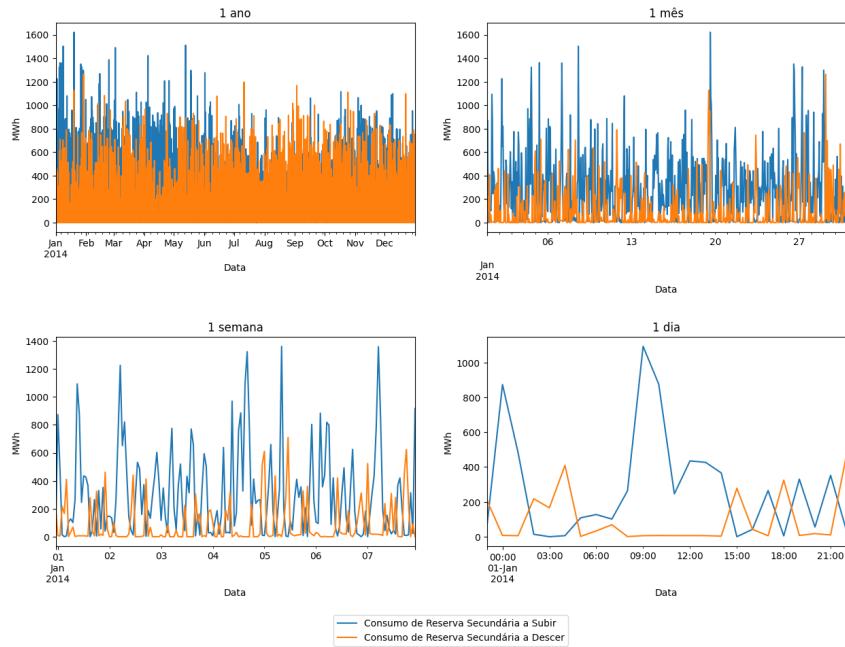


Figura 4.2: Janelas Temporais dos dados alvo

Da análise destas janelas temporais verificou-se claramente que ambos os atributos mantêm um comportamento tanto discreto, como linear, isto é, que ou existe algum valor, ou é zero, e se existe valor este tem comportamento linear.

A distribuição destes dados é claramente exponencial, o que é importante para a escolha de alguns parâmetros na modelação.

4. MÉTRICAS E DADOS

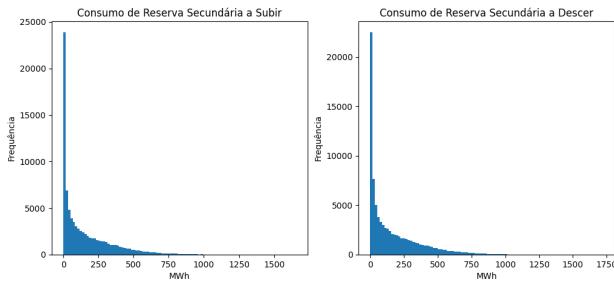


Figura 4.3: Frequência dos dados alvos

Correlações

Os modelos vão depender bastante de correlação entre variáveis.

Nesta secção procuramos identificar se há visíveis relações entre as variáveis, e se há relações temporais visíveis nas colunas alvo.

Correlações entre atributos

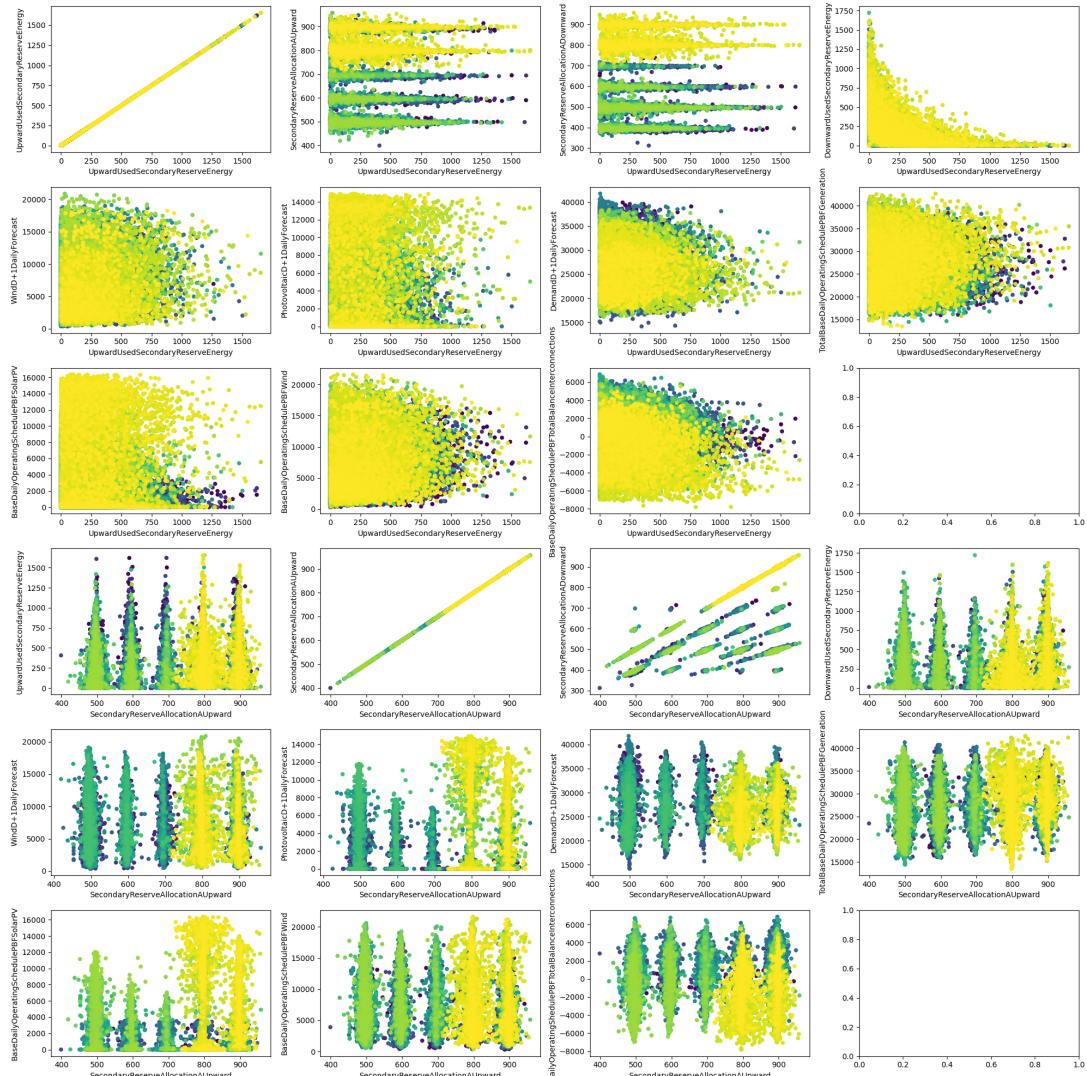


Figura 4.4: Correlação entre atributos

Esta figura apresenta a dispersão de valores entre a energia usada, primeiras três linhas a energia para cima e as seguintes a energia para baixo, e os outros atributos presentes.

As correlações entre variáveis parecem muitos escassas, o que já apresenta que a previsão destes dados, usando estas variáveis, será ser um problema difícil.

Por norma, é feita uma seleção de atributos baseada nestas correlações, eliminando assim os atributos que ajudam menos, ou até prejudicam os modelos.

Seguem, *infra*, os valores de correlação é possível verificar numericamente que existe muito pouca correlação entre os atributos. Onde a primeira coluna são os valores de correlação para a energia usada a subir e a segunda coluna as correlações da energia usada a descer.

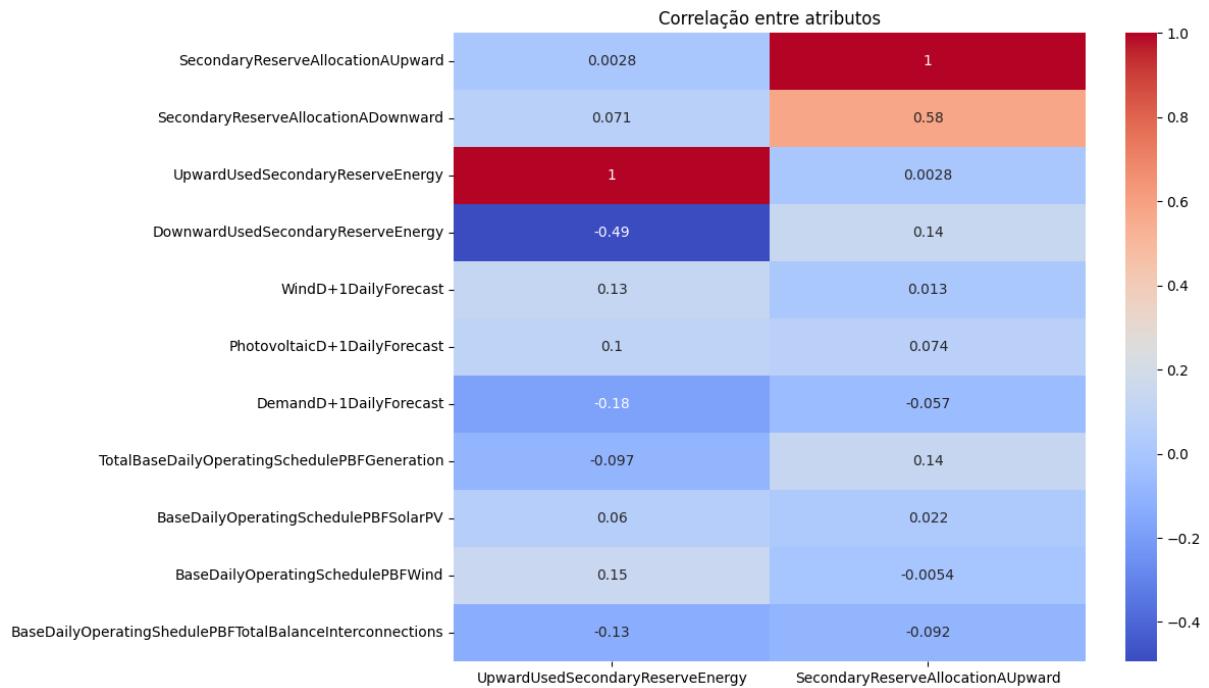


Figura 4.5: Valores de correlação entre atributos

Correlações Temporais

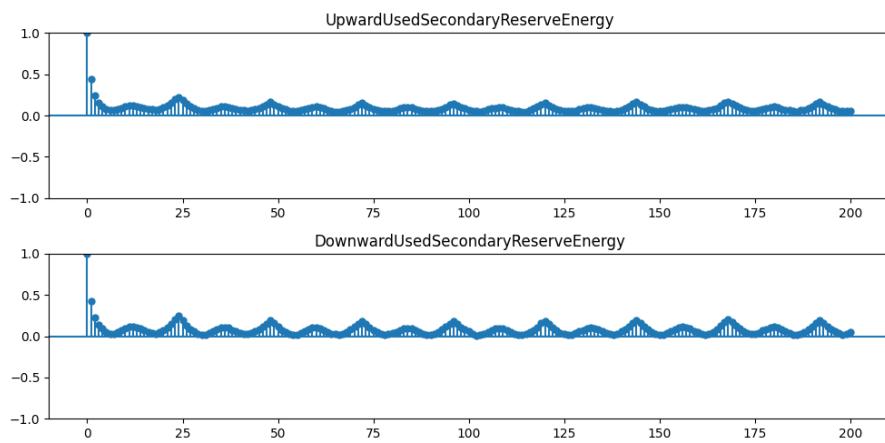


Figura 4.6: Autocorrelação Temporal

A autocorrelação, em ambos os alvos, é mais forte nas 3 horas mais próximas, e nos pontos com

diferença de 12 e 24 horas.

É de notar que estes valores são baixos, prometendo já também uma baixa regressividade temporal.

Os melhores saltos temporais e suas correlações são mostradas na tabelas em baixo:

Tabela 4.4: Autocorrelação Temporal

	horas	1	2	24	23	25	168	144	192	48
	rácio	0.44	0.24	0.22	0.19	0.19	0.17	0.16	0.16	0.16
UpwardUsedSecondaryReserveEnergy	horas	1	2	24	23	25	168	144	192	48
UpwardUsedSecondaryReserveEnergy	rácio	0.43	0.22	0.25	0.20	0.19	0.21	0.19	0.20	0.19
DownwardUsedSecondaryReserveEnergy	horas	1	2	24	23	25	168	144	192	48
DownwardUsedSecondaryReserveEnergy	rácio	0.43	0.22	0.25	0.20	0.19	0.21	0.19	0.20	0.19

Outro ponto a denotar é que os objectos não têm um comportamento completamente linear, i.e., parece existir um comportamento discreto na questão ser alocado ou não esta reservas secundárias, e caso seja alocado, aí existir alguma linearidade.

Logo qualquer tipo de modelação terá de resolver primeiramente este problema.

Da análise destas relações, é possível verificar que em termos de atributos usados será um desafio complicado para qualquer tipo de modelo.

No âmbito desta dissertação pretendemos verificar a qualidade das previsões usando estes mesmo atributos, pelo que, não será feita seleção dos mesmos.

A nível da relação temporal, a maior parte dos modelos que testaremos aplica um janela na dimensão temporal, usando todos os valores nessa janela, e aplicando os pesos nessas distâncias que mais se enquadram. Logo também não é relevante escolher apenas as distâncias temporais com maior correlação, pois os modelos farão essa pesagem.

4.2.2.3 Tratamento dos dados

Normalização

A normalização foi deixada para ser aprendida nos modelos, sendo que todos os modelos têm a normalização como segunda camada.

Limpeza

Podemos ver pelos gráficos seguintes que a existem alguns *outliers*, sendo estes definidos como 3 (três) desvios padrão de distância à média.

Estes gráficos mostram também que existe uma variação do que são os valores normais de cada atributo a nível temporal. Logo um método de limpeza não se poderia basear apenas numa definição geral de *outliers*, mas teria também de ser feito em janelas temporais.

Pelo mesmo argumento e visto que os *outliers* fazem parte do que queremos também descobrir, não é aplicada nenhum método de remoção dos mesmo, sendo os dados passados a cru para os modelos.

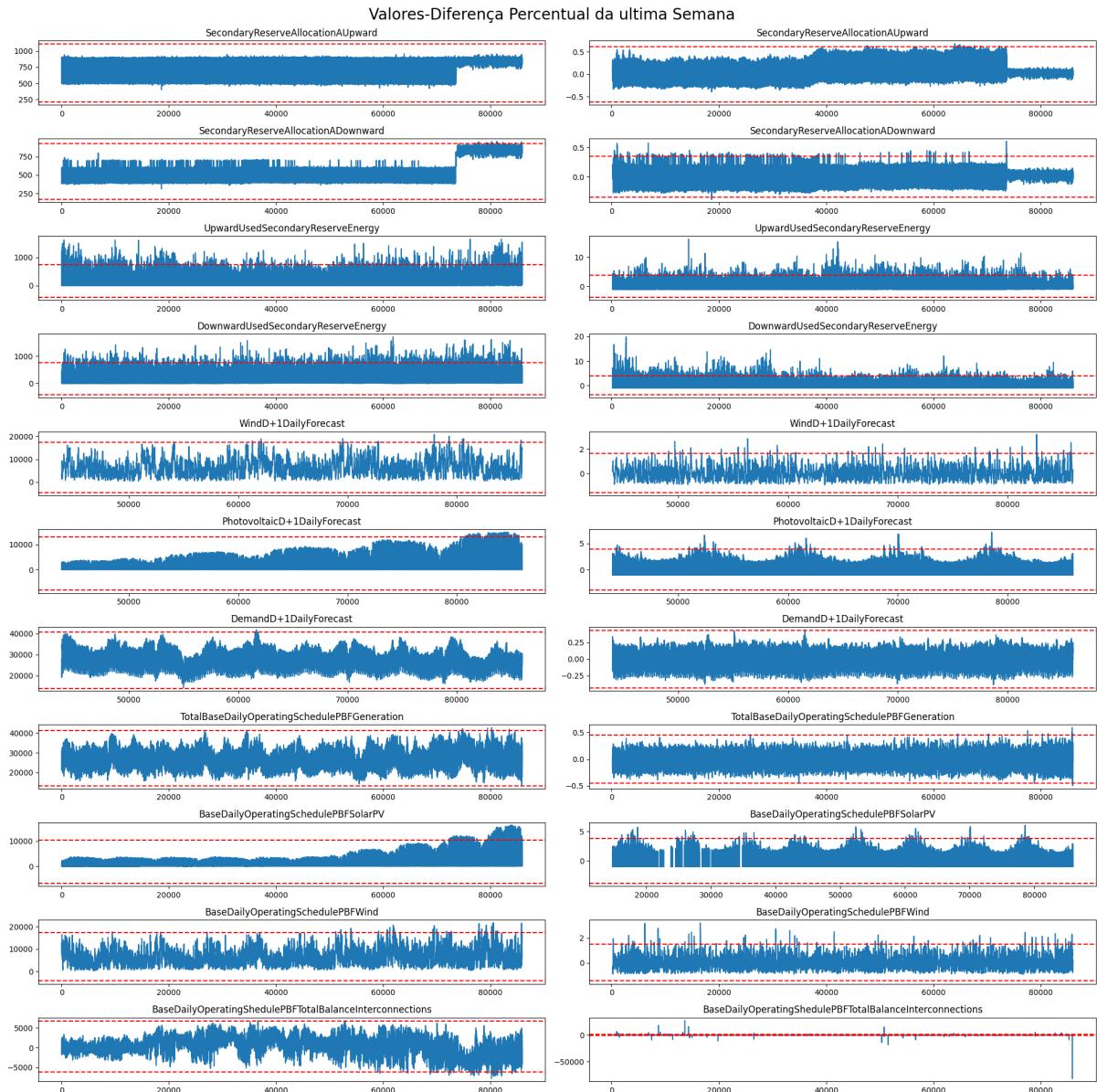


Figura 4.7: Outliers

Com outra análise desta variação dos atributos a nível temporal verificou-se que qualquer divisão dos dados para treino e teste devia levar as variações em consideração. Com efeito, o treino deve ter representatividade de todas as condições diferentes, ou pelo menos, da maior parte delas.

Dados em falta (*Missing Data*)

Estudemos também o caso de dados em falta. Alguns destes atributos têm certas entradas vazias, e como é possível verificar, alguns não têm determinados anos inteiros.

Como é nossa intenção usar o máximo de dados possíveis, usaremos nesses dados usar técnicas de *imputing*.

Vendo no gráfico abaixo, verificamos que temos dados em falta de vários anos, em três atributos, e um deles tem algumas horas esporádicas em falta nos primeiros anos.

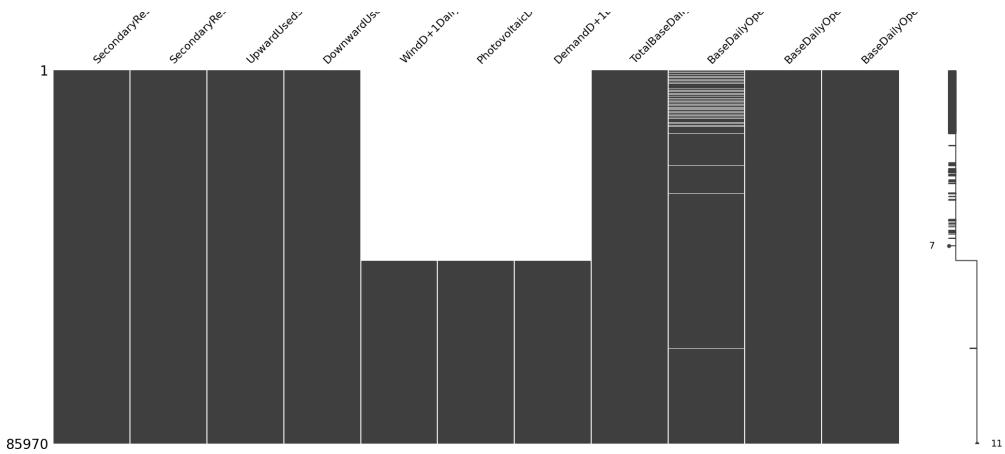


Figura 4.8: Dados em falta

Vamos aplicar o método experimental `IterativeImputer` da biblioteca de *python sklearn*.

Este método é baseado nos trabalhos de [28] e de [29].

Por ultimo foi adicionado ao dados mais atributos, sendo eles todos de cariz temporal. São adicionados atributos correspondentes à hora, ao dia do ano, ao dia da semana, ao dia do mês, mês, ano.

4.2.2.4 Dados de treino

Após o tratamento apresentado as estatísticas gerais dos dados usados para treinar o modelo são:

Tabela 4.5: Dados de Treino

	média	desvio padrão	min	max
DownwardUsedSecondaryReserveEnergy	168.20	199.67	0.00	1721.40
SecondaryReserveAllocationAUpward	662.94	150.62	399.00	958.00
SecondaryReserveAllocationADownward	549.27	126.67	312.00	956.00
UpwardUsedSecondaryReserveEnergy	158.10	191.62	0.00	1654.80
WindD+1DailyForecast	5824.12	3413.15	71.33	20879.30
PhotovoltaicD+1DailyForecast	1666.31	2719.60	0.00	14925.30
DemandD+1DailyForecast	27944.24	4479.39	14170.00	41773.00
TotalBaseDailyOperatingSchedulePBFGeneration	27249.43	4603.58	13470.50	42707.60
BaseDailyOperatingSchedulePBFSolarPV	1714.09	2815.35	0.00	16358.90
BaseDailyOperatingSchedulePBFWind	6525.51	3582.36	308.60	21619.60
BaseDailyOperatingSchedulePBFTotalBalanceInterconnections	290.58	2157.11	-7817.00	6858.50

4.2.2.5 Dados de Validação

Os dados de validação são os mesmos que os dados de treino, embora apenas durante os anos de 2019 a 2022, inclusive.

Usamos como *benchmark* as capacidades alocadas, ”*SecondaryReserveAllocationAUpward*” e ”*SecondaryReserveAllocationADownward*”, e como validação e objectivo, y, a própria energia usada, ”*UpwardUsedSecondaryReserveEnergy*” e ”*DownwardUsedSecondaryReserveEnergy*”.

Benchmark

Como método de comparação a todas as experiências foi criado uma base que servirá de *benchmark*.

Este base não é nada mais do que a própria previsão feita pela entidade reguladora ESIOS. Dentro do nossos dados correspondem aos valores nos campos `"SecondaryReserveAllocationAUpward"` e `"SecondaryReserveAllocationADownward"`.

Para os dados utilizados, podemos ver a totalidade e comparação do *benchmark* (Energia Alocada) com a energia utilizada.

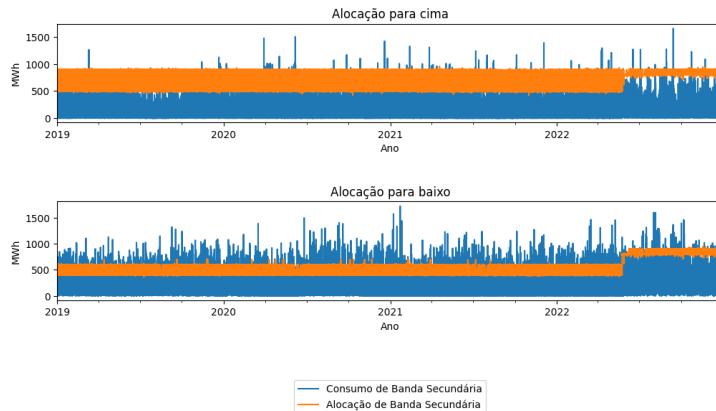


Figura 4.9: Série Temporal dos dados de Benchmark c/ consumo real

Imediatamente podemos verificar que o método para prever a energia necessária actualmente está dentro de um espectro limitado de valores, sendo que esses valores estão perto dos valores de ponta na alocação para cima, e perto dos valores médios na alocação para baixo.

Isto deve-se ao facto de ser uma função fixa, baseado no dia em questão. Notamos também que a meio de 2022 houve uma mudança dessa função que limitou os alcances tornando os valores mais elevados. Devido à guerra na Ucrânia e à forte incerteza que esta trouxe aos mercados de eletricidade em virtude da crise de gás na Europa, que aumentou significativamente o preço deste recurso e levou à adaptação dos consumidores e países, a REE aumentou as necessidades de reserva secundária para responder a esta incerteza.

Do ponto de vista puramente de análise de dados esta decisão da REE faz sentido para diminuir a quantidade de vezes em que não é alocada energia suficiente.

Mas o mais importante a notar é a forma estática destes métodos, que, em virtude da natureza flutuante da energia necessária, apresentam, frequentemente um erro grande.

Tal é possível de verificar através da análise de algumas janelas temporais dentro do período de validação, em concreto, atentando no melhor e pior resultado, em termos de erro absoluto, em janelas temporais de ano, mês, semana e dia.

4. MÉTRICAS E DADOS

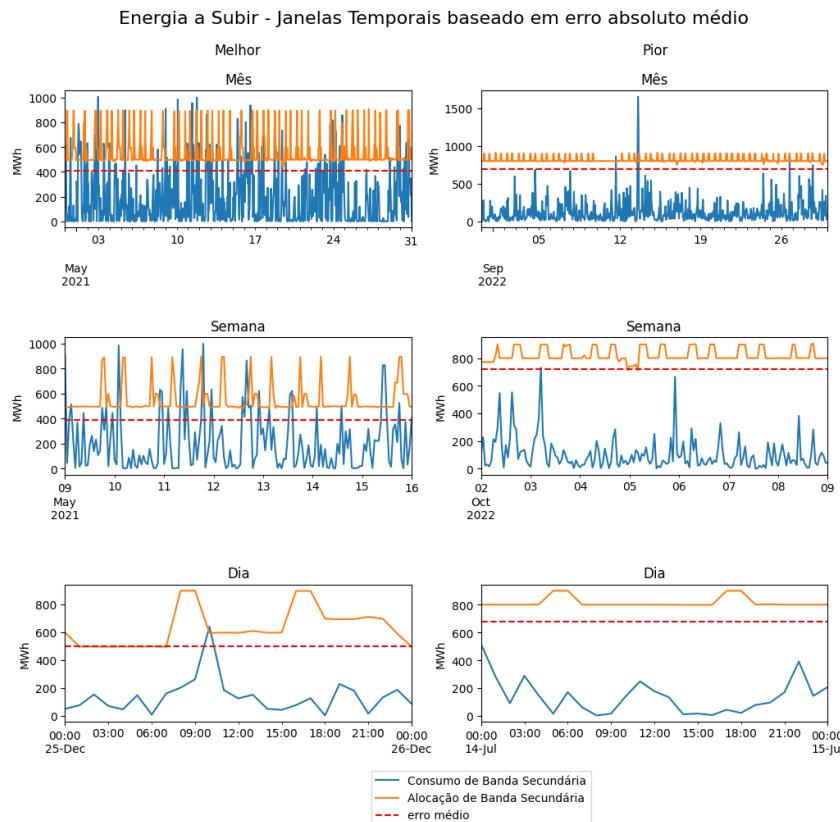


Figura 4.10: Janelas temporais de *benchmark* energia a subir

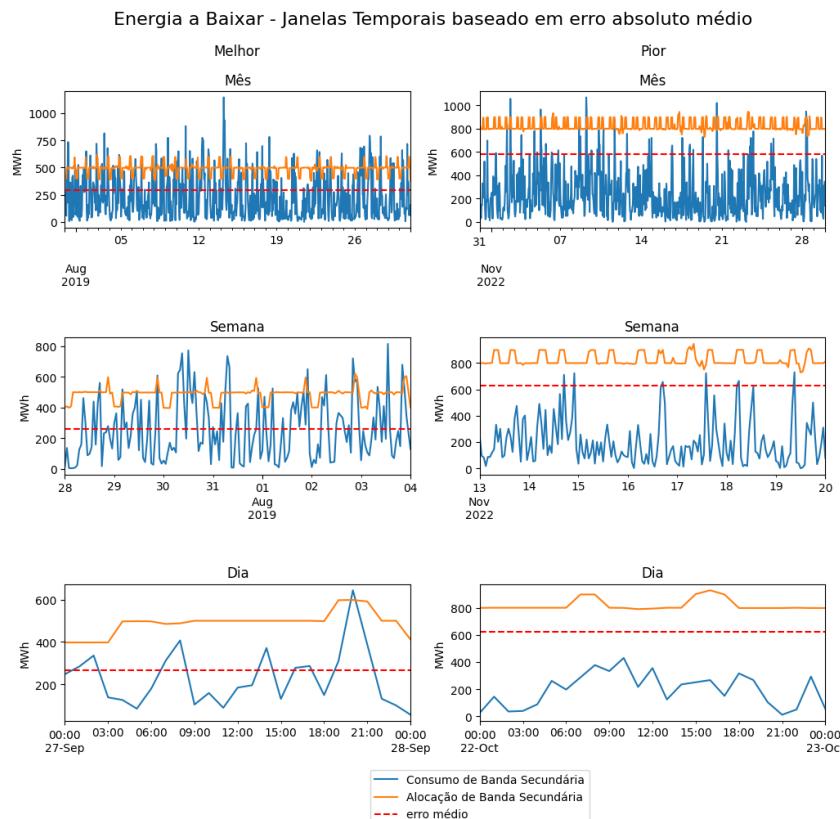


Figura 4.11: Janelas temporais de *benchmark* energia a descer

Dentro destas janelas temporais conseguimos ter melhor a percepção da natureza estática deste modelo actual, e quanto longe está dos valores reais necessários.

Os resultados a melhorar são:

Tabela 4.6: Resultados métricas *benchmark*

	RMSE	SAE	AllocF	AllocD
Alocação a Subir (MW)	536.55	17357826.75	152679.00	17205147.75
Alocação a Descer (MW)	408.99	12981575.55	479191.60	12502383.95

As correlações entre o método actual e a energia consumida podem ser vistas na figura abaixo:

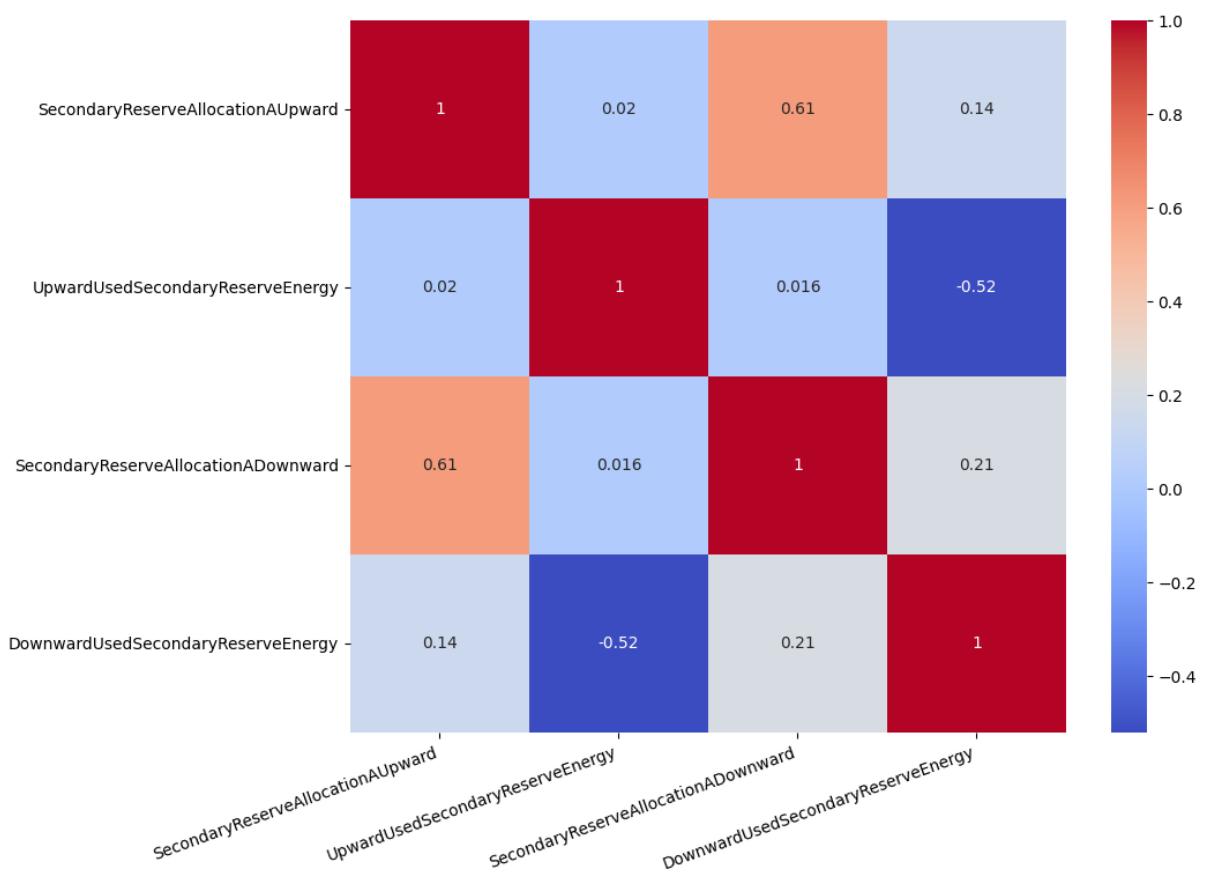


Figura 4.12: Correlação entre *benchmark* e real

As relações entre as energias alocadas são altas devido à natureza do método de previsão enquanto que a correlação entre a energia alocada e a usada são bastante baixas com 21% na alocação a descer e 2% na alocação a subir.

O que não mostra uma ligação entre as alocações e a energia usada, mas apenas entre as energias alocadas.

5 Resultados e discussão

5.1 Estimativa do parâmetro ρ da fórmula da REN

Arredondando o $\rho_{proposto}$, da fórmula 3.1, a uma casa decimal, podemos verificar que o histograma das diferentes propostas difere bastante, sendo que esta apresenta uma curva de distribuição normal.

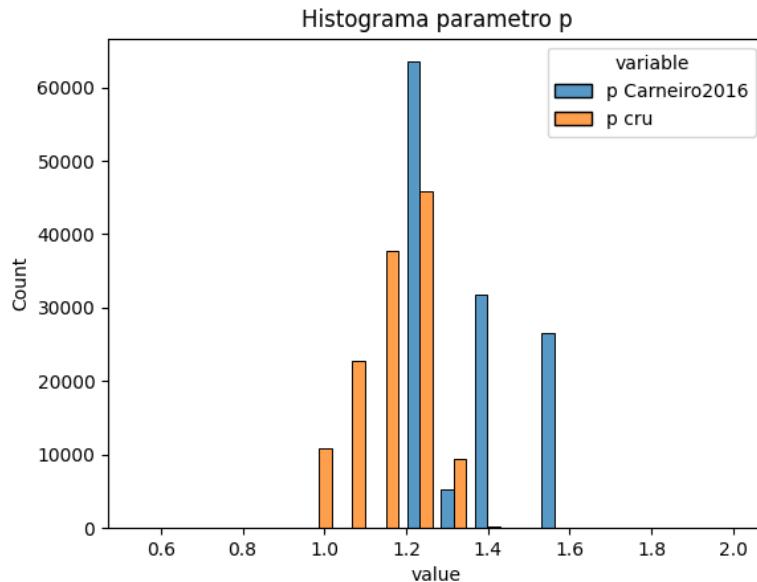


Figura 5.1: Histograma ρ

Atentando as distribuições por hora:

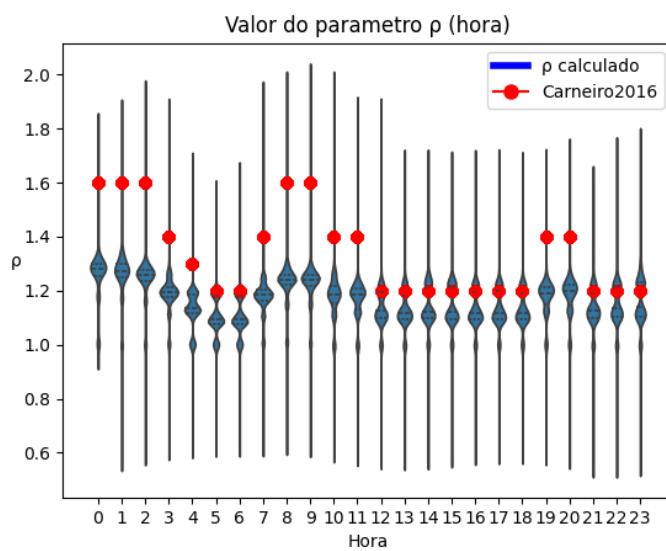


Figura 5.2: Valor do parâmetro ρ (hora)

O $\rho_{proposto}$ apresenta um grande variabilidade em todas as horas, embora de notar que em todas tem um maior peso perto da mediana. O ρ de comparação embora sempre dentro da distribuição note-se que cai quase sempre em zonas com pouco peso nestes dados históricos.

Calculamos ρ possíveis para proposta final usando as seguintes aproximações: média, mediana, e média ponderada ao consumo, e à banda.

As distribuições por hora são as seguintes:

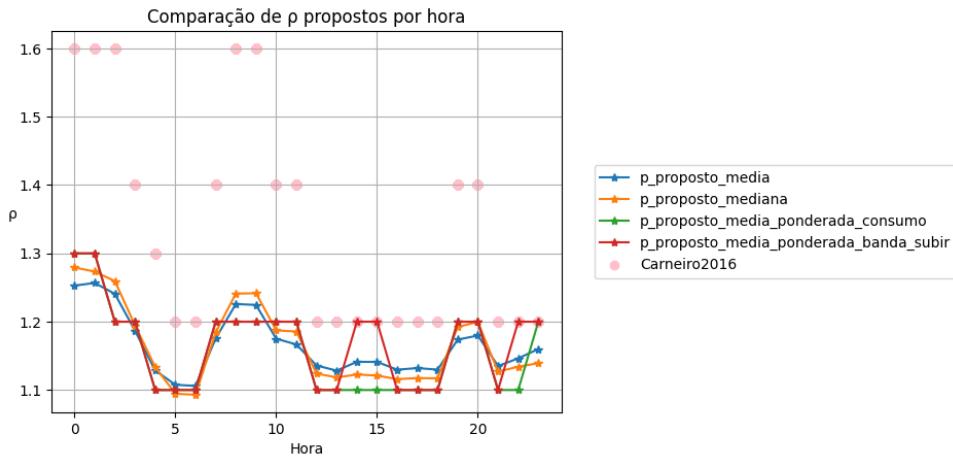


Figura 5.3: Comparação ρ por hora

Todas seguem um percurso semelhante ao longo do dia, o qual também pode ser extrapolado para Carneiro2016. A média e mediana destacam-se seguindo muito parecidas, enquanto que as ponderadas também parecidas entre elas são bastante mais discretas.

Para a escolha da normalização deste parâmetro à Hora, estudou-se o erro entre a Banda Reserva calculada através das normalizações e a Banda Reserva disponível nos dados.

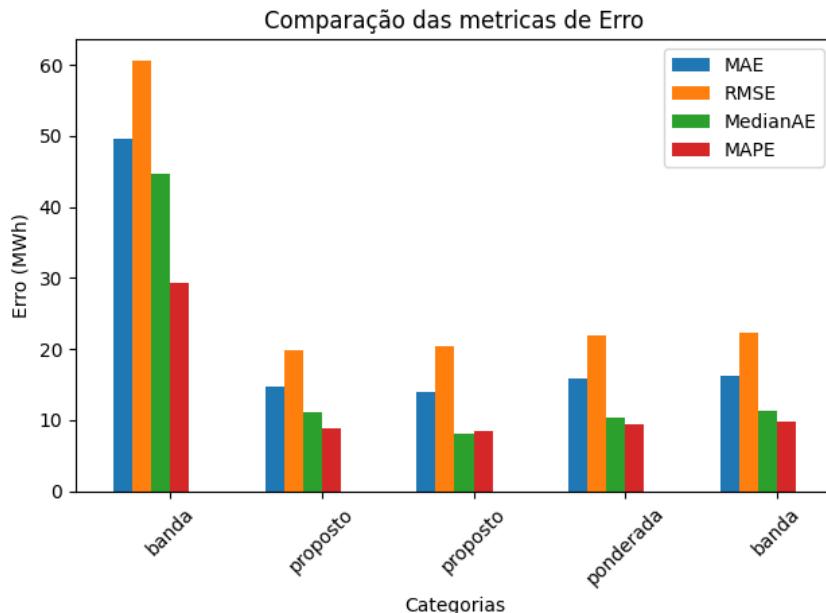


Figura 5.4: Comparação dos erros por ρ

5. RESULTADOS E DISCUSSÃO

Tabela 5.1: Erros de Banda de Reserva por método de normalização ρ

Normalização	MAE	RMSE	MedianAE	MAPE
Carneiro2016	49.55	60.52	44.65	29.36
média	14.67	19.87	11.18	8.80
mediana	14.03	20.36	8.15	8.44
média ponderada consumo	15.76	21.91	10.32	9.30
média ponderada banda	16.19	22.23	11.30	9.73

A normalização com erros mais baixos é a média. Com um erro médio (de todo o histórico) para o consumo real de 8.8% o que comparando com o *benchmark* de 29.36% é uma melhoria bastante considerável. Comparando as bandas calculadas a uma média em cada hora:

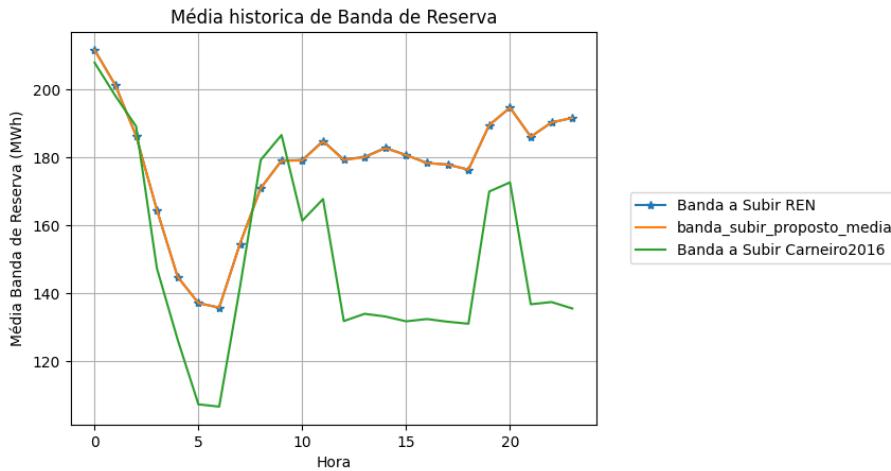


Figura 5.5: Média histórica de Banda de Reserva

Podemos ver que em termos de média horária, a Banda de Reserva calculada através do $\rho_{proposto}$ apresenta quase uma sobreposição por inteiro ao valor médio real.

Retiramos as médias dos erros percentuais e podemos observar:

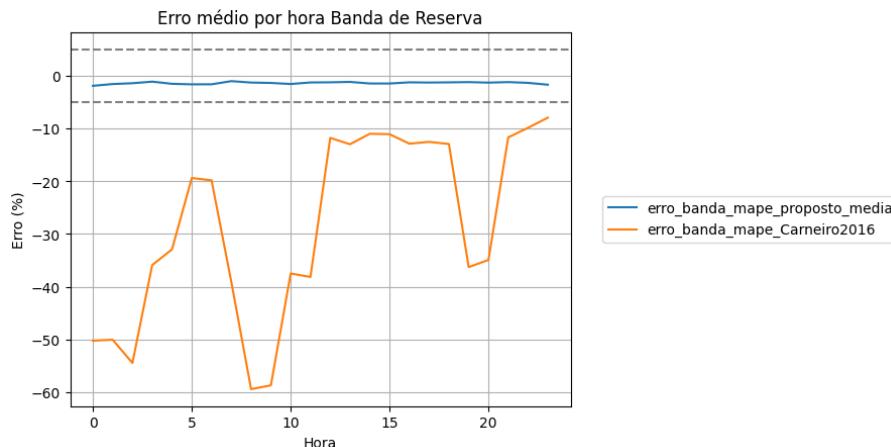


Figura 5.6: Erro médio por hora Banda de Reserva

Em termos de média diária o erro pelo método proposto está bem abaixo da margem de erro do 5% na banda, em todas as horas. E na outra tese apenas 10% cai dentro dessa margem de erro.

Como tal o $\rho_{proposto}$ a partir do estudo dos dados históricos é:

Tabela 5.2: Valores de ρ propostos

Hora	ρ
0	1.252829
1	1.256717
2	1.240812
3	1.186709
4	1.128716
5	1.107658
6	1.106000
7	1.175438
8	1.225913
9	1.224505
10	1.175051
11	1.166680
12	1.135893
13	1.128339
14	1.141243
15	1.141133
16	1.129779
17	1.132071
18	1.129844
19	1.173754
20	1.179720
21	1.135143
22	1.146282
23	1.160048

Neste estudo podemos comprovar que usando um ρ extrapolado dos dados históricos, e um L_{max} sendo o consumo real e não o consumo máximo calculado, os erros médios por hora ficam abaixo dos 5%.

5.2 Dimensionamento dinâmico da potência alocada na reserva secundária

Os resultados do trabalho conseguem apresentar uma melhoria significativa ao *benchmark*. Apenas da análise das flutuações do mesmo já é expectável uma melhor capacidade de emular o dinamismo do mercado em estudo.

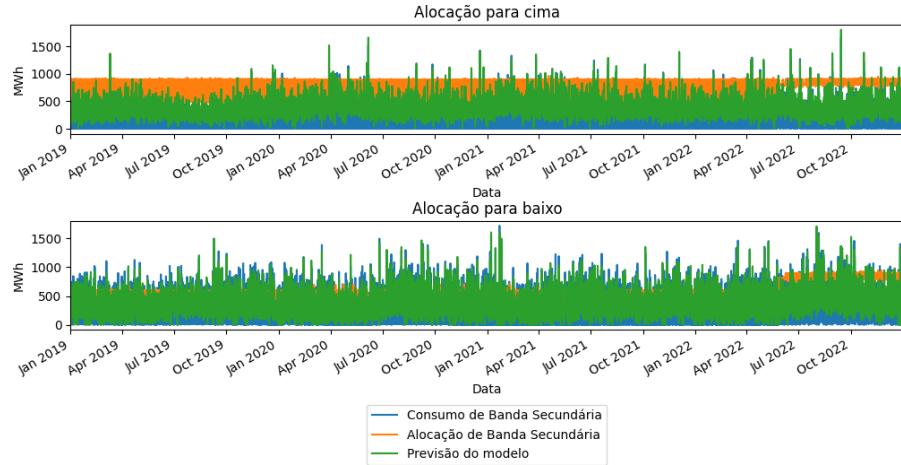


Figura 5.7: Série Temporal dos dados de validação

Esta figura apresenta os modelos finais durante toda a época de validação. Nas secções seguintes analisaremos em pormenor os resultados mais importantes de cada experiência.

5.2.1 Estatísticos

Como ponto inicial de resultados os modelos estatísticos apresentam melhorias em relação à alocação em demasia, mas perdas significativas em relação a alocação em falta.

Tabela 5.3: Resultados métricas Modelos Estatísticos

	RMSE	SAE	AllocF	AllocD	GPD	GPD F	GPD D	GPD norm	GPD Positivo
Arquitetura									
Alocação a Subir	ar	169.21	4352584.52	2136545.80	2216038.73	74.92	-1299.37	87.12	-606.13
	arma	181.33	4783841.06	2187173.52	2596667.54	72.44	-1332.53	84.91	-623.81
	ma	183.10	4940770.16	2066116.05	2874654.11	71.54	-1253.24	83.29	-584.97
Alocação a Descer	ar	198.75	5265558.19	2624914.00	2640644.18	59.44	-447.78	78.88	-184.45
	arma	218.76	5847476.54	2876213.76	2971262.78	54.96	-500.22	76.23	-211.99
	ma	217.53	5869239.18	2871295.12	2997944.06	54.79	-499.20	76.02	-211.59

Estes valores, a nível operacional, podem ser equiparáveis a alocar pouca ou nenhuma energia. Não correndo riscos de alocar em demasia. O que melhora bastante o desempenho em relação ao *benchmark* a nível de valor de energia absoluta desperdiçada mas derrota o propósito das reservas de energia.

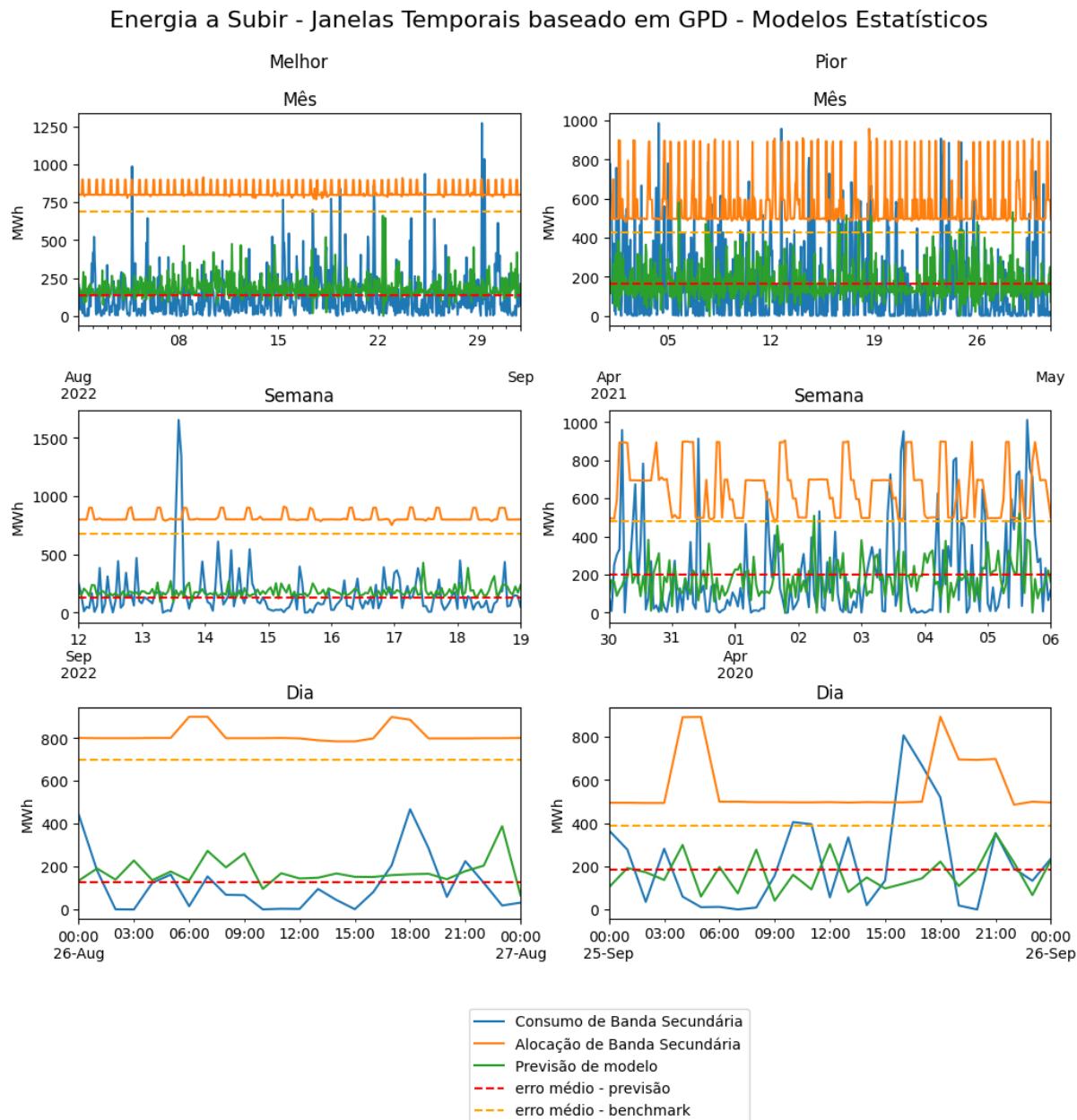


Figura 5.8: Janelas temporais de modelos estatísticos energia a subir

5. RESULTADOS E DISCUSSÃO

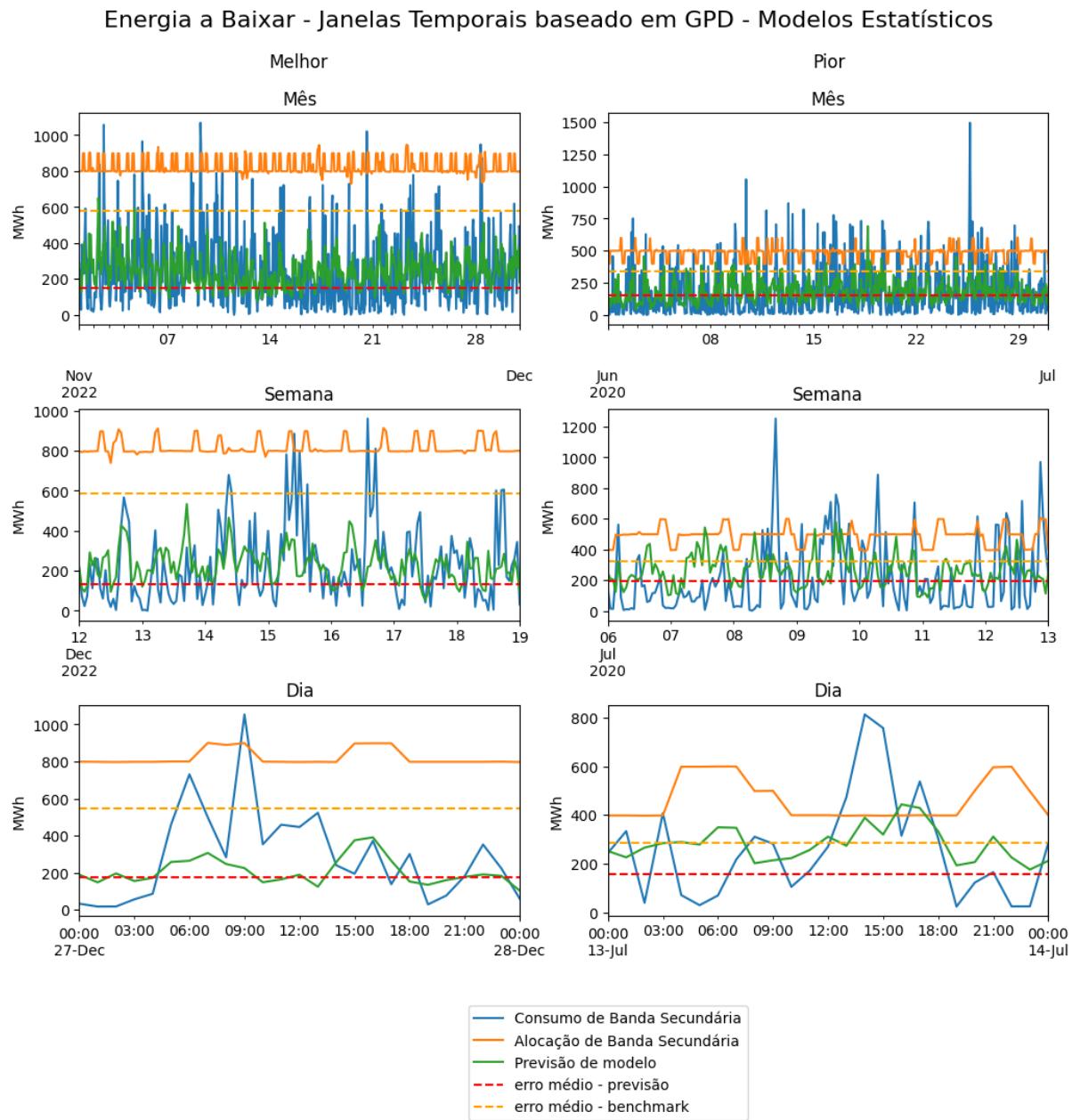


Figura 5.9: Janelas temporais de modelos estatísticos energia a descer

Estas figuras mostram que os modelos conseguem até acompanhar o real, podendo até ser um caminho a seguir com algum trabalho específico, mas perdem por manterem-se quase sempre abaixo do necessário, não dando assim a operacionalidade necessária à rede.

As médias horárias são:

			média	desvio padrão	min	max
Alocação a Descer (MW)	benchmark	542.59	126.09	363.00	946.00	
	modelo	200.14	103.62	0.00	915.37	
Alocação a Subir (MW)	benchmark	623.68	152.39	419.00	958.00	
	modelo	160.49	77.05	0.00	765.82	
Capacidade Horária (MW)	benchmark	1166.27	250.19	816.00	1891.00	
	modelo	360.63	109.25	45.53	1039.76	
Energia a Descer Extraordinária (MWh)	benchmark	169.93	153.95	0.10	1226.40	
	modelo	192.13	168.57	0.00	1481.53	
Energia a Subir Extraordinária (MWh)	benchmark	139.31	136.45	0.40	922.80	
	modelo	180.43	164.43	0.01	1508.90	

Tabela 5.4: Resultados Modelos Estatísticos

Alocação a Descer	Alocação a Subir	Capacidade Horária	Energia a Descer Extraordinária	Energia a Subir Extraordinária
-63.11	-74.27	-69.08	13.07	29.52

Tabela 5.5: $\Delta\%$ das médias dos Modelos Estatísticos

As médias de alocação são bem mais baixas que o benchmark, mas este modelos têm bastante falta de energia alocada em ambas, logo não respondem à premissa base de ter menos energia em falta e em demasia, inclusive, têm um aumento de necessidade de uso de reserva terciária.

5.2.2 Redes Neuronais

Os vários métodos percorreram muitos tipos de modelos diferentes. Na tabela seguinte apresentamos apenas os melhores resultados baseados em GPD Positivo

Tabela 5.6: Resultados métricas Modelos Neuronais

	Arquitetura	RMSE	SAE	AllocF	AllocD	GPD	GPD F	GPD D	GPD norm	GPD Positivo
Alocação a Subir	UNET200	304.34	9198979.08	147188.93	9051790.14	47.00	3.60	47.39	25.49	47.00
	VanillaCNN200	363.35	11485327.65	148465.21	11336862.44	33.83	2.76	34.11	18.43	33.83
	VanillaFCNN200	430.56	13711095.73	151618.33	13559477.40	21.01	0.69	21.19	10.94	21.01
	StackedCNN200	285.37	9050740.83	551412.37	8499328.46	47.86	-261.16	50.60	-105.28	0.00
	Transformer200	267.64	8284147.25	637167.06	7646980.19	52.27	-317.32	55.55	-130.89	0.00
Alocação a Descer	UNET200	262.71	7520124.89	471269.40	7048855.49	42.07	1.65	43.62	22.64	42.07
	VanillaCNN200	290.88	8712073.57	479139.28	8232934.29	32.89	0.01	34.15	17.08	32.89
	VanillaFCNN200	345.38	10502821.57	477298.45	10025523.13	19.09	0.40	19.81	10.10	19.09
	Transformer200	351.15	10692502.51	459178.43	10233324.08	17.63	4.18	18.15	11.16	17.63
	StackedCNN200	270.28	8163425.02	991551.79	7171873.23	37.12	-106.92	42.64	-32.14	0.00

O melhor modelo para alocação a Descer apresenta um ganho de desempenho em relação ao *benchmark* de 42%, e o a Subir de 47% na soma da janela temporal de validação.

Estes modelos têm ambas as alocações e os erros menores que o *benchmark*. Considerando que os dados que permitem quantificar a mais valia económica de reduzir a alocação de reserva secundária em falta devido não são dados públicos, o objetivo passa por manter esta alocações com valores mais baixos que o *benchmark* (GPDF positivo mas próximo de 0) e minimizar a alocação em excesso, maximizando o GPDD, ou juntando as condições maximizando o GPD Positivo. Desta forma a primeira arquitetura de cada tabela é aquela que apresenta melhores resultados quantificáveis quer do ponto de vista operacional como económico.

5. RESULTADOS E DISCUSSÃO

Escolhendo o modelo com melhores resultados em GPD Positivo podemos ver algumas janelas temporais.

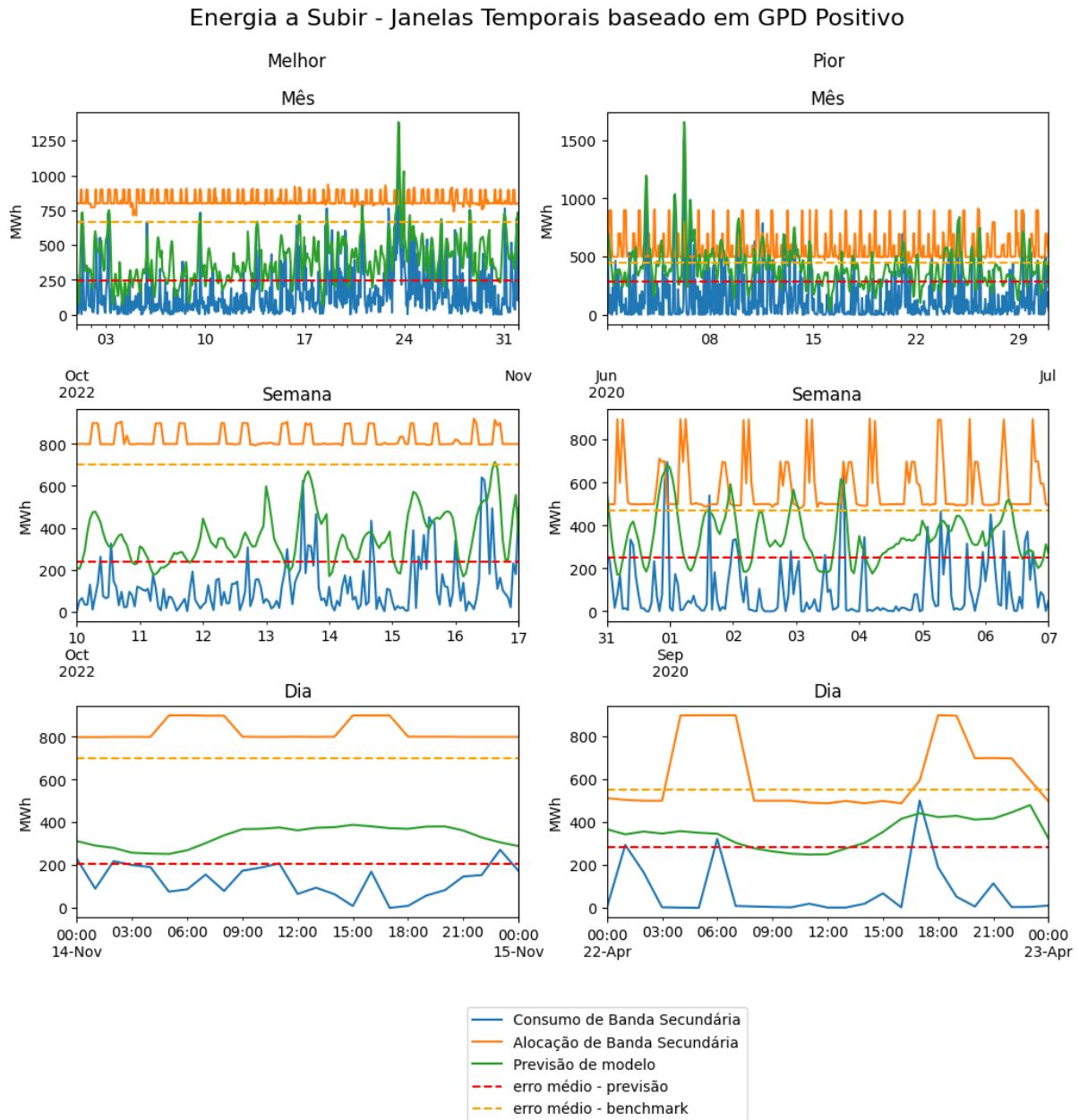


Figura 5.10: Janelas temporais energia a subir

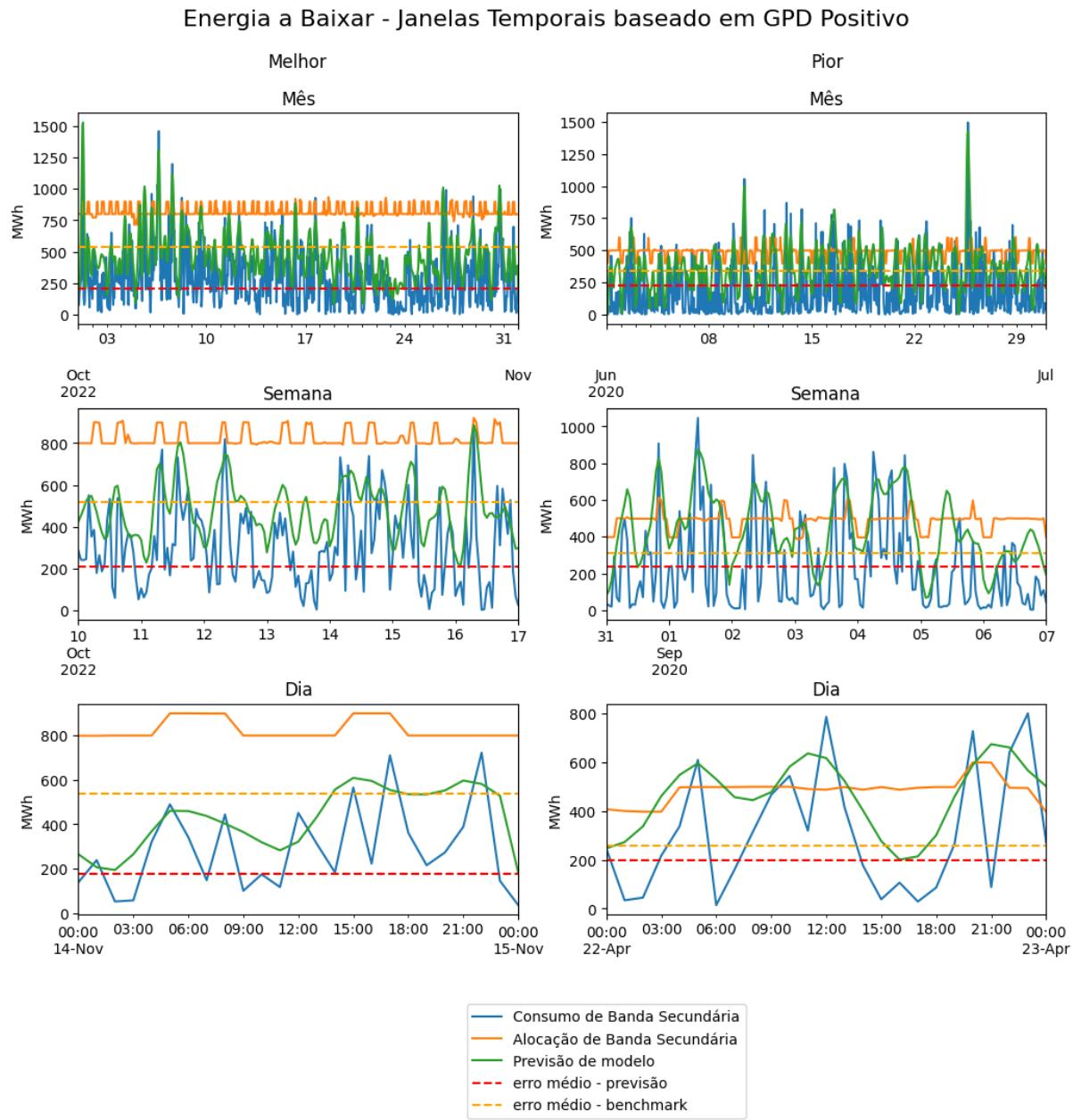


Figura 5.11: Janelas temporais energia a descer

É visualmente notável que o modelo mantém uma previsão mais perto da energia usada do que o *benchmark*. Mesmo nas piores janelas temporais, o erro de previsão acumulado é claramente menor que o do método actual.

Atente-se no facto de as previsões seguirem bastante fielmente as curvas e picos apresentados nos valores de alocação reais, especialmente nas janelas de mês onde temos mais amostras. É possível perceber que o modelo quase sempre acompanha picos da energia usada voltado a baixar quando estes também baixam, destacando-se assim do actual método que mantém uma linha de base bastante mais elevada (desperdiçando mais recursos) e com flutuações que não descrevem tão bem a realidade.

Esta flexibilidade no modelo de redes neurais permite ao operador ter um sinal muito mais flexível diminuindo, deste modo, a alocação desperdiçada.

5. RESULTADOS E DISCUSSÃO

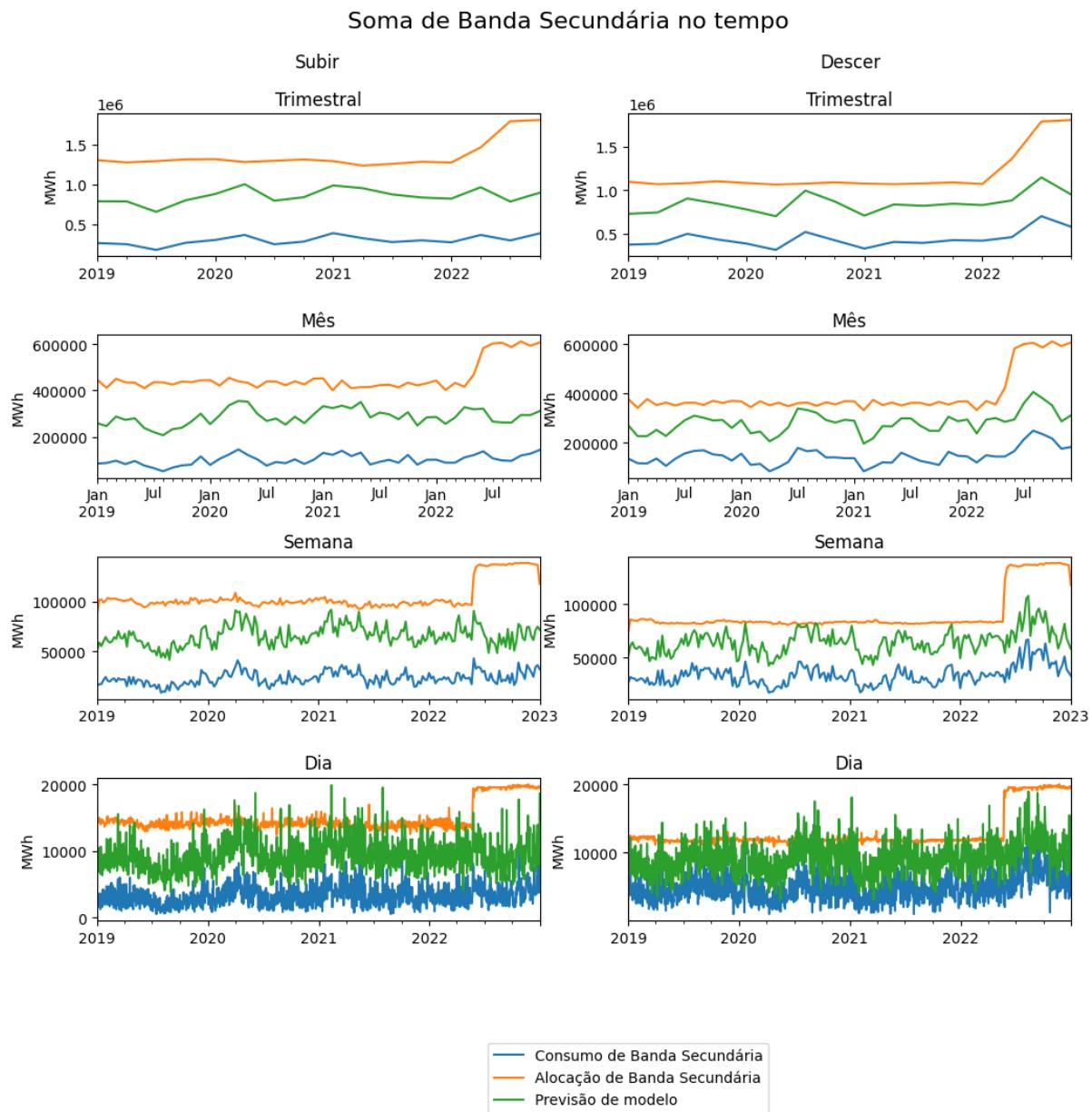


Figura 5.12: Soma de Banda Secundária

Os gráficos anteriores vêm realçar esta mesma ideia. Analisando a energia cumulativa dentro janelas em destaque percebemos que o método proposto mantém quase sempre uma melhoria relativamente ao método utilizado. Esta melhoria é igualmente visível mesmo quando passamos a janelas diárias e semanais, embora haja um aumento considerável das vezes em que o método proposto não é melhor que o actual. E mais importante, o desenho das flutuações é bastante mais fiel ao real.

Tabela 5.7: Resultados Modelos

		média	desvio padrão	min	max
Alocação a Descer (MW)	benchmark	542.59	126.09	363.00	946.00
	modelo	387.28	189.23	0.00	1711.80
Alocação a Subir (MW)	benchmark	623.68	152.39	419.00	958.00
	modelo	391.31	157.08	0.00	1797.19
Capacidade Horária (MW)	benchmark	1166.27	250.19	816.00	1891.00
	modelo	778.59	213.68	174.85	2281.04
Energia a Descer Extraordinária (MWh)	benchmark	169.93	153.95	0.10	1226.40
	modelo	82.20	60.80	0.01	333.51
Energia a Subir Extraordinária (MWh)	benchmark	139.31	136.45	0.40	922.80
	modelo	56.46	41.46	0.03	212.13

Tabela 5.8: Δ% das médias dos Modelos

Alocação a Descer	Alocação a Subir	Capacidade Horária	Energia a Descer Extraordinária	Energia a Subir Extraordinária
-28.62	-37.26	-33.24	-51.62	-59.47

O método proposto apresenta uma melhoria total, durante o período de validação, de ~47% na alocação a subir e ~42% na alocação a descer face ao método usado no mercado. As melhorias médias são de ~37% e ~29% respectivamente, o que também é uma melhoria face ao estado da arte [16] com 13% e 8%.

O método proposto liberta em média ~33% dos recursos horários, e baixando a necessidade de activar a reserva terciária em ~52% e ~59%.

As correlações entre o modelo e a realidade são também mais elevadas que entre modelo e *benchmark*.

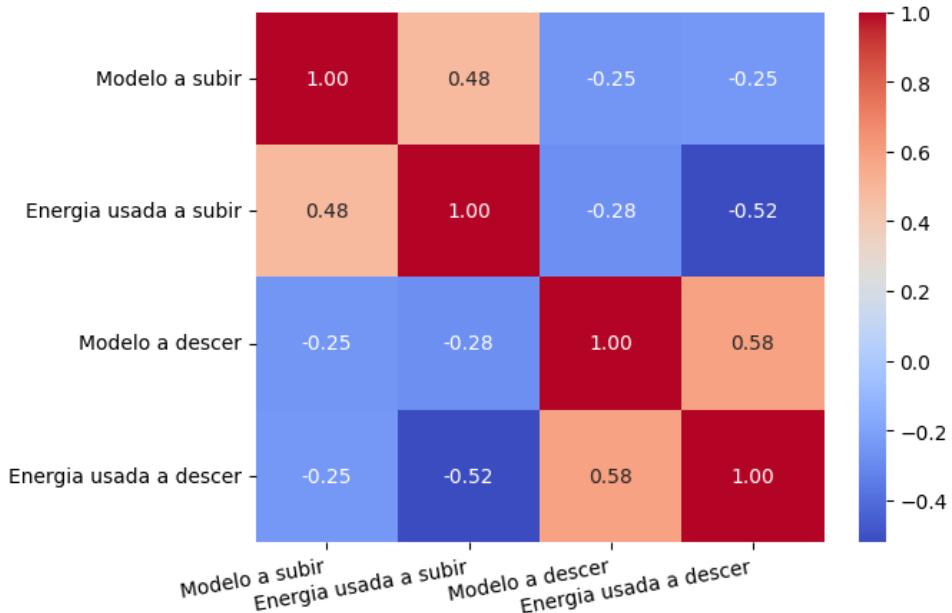


Figura 5.13: Correlação entre previsão e real

Este mapa de correlações é quase o oposto do apresentado pelo *benchmark*.

Aqui as correlações maiores são, como seria de esperar, entre a energia usada e a sua alocação. Com 48% na energia a subir e 58% a descer. E as energias alocadas têm uma correlação baixa.

6 Conclusões e sugestões futuras

Em primeiro lugar, pela análise estatística 5.4 e aplicando a ideia [12], é possível verificar que, simples modelos estatísticos conseguiriam baixar bastante o erro de previsão, melhor do que o que é utilizado actualmente 4.6, embora tenham aumentado a necessidade de alocação na reserva terciária.

Se considerarmos ainda que nos modelos estatísticos apresentados é apenas utilizada a variável em estudo, e não todos os outros atributos, à semelhança do que sucede nos modelos de redes neurais, é clara a melhoria ao nível da sua aplicabilidade.

Em relação a métodos *machine learning*, com poucos recursos computacionais, conseguimos no presente estudo modelos que superam o método actual.

Com modelos relativamente simples conseguimos melhorias muito significativas na alocação de energia, em relação à energia alocada actualmente. Os métodos apresentados no presente estudo são suscetíveis de diminuir significativamente os custos inerentes à alocação de energia desperdiçada, e simultaneamente diminuir a quantidade de recursos em excesso, tendo, naturalmente, um efeito positivo no mercado de reservas.

Os resultados aqui apresentados provam que vários tipos de modelos de *machine learning* conseguem realizar previsões bem mais exactas, e que diminuem os recursos usados. Para uso em mercado real, atendendo à sua flexibilidade, estes modelos podem ser adaptados para responder às necessidades do mercado em questão, ao contrário de uma fórmula estática, podem ir evoluindo de acordo com os dados disponibilizados aos longo do tempo.

Mostrando que usando estes métodos dinâmicos podemos sim reduzir as incertezas da penetração das vRES no mercado de reservas de energia secundária.

O futuro de alocação de reservas nos mercados de sistemas poderá passar por este tipo de metodologias. Uma forma de melhorar os resultados alcançados com o presente estudo, seria através do uso de outras variáveis para o modelo, nomeadamente, dados de reserva primária, dados meteorológicos e, principalmente, dados reais e não de DA.

Um aumento computacional poderia também ter um aumento significativo na qualidade das previsões, através do uso de mais dados e de modelos mais pesados e complexos, mais dados históricos e modelações com dados de mercados diferentes com convergência para o mercado necessário.

Outra possibilidade pode ser o uso de *machine learning* para a reparametrização de novas fórmulas baseadas nas já existentes e em uso.

Vários são os caminhos e as formas que podem ainda surgir e que visem a aplicação de modelos de *machine learning* em alocação dinâmica de reservas, mediante os quais os diferentes operadores podem ter arquiteturas e modelos completamente distintos, mas com um fim comum o de optimizar recursos

Referências

- [1] European Commission and Directorate-General for Energy. *Powering a climate-neutral economy: An EU Strategy for Energy System Integration*. July 2020. URL: <https://eur-lex.europa.eu/legal-content/EN/ALL/?uri=COM:2020:299:FIN>.
- [2] Hum Nath Bhandari et al. “Predicting stock market index using LSTM”. In: *Machine Learning with Applications* 9 (Sept. 2022), p. 100320. ISSN: 2666-8270. DOI: [10.1016/J.MLWA.2022.100320](https://doi.org/10.1016/J.MLWA.2022.100320).
- [3] Bin Wang et al. “Deep uncertainty quantification: A machine learning approach for weather forecasting”. In: *Proceedings of the ACM SIGKDD International Conference on Knowledge Discovery and Data Mining* (July 2019), pp. 2087–2095. DOI: [10.1145/3292500.3330704](https://doi.acm.org/doi/10.1145/3292500.3330704). URL: <https://doi.acm.org/doi/10.1145/3292500.3330704>.
- [4] Siyuan Lu et al. “Machine learning based multi-physical-model blending for enhancing renewable energy forecast - Improvement via situation dependent error correction”. In: *2015 European Control Conference, ECC 2015* (Nov. 2015), pp. 283–290. DOI: [10.1109/ECC.2015.7330558](https://doi.org/10.1109/ECC.2015.7330558).
- [5] Haibo Sun, Li Li, and Haonan Wang. “Short-term Wind Power Forecasting Model Based on Stacking Fusion Learning”. In: *IEEE Joint International Information Technology and Artificial Intelligence Conference (ITAIC) 2022-June* (2022), pp. 53–57. ISSN: 26932865. DOI: [10.1109/ITAIC54216.2022.9836510](https://doi.org/10.1109/ITAIC54216.2022.9836510).
- [6] T. Rajasundrapandiyanleebanon et al. “Solar Energy Forecasting Using Machine Learning and Deep Learning Techniques”. In: *Archives of Computational Methods in Engineering 2023 30:5* 30 (5 Feb. 2023), pp. 3059–3079. ISSN: 1886-1784. DOI: [10.1007/S11831-023-09893-1](https://doi.org/10.1007/S11831-023-09893-1). URL: <https://link.springer.com/article/10.1007/s11831-023-09893-1>.
- [7] Tanveer Ahmad and Huanxin Chen. “A review on machine learning forecasting growth trends and their real-time applications in different energy systems”. In: *Sustainable Cities and Society* 54 (Mar. 2020), p. 102010. ISSN: 2210-6707. DOI: [10.1016/J.SCS.2019.102010](https://doi.org/10.1016/J.SCS.2019.102010).
- [8] Ioannis Antonopoulos et al. “Artificial intelligence and machine learning approaches to energy demand-side response: A systematic review”. In: *Renewable and Sustainable Energy Reviews* 130 (Sept. 2020), p. 109899. ISSN: 1364-0321. DOI: [10.1016/J.RSER.2020.109899](https://doi.org/10.1016/J.RSER.2020.109899).
- [9] Rogério Luís de C. Costa. “Convolutional-LSTM networks and generalization in forecasting of household photovoltaic generation”. In: *Engineering Applications of Artificial Intelligence* 116 (Nov. 2022), p. 105458. ISSN: 0952-1976. DOI: [10.1016/J.ENGAPPAI.2022.105458](https://doi.org/10.1016/J.ENGAPPAI.2022.105458).
- [10] R. Meenal and A. Immanuel Selvakumar. “Assessment of SVM, empirical and ANN based solar radiation prediction models with most influencing input parameters”. In: *Renewable Energy* 121 (June 2018), pp. 324–343. ISSN: 0960-1481. DOI: [10.1016/J.RENENE.2017.12.005](https://doi.org/10.1016/J.RENENE.2017.12.005).
- [11] Natei Ermias Benti, Mesfin Diro Chaka, and Addisu Gezahegn Semie. “Forecasting Renewable Energy Generation with Machine Learning and Deep Learning: Current Advances and Future Prospects”. In: *Sustainability (Switzerland)* 15 (9 May 2023). ISSN: 20711050. DOI: [10.3390/SU15097087](https://doi.org/10.3390/SU15097087).

REFERÊNCIAS

- [12] Shereen Elsayed et al. “Do We Really Need Deep Learning Models for Time Series Forecasting?” In: () .
- [13] Célia Carneiro. “Mecanismos de funcionamento do Mercado de Serviços de Sistema - aplicação ao MIBEL”. In: (Nov. 2016). URL: <https://core.ac.uk/download/pdf/302870251.pdf>.
- [14] Javier Cardo-Miota, Emilio Pérez, and Hector Beltran. “Deep learning-based forecasting of the automatic Frequency Reserve Restoration band price in the Iberian electricity market”. In: *Sustainable Energy, Grids and Networks* 35 (Sept. 2023), p. 101110. ISSN: 2352-4677. DOI: [10.1016/j.segan.2023.101110](https://doi.org/10.1016/j.segan.2023.101110). URL: <https://linkinghub.elsevier.com/retrieve/pii/S2352467723001182>.
- [15] Auteur : Stassen, Théo Promoteur, and Damien Ernst. *Master’s Thesis : Comparison of probabilistic forecasting deep learning models in the context of renewable energy production*. URL: <https://lib.uliege.behttps://matheo.uliege.be>.
- [16] Hugo Algarvio, António Couto, and Ana Estanqueiro. “A Methodology for Dynamic Procurement of Secondary Reserve Capacity in Power Systems with Significant vRES Penetrations”. In: *2024 20th International Conference on the European Energy Market (EEM)* (June 2024), pp. 1–6. DOI: [10.1109/EEM60825.2024.10608904](https://doi.org/10.1109/EEM60825.2024.10608904). URL: <https://ieeexplore.ieee.org/document/10608904/>.
- [17] Hussein Ashraf Rassid, Orientador : Fernando, and Jorge Ferreira Lopes. *Mercado de Reservas: Simulador Multiagente SIMREEL e Caso de Estudo Envolvendo o Mercado Ibérico*. 2017. URL: <https://run.unl.pt/handle/10362/30815>.
- [18] *Mercado de Serviço de Sistemas*. URL: <https://www.dgeg.gov.pt/pt/areas-transversais/mercados-e-mecanismos-de-capacidade/outros-mercados/mercado-de-servico-de-sistemas/>.
- [19] Hugo Algarvio et al. “Participation of wind power producers in day-ahead and balancing markets: An overview and a simulation-based study Energy Systems Analysis > Economics and Policy”. In: (2019). DOI: [10.1002/wene.343](https://doi.org/10.1002/wene.343). URL: <https://doi.org/10.1002/wene.343>.
- [20] UCTE Operations Handbook. “Policy 1: Load-frequency control and performance”. In: *Final policy 2* (2009).
- [21] F. Rosenblatt. “The perceptron: A probabilistic model for information storage and organization in the brain”. In: *Psychological Review* 65 (6 Nov. 1958), pp. 386–408. ISSN: 0033295X. DOI: [10.1037/H0042519](https://doi.org/10.1037/H0042519).
- [22] Marvin Minsky and Seymour Papert. “Perceptron: an introduction to computational geometry”. In: *The MIT Press, Cambridge, expanded edition* 19 (1969).
- [23] Simon Haykin. *Neural networks: a comprehensive foundation by Simon Haykin*. 1999.
- [24] Evan Shelhamer, Jonathan Long, and Trevor Darrell. “Fully Convolutional Networks for Semantic Segmentation”. In: *IEEE Transactions on Pattern Analysis and Machine Intelligence* 39 (4 Nov. 2014), pp. 640–651. ISSN: 01628828. DOI: [10.1109/TPAMI.2016.2572683](https://doi.org/10.1109/TPAMI.2016.2572683). URL: <https://arxiv.org/abs/1411.4038v2>.
- [25] Hansika Hewamalage, Christoph Bergmeir, and Kasun Bandara. “Recurrent Neural Networks for Time Series Forecasting: Current status and future directions”. In: *International Journal of Forecasting* 37 (1 Jan. 2021), pp. 388–427. ISSN: 01692070. DOI: [10.1016/j.ijforecast.2020.06.008](https://doi.org/10.1016/j.ijforecast.2020.06.008).

- [26] Ashish Vaswani et al. “Attention Is All You Need”. In: *Advances in Neural Information Processing Systems* 2017-December (June 2017), pp. 5999–6009. ISSN: 10495258. URL: <https://arxiv.org/abs/1706.03762v7>.
- [27] Zhuang Liu et al. “A ConvNet for the 2020s”. In: *Proceedings of the IEEE Computer Society Conference on Computer Vision and Pattern Recognition* 2022-June (Jan. 2022), pp. 11966–11976. ISSN: 10636919. DOI: [10.1109/CVPR52688.2022.01167](https://doi.org/10.1109/CVPR52688.2022.01167). URL: <https://arxiv.org/abs/2201.03545v2>.
- [28] Stef van Buuren and Karin Groothuis-Oudshoorn. “mice: Multivariate Imputation by Chained Equations in R”. In: *Journal of Statistical Software* 45 (3 Dec. 2011), pp. 1–67. ISSN: 1548-7660. DOI: [10.18637/JSS.V045.I03](https://doi.org/10.18637/JSS.V045.I03). URL: <https://www.jstatsoft.org/index.php/jss/article/view/v045i03>.
- [29] S F Buck. “A Method of Estimation of Missing Values in Multivariate Data Suitable for use with an Electronic Computer”. In: *Journal of the Royal Statistical Society. Series B (Methodological)* 22 (2 1960), pp. 302–306. ISSN: 00359246. URL: <http://www.jstor.org/stable/2984099>.