

INSTITUTO TECNOLÓGICO DE AERONÁUTICA



João Pedro Falcão da Silva

ANÁLISE E PROJETO DE ANTENAS DE MICROFITA ESFÉRICAS COM POLARIZAÇÃO CIRCULAR

Trabalho de Graduação
2024

Curso de Engenharia Eletrônica

João Pedro Falcão da Silva

**ANÁLISE E PROJETO DE ANTENAS DE MICROFITA
ESFÉRICAS COM POLARIZAÇÃO CIRCULAR**

Orientador

Prof. Dr. Daniel Basso Ferreira (ITA)

ENGENHARIA ELETRÔNICA

SÃO JOSÉ DOS CAMPOS
INSTITUTO TECNOLÓGICO DE AERONÁUTICA

Dados Internacionais de Catalogação-na-Publicação (CIP)
Divisão de Informação e Documentação

Silva, João Pedro Falcão da
Análise e Projeto de Antenas de Microfita Esféricas com Polarização Circular / João Pedro
Falcão da Silva.
São José dos Campos, 2024.
148f.

Trabalho de Graduação – Curso de Engenharia Eletrônica– Instituto Tecnológico de
Aeronáutica, 2024. Orientador: Prof. Dr. Daniel Basso Ferreira.

1. Antenas de microfita. 2. Polarização circular. 3. Ressoadores a cavidade. 4. Sistemas de
posicionamento. 5. Sistemas de navegação por satélite. 6. Telecomunicações. 7. Engenharia
eletrônica. I. Instituto Tecnológico de Aeronáutica. II. Título.

REFERÊNCIA BIBLIOGRÁFICA

SILVA, João Pedro Falcão da. **Análise e Projeto de Antenas de Microfita Esféricas com Polarização Circular**. 2024. 148f. Trabalho de Conclusão de Curso (Graduação) – Instituto Tecnológico de Aeronáutica, São José dos Campos.

CESSÃO DE DIREITOS

NOME DO AUTOR: João Pedro Falcão da Silva

TÍTULO DO TRABALHO: Análise e Projeto de Antenas de Microfita Esféricas com
Polarização Circular.

TIPO DO TRABALHO/ANO: Trabalho de Conclusão de Curso (Graduação) / 2024

É concedida ao Instituto Tecnológico de Aeronáutica permissão para reproduzir cópias
deste trabalho de graduação e para emprestar ou vender cópias somente para propósitos
acadêmicos e científicos. O autor reserva outros direitos de publicação e nenhuma parte
deste trabalho de graduação pode ser reproduzida sem a autorização do autor.

João Pedro Falcão da Silva
Rua H8B, Ap. 237
12.228-461 – São José dos Campos–SP

ANÁLISE E PROJETO DE ANTENAS DE MICROFITA ESFÉRICAS COM POLARIZAÇÃO CIRCULAR

Essa publicação foi aceita como Relatório Final de Trabalho de Graduação

João Pedro Falcão da Silva

Autor

Daniel Basso Ferreira (ITA)

Orientador

Prof. Dr. Marcelo da Silva Pinho
Coordenador do Curso de Engenharia Eletrônica

São José dos Campos, 7 de novembro de 2024.

Dedico este trabalho aos meus familiares, amigos e professores cuja crença em minha capacidade e inestimável contribuição em meu desenvolvimento técnico e cidadão foram fundamentais.

Agradecimentos

Primeiramente, agradeço profundamente à minha mãe, Neurileuda Falcão da Silva, e ao meu pai, Antonio Francisco da Silva Junior, por seu amor e apoio incondicionais e por sempre me incentivarem a buscar a excelência, aliada a uma educação pautada na humanização e empatia. À minha irmã Priscilla Falcão da Silva, por ser uma fonte constante de inspiração erudita e de suporte emocional.

Agradeço em especial ao Matheus Henrique Rodrigues Lima, por seu encorajamento e pela presença constante ao meu lado durante todas as fases desafiadoras desta jornada na universidade. Aos meus colegas de apartamento, cuja convivência e camaradagem tornaram os dias mais leves e produtivos, e aos colegas de turma, pelo apoio mútuo e pela troca de conhecimentos que enriqueceram minha formação.

Expresso também minha gratidão ao professor Daniel Basso Ferreira, cuja orientação e dedicação foram cruciais para o desenvolvimento deste trabalho. Seu compromisso com uma educação de ponta e seu incentivo constante foram pilares importantes e inspiradores em minha trajetória acadêmica. Agradeço igualmente aos membros da banca avaliadora, cujas valiosas contribuições e sugestões são essenciais para o aprimoramento e a conclusão deste trabalho.

Estendo meus agradecimentos a todos os outros familiares, amigos e professores que, ao longo da minha vida, contribuíram de maneira significativa para o meu crescimento pessoal e como cidadão. Cada um de vocês teve um papel essencial na construção do meu sucesso e na realização deste trabalho.

*“Dans la vie, rien n'est à craindre, tout est à comprendre.
Il est temps de comprendre davantage, afin de craindre moins.”*

— MARIE CURIE

Resumo

Este trabalho propõe uma metodologia de análise e projeto para antenas de microfita montadas sobre superfícies esféricas, com *patches* retangulares e polarização circular, visando atender às demandas dos sistemas globais de navegação por satélite (*GNSS*), entre outras crescentes aplicações de comunicação. Utilizando os modelos analíticos da cavidade ressonante, para o cálculo da impedância de entrada e dos modos de operação da cavidade equivalente, bem como da corrente magnética, para a determinação dos campos distantes irradiados, aplicam-se diversas técnicas de síntese de antenas circularmente polarizadas. O estudo apresenta projetos eficientes de antenas para recepção de sinais *GNSS*, além da avaliação de seus parâmetros e figuras de mérito. Os projetos são auxiliados por programas computacionais implementados em *Python*, e os resultados obtidos são comparados com simulações numéricas conduzidas no software *Ansys HFSS*, o que permite verificar a validade dos dados e o desempenho das antenas projetadas, que atingem razões axiais menores que 0,5 *dB* na direção de máxima irradiação. Ademais, o tempo para o projeto completo de uma antena com os programas em *Python* é 3,5 vezes menor do que uma única simulação no *HFSS*, evidenciando a eficiência computacional da metodologia adotada.

Abstract

This work proposes a methodology for the analysis and design of circularly polarized microstrip antennas with rectangular patches mounted on spherical surfaces, aiming to address the demands of global navigation satellite systems (*GNSS*) and other emerging communication applications. By exploring the analytical model of the resonant cavity to calculate the input impedance and operating modes of the equivalent cavity, along with the magnetic current model to compute the radiated fields, various techniques for synthesizing circularly polarized antennas are applied. The study presents efficient antenna designs for *GNSS* signal reception and evaluates their parameters and figures of merit. The designs are developed using computational programs written in *Python*, and the results are compared with numerical simulations performed on *Ansys HFSS*. These comparisons validate the results and assess the performance of the designed antennas, which achieve axial ratios below 0.5 *dB* in the direction of maximum radiation. Moreover, the time required for a complete antenna design using *Python* programs is 3.5 times shorter than that of a single *HFSS* simulation, demonstrating a significant time-saving advantage of the proposed methodology.

Listas de Figuras

FIGURA 2.1 – Fluxo de desenvolvimento teórico para a cavidade ressonante.	33
FIGURA 2.2 – Geometria geral de uma antena de microfita esférica.	34
FIGURA 2.3 – Geometria do <i>patch</i> retangular na esfera.	37
FIGURA 2.4 – Modelo da cavidade ressonante como um dispositivo de Q^p portas. .	43
FIGURA 2.5 – Geometria de um guia de placas planas paralelas alimentado por uma ponta de prova coaxial.	46
FIGURA 2.6 – Circuito equivalente de Z_{11}	47
FIGURA 2.7 – Circuito equivalente para o modo TM_{LM}^r excitado.	47
FIGURA 2.8 – Circuito equivalente com os modos TM_{10}^r e TM_{01}^r excitados.	48
FIGURA 2.9 – Fluxo de desenvolvimento teórico para o modelo da corrente mag- nética.	49
FIGURA 2.10 – Regiões ocupadas pelos campos de franja ao redor do <i>patch</i> e suas dimensões angulares. A cavidade equivalente é formada pela união entre o <i>patch</i> e as regiões ao redor.	56
FIGURA 2.11 – Campos de franja na cavidade equivalente para modos pares e ímpares. .	60
FIGURA 2.12 – Ilustração da intensidade de campo e dos campos de franja ao redor do <i>patch</i> para os modos TM_{10}^r (à esquerda) e TM_{01}^r (à direita).	62
FIGURA 3.1 – Relação geométrica entre os números de onda efetivo e dos modos TM_{10}^r e TM_{01}^r	66
FIGURA 3.2 – Evolução das partes real e imaginária da impedância de entrada Z_{in_1} da antena ao longo dos passos de convergência.	70
FIGURA 4.1 – Modos de ressonância calculados pelo <i>software HFSS</i> de acordo com a ordem crescente das frequências de ressonância.	81

FIGURA 4.2 – Amplitude normalizada do campo elétrico do modo TM_{01}^r na cavidade equivalente.	81
FIGURA 4.3 – Amplitude do campo elétrico do modo TM_{01}^r na cavidade equivalente observada a partir do software HFSS.	82
FIGURA 4.4 – Fase do campo elétrico do modo TM_{01}^r na cavidade equivalente.	82
FIGURA 4.5 – Amplitude normalizada do campo elétrico do modo TM_{22}^r na cavidade equivalente.	83
FIGURA 4.6 – Amplitude do campo elétrico do modo TM_{22}^r na cavidade equivalente observada a partir do software HFSS.	83
FIGURA 4.7 – Fase do campo elétrico do modo TM_{22}^r na cavidade equivalente.	84
FIGURA 4.8 – Gráfico da função $\chi_\mu(\lambda)$	85
FIGURA 4.9 – Gráfico da função $\chi_\mu(\lambda)$ com as raízes inválidas em destaque, para valores menores que $\mu_{\ell m}$, indicado pela linha vermelha tracejada vertical.	85
FIGURA 4.10 – Análise de $R_{\lambda_{10}}^0(x)$, a fim de mostrar sua paridade ímpar.	86
FIGURA 4.11 – Análise de $R_{\lambda_{10}}^0(x) + R_{\lambda_{10}}^0(-x)$, a fim de mostrar sua paridade ímpar.	86
FIGURA 4.12 – Análise de $R_{\lambda_{01}}^{\mu_{01}}(x)$, a fim de mostrar sua paridade par.	87
FIGURA 4.13 – Impedância de entrada a partir do modelo desenvolvido apenas com uma ponta de prova na posição $(\theta_1^p, \varphi_1^p)$	88
FIGURA 4.14 – Impedância de entrada a partir do modelo desenvolvido apenas com uma ponta de prova na posição $(\theta_2^p, \varphi_2^p)$	88
FIGURA 4.15 – Impedância de entrada a partir do modelo desenvolvido com duas pontas de prova nas posições $(\theta_1^p, \varphi_1^p)$ e $(\theta_2^p, \varphi_2^p)$	89
FIGURA 4.16 – Cavidade alimentada com uma ponta de prova coaxial construída no software HFSS.	89
FIGURA 4.17 – Comparação entre as impedâncias do modelo desenvolvido e da simulação para o modo TM_{01}^r na cavidade.	90
FIGURA 4.18 – Comparação entre as impedâncias do modelo desenvolvido e da simulação na carta de Smith para a cavidade.	90
FIGURA 4.19 – Comparação entre as componentes normalizadas de campo distante nos planos E e H do modelo desenvolvido e da simulação em um diagrama polar para o modo TM_{10}^r na antena linearmente polarizada projetada com base nas dimensões da Tabela 4.4.	92

FIGURA 4.20 – Comparação entre as componentes normalizadas de campo distante nos planos E e H do modelo desenvolvido e da simulação em um diagrama polar para o modo TM_{01}^r na antena linearmente polarizada projetada com base nas dimensões da Tabela 4.4.	92
FIGURA 4.21 – Exemplo de implementação gráfica de uma comparação entre a razão axial na direção θ do modelo desenvolvido e da simulação para a antena circularmente polarizada, após a correção da estimativa dos campos de franja, como será explicado nas seções seguintes.	93
FIGURA 4.22 – Modelos construídos no <i>software HFSS</i> para as antenas linearmente polarizadas projetadas para o modo TM_{01}^r , à esquerda, e para o modo TM_{10}^r , à direita.	94
FIGURA 4.23 – Posição da ponta de prova na geometria do <i>patch</i> para $Z_{in_1} = 50 \Omega$ no modo TM_{01}^r da antena linearmente polarizada.	95
FIGURA 4.24 – Posição da ponta de prova na geometria do <i>patch</i> para $Z_{in_1} = 50 \Omega$ no modo TM_{10}^r da antena linearmente polarizada.	95
FIGURA 4.25 – Comparação entre as impedâncias do modelo desenvolvido e da simulação para o modo TM_{01}^r da antena linearmente polarizada projetada.	96
FIGURA 4.26 – Comparação entre as impedâncias do modelo desenvolvido e da simulação para o modo TM_{10}^r da antena linearmente polarizada projetada.	96
FIGURA 4.27 – Antenas linearmente polarizadas projetadas para o modo TM_{01}^r , à esquerda, e para o modo TM_{10}^r , à direita, no <i>software HFSS</i> após a correção da estimativa dos campos de franja.	97
FIGURA 4.28 – Comparação entre as impedâncias do modelo desenvolvido e da simulação para a antena linearmente polarizada otimizada no modo TM_{10}^r	98
FIGURA 4.29 – Comparação entre os coeficientes de reflexão do modelo desenvolvido e da simulação para a antena linearmente polarizada otimizada no modo TM_{10}^r	98
FIGURA 4.30 – Comparação entre as impedâncias do modelo desenvolvido e da simulação na carta de Smith para a antena linearmente polarizada otimizada no modo TM_{10}^r	99

FIGURA 4.31 – Comparação entre as impedâncias do modelo desenvolvido e da simulação para a antena linearmente polarizada otimizada no modo TM_{01}^r	99
FIGURA 4.32 – Comparação entre os coeficientes de reflexão do modelo desenvolvido e da simulação para a antena linearmente polarizada otimizada no modo TM_{01}^r	100
FIGURA 4.33 – Comparação entre as impedâncias do modelo desenvolvido e da simulação na carta de Smith para a antena linearmente polarizada otimizada no modo TM_{01}^r	100
FIGURA 4.34 – Comparação entre entre as amplitudes normalizadas das componentes de campo distante nos planos E e H do modelo desenvolvido e da simulação em um diagrama polar para o modo TM_{10}^r na antena linearmente polarizada projetada com base nas dimensões da Tabela 4.5.	101
FIGURA 4.35 – Comparação entre entre as amplitudes normalizadas das componentes de campo distante nos planos E e H do modelo desenvolvido e da simulação em um diagrama polar para o modo TM_{01}^r na antena linearmente polarizada projetada com base nas dimensões da Tabela 4.5.	101
FIGURA 4.36 – Ganho total em relação à geometria da antena linearmente polarizada no modo TM_{01}^r projetada no software HFSS.	102
FIGURA 4.37 – Antena de microfita esférica com polarização circular construída a partir do programa em linguagem Python.	103
FIGURA 4.38 – Antena de microfita esférica com polarização circular construída no software HFSS, com alimentação por uma ponta de prova coaxial.	104
FIGURA 4.39 – Lugar geométrico da ponta de prova para $RA = 1$ no patch da antena circularmente polarizada projetada (frequência de 1575 MHz).	104
FIGURA 4.40 – Impedância de entrada em 1575 MHz em função da ponta de prova posicionada no ângulo polar θ , para $\varphi_1^p(\theta)$ dado em (3.12) no patch metálico.	105
FIGURA 4.41 – Posição da ponta de prova na geometria do patch para $Z_{in1} = 50 \Omega$ na antena circularmente polarizada projetada.	105
FIGURA 4.42 – Comparação entre as impedâncias do modelo desenvolvido e da simulação para a antena circularmente polarizada projetada.	106

FIGURA 4.43 – Comparação entre as impedâncias do modelo desenvolvido e da simulação na carta de Smith para a antena circularmente polarizada projetada.	106
FIGURA 4.44 – Antena de microfita esférica com polarização circular no <i>software HFSS</i> após a correção da estimativa dos campos de franja, com alimentação por uma ponta de prova coaxial.	107
FIGURA 4.45 – Comparação entre as impedâncias do modelo desenvolvido e da simulação para a antena circularmente polarizada otimizada.	108
FIGURA 4.46 – Comparação entre os coeficientes de reflexão do modelo desenvolvido e da simulação para a antena circularmente polarizada otimizada.	108
FIGURA 4.47 – Comparação entre as impedâncias do modelo desenvolvido e da simulação na carta de Smith para a antena circularmente polarizada otimizada.	109
FIGURA 4.48 – Comparação entre a razão axial na <i>broadside</i> em função da frequência do modelo desenvolvido e da simulação para a antena circularmente polarizada otimizada.	109
FIGURA 4.49 – Comparação entre a razão axial na direção θ do modelo desenvolvido e da simulação para a antena circularmente polarizada otimizada – $f = 1575 \text{ MHz}$	110
FIGURA 4.50 – Comparação entre a razão axial na direção φ do modelo desenvolvido e da simulação para a antena circularmente polarizada otimizada – $f = 1575 \text{ MHz}$	110
FIGURA 4.51 – Comparação entre as amplitudes normalizadas das componentes $E_{t\theta}(r, \theta, \varphi)$ e $E_{t\varphi}(r, \theta, \varphi)$ do campo distante irradiado ao longo das direções θ e φ do modelo desenvolvido e da simulação para a antena circularmente polarizada – $f = 1575 \text{ MHz}$	111
FIGURA 4.52 – Comparação entre as amplitudes normalizadas das componentes $E_{RHCP}(r, \theta, \varphi)$ e $E_{LHCP}(r, \theta, \varphi)$ do campo distante irradiado ao longo das direções θ e φ do modelo desenvolvido e da simulação para a antena circularmente polarizada – $f = 1575 \text{ MHz}$	112
FIGURA 4.53 – Padrão $E_g(r, \theta, \varphi)$ do método da antena linear girante ao longo das direções θ e φ advindo do modelo analítico desenvolvido para a antena circularmente polarizada – $f = 1575 \text{ MHz}$	112

FIGURA 4.54 – Padrão $E_g(r, \theta, \varphi)$ do método da antena linear girante ao longo das direções θ e φ advindo dos dados da simulação no software HFSS da antena circularmente polarizada – $f = 1575 \text{ MHz}$	113
FIGURA 4.55 – Ganho circularmente polarizado à esquerda em relação à geometria da antena circularmente polarizada projetada no software HFSS.	113
FIGURA 4.56 – Antena de microfita esférica com polarização circular construída no software HFSS, com alimentação por duas pontas de prova coaxiais.	115
FIGURA 4.57 – Posição projetada das pontas de prova na geometria do <i>patch</i> que satisfazem a relação $\text{Re}\{Z_{in_1}\} = \text{Re}\{Z_{in_2}\} = 50 \Omega$ na antena circularmente polarizada com duas pontas de prova, cuja numeração está indicada.	115
FIGURA 4.58 – Impedâncias do modelo desenvolvido para a antena circularmente polarizada com duas pontas de prova.	116
FIGURA 4.59 – Comparação entre as impedâncias do modelo desenvolvido e da simulação para a antena circularmente polarizada com duas pontas de prova.	117
FIGURA 4.60 – Comparação entre os parâmetros $ s_{qs} $ do modelo desenvolvido e da simulação para a antena circularmente polarizada com duas pontas de prova.	117
FIGURA 4.61 – Comparação entre as impedâncias do modelo desenvolvido e da simulação na carta de Smith para a antena circularmente polarizada com duas pontas de prova.	118
FIGURA 4.62 – Comparação entre a razão axial na <i>broadside</i> em função da frequência do modelo desenvolvido e da simulação para a antena circularmente polarizada com duas pontas de prova.	118
FIGURA 4.63 – Comparação entre a razão axial na direção θ do modelo desenvolvido e da simulação para a antena circularmente polarizada com duas pontas de prova – $f = 1575 \text{ MHz}$	119
FIGURA 4.64 – Comparação entre a razão axial na direção φ do modelo desenvolvido e da simulação para a antena circularmente polarizada com duas pontas de prova – $f = 1575 \text{ MHz}$	119
FIGURA 4.65 – Comparação entre as amplitudes normalizadas das componentes $E_{RHCP}(r, \theta, \varphi)$ e $E_{LHCP}(r, \theta, \varphi)$ do campo distante irradiado ao longo das direções θ e φ do modelo desenvolvido e da simulação para a antena circularmente polarizada com duas pontas de prova – $f = 1575 \text{ MHz}$	120

FIGURA 4.66 –Circuito para a simulação da antena circularmente polarizada com duas pontas de prova alimentada por intermédio de um acoplador híbrido de 90° comercial no <i>software Ansys HFSS</i>	121
FIGURA 4.67 –Parâmetro $ s_{11} $ da simulação da antena circularmente polarizada com duas pontas de prova e uma híbrida de 90°.	121
FIGURA 4.68 –Razão axial na <i>broadside</i> em função da frequência da simulação para a antena circularmente polarizada com duas pontas de prova e uma híbrida de 90° – $f = 1575 \text{ MHz}$	122
FIGURA 4.69 –Amplitudes normalizadas das componentes $E_{RHCP}(r, \theta, \varphi)$ e $E_{LHCP}(r, \theta, \varphi)$ do campo distante irradiado ao longo das direções θ e φ da simulação da antena circularmente polarizada com duas pontas de prova e uma híbrida de 90°.	122
FIGURA 4.70 –Antena de microfita esférica com polarização circular, construída no <i>software HFSS</i> , com cantos truncados e alimentação por uma ponta de prova coaxial.	124
FIGURA 4.71 –Posição projetada da ponta de prova na geometria do <i>patch</i> para $Z_{in_1} = 50 \Omega$ na antena circularmente polarizada de cantos truncados.	124
FIGURA 4.72 –Impedância de entrada advinda da simulação para a antena circularmente polarizada com cantos truncados.	125
FIGURA 4.73 –Coeficiente de reflexão originado na simulação para a antena circularmente polarizada com cantos truncados.	125
FIGURA 4.74 –Representação na carta de Smith para a impedância de entrada advinda da simulação da antena circularmente polarizada com cantos truncados.	126
FIGURA 4.75 –Razão axial na <i>broadside</i> em função da frequência da simulação para a antena circularmente polarizada com cantos truncados.	126
FIGURA 4.76 –Razão axial na direção θ da simulação para a antena circularmente polarizada com cantos truncados – $f = 1575 \text{ MHz}$	127
FIGURA 4.77 –Razão axial na direção φ da simulação para a antena circularmente polarizada com cantos truncados – $f = 1575 \text{ MHz}$	127
FIGURA 4.78 –Amplitudes normalizadas das componentes $E_{RHCP}(r, \theta, \varphi)$ e $E_{LHCP}(r, \theta, \varphi)$ do campo distante irradiado ao longo das direções θ e φ da simulação para a antena circularmente polarizada com cantos truncados – $f = 1575 \text{ MHz}$	128

FIGURA B.1 – Principais elementos na geometria dos truncamentos.	140
FIGURA B.2 – Curvas C_1 e C_2 na estrutura.	140
FIGURA B.3 – Curva C_t no sistema de coordenadas rotacionado.	141
FIGURA B.4 – Área trapezoidal utilizada como estimativa para a área do truncamento.	142
FIGURA B.5 – Triângulo esférico e áreas relativas ao truncamento.	143
FIGURA B.6 – Tratamento do truncamento aproximadamente como um triângulo retângulo plano.	146

Lista de Tabelas

TABELA 3.1 – Parâmetros utilizados na síntese de uma antena circularmente polarizada com uma ponta de prova próxima à diagonal do <i>patch</i>	68
TABELA 4.1 – Parâmetros testados no código computacional e na simulação do software <i>Ansys HFSS</i> da cavidade equivalente.	80
TABELA 4.2 – Valores de $\mu_{\ell m}$ e $\lambda_{\ell m}$, adimensionais, que solucionam (2.19) para os parâmetros descritos na Tabela 4.1.	80
TABELA 4.3 – Valores aproximados das frequências de ressonância $f_{\ell m}$ em <i>GHz</i> para os parâmetros descritos na Tabela 4.1.	80
TABELA 4.4 – Parâmetros testados no código computacional e em simulação, no software <i>Ansys HFSS</i> , das antenas linearmente polarizadas.	94
TABELA 4.5 – Parâmetros na simulação do software <i>Ansys HFSS</i> das antenas linearmente polarizadas após a correção dos campos de franja.	97
TABELA 4.6 – Parâmetros determinados no código computacional e testados na simulação do software <i>Ansys HFSS</i> da antena circularmente polarizada com uma ponta de prova na diagonal.	103
TABELA 4.7 – Parâmetros obtidos em simulação, no software <i>Ansys HFSS</i> , da antena circularmente polarizada com duas pontas de prova.	114
TABELA 4.8 – Parâmetros obtidos em simulação, no software <i>Ansys HFSS</i> , da antena circularmente polarizada de cantos truncados.	123
TABELA 4.9 – Desvios em frequência obtidos na simulação em comparação com o modelo de cada antena projetada no software <i>HFSS</i> , considerando-se uma frequência de projeto de 1575,42 <i>MHz</i>	129
TABELA 4.10 – Diretividade, eficiência de irradiação e ganho das antenas projetadas, comparando-se os valores originados no modelo analítico e na simulação no software <i>Ansys HFSS</i> na frequência de projeto de 1575,42 <i>MHz</i>	130

TABELA C.1 –Bibliotecas de <i>Python</i> utilizadas e suas funções.	147
---	-----

Lista de Abreviaturas e Siglas

TG	Trabalho de Graduação
TM	Modo transversal magnético
TE	Modo transversal elétrico
<i>HFSS</i>	<i>High Frequency Structure Simulator</i>
<i>PML</i>	<i>Perfectly Matched Layer</i>
RLC	Resistor, indutor e capacitor
<i>RHCP</i>	<i>Right-Handed Circular Polarization</i>
<i>LHCP</i>	<i>Left-Handed Circular Polarization</i>
<i>RAM</i>	<i>Random Access Memory</i>
<i>GNSS</i>	<i>Global Navigation Satellite System</i>
<i>MoM</i>	<i>Method of Moments</i>

Listas de Símbolos

x	Variável das abscissas do sistema de coordenadas cartesiano
y	Variável das ordenadas do sistema de coordenadas cartesiano
z	Variável das cotas do sistema de coordenadas cartesiano
r	Variável de distância radial do sistema de coordenadas esférico
θ	Variável de ângulo polar do sistema de coordenadas esférico
φ	Variável de ângulo azimutal do sistema de coordenadas esférico
\vec{r}	Versor unitário na direção r do sistema de coordenadas esférico
$\vec{\theta}$	Versor unitário na direção θ do sistema de coordenadas esférico
$\vec{\varphi}$	Versor unitário na direção φ do sistema de coordenadas esférico
μ_0	Permeabilidade magnética do espaço livre
ε_s	Permissividade elétrica do substrato
ε_0	Permissividade elétrica do espaço livre
ε_r	Permissividade elétrica relativa do substrato
ε_{eq}	Permissividade elétrica equivalente do substrato
ε'_{eq}	Parte real da permissividade elétrica equivalente do substrato
ε''_{eq}	Parte imaginária do conjugado da permissividade elétrica equivalente do substrato
η_0	Impedância intrínseca do espaço livre
η	Impedância intrínseca do substrato dielétrico
σ_{die}	Condutividade elétrica do substrato
σ_c	Condutividade elétrica dos condutores
R_s	Resistência superficial do condutor
δ	Profundidade de penetração nos condutores
\mathcal{V}	Região correspondente à cavidade equivalente
\mathcal{V}_{die}	Região ocupada pelo dielétrico
\mathcal{S}_1	Superfície ocupada pelo <i>patch</i>
\mathcal{S}_2	Superfície ocupada pela esfera de terra
\mathcal{S}_3	Superfície esférica exterior do substrato dielétrico
$\mathcal{S}_{(i)}$	Superfície ocupada pelos campos de franja ao redor do <i>patch</i> retangular em que $i = A, B, C, D$

a	Raio da esfera de terra e raio inferior do substrato dielétrico
\bar{a}	Raio médio do substrato
b	Raio superior do substrato dielétrico
h	Espessura do substrato dielétrico
θ_1	Limitante angular inferior do <i>patch</i> retangular na direção θ
θ_2	Limitante angular superior do <i>patch</i> retangular na direção θ
θ_{1c}	Limitante angular inferior da cavidade equivalente na direção θ
θ_{2c}	Limitante angular superior da cavidade equivalente na direção θ
$\Delta\theta$	Comprimento angular da cavidade equivalente na direção θ
$\Delta\theta_a$	Comprimento angular do <i>patch</i> retangular na direção θ
$\Delta\theta_{1c}$	Largura angular da fenda $\mathcal{S}_{(A)}$ na direção θ
$\Delta\theta_{2c}$	Largura angular da fenda $\mathcal{S}_{(C)}$ na direção θ
φ_1	Limitante angular inferior do <i>patch</i> retangular na direção φ
φ_2	Limitante angular superior do <i>patch</i> retangular na direção φ
φ_{1c}	Limitante angular inferior da cavidade equivalente na direção φ
φ_{2c}	Limitante angular superior da cavidade equivalente na direção φ
$\Delta\varphi$	Comprimento angular da cavidade equivalente na direção φ
$\Delta\varphi_a$	Comprimento angular do <i>patch</i> retangular na direção φ
$\Delta\varphi_c$	Largura angular das fendas $\mathcal{S}_{(B)}$ e $\mathcal{S}_{(D)}$ na direção φ
θ_q^p	Localização da fita de corrente da q -ésima ponta de prova na direção θ
φ_q^p	Localização do centro da fita de corrente da q -ésima ponta de prova na direção φ
$\Delta\varphi_q^p$	Extensão da fita de corrente da q -ésima ponta de prova na direção φ
r_f	Raio da ponta de prova coaxial
$TM_{\ell m}^r$	Modo transversal magnético ℓm na direção radial
TM_e^r	Modos transversais magnéticos ℓm pares
TM_o^r	Modos transversais magnéticos ℓm ímpares
TE_e^r	Modos transversais elétricos ℓm pares
TE_o^r	Modos transversais elétricos ℓm ímpares
j	Unidade imaginária
f	Frequência de operação
$f_{\ell m}$	Frequência de ressonância do modo $TM_{\ell m}^r$
ω	Frequência angular de operação
$\omega_{\ell m}$	Frequência angular de ressonância do modo $TM_{\ell m}^r$
k	Número de onda do substrato dielétrico
k_0	Número de onda do espaço livre
$k_{\ell m}$	Número de onda do modo $TM_{\ell m}^r$
k_{ef}	Constante de propagação efetiva

$k_{ef,\ell m}$	Constante de propagação efetiva do modo $TM_{\ell m}^r$
k'	Parte real da constante de propagação efetiva k_{ef}
k''	Parte imaginária do conjugado da constante de propagação efetiva k_{ef}
\vec{E}	Vetor campo elétrico complexo
\vec{H}	Vetor campo magnético complexo
\vec{B}	Vetor densidade de fluxo magnético complexo
\vec{S}	Vetor de Poynting complexo
E_r	Componente do vetor campo elétrico na direção r
E_θ	Componente do vetor campo elétrico na direção θ
E_φ	Componente do vetor campo elétrico na direção φ
H_r	Componente do vetor campo magnético na direção r
H_θ	Componente do vetor campo magnético na direção θ
H_φ	Componente do vetor campo magnético na direção φ
$E_{\ell m}$	Amplitude da componente E_r para o modo $TM_{\ell m}^r$
\bar{E}_{rq}	Valor médio do campo elétrico ao longo da fita de corrente da q -ésima ponta de prova
$\vec{H}_{tan,i}$	Vetor campo magnético tangente à superfície S_i
\vec{J}_f	Vetor densidade de corrente elétrica complexo
\vec{J}_{f_q}	Vetor densidade de corrente elétrica complexo para a porta q
J_{q0}	Valor da densidade de corrente elétrica da fita de corrente da porta q
\vec{A}_m	Vetor potencial elétrico
\vec{A}_e	Vetor potencial magnético
Φ_m	Potencial escalar
\vec{E}_m	Vetor campo elétrico complexo na ausência de fontes de origem elétrica
\vec{H}_m	Vetor campo magnético complexo na ausência de fontes de origem elétrica
\vec{E}_e	Vetor campo elétrico complexo na ausência de fontes de origem magnética
\vec{H}_e	Vetor campo magnético complexo na ausência de fontes de origem magnética
\vec{E}_t	Vetor campo elétrico complexo distante
\vec{H}_t	Vetor campo magnético complexo distante
$E_{t\theta}$	Componente do vetor campo elétrico distante na direção θ
$E_{t\varphi}$	Componente do vetor campo elétrico distante na direção φ
$H_{t\theta}$	Componente do vetor campo magnético distante na direção θ
$H_{t\varphi}$	Componente do vetor campo magnético distante na direção φ
$A_{\ell m}$	Coeficientes referentes aos modos TM_e^r no campo distante
$B_{\ell m}$	Coeficientes referentes aos modos TM_o^r no campo distante
$C_{\ell m}$	Coeficientes referentes aos modos TE_e^r no campo distante
$D_{\ell m}$	Coeficientes referentes aos modos TE_o^r no campo distante
$E_\theta^{(i)}$	Campos elétrico relativo à franja em $S_{(i)}$ na direção θ , em que $i = A, B, C, D$
$E_\varphi^{(i)}$	Campos elétrico relativo à franja em $S_{(i)}$ na direção φ , em que $i = A, B, C, D$

E^V	Superposição dos campos elétricos relativos às franjas em $\mathcal{S}_{(A)}$ e $\mathcal{S}_{(C)}$
E^H	Superposição dos campos elétricos relativos às franjas em $\mathcal{S}_{(B)}$ e $\mathcal{S}_{(D)}$
$E_{\theta 0}^{(i)}$	Campo elétrico de contorno na superfície esférica da franja em $\mathcal{S}_{(i)}$ na direção θ , em que $i = A, C$
$E_{\varphi 0}$	Campo elétrico de contorno na superfície esférica da franja em $\mathcal{S}_{(i)}$ na direção φ , em que $i = B, D$
ξ	Defasagem entre as componentes ortogonais de campo
k_{RA}	Valor absoluto da razão entre a componente do campo elétrico na direção θ e na direção φ
p	Proporção entre os modos excitados na antena circularmente polarizada
$S_{\ell m}$	Coeficiente de normalização para os campos distantes
\mathcal{V}	Região correspondente à cavidade equivalente
\mathcal{V}_{die}	Região ocupada pelo dielétrico
\mathcal{S}_1	Superfície ocupada pelo <i>patch</i>
\mathcal{S}_2	Superfície ocupada pela esfera de terra
\mathcal{S}_3	Superfície ocupada pela esfera de terra
$\nabla \cdot$	Operador divergente
$\nabla \times$	Operador rotacional
∇^2	Operador laplaciano escalar
∇_t^2	Operador laplaciano escalar transversal
$\operatorname{tg} \delta_{ef}$	Tangente efetiva de perdas
$\operatorname{tg} \delta_{die}$	Tangente de perdas do substrato dielétrico
$\operatorname{tg} \delta_c$	Tangente de perdas dos condutores
$\operatorname{tg} \delta_0$	Tangente de perdas da potência irradiada
$\operatorname{tg} \delta_{\ell m}$	Tangente de perdas efetiva para o modo $TM_{\ell m}^r$
Q_{ef}	Fator de qualidade efetivo
Q_{die}	Fator de qualidade devido às perdas no dielétrico
Q_c	Fator de qualidade devido às perdas no dielétrico
Q_0	Fator de qualidade devido à potência irradiada
$Q_{\ell m}$	Fator de qualidade devido à potência irradiada para o modo $TM_{\ell m}^r$
P_{die}	Potência média dissipada no dielétrico
P_c	Potência média dissipada nos condutores
P_0	Potência média irradiada
$P_{\ell m}$	Potência média irradiada para o modo $TM_{\ell m}^r$
P_{10+01}	Potência média irradiada para os modos TM_{10}^r e TM_{01}^r juntos
$\langle W_e \rangle_{\ell m}$	Valor médio da energia elétrica armazenada no modo $TM_{\ell m}^r$
$\langle W_h \rangle_{\ell m}$	Valor médio da energia magnética armazenada no modo $TM_{\ell m}^r$
Z_{RLC}	Impedância equivalente do circuito RLC paralelo
R	Resistência do circuito RLC paralelo

L	Indutância do circuito RLC paralelo
C	Capacitância do circuito RLC paralelo
$Z_{in,LM}$	Impedância de entrada do circuito excitado no modo TM_{LM}^r
R_{LM}	Resistência do circuito RLC paralelo relativo ao modo TM_{LM}^r
L_{LM}	Indutância do circuito RLC paralelo relativo ao modo TM_{LM}^r
C_{LM}	Capacitância do circuito RLC paralelo relativo ao modo TM_{LM}^r
L_p	Indutância da ponta de prova coaxial
X_p	Reatânciada ponta de prova coaxial
$[Z]$	Matriz impedância
$[S]$	Matriz de espalhamento
$[U]$	Matriz identidade
Z_0	Impedância de casamento da matriz de espalhamento
Q^p	Total de portas do dispositivo de matriz impedância
Z_{qs}	Impedância mútua entre as portas q e s na matriz impedância
s_{qs}	Parâmetros entre as portas q e s na matriz de espalhamento
$\alpha_{\ell m}^{qs}$	Constante auxiliar para a impedância relativa ao modo $TM_{\ell m}^r$ entre as portas q e s do dispositivo
P_f	Potência complexa fornecida pela fonte
P_{f_q}	Potência complexa fornecida pela fonte da porta q
Z_{in_q}	Impedância de entrada da porta q
V_q	Tensão da porta q
I_q	Corrente da porta q
V_q^+	Tensão de entrada na porta q
V_q^-	Tensão de saída na porta q
ε_{max}	Critério de convergência para a síntese da antena circularmente polarizada
Γ_{in_q}	Coeficiente de reflexão na porta q
A_t	Área de um chanfro removida do <i>patch</i> metálico
α_c	Ângulo associado à remoção de área do <i>patch</i> metálico
$\Delta f_{-7 \text{ dB}}$	Banda de frequências em que $ s_{11} \leq -7 \text{ dB}$
D	Diretividade da antena
k_i	Eficiência de irradiação da antena
G	Ganho da antena
$\alpha_{h,i}$	Largura de feixe de meia potência do plano ortogonal i
$U(\theta, \varphi)$	Função intensidade de irradiação da antena
U_0	Intensidade de um irradiador elementar
E_{RHCP}	Campo elétrico circularmente polarizado à direita
E_{LHCP}	Campo elétrico circularmente polarizado à esquerda
E_g	Campo originado pelo método da antena linear girante
μ	Ordem real da função associada de Legendre

λ	Grau real da função associada de Legendre
m	Ordem inteira da função associada de Legendre
ℓ	Grau inteiro da função associada de Legendre
$P_\lambda^\mu(\cdot)$	Função associada de Legendre de 1 ^a espécie com ordem μ e grau λ reais
$Q_\lambda^\mu(\cdot)$	Função associada de Legendre de 2 ^a espécie com ordem μ e grau λ reais
$R_\lambda^\mu(\cdot)$	Função auxiliar para as funções associadas de Legendre com ordem μ e grau λ reais
$\psi_{\ell m}$	Função auxiliar para os modos ortogonais do campo elétrico na cavidade
$P_\ell^m(\cdot)$	Função associada de Legendre de 1 ^a espécie com ordem e grau inteiros
$Q_\ell^m(\cdot)$	Função associada de Legendre de 2 ^a espécie com ordem e grau inteiros
$\delta(\cdot)$	Função delta de Dirac
$\text{sinc}(\cdot)$	Função $\text{sen}(\cdot)/(\cdot)$
$h_\ell^{(1)}(\cdot)$	Função esférica de Hankel de 1 ^a espécie e ordem ℓ
$h_\ell^{(2)}(\cdot)$	Função esférica de Hankel de 2 ^a espécie e ordem ℓ
$\chi_\mu(\cdot)$	Equação de contorno auxiliar
$R(\cdot)$	Solução na componente radial r da equação diferencial de Helmholtz
$T(\cdot)$	Solução na componente polar θ da equação diferencial de Helmholtz
$F(\cdot)$	Solução na componente azimutal φ da equação diferencial de Helmholtz
$\delta_{\ell r}$	Delta de Kronecker
δ_m	Delta de Kronecker no caso δ_{m0}
$\text{Re}\{\cdot\}$	Parte real de $\{\cdot\}$
$\text{Im}\{\cdot\}$	Parte imaginária de $\{\cdot\}$
$\{\cdot\}^*$	Conjugado do número ou vetor complexo $\{\cdot\}$
$\angle\{\cdot\}$	Fase do número ou vetor complexo $\{\cdot\}$

Sumário

1	INTRODUÇÃO	28
1.1	Motivação	28
1.2	Revisão bibliográfica	28
1.3	Objetivos	31
1.4	Estrutura do documento	31
2	MODELOS DA CAVIDADE E DA CORRENTE MAGNÉTICA	33
2.1	Solução homogênea para o modelo da cavidade	34
2.2	Solução não homogênea para o modelo da cavidade	39
2.3	Incorporação da análise de perdas	40
2.4	Impedância de entrada e circuito equivalente a partir do modelo da cavidade ressonante	42
2.5	Vetores potenciais auxiliares e campos distantes	48
2.6	Potência média irradiada e fator de qualidade	61
3	SÍNTESE DE ANTENAS CIRCULARMENTE POLARIZADAS	64
3.1	Expressão da razão axial	64
3.2	Síntese da antena circularmente polarizada	67
3.3	Alternativas de síntese de antenas circularmente polarizadas	70
3.4	Síntese de antenas linearmente polarizadas	73
3.5	Parâmetros e figuras de mérito	73
4	RESULTADOS	78
4.1	Modelo da cavidade	78
4.2	Modelo da corrente magnética	91

4.3	Antenas linearmente polarizadas	93
4.4	Antena circularmente polarizada com uma ponta de prova na diagonal .	102
4.5	Antena circularmente polarizada com duas pontas de prova ortogonais .	114
4.6	Antena circularmente polarizada de cantos truncados	123
4.7	Comparação de desempenho entre as antenas	128
5	COMENTÁRIOS FINAIS	131
	REFERÊNCIAS	134
	APÊNDICE A – INTEGRAIS DAS FUNÇÕES AUXILIARES $R_\lambda^\mu(v)$. . .	138
	APÊNDICE B – ESTIMATIVA DE ÁREA REMOVIDA DOS CHANFROS	139
	APÊNDICE C – VISÃO GLOBAL DOS PROGRAMAS COMPUTACIONAIS	147

1 Introdução

1.1 Motivação

O uso dos sistemas globais de navegação por satélite (*GNSS*) tem aumentado nas últimas décadas, pois diversas aplicações se beneficiam e requerem informação acurada do posicionamento na Terra. Uma antena ideal para a recepção de sinais *GNSS* deveria apresentar cobertura hemisférica para receber sinais com níveis de potência semelhantes em todas as elevações superiores ao horizonte. Além disso, sua polarização deveria ser circular à direita (*RHCP*), uma vez que os sinais *GNSS* são transmitidos pelos satélites com essa polarização. As redes de antenas de microfita esféricas estão entre os irradiadores que possibilitam a síntese de polarização *RHCP* e de um diagrama com perfil aproximadamente hemisférico (BOULOS *et al.*, 2022). Essas redes ainda permitem direcionar um ou múltiplos feixes em ângulos arbitrários por toda a esfera, diferentemente das redes de antenas de microfita planas, que têm ângulo de apontamento limitado (JOSEFSSON; PERSSON, 2006). Por essa razão, também são fortes candidatas para comunicações com satélites e telemetria.

1.2 Revisão bibliográfica

O estudo das antenas esféricas remonta a trabalhos pioneiros, como o de Bailin e Silver (1956), que analisou a irradiação de aberturas em esferas e cones metálicos. Essas investigações, que inspiram a aplicação do modelo da corrente magnética às antenas de microfita montadas sobre superfícies curvas, como cilindros e cones, abriram caminho para o desenvolvimento de abordagens teóricas mais robustas. Mushiake e Webster (1957) também contribuíram para o estudo das características de irradiação de fendas em esferas condutoras, enquanto anos mais tarde um estudo similar foi feito por Wu e Kauffman (1983) para as antenas de microfita esféricas com *patch* retangular. Na década de 1990, houve diversas análises a partir do método de domínio espectral, uma técnica de onda completa, que aproveitaram o modelo de linha de transmissão generalizado, para deduzir a impedância de entrada (TAM *et al.*, 1993; CHEN; WONG, 1994a) e estudar a ressonância

(TAM; LUK, 1991) de *patches* anelares e circulares, além de um avanço significativo do desenvolvimento da função diádica de Green aplicada a geometrias como esferas, cilindros e cones a partir do Método dos Momentos (*MoM*) (DESCARDECI, 1996; SIPUS *et al.*, 1998). Tal desenvolvimento proporcionou uma análise mais acurada dos campos eletromagnéticos irradiados a partir de *patches* em superfícies curvas e contribuiu para a compreensão do comportamento dessas antenas em condições que diferem das configurações planas tradicionais (DAS *et al.*, 1991), além de permitir o estudo de casos com dielétricos mais espessos e análises de estruturas multicamadas em hemisférios (POON; TAM, 1996). Ademais, Chen e Wong (1994b) fizeram uso do modelo da cavidade ressonante para o estudo de antenas com *patch* circular alimentadas por uma ponta de prova. Kishk (1993), em particular, também se destaca pelo estudo do *patch* anelar nessa época, expandindo a gama de geometrias investigadas.

Burum e Sipus (2002) contribuíram com análises específicas do *patch* retangular em superfícies esféricas por alguns anos, incluindo a análise desse *patch* em redes de antenas de microfita esféricas (BURUM *et al.*, 2002; SIPUS *et al.*, 2003). Embora esses estudos tenham focado na polarização linear, eles trouxeram avanços relevantes na modelagem via *MoM* dos acoplamentos entre *patches* retangulares em redes (BURUM *et al.*, 2004; SIPUS *et al.*, 2006). Esses trabalhos foram fundamentais na compreensão dos efeitos de superfícies curvas sobre as antenas de microfita (SIPUS *et al.*, 2003), especialmente em termos de impedância de entrada e diagramas de irradiação desse *patch*, mas não investigaram a polarização circular a partir dele.

Giang (2005), em seu doutorado, contribuiu com uma análise de antenas de microfita esféricas multicamadas, utilizando o *MoM*, para estudar esferas, hemisférios e seções esféricas. O autor combinou múltiplas camadas em superfícies curvas de uma maneira bastante geral, o que possibilitou uma modelagem mais detalhada e acurada dos campos eletromagnéticos nessas estruturas complexas. Seus trabalhos continuam sendo uma referência importante para estudos contemporâneos de estruturas esféricas multicamadas (THIEL *et al.*, 2005; GIANG; DREHER, 2008).

Ferreira (2009) realizou diversos estudos sobre o *patch* circular em superfícies esféricas, além de explorar redes e outras geometrias de *patch* em seus trabalhos (FERREIRA; LACAVA, 2010; FERREIRA; LACAVA, 2011), nos quais aborda, inclusive, o *patch* retangular, ainda que apenas linearmente polarizado, com codificações de seus modelos no *software* *Wolfram Mathematica* (FERREIRA, 2011). A partir do modelo da cavidade ressonante, o autor avançou na compreensão das interações entre *patches* e dos campos eletromagnéticos em superfícies curvas, trazendo uma base sólida para estudos subsequentes, além de propor procedimentos de fabricação de protótipos dessas antenas (FERREIRA *et al.*, 2010). Outros pesquisadores brasileiros, como Diniz *et al.* (2020), também contribuíram para a análise de *patches* retangulares ao investigar a polarização linear e estimar seus campos

de franja, valendo-se do modelo da cavidade e do *MoM*.

Em anos mais recentes, Sabino e Pereira-Filho (2014) fizeram um estudo de quatro *patches* retangulares em torno de uma fenda central, explorando a formulação do *MoM* com funções de base de subdomínios. Enquanto isso, Costa *et al.* (2016) estudaram o *patch* trapezoidal, que possui um desenvolvimento bastante análogo ao dos *patches* retangulares. Um exemplo importante é o trabalho de Boulos *et al.* (2022), que analisou um *patch* circular polarizado circularmente com duas pontas de prova fabricado diretamente em uma superfície esférica. Essa inovação no processo de construção trouxe resultados promissores para a confecção de antenas análogas. Outro estudo relevante foi conduzido por Basbug (2021), que investigou um *patch* circular com perturbação em I, também com o objetivo de produzir polarização circular. Esses trabalhos são representativos de uma tendência crescente na busca por melhores soluções de polarização para aplicações em comunicações, como em satélites. Bou-El-Harmel *et al.* (2016) exploram uma geometria anelar de *patch* para uso em sensores identificadores por radiofrequência (*RFID*). Yasin e Khamas (2012) analisam uma geometria de *patch* com dois arcos de circunferência e alimentações por ponta de prova que, em conjunto, produzem polarização circular, medindo também características de um protótipo dessa antena. Ademais, Chen *et al.* (2023) trouxeram inovações ao introduzir a geometria de flor meandrada para os *patches*, o que pode oferecer vantagens significativas em termos de flexibilidade e capacidade de adaptação a diferentes condições de operação, além de apontar para novas metodologias de fabricação de antenas esféricas.

Esses estudos, ao longo das últimas décadas, demonstram uma evolução contínua no projeto e análise de antenas de microfita esféricas, desde as investigações iniciais de seus modelos até as inovações mais recentes de suas formas de fabricação. O uso de recursos como a função de Green, juntamente com o *MoM*, o modelo da cavidade ressonante e o modelo da corrente magnética, tem sido essencial para o avanço da compreensão do comportamento dessas antenas. Esses desafios e inovações colocam as antenas de microfita esféricas em uma posição central para aplicações futuras, especialmente em áreas como a de comunicações espaciais.

Dessa maneira, este trabalho acrescenta ao desenvolvimento de antenas de microfita esféricas com *patch* retangular contribuições originais não observadas nos artigos e pesquisas encontrados e supracitados, como a implementação da polarização circular para essa geometria de *patch*, que foi feita em três variações, a primeira com alimentação com uma ponta de prova na diagonal, a segunda com duas pontas de prova em eixos de simetria ortogonais e a terceira com alimentação por uma ponta de prova e *patch* com cantos truncados. Também se descreveu o lugar geométrico da ponta de prova para obter uma razão axial unitária no caso da antena com uma ponta de prova na diagonal, além de realizada uma descrição geométrica angular detalhada da antena com cantos truncados. Por

fim, foram desenvolvidos programas em *Python* para o projeto e análise dessas antenas, partindo-se de modelos de caráter mais empírico, como o modelo da cavidade ressonante e o da corrente magnética.

1.3 Objetivos

Este Trabalho de Graduação (TG) visa sintetizar e analisar antenas de microfita esféricas com *patch* retangular e polarização circular, tendo em vista as várias aplicações que suas redes possuem. Pretende-se, inicialmente, estudar duas configurações para a geração de polarização circular: antena com uma única ponta de prova localizada próxima à diagonal do *patch*; antena com duas pontas de prova coaxiais dispostas ortogonalmente e alimentadas com sinais em quadratura no tempo. Em ambos os casos, são empregados os modelos da corrente magnética e da cavidade ressonante (JACKSON, 2007) para determinar as dimensões do *patch* e as posições das pontas de prova que asseguram a operação da antena na frequência desejada e com polarização circular. Também por meio desses dois modelos, desenvolve-se um programa computacional para a análise e síntese das antenas de microfita esféricas em apreço, com o qual é possível estimar a impedância de entrada, o diagrama de irradiação, a diretividade, a eficiência de irradiação e o ganho delas. Para validar a formulação proposta neste TG, os resultados obtidos são comparados com as respostas das simulações das antenas no *software* comercial *Ansys HFSS*, que utiliza o método dos elementos finitos para resolver as estruturas. Além disso, também é sintetizada uma antena de microfita esférica com *patch* retangular de cantos truncados, circularmente polarizada. Introduz-se um procedimento para conduzir seu projeto predominantemente no *HFSS* e seu desempenho é comparado ao das configurações anteriores.

1.4 Estrutura do documento

A estrutura deste documento reflete uma sequência lógica de desenvolvimento, iniciando com uma introdução geral e progredindo para uma análise detalhada e aplicação prática dos conceitos abordados.

A análise teórica se inicia no Capítulo 2 com a exploração dos modelos da cavidade ressonante e da corrente magnética. Nele, são desenvolvidas as soluções para os modelos teóricos, abordando aspectos como soluções homogêneas e não homogêneas, impedância de entrada, análise de perdas, vetores potenciais auxiliares e potência irradiada. Posteriormente, no Capítulo 3, a técnica de síntese de antenas circularmente polarizadas é discutida em detalhes. Isso envolve desde a expressão da razão axial até a avaliação dos parâmetros e figuras de mérito da antena. Além disso, ainda são apresentados procedimentos para

a síntese de antenas linearmente polarizadas, fornecendo uma análise abrangente dos diferentes modos de operação, a fim de verificar seus resultados separadamente e realizar possíveis depurações nos programas implementados neste TG.

Os resultados obtidos a partir dos modelos estudados são então apresentados no Capítulo 4, incluindo o projeto de antenas com polarização linear e circular, bem como uma análise do seu desempenho, a partir da comparação com os resultados advindos de simulações no *software HFSS*. Esses resultados fornecem uma validação prática dos conceitos discutidos anteriormente. Finalmente, as conclusões e considerações finais são desenvolvidas no Capítulo 5, destacando-se as principais contribuições, limitações e possíveis direções para os próximos passos deste tema de pesquisa.

2 Modelos da Cavidade e da Corrente Magnética

O modelo da cavidade ressonante (LO *et al.*, 1979; LIMA *et al.*, 1992) é uma ferramenta analítica muito útil para se iniciar um projeto ou uma análise de antenas de microfita canônicas, uma vez que tanto a geometria desse tipo de antena, que será apresentada a seguir, quanto alguns resultados empíricos indicam que o uso desse modelo pode fornecer aproximações bastante acuradas para as soluções desse problema. Neste capítulo, o modelo da cavidade ressonante e o modelo da corrente magnética são apresentados e desenvolvidos, a fim de serem aplicados na resolução do problema da antena de microfita esférica, a qual é objeto deste estudo. O fluxo seguido para o desenvolvimento teórico do modelo da cavidade ressonante se encontra na Figura 2.1.

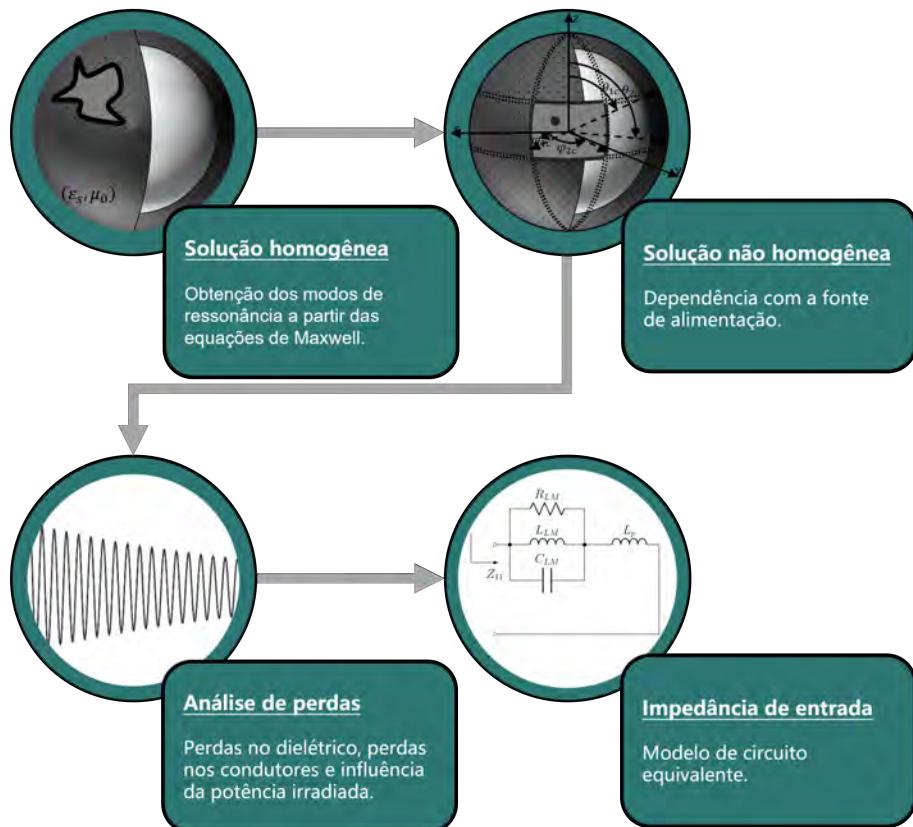


FIGURA 2.1 – Fluxo de desenvolvimento teórico para a cavidade ressonante.

2.1 Solução homogênea para o modelo da cavidade

A Figura 2.2 ilustra a geometria de uma antena de microfita para o caso particular em que seu terra, feito geralmente de algum material metálico bom condutor, e seu substrato dielétrico, com permissividade ϵ_s e permeabilidade tomada, sem perda de generalidade, como μ_0 , são esféricos de raios a e b , respectivamente. Nela também é possível observar que o dielétrico de espessura $h = b - a$ se encontra posicionado entre a superfície esférica de terra e uma superfície metálica condutora, comumente chamada de *patch*, conformada à esfera e com formato a ser especificado. O *patch* é o elemento irradiador da antena de microfita. Assim, uma fonte de alimentação que excita essa antena produz campos eletromagnéticos que se estendem até um pouco depois das bordas do *patch* e são chamados de campos de franja ou campos de borda. Empiricamente observa-se que o limite de tais campos se comporta como uma parede magnética. A Figura 2.2 também apresenta o sistema de coordenadas esférico utilizado e sua relação com o sistema cartesiano ortogonal dextrogiro, $r \in [0, \infty)$, $\theta \in [0, \pi]$ e $\varphi \in [0, 2\pi]$.

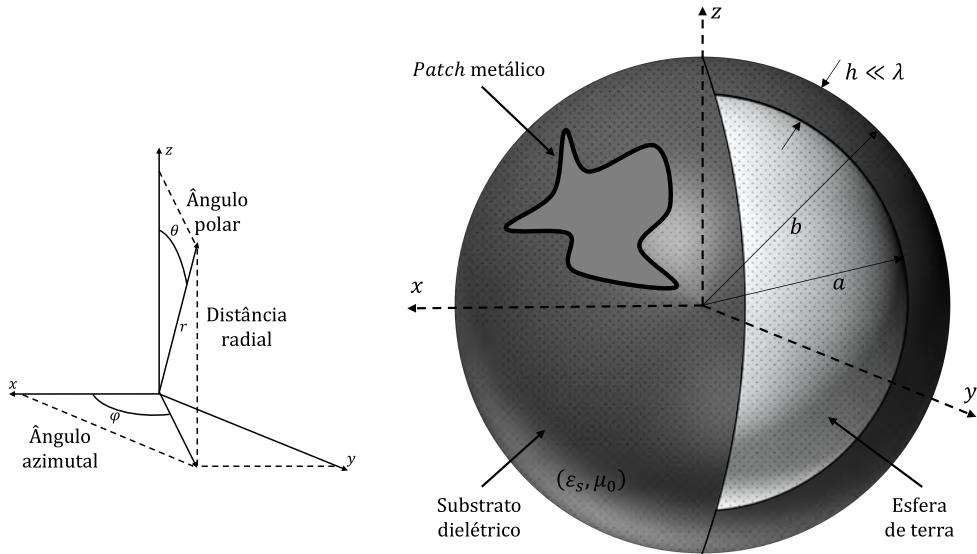


FIGURA 2.2 – Geometria geral de uma antena de microfita esférica.

Ademais, a região formada pelo *patch*, pela esfera de terra e pelas paredes magnéticas, que delimitam os campos de franja, é chamada de cavidade equivalente, na qual a teoria acerca de cavidades ressonantes pode ser aplicada. Veja que a alimentação da antena excita modos de ressonância, os quais podem ser analisados a partir do modelo da cavidade ressonante. Por sua vez, pode-se interpretar que os campos de franja são responsáveis pela irradiação das ondas eletromagnéticas para o espaço livre. O diagrama de irradiação resultante depende, entre outros fatores, da geometria do *patch*, da frequência de operação ($f = \omega/(2\pi)$) e dos modos de ressonância excitados. O cálculo do diagrama a partir dos campos de franja pode ser feito com o modelo da corrente magnética (JACKSON, 2007;

BANCROFT, 2009), também chamado de modelo de fendas, descrito a seguir.

O modelo da corrente magnética baseia-se na aplicação do Princípio da Equivalência (HARRINGTON, 2001) à antena, segundo o qual a irradiação da antena se processa por correntes magnéticas distribuídas nas bordas do *patch*. A partir disso, é possível calcular o campo distante.

Algumas considerações foram feitas com o propósito de simplificar a abordagem analítica do problema, mas ainda mantendo as soluções encontradas aplicáveis para diversos cenários práticos. O dielétrico foi considerado um meio simples, ou seja, linear, homogêneo e isotrópico. Outrossim, o dielétrico será considerado eletricamente fino, isto é, tem sua espessura h muito menor que o comprimento de onda λ de operação do sinal de alimentação no meio.

A princípio, avaliou-se a cavidade equivalente na ausência de fontes de alimentação de origem magnética ou elétrica. Assim, assumindo variações harmônicas no tempo da forma $e^{j\omega t}$, podem-se escrever as equações de Maxwell na ausência de fontes como

$$\nabla \cdot \vec{E} = 0, \quad (2.1)$$

$$\nabla \cdot \vec{B} = 0, \quad (2.2)$$

$$\nabla \times \vec{E} = -j\omega\mu_0\vec{H}, \quad (2.3)$$

$$\nabla \times \vec{H} = j\omega\varepsilon_s\vec{E}. \quad (2.4)$$

Devido à aproximação de dielétrico fino, considera-se que o campo elétrico tem apenas a componente radial, porque não conseguiria sustentar componentes tangentes às superfícies condutoras. Além disso, essa componente não varia significativamente com a distância radial r dentro da cavidade equivalente. Assim, $\vec{E} = E_r(\theta, \varphi)\hat{r}$. Tomando as expressões do divergente e rotacional em coordenadas esféricas, com $E_\theta = E_\varphi = 0$, dadas por (BALANIS, 2016)

$$\nabla \cdot \vec{E} = \frac{1}{r^2} \frac{\partial(r^2 E_r)}{\partial r} + \frac{1}{r \sin \theta} \frac{\partial}{\partial \theta}(E_\theta \sin \theta) + \frac{1}{r \sin \theta} \frac{\partial E_\varphi}{\partial \varphi}, \quad (2.5)$$

$$\nabla \times \vec{E} = \frac{1}{r^2 \sin \theta} \begin{vmatrix} \hat{r} & r\hat{\theta} & r \sin \theta \hat{\varphi} \\ \frac{\partial}{\partial r} & \frac{\partial}{\partial \theta} & \frac{\partial}{\partial \varphi} \\ E_r & rE_\theta & r \sin \theta E_\varphi \end{vmatrix}, \quad (2.6)$$

obtém-se, ao se desenvolver as equações de Maxwell com $k^2 = \omega^2 \mu_0 \varepsilon_s$, portanto, a equação de onda homogênea

$$\frac{1}{\bar{a}^2 \sin \theta} \frac{\partial}{\partial \theta} \left(\sin \theta \frac{\partial E_r}{\partial \theta} \right) + \frac{1}{\bar{a}^2 \sin^2 \theta} \frac{\partial^2 E_r}{\partial \varphi^2} + k^2 E_r = \nabla_t^2 E_r + k^2 E_r = 0, \quad (2.7)$$

em que ∇_t^2 indica o operador laplaciano escalar transversal à componente radial em coordenadas esféricas e \bar{a} denota o raio médio do dielétrico, i.e., $\bar{a} = (a + b)/2$.

Utilizou-se em seguida o método de separação de variáveis (BUTKOV, 1978) para resolver a equação. Sendo $E_r(\theta, \varphi) = T(\theta)F(\varphi)$, $\lambda(\lambda+1) = k^2 \bar{a}^2$ e μ e λ constantes envolvidas na separação de variáveis, obtém-se as seguintes equações diferenciais ordinárias

$$\frac{d}{d\theta} \left(\sin \theta \frac{dT(\theta)}{d\theta} \right) + \left[\lambda(1+\lambda) \sin \theta - \frac{\mu^2}{\sin \theta} \right] T(\theta) = 0, \quad (2.8)$$

$$\frac{d^2 F(\varphi)}{d\varphi^2} + \mu^2 F(\varphi) = 0. \quad (2.9)$$

Portanto, a componente radial do campo elétrico pode ser expressa genericamente por

$$E_r(\theta, \varphi) = [AP_\lambda^\mu(\cos \theta) + BQ_\lambda^\mu(\cos \theta)][C \cos(\mu\varphi) + D \sin(\mu\varphi)], \quad (2.10)$$

em que $P_\lambda^\mu(x)$ e $Q_\lambda^\mu(x)$ são as funções associadas de Legendre de 1ª e 2ª espécies, respectivamente, ambas de grau $\lambda \in \mathbb{R}$ e ordem $\mu \in \mathbb{R}$. A solução também permite deduzir as frequências $f_{\ell m}$ dos modos de ressonância radiais $TM_{\ell m}^r$, uma vez que se encontrou $H_r = 0$. Assim,

$$f_{\ell m} = \frac{\sqrt{\lambda_{\ell m}(\lambda_{\ell m} + 1)}}{2\pi\bar{a}\sqrt{\mu_0\varepsilon_s}}. \quad (2.11)$$

Além disso, será mostrado a seguir que $\lambda = \lambda_{\ell m}$ e $\mu = \mu_{\ell m}$ assumem valores discretos para a obtenção de campos não identicamente nulos, o que gera um conjunto enumerável de modos, devido à aplicação das condições de contorno da cavidade equivalente, cuja geometria aplicada é tomada a partir de um *patch* retangular, como ilustrado na Figura 2.3. Logo, a geometria da cavidade equivalente é o volume

$$\mathcal{V} = \{(r, \theta, \varphi) \mid a \leq r \leq b = a + h, \theta_{1c} \leq \theta \leq \theta_{2c}, \varphi_{1c} \leq \varphi \leq \varphi_{2c}\}, \quad (2.12)$$

descrito em coordenadas esféricas e o *patch* se encontra na superfície descrita pelo conjunto

$$\mathcal{S}_1 = \{(r, \theta, \varphi) \mid r = b, \theta_1 \leq \theta \leq \theta_2, \varphi_1 \leq \varphi \leq \varphi_2\}. \quad (2.13)$$

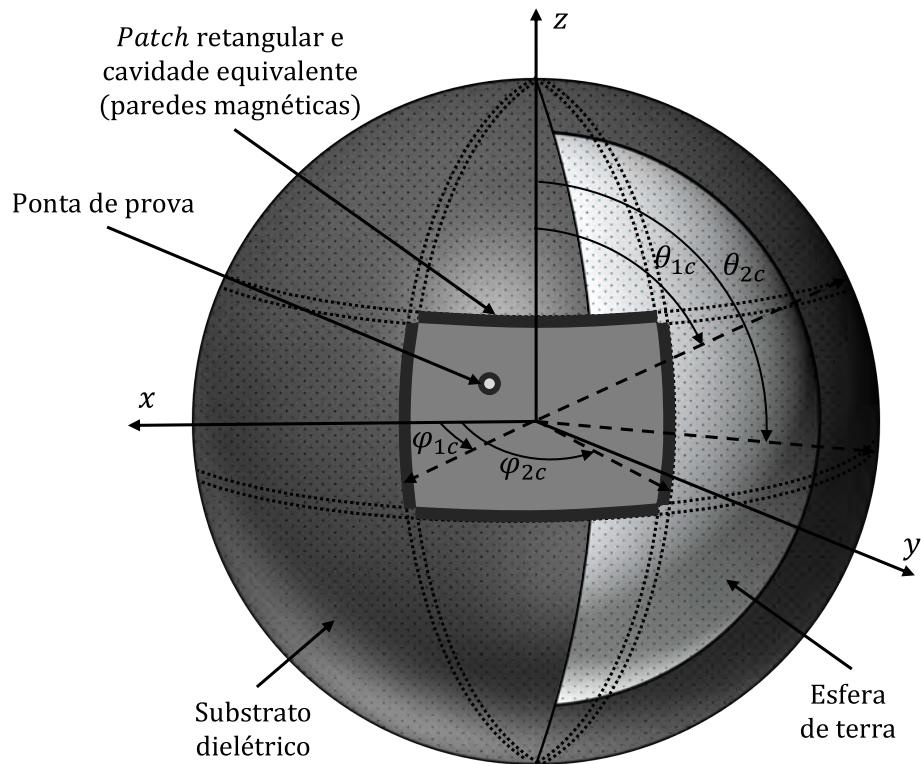


FIGURA 2.3 – Geometria do *patch* retangular na esfera.

Assim, as condições de contorno para as paredes magnéticas ao redor do *patch* são

$$H_\theta(\theta, \varphi)|_{\varphi=\varphi_{1c}} = H_\theta(\theta, \varphi)|_{\varphi=\varphi_{2c}} = 0, \text{ para todo } \theta \in [\theta_{1c}, \theta_{2c}], \quad (2.14)$$

$$H_\varphi(\theta, \varphi)|_{\theta=\theta_{1c}} = H_\varphi(\theta, \varphi)|_{\theta=\theta_{2c}} = 0, \text{ para todo } \varphi \in [\varphi_{1c}, \varphi_{2c}], \quad (2.15)$$

em que os campos magnéticos são deduzidos a partir de

$$-j\omega\mu_0 H_\theta = \frac{1}{\bar{a} \operatorname{sen} \theta} \frac{\partial E_r}{\partial \varphi}, \quad (2.16)$$

$$-j\omega\mu_0 H_\varphi = -\frac{1}{\bar{a}} \frac{\partial E_r}{\partial \theta}. \quad (2.17)$$

Portanto, (2.14) e (2.15) resultam em

$$\mu = \mu_{\ell m} = \frac{m\pi}{\varphi_{2c} - \varphi_{1c}}, \quad m = 0, 1, 2, \dots, \quad (2.18)$$

$$\chi_\mu(\lambda) = \frac{dP_\lambda^\mu(\cos \theta_{1c})}{d\theta} \frac{dQ_\lambda^\mu(\cos \theta_{2c})}{d\theta} - \frac{dQ_\lambda^\mu(\cos \theta_{1c})}{d\theta} \frac{dP_\lambda^\mu(\cos \theta_{2c})}{d\theta} = 0. \quad (2.19)$$

Ademais, valem as seguintes relações para as derivadas das funções associadas de Legendre (ABRAMOWITZ; STEGUN, 1964):

$$\frac{dP_\lambda^\mu(\cos \theta)}{d\theta} = \lambda \operatorname{ctg} \theta P_\lambda^\mu(\cos \theta) - (\lambda + \mu) \operatorname{csc} \theta P_{\lambda-1}^\mu(\cos \theta), \quad (2.20)$$

$$\frac{dQ_\lambda^\mu(\cos \theta)}{d\theta} = \lambda \operatorname{ctg} \theta Q_\lambda^\mu(\cos \theta) - (\lambda + \mu) \operatorname{csc} \theta Q_{\lambda-1}^\mu(\cos \theta). \quad (2.21)$$

Desse modo, definida a geometria do volume da cavidade equivalente para o *patch* retangular, é possível determinar $\mu_{\ell m}$ em (2.18) e $\lambda_{\ell m}$ por meio da equação transcendental descrita em (2.19). Note que podem haver raízes λ inválidas em (2.19), pois é necessário analisar os domínios em que as funções $P_\lambda^\mu(x)$ e $Q_\lambda^\mu(x)$ são válidas, em diferentes ordens e graus, para se determinar corretamente os valores encontrados. Além disso, toma-se $\ell = 0, 1, 2, \dots$, contando-se a partir da primeira raiz λ válida positiva.

Adicionalmente, convém definir a função auxiliar

$$R_\lambda^\mu(\cos \theta) = \left(\frac{dP_\lambda^\mu(\cos \theta_{1c})}{d\theta} Q_\lambda^\mu(\cos \theta) - \frac{dQ_\lambda^\mu(\cos \theta_{1c})}{d\theta} P_\lambda^\mu(\cos \theta) \right) \operatorname{sen} \theta_{1c} \quad (2.22)$$

e, a partir dela, escrever as expressões das componentes do campo elétrico e do campo magnético para o modo $TM_{\ell m}^r$ como solução para o modelo da cavidade ressonante sem fontes:

$$E_r(\theta, \varphi) = E_{\ell m} R_\lambda^\mu(\cos \theta) \cos \left[m\pi \left(\frac{\varphi - \varphi_{1c}}{\varphi_{2c} - \varphi_{1c}} \right) \right], \quad (2.23)$$

$$H_\theta(\theta, \varphi) = \frac{-jE_{\ell m}}{\omega\mu_0\bar{a}\operatorname{sen} \theta} \mu R_\lambda^\mu(\cos \theta) \operatorname{sen} \left[m\pi \left(\frac{\varphi - \varphi_{1c}}{\varphi_{2c} - \varphi_{1c}} \right) \right], \quad (2.24)$$

$$H_\varphi(\theta, \varphi) = \frac{-jE_{\ell m}}{\omega\mu_0\bar{a}} \frac{d}{d\theta}(R_\lambda^\mu(\cos \theta)) \cos \left[m\pi \left(\frac{\varphi - \varphi_{1c}}{\varphi_{2c} - \varphi_{1c}} \right) \right], \quad (2.25)$$

além de $H_r(\theta, \varphi) = 0$, $E_\theta(\theta, \varphi) = 0$ e $E_\varphi(\theta, \varphi) = 0$.

2.2 Solução não homogênea para o modelo da cavidade

A densidade de corrente da ponta de prova foi modelada como $\vec{J}_f = J_r(r, \theta, \varphi)\hat{r}$, ou seja, há apenas a componente radial J_r . Assim, nesse caso, há mudança apenas na equação de Maxwell em (2.4), que se torna

$$\nabla \times \vec{H} = \vec{J}_f + j\omega\varepsilon_s \vec{E}, \quad (2.26)$$

o que resulta na nova equação de onda

$$\nabla_t^2 E_r + k^2 E_r = j\omega\mu_0 J_r(r, \theta, \varphi), \quad (2.27)$$

em que k é variável independente do problema, é definida pela fonte e se relaciona com a frequência de operação, enquanto os valores de $k_{\ell m}$ se relacionam com as frequências dos modos de ressonância e são soluções da equação de onda homogênea. Assim, pode-se supor uma solução geral da forma

$$E_r(\theta, \varphi) = \sum_m \sum_\ell E_{\ell m} \psi_{\ell m}(\theta, \varphi), \quad (2.28)$$

em que $\psi_{\ell m}(\theta, \varphi)$ é definido como

$$\psi_{\ell m}(\theta, \varphi) = R_\lambda^\mu(\cos \theta) \cos \left[m\pi \left(\frac{\varphi - \varphi_{1c}}{\varphi_{2c} - \varphi_{1c}} \right) \right]. \quad (2.29)$$

Observe que a solução em (2.28) é uma superposição dos campos dos modos de ressonância, então ela também deve satisfazer a equação homogênea. Logo, substituindo na equação de onda não homogênea, obtém-se

$$\sum_m \sum_\ell \nabla_t^2 (E_{\ell m} \psi_{\ell m}(\theta, \varphi)) + \sum_m \sum_\ell k^2 E_{\ell m} \psi_{\ell m}(\theta, \varphi) = j\omega\mu_0 J_r(r, \theta, \varphi). \quad (2.30)$$

Além disso, subtrai-se (2.30) de

$$\sum_m \sum_\ell \nabla_t^2 (E_{\ell m} \psi_{\ell m}(\theta, \varphi)) + \sum_m \sum_\ell k_{\ell m}^2 E_{\ell m} \psi_{\ell m}(\theta, \varphi) = 0, \quad (2.31)$$

e aplica-se uma normalização em ambos os lados a partir da integração na região da cavidade $\int_{\theta_{1c}}^{\theta_{2c}} \int_{\varphi_{1c}}^{\varphi_{2c}} (\cdot) R_\lambda^\mu(\cos \theta) \cos(\mu(\varphi - \varphi_{1c})) r^2 \sin \theta d\varphi d\theta$ a fim de se chegar a (2.35). No processo, utiliza-se a ortogonalidade advinda das funções de Legendre descrita em

(BUTKOV, 1978)

$$\int_{\cos \theta_{2c}}^{\cos \theta_{1c}} R_{\lambda_1}^\mu(v) R_{\lambda_2}^\mu(v) dv = 0, \text{ para } \lambda_1 \neq \lambda_2, \quad (2.32)$$

e alia-se (2.32) à ortogonalidade das funções senoidais no domínio da cavidade equivalente para se obter

$$\int_{\varphi_{1c}}^{\varphi_{2c}} \int_{\theta_{1c}}^{\theta_{2c}} \psi_{\ell_1 m}(\theta, \varphi) \psi_{\ell_2 m}(\theta, \varphi) \sin \theta d\theta d\varphi = 0, \text{ para } \ell_1 \neq \ell_2, \quad (2.33)$$

$$\int_{\varphi_{1c}}^{\varphi_{2c}} \int_{\theta_{1c}}^{\theta_{2c}} \psi_{\ell m_1}(\theta, \varphi) \psi_{\ell m_2}(\theta, \varphi) \sin \theta d\theta d\varphi = 0, \text{ para } m_1 \neq m_2. \quad (2.34)$$

Portanto, expressa-se a solução geral, estimada em $r = \bar{a}$,

$$\vec{E}(\theta, \varphi) = \frac{j 2 \omega \mu_0}{\varphi_{2c} - \varphi_{1c}} \sum_m \sum_\ell \frac{\int_{\theta_{1c}}^{\theta_{2c}} \int_{\varphi_{1c}}^{\varphi_{2c}} J_r(\bar{a}, \theta, \varphi) \psi_{\ell m}(\theta, \varphi) \sin \theta d\varphi d\theta}{(1 + \delta_m)(k^2 - k_{\ell m}^2) \int_{\cos \theta_{2c}}^{\cos \theta_{1c}} [R_\lambda^\mu(v)]^2 dv} \psi_{\ell m}(\theta, \varphi) \hat{r}, \quad (2.35)$$

o que determina o coeficiente $E_{\ell m}$ de (2.28). Define-se também $\delta_m = 1$, se $m = 0$, e $\delta_m = 0$, caso contrário. Uma forma analítica de se avaliar a integral no denominador em (2.35) pode ser encontrada no Apêndice A.

2.3 Incorporação da análise de perdas

Com o objetivo de se obter uma avaliação mais acurada dos campos da antena, é imprescindível contabilizar as perdas no sistema. Para esse propósito, serão determinadas as tangentes de perdas e os fatores de qualidade na condição de ressonância, abordando tanto as perdas no dielétrico quanto as perdas nos condutores e, posteriormente, as perdas por irradiação, detalhadas na Seção 2.6. Logo, toma-se

$$k_{ef}^2 = k^2 (1 - j \operatorname{tg} \delta_{ef}), \quad (2.36)$$

o qual leva em conta uma permissividade elétrica equivalente que pode ser definida por $\epsilon_{eq} = \epsilon'_{eq} - j \epsilon''_{eq} = \epsilon_s (1 - j \operatorname{tg} \delta_{ef})$, em que $\epsilon_s = \epsilon_r \epsilon_0$. Como a forma das equações de Maxwell se mantém a mesma com essa mudança, as soluções obtidas permanecem válidas com essa consideração, a qual incorporará os três tipos de perdas citados.

Assim, os fatores de qualidade, Q_i , na condição de ressonância, isto é, aquela na qual

$\langle W_e \rangle_{\ell m} = \langle W_m \rangle_{\ell m}$, são calculados como

$$Q_i = \frac{1}{\operatorname{tg} \delta_i} = \omega_{\ell m} \frac{2\langle W_e \rangle_{\ell m}}{P_i} \quad (2.37)$$

em que o subscrito $i = die$ indica as perdas relativas ao dielétrico, $i = c$ as perdas nos condutores, $i = 0$ as perdas por irradiação e $i = ef$ as perdas efetivas considerando os três efeitos, ou seja,

$$\operatorname{tg} \delta_{ef} = \frac{1}{Q_{ef}} = \operatorname{tg} \delta_{die} + \operatorname{tg} \delta_c + \operatorname{tg} \delta_0, \quad (2.38)$$

em que as tangentes de perdas são dadas pelos termos $\operatorname{tg} \delta_i$. Portanto, a tangente de perdas efetiva é

$$\operatorname{tg} \delta_{ef} = \frac{1}{Q_{ef}} = \frac{P_{die} + P_c + P_0}{2\omega_{\ell m} \langle W_e \rangle_{\ell m}}. \quad (2.39)$$

Além disso, a potência dissipada no volume do substrato dielétrico descrito pela região do conjunto

$$\mathcal{V}_{die} = \{(r, \theta, \varphi) \mid a \leq r \leq b = a + h, 0 \leq \theta \leq \pi, 0 \leq \varphi < 2\pi\}, \quad (2.40)$$

é dada por

$$P_{die} = \frac{\omega}{2} \int_{\mathcal{V}_{die}} \frac{\sigma_{die}}{\omega} |\vec{E}|^2 d\mathcal{V}. \quad (2.41)$$

Ademais, o valor médio da energia armazenada no campo elétrico do interior da cavidade equivalente descrita em (2.12) é dado por

$$\langle W_e \rangle_{\ell m} = \frac{\varepsilon'_{eq}}{4} \int_{\mathcal{V}} |\vec{E}|^2 d\mathcal{V}. \quad (2.42)$$

Uma vez que o campo elétrico \vec{E} é limitado ao interior da cavidade equivalente, isto é, é nulo fora dela, os limites de integração de (2.41), que inicialmente compreendiam todo o volume \mathcal{V}_{die} , agora se reduzirão ao volume \mathcal{V} da cavidade equivalente. Assim, obtém-se o fator de qualidade

$$Q_{die} = \frac{\omega_{\ell m} \varepsilon_s}{\sigma_{die}} = \frac{\varepsilon'_{eq}}{\varepsilon''_{eq}} = \frac{1}{\operatorname{tg} \delta_{die}}. \quad (2.43)$$

Para o cálculo das perdas nos condutores, é necessário levar em consideração o efeito

pelicular nas superfícies condutoras \mathcal{S}_1 do *patch*, dada por (2.13), e \mathcal{S}_2 da esfera de terra, dada por

$$\mathcal{S}_2 = \{(r, \theta, \varphi) \mid r = a, 0 \leq \theta \leq \pi, 0 \leq \varphi < 2\pi\}. \quad (2.44)$$

Assim, a potência dissipada nos condutores é (HARRINGTON, 2001)

$$P_c = \frac{R_s}{2} \sum_i \int_{\mathcal{S}_i} |\vec{H}_{tan,i}|^2 d\mathcal{S}, \quad (2.45)$$

em que $i = 1, 2$, $R_s = 1/(\sigma_c \delta)$ é a resistência superficial do condutor e $\delta = 1/\sqrt{\pi f_{\ell m} \mu_0 \sigma_c}$ é a profundidade de penetração nos condutores, ambas advindas do efeito pelicular. Note que $\vec{H}_{tan,i}$ se refere ao campo magnético tangente à superfície \mathcal{S}_i . Ademais, o valor médio da energia armazenada no campo magnético do interior da cavidade equivalente descrita em (2.12) na condição de ressonância é dado por

$$\langle W_e \rangle_{\ell m} = \langle W_h \rangle_{\ell m} = \frac{\mu_0}{4} \int_{V_{die}} |\vec{H}|^2 dV, \quad (2.46)$$

o que permite concluir que o fator de qualidade referente às perdas nos condutores é (FERREIRA, 2011)

$$Q_c = \frac{\omega_{\ell m} \mu_0 h}{2R_s} \left[\frac{3a^2 + 3ah + h^2}{3a^2 + 3ah + \frac{3}{2}h^2} \right] \approx \frac{\omega_{\ell m} \mu_0 h}{2R_s} = \frac{h}{\delta}. \quad (2.47)$$

Note que tanto o domínio da integral em (2.46) quanto o da integral na superfície da esfera de terra em (2.45) se reduzirão ao domínio da cavidade equivalente, dado que os campos elétrico e magnético só são não nulos nesse domínio. Além disso, os limites de integração da integral na superfície do *patch* foram aproximados para os limites da cavidade equivalente, os quais ainda oferecem resultados acurados para esse caso, por não serem distantes dos limites do *patch*.

2.4 Impedância de entrada e circuito equivalente a partir do modelo da cavidade ressonante

Para a determinação da impedância de entrada da antena a partir do modelo da cavidade ressonante, será adotado o seguinte modelo de fita de corrente para a q -ésima ponta de prova posicionada em $(\theta_q^p, \varphi_q^p)$ (XU *et al.*, 2005):

$$\vec{J}_f = \sum_q \frac{1}{r^2 \sin \theta} J_q(\varphi_q^p) \delta(\theta - \theta_q^p) \hat{r} = \sum_q \vec{J}_{fq}, \quad (2.48)$$

no qual

$$J_q(\varphi) = \begin{cases} J_{q0}, & \text{se } |\varphi - \varphi_q^p| \leq \frac{\Delta\varphi_q^p}{2} \\ 0, & \text{caso contrário} \end{cases}, \quad (2.49)$$

e $\Delta\varphi_q^p = 2r_f e^{\frac{3}{2}} / (\bar{a} \sin \theta_q^p)$, em que r_f é o raio do condutor central do conector coaxial, e $\delta(x)$ é a função delta de Dirac, além de $\theta_1 < \theta_q^p < \theta_2$ e $\varphi_1 < \varphi_q^p - \frac{\Delta\varphi_q^p}{2} < \varphi_q^p < \varphi_q^p + \frac{\Delta\varphi_q^p}{2} < \varphi_2$, a fim de se localizar a ponta de prova no domínio do *patch*.

A corrente de entrada I_q pode, então, ser calculada pela expressão

$$I_q = \int_0^{2\pi} \int_0^\pi (\vec{J}_f \cdot \hat{r}) r^2 \sin \theta d\theta d\varphi = J_{q0} \Delta\varphi_q^p. \quad (2.50)$$

Consequentemente, a cavidade equivalente pode ser modelada como um dispositivo de Q^p portas, como ilustrado na Figura 2.4, no qual em cada porta q há uma ponta de prova excitando a antena, com certas impedâncias de entrada Z_{in_q} , tensões V_q , correntes I_q e densidades de corrente \vec{J}_{fq} .

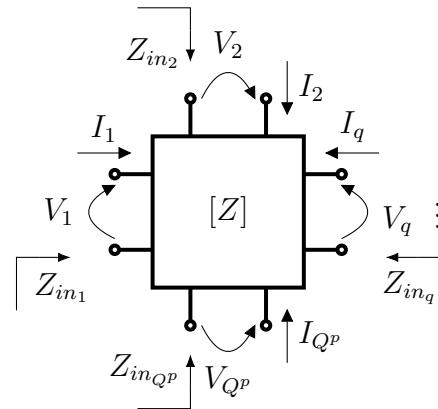


FIGURA 2.4 – Modelo da cavidade ressonante como um dispositivo de Q^p portas.

Substituindo a expressão de \vec{J}_{fq} em (2.35) e calculando a integral, obtém-se

$$\vec{E}(\theta, \varphi) = \frac{2j\omega\mu_0}{(\varphi_{2c} - \varphi_{1c})\bar{a}^2} \sum_m \sum_\ell \frac{\sum_q I_q \psi_{\ell m}(\theta_q^p, \varphi_q^p) \operatorname{sinc}\left(\frac{\mu\Delta\varphi_q^p}{2}\right)}{(1 + \delta_m)(k_{ef}^2 - k_{\ell m}^2) \int_{\cos\theta_{2c}}^{\cos\theta_{1c}} [R_\lambda^\mu(v)]^2 dv} \psi_{\ell m}(\theta, \varphi) \hat{r}. \quad (2.51)$$

Baseando-se nesse campo, calcula-se a potência complexa fornecida pela fonte

$$P_f = -\frac{1}{2} \int_{\mathcal{V}} \vec{E} \cdot \vec{J}_f^* d\mathcal{V} = -\frac{1}{2} \int_{\mathcal{V}} \vec{E} \cdot (\sum_q \vec{J}_{f_q}^*) d\mathcal{V} = \sum_q P_{f_q}, \quad (2.52)$$

em que

$$P_{f_q} = \frac{V_q I_q^*}{2} = \frac{Z_{in_q} |I_q|^2}{2}. \quad (2.53)$$

Ademais, para um dispositivo de Q^p portas, vale que

$$Z_{in_q} = \frac{V_q}{I_q} = \frac{\sum_s Z_{qs} I_s}{I_q}. \quad (2.54)$$

Obtém-se então, a matriz impedância $[Z]$ para um dispositivo com Q^p portas:

$$\begin{pmatrix} V_1 \\ V_2 \\ \vdots \\ V_{Q^p} \end{pmatrix} = \underbrace{\begin{pmatrix} Z_{11} & Z_{12} & \dots & Z_{1,Q^p} \\ Z_{21} & Z_{22} & \dots & Z_{2,Q^p} \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ Z_{Q^p,1} & Z_{Q^p,2} & \dots & Z_{Q^p,Q^p} \end{pmatrix}}_{[Z]} \begin{pmatrix} I_1 \\ I_2 \\ \vdots \\ I_{Q^p} \end{pmatrix}, \quad (2.55)$$

em que os elementos Z_{qs} podem ser calculados como a razão entre a tensão na porta q e a corrente na porta s , na condição em que todas as outras portas se encontrem em circuito aberto, isto é, empiricamente, mede-se V_q na porta q gerada ao se excitar a porta s com uma corrente I_s , com as portas diferentes de s em aberto, o que leva a (POZAR, 2011)

$$Z_{qs} = \left. \frac{V_q}{I_s} \right|_{I_k=0 \text{ para } k \neq s}. \quad (2.56)$$

Note também que os termos Z_{qq} da diagonal principal de $[Z]$ são as impedâncias próprias de cada porta e terão parte real não negativa, enquanto os elementos Z_{qs} , com $q \neq s$, são as impedâncias mútuas e se referem aos acoplamentos entre as portas, essas impedâncias podem apresentar parte real negativa. Adicionalmente, para se obter a matriz espalhamento $[S]$ com base na matriz impedância $[Z]$, faz-se (POZAR, 2011)

$$[S] = ([Z]/Z_0 + [U])^{-1}([Z]/Z_0 - [U]). \quad (2.57)$$

em que os elementos s_{qs} de $[S]$ podem ser determinados por meio da medida da amplitude da onda refletida V_q^- advinda da porta q ao se excitar a porta s com uma amplitude de onda incidente V_s^+ , na condição de que as portas diferentes de s estejam terminadas em cargas casadas, ou seja, com uma carga Z_0 , para evitar reflexões. Assim, os elementos são

determinados a partir da razão

$$s_{qs} = \frac{V_q^-}{V_s^+} \Big|_{V_k^+=0 \text{ para } k \neq s}. \quad (2.58)$$

Além disso, pode-se demonstrar a relação $V_q = -h\bar{E}_{rq}$, em que

$$\bar{E}_{rq} = \frac{\int_{\varphi_q^p - \frac{\Delta\varphi_q^p}{2}}^{\varphi_q^p + \frac{\Delta\varphi_q^p}{2}} E_r(\theta_q^p, \varphi) d\varphi}{\Delta\varphi_q^p} \quad (2.59)$$

é o valor médio de $E_r(\theta_q^p, \varphi)$ ao longo da fita de corrente. Dessa maneira, é possível encontrar todos os elementos da matriz impedância, calculados com base em

$$Z_{qs} = \frac{-2jh\omega\mu_0}{(\varphi_{2c} - \varphi_{1c})\bar{a}^2} \sum_m \sum_\ell \frac{\psi_{\ell m}(\theta_q^p, \varphi_q^p) \operatorname{sinc}\left(\frac{\mu\Delta\varphi_q^p}{2}\right) \psi_{\ell m}(\theta_s^p, \varphi_s^p) \operatorname{sinc}\left(\frac{\mu\Delta\varphi_s^p}{2}\right)}{(1 + \delta_m)(k_{ef}^2 - k_{\ell m}^2) \int_{\cos\theta_{2c}}^{\cos\theta_{1c}} [R_\lambda^\mu(v)]^2 dv}, \quad (2.60)$$

em que $q = 1, 2, \dots, Q^p$, e $s = 1, 2, \dots, Q^p$. Observe, então, que $Z_{qs} = Z_{sq}$, ou seja, o dispositivo é recíproco.

Note que a expressão em (2.60) envolve um longo somatório que pode ser computacionalmente custoso de ser calculado. Uma vez que um dos objetivos deste trabalho é o projeto eficiente de uma antena esférica, observou-se que a expressão em (2.61) ajuda a reduzir o tempo computacional de cálculo da impedância de entrada no projeto da antena, preservando bem a acurácia desse cálculo para a parte imaginária da impedância. Assim, observou-se ser possível modelar a reatância de uma ponta de prova coaxial num guia de placas planas paralelas a partir de (XU *et al.*, 2005)

$$X_p = \omega L_p = \eta \frac{kh}{2\pi} \left[\ln\left(\frac{2}{kr_f}\right) - \gamma \right] \quad (2.61)$$

em que $\gamma \approx 0,577216\dots$ é a constante de Euler-Mascheroni e $\eta = \sqrt{\mu_0/\varepsilon_s}$. A Figura 2.5 mostra a geometria considerada para a obtenção desse resultado para a cavidade plana, o qual pode ser estendido para a cavidade esférica, uma vez que a dependência do resultado obtido com a geometria é bastante local em torno do cilindro da ponta de prova e que análises numéricas para antenas de microfita planas indicam que esta é uma aproximação adequada. Xu *et al.* (2005) evidenciam a correspondência entre a expressão em (2.61) e o somatório duplo para os modos não ressonantes. Observe ainda que a reatância obtida tem caráter indutivo e deve ser contabilizada no modelo de circuito equivalente que será

deduzido a seguir.

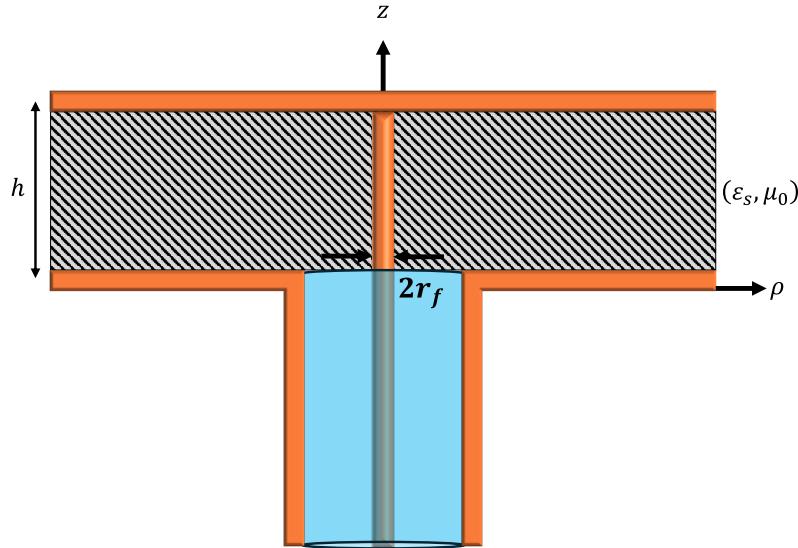


FIGURA 2.5 – Geometria de um guia de placas planas paralelas alimentado por uma ponta de prova coaxial.

Além disso, define-se

$$\alpha_{\ell m}^{qs} = \frac{2h\psi_{\ell m}(\theta_q^p, \varphi_q^p) \operatorname{sinc}\left(\frac{\mu\Delta\varphi_q^p}{2}\right)\psi_{\ell m}(\theta_s^p, \varphi_s^p) \operatorname{sinc}\left(\frac{\mu\Delta\varphi_s^p}{2}\right)}{\varepsilon_s(\varphi_{2c} - \varphi_{1c})\bar{a}^2(1 + \delta_m)(k_{ef}^2 - k_{\ell m}^2) \int_{\cos\theta_{2c}}^{\cos\theta_{1c}} [R_\lambda^\mu(v)]^2 dv} \quad (2.62)$$

como coeficiente auxiliar para a impedância de entrada. Logo, considerando-se uma única ponta de prova e $\alpha_{\ell m}^{11}$ não nulo, obtém-se

$$Z_{11} = \sum_m \sum_\ell \frac{1}{\frac{\omega \operatorname{tg} \delta_{ef}}{\alpha_{\ell m}^{11}} + j \left[\frac{\omega}{\alpha_{\ell m}^{11}} - \frac{\omega_{\ell m}^2}{\omega \alpha_{\ell m}^{11}} \right]}, \quad (2.63)$$

que pode ser entendido como uma série de blocos dados por circuitos RLC paralelo, um tipo de circuito que consiste em um resistor, um capacitor e um indutor em paralelo. Observe que $\operatorname{tg} \delta_{ef}$, a tangente de perdas efetiva que foi detalhada na Seção 2.3, depende também do modo $TM_{\ell m}^r$.

Essa equivalência de circuito ocorre porque o circuito RLC paralelo tem impedância dada por

$$Z_{RLC} = \frac{1}{\frac{1}{R} + j[\omega C - 1/\omega L]}. \quad (2.64)$$

o que resulta em $R_{LM} = \frac{\alpha_{LM}^{11}}{\omega \operatorname{tg} \delta_{ef}}$, $C_{LM} = \frac{1}{\alpha_{LM}^{11}}$ e $L_{LM} = \frac{\alpha_{LM}^{11}}{\omega_{LM}^2}$ definidos em cada modo. Veja que R_{LM} não é constante como no circuito RLC paralelo, pois há uma dependência com

a frequência. Por conta disso, a associação com o circuito equivalente é válida apenas em torno da frequência de ressonância. Portanto, essa série de circuitos RLC paralelo, com cada bloco representando um modo excitado, pode ser representada pelo circuito equivalente da Figura 2.6. A indutância L_p substitui o efeito dos modos que são pouco excitados quando a frequência de operação se encontra mais próxima da frequência de algum ou alguns modos TM_{LM}^r específicos.

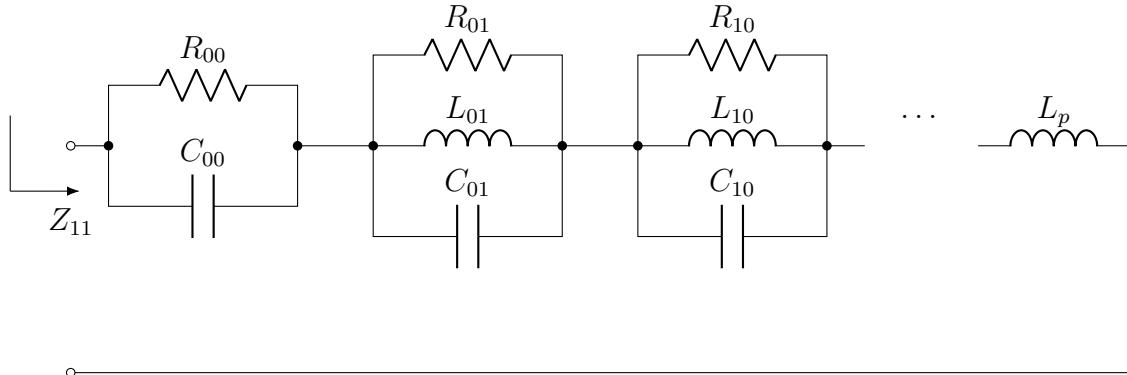


FIGURA 2.6 – Circuito equivalente de Z_{11} .

Dessa maneira, ao se excitar um modo específico TM_{LM}^r , isto é, tomar uma frequência de operação f que se aproxime da frequência de operação f_{LM} desse modo e que esteja suficientemente afastada da frequência de ressonância de outros modos, obtém-se

$$Z_{in,LM} \approx \frac{j\omega\alpha_{LM}^{11}}{\omega_{LM}^2 - (1 - j\tg\delta_{LM})\omega^2} + j\underbrace{\sum_m \sum_\ell}_{(\ell,m) \neq (L,M)} \frac{\omega\alpha_{\ell m}^{11}}{\omega_{\ell m}^2 - \omega^2}, \quad (2.65)$$

e o circuito equivalente para esse modo excitado se reduz ao mostrado na Figura 2.7. Excitar apenas um modo pode ser útil para se gerar uma antena linearmente polarizada, por exemplo.

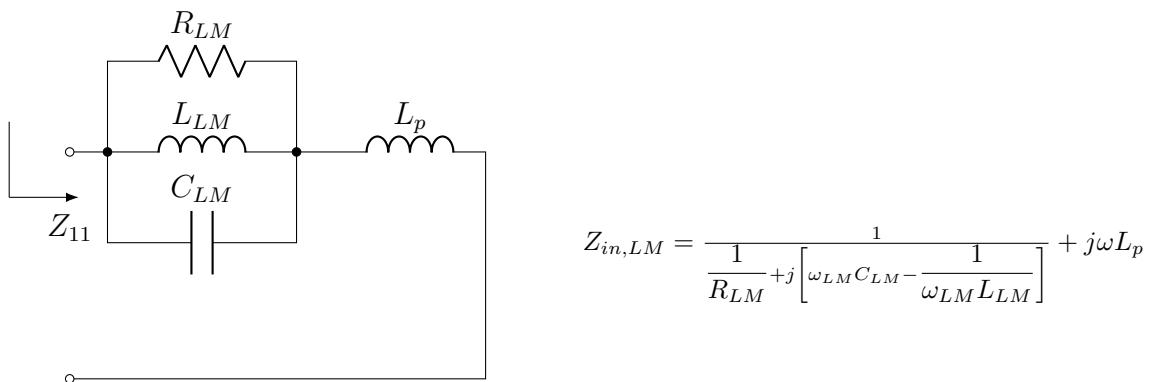


FIGURA 2.7 – Circuito equivalente para o modo TM_{LM}^r excitado.

Por fim, é possível tomar uma frequência de operação intermediária entre as frequências

dos dois modos com as menores frequências de ressonância, TM_{10}^r e TM_{01}^r , o que fornece o circuito equivalente da Figura 2.8, o qual é útil para se induzir uma polarização circular na antena utilizando apenas uma ponta de prova. Note que a impedância equivalente para o modo TM_{00}^r tende a zero para frequências próximas aos modos TM_{10}^r e TM_{01}^r .

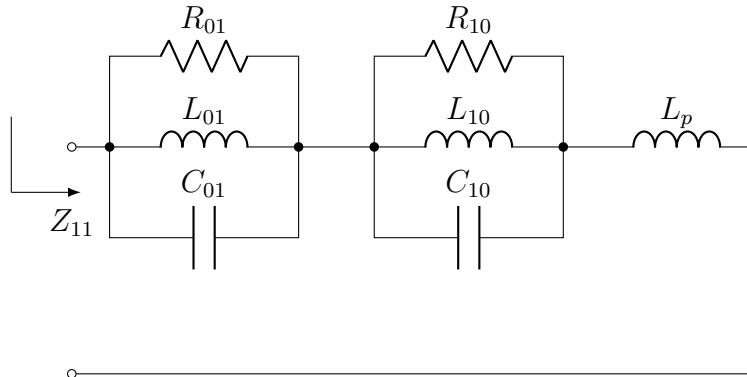


FIGURA 2.8 – Circuito equivalente com os modos TM_{10}^r e TM_{01}^r excitados.

2.5 Vetores potenciais auxiliares e campos distantes

O fluxo seguido para o desenvolvimento teórico do modelo da corrente magnética, a partir desta Seção, se encontra na Figura 2.9. Com o objetivo de se calcular o campo distante \vec{E}_t irradiado pela antena esférica, é necessário formular, a partir das equações de Maxwell, as expressões para os campos elétrico e magnético no exterior da esfera. Desse modo, considerando-se um meio simples, é possível escrever as equações de Maxwell na ausência de fontes de origem elétrica como

$$\nabla \cdot \vec{E}_m = 0, \quad (2.66)$$

$$\nabla \cdot \vec{H}_m = \frac{\rho_m}{\mu_0}, \quad (2.67)$$

$$\nabla \times \vec{E}_m = -\vec{M}_f - j\omega\mu_0\vec{H}_m, \quad (2.68)$$

$$\nabla \times \vec{H}_m = j\omega\varepsilon_0\vec{E}_m. \quad (2.69)$$

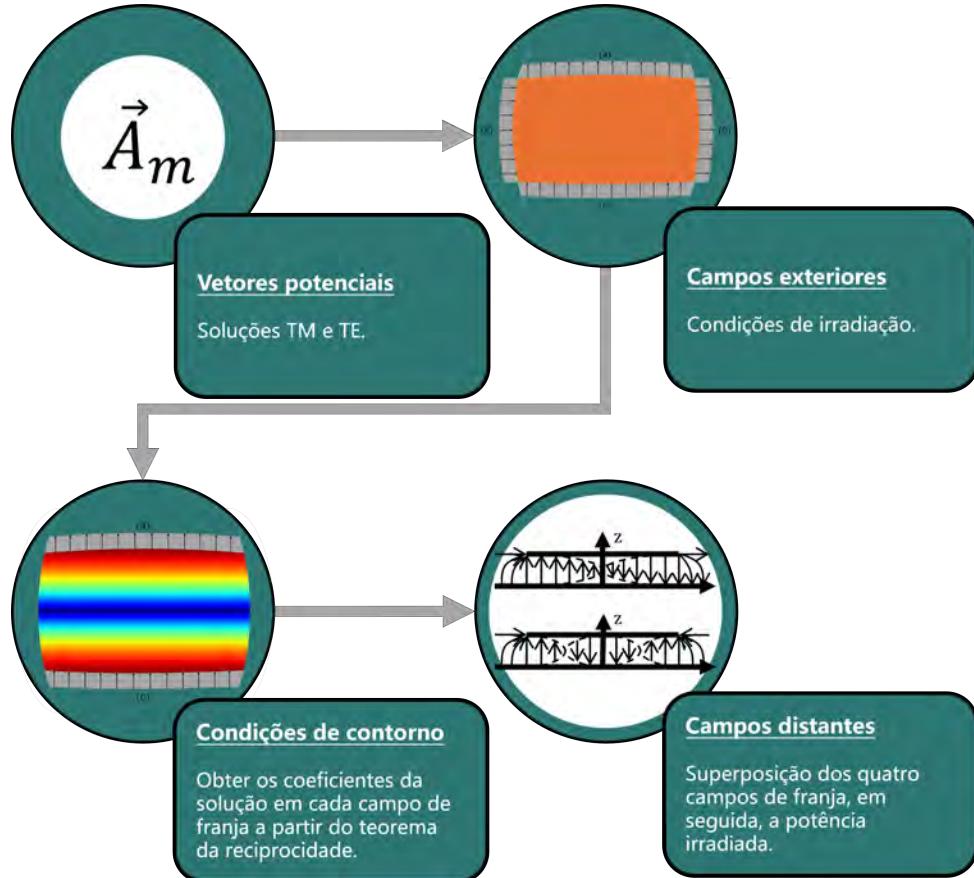


FIGURA 2.9 – Fluxo de desenvolvimento teórico para o modelo da corrente magnética.

Veja que, como \vec{E}_m é solenoidal, isto é, tem o divergente nulo, existe um vetor \vec{A}_m , que será chamado de vetor potencial elétrico, tal que

$$\vec{E}_m = -\frac{1}{\varepsilon_0} \nabla \times \vec{A}_m. \quad (2.70)$$

Ao se substituir a expressão do vetor potencial elétrico em (2.69), é possível se obter $\nabla \times (\vec{H}_m - j\omega \vec{A}_m) = 0$, ou seja, a expressão $\vec{H}_m - j\omega \vec{A}_m$ é irrotacional. Assim, existe um potencial escalar Φ_m tal que

$$\vec{H}_m = -\nabla \Phi_m - j\omega \vec{A}_m. \quad (2.71)$$

Portanto, definindo $k_0^2 = \omega^2 \mu_0 \varepsilon_0$ e substituindo (2.70) e (2.71) em (2.68), obtém-se

$$\nabla \times \nabla \times \vec{A}_m - k_0^2 \vec{A}_m = -j\omega \mu_0 \varepsilon_0 \nabla \Phi_m + \varepsilon_0 \vec{M}_f. \quad (2.72)$$

Se não há fontes de origem magnética, isto é, $\vec{M}_f = 0$ e $\rho_m = 0$, a expressão em (2.72) se reduz a

$$\nabla \times \nabla \times \vec{A}_m - k_0^2 \vec{A}_m = -j\omega\mu_0\varepsilon_0 \nabla \Phi_m. \quad (2.73)$$

Logo, observa-se que basta conhecer Φ_m e \vec{A}_m para se determinar totalmente os campos elétrico e magnético para esse meio. O processo é análogo para um meio sem fontes de origem elétrica, o que fornece, pelo princípio da dualidade (HARRINGTON, 2001) para os campos elétrico e magnético,

$$\nabla \times \nabla \times \vec{A}_e - k_0^2 \vec{A}_e = -j\omega\mu_0\varepsilon_0 \nabla \Phi_e, \quad (2.74)$$

em que o vetor potencial magnético \vec{A}_e é definido por

$$\vec{H}_e = \frac{1}{\mu_0} \nabla \times \vec{A}_e, \quad (2.75)$$

e o potencial escalar Φ_e é dado por

$$\vec{E}_e = -\nabla \Phi_e - j\omega \vec{A}_e. \quad (2.76)$$

Além disso, pode-se mostrar que, na ausência de fontes de origem elétrica e magnética, os campos \vec{E} e \vec{H} podem ser decompostos em parcelas TE^r e TM^r (BALANIS, 2012). No caso de coordenadas esféricas, toma-se

$$\vec{A}_m = A_{mr}(r, \theta, \varphi) \hat{r}, \quad (2.77)$$

$$\vec{A}_e = A_{er}(r, \theta, \varphi) \hat{r}. \quad (2.78)$$

Substituindo (2.77) em (2.73), obtém-se as equações diferenciais parciais

$$\frac{1}{r^2 \sin \theta} \left\{ \frac{\partial}{\partial \theta} \left(\sin \theta \frac{\partial A_{mr}}{\partial \theta} \right) + \frac{1}{\sin \theta} \frac{\partial^2 A_{mr}}{\partial \varphi^2} \right\} + k_0^2 A_{mr} = j\omega \varepsilon_0 \frac{\partial \Phi_m}{\partial r}, \quad (2.79)$$

$$\frac{\partial}{\partial \theta} \left(\frac{\partial A_{mr}}{\partial r} \right) = -j\omega \mu_0 \varepsilon_0 \frac{\partial \Phi_m}{\partial \theta}, \quad (2.80)$$

$$\frac{\partial}{\partial \varphi} \left(\frac{\partial A_{mr}}{\partial r} \right) = -j\omega \mu_0 \varepsilon_0 \frac{\partial \Phi_m}{\partial \varphi}. \quad (2.81)$$

O processo é análogo ao se substituir e (2.78) em (2.74). Partindo-se de (2.80) e (2.81), é possível obter

$$\Phi_m = -\frac{1}{j\omega\mu_0\varepsilon_0} \frac{\partial A_{mr}}{\partial r}. \quad (2.82)$$

Por fim, substituindo a expressão (2.82) em (2.79), encontra-se a equação diferencial parcial de Helmholtz

$$(\nabla^2 + k_0^2) \frac{A_{mr}}{r} = 0. \quad (2.83)$$

O processo é análogo para A_{er} , a partir da dualidade:

$$(\nabla^2 + k_0^2) \frac{A_{er}}{r} = 0, \quad (2.84)$$

em que o operador laplaciano escalar em coordenadas esféricas é da forma

$$\nabla^2(\cdot) = \frac{1}{r^2} \frac{\partial}{\partial r} \left(r^2 \frac{\partial(\cdot)}{\partial r} \right) + \frac{1}{r^2 \sin \theta} \frac{\partial}{\partial \theta} \left(\sin \theta \frac{\partial(\cdot)}{\partial \theta} \right) + \frac{1}{r^2 \sin^2 \theta} \frac{\partial^2(\cdot)}{\partial \varphi^2}. \quad (2.85)$$

Supondo a solução da equação de Helmholtz separável $A_{mr}/r = R(r)T(\theta)F(\varphi)$, obtém-se as equações diferenciais ordinárias em cada variável:

$$r^2 \frac{d^2 R(r)}{dr^2} + 2r \frac{dR(r)}{dr} + [k_0^2 r^2 - \ell(\ell + 1)] R(r) = 0, \quad (2.86)$$

$$\frac{d}{d\theta} \left(\sin \theta \frac{dT(\theta)}{d\theta} \right) + \left[\ell(1 + \ell) \sin \theta - \frac{m^2}{\sin \theta} \right] T(\theta) = 0, \quad (2.87)$$

$$\frac{d^2 F(\varphi)}{d\varphi^2} + m^2 F(\varphi) = 0. \quad (2.88)$$

Portanto, as soluções para a equação em cada variável são as funções esféricas de Hankel na direção radial r , $R_\ell(k_0 r) = c_1^R h_\ell^{(1)}(k_0 r) + c_2^R h_\ell^{(2)}(k_0 r)$, as funções de Legendre na direção polar θ , $T_\ell^m(\cos \theta) = c_1^T P_\ell^m(\cos \theta) + c_2^T Q_\ell^m(\cos \theta)$, e senoides na direção azimutal φ , $F_m(\varphi) = c_1^F \cos(m\varphi) + c_2^F \sin(m\varphi)$. Os coeficientes das funções também apresentam dependência com os índices ℓ e m . Assim, a solução é dada por

$$A_{mr} = r R_\ell(k_0 r) T_\ell^m(\cos \theta) F_m(\varphi) \quad (2.89)$$

e os campos elétrico e magnético são obtidos a partir de

$$E_{mr} = 0, \quad (2.90)$$

$$E_{m\theta} = -\frac{1}{\varepsilon_0 r \sin \theta} \frac{\partial A_{mr}}{\partial \varphi}, \quad (2.91)$$

$$E_{m\varphi} = \frac{1}{\varepsilon_0 r} \frac{\partial A_{mr}}{\partial \theta}, \quad (2.92)$$

$$H_{mr} = \frac{1}{j\omega \mu_0 \varepsilon_0} \left(\frac{\partial^2}{\partial r^2} + k_0^2 \right) A_{mr}, \quad (2.93)$$

$$H_{m\theta} = \frac{1}{j\omega \mu_0 \varepsilon_0 r} \frac{\partial^2 A_{mr}}{\partial \theta \partial r}, \quad (2.94)$$

$$H_{m\varphi} = \frac{1}{j\omega \mu_0 \varepsilon_0 r \sin \theta} \frac{\partial^2 A_{mr}}{\partial \varphi \partial r}. \quad (2.95)$$

Veja que a solução fornecerá os modos TE^r , pois $E_{mr} = 0$. Analogamente, para os modos TM^r , obtém-se

$$A_{er} = r R_\ell(k_0 r) T_\ell^m(\cos \theta) F_m(\varphi), \quad (2.96)$$

em que os coeficientes das funções das soluções são diferentes dos coeficientes das funções das soluções para os modos TE^r . Os campos serão, então, a superposição das soluções referentes aos dois modos, em que os campos para os modos TM^r são obtidos a partir do princípio da dualidade:

$$E_r = \sum_\ell \sum_m \frac{\ell(\ell+1)}{r} R_\ell(k_0 r) T_\ell^m(\cos \theta) F_m(\varphi), \quad (2.97)$$

$$E_\theta = \sum_\ell \sum_m \frac{1}{r} \frac{d[r R_\ell(k_0 r)]}{dr} \frac{dT_\ell^m(\cos \theta)}{d\theta} F_m(\varphi) - j\omega \mu_0 \sum_\ell \sum_m \frac{m}{\sin \theta} R_\ell(k_0 r) T_\ell^m(\cos \theta) \frac{dF_m(\varphi)}{d\varphi}, \quad (2.98)$$

$$E_\varphi = \sum_\ell \sum_m \frac{m}{r \sin \theta} \frac{d[r R_\ell(k_0 r)]}{dr} T_\ell^m(\cos \theta) \frac{dF_m(\varphi)}{d\varphi} + j\omega \mu_0 \sum_\ell \sum_m R_\ell(k_0 r) \frac{dT_\ell^m(\cos \theta)}{d\theta} F_m(\varphi), \quad (2.99)$$

$$H_r = \sum_{\ell} \sum_m \frac{\ell(\ell+1)}{r} R_{\ell}(k_0 r) T_{\ell}^m(\cos \theta) F_m(\varphi), \quad (2.100)$$

$$H_{\theta} = \sum_{\ell} \sum_m \frac{1}{r} \frac{d[rR_{\ell}(k_0 r)]}{dr} \frac{dT_{\ell}^m(\cos \theta)}{d\theta} F_m(\varphi) + j\omega \varepsilon_0 \sum_{\ell} \sum_m \frac{m}{\sin \theta} R_{\ell}(k_0 r) T_{\ell}^m(\cos \theta) \frac{dF_m(\varphi)}{d\varphi}, \quad (2.101)$$

$$H_{\varphi} = \sum_{\ell} \sum_m \frac{m}{r \sin \theta} \frac{d[rR_{\ell}(k_0 r)]}{dr} T_{\ell}^m(\cos \theta) \frac{dF_m(\varphi)}{d\varphi} - j\omega \varepsilon_0 \sum_{\ell} \sum_m R_{\ell}(k_0 r) \frac{dT_{\ell}^m(\cos \theta)}{d\theta} F_m(\varphi). \quad (2.102)$$

Para se obter os campos distantes, observa-se que no exterior da antena é possível haver apenas as funções $h_{\ell}^{(2)}(k_0 r)$ e $P_{\ell}^m(\cos \theta)$. Isso ocorre pois $h_{\ell}^{(2)}(k_0 r)$ indica uma propagação no sentido positivo da coordenada radial e $h_{\ell}^{(1)}(k_0 r)$ no sentido negativo, mas como não há fontes externas, há apenas propagação no sentido positivo. Ademais, apenas $P_{\ell}^m(\cos \theta)$ está bem definida para o caso em que $\cos \theta = \pm 1$, uma vez que $Q_{\ell}^m(\cos \theta)$ tem valor indefinido para esse caso.

Então, os coeficientes podem ser reduzidos em $A_{\ell m}$ e $B_{\ell m}$ para os modos TM^r , respectivamente, pares e ímpares. Os modos pares, TM_e^r , são associados aos cossenos e possuem um número par de nós, isto é, nulos do campo elétrico na direção φ . Em contrapartida, os modos ímpares, TM_o^r , são associados aos senos e possuem um número ímpar de nós na direção φ . Os coeficientes $C_{\ell m}$ e $D_{\ell m}$, por sua vez, se associam aos modos TE^r , respectivamente, pares, TE_e^r , e ímpares, TE_o^r , cujos nós são relativos à direção θ . Ademais, ℓ e m são inteiros não negativos porque o domínio em θ e φ é completo, isto é, $\theta \in [0, \pi]$ e $\varphi \in [0, 2\pi]$.

Portanto, a partir dessas considerações, os campos se reduzem a

$$E_r = \sum_{\ell} \sum_m \frac{\ell(\ell+1)}{r} h_{\ell}^{(2)}(k_0 r) P_{\ell}^m(\cos \theta) (A_{\ell m} \cos(m\varphi) + B_{\ell m} \sin(m\varphi)), \quad (2.103)$$

$$E_{\theta} = \sum_{\ell} \sum_m \frac{1}{r} \frac{d[rh_{\ell}^{(2)}(k_0 r)]}{dr} \frac{dP_{\ell}^m(\cos \theta)}{d\theta} (A_{\ell m} \cos(m\varphi) + B_{\ell m} \sin(m\varphi)) + \\ j\omega \mu_0 \frac{m}{\sin \theta} h_{\ell}^{(2)}(k_0 r) P_{\ell}^m(\cos \theta) (C_{\ell m} \sin(m\varphi) - D_{\ell m} \cos(m\varphi)), \quad (2.104)$$

$$E_\varphi = \sum_{\ell} \sum_m -\frac{m}{r \operatorname{sen} \theta} \frac{d[r h_\ell^{(2)}(k_0 r)]}{dr} P_\ell^m(\cos \theta) (A_{\ell m} \operatorname{sen}(m\varphi) - B_{\ell m} \cos(m\varphi)) + \\ j\omega \mu_0 h_\ell^{(2)}(k_0 r) \frac{dP_\ell^m(\cos \theta)}{d\theta} (C_{\ell m} \cos(m\varphi) + D_{\ell m} \operatorname{sen}(m\varphi)), \quad (2.105)$$

$$H_r = \sum_{\ell} \sum_m \frac{\ell(\ell+1)}{r} h_\ell^{(2)}(k_0 r) P_\ell^m(\cos \theta) (C_{\ell m} \cos(m\varphi) + D_{\ell m} \operatorname{sen}(m\varphi)), \quad (2.106)$$

$$H_\theta = \sum_{\ell} \sum_m \frac{1}{r} \frac{d[r h_\ell^{(2)}(k_0 r)]}{dr} \frac{dP_\ell^m(\cos \theta)}{d\theta} (C_{\ell m} \cos(m\varphi) + D_{\ell m} \operatorname{sen}(m\varphi)) - \\ j\omega \varepsilon_0 \frac{m}{\operatorname{sen} \theta} h_\ell^{(2)}(k_0 r) P_\ell^m(\cos \theta) (A_{\ell m} \operatorname{sen}(m\varphi) - B_{\ell m} \cos(m\varphi)), \quad (2.107)$$

$$H_\varphi = \sum_{\ell} \sum_m -\frac{m}{r \operatorname{sen} \theta} \frac{d[r h_\ell^{(2)}(k_0 r)]}{dr} P_\ell^m(\cos \theta) (C_{\ell m} \operatorname{sen}(m\varphi) - D_{\ell m} \cos(m\varphi)) - \\ j\omega \varepsilon_0 h_\ell^{(2)}(k_0 r) \frac{dP_\ell^m(\cos \theta)}{d\theta} (A_{\ell m} \cos(m\varphi) + B_{\ell m} \operatorname{sen}(m\varphi)). \quad (2.108)$$

Dada a superfície esférica \mathcal{S}_3 de raio b em conjunto com a superfície esférica com raio tendendo a infinito, que delimitam a região \mathcal{V}_{ext} ,

$$\mathcal{V}_{ext} = \{(r, \theta, \varphi) \mid r \geq b, 0 \leq \theta \leq \pi, 0 \leq \varphi < 2\pi\}, \quad (2.109)$$

$$\mathcal{S}_3 = \{(r, \theta, \varphi) \mid r = b, 0 \leq \theta \leq \pi, 0 \leq \varphi < 2\pi\}. \quad (2.110)$$

Aplica-se o teorema da reciprocidade de Lorentz (BALANIS, 2012) na fronteira $\partial\mathcal{V}_{ext}$ dessa região

$$\int_{\partial\mathcal{V}_{ext}} (\vec{E}_1 \times \vec{H}_2) \cdot \hat{r} d\mathcal{S} = \int_{\partial\mathcal{V}_{ext}} (\vec{E}_2 \times \vec{H}_1) \cdot \hat{r} d\mathcal{S}. \quad (2.111)$$

Assim, para satisfazer as condições de irradiação dadas por

$$\lim_{r \rightarrow \infty} r \left[(\hat{r} \times \vec{H}) + \left(\frac{\varepsilon_0}{\mu_0} \right)^{\frac{1}{2}} \vec{E} \right] = 0, \quad (2.112)$$

$$\lim_{r \rightarrow \infty} r \left[\vec{H} - \left(\frac{\varepsilon_0}{\mu_0} \right)^{\frac{1}{2}} (\hat{r} \times \vec{E}) \right] = 0, \quad (2.113)$$

os campos elétrico e magnético na superfície esférica com raio tendendo a infinito devem tender a zero, o que torna a equação dependente apenas das integrais em \mathcal{S}_3 . Logo, em coordenadas esféricas, escreve-se em \mathcal{S}_3 :

$$\int_0^\pi \int_0^{2\pi} (E_{\theta_1} H_{\varphi_2} - E_{\varphi_1} H_{\theta_2}) b^2 \sin \theta d\varphi d\theta = \int_0^\pi \int_0^{2\pi} (E_{\theta_2} H_{\varphi_1} - E_{\varphi_2} H_{\theta_1}) b^2 \sin \theta d\varphi d\theta. \quad (2.114)$$

Desse modo, considerando-se para \vec{E}_1 e \vec{H}_1 uma superfície esférica de raio b com componentes tangenciais de campo conhecidas $E_\theta(b, \theta, \varphi) = f_1(\theta, \varphi)$ e $E_\varphi(b, \theta, \varphi) = f_2(\theta, \varphi)$, que solucionam os campos calculados de (2.103) a (2.108) nesse contorno, e para \vec{E}_2 e \vec{H}_2 modos específicos da solução geral TM_e^r , TM_o^r , TE_e^r e TE_o^r , tomados um de cada vez, é possível se obter os coeficientes para os campos exteriores à esfera (BAILIN; SILVER, 1956). Essa consideração é possível porque cada um desses modos é uma solução para as equações de Maxwell no exterior da esfera, conforme requer o teorema da reciprocidade. Assim, por exemplo, para os modos $TM_{\ell me}$, só resta o coeficiente $A_{\ell m}$ no cálculo de \vec{E}_2 e \vec{H}_2 , e os coeficientes diferentes de $A_{\ell m}$ em \vec{E}_1 e \vec{H}_1 vão ser zerados devido às ortogonalidades entre os modos. Notou-se que, no decorrer dos cálculos, as ortogonalidades entre funções cosseno têm como consequência o termo $(1 + \delta_m)$ no denominador dos coeficientes $A_{\ell m}$ e $C_{\ell m}$, e aquelas entre as funções seno anulam os coeficientes $B_{\ell m}$ e $D_{\ell m}$ para $m = 0$, o que possibilita o uso de $(1 + \delta_m)$ também em seus denominadores, facilitando deduções posteriores. Observou-se que o termo $(1 + \delta_m)$ que aparece devido ao caso em que $m = 0$ não consta no texto de Bailin e Silver (1956). Todo esse processo desenvolvido se baseia na teoria de aberturas eletromagnéticas e é análogo à irradiação gerada pelos campos de franja ao redor de um *patch* em antenas de microfita. As seguintes identidades também foram necessárias no decorrer do cálculo:

$$\int_0^\pi \left[P_r^m(\cos \theta) \frac{dP_\ell^m(\cos \theta)}{d\theta} + P_\ell^m(\cos \theta) \frac{dP_r^m(\cos \theta)}{d\theta} \right] d\theta = 0, \quad (2.115)$$

$$\int_0^\pi \left[\frac{dP_\ell^m(\cos \theta)}{d\theta} \frac{dP_r^m(\cos \theta)}{d\theta} + \frac{m^2}{\sin^2 \theta} P_\ell^m(\cos \theta) P_r^m(\cos \theta) \right] \sin \theta d\theta = \underbrace{\frac{2\ell(\ell+1)(\ell+m)!}{(2\ell-1)(\ell-m)!}}_{S_{\ell m}} \delta_{\ell r}. \quad (2.116)$$

Logo, as expressões dos coeficientes são dadas por

$$A_{\ell m} = \frac{b \int_0^{2\pi} \int_0^\pi [f_1(\theta, \varphi) \frac{dP_\ell^m(\cos \theta)}{d\theta} \cos(m\varphi) - \frac{m}{\sin \theta} f_2(\theta, \varphi) P_\ell^m(\cos \theta) \sin(m\varphi)] \sin \theta d\theta d\varphi}{(1 + \delta_m) \pi S_{\ell m} \frac{d}{dr} [r h_\ell^{(2)}(k_0 r)]|_{r=b}}, \quad (2.117)$$

$$B_{\ell m} = \frac{b \int_0^{2\pi} \int_0^\pi [f_1(\theta, \varphi) \frac{dP_\ell^m(\cos \theta)}{d\theta} \sin(m\varphi) + \frac{m}{\sin \theta} f_2(\theta, \varphi) P_\ell^m(\cos \theta) \cos(m\varphi)] \sin \theta d\theta d\varphi}{(1 + \delta_m) \pi S_{\ell m} \frac{d}{dr} [r h_\ell^{(2)}(k_0 r)]|_{r=b}}, \quad (2.118)$$

$$C_{\ell m} = \frac{\int_0^{2\pi} \int_0^\pi [\frac{m}{\sin \theta} f_1(\theta, \varphi) P_\ell^m(\cos \theta) \sin(m\varphi) + f_2(\theta, \varphi) \frac{dP_\ell^m(\cos \theta)}{d\theta} \cos(m\varphi)] \sin \theta d\theta d\varphi}{j\omega \mu_0 (1 + \delta_m) \pi h_\ell^{(2)}(k_0 b)}, \quad (2.119)$$

$$D_{\ell m} = -\frac{\int_0^{2\pi} \int_0^\pi [\frac{m}{\sin \theta} f_1(\theta, \varphi) P_\ell^m(\cos \theta) \cos(m\varphi) - f_2(\theta, \varphi) \frac{dP_\ell^m(\cos \theta)}{d\theta} \sin(m\varphi)] \sin \theta d\theta d\varphi}{j\omega \mu_0 (1 + \delta_m) \pi h_\ell^{(2)}(k_0 b)}. \quad (2.120)$$

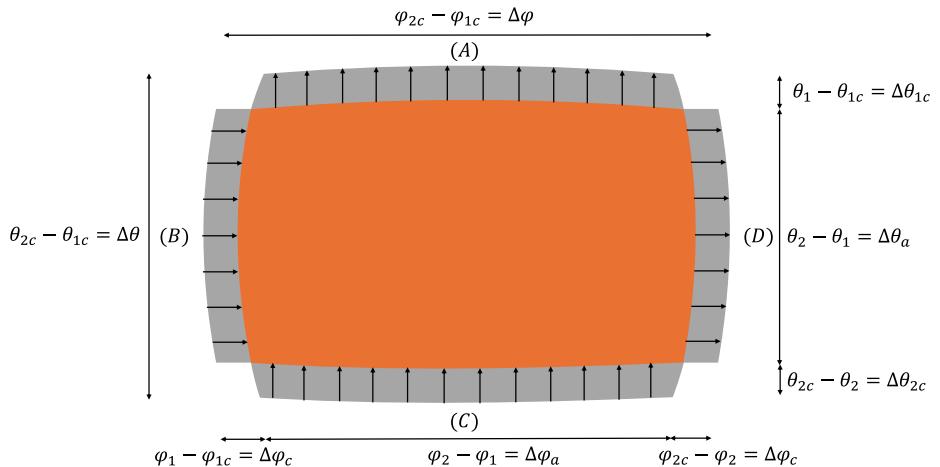


FIGURA 2.10 – Regiões ocupadas pelos campos de franja ao redor do *patch* e suas dimensões angulares. A cavidade equivalente é formada pela união entre o *patch* e as regiões ao redor.

Sejam as regiões de campos de franja ao redor do *patch* dadas por

$$\mathcal{S}_{(A)} = \{(r, \theta, \varphi) \mid r = b, \theta_{1c} \leq \theta \leq \theta_1, \varphi_1 \leq \varphi \leq \varphi_2\}, \quad (2.121)$$

$$\mathcal{S}_{(B)} = \{(r, \theta, \varphi) \mid r = b, \theta_1 \leq \theta \leq \theta_2, \varphi_{1c} \leq \varphi \leq \varphi_1\}, \quad (2.122)$$

$$\mathcal{S}_{(C)} = \{(r, \theta, \varphi) \mid r = b, \theta_2 \leq \theta \leq \theta_{2c}, \varphi_1 \leq \varphi \leq \varphi_2\}, \quad (2.123)$$

$$\mathcal{S}_{(D)} = \{(r, \theta, \varphi) \mid r = b, \theta_1 \leq \theta \leq \theta_2, \varphi_2 \leq \varphi \leq \varphi_{2c}\}, \quad (2.124)$$

é possível, a partir dos coeficientes de (2.117) a (2.120), e dos campos de (2.103) a (2.108), chegar à contribuição para o campo distante da região de cada franja na geometria da Figura 2.10 e, em seguida, superpor os resultados para se alcançar o resultado total de campo distante para essa geometria, considerando os modos TM_{10}^r e TM_{10}^r , pois a contribuição dos modos superiores é pequena nas antenas a serem analisadas. Se for tomada, por exemplo, a região $S_{(A)}$, observa-se que $f_1(\theta, \varphi) = E_{\theta 0}^{(A)}$ e $f_2(\theta, \varphi) = 0$. Para as regiões $S_{(B)}$ e $S_{(D)}$, $f_2(\theta, \varphi) = E_{\varphi 0}^{(B)} = E_{\varphi 0}^{(D)} = E_{\varphi 0}$ foi considerado aproximadamente constante, como será justificado posteriormente. Para isso, também foi utilizada a aproximação de campo distante para a função de Hankel nos campos de (2.103) a (2.108), descrita por (ABRAMOWITZ; STEGUN, 1964)

$$rh_\ell^{(2)}(k_0 r) \rightarrow \frac{j^{\ell+1} e^{-jk_0 r}}{k_0}, \quad (2.125)$$

e, para as derivadas da função Hankel,

$$\frac{d[rh_\ell^{(2)}(k_0 r)]}{dr} \rightarrow -j^{\ell+2} e^{-jk_0 r}. \quad (2.126)$$

Além disso, definem-se coeficientes para auxiliar a expressão dos campos $E_\theta^V = E_\theta^{(A)} + E_\theta^{(C)}$ e $E_\varphi^V = E_\varphi^{(A)} + E_\varphi^{(C)}$ como

$$C_{ext}^V = \frac{j^\ell (\varphi_2 - \varphi_1) \operatorname{sinc}(\frac{m}{2}(\varphi_2 - \varphi_1))}{(1 + \delta_m) \pi S_{\ell m}}, \quad (2.127)$$

$$C_1^V = \frac{b(E_{\theta 0}^{(A)} I_1^{dP} + E_{\theta 0}^{(C)} I_2^{dP})}{\frac{d}{dr}[rh_\ell^{(2)}(k_0 r)]|_{r=b}}, \quad (2.128)$$

$$C_2^V = \frac{j(E_{\theta 0}^{(A)} I_1^P + E_{\theta 0}^{(C)} I_2^P)}{k_0 h_\ell^{(2)}(k_0 b)}. \quad (2.129)$$

Pelo teorema do valor médio (GRADSHTEYN *et al.*, 2015) com $\Delta\theta_{1c} = \theta_1 - \theta_{1c}$ e $\Delta\theta_{2c} = \theta_{2c} - \theta_2$, expressam-se as integrais para a região $S_{(A)}$:

$$I_1^P = \int_{\theta_{1c}}^{\theta_1} P_\ell^m(\cos \theta) d\theta \approx P_\ell^m \left[\cos \left(\frac{\theta_1 + \theta_{1c}}{2} \right) \right] \Delta \theta_{1c}, \quad (2.130)$$

$$I_1^{dP} = \int_{\theta_{1c}}^{\theta_1} \frac{dP_\ell^m}{d\theta}(\cos \theta) \sin \theta d\theta \approx \frac{dP_\ell^m}{d\theta} \left[\cos \left(\frac{\theta_1 + \theta_{1c}}{2} \right) \right] \sin \left(\frac{\theta_1 + \theta_{1c}}{2} \right) \Delta \theta_{1c}. \quad (2.131)$$

Veja que as integrais I_2^P e I_2^{dP} são definidas de maneira análoga para a região $S_{(C)}$, o que permite chegar à expressão dos campos ao se fazer a superposição das contribuições das regiões $S_{(A)}$ e $S_{(C)}$ tal que

$$E_\theta^V = \sum_\ell \sum_m C_{ext}^V \left[C_1^V \frac{dP_\ell^m}{d\theta}(\cos \theta) + m^2 C_2^V \frac{P_\ell^m(\cos \theta)}{\sin \theta} \right] \cos(m(\frac{\varphi_1+\varphi_2}{2} - \varphi)) \frac{e^{-jk_0r}}{r}, \quad (2.132)$$

$$E_\varphi^V = \sum_\ell \sum_m C_{ext}^V m \left[C_1^V \frac{P_\ell^m(\cos \theta)}{\sin \theta} + C_2^V \frac{dP_\ell^m}{d\theta}(\cos \theta) \right] \sin(m(\frac{\varphi_1+\varphi_2}{2} - \varphi)) \frac{e^{-jk_0r}}{r}. \quad (2.133)$$

Além disso, $H_\theta^V = -E_\varphi^V/\eta_0$, $H_\varphi^V = E_\theta^V/\eta_0$ e aproximam-se $E_r^V \rightarrow 0$ e $H_r^V \rightarrow 0$, pois as componentes radiais de campos decrescem com um fator de $1/r^2$ na direção radial, enquanto os outros campos decaem apenas com $1/r$. Deduzem-se, então, os coeficientes para $E_\theta^H = E_\theta^{(B)} + E_\theta^{(D)}$ e $E_\varphi^H = E_\varphi^{(B)} + E_\varphi^{(D)}$ nas regiões $S_{(B)}$ e $S_{(D)}$, nas quais se define $\Delta\varphi_c = \varphi_1 - \varphi_{1c} = \varphi_{2c} - \varphi_2$, como

$$C_{ext}^H = \frac{j^\ell 2 E_{\varphi 0} \Delta\varphi_c \operatorname{sinc}(\frac{m}{2} \Delta\varphi_c)}{(1 + \delta_m) \pi S_{\ell m}} \cos(\frac{m}{2} (\varphi_2 - \varphi_1 + \Delta\varphi_c)), \quad (2.134)$$

$$C_1^H = \frac{b I_\theta}{\frac{d}{dr} [r h_\ell^{(2)}(k_0 r)]|_{r=b}}, \quad (2.135)$$

$$C_2^H = \frac{j I_{d\theta}}{k_0 h_\ell^{(2)}(k_0 b)}. \quad (2.136)$$

Ademais, as seguintes integrais necessitam ser calculadas numericamente:

$$I_\theta = \int_{\theta_1}^{\theta_2} P_\ell^m(\cos \theta) d\theta, \quad (2.137)$$

$$I_{d\theta} = \int_{\theta_1}^{\theta_2} \frac{dP_\ell^m}{d\theta}(\cos \theta) \sin \theta d\theta. \quad (2.138)$$

Portanto, as superposições dos campos nas regiões $S_{(B)}$ e $S_{(D)}$ são expressas por

$$E_\theta^H = \sum_\ell \sum_m -C_{ext}^H m \left[C_1^H \frac{dP_\ell^m}{d\theta}(\cos \theta) + C_2^H \frac{P_\ell^m(\cos \theta)}{\sin \theta} \right] \sin(m(\frac{\varphi_1+\varphi_2}{2} - \varphi)) \frac{e^{-jk_0 r}}{r}, \quad (2.139)$$

$$E_\varphi^H = \sum_\ell \sum_m C_{ext}^H \left[m^2 C_1^H \frac{P_\ell^m(\cos \theta)}{\sin \theta} + C_2^H \frac{dP_\ell^m}{d\theta}(\cos \theta) \right] \cos(m(\frac{\varphi_1+\varphi_2}{2} - \varphi)) \frac{e^{-jk_0 r}}{r}. \quad (2.140)$$

Além disso, $H_\theta^H = -E_\varphi^H/\eta_0$, $H_\varphi^H = E_\theta^H/\eta_0$ e aproximam-se $E_r^H \rightarrow 0$ e $H_r^H \rightarrow 0$ de modo análogo. Observa-se, em suma, que o campo distante total pode ser expresso pela superposição

$$E_{t\theta} = E_\theta^H + E_\theta^V = E_\theta^{(A)} + E_\theta^{(B)} + E_\theta^{(C)} + E_\theta^{(D)}, \quad (2.141)$$

$$E_{t\varphi} = E_\varphi^H + E_\varphi^V = E_\varphi^{(A)} + E_\varphi^{(B)} + E_\varphi^{(C)} + E_\varphi^{(D)}, \quad (2.142)$$

$$\therefore \vec{E}_t = E_{t\theta} \hat{\theta} + E_{t\varphi} \hat{\varphi}, \quad (2.143)$$

e $\vec{H}_t = H_{t\theta} \hat{\theta} + H_{t\varphi} \hat{\varphi} = (\hat{r} \times \vec{E}_t)/\eta_0$ de maneira análoga.

Por intermédio do modelo da corrente magnética, é possível estimar os campos das franjas nos contornos utilizados para se deduzir completamente as expressões de campo distante, bastando igualar a intensidade desses campos às magnitudes dos campos calculados nas paredes magnéticas ao redor da cavidade equivalente dados em (2.23) para o modo excitado, como ilustrado na Figura 2.11, utilizando-se a expressão de $E_{\ell m}$ em (2.51),

$$E_{\ell m} = \frac{2j\omega\mu_0}{(\varphi_{2c} - \varphi_{1c})\bar{a}^2} \frac{\sum_q I_q \psi_{\ell m}(\theta_q^p, \varphi_q^p) \operatorname{sinc}\left(\frac{\mu\Delta\varphi_q^p}{2}\right)}{(1 + \delta_m)(k_{ef}^2 - k_{\ell m}^2) \int_{\cos\theta_{2c}}^{\cos\theta_{1c}} [R_\lambda^\mu(v)]^2 dv}. \quad (2.144)$$

Note que, considerando-se um *patch* centrado em $(r, \theta, \varphi) = (b, \pi/2, \pi/2)$, o que garante uma simetria das franjas das regiões $S_{(A)}$ e $S_{(C)}$, obtém-se $E_{\theta 0}^{(A)} = E_{\theta 0}^{(C)} = E_{\theta 0}$. Na verdade,

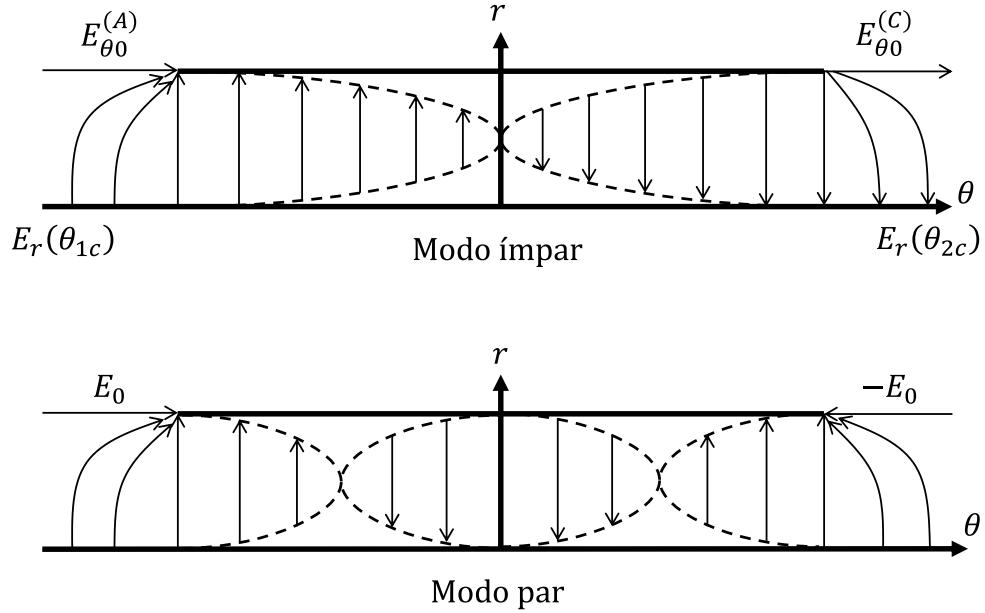


FIGURA 2.11 – Campos de franja na cavidade equivalente para modos pares e ímpares.

basta o *patch* estar centrado no equador para se alcançar essa condição, observando-se que a função $R_{\lambda_{10}}^0$ é ímpar. Veja que, dado $\mu_{01} = \pi/(\varphi_{2c} - \varphi_{1c})$, deduzem-se os campos das franjas do modo TM_{10}^r no contorno como

$$E_{\theta 0}^{(A)} = E_{10} R_{\lambda_{10}}^0(\cos \theta_{1c}), \quad (2.145)$$

$$E_{\theta 0}^{(C)} = -E_{10} R_{\lambda_{10}}^0(\cos \theta_{2c}), \quad (2.146)$$

em que

$$E_{10} = \frac{j\omega\mu_0}{(\varphi_{2c} - \varphi_{1c})\bar{a}^2} \frac{\sum_q I_q R_{\lambda_{10}}^0(\cos \theta_q^p)}{(k_{ef}^2 - k_{10}^2) \int_{\cos \theta_{2c}}^{\cos \theta_{1c}} [R_{\lambda_{10}}^0(v)]^2 dv}. \quad (2.147)$$

Além disso, para as regiões $S_{(B)}$ e $S_{(D)}$, a aproximação de ponto médio foi aplicada, notando-se que o valor de $R_{\lambda_{01}}^{\mu_{01}}(\cos \theta)$ não varia muito no intervalo da fenda, é possível determinar os campos de franja para o modo TM_{01}^r

$$E_{\varphi 0} \approx E_{01} R_{\lambda_{01}}^{\mu_{01}} \left(\cos \left(\frac{\theta_{1c} + \theta_{2c}}{2} \right) \right), \quad (2.148)$$

em que

$$E_{01} = \frac{2j\omega\mu_0}{(\varphi_{2c} - \varphi_{1c})\bar{a}^2} \frac{\sum_q I_q R_{\lambda_{01}}^{\mu_{01}}(\cos\theta_q^p) \cos(\mu_{01}(\varphi_q^p - \varphi_{1c})) \operatorname{sinc}\left(\frac{\mu_{01}\Delta\varphi_q^p}{2}\right)}{(k_{ef}^2 - k_{01}^2) \int_{\cos\theta_{2c}}^{\cos\theta_{1c}} [R_{\lambda_{01}}^{\mu_{01}}(v)]^2 dv}. \quad (2.149)$$

Veja que os termos calculados acima guardam as informações necessárias para se deduzir a estrutura geométrica da cavidade e as posições das pontas de prova, que são essenciais para se projetar antenas com os requisitos desejados. Por fim, para o cálculo da largura dos campos de franja, com o fito de se calcular as dimensões do *patch* a partir das dimensões da cavidade, convém considerar a seguinte aproximação, a qual apresenta bons resultados empíricos a princípio quando se consideram os modos TM_{10}^r e TM_{01}^r (GARG *et al.*, 2001; BANCROFT, 2009),

$$\Delta\theta_{1c} = \Delta\theta_{2c} \approx \frac{h}{a} \text{ e } \Delta\varphi_c \approx \frac{h}{a \sin\left(\frac{\theta_{1c} + \theta_{2c}}{2}\right)}. \quad (2.150)$$

2.6 Potência média irradiada e fator de qualidade

Uma vez que as expressões dos campos distantes irradiados \vec{E}_t e \vec{H}_t foram determinadas, é possível calcular parâmetros relacionados à cavidade, incluindo a potência irradiada, fatores de qualidade e tangentes de perdas. Com essa finalidade, foi utilizado o vetor de Poynting $\vec{S} = \vec{E}_t \times \vec{H}_t^*$ para o cálculo da potência irradiada definida por

$$P_0 = \oint_{\mathcal{S}_{rad}} \frac{1}{2} \operatorname{Re}\{\vec{S}\} \cdot \hat{r} d\mathcal{S}_{rad} = \frac{1}{2\eta_0} \oint_{\mathcal{S}_{rad}} |\vec{E}_t|^2 d\mathcal{S}_{rad}, \quad (2.151)$$

em que a relação $\vec{H}_t = (\hat{r} \times \vec{E}_t)/\eta_0$ entre os campos foi aplicada e \mathcal{S}_{rad} é uma superfície fechada através da qual há fluxo de potência irradiada pela antena, a chamada esfera de irradiação (IEEE ..., 2014). Mantendo-se a consideração do *patch* centrado em $(r, \theta, \varphi) = (b, \pi/2, \pi/2)$, calculam-se em (2.151) as potências irradiadas para os modos TM_{10}^r , dada por P_{10} , e TM_{01}^r , dada por P_{01} (Figura 2.12). Veja que $E_{\theta 0} = E_{\theta 0}^{(A)} = E_{\theta 0}^{(C)}$ nessa condição de simetria e que a superfície fechada considerada para o cálculo, para algum valor alto da componente radial r , é

$$\mathcal{S}_{rad} = \{(\theta, \varphi) | 0 \leq \theta \leq \pi, 0 \leq \varphi < 2\pi\}. \quad (2.152)$$

Expandindo (2.151), obtém-se a potência total P_{10+01} , a qual considera os modos TM_{10}^r e TM_{01}^r em conjunto

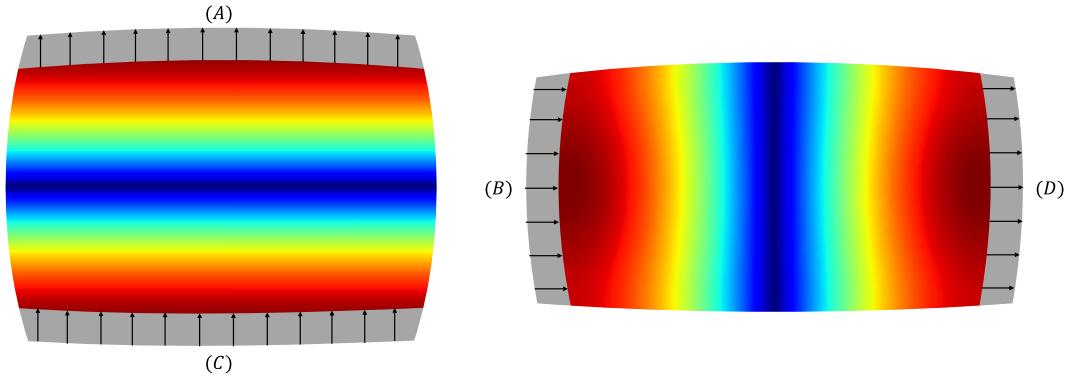


FIGURA 2.12 – Ilustração da intensidade de campo e dos campos de franja ao redor do *patch* para os modos TM_{10}^r (à esquerda) e TM_{01}^r (à direita).

$$P_{10+01} = \underbrace{\frac{1}{2\eta_0} \oint_{S_{rad}} |E_\theta^V|^2 + |E_\varphi^V|^2 d\mathcal{S}}_{P_{10}} + \underbrace{\frac{1}{2\eta_0} \oint_{S_{rad}} |E_\theta^H|^2 + |E_\varphi^H|^2 d\mathcal{S}}_{P_{01}} + \underbrace{\frac{1}{\eta_0} \oint_{S_{rad}} \text{Re}\{E_\theta^V E_\theta^H * + E_\varphi^V E_\varphi^H *\} d\mathcal{S}}_{=0}, \quad (2.153)$$

em que a terceira parcela, com termos cruzados, será nula devido à ortogonalidade entre as funções senoidais nas expressões dos campos. Assim, as potências desses dois modos são desacopladas, mesmo em pontos fora dos eixos de simetria do *patch*. Diante disso, calculam-se as potências dos modos TM_{10}^r e TM_{01}^r como

$$P_{10} = \frac{|E_{\theta 0}|^2}{2\pi\eta_0} \sum_\ell \sum_m \frac{\Delta\varphi_a^2 \text{sinc}^2(\frac{m}{2}\Delta\varphi_a)}{(1+\delta_m)S_{\ell m}} \left[\underbrace{\frac{b^2|I_1^{dP}+I_2^{dP}|^2}{|\frac{d}{dr}[rh_\ell^{(2)}(k_0 r)]|_{r=b}|^2}}_{C_{Q1}^V} + m^2 \underbrace{\frac{|I_1^P+I_2^P|^2}{k_0^2|h_\ell^{(2)}(k_0 b)|^2}}_{C_{Q2}^V} \right], \quad (2.154)$$

$$P_{01} = \frac{2|E_{\varphi 0}|^2}{\pi\eta_0} \sum_\ell \sum_m \frac{\Delta\varphi_c^2 \text{sinc}^2(\frac{m}{2}\Delta\varphi_c)}{(1+\delta_m)S_{\ell m}} \cos^2(\frac{m}{2}(\Delta\varphi_a + \Delta\varphi_c)) \left[m^2 \frac{b^2|I_\theta|^2}{|\frac{d}{dr}[rh_\ell^{(2)}(k_0 r)]|_{r=b}|^2} + \frac{|I_{d\theta}|^2}{k_0^2|h_\ell^{(2)}(k_0 b)|^2} \right]. \quad (2.155)$$

Além disso, os fatores de qualidade dos modos TM_{10}^r e TM_{01}^r podem ser expressos a partir de (2.37) como

$$Q_{10} = \frac{\pi k_{10} \sqrt{\varepsilon_r}}{3} \frac{(b^3 - a^3) \Delta\varphi \int_{\cos \theta_{2c}}^{\cos \theta_{1c}} [R_{\lambda_{10}}^0(v)]^2 dv}{|R_{\lambda_{10}}^0(\cos \theta_{1c})|^2 \sum_{\ell} \sum_m \frac{\Delta\varphi_a^2 \operatorname{sinc}^2(\frac{m}{2} \Delta\varphi_a))}{(1+\delta_m) S_{\ell m}} [C_{Q1}^V + m^2 C_{Q2}^V]}, \quad (2.156)$$

$$Q_{01} = \frac{\pi k_{01} \sqrt{\varepsilon_r}}{24} \frac{(b^3 - a^3) \Delta\varphi \int_{\cos \theta_{2c}}^{\cos \theta_{1c}} [R_{\lambda_{01}}^{\mu 01}(v)]^2 dv}{|R_{\lambda_{01}}^{\mu 01}(\cos(\frac{\theta_{1c} + \theta_{2c}}{2}))|^2 \sum_{\ell} \sum_m \frac{\Delta\varphi_c^2 \operatorname{sinc}^2(\frac{m}{2} \Delta\varphi_c)}{(1+\delta_m) S_{\ell m}} \cos^2(\frac{m}{2} (\Delta\varphi_a + \Delta\varphi_c)) [m^2 |C_1^H|^2 + |C_2^H|^2]}}, \quad (2.157)$$

em que, nos coeficientes no somatório no denominador das expressões, observa-se que $k = k_{10}/\sqrt{\varepsilon_r}$ em (2.156) e $k = k_{01}/\sqrt{\varepsilon_r}$ em (2.157), enquanto $\langle W_e \rangle_{\ell m}$ é calculado na região \mathcal{V} da cavidade equivalente em (2.42) de acordo com o modo excitado.

3 Síntese de Antenas Circularmente Polarizadas

Neste capítulo, são exploradas técnicas de síntese de antenas de microfita esféricas circularmente polarizadas, uma abordagem fundamental para sistemas de comunicação modernos, nos quais antenas circularmente polarizadas apresentam vantagens como a diminuição de perdas por descasamento de polarização. Inicialmente, apresenta-se a expressão da razão axial e o passo a passo de síntese de uma antena circularmente polarizada, abordando os princípios teóricos e as equações que governam o comportamento dessa polarização e levando em conta a minimização da razão axial na *broadside* na frequência central de projeto e a otimização do casamento da impedância de entrada da antena com $Z_0 = 50 \Omega$. Em seguida, descrevem-se sínteses de duas outras antenas circularmente polarizadas: uma com duas pontas de prova em eixos de simetria ortogonais no *patch* e a outra com apenas uma ponta de prova em um desses eixos, mas com uma perturbação gerada pelo truncamento de dois cantos do *patch* retangular. Adicionalmente, reporta-se a síntese de antenas linearmente polarizadas, que servem como base para a avaliação isolada dos diferentes modos de operação. Essa etapa é crucial para entender as contribuições individuais de cada modo na formação da polarização circular.

Prosegue-se, por fim, com a análise dos parâmetros e figuras de mérito das antenas, essenciais para a avaliação de desempenho. Entre esses parâmetros, destacam-se a diretividade, a eficiência de irradiação e o ganho, todos fundamentais para caracterizar a qualidade e o desempenho das antenas sintetizadas. Por meio dessa abordagem metódica, proporciona-se uma visão abrangente e detalhada sobre os processos de síntese e sobre as métricas essenciais para o desenvolvimento de antenas com desempenho otimizado em aplicações práticas.

3.1 Expressão da razão axial

Um dos critérios mais significativos para o projeto de uma antena circularmente polarizada é atingir uma razão axial unitária ou o mais próximo possível dela. Note que a

razão axial na *broadside* pode ser calculada segundo (BALANIS, 2016)

$$RA = \sqrt{\frac{1 + k_{RA}^2 + \sqrt{1 + k_{RA}^4 + 2k_{RA}^2 \cos(2\xi)}}{1 + k_{RA}^2 - \sqrt{1 + k_{RA}^4 + 2k_{RA}^2 \cos(2\xi)}}}, \text{ em que } k_{RA} = \left| \frac{E_\theta^V(\frac{\pi}{2}, \frac{\pi}{2})}{E_\varphi^H(\frac{\pi}{2}, \frac{\pi}{2})} \right|. \quad (3.1)$$

Assim, sem perda de generalidade, quando se trata de um *patch* retangular, isto é, com eixos de simetria horizontal e vertical, considera-se o caso em que ele está centrado em $(r, \theta, \varphi) = (b, \pi/2, \pi/2)$ e excitam-se os modos TM_{10}^r e TM_{01}^r , a fim de se alcançar $E_{t\theta}(r, \pi/2, \pi/2)/E_{t\varphi}(r, \pi/2, \pi/2) = \pm j$, o que corresponde a uma defasagem de $\pm\pi/2$ rad entre os campos em θ e φ e a $RA = 1$, consequentemente. Observe, então, que

$$E_\varphi^V \left(\frac{\varphi_1 + \varphi_2}{2} = \frac{\pi}{2}, \frac{\theta_1 + \theta_2}{2} = \frac{\pi}{2} \right) = E_\theta^H \left(\frac{\varphi_1 + \varphi_2}{2} = \frac{\pi}{2}, \frac{\theta_1 + \theta_2}{2} = \frac{\pi}{2} \right) = 0 \quad (3.2)$$

pois, em ambas, $\text{sen}(m(\frac{\varphi_1+\varphi_2}{2} - [\frac{\varphi_1+\varphi_2}{2}])) = \text{sen}(0) = 0$. Assim, é possível escrever

$$\frac{E_\theta^V(\frac{\pi}{2}, \frac{\pi}{2})}{E_\varphi^H(\frac{\pi}{2}, \frac{\pi}{2})} = \pm j = \frac{E_{\theta 0}}{E_{\varphi 0}} \underbrace{\left[\frac{\sum_\ell \sum_m j^\ell \left[\frac{b(I_1^{dP} + I_2^{dP})}{\frac{d}{dr}[rh_\ell^{(2)}(k_0 r)]|_{r=b}} \frac{dP_\ell^m}{d\theta}(0) + m^2 \frac{j(I_1^P + I_2^P)}{k_0 h_\ell^{(2)}(k_0 b)} P_\ell^m(0) \right] \frac{\Delta\varphi_a \text{sinc}(\frac{m}{2}\Delta\varphi_a)}{(1+\delta_m)S_{\ell m}}}{2 \sum_\ell \sum_m j^\ell \left[m^2 C_1^H P_\ell^m(0) + C_2^H \frac{dP_\ell^m}{d\theta}(0) \right] \frac{\Delta\varphi_c \text{sinc}(\frac{m}{2}\Delta\varphi_c)}{(1+\delta_m)S_{\ell m}} \cos(\frac{m}{2}(\Delta\varphi_a + \Delta\varphi_c))} \right]}_S, \quad (3.3)$$

em que $E_{\theta 0}$ e $E_{\varphi 0}$ podem ser expandidos, resultando em

$$\frac{E_\theta^V}{E_\varphi^H} = \left[\underbrace{\frac{R_{\lambda_{10}}^0(\cos\theta_1^p)}{R_{\lambda_{01}}^{\mu_{01}}(\cos\theta_1^p) \cos(\mu_{01}(\varphi_1^p - \varphi_{1c})) \text{sinc}\left(\frac{\mu_{01}\Delta\varphi_1^p}{2}\right)}}_{(\in \mathbb{R})} \right] \overbrace{\frac{I_{01}R_{\lambda_{10}}^0(\cos\theta_{1c})}{2I_{10}R_{\lambda_{01}}^{\mu_{01}}(\cos(\frac{\theta_{1c} + \theta_{2c}}{2}))}}_{(\in \mathbb{R})} \left[\underbrace{\frac{\mathcal{K}}{\frac{k_{ef}^2 - k_{01}^2}{k_{ef}^2 - k_{10}^2} S}}_{(\in \mathbb{C})} \right]}^V = \pm j, \quad (3.4)$$

na qual $I_{\ell m} = \int_{\cos\theta_{2c}}^{\cos\theta_{1c}} [R_\lambda^\mu(v)]^2 dv$. Note que a fase do termo \mathcal{K} pode ser aproximada, no caso em que os modos TM_{10}^r e TM_{01}^r operam bem próximos um do outro e da frequência de operação, como

$$\angle \mathcal{K} \approx \angle(k_{ef} - k_{01}) - \angle(k_{ef} - k_{10}). \quad (3.5)$$

Logo, deseja-se alcançar $\xi = \angle\mathcal{K} + \angle S = \pm\frac{\pi}{2}$ como a defasagem entre as componentes ortogonais do campo.

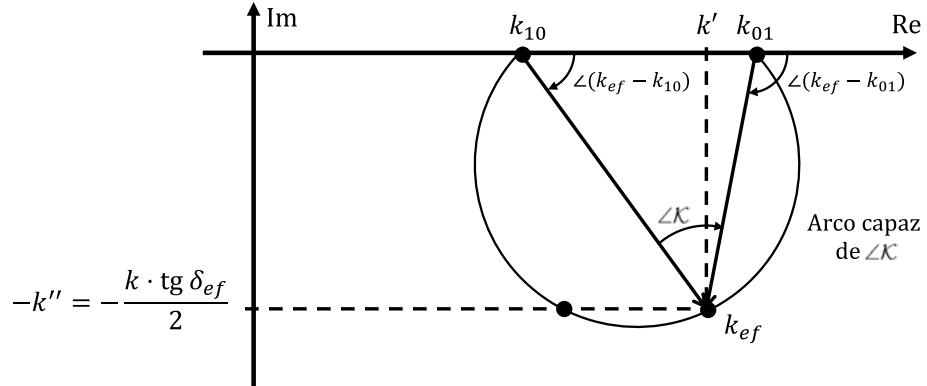


FIGURA 3.1 – Relação geométrica entre os números de onda efetivo e dos modos TM_{10}^r e TM_{01}^r .

A Figura 3.1, em que o número de onda efetivo $k_{ef} = k' - jk''$, com $k' = k$, é tomado na frequência de operação f , auxilia na dedução das relações geométricas que permitirão balancear adequadamente os modos TM_{10}^r e TM_{01}^r para satisfazer os requisitos do projeto. Assim, as tangentes obtidas a partir dessas relações são expressas da seguinte forma:

$$\operatorname{tg}(\angle(k_{ef} - k_{10})) = \frac{k''}{k' - k_{10}}, \quad (3.6)$$

$$\operatorname{tg}(\pi - \angle(k_{ef} - k_{01})) = \frac{k''}{k_{01} - k'}, \quad (3.7)$$

as quais, junto a (3.5) e à proporção p desejada entre os modos e suas tangentes de perdas efetivas, a fim de satisfazer

$$k' = k_{10} + p(k_{01} - k_{10}), \quad (3.8)$$

$$\operatorname{tg} \delta_{ef} = p \operatorname{tg} \delta_{01} + (1 - p) \operatorname{tg} \delta_{10}, \quad (3.9)$$

permitem determinar as relações para os números de onda de cada modo, descritas por

$$k_{10} = k' - \frac{-\operatorname{ctg} \angle\mathcal{K} + \sqrt{\operatorname{ctg}^2 \angle\mathcal{K} + 4(1-p)p}}{2(1-p)} k'', \quad (3.10)$$

$$k_{01} = k' + \frac{-\operatorname{ctg} \angle\mathcal{K} + \sqrt{\operatorname{ctg}^2 \angle\mathcal{K} + 4(1-p)p}}{2p} k''. \quad (3.11)$$

Além disso, tomando a aproximação $\operatorname{sinc}(\mu_{01}\Delta\varphi_1^p/2) \approx 1$ em (3.4), é possível obter o

lugar geométrico para a posição $(\theta_1^p, \varphi_1^p(\theta_1^p))$ de uma única ponta de prova que fornece a polarização circular com razão axial unitária, dado por

$$\varphi_1^p = \varphi_{1c} + \frac{1}{\mu_{01}} \cos^{-1} \left[\frac{R_{\lambda_{10}}^0(\cos \theta_1^p)}{R_{\lambda_{01}}^{\mu_{01}}(\cos \theta_1^p)} \left| \frac{V}{j} \right| \right]. \quad (3.12)$$

Por fim, definem-se $\Delta\theta = \theta_{2c} - \theta_{1c}$ e $\Delta\varphi = \varphi_{2c} - \varphi_{1c}$ como os comprimentos angulares da cavidade equivalente retangular simétrica, respectivamente, nas direções θ e φ . Ademais, para um modo TM_{LM}^r , obtém-se a ordem $\mu_{LM} = M\pi/\Delta\varphi$ e o grau

$$\lambda_{LM} = \frac{\sqrt{1 + 4a^2 k_{LM}^2}}{2}, \quad (3.13)$$

em que λ_{LM} é uma raiz positiva válida de (2.19).

A partir de um procedimento análogo, é possível chegar à expressão em (3.14), que fornece a razão axial admitindo a presença de duas pontas de prova, cada uma posicionada em um dos eixos de simetria do *patch* retangular, sendo a primeira ponta de prova localizada em $\theta_1^p = \pi/2$, com a coordenada φ_1^p livre, e a segunda ponta em $\varphi_2^p = \pi/2$, com a coordenada θ_2^p livre, sem perda de generalidade. Esse posicionamento implica $R_{\lambda_{10}}^0(\cos \theta_1^p) = 0$, pois $R_{\lambda_{10}}^0(x)$ é função ímpar e $\cos(\mu_{01}(\varphi_2^p - \varphi_{1c})) = 0$.

$$\frac{E_\theta^V}{E_\varphi^H} = \underbrace{\frac{I_2}{I_1}}_{\in \mathbb{C}} \underbrace{\left[\frac{R_{\lambda_{10}}^0(\cos \theta_2^p)}{R_{\lambda_{01}}^{\mu_{01}}(0) \cos(\mu_{01}(\varphi_1^p - \varphi_{1c})) \operatorname{sinc}\left(\frac{\mu_{01} \Delta \varphi_1^p}{2}\right)} \right]}_{(\in \mathbb{R})} \underbrace{\frac{I_{01} R_{\lambda_{10}}^0(\cos \theta_{1c})}{2 I_{10} R_{\lambda_{01}}^{\mu_{01}}(\cos(\frac{\theta_{1c} + \theta_{2c}}{2}))}}_{(\in \mathbb{R})} \underbrace{\left[\frac{\frac{k_{ef,01}^2 - k_{01}^2}{k_{ef,10}^2 - k_{10}^2} S}{\mathcal{K} \approx 1} \right]}_{(\in \mathbb{C})} = \pm j. \quad (3.14)$$

3.2 Síntese da antena circularmente polarizada

A partir do modelo desenvolvido previamente, a metodologia seguida para sintetizar a antena circularmente polarizada com apenas uma ponta de prova próxima à diagonal do *patch* retangular, centrado em $(r, \theta, \varphi) = (b, \pi/2, \pi/2)$, considerando-se a expressão

$$\varepsilon_{max} = \max\{|k_{10} - k_{10,novo}|, |k_{01} - k_{01,novo}|\} \quad (3.15)$$

como critério de convergência dos números de onda, foi, então, a seguinte:

- (I) Dimensionar a cavidade equivalente e o *patch* para que ambos os modos TM_{10}^r e TM_{01}^r ressoem na frequência de operação f , com $k_{10} = k_{01} = k' = k$;
- (II) Estimar inicialmente $\operatorname{tg} \delta_{ef} = (\operatorname{tg} \delta_{01} + \operatorname{tg} \delta_{10})/2$ e $p = 1/2$;
- (III) Calcular S e determinar a sua fase $\angle S$;
- (IV) Recalcular k_{10} e k_{01} , com base em $\angle S$, a fim de satisfazer $\angle K + \angle S = \pm \frac{\pi}{2}$ em (3.10) e (3.11). Note que os comprimentos angulares dos lados da cavidade equivalente (e, consequentemente, do *patch*) são responsáveis por assegurar a defasagem entre as componentes do campo elétrico irradiado;
- (V) Redimensionar o *patch* com as novas características e recalcular a tangente de perdas efetiva com base em (3.9);
- (VI) Repetir os itens (III) a (V) até k_{10} e k_{01} convergirem de acordo com um critério de ε_{max} em (3.15) menor que um certo valor adotado;
- (VII) Localizar a ponta de prova de modo que $\operatorname{Re}\{Z_{in_1}\} = 50 \Omega$ na frequência de operação;
- (VIII) Avaliar se $\operatorname{Im}\{Z_{in_1}\} = 0 \Omega$ na frequência de operação, caso não seja, alterar o valor de p no passo (II), e repetir os passos (I) a (VII) até a convergência de Z_{in_1} para 50Ω por meio de uma busca de raízes p .

Com o objetivo de detalhar o procedimento proposto, será dado um exemplo numérico para o passo a passo acima, partindo-se dos parâmetros da Tabela 3.1, a qual se baseia nas características do laminado de micro-ondas CUCLAD 250GX e na frequência de operação do centro da banda L1 do *GPS*. O critério de convergência adotado foi $\varepsilon_{max} \leq 10^{-4}$.

TABELA 3.1 – Parâmetros utilizados na síntese de uma antena circularmente polarizada com uma ponta de prova próxima à diagonal do *patch*.

Parâmetro	Unidade	Valor adotado
Frequência de operação, f	MHz	1575,42
Raio da esfera de terra, a	mm	100
Espessura do substrato dielétrico, h	mm	1,524
Raio da ponta de prova coaxial, r_f	mm	0,65
Permissividade elétrica relativa do substrato, ε_r	-	2,55
Tangente de perdas do substrato, $\operatorname{tg} \delta_{die}$	-	0,0022
Condutividade elétrica dos condutores, σ_c	S/m	$5,8 \cdot 10^{50}$
Impedância de referência, Z_0	Ω	50

- (I) A cavidade equivalente em que $k_{10} = k_{01} = k' = k = 2\pi f \sqrt{\mu_0 \varepsilon_s} = 52,726 \text{ rad/m}$, é dada por $\Delta\theta = 34,191^\circ$ e $\Delta\varphi = 34,389^\circ$, obtidas resolvendo-se (2.19) em um caminho contrário, isto é, determina-se inicialmente o valor de $\Delta\theta$, dado o λ_{10} de (2.11) a partir de (3.13). Note que não há dependência com $\Delta\varphi$ para o modo TM_{01}^r e que $\theta_{1c} = \pi/2 - \Delta\theta/2$ e $\theta_{2c} = \pi/2 + \Delta\theta/2$. Em seguida, obtém-se $\Delta\varphi$ de maneira análoga, dados λ_{01} e $\Delta\theta$. Ademais, as dimensões do *patch* são deduzidas subtraindo-se os campos de franja advindos de (2.150), ou seja, $\Delta\varphi_a = \Delta\varphi - 2\Delta\varphi_c = 32,643^\circ$ e $\Delta\theta_a = 32,444^\circ$;
- (II) Estimou-se $\operatorname{tg} \delta_{ef} = (\operatorname{tg} \delta_{01} + \operatorname{tg} \delta_{10})/2 = 0,0134$, a partir de (2.39), e fez-se $p = 0,5$;
- (III) Calculou-se, então, $S = 0,983027 + j0,000774$, o que implica $\angle S = 0,045^\circ$ (veja que a parte real de S é predominante neste caso);
- (IV) Baseado em $\angle \mathcal{K} = 90^\circ - \angle S = 89,955^\circ$, em (3.10) e em (3.11), recalcularam-se $k_{10,novo} = 52,372 \text{ rad/m}$ e $k_{01,novo} = 53,079 \text{ rad/m}$;
- (V) Redimensionou-se a cavidade com as novas características e recalcoulou-se a tangente de perdas efetiva com base em (3.9), isto é, $\Delta\varphi_a = 32,421^\circ$, $\Delta\theta_a = 32,679^\circ$ e $\operatorname{tg} \delta_{ef} = 0,0134$;
- (VI) Calculou-se $\varepsilon_{max} = 0,35$, o qual não atende ao critério de convergência adotado, levando à repetição dos passos (III) a (V). Notou-se que foram necessárias mais duas iterações, além da primeira descrita, até a convergência dos números de onda. Na segunda iteração, obtiveram-se $\Delta\varphi_a = 32,420^\circ$, $\Delta\theta_a = 32,680^\circ$ e $\varepsilon_{max} = 7,6 \cdot 10^{-4} > 10^{-4}$, já na terceira e última iteração, $\Delta\varphi_a = 32,420^\circ$, $\Delta\theta_a = 32,680^\circ$, os quais apresentaram diferenças em casas decimais mais distantes, e $\varepsilon_{max} = 1,73 \cdot 10^{-6} < 10^{-4}$, demonstrando a rápida convergência dessa metodologia. Além disso, as frequências dos modos de ressonância TM_{10}^r e TM_{01}^r são, respectivamente, 1564,84 MHz e 1586,00 MHz;
- (VII) Localizou-se a ponta de prova ao longo do lugar geométrico descrito em (3.12), segundo $\theta_1^p = 94,810^\circ$ e $\varphi_1^p = 94,617^\circ$, de modo que $\operatorname{Re}\{Z_{in_1}\} = 50 \Omega$ na frequência de operação, a partir de $Z_{in_1} = Z_{11}$ do circuito equivalente da Figura 2.8. Então, obteve-se $Z_{in_1} = 50,000 + 9,102j \Omega$;
- (VIII) Vê-se que $\operatorname{Im}\{Z_{in_1}\} \neq 0 \Omega$ na frequência de operação, então, o valor de p foi alterado no passo (II) para 0,7, e repetiram-se os passos (I) a (VII), levando a $\operatorname{Im}\{Z_{in_1}\} = -12,939 \Omega \neq 0 \Omega$. Na sequência, adotou-se o valor $p = 0,6$ intermediário (analogamente ao que é feito no método da bissecção para busca de raízes), visto que as partes imaginárias da impedância tiveram sinais opostos nos casos anteriores. Seguiu-se o mesmo procedimento por 11 iterações até a convergência de

Z_{in_1} para 50Ω . Assim, após a convergência, chegou-se ao conjunto de parâmetros: $\Delta\varphi_a = 32,458^\circ$, $\Delta\theta_a = 32,728^\circ$, $\theta_1^p = 95,371^\circ$, $\varphi_1^p = 94,251^\circ$ e $p = 0,5892$, e as frequências finais dos modos TM_{10}^r e TM_{01}^r foram, respectivamente, $1562,70 MHz$ e $1584,29 MHz$. O tempo total de convergência foi de $71,22 s$, e os resultados obtidos foram registrados e utilizados para a simulação da antena no software *Ansys HFSS*.

A Figura 3.2 mostra a evolução da impedância no algoritmo, em que, na sua parte real, é possível observar os modos ficarem mais desbalanceados com o aumento do valor de p e, em sua parte imaginária, pode-se notar a convergência para zero na frequência de projeto. As iterações escolhidas na ilustração foram a primeira, a quarta e a última.

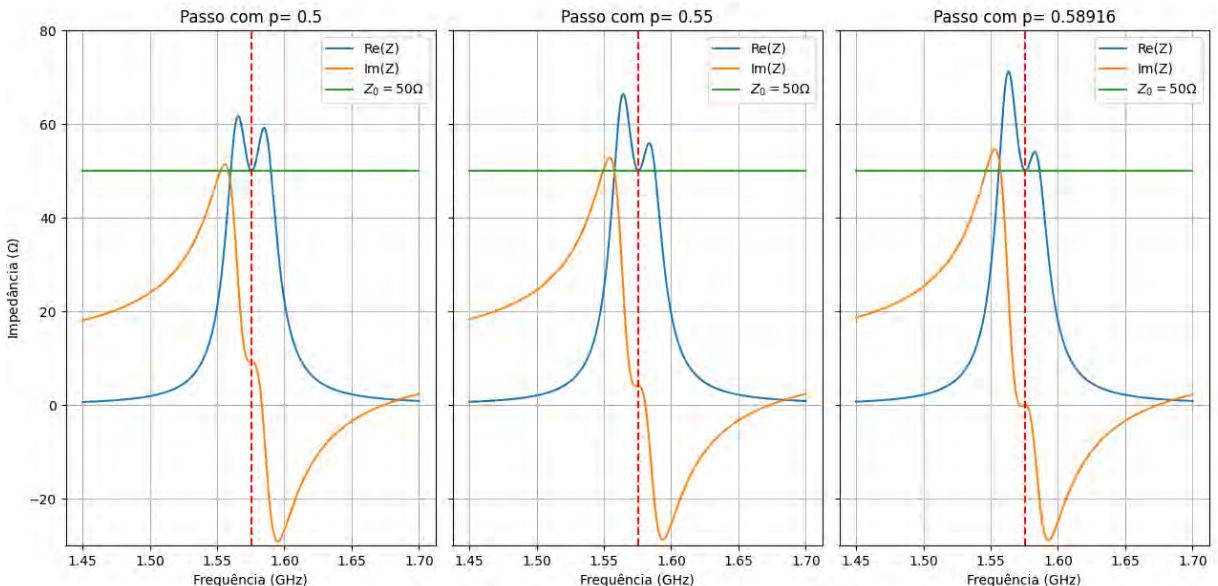


FIGURA 3.2 – Evolução das partes real e imaginária da impedância de entrada Z_{in_1} da antena ao longo dos passos de convergência.

3.3 Alternativas de síntese de antenas circularmente polarizadas

A metodologia proposta para sintetizar a antena circularmente polarizada com duas pontas de prova, em que a primeira delas se encontra em $\theta_1^p = \pi/2$, com a coordenada φ_1^p livre, e a segunda se encontra em $\varphi_2^p = \pi/2$, com a coordenada θ_2^p livre, foi a seguinte:

- (I) Dimensionar a cavidade equivalente e o *patch* para que ambos os modos TM_{10}^r e TM_{01}^r ressoem na frequência de operação f , com $k_{10} = k_{01} = k$;

- (II) Posicionar φ_1^p de modo que $\text{Re}\{Z_{11}\} = 50 \Omega$, o que excita o modo TM_{01}^r , e posicionar θ_2^p de modo que $\text{Re}\{Z_{22}\} = 50 \Omega$, o que excita o modo TM_{10}^r ;
- (III) Calcular a razão I_2/I_1 de modo a tornar o módulo de E_θ^V/E_φ^H em (3.14) unitário e sua fase igual a $\pm j$, a depender do sentido de polarização escolhido.

Veja que, no item (II), a fase de I_2/I_1 deve apenas compensar a fase de $\mathcal{K} \cdot S$, ou seja, $\angle(I_2/I_1) = \pm\pi/2 - \angle\mathcal{K} - \angle S$. Além disso, devido às relações $R_{\lambda_{10}}^0(\cos\theta_1^p) = 0$ e $\cos(\mu_{01}(\varphi_2^p - \varphi_{1c})) = 0$, os termos referentes aos modos TM_{01}^r e TM_{10}^r nos somatórios que definem Z_{12} e Z_{21} , em (2.60), serão anulados, o que torna Z_{12} e Z_{21} próximos de zero. Nos somatórios desses termos, a dedução em (2.61) não é válida para quantificar o somatório dos modos de ordem superior, por se tratar de um acoplamento entre as portas. Portanto,

$$Z_{in_1} = Z_{11} + \frac{I_2}{I_1} Z_{12} \approx Z_{11} \text{ e } Z_{in_2} \approx Z_{22}. \quad (3.16)$$

Note que os valores de $\text{Im}\{Z_{11}\}$ e $\text{Im}\{Z_{22}\}$ ainda podem ficar altos devido ao termo em (2.61). Ainda assim, o acoplamento é bem baixo entre as portas a partir desse método, admitindo-se o emprego de um substrato dielétrico fino. Ao aumentar h , contudo, observe em (2.60) que a magnitude de Z_{12} se eleva, implicando um maior acoplamento entre as provas de alimentação.

A imposição direta das correntes I_1 e I_2 , ou das tensões de entrada V_1 e V_2 , é chamada de excitação forçada. Em contrapartida, em uma excitação livre, aplicam-se as ondas de tensão incidentes V_1^+ e V_2^+ às portas da antena. Tal excitação pode ser realizada, por exemplo, quando se usa uma híbrida em quadratura para cargas de 50Ω na alimentação da antena, uma vez que ela impõe tão somente as potências disponíveis nas portas. Nesse caso, pode haver uma degradação da razão axial em torno da frequência de projeto devido ao fato de os coeficientes de reflexão Γ_{in_1} e Γ_{in_2} nas portas não serem necessariamente iguais e variarem com a frequência. Isso altera a razão I_2/I_1 de acordo com

$$\frac{I_2}{I_1} = \frac{V_2^+}{V_1^+} \frac{(1 - \Gamma_{in_2})}{(1 - \Gamma_{in_1})}. \quad (3.17)$$

A razão V_2^+/V_1^+ também poder variar com a frequência a depender do acoplador híbrido escolhido. Apesar desses fatores, a razão axial ainda tende a se manter baixa numa faixa de frequências consideravelmente maior que a verificada na antena com apenas uma ponta de prova próxima à diagonal.

Já para sintetizar a antena circularmente polarizada de cantos truncados e com uma ponta de prova posicionada no eixo de simetria $\varphi_1^p = \pi/2$, com a coordenada θ_1^p livre, propõe-se uma metodologia auxiliada pelo software *HFSS*, conforme é descrito a seguir.

Vale observar que um procedimento análogo pode ser adotado caso a antena seja alimentada pelo outro eixo de simetria. Na síntese da antena de cantos truncados, define-se um escalonamento das dimensões angulares do *patch* em relação à frequência dado por

$$\Delta\theta'_a = \Delta\theta_a \frac{f'}{f}, \quad (3.18)$$

$$\Delta\varphi'_a = \Delta\varphi_a \frac{f'}{f}, \quad (3.19)$$

e a área $A_t(\alpha_c)$ dos chanfros removidos do *patch* pode ser estimada por (B.31), como descrito no Apêndice B. Os passos adotados são:

- (I) Dimensionar a cavidade equivalente e o *patch* para que ambos os modos TM_{10}^r e TM_{01}^r ressoem na frequência de operação f , com $k_{10} = k_{01} = k$. Se necessário, caso $|\Gamma_{in_1}| = |s_{11}|$ atinja seu mínimo em uma frequência $f' \neq f$, faz-se um escalonamento das dimensões do *patch*, conforme (3.18) e (3.19);
- (II) Posicionar $\varphi_1^p = \pi/2$ e θ_1^p de modo que Z_{in_1} seja próximo de 50Ω , o que excita o modo TM_{01}^r da antena linearmente polarizada;
- (III) Observar a banda $\Delta f_{-7 \text{ dB}}$ de frequências em que $|s_{11}| \leq -7 \text{ dB}$ (GARG *et al.*, 2001) e estimar a área dos chanfros a ser removida da antena de acordo com (B.31). Introduzem-se chanfros nos cantos superior direito e inferior esquerdo para uma antena circularmente polarizada à direita, para um observador no eixo y positivo, ou nos outros cantos para uma antena circularmente polarizada no outro sentido. Ajustar o valor da área removida, se necessário, para que haja um laço com uma área interna bem pequena na carta de Smith;
- (IV) Redimensionar o *patch* e, consequentemente, a cavidade, segundo (3.18) e (3.19), a fim de que a impedância na frequência desejada seja mapeada na ponta do laço na carta de Smith;
- (V) Ajustar o valor da coordenada θ_1^p da ponta de prova e, em seguida, o lado $\Delta\theta_a$ do *patch* para se atingir $Z_{in_1} = 50 \Omega$;
- (VI) Verificar se a razão axial cumpre o critério adotado, nesse caso, $RA \leq 0,5 \text{ dB}$. Caso não atenda, ajustar a área removida dos chanfros e repetir os passos (IV) a (VI) até que a razão axial satisfaça o critério estabelecido.

3.4 Síntese de antenas linearmente polarizadas

A síntese das antenas linearmente polarizadas nos modos TM_{10}^r e TM_{01}^r foi feita com o intuito de avaliar separadamente a contribuição de cada modo excitado nos projetos das antenas circularmente polarizadas, além de ser útil na detecção de possíveis erros na formulação matemática ou na codificação das expressões.

Assim, a metodologia proposta para sintetizar uma antena linearmente polarizada no modo TM_{10}^r ou no modo TM_{01}^r foi a seguinte:

- (I) Dimensionar o lado ressonante desejado da cavidade equivalente e do *patch* para que o modo TM_{LM}^r ressoe na frequência de operação f , com $k_{LM} = k' = k$, e dimensionar o lado não ressonante de acordo com um fator de, por exemplo, 1,3 vezes o lado ressonante;
- (II) Localizar a ponta de prova na linha média ao longo do lado ressonante do *patch*, ou seja, o eixo de simetria nessa direção;
- (III) Localizar a ponta de prova em uma posição nesse eixo da direção ressonante de maneira que $\text{Re}\{Z_{in_1}\} = 50 \Omega$;
- (IV) Nessa posição, avaliar a frequência f' em torno de f na qual $\text{Im}\{Z_{in_1}\} = 0 \Omega$ e fazer um escalonamento das dimensões do *patch* de acordo com (3.18) e (3.19), mantendo a razão de 1,3 entre os lados não ressonante e ressonante;
- (V) Avaliar Z_{in_1} , na frequência de operação f , com o novo $k_{LM} = k'$ calculado em f' nessa geometria;
- (VI) Repetir os passos (III) a (V) até a convergência de Z_{in_1} .

3.5 Parâmetros e figuras de mérito

As eficiências de irradiação para, respectivamente, as antenas linearmente polarizadas operando nos modos TM_{10}^r ou TM_{01}^r e as antenas circularmente polarizadas com uma ou mais pontas de prova são dadas por (BALANIS, 2016)

$$k_i = \frac{P_{10}}{\text{Re}\{P_f\}}, \quad (3.20)$$

$$k_i = \frac{P_{01}}{\text{Re}\{P_f\}}, \quad (3.21)$$

$$k_i = \frac{P_{10+01}}{\operatorname{Re}\{P_f\}} = \frac{P_{10} + P_{01}}{\sum_q \frac{\operatorname{Re}\{Z_{in_q}\}|I_q|^2}{2}}. \quad (3.22)$$

Para a antena circularmente polarizada com uma ponta de prova, na qual, por projeto, usualmente $Z_{11} = 50 \Omega$ na frequência f , obtém-se

$$k_i = \frac{|E_{\theta 0}|^2 C_k^\theta + |E_{\varphi 0}|^2 C_k^\varphi}{|I_1|^2 \frac{\operatorname{Re}\{Z_{11}\}}{2}}, \quad (3.23)$$

em que $P_{10} = |E_{\theta 0}|^2 C_k^\theta$, $P_{01} = |E_{\varphi 0}|^2 C_k^\varphi$, $E_{\theta 0} = I_1 C_E^\theta$, $E_{\varphi 0} = I_1 C_E^\varphi$ e os coeficientes são

$$C_k^\theta = \frac{1}{2\pi\eta_0} \sum_\ell \sum_m \frac{(\varphi_2 - \varphi_1)^2 \operatorname{sinc}^2(m(\varphi_2 - \varphi_1)/2)}{(1+\delta_m) S_{\ell m}} [C_{Q1}^V + m^2 C_{Q2}^V], \quad (3.24)$$

$$C_k^\varphi = \frac{2}{\pi\eta_0} \sum_\ell \sum_m \frac{\Delta\varphi_c^2 \operatorname{sinc}^2(m\Delta\varphi_c/2)}{(1+\delta_m) S_{\ell m}} \cos^2(\frac{m}{2}(\varphi_2 - \varphi_1 + \Delta\varphi_c)) [m^2 |C_1^H|^2 + |C_2^H|^2], \quad (3.25)$$

$$C_E^\theta = \frac{j\omega\mu_0}{(\varphi_{2c} - \varphi_{1c})\bar{a}^2} \frac{R_{\lambda_{10}}^0(\cos\theta_{1c}) R_{\lambda_{10}}^0(\cos\theta_1^p)}{(k_{ef}^2 - k_{10}^2) \int_{\cos\theta_{2c}}^{\cos\theta_{1c}} [R_{\lambda_{10}}^0(v)]^2 dv}, \quad (3.26)$$

$$C_E^\varphi = \frac{2j\omega\mu_0}{(\varphi_{2c} - \varphi_{1c})\bar{a}^2} \frac{R_{\lambda_{01}}^{\mu_{01}}\left(\cos\left(\frac{\theta_{1c} + \theta_{2c}}{2}\right)\right) R_{\lambda_{01}}^{\mu_{01}}(\cos\theta_1^p) \cos(\mu_{01}(\varphi_1^p - \varphi_{1c})) \operatorname{sinc}\left(\frac{\mu_{01}\Delta\varphi_1^p}{2}\right)}{(k_{ef}^2 - k_{01}^2) \int_{\cos\theta_{2c}}^{\cos\theta_{1c}} [R_{\lambda_{01}}^{\mu_{01}}(v)]^2 dv}. \quad (3.27)$$

Portanto, a eficiência de irradiação, nesse caso, é descrita por

$$k_i = \frac{|C_E^\theta|^2 C_k^\theta + |C_E^\varphi|^2 C_k^\varphi}{\operatorname{Re}\left\{\frac{Z_{11}}{2}\right\}}. \quad (3.28)$$

Em seguida, será calculada a diretividade, definida como (BALANIS, 2016)

$$D = \frac{\max\{U(\theta, \varphi)\}}{U_0}, \quad (3.29)$$

em que $U_0 = P_{10+01}/(4\pi)$, considerando-se um irradiaador elementar, e a intensidade de irradiação a ser maximizada em $(\theta, \varphi) = (\pi/2, \pi/2)$ (*broadside*) é igual a

$$U(\theta, \varphi) = [\frac{1}{2} \operatorname{Re}\{\vec{S}\} \cdot \hat{r}] r^2 = \frac{|\vec{E}_t(r, \theta, \varphi)|^2 r^2}{2\eta_0} = \frac{(|E_\theta^V(r, \theta, \varphi)|^2 + |E_\varphi^V(r, \theta, \varphi)|^2)r^2}{2\eta_0}. \quad (3.30)$$

Assim, expressa-se a diretividade para a antena com *patch* retangular simétrico, centrado em $(r, \theta, \varphi) = (b, \pi/2, \pi/2)$, com uma ponta de prova e polarização circular como

$$D = \left[\frac{2\pi}{\eta_0} r^2 \right] \frac{|E_\theta^V(r, \frac{\pi}{2}, \frac{\pi}{2})|^2 + |E_\varphi^V(r, \frac{\pi}{2}, \frac{\pi}{2})|^2}{|I_1|^2(|C_E^\theta|^2 C_k^\theta + |C_E^\varphi|^2 C_k^\varphi)} \quad (3.31)$$

em que

$$r^2 |E_\theta^V(r, \frac{\pi}{2}, \frac{\pi}{2})|^2 = |I_1|^2 |C_E^\theta|^2 \cdot \\ \left| \sum_{\ell} \sum_m j^\ell \left[\frac{b(I_1^{dP} + I_2^{dP})}{\frac{d}{dr}[rh_\ell^{(2)}(k_0 r)]|_{r=b}} \frac{dP_\ell^m}{d\theta}(0) + m^2 \frac{j(I_1^P + I_2^P)}{k_0 h_\ell^{(2)}(k_0 b)} P_\ell^m(0) \right] \frac{\Delta\varphi_a \operatorname{sinc}(m\Delta\varphi_a/2)}{(1+\delta_m)S_{\ell m}} \right|^2, \quad (3.32)$$

$$r^2 |E_\varphi^V(r, \frac{\pi}{2}, \frac{\pi}{2})|^2 = |I_1|^2 |C_E^\varphi|^2 \cdot \\ \left| \sum_{\ell} \sum_m j^\ell \left[m^2 C_1^H P_\ell^m(0) + C_2^H \frac{dP_\ell^m}{d\theta}(0) \right] \frac{2\Delta\varphi_c \operatorname{sinc}(m\Delta\varphi_c/2)}{(1+\delta_m)S_{\ell m}} \cos(m(\Delta\varphi_a + \Delta\varphi_c)/2) \right|^2. \quad (3.33)$$

Veja que uma metodologia análoga pode ser seguida para o cálculo desses parâmetros para o caso de serem usadas duas pontas de prova, basta tomar cada ponta em seu campo $|E_{\theta 0}|$ ou $|E_{\varphi 0}|$ correspondente, incluir Z_{22} no denominador em (3.23) e considerar a razão de correntes I_2/I_1 no cálculo. Além disso, há uma maneira aproximada de estimar a diretividade de antenas direcionais a partir do diagrama de irradiação (BALANIS, 2016)

$$D \approx \frac{4\pi}{\alpha_{h,1}\alpha_{h,2}}, \quad (3.34)$$

sendo $\alpha_{h,1}$ e $\alpha_{h,2}$ as larguras de feixe de meia potência, em radianos, em planos ortogonais que contenham a direção de máxima irradiação da antena (IEEE ..., 2014). Ademais, a partir da eficiência de irradiação e da diretividade, determina-se o ganho

$$G = k_i D = \frac{2\pi |\vec{E}_t|^2 r^2}{\eta_0 \operatorname{Re}\{P_f\}}. \quad (3.35)$$

Para as antenas circularmente polarizadas, convém expressar os campos elétricos circularmente polarizados *RHCP* e *LHCP*, calculados por meio de

$$E_{RHCP} = \frac{E_{t\theta} + jE_{t\varphi}}{\sqrt{2}}, \quad (3.36)$$

$$E_{LHCP} = \frac{E_{t\theta} - jE_{t\varphi}}{\sqrt{2}}. \quad (3.37)$$

Logo, uma forma alternativa para avaliar a razão axial conhecendo-se esses campos é

$$RA = \frac{1 + |E_{RHCP}/E_{LHCP}|}{|1 - |E_{RHCP}/E_{LHCP}||}. \quad (3.38)$$

Adicionalmente, para as antenas linearmente polarizadas, são definidos os planos E, corte do diagrama de irradiação tridimensional que contém a direção de máxima irradiação e o vetor campo elétrico, e H, corte do diagrama de irradiação tridimensional que contém a direção de máxima irradiação e o vetor campo magnético (BALANIS, 2016).

Define-se, a seguir, o coeficiente de reflexão na porta q como

$$\Gamma_{in_q} = \frac{Z_{in_q} - Z_0}{Z_{in_q} + Z_0}, \quad (3.39)$$

observando-se que $s_{qq} = \Gamma_{in_q}$ quando as outras portas diferentes de q são terminadas em impedâncias casadas. Ademais, será utilizado o critério de $|\Gamma_{in_q}| \leq -10 \text{ dB}$ para avaliar a largura de banda das antenas projetadas.

Por fim, serão descritos os campos gerados a partir do método da antena linear girante, o qual é utilizado para medir a razão axial de antenas circularmente polarizadas. Nele, uma antena linear é posicionada distante da antena em análise e rotacionada em torno do eixo de propagação, com uma velocidade angular ω_d , e capta o sinal em diferentes ângulos de polarização da antena circularmente polarizada, que, por sua vez, gira na direção θ ou φ , com uma velocidade angular ω_a . Durante a rotação, são registrados os níveis da intensidade do sinal. Conhecidas as componentes $E_{t\theta}$ e $E_{t\varphi}$, pode-se expressar essa intensidade de sinal por meio de

$$E_g = \sqrt{|E_{t\theta}|^2 \cos^2(\omega_d t) + |E_{t\varphi}|^2 \cos^2(\omega_d t + \angle(E_{t\theta}/E_{t\varphi}))} \quad (3.40)$$

em que, no caso da antena circularmente polarizada girando na direção θ , $\omega_a t = \theta$, o que fornece $\omega_d t = (\omega_d/\omega_a)\theta$, tomado-se $\omega_d \gg \omega_a$. De outra maneira, pode-se calcular E_g , no plano yz , por exemplo, a partir de $k_{RA}(\theta, \varphi) = E_\theta^V(r, \theta, \varphi)/E_\varphi^H(r, \theta, \varphi)$,

$$E_g(r, \theta, \varphi_a) = |E_\varphi^H(r, \theta, \varphi_a)| \sqrt{|k_{RA}(\theta, \varphi_a)|^2 \cos^2(\frac{\omega_d}{\omega_a}\theta) + \cos^2[\frac{\omega_d}{\omega_a}\theta + \angle(k_{RA}(\theta, \varphi_a))]}, \quad (3.41)$$

em que $\varphi_a = (\varphi_{1c} + \varphi_{2c})/2 = \pi/2$ é fixo. Além disso, o campo para a antena girando

na direção φ pode ser obtido de maneira análoga, tomando-se φ variável e a posição angular $\theta_a = (\theta_{1c} + \theta_{2c})/2 = \pi/2$ fixa. Esse método é uma forma útil de se caracterizar a polarização circular em câmaras anecoicas que dispõem de um sistema de recepção que faz medidas escalares, como *power meter*, analisador de espectro, entre outros.

4 Resultados

Por meio dos dois modelos apresentados no Capítulo 2 — o modelo da cavidade ressonante e o modelo da corrente magnética — foram desenvolvidos programas computacionais em linguagem *Python* para a análise e síntese de antenas de microfita esféricas, com os quais foi possível estimar a impedância de entrada e alguns fatores geométricos de uma cavidade equivalente e de cinco antenas projetadas, três circularmente polarizadas e duas linearmente polarizadas nos modos TM_{01}^r e TM_{10}^r . Além disso, os resultados obtidos foram comparados com as respostas das simulações da cavidade e das antenas no *software Ansys HFSS* (versão 2019 R1), que utiliza o método dos elementos finitos para resolver as estruturas.

Salvo indicação em contrário, a Tabela 3.1 de parâmetros é adotada uniformemente em todos os projetos das cavidades e das antenas e contém informações como o raio, a espessura e a permissividade relativa do dielétrico, a frequência de operação, entre outros, baseando-se nas características do CUCLAD 250GX, para exemplificação. Dessa maneira, os resultados para os programas desenvolvidos e os advindos do *software HFSS* são apresentados, discutidos e comparados nas seguintes seções.

4.1 Modelo da cavidade

Foi elaborado um código em linguagem *Python*, como descrito no Apêndice C, para a análise da cavidade ressonante e das funções utilizadas no projeto, dada uma geometria e assumindo certos parâmetros elétricos, listados nas Tabelas 3.1 e 4.1. Observe que a tangente de perdas do substrato utilizado tem a ordem de grandeza daquela do FR-4, por exemplo, e não daquela de um laminado de micro-ondas, como o CUCLAD 250GX, pois pretende-se incluir artificialmente o efeito da potência irradiada pela antena, apenas para uma melhor estimativa das perdas totais. A execução do programa levou em torno de 11 s em um computador pessoal (processador AMD Ryzen 5 e 8 GB de RAM). Em comparação, a simulação da cavidade no *software HFSS* durou cerca de 1 minuto (processador Intel Core i7 e 16 GB de RAM).

O código usa formas das funções associadas de Legendre expressas a partir das fun-

ções hipergeométricas, as quais já vêm implementadas na biblioteca *SciPy* em estrutura vetorizada e com suporte para valores complexos arbitrários de ordem e grau. As funções $P_\lambda^\mu(z)$ e $Q_\lambda^\mu(z)$ foram implementadas para o domínio com variável independente no interior do círculo unitário, isto é, $|z| < 1$, e tanto para o caso com ordem $\mu \in \mathbb{C} \setminus \mathbb{Z}$, quanto para o caso particular de ordem μ inteira (COHL *et al.*, 2021), além de suas derivadas, conforme descrito em (2.20) e (2.21). Um procedimento semelhante foi adotado para a implementação das funções de Hankel esféricas, utilizando-se as funções de Bessel esféricas, também disponíveis na biblioteca *SciPy*, bem como outras funções matemáticas disponíveis na biblioteca *NumPy*. Além disso, outras bibliotecas foram usadas para tratar os dados exportados do *HFSS*, como *pandas*, e para obtenção dos gráficos, como *matplotlib* para gráficos cartesianos e polares, além da biblioteca *plotly* para a carta de Smith, entre outras funções. Para a avaliação dos campos distantes, as funções associadas de Legendre com ordem e grau inteiros já vêm implementadas na biblioteca *SciPy*.

Com o código desenvolvido, foi analisada a função $\chi_\mu(\lambda)$, que fornece os valores aproximados do grau $\lambda_{\ell m}$ em (2.19), listados na Tabela 4.2, para alguns valores de ℓ e m . Note que a ordem $\mu_{\ell m}$ não depende de ℓ . De maneira análoga, as frequências de ressonância foram listadas na Tabela 4.3 com base em (2.11). Veja que, para essa geometria, as frequência de ressonância para os modos TM_{10}^r e TM_{01}^r são, respectivamente, $f_{10} = 1,167 \text{ GHz}$ e $f_{01} = 1,559 \text{ GHz}$. Toma-se, então, o modo TM_{01}^r para algumas análises a seguir. A Figura 4.1 exibe as frequências dos modos de ressonância calculadas na simulação do tipo *eigenmode* da cavidade analisada no *HFSS*.

As Figuras 4.2 e 4.3 exibem a disposição da amplitude do campo elétrico do modo TM_{01}^r obtida, respectivamente, no código e sua comparação no *HFSS*. As Figuras 4.5 e 4.6 fazem uma comparação semelhante para um modo superior, o TM_{22}^r , apenas para verificação do comportamento do sistema em modos de ordem maior. Nota-se uma boa coincidência visual das amplitudes de campo analisadas pelos dois métodos. Analogamente, as Figuras 4.4 e 4.7 mostram a fase do campo elétrico. Observe que o número de nós em cada direção da cavidade também está de acordo com o esperado para cada modo.

TABELA 4.1 – Parâmetros testados no código computacional e na simulação do *software Ansys HFSS* da cavidade equivalente.

Parâmetro	Unidade	Valor adotado
Tangente de perdas do substrato, $\operatorname{tg} \delta_{die}$	-	0,022
Comprimento angular da cavidade equivalente na direção θ , $\Delta\theta$	grau	46,54
Comprimento angular da cavidade equivalente na direção φ , $\Delta\varphi$	grau	35,2
Localização do centro da ponta de prova 1 na direção θ , θ_1^p	grau	90,0
Localização do centro da ponta de prova 1 na direção φ , φ_1^p	grau	82,4
Localização do centro da ponta de prova 2 na direção θ , θ_2^p	grau	81,0
Localização do centro da ponta de prova 2 na direção φ , φ_2^p	grau	90,0

TABELA 4.2 – Valores de $\mu_{\ell m}$ e $\lambda_{\ell m}$, adimensionais, que solucionam (2.19) para os parâmetros descritos na Tabela 4.1.

$m \setminus \ell$	0	1	2	3	4	Ordem $\mu_{\ell m}$
0	0,0	3,46553	7,28596	11,13695	14,99615	0,0
1	4,7795	6,15824	8,91349	12,27675	15,86756	5,113636
2	10,00687	10,90151	12,64723	15,21058	18,24142	10,22727
3	15,21284	15,9991	17,2193	19,15847	21,64271	15,34090
4	20,38735	21,18761	22,25635	23,2744	25,67874	20,45454

TABELA 4.3 – Valores aproximados das frequências de ressonância $f_{\ell m}$ em GHz para os parâmetros descritos na Tabela 4.1.

$m \setminus \ell$	0	1	2	3	4
0	0,0	1,167	2,304	3,448	4,593
1	1,559	1,969	2,788	3,786	4,851
2	3,112	3,378	3,896	4,656	5,556
3	4,657	4,890	5,252	5,828	6,564
4	6,192	6,429	6,746	7,048	7,762

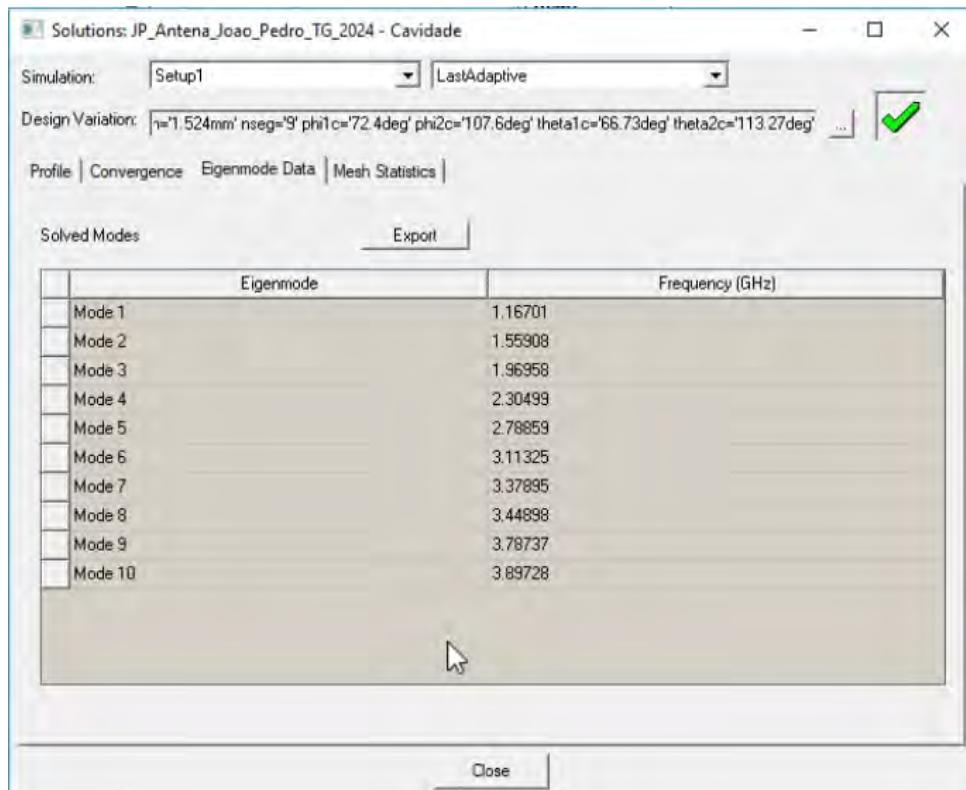


FIGURA 4.1 – Modos de ressonância calculados pelo *software HFSS* de acordo com a ordem crescente das frequências de ressonância.

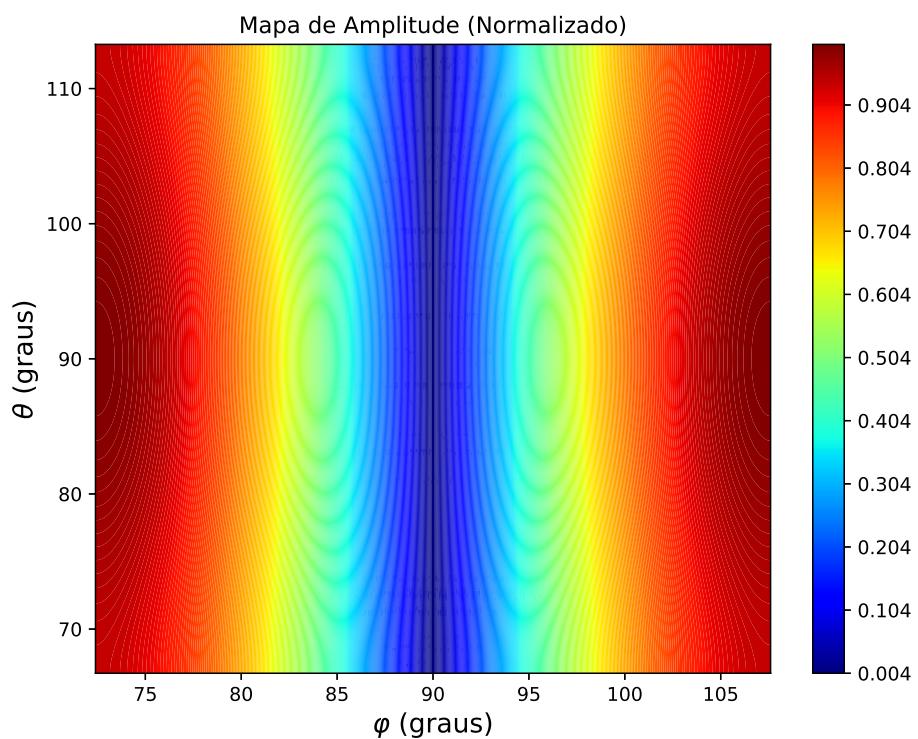


FIGURA 4.2 – Amplitude normalizada do campo elétrico do modo TM_{01}^r na cavidade equivalente.

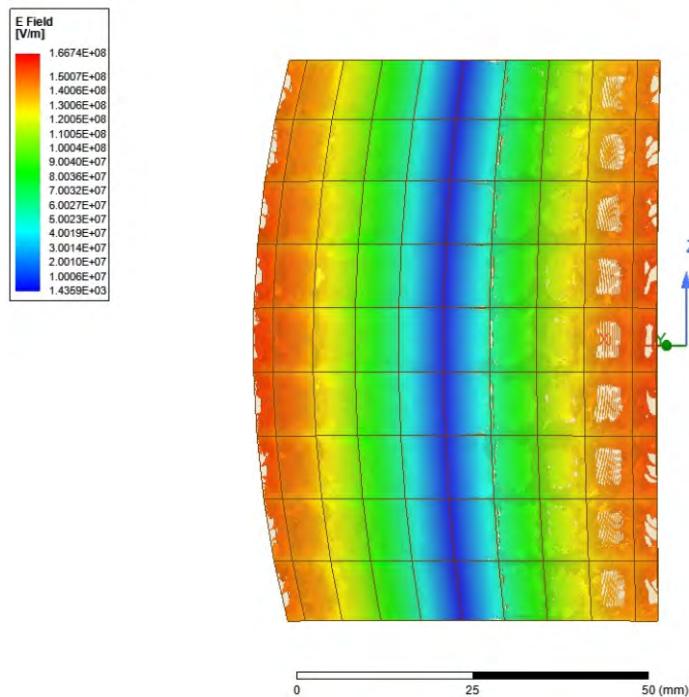


FIGURA 4.3 – Amplitude do campo elétrico do modo TM_{01}^r na cavidade equivalente observada a partir do software HFSS.

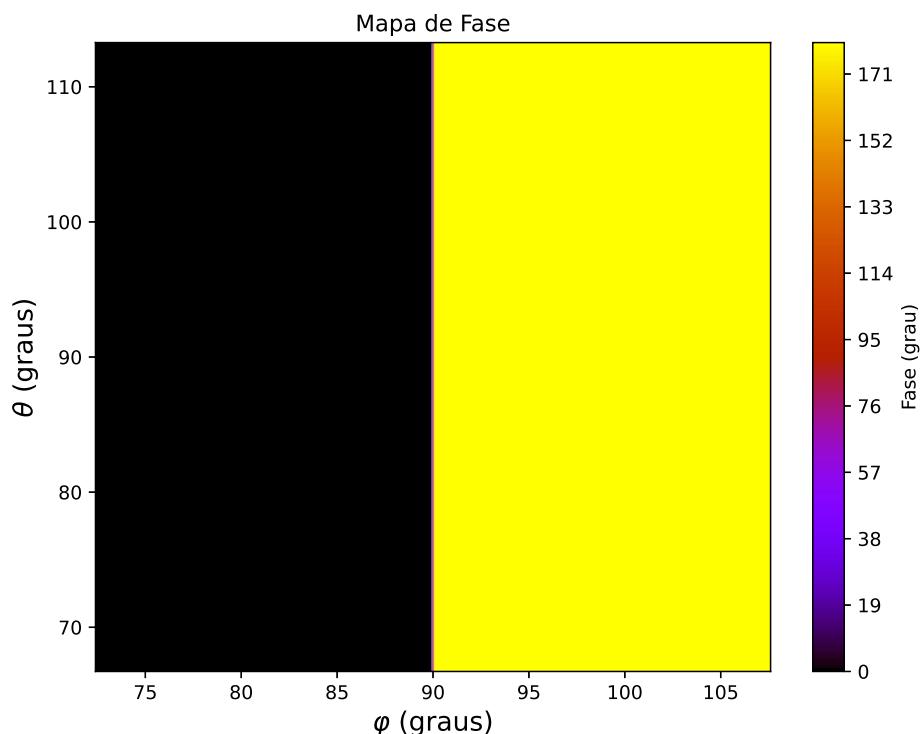


FIGURA 4.4 – Fase do campo elétrico do modo TM_{01}^r na cavidade equivalente.

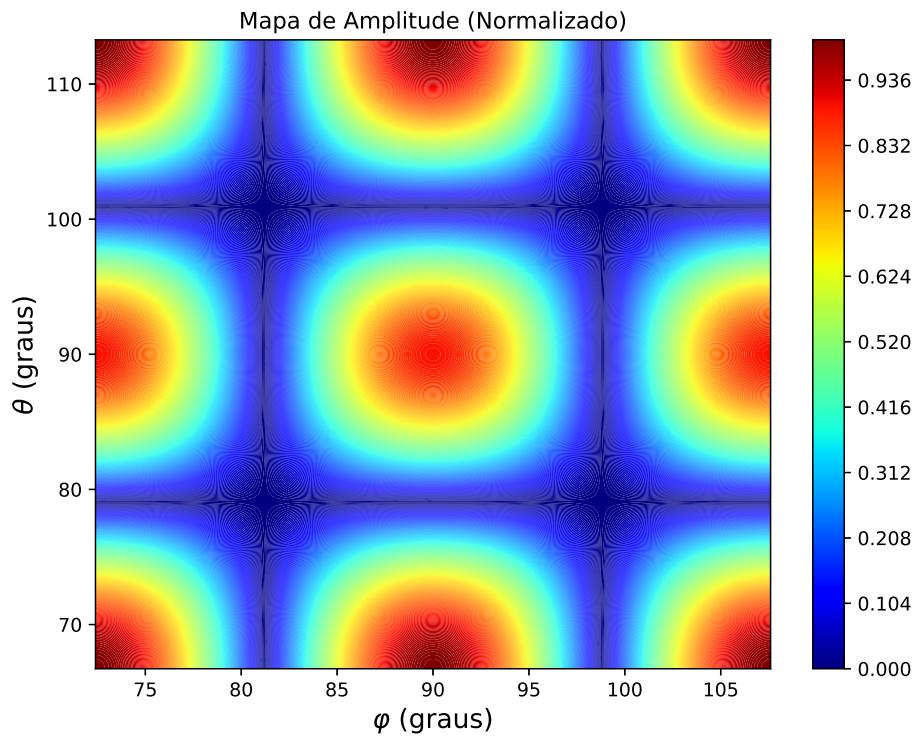


FIGURA 4.5 – Amplitude normalizada do campo elétrico do modo TM_{22}^r na cavidade equivalente.

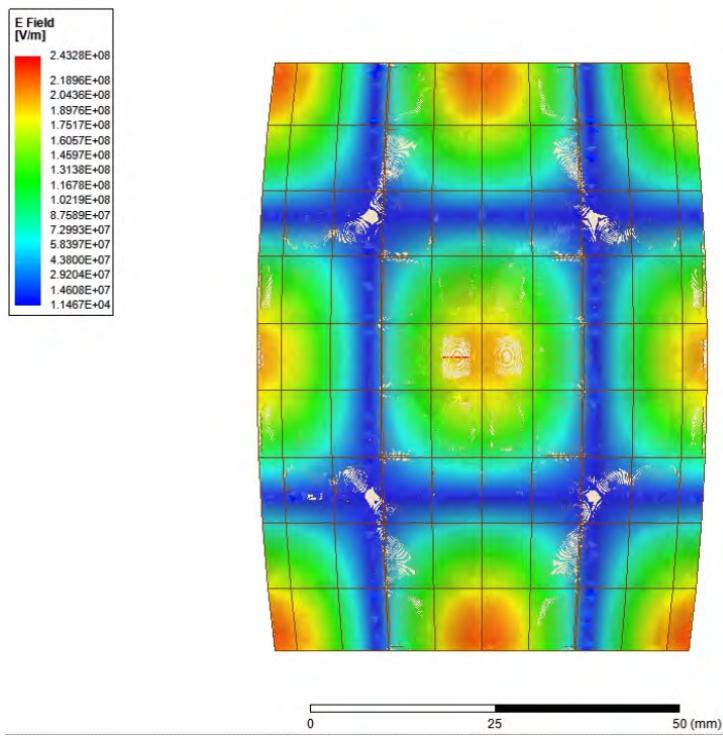


FIGURA 4.6 – Amplitude do campo elétrico do modo TM_{22}^r na cavidade equivalente observada a partir do software HFSS.

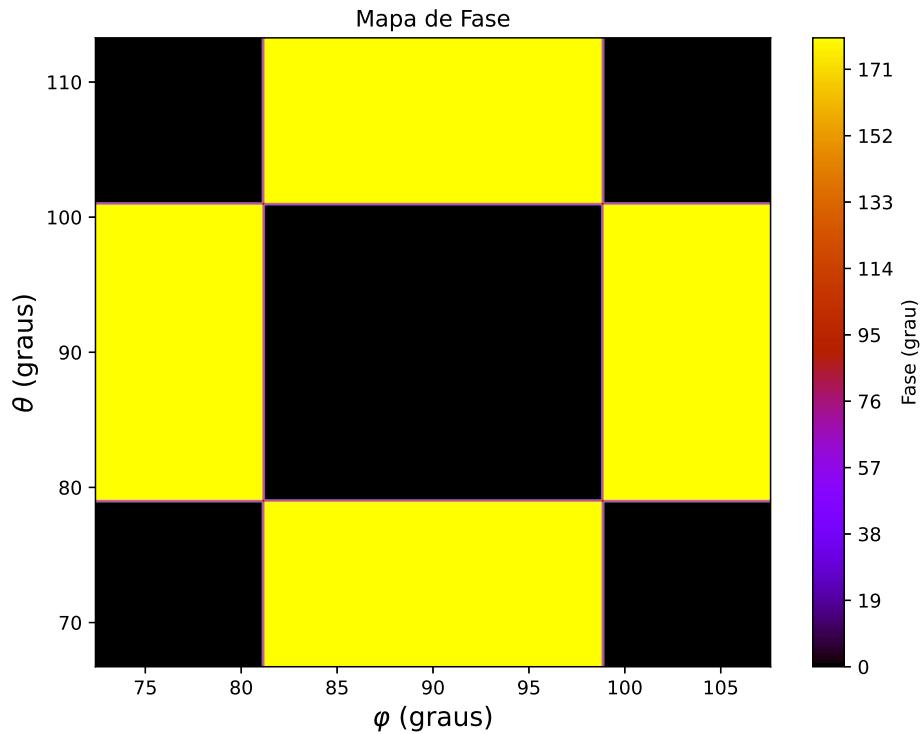
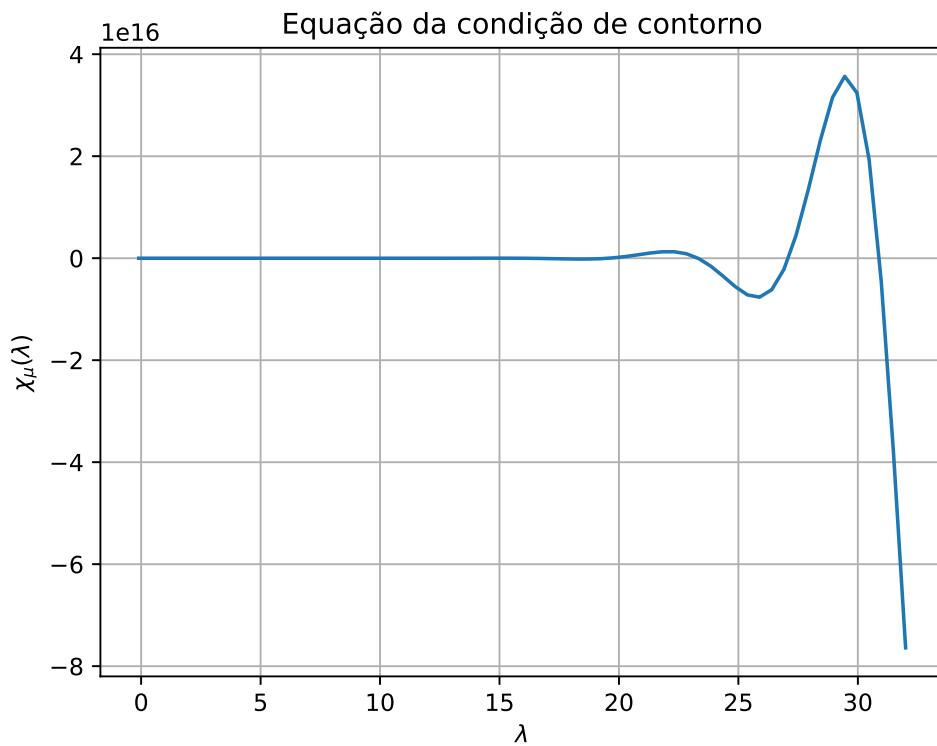
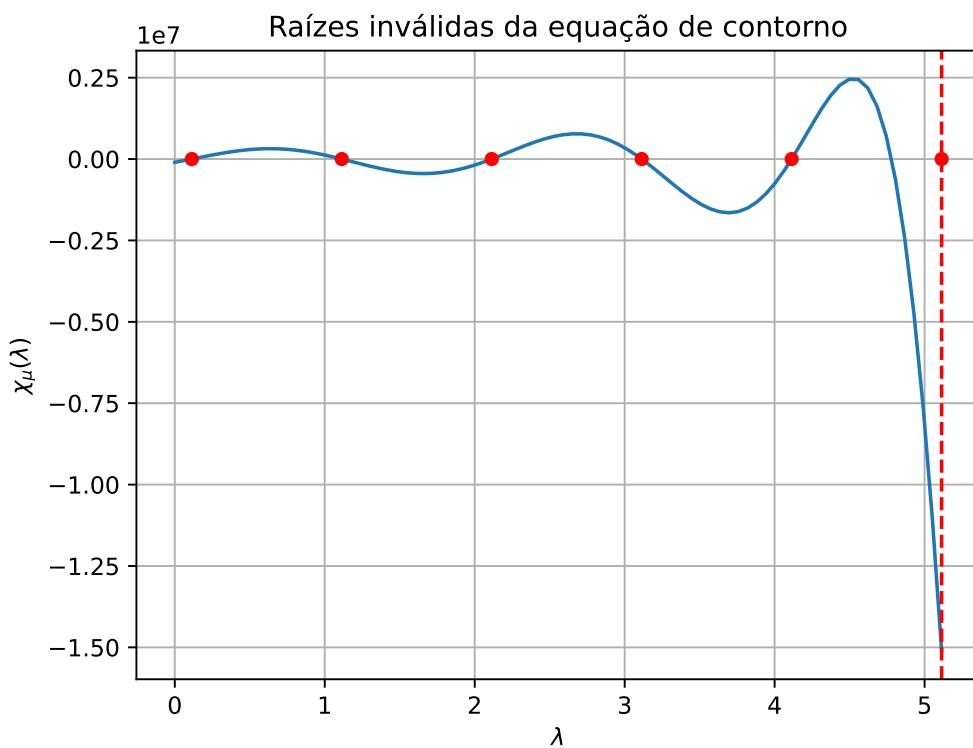
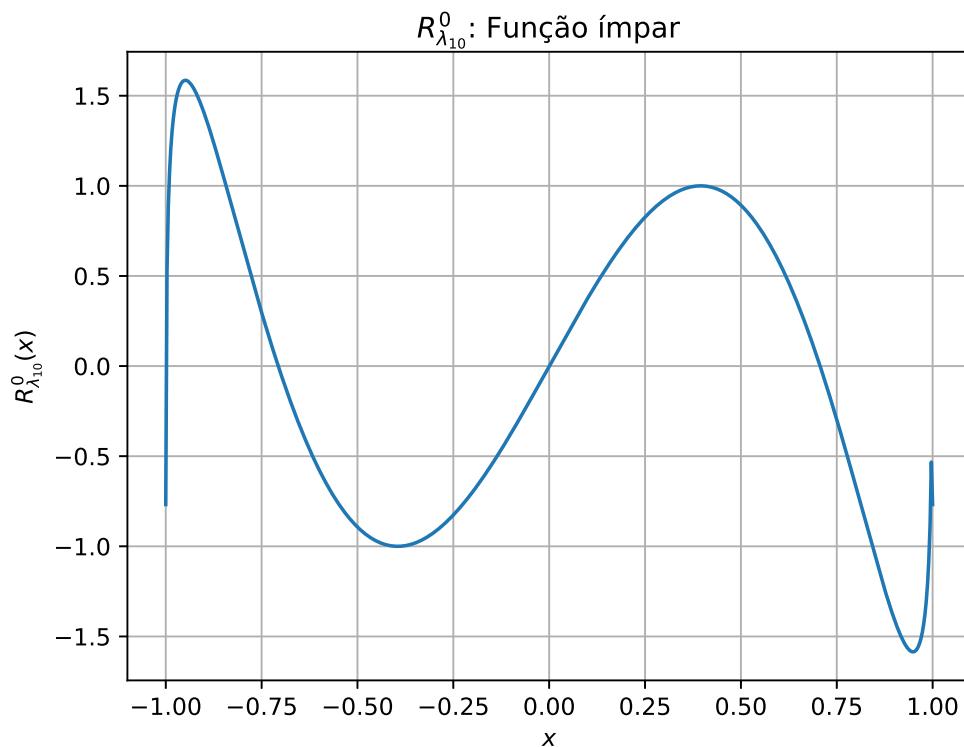
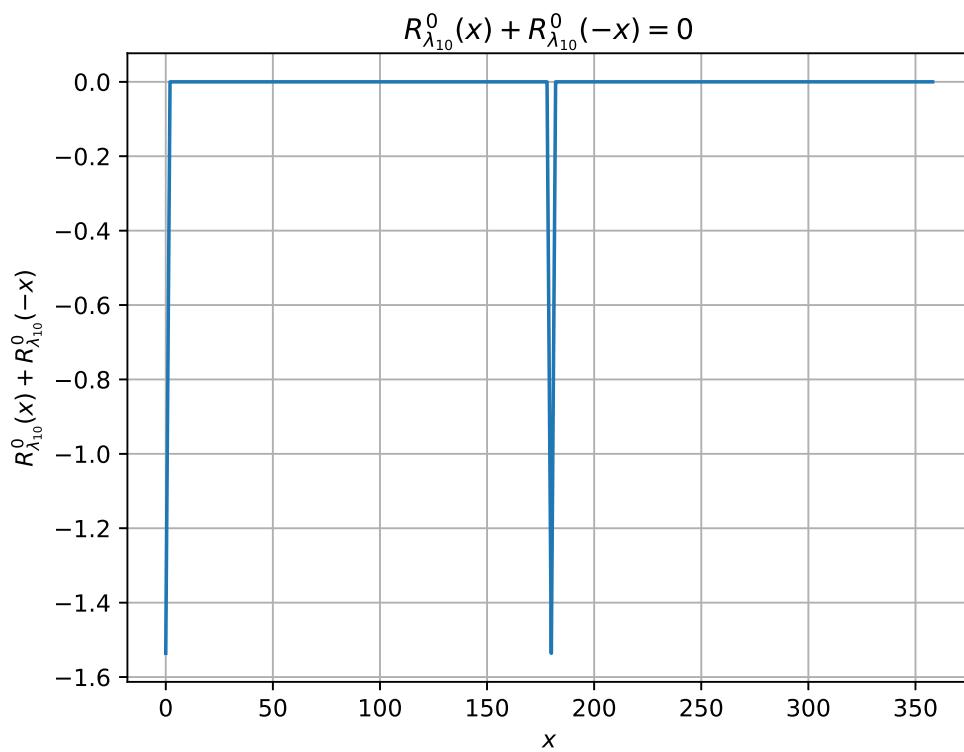


FIGURA 4.7 – Fase do campo elétrico do modo TM_{22}^r na cavidade equivalente.

Analisou-se a equação $\chi_\mu(\lambda) = 0$, que fornece os valores dos graus $\lambda_{\ell m}$ em (2.19). Observe que a função $\chi_\mu(\lambda)$ se comporta como uma oscilação crescente em torno de zero, como ilustrado na Figura 4.8. A Figura 4.9 mostra as raízes inválidas da função, citadas na Seção 2.1. Gradshteyn *et al.* (2015) trazem a informação de que, para valores de μ e λ nos quais $\lambda \pm \mu \in \mathbb{Z}$ e $\mu \notin \mathbb{Z}$, as soluções para a equação diferencial ordinária de Legendre não são P_λ^μ e Q_λ^μ , mas sim P_λ^μ e $P_\lambda^{-\mu}$. As raízes inválidas da equação ocorrem precisamente para os pontos em que $(\lambda - \mu) \in \mathbb{Z}$, e é possível ver, a partir da Figura 4.9, que a função $\chi_\mu(\lambda)$ tende a zero quando λ tende a esses pontos, o que os faz serem classificados como raízes pelo código utilizado, mas fisicamente e matematicamente são inválidos, devido à indefinição da função nesses pontos. Observe que, para $\lambda = \mu = 0$, mesmo obtendo-se $(\lambda - \mu) \in \mathbb{Z}$, como também vale que $\mu \in \mathbb{Z}$, a solução $\lambda = \mu = 0$ é válida nesse caso.

Além disso, foi feita uma análise das funções $R_\lambda^\mu(x)$ de (2.22) para alguns casos especiais, a fim de estudar sua paridade. Repare que $R_{\lambda_{10}}^0(x)$ é ímpar, como mostrado nas Figuras 4.10 e 4.11, e $R_{\lambda_{01}}^{\mu_{01}}(x)$ é par, como exibido na Figura 4.12. Os picos na Figura 4.11 apenas se referem a pontos em que a função não estava bem definida e ocorrem fora do domínio calculado no decorrer do programa, por isso, erros não são gerados a partir desses pontos em outras partes do código.

FIGURA 4.8 – Gráfico da função $\chi_\mu(\lambda)$.FIGURA 4.9 – Gráfico da função $\chi_\mu(\lambda)$ com as raízes inválidas em destaque, para valores menores que $\mu_{\ell m}$, indicado pela linha vermelha tracejada vertical.

FIGURA 4.10 – Análise de $R_{\lambda_{10}}^0(x)$, a fim de mostrar sua paridade ímpar.FIGURA 4.11 – Análise de $R_{\lambda_{10}}^0(x) + R_{\lambda_{10}}^0(-x)$, a fim de mostrar sua paridade ímpar.

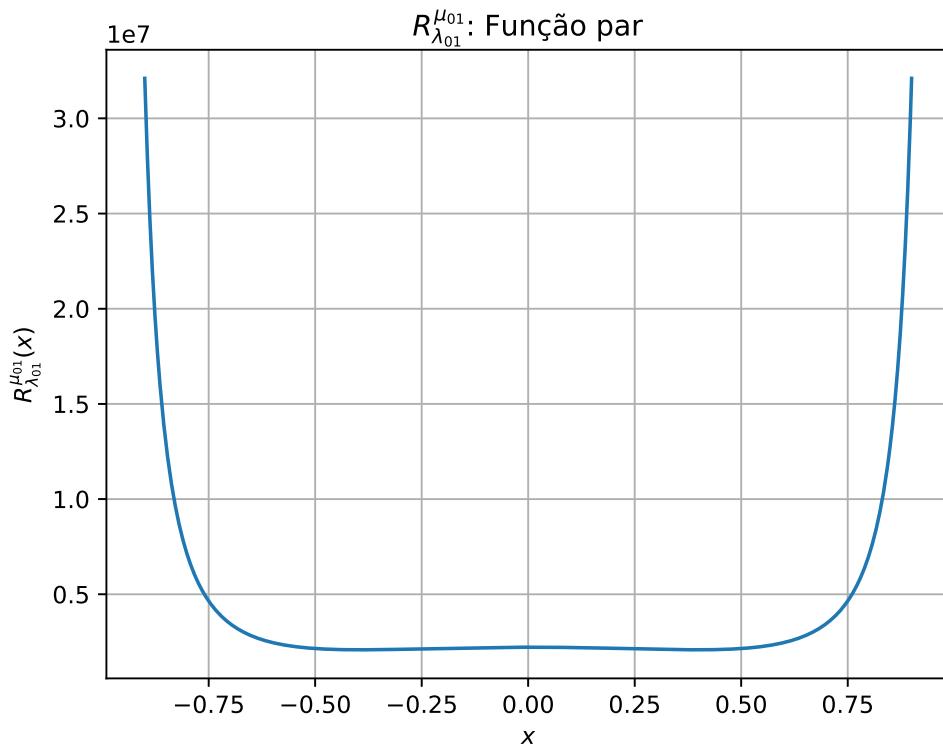


FIGURA 4.12 – Análise de $R_{\lambda_{01}}^{\mu_{01}}(x)$, a fim de mostrar sua paridade par.

Foi traçada também a impedância de entrada para os modos excitados com cada ponta de prova: o modo TM_{01}^r , apenas com a ponta de prova 1, que resulta na impedância de entrada Z_{11} , e o modo TM_{10}^r , somente com a ponta de prova 2, que resulta na impedância de entrada Z_{22} . A impedância Z_{11} é mostrada na Figura 4.13 e a Z_{22} é mostrada na Figura 4.14. A Figura 4.15 mostra a impedância de entrada $Z_{in_1} = Z_{11} + Z_{12}(I_2/I_1)$ para o caso em que se utilizam as duas pontas de prova para o modo TM_{01}^r , supondo-se $I_2 = I_1 = 1 A$. Note que há um baixo acoplamento entre as pontas. As curvas das partes real e imaginária da impedância correspondem bem ao padrão de traçado observado em cavidades ressonantes análogas à modelada.

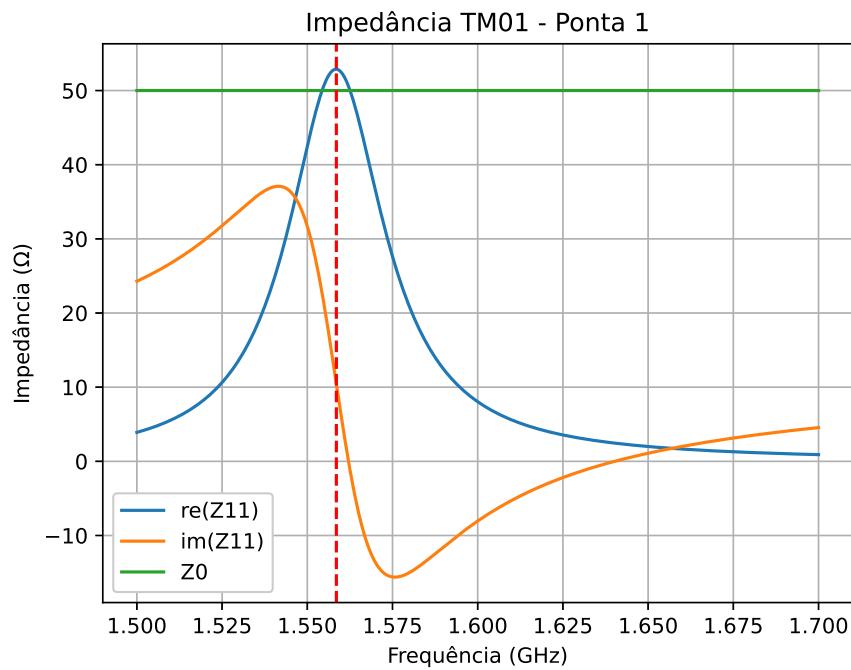


FIGURA 4.13 – Impedância de entrada a partir do modelo desenvolvido apenas com uma ponta de prova na posição $(\theta_1^p, \varphi_1^p)$.

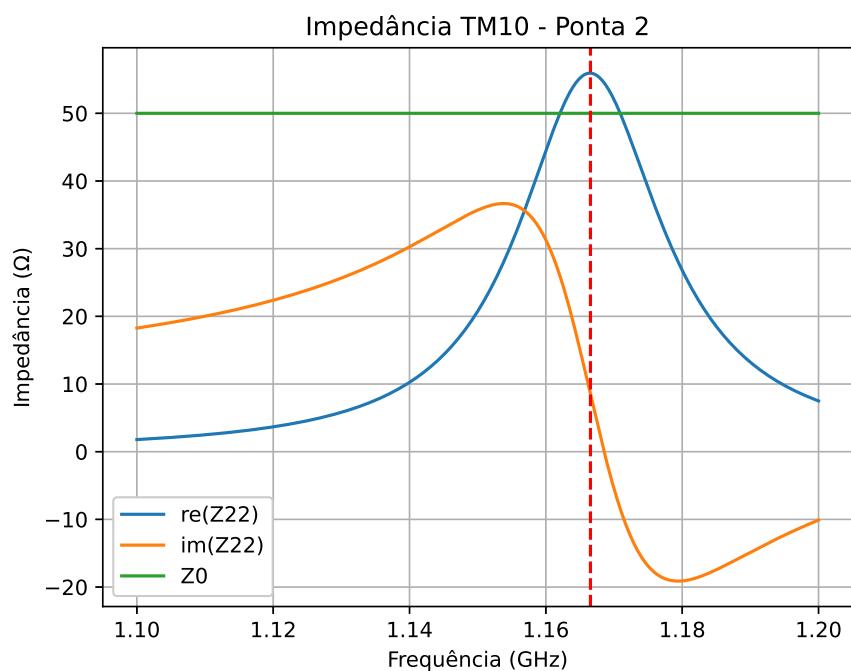


FIGURA 4.14 – Impedância de entrada a partir do modelo desenvolvido apenas com uma ponta de prova na posição $(\theta_2^p, \varphi_2^p)$.

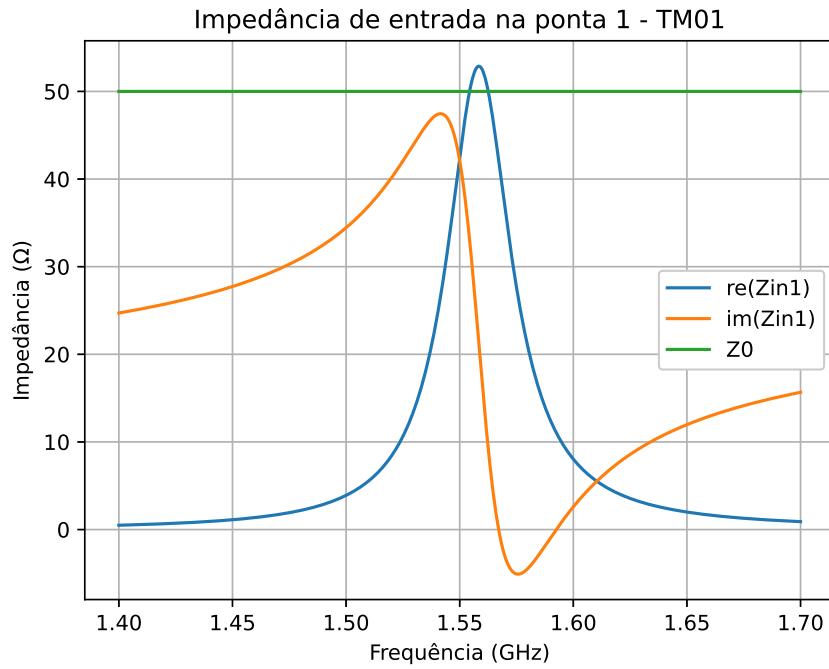


FIGURA 4.15 – Impedância de entrada a partir do modelo desenvolvido com duas pontas de prova nas posições $(\theta_1^p, \varphi_1^p)$ e $(\theta_2^p, \varphi_2^p)$.

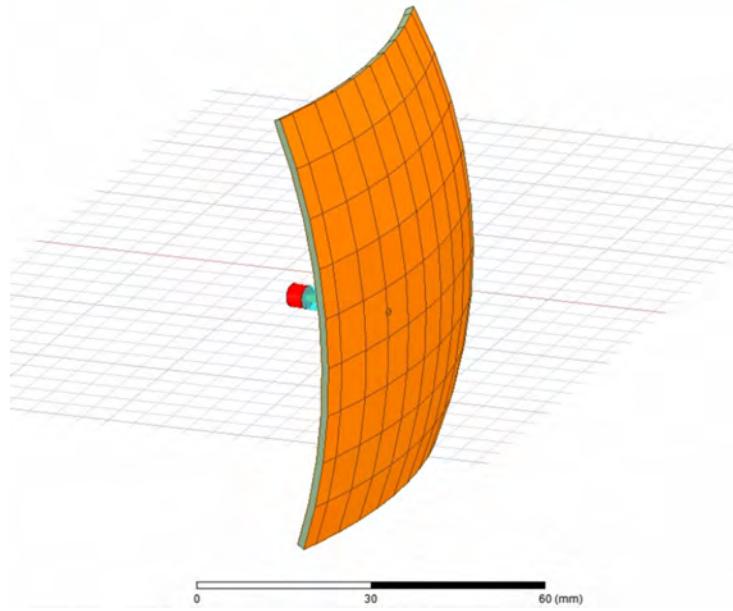


FIGURA 4.16 – Cavidade alimentada com uma ponta de prova coaxial construída no software HFSS.

Por fim, foi feita uma nova simulação no software *HFSS*, agora do tipo *modal*, que utiliza a mesma geometria da cavidade, mas com a alimentação feita por uma ponta de prova coaxial posicionada de acordo com os valores da Tabela 4.1. A cavidade alimentada construída no software *HFSS* é mostrada na Figura 4.16. Então, comparou-se, na Figura 4.17, a impedância de entrada $Z_{in1} = Z_{11}$, para apenas uma ponta de prova, ob-

tida no modelo desenvolvido na Seção 2.4, com a fornecida pela simulação, para o modo TM_{01}^r excitado. Observe que a diferença entre as curvas das partes real e imaginária é mínima, o que mostra a robustez do modelo da cavidade ressonante. A Figura 4.18 exibe a representação das impedâncias das Figuras 4.17 e 4.14 na carta de Smith.

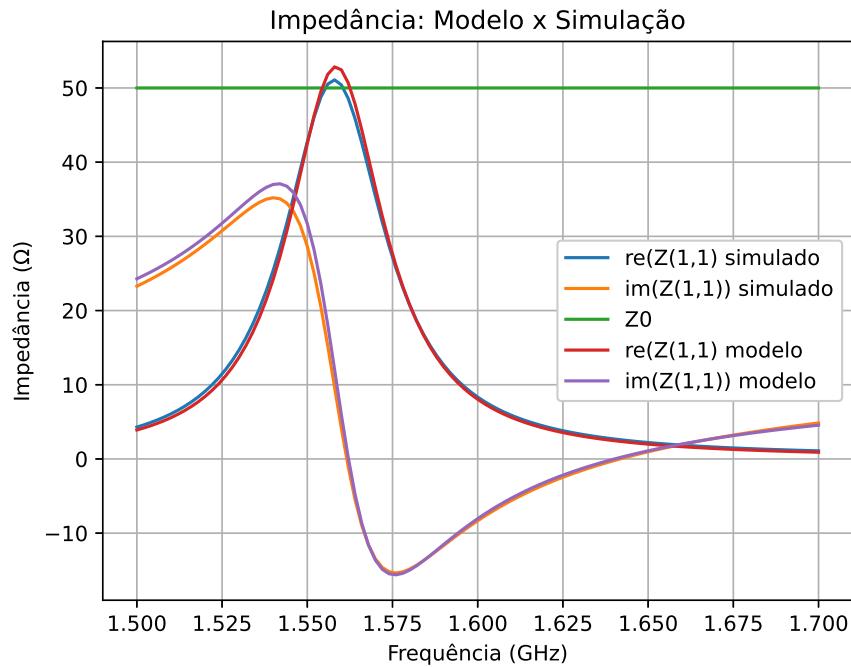


FIGURA 4.17 – Comparaçāo entre as impedâncias do modelo desenvolvido e da simulação para o modo TM_{01}^r na cavidade.

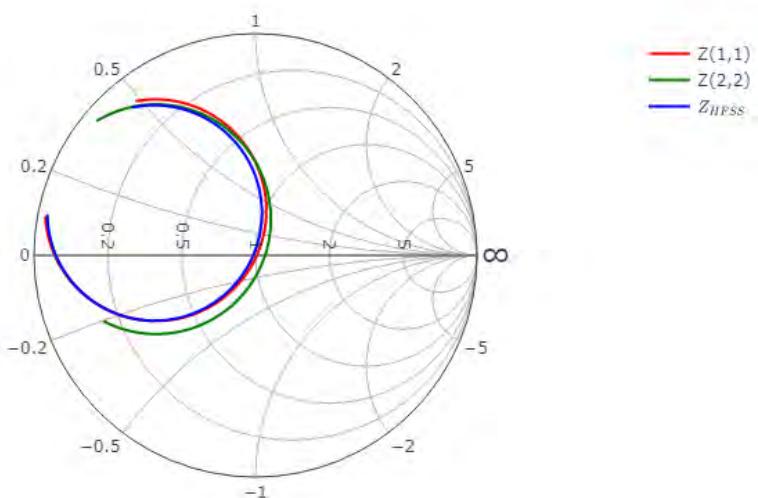


FIGURA 4.18 – Comparaçāo entre as impedâncias do modelo desenvolvido e da simulação na carta de Smith para a cavidade.

4.2 Modelo da corrente magnética

O código em *Python* desenvolvido para o modelo da corrente magnética usou extensivamente matrizes e vetores na implementação das equações de campo distante. Utilizá-los em *Python*, como os oferecidos pela biblioteca *NumPy* e os advindos das funções da biblioteca *SciPy*, é mais eficiente porque essas bibliotecas realizam operações de forma vetorizada, ou seja, as operações são otimizadas em baixo nível, utilizando linguagens como *C* ou *Fortran*. Note que, internamente, as funções do *NumPy* ainda contêm um ciclo *for*, pois precisam percorrer todos os elementos da matriz, mas o ciclo é escrito em um código *C* muito eficiente e, portanto, é bem mais rápido do que os ciclos *for* tradicionais em *Python*, levando a um processamento mais rápido e bastante eficiente (SUNDNES, 2020).

Assim, com o intuito de validar o modelo da corrente magnética, compararam-se os diagramas nos planos *yz* e *xy*, para as componentes $E_{t\theta}(r, \theta, \varphi)$ e $E_{t\varphi}(r, \theta, \varphi)$, considerando-se os modos TM_{10}^r e TM_{01}^r e adotando-se as frequências de máxima resistência de entrada, isto é, as frequências de ressonância do modelo, em 1575,42 MHz, e do software *HFSS*, como registrado na Tabela 4.9. Note que, para a antena no modo TM_{10}^r , o plano *xy* é o plano H e o *yz* é o plano E, enquanto para a antena no modo TM_{01}^r vale o contrário. Assim, os resultados de campo distante irradiado obtidos a partir da codificação em *Python* das equações advindas do modelo da corrente magnética para os modos TM_{10}^r e TM_{01}^r se encontram, respectivamente, nas Figuras 4.19 e 4.20. Observe que os códigos desenvolvidos nesse passo são também reutilizados para gerar outros resultados associados ao campo distante irradiado que serão mostrados nas seções seguintes, como a razão axial, as componentes de campo $E_{t\theta}(r, \theta, \varphi)$, $E_{t\varphi}(r, \theta, \varphi)$, $E_{RHCP}(r, \theta, \varphi)$ e $E_{LHCP}(r, \theta, \varphi)$, o padrão do método da antena linear girante $E_g(r, \theta, \varphi)$ e os valores de eficiência de irradiação, direatividade e ganho das antenas projetadas. Um exemplo de implementação é exibido na Figura 4.21 para um resultado de razão axial ao longo da direção θ da antena circularmente polarizada com uma ponta de prova na diagonal, o que mostra a validade do modelo utilizado para boas estimativas dos parâmetros de campo distante citados anteriormente.

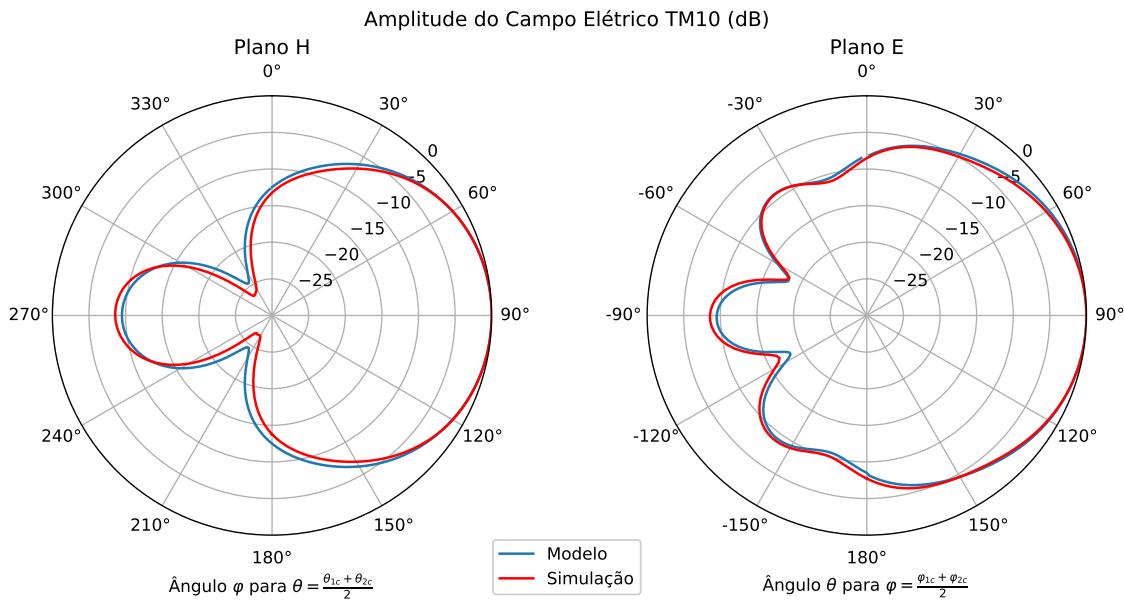


FIGURA 4.19 – Comparação entre as componentes normalizadas de campo distante nos planos E e H do modelo desenvolvido e da simulação em um diagrama polar para o modo TM_{10}^r na antena linearmente polarizada projetada com base nas dimensões da Tabela 4.4.

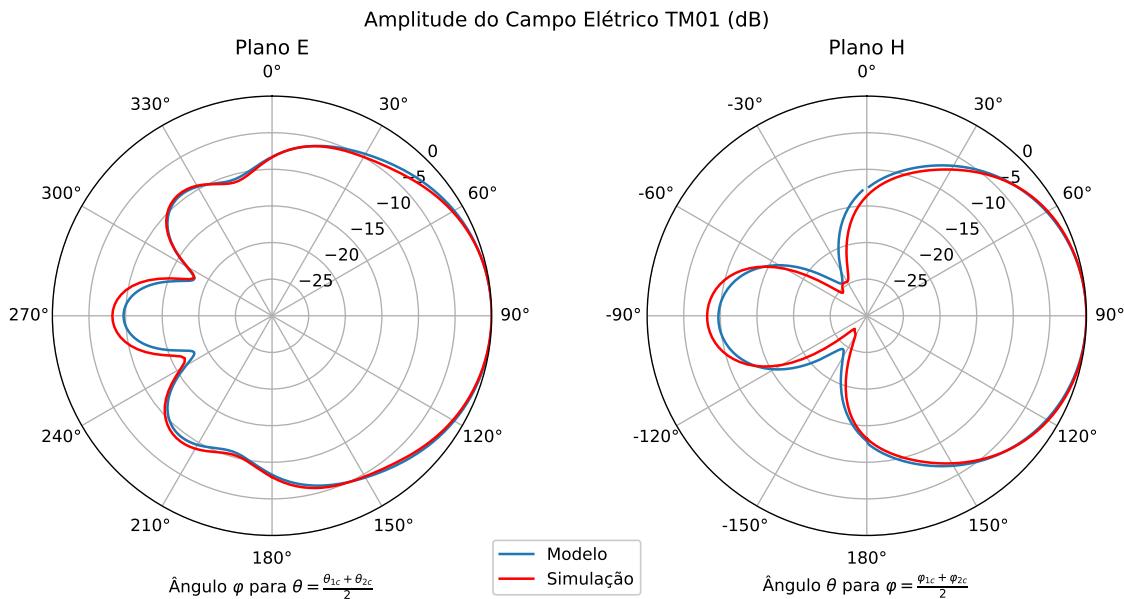


FIGURA 4.20 – Comparação entre as componentes normalizadas de campo distante nos planos E e H do modelo desenvolvido e da simulação em um diagrama polar para o modo TM_{01}^r na antena linearmente polarizada projetada com base nas dimensões da Tabela 4.4.

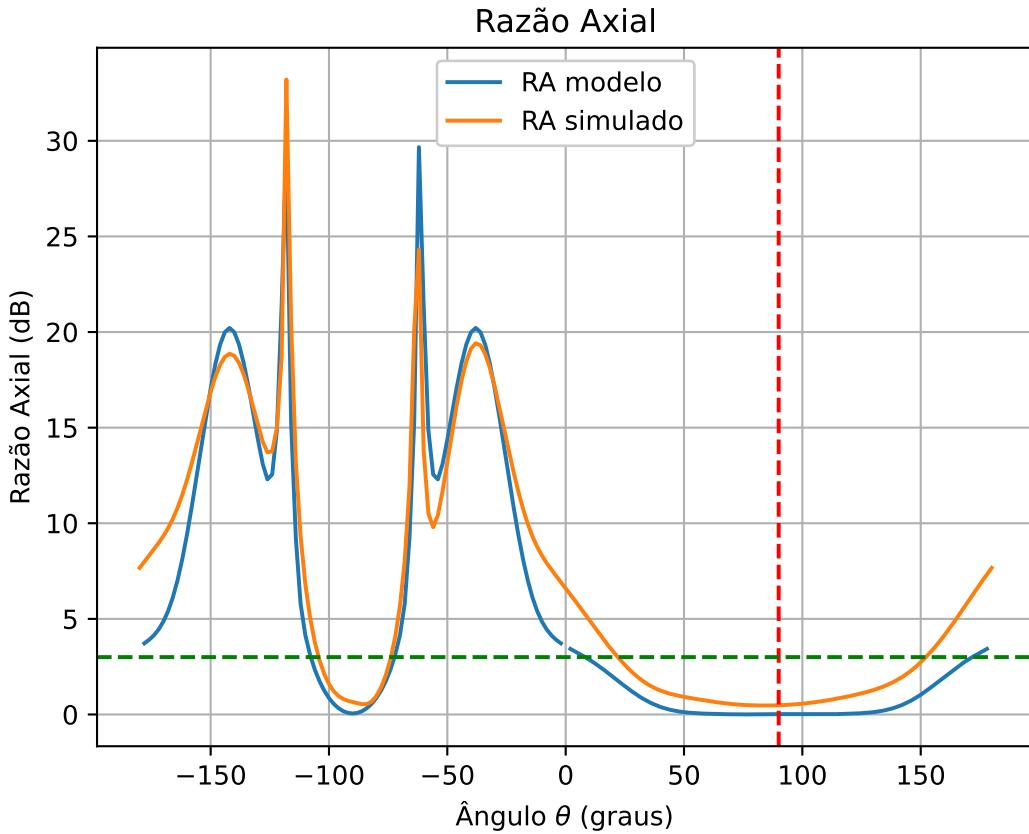


FIGURA 4.21 – Exemplo de implementação gráfica de uma comparação entre a razão axial na direção θ do modelo desenvolvido e da simulação para a antena circularmente polarizada, após a correção da estimativa dos campos de franja, como será explicado nas seções seguintes.

4.3 Antenas linearmente polarizadas

A metodologia descrita na Seção 3.4 foi utilizada para se construir um código de síntese de antenas linearmente polarizadas para os modos TM_{01}^r e TM_{10}^r , as antenas modeladas no *software HFSS* para simulação e comparação são exibidas na Figura 4.22. As comparações entre as impedâncias de entrada obtidas pelo código e pela simulação para cada *patch* projetado se encontram nas Figuras 4.25 e 4.26, nas quais se observa que houve deslocamento em frequência, como ocorre nas antenas circularmente polarizadas descritas nas próximas seções. Veja que os deslocamentos de frequência nos projetos realizados estão registrados na Tabela 4.9. Além disso, as Figuras 4.23 e 4.24 ilustram a posição da ponta de prova de cada modo considerado, isto é, para o modo TM_{01}^r , a ponta de prova se encontra no eixo de simetria que percorre o *patch* ao longo da direção azimutal e, para o modo TM_{10}^r , se encontra ao longo da direção polar. A geometria projetada está, então, registrada na Tabela 4.4 e a execução do código de projeto da antena linearmente polarizada levou em torno de 30 s em um computador pessoal.

TABELA 4.4 – Parâmetros testados no código computacional e em simulação, no software *Ansys HFSS*, das antenas linearmente polarizadas.

Parâmetro	Unidade	Valor adotado no modo TM_{01}^r	Valor adotado no modo TM_{10}^r
Comprimento angular da cavidade equivalente na direção θ , $\Delta\theta$	grau	45,295	34,259
Comprimento angular da cavidade equivalente na direção φ , $\Delta\varphi$	grau	34,842	44,537
Comprimento angular do <i>patch</i> retangular na direção θ , $\Delta\theta_a$	grau	43,549	32,513
Comprimento angular do <i>patch</i> retangular na direção φ , $\Delta\varphi_a$	grau	33,078	42,791
Localização do centro da ponta de prova 1 na direção θ , θ_1^p	grau	90,0	96,687
Localização do centro da ponta de prova 1 na direção φ , φ_1^p	grau	96,751	90,0

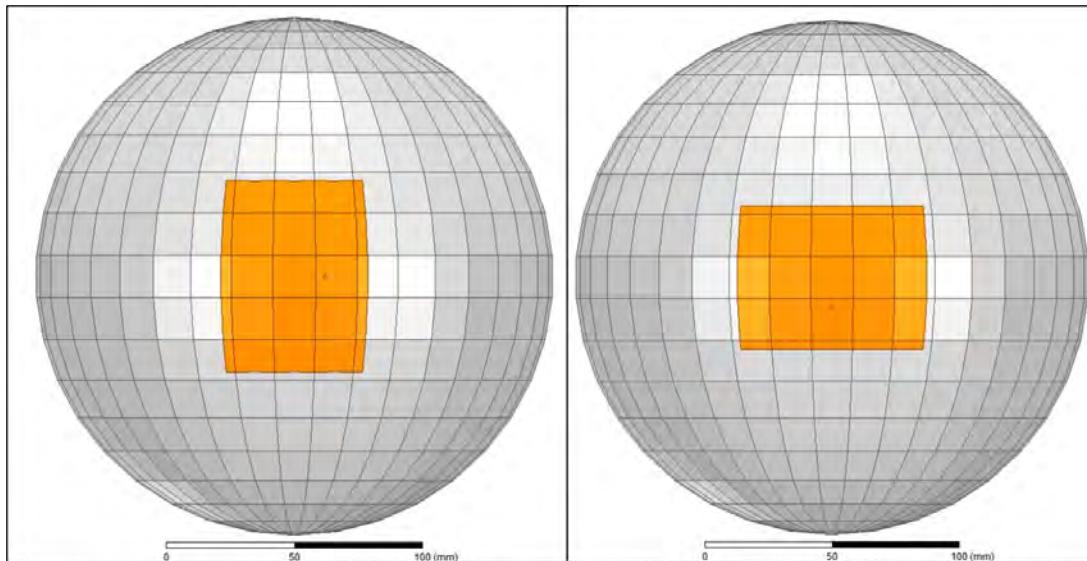


FIGURA 4.22 – Modelos construídos no software *HFSS* para as antenas linearmente polarizadas projetadas para o modo TM_{01}^r , à esquerda, e para o modo TM_{10}^r , à direita.

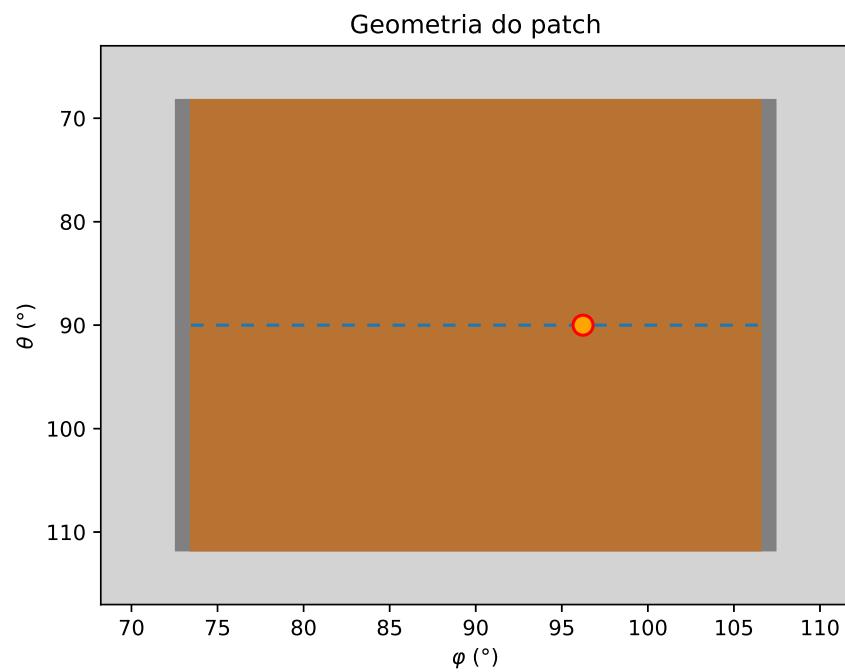


FIGURA 4.23 – Posição da ponta de prova na geometria do *patch* para $Z_{in1} = 50 \Omega$ no modo TM_{01}^r da antena linearmente polarizada.

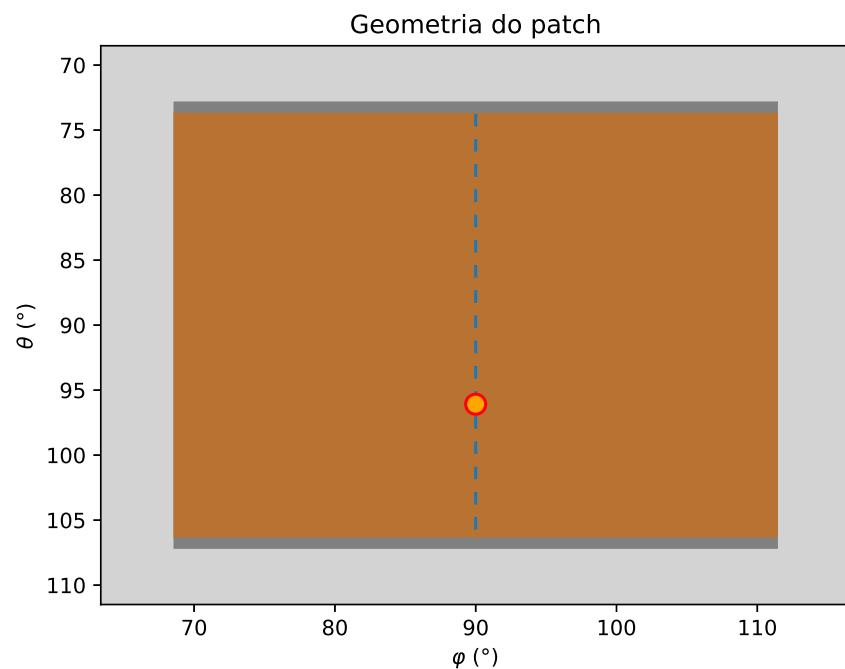


FIGURA 4.24 – Posição da ponta de prova na geometria do *patch* para $Z_{in1} = 50 \Omega$ no modo TM_{10}^r da antena linearmente polarizada.

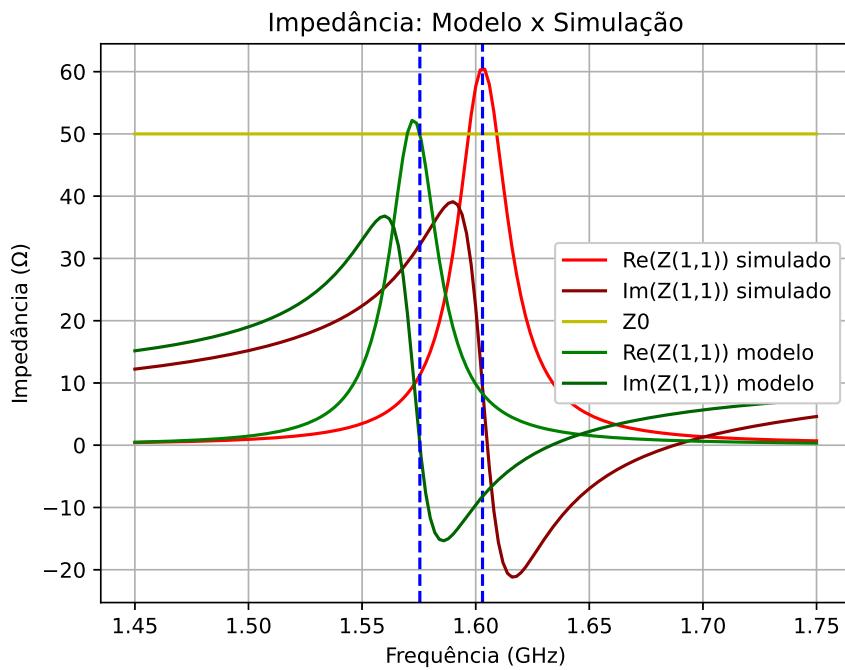


FIGURA 4.25 – Comparação entre as impedâncias do modelo desenvolvido e da simulação para o modo TM_{01} da antena linearmente polarizada projetada.

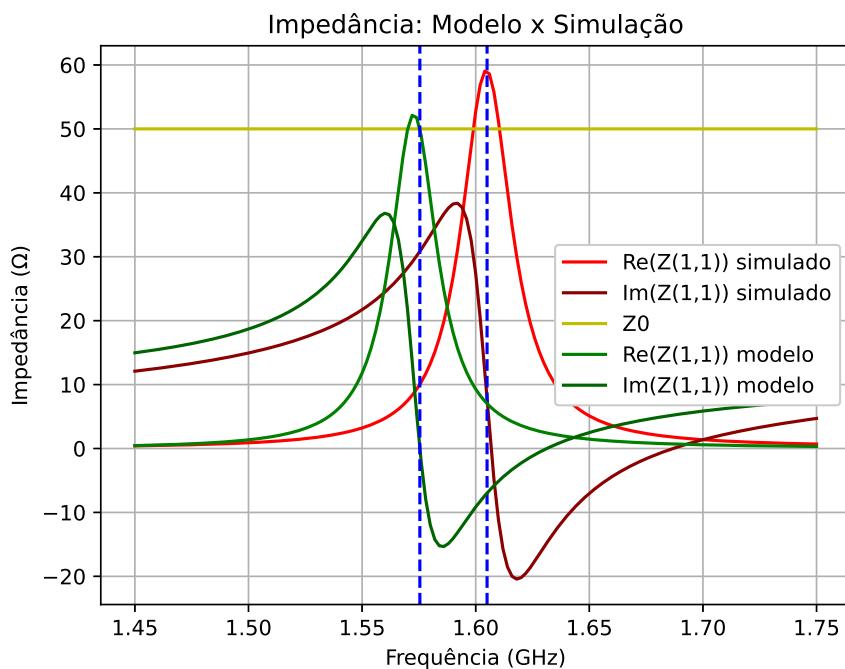


FIGURA 4.26 – Comparação entre as impedâncias do modelo desenvolvido e da simulação para o modo TM_{10} da antena linearmente polarizada projetada.

Ademais, as componentes de campo distante normalizadas para a frequência central $f = 1605 \text{ MHz}$, no caso da antena no modo TM_{10}^r , e $f = 1603 \text{ MHz}$, no caso da antena

no modo TM_{01}^r , estão ilustradas nas Figuras 4.19 e 4.20, respectivamente.

Em seguida, otimizou-se o projeto da antena no *software Ansys HFSS*, a fim de corrigir o efeito da estimativa pouco acurada dos campos de franja. Logo, foram utilizadas as relações de escalonamento em (3.18) e (3.19) e um ajuste da posição da ponta de prova para melhorar o casamento de impedância e chegar a uma antena com a banda centralizada na frequência correta. Note que, após esse procedimento, obteve-se uma antena cuja cavidade equivalente se assemelha melhor à cavidade que se desejava projetar. Então, os resultados analíticos também foram comparados com os da simulação dessa antena. Os valores dos parâmetros atualizados após essa correção se encontram na Tabela 4.5. Ademais, a geometria da antena resultante da correção se encontra na Figura 4.27.

TABELA 4.5 – Parâmetros na simulação do *software Ansys HFSS* das antenas linearmente polarizadas após a correção dos campos de franja.

Parâmetro	Unidade	Valor adotado	Valor adotado
		no modo TM_{01}^r	no modo TM_{10}^r
Comprimento angular do <i>patch</i> retangular na direção θ , $\Delta\theta_a$	grau	44,465	33,212
Comprimento angular do <i>patch</i> retangular na direção φ , $\Delta\varphi_a$	grau	33,792	44,485
Localização do centro da ponta de prova 1 na direção θ , θ_1^p	grau	90,0	96,357
Localização do centro da ponta de prova 1 na direção φ , φ_1^p	grau	96,281	90,0

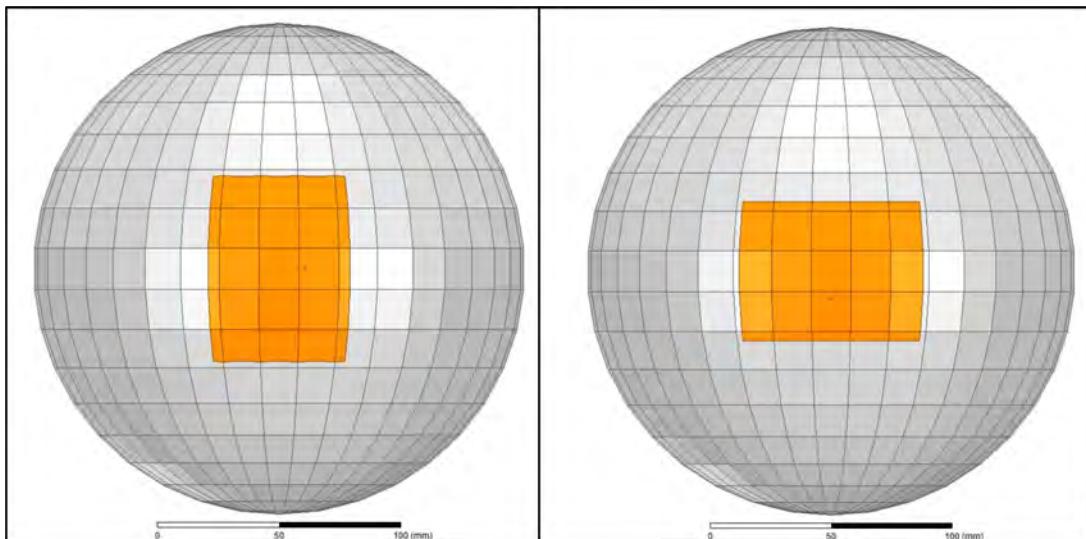


FIGURA 4.27 – Antenas linearmente polarizadas projetadas para o modo TM_{01}^r , à esquerda, e para o modo TM_{10}^r , à direita, no *software HFSS* após a correção da estimativa dos campos de franja.

Nas Figuras 4.28, 4.29 e 4.30, comparam-se, respectivamente, as impedâncias de entrada, os coeficientes de reflexão e as impedâncias representadas na carta de Smith para a antena linearmente polarizada no modo TM_{10}^r , advindas do modelo analítico e dos resultados obtidos para a antena após a correção supracitada. Note que foi atingida uma banda de 17,6 MHz para ambos os modos.

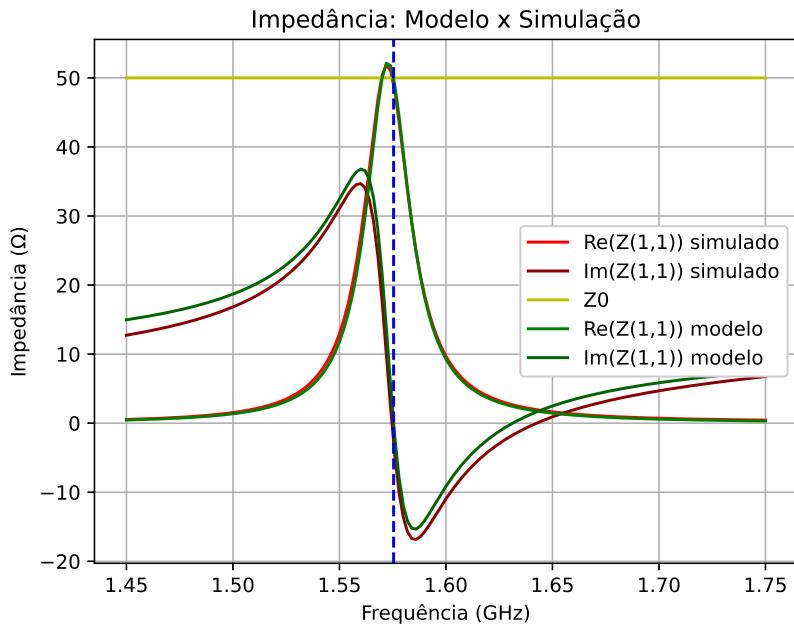


FIGURA 4.28 – Comparaçāo entre as impedâncias do modelo desenvolvido e da simulação para a antena linearmente polarizada otimizada no modo TM_{10}^r .

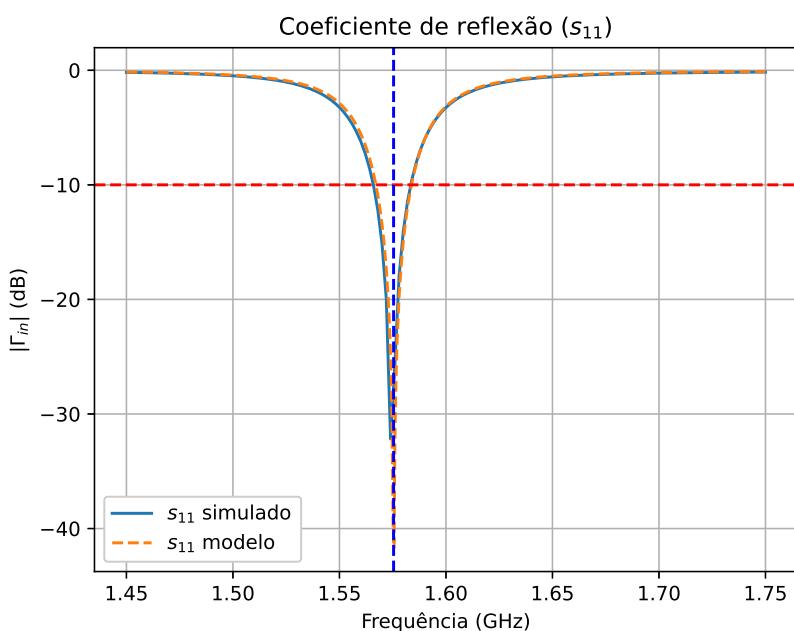


FIGURA 4.29 – Comparaçāo entre os coeficientes de reflexão do modelo desenvolvido e da simulação para a antena linearmente polarizada otimizada no modo TM_{10}^r .

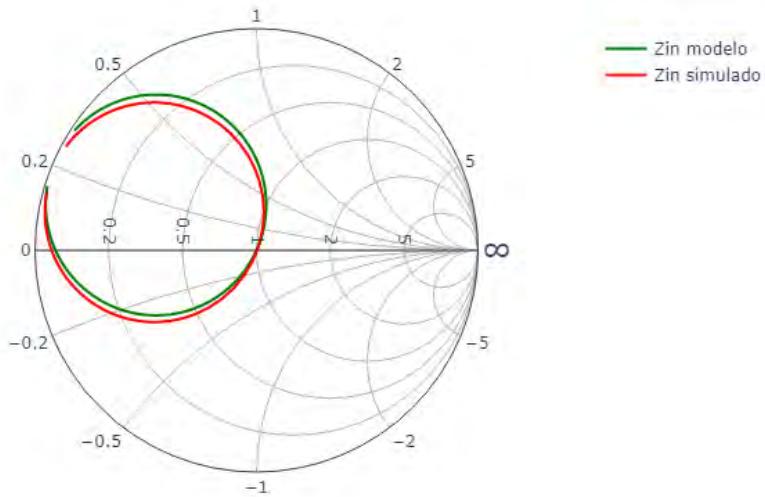


FIGURA 4.30 – Comparação entre as impedâncias do modelo desenvolvido e da simulação na carta de Smith para a antena linearmente polarizada otimizada no modo TM_{10}^r .

Analogamente, nas Figuras 4.31, 4.32 e 4.33, comparam-se as impedâncias de entrada, os coeficientes de reflexão e as impedâncias representadas na carta de Smith, respectivamente, para a antena linearmente polarizada no modo TM_{01}^r . Note que também foi atingida uma banda de 17,6 MHz.

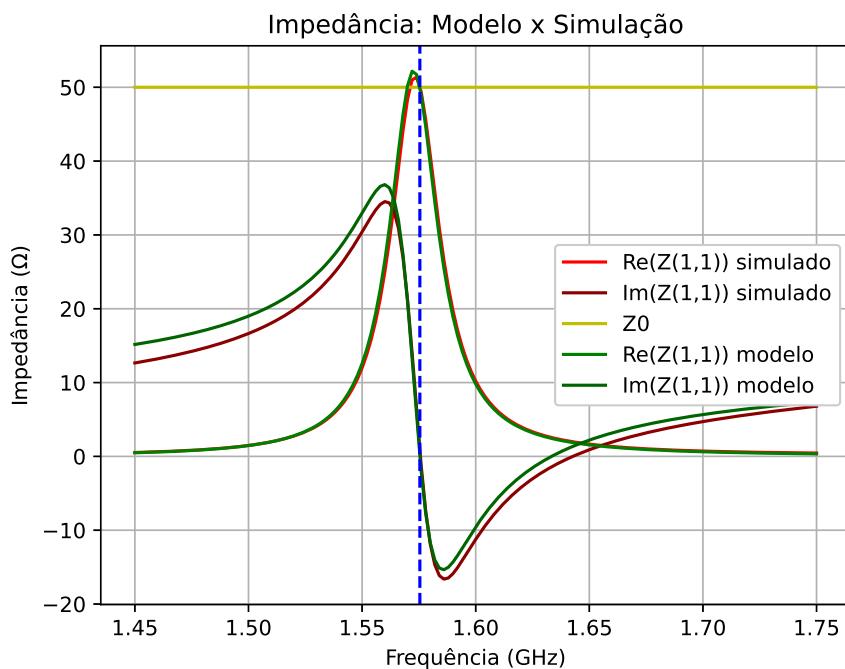


FIGURA 4.31 – Comparação entre as impedâncias do modelo desenvolvido e da simulação para a antena linearmente polarizada otimizada no modo TM_{01}^r .

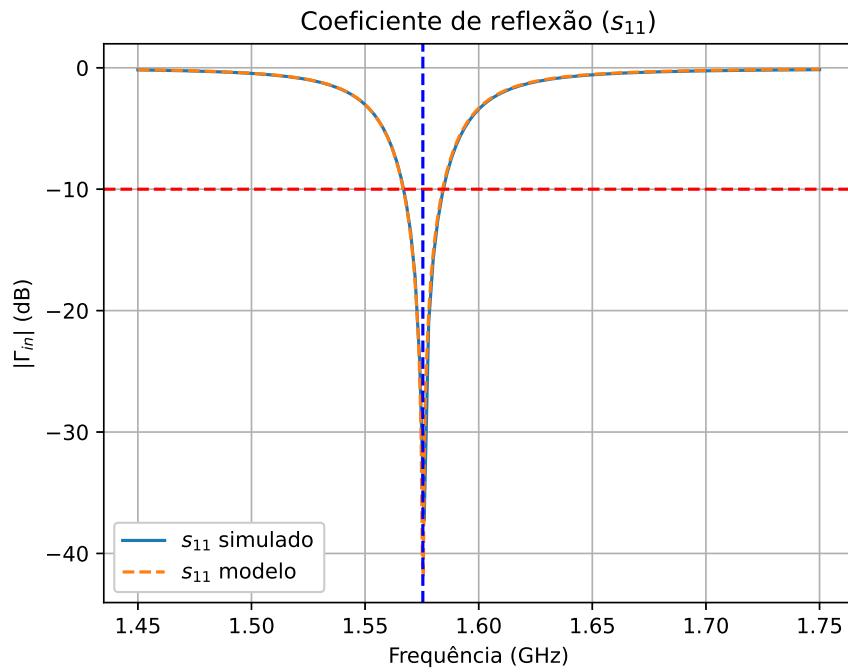


FIGURA 4.32 – Comparaçāo entre os coeficientes de reflexão do modelo desenvolvido e da simulação para a antena linearmente polarizada otimizada no modo TM_{01}^r .

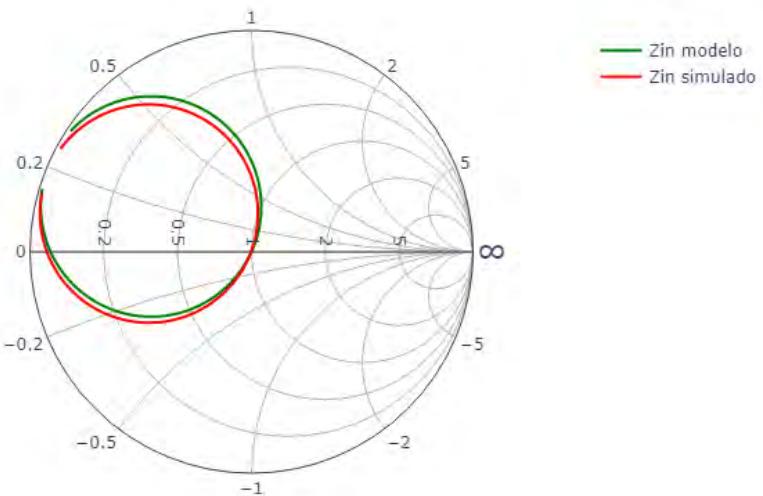


FIGURA 4.33 – Comparaçāo entre as impedâncias do modelo desenvolvido e da simulação na carta de Smith para a antena linearmente polarizada otimizada no modo TM_{01}^r .

Ademais, os campos distantes para a frequência $f = 1575 \text{ MHz}$, para as antenas nos modos TM_{10}^r e TM_{01}^r , estão registrados para seus planos E e H nas Figuras 4.34 e 4.35, respectivamente. Em seguida, a partir das expressões codificadas de eficiência de

irradiação, diretividade e ganho para as antenas linearmente polarizadas, atingiram-se os valores registrados na Tabela 4.10. Observe que os ganhos ficaram bem próximos do previsto analiticamente, com um desvio que não ultrapassa 0,6 dB.

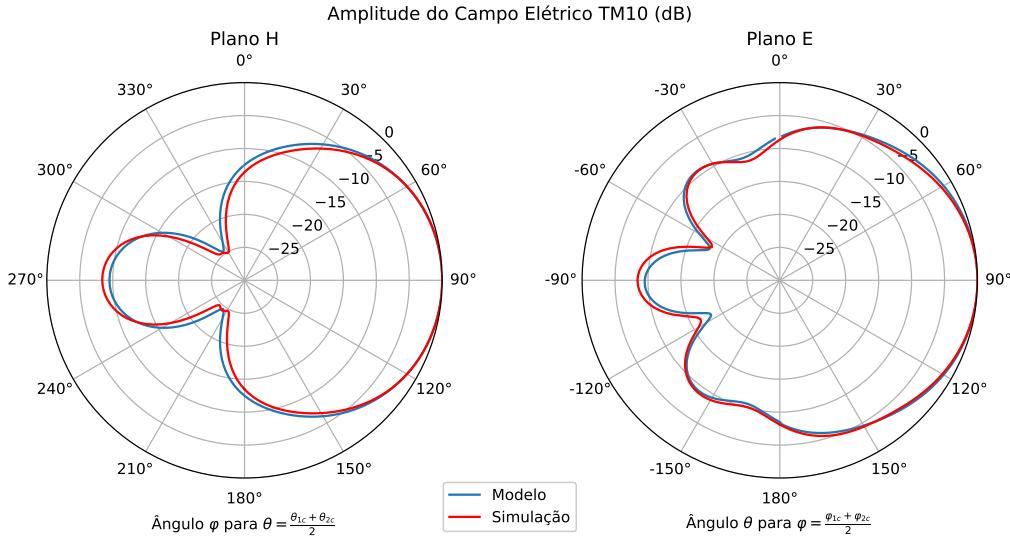


FIGURA 4.34 – Comparação entre as amplitudes normalizadas das componentes de campo distante nos planos E e H do modelo desenvolvido e da simulação em um diagrama polar para o modo TM_{10}^r na antena linearmente polarizada projetada com base nas dimensões da Tabela 4.5.

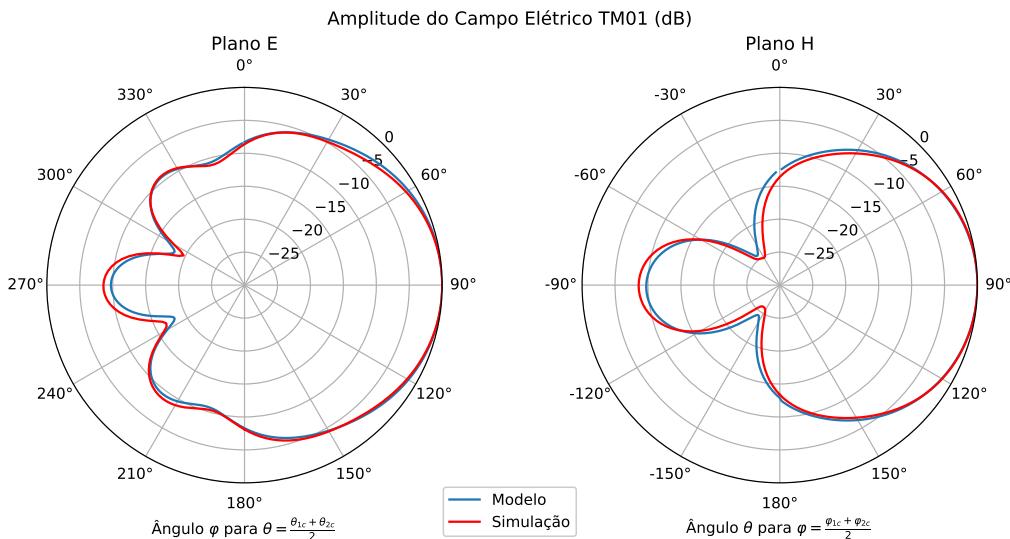


FIGURA 4.35 – Comparação entre as amplitudes normalizadas das componentes de campo distante nos planos E e H do modelo desenvolvido e da simulação em um diagrama polar para o modo TM_{01}^r na antena linearmente polarizada projetada com base nas dimensões da Tabela 4.5.

Por fim, ilustra-se, na Figura 4.36, o padrão tridimensional do campo distante irradiado da antena linearmente polarizada no modo TM_{01}^r em relação à geometria da antena, com o intuito de verificar seu comportamento direcional. Note que o campo é intenso nas proximidades de seu plano E, em $\theta = \pi/2$, e fica rapidamente menos intenso ao se afastar

desse valor, como esperado para esse modo excitado e observável também no diagrama polar da direita na Figura 4.35, com um ângulo de meia potência menor no plano H.

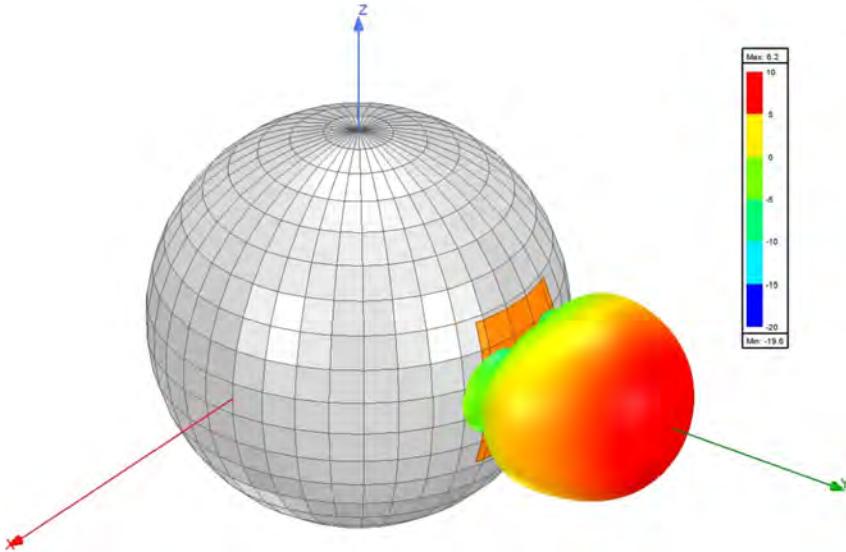


FIGURA 4.36 – Ganho total em relação à geometria da antena linearmente polarizada no modo TM_{01}^r projetada no *software HFSS*.

4.4 Antena circularmente polarizada com uma ponta de prova na diagonal

A Figura 4.38 ilustra o modelo para a antena de microfita esférica com polarização circular e apenas uma ponta de prova coaxial, construída no *software Ansys HFSS* e parametrizada com base nos resultados do código de síntese da antena, o qual foi implementado de acordo com o algoritmo descrito na Seção 3.2. Os parâmetros obtidos na síntese estão descritos na Tabela 4.6 e é possível comparar o modelo do *software HFSS* com o do programa, exibido na Figura 4.37. Observe que, após a correção de estimativa dos campos de franja, os comprimentos angulares e as coordenadas da ponta de prova tiveram desvios absolutos menores que 1° , o que indica uma boa estimativa do modelo. A execução completa do programa de projeto da antena circularmente polarizada levou cerca de 6 min em um computador pessoal, ao passo que a simulação no *software HFSS* levou 21 min para executar apenas uma análise inicial da antena. Além disso, observou-se que os comprimentos angulares da cavidade equivalente obtidos na síntese e registrados na Tabela 4.6, ao serem multiplicados pelo raio externo b da antena, se aproximam de meio comprimento de onda na cavidade, isto é, $1/(2f\sqrt{\mu_0\varepsilon_s})$, como seria esperado no caso de um projeto de antena de microfita plana.

É importante ressaltar que, na construção do modelo da antena esférica no *software HFSS*, os volumes curvos foram construídos pela união de regiões com forma de troncos de

pirâmide de base retangular, de modo que as superfícies que delimitam o volume fossem faces planas. Do mesmo modo, as superfícies curvas, como a do *patch*, também foram construídas como uma união de retângulos planos. Essa é uma das possíveis formas de evitar prováveis erros na geração da malha de tetraedros, que podem ocorrer ao se utilizar as funções-padrão de superfícies e volumes curvos do programa em algumas versões.

TABELA 4.6 – Parâmetros determinados no código computacional e testados na simulação do *software Ansys HFSS* da antena circularmente polarizada com uma ponta de prova na diagonal.

Parâmetro	Unidade	Valor projetado	Valor após correção
Comprimento angular da cavidade equivalente na direção θ , $\Delta\theta$	grau	34,498	-
Comprimento angular da cavidade equivalente na direção φ , $\Delta\varphi$	grau	34,183	-
Comprimento angular do <i>patch</i> retangular na direção θ , $\Delta\theta_a$	grau	32,752	33,467
Comprimento angular do <i>patch</i> retangular na direção φ , $\Delta\varphi_a$	grau	32,437	33,192
Localização do centro da ponta de prova na direção θ , θ_1^p	grau	95,659	95,801
Localização do centro da ponta de prova na direção φ , φ_1^p	grau	94,455	94,291
Proporção entre os modos excitados, p	-	0,5892	-

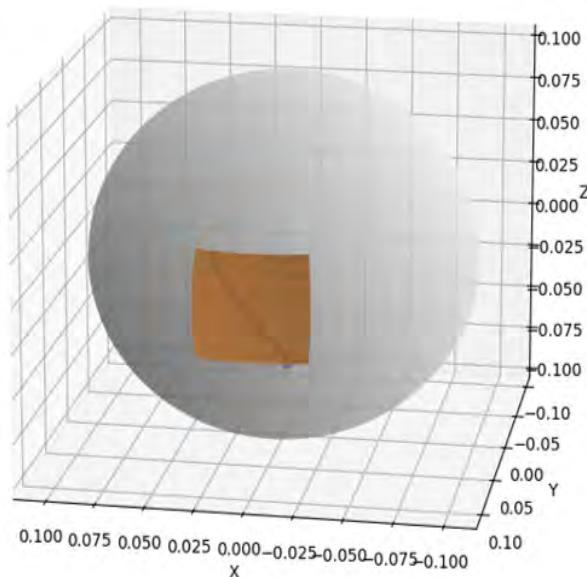


FIGURA 4.37 – Antena de microfita esférica com polarização circular construída a partir do programa em linguagem *Python*.

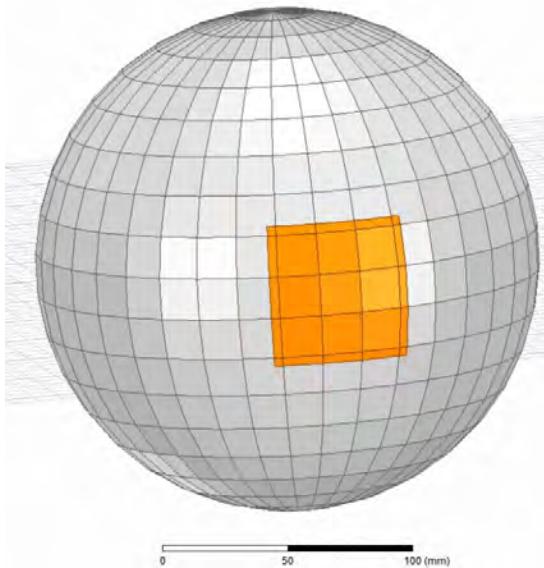


FIGURA 4.38 – Antena de microfita esférica com polarização circular construída no *software HFSS*, com alimentação por uma ponta de prova coaxial.

Ademais, obteve-se no programa de síntese da antena uma ilustração do lugar geométrico da ponta de prova que gera razão axial unitária, como descrito em (3.12), dada na Figura 4.39. Seguindo o contorno desse lugar geométrico, ilustrou-se graficamente a impedância de entrada em 1575 MHz em função da componente polar θ na Figura 4.40, a fim de avaliar seu comportamento. Com o projeto, também foi possível determinar a posição da ponta de prova em que a impedância de entrada é $Z_{in_1} = 50 \Omega$, de acordo com os valores registrados na Tabela 4.6, como mostrado na Figura 4.41.

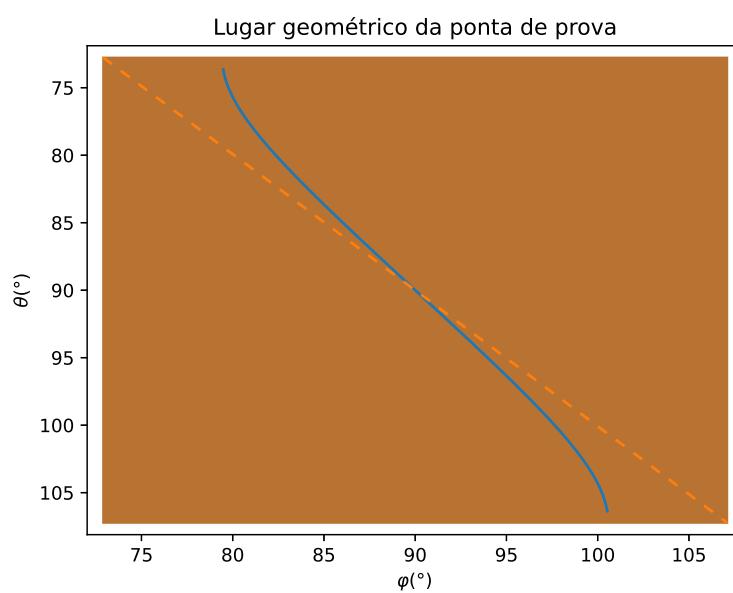


FIGURA 4.39 – Lugar geométrico da ponta de prova para $RA = 1$ no *patch* da antena circularmente polarizada projetada (frequência de 1575 MHz).

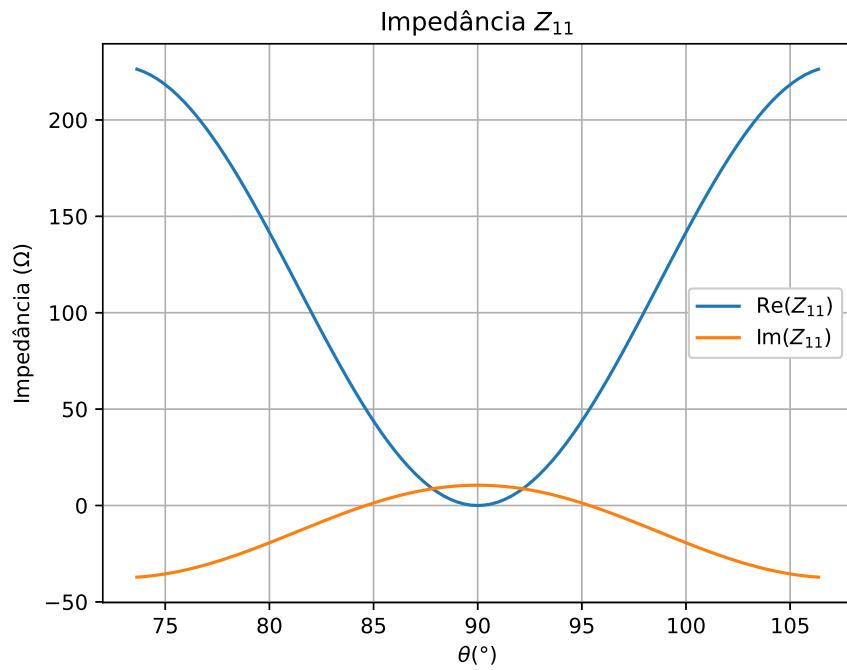


FIGURA 4.40 – Impedância de entrada em 1575 MHz em função da ponta de prova posicionada no ângulo polar θ , para $\varphi_1^p(\theta)$ dado em (3.12) no *patch* metálico.

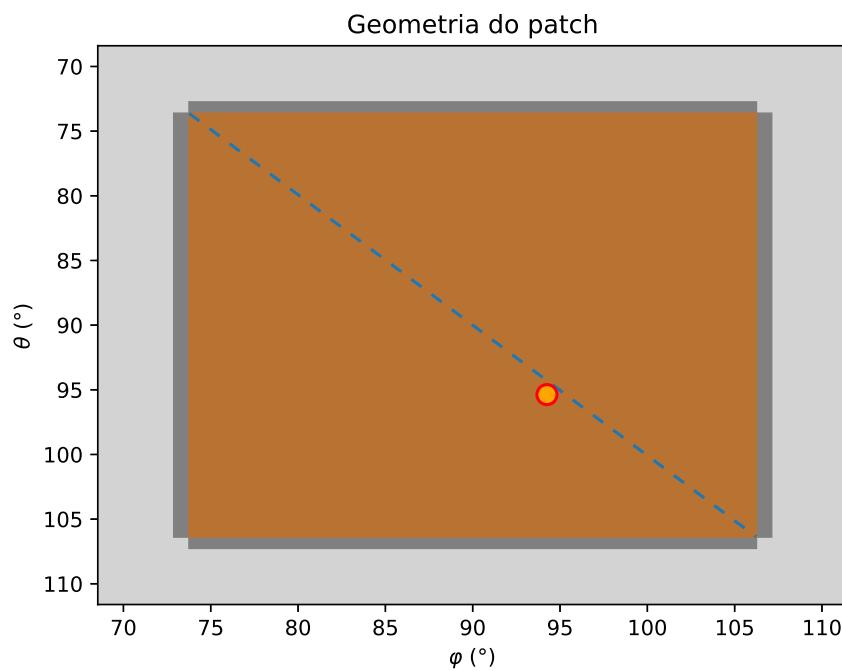


FIGURA 4.41 – Posição da ponta de prova na geometria do *patch* para $Z_{in1} = 50 \Omega$ na antena circularmente polarizada projetada.

A impedância de entrada $Z_{in1} = Z_{11}$ também foi comparada entre o programa e a simulação, como exibido na Figura 4.42. Note que houve um pequeno deslocamento na

frequência para próximo de $1,612 \text{ GHz}$, o que indica uma estimativa menos acurada da largura das fendas em (2.150), como ocorreu nas antenas linearmente polarizadas. A comparação entre as impedâncias na carta de Smith se encontra na Figura 4.43.

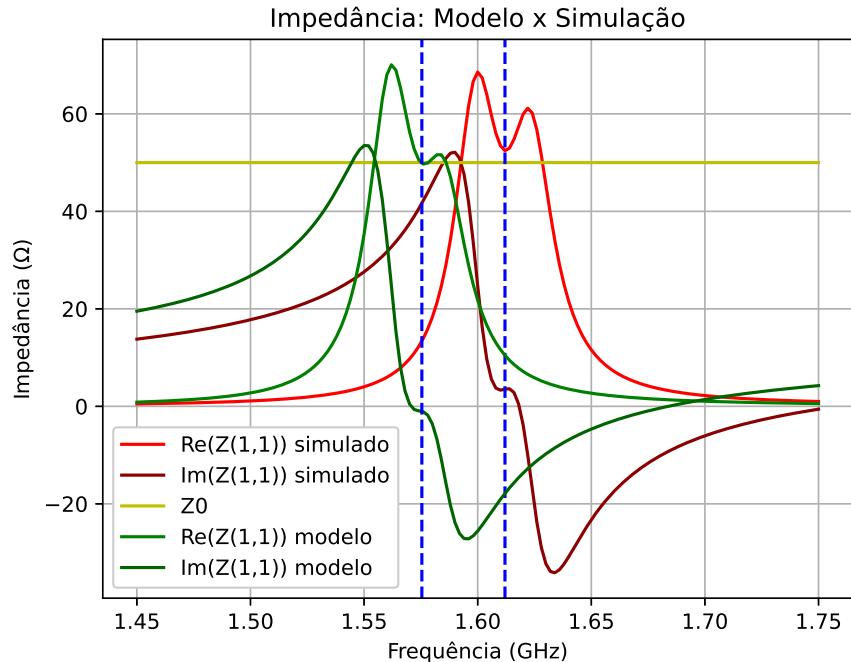


FIGURA 4.42 – Comparação entre as impedâncias do modelo desenvolvido e da simulação para a antena circularmente polarizada projetada.

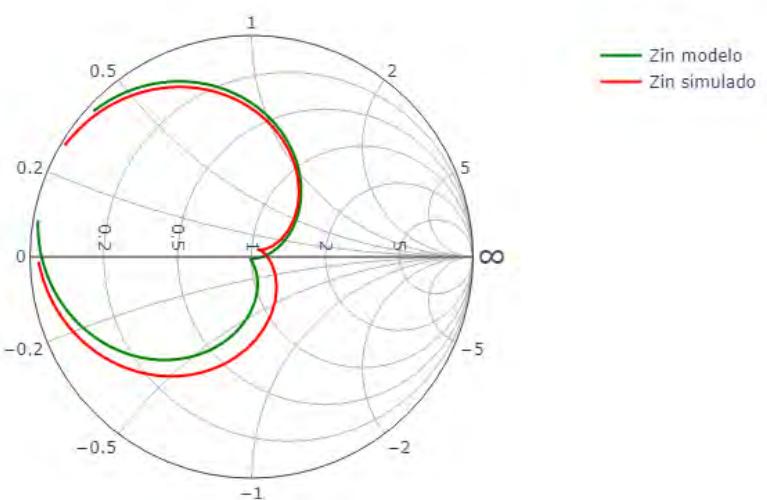


FIGURA 4.43 – Comparação entre as impedâncias do modelo desenvolvido e da simulação na carta de Smith para a antena circularmente polarizada projetada.

De maneira análoga às antenas linearmente polarizadas, como detalhado na Seção 4.3, conduziu-se, em seguida, a otimização da antena circularmente polarizada com uma ponta de prova próxima à diagonal no *software Ansys HFSS*, a fim de corrigir o efeito da estimativa dos campos de franja, utilizando-se as relações de escalonamento em (3.18) e (3.19) e um deslocamento da posição da ponta de prova, para ajustar o casamento de impedância. Esse procedimento permite a obtenção de uma cavidade equivalente mais próxima à projetada, devido a um dimensionamento mais acurado dos campos de franja. Ainda que seja necessária essa otimização posterior, partir desse ponto do pré-projeto acelera a obtenção do projeto final. Os valores dos parâmetros otimizados após essa correção se encontram na Tabela 4.6. Observe que, para uma melhora na acurácia dos resultados finais de campo distante irradiado, utilizou-se um número maior de segmentos no modelo da esfera e uma *Perfect Matched Layer, PML*, em vez de uma *Radiation Box*, a fim de corrigir possíveis imprecisões da *Radiation Box* em geometrias com curvatura, nas quais os campos irradiados podem atingir a caixa segundo um ângulo muito distinto do ângulo reto. Assim, a geometria da antena resultante da correção no *software* se encontra na Figura 4.44.

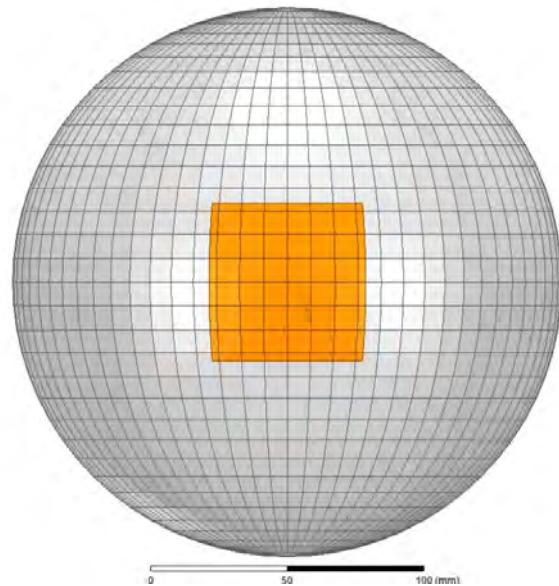


FIGURA 4.44 – Antena de microfita esférica com polarização circular no *software HFSS* após a correção da estimativa dos campos de franja, com alimentação por uma ponta de prova coaxial.

Nas Figuras 4.45, 4.46 e 4.47, comparam-se, respectivamente, as impedâncias de entrada, os coeficientes de reflexão e as impedâncias representadas na carta de Smith para a antena circularmente polarizada, advindas do modelo analítico e dos resultados obtidos para a antena após a correção supracitada. Note que foi atingida uma banda de 29,3 MHz.

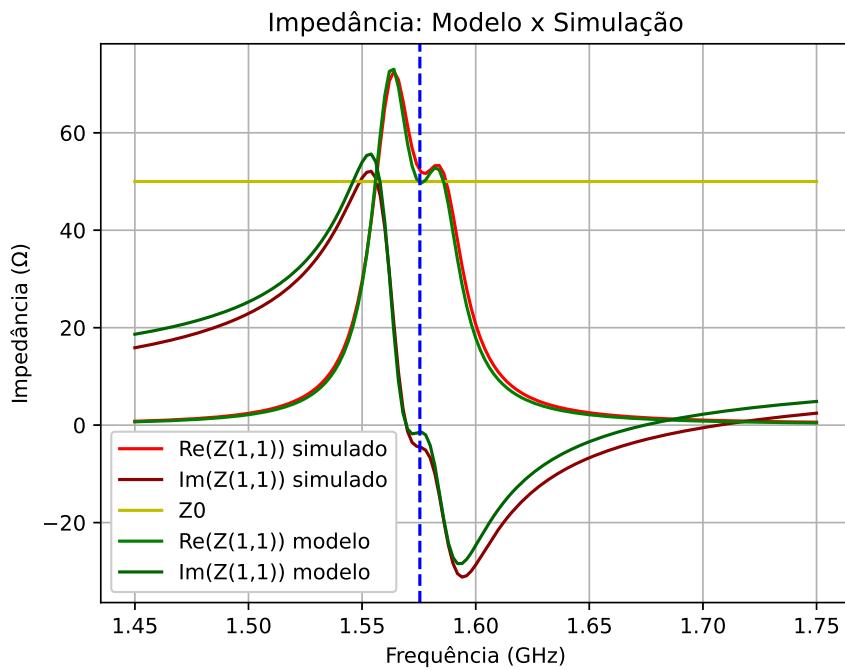


FIGURA 4.45 – Comparação entre as impedâncias do modelo desenvolvido e da simulação para a antena circularmente polarizada otimizada.

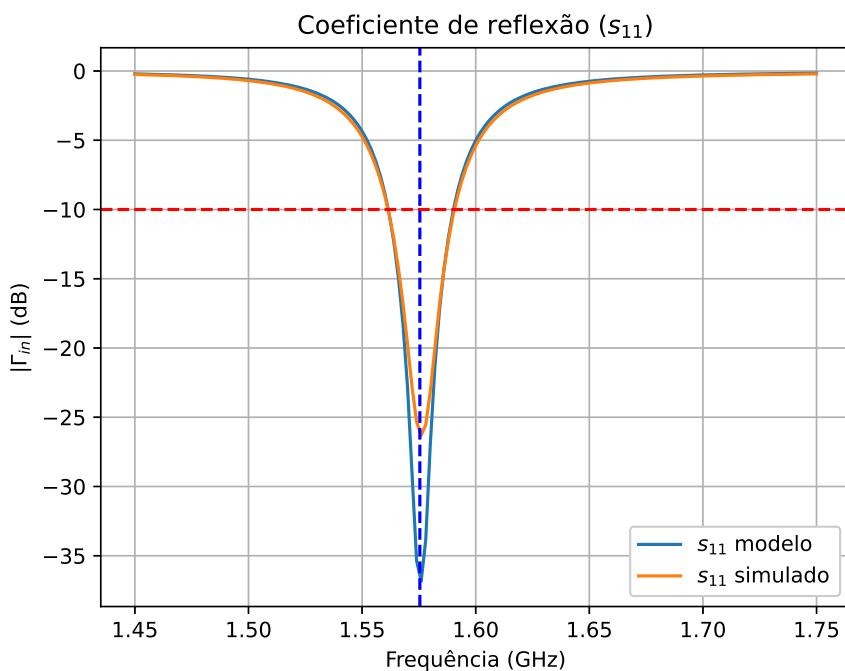


FIGURA 4.46 – Comparação entre os coeficientes de reflexão do modelo desenvolvido e da simulação para a antena circularmente polarizada otimizada.

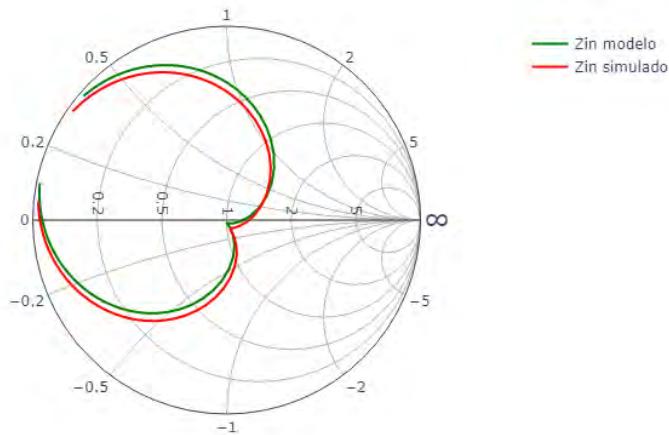


FIGURA 4.47 – Comparaçāo entre as impedâncias do modelo desenvolvido e da simulação na carta de Smith para a antena circularmente polarizada otimizada.

Ademais, as Figuras 4.48, 4.49 e 4.50 mostram o comportamento da razão axial do campo irradiado da antena, respectivamente, em função da frequência e ao longo das direções θ e φ , em linhas que contêm o centro geométrico do *patch*. Veja que, para essa antena, obteve-se uma banda de frequências com $RA \leq 3 \text{ dB}$ de $7,5 \text{ MHz}$ e com $RA \leq 6 \text{ dB}$ de $15,5 \text{ MHz}$.

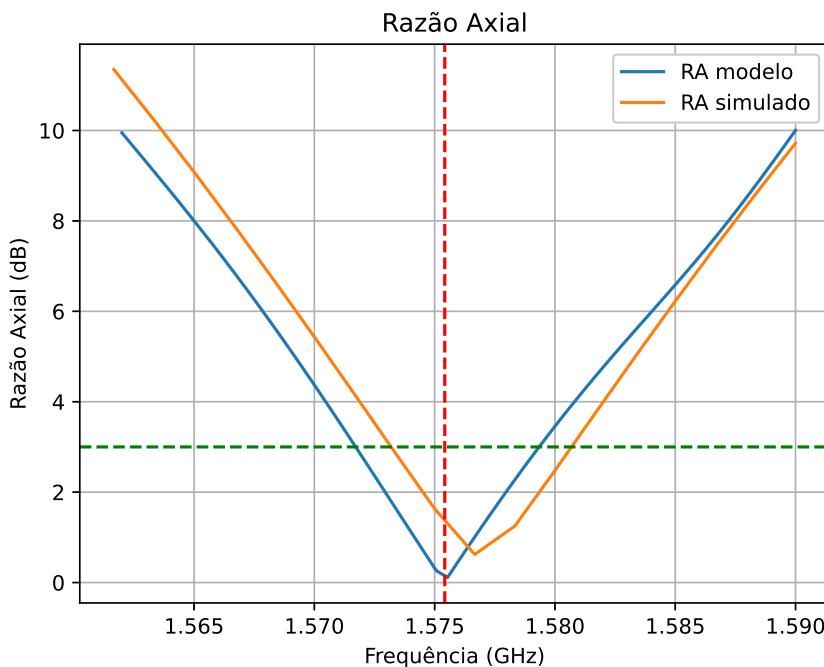


FIGURA 4.48 – Comparaçāo entre a razão axial na *broadside* em função da frequência do modelo desenvolvido e da simulação para a antena circularmente polarizada otimizada.

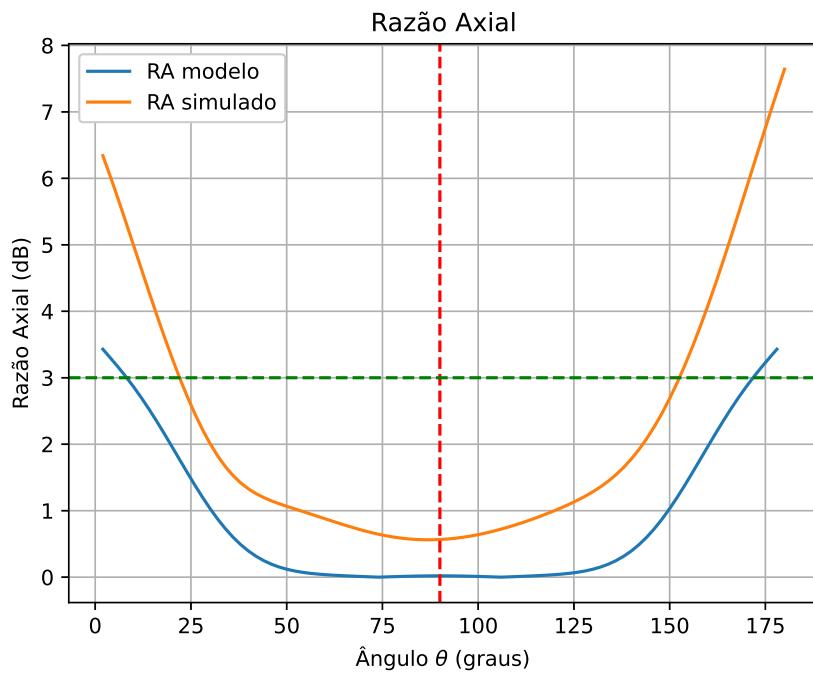


FIGURA 4.49 – Comparaçāo entre a razāo axial na direção θ do modelo desenvolvido e da simulaçāo para a antena circularmente polarizada otimizada – $f = 1575 \text{ MHz}$.

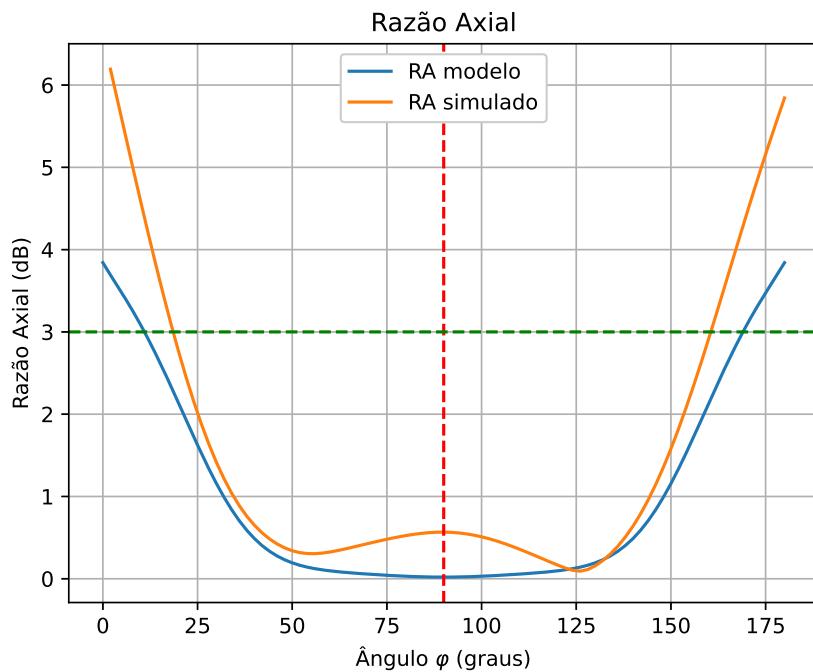


FIGURA 4.50 – Comparaçāo entre a razāo axial na direção φ do modelo desenvolvido e da simulaçāo para a antena circularmente polarizada otimizada – $f = 1575 \text{ MHz}$.

A Figura 4.51 exibe as amplitudes normalizadas das componentes do campo distante irradiado $E_{t\theta}(r, \theta, \varphi)$ e $E_{t\varphi}(r, \theta, \varphi)$, descritas ao longo das direções θ e φ da antena circu-

larmente polarizada e obtidas a partir do modelo analítico utilizado e, então, as compara com os campos advindos da simulação no software *HFSS*. A Figura 4.52 faz o mesmo para as componentes $E_{RHCP}(r, \theta, \varphi)$ e $E_{LHCP}(r, \theta, \varphi)$ do campo, indicando que a antena tem polarização circular à esquerda. Em seguida, a Figura 4.53 registra o padrão do campo gerado a partir do método da antena linear girante obtido por meio do código em *Python* desenvolvido, e a Figura 4.54 registra o mesmo padrão, mas obtido a partir dos dados da simulação no software *HFSS*.

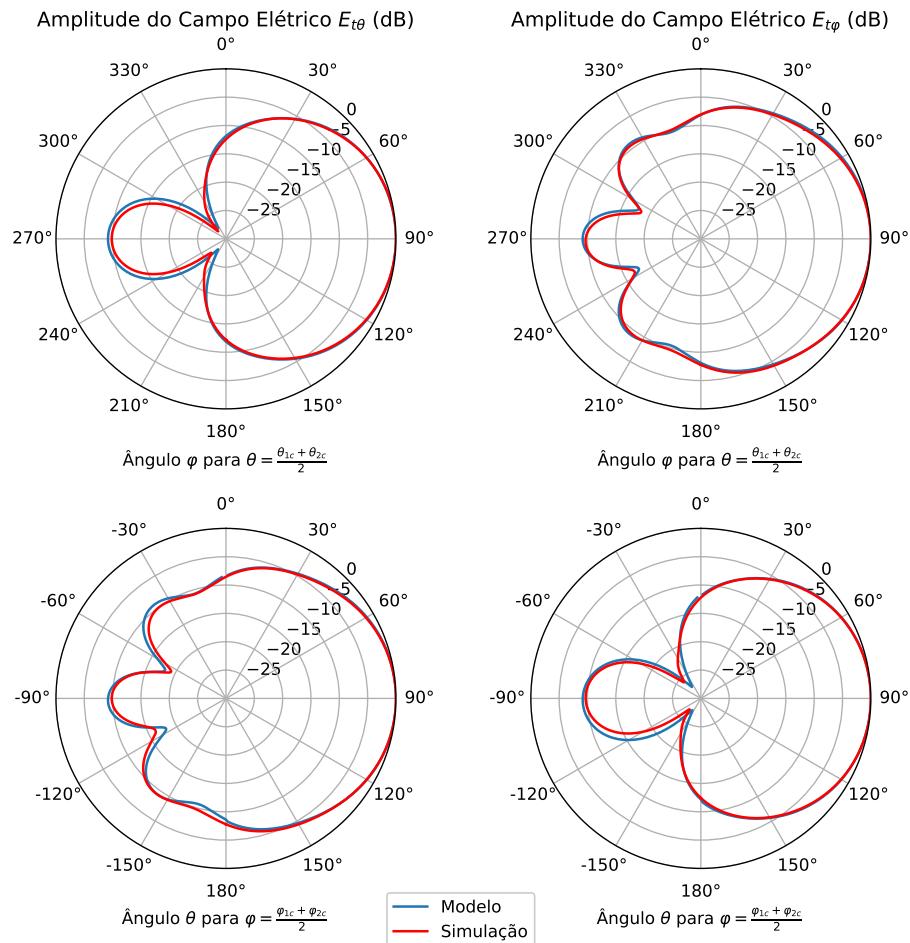


FIGURA 4.51 – Comparação entre as amplitudes normalizadas das componentes $E_{t\theta}(r, \theta, \varphi)$ e $E_{t\varphi}(r, \theta, \varphi)$ do campo distante irradiado ao longo das direções θ e φ do modelo desenvolvido e da simulação para a antena circularmente polarizada – $f = 1575 \text{ MHz}$.

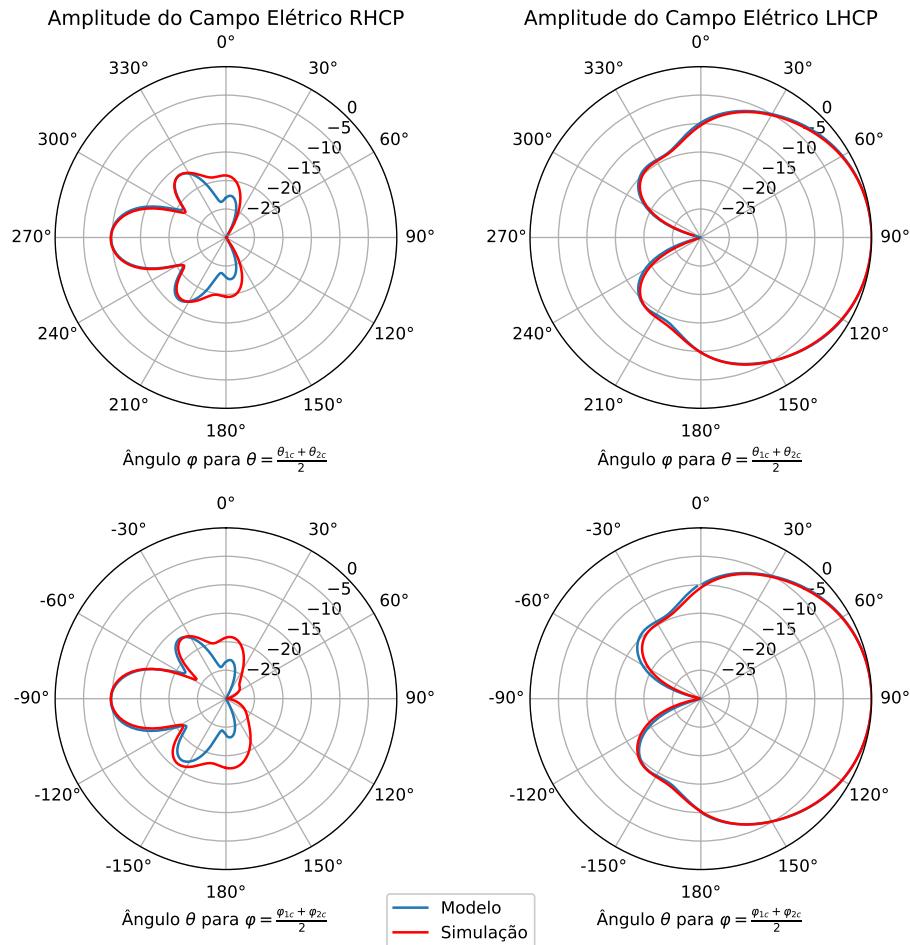


FIGURA 4.52 – Comparação entre as amplitudes normalizadas das componentes $E_{RHCP}(r, \theta, \varphi)$ e $E_{LHCP}(r, \theta, \varphi)$ do campo distante irradiado ao longo das direções θ e φ do modelo desenvolvido e da simulação para a antena circularmente polarizada – $f = 1575 \text{ MHz}$.

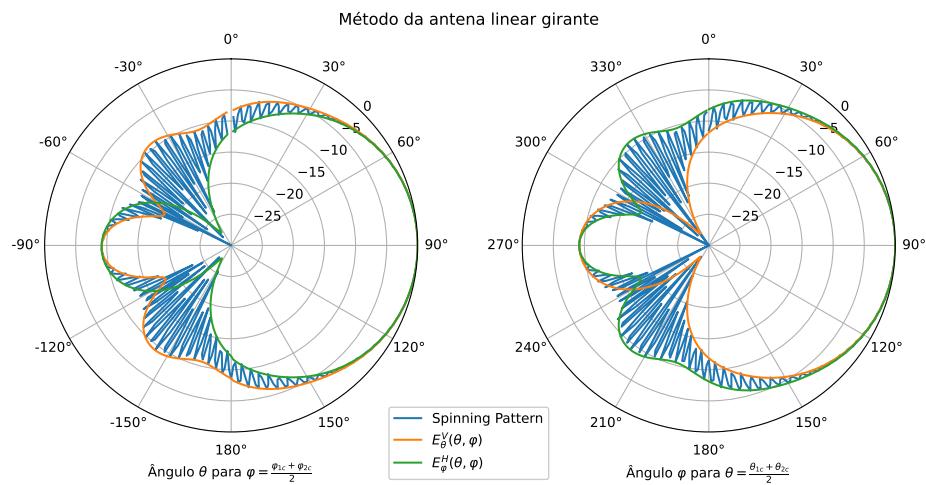


FIGURA 4.53 – Padrão $E_g(r, \theta, \varphi)$ do método da antena linear girante ao longo das direções θ e φ advindo do modelo analítico desenvolvido para a antena circularmente polarizada – $f = 1575 \text{ MHz}$.

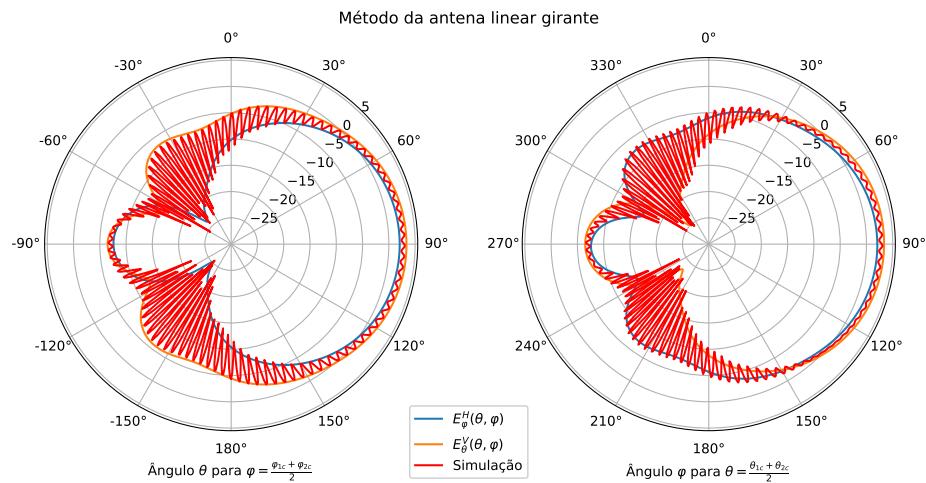


FIGURA 4.54 – Padrão $E_g(r, \theta, \varphi)$ do método da antena linear girante ao longo das direções θ e φ advindo dos dados da simulação no software HFSS da antena circularmente polarizada – $f = 1575\text{ MHz}$.

A partir das expressões codificadas de eficiência de irradiação, ganho e diretividade para a antena circularmente polarizada, foram obtidos os valores registrados na Tabela 4.10. Observe que o ganho ficou bem próximo do previsto analiticamente, com um desvio de apenas 0,40 dB.

Por fim, ilustra-se na Figura 4.55 o padrão tridimensional do campo distante irradiado circularmente polarizado à esquerda em relação à geometria da antena.

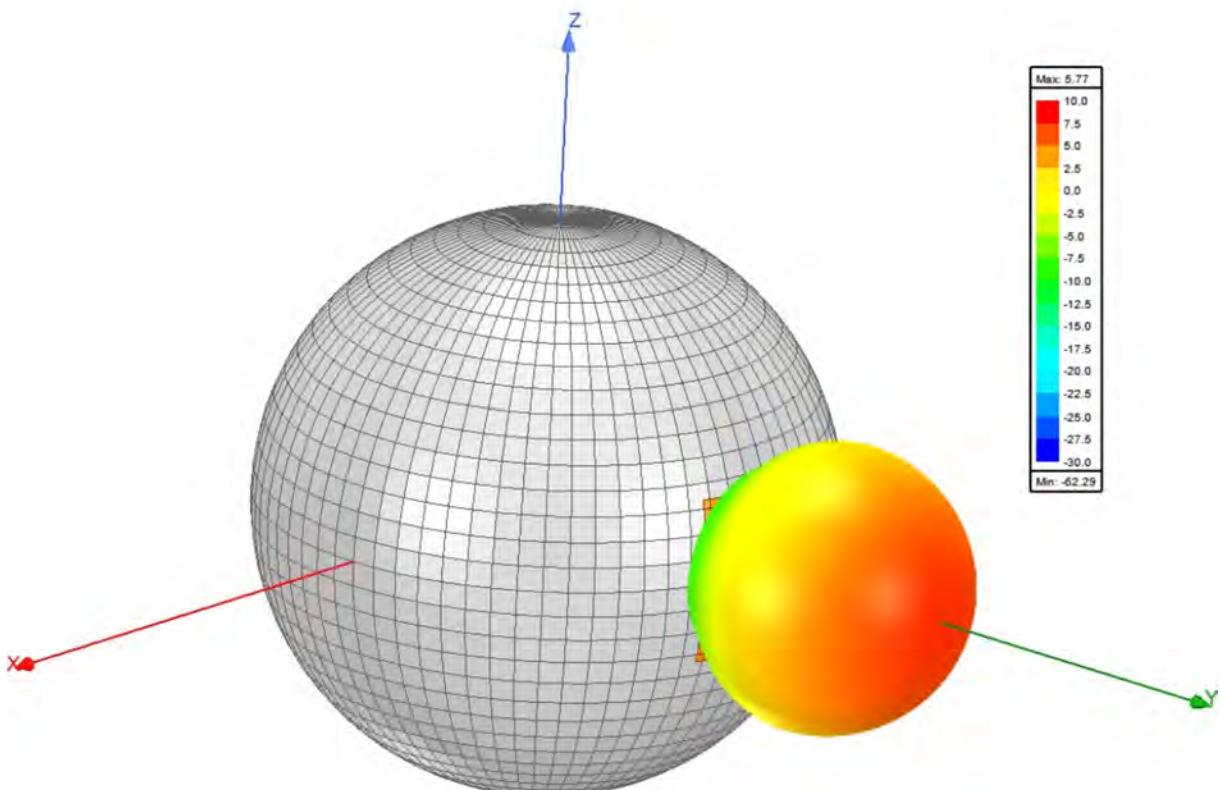


FIGURA 4.55 – Ganhador circularmente polarizado à esquerda em relação à geometria da antena circularmente polarizada projetada no software HFSS.

Uma antena semelhante foi simulada com os mesmos parâmetros, exceto pela ponta de prova, cuja componente θ_1^p foi colocada em $84,199^\circ$ em vez de $95,801^\circ$, ou seja, espelhada em relação ao plano xy . O resultado foi completamente análogo ao obtido anteriormente, porém com a polarização circular à direita (*RHCP*) em vez de à esquerda (*LHCP*), como esperado considerando-se a simetria.

4.5 Antena circularmente polarizada com duas pontas de prova ortogonais

O projeto da antena circularmente polarizada com duas pontas de prova em eixos de simetria ortogonais do *patch* foi conduzido de acordo com a sequência de passos da Seção 3.3, seguido da correção de estimativa dos campos de franja guiada pelo *software HFSS*, como descrito para o caso da antena com apenas uma ponta de prova. Assim, a geometria projetada para o *patch* é exibida na Figura 4.57, enquanto a geometria final da antena no *software HFSS* está ilustrada na Figura 4.56 e registrada na Tabela 4.7 em mais detalhes.

TABELA 4.7 – Parâmetros obtidos em simulação, no *software Ansys HFSS*, da antena circularmente polarizada com duas pontas de prova.

Parâmetro	Unidade	Valor adotado	Valor após correção
Comprimento angular da cavidade equivalente na direção θ , $\Delta\theta$	grau	34,191	-
Comprimento angular da cavidade equivalente na direção φ , $\Delta\varphi$	grau	34,389	-
Comprimento angular do <i>patch</i> retangular na direção θ , $\Delta\theta_a$	grau	32,444	33,203
Comprimento angular do <i>patch</i> retangular na direção φ , $\Delta\varphi_a$	grau	32,643	33,416
Localização do centro da ponta de prova 1 na direção θ , θ_1^p	grau	90,0	90,0
Localização do centro da ponta de prova 1 na direção φ , φ_1^p	grau	94,736	95,036
Localização do centro da ponta de prova 2 na direção θ , θ_2^p	grau	94,669	95,069
Localização do centro da ponta de prova 2 na direção φ , φ_2^p	grau	90,0	90,0
Razão entre as correntes de alimentação complexas I_2 e I_1 , I_2/I_1	-	$0,00792 + 1,00643j$	-

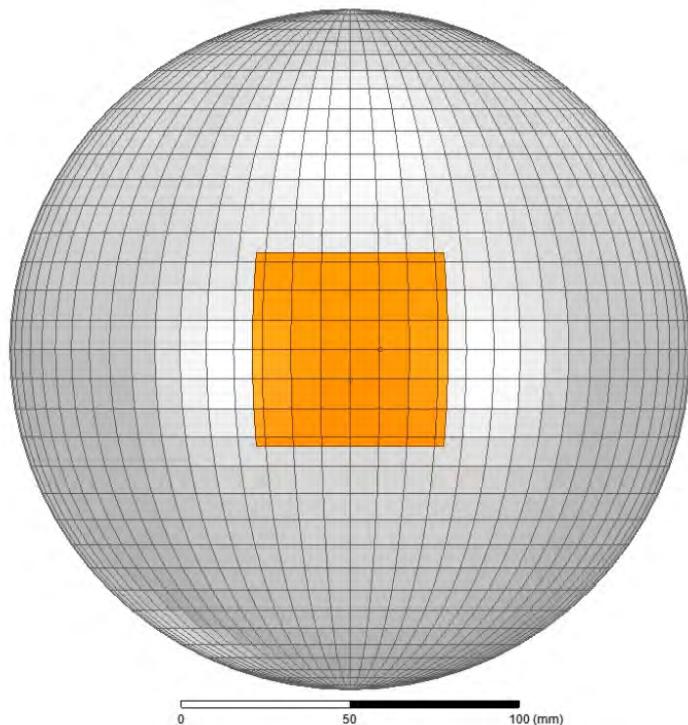


FIGURA 4.56 – Antena de microfita esférica com polarização circular construída no software *HFSS*, com alimentação por duas pontas de prova coaxiais.

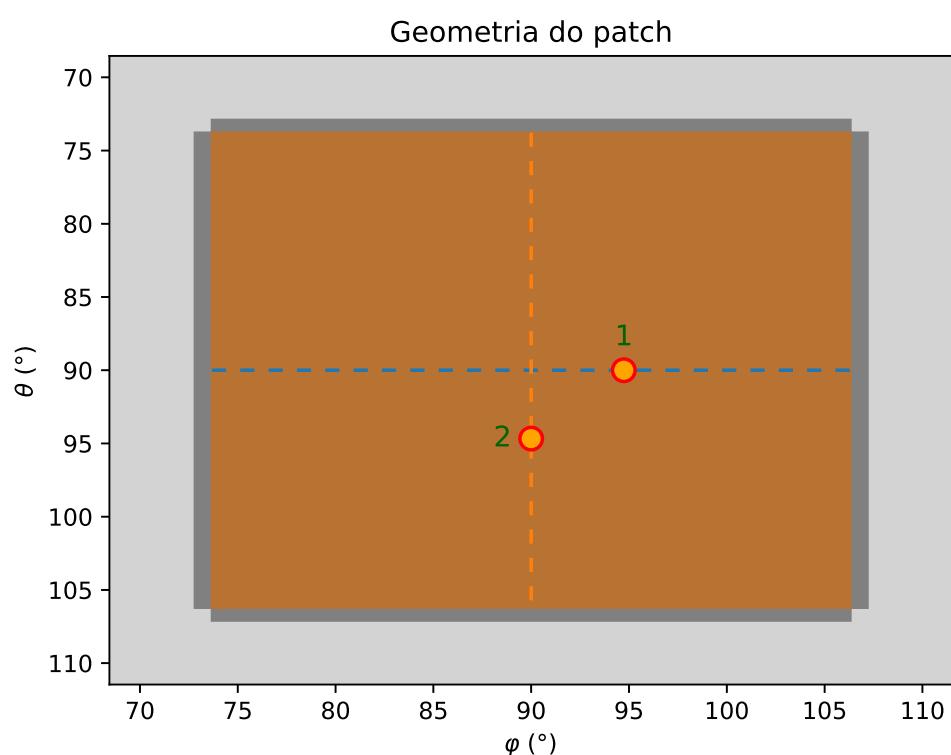


FIGURA 4.57 – Posição projetada das pontas de prova na geometria do *patch* que satisfazem a relação $\text{Re}\{Z_{in_1}\} = \text{Re}\{Z_{in_2}\} = 50 \Omega$ na antena circularmente polarizada com duas pontas de prova, cuja numeração está indicada.

Na Figura 4.58, apresentam-se as impedâncias Z_{qq} e as impedâncias de entrada Z_{in_q} projetadas de cada porta, $q = 1, 2$, a partir do modelo analítico para a síntese dessa antena. Note que $Z_{in_q} \approx Z_{qq}$, pois os termos de acoplamento são nulos a partir do modelo, e que a parte imaginária das impedâncias é próxima a 10Ω , ou seja, não é desprezível neste ponto do projeto.

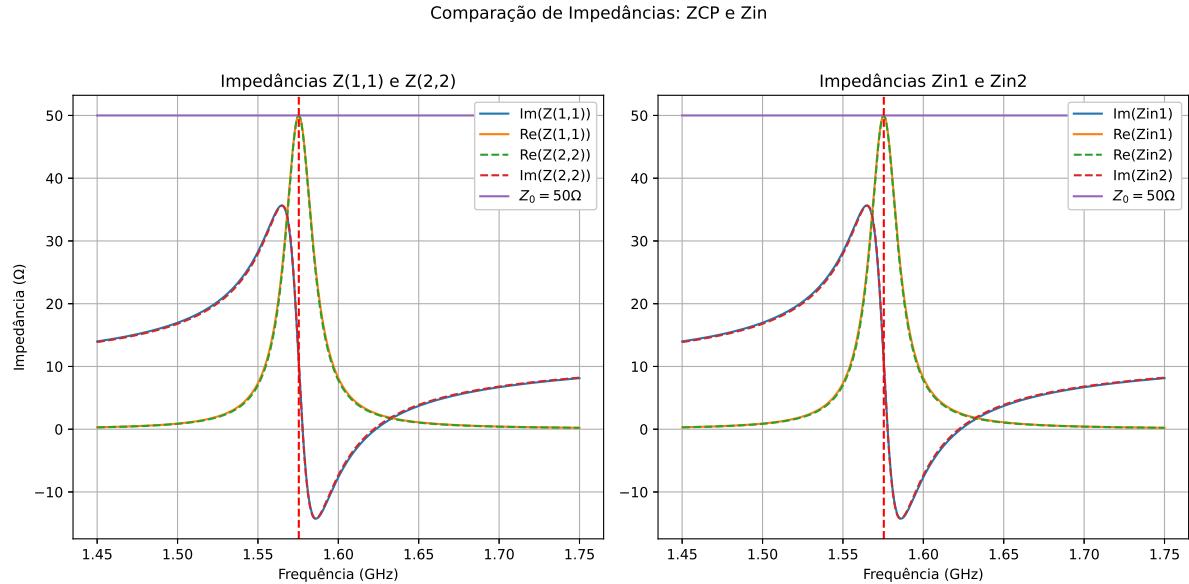


FIGURA 4.58 – Impedâncias do modelo desenvolvido para a antena circularmente polarizada com duas pontas de prova.

Enquanto isso, nas Figuras 4.59, 4.60 e 4.61, compararam-se, respectivamente, as impedâncias de entrada, os parâmetros s_{qs} e as impedâncias representadas na carta de Smith para a antena circularmente polarizada com duas pontas de prova, advindas do modelo analítico e dos resultados obtidos para a antena após a correção de estimativa dos campos de franja no software HFSS. Note que a impedância Z_{21} , mostrada na Figura 4.59 relativa à simulação, se aproxima de zero em toda a banda, como esperado, o acoplamento baixo também contribui para o s_{21} baixo na Figura 4.60. Além disso, foi atingida uma banda de 15,3 MHz em $|s_{11}|$ e em $|s_{22}|$ para essa antena.

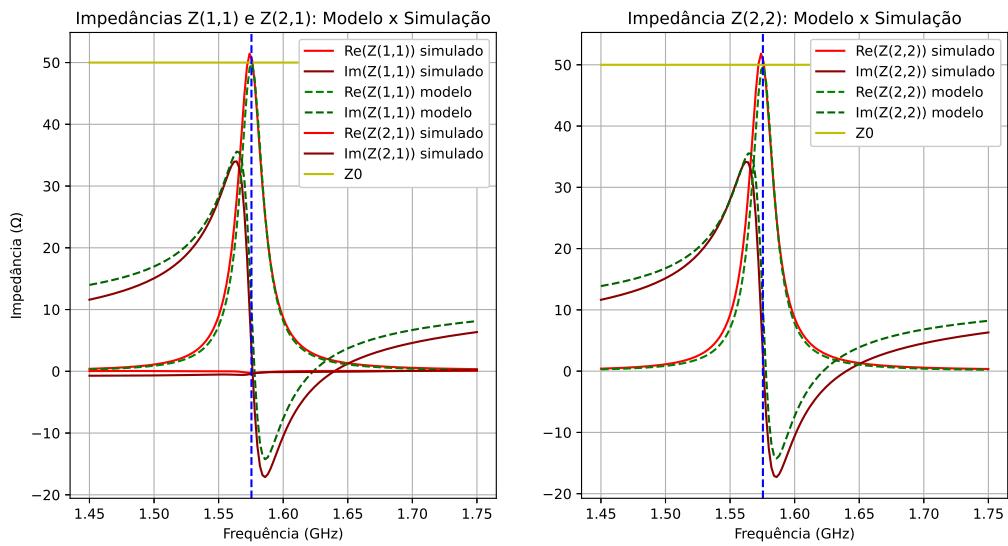


FIGURA 4.59 – Comparaçāo entre as impedâncias do modelo desenvolvido e da simulação para a antena circularmente polarizada com duas pontas de prova.

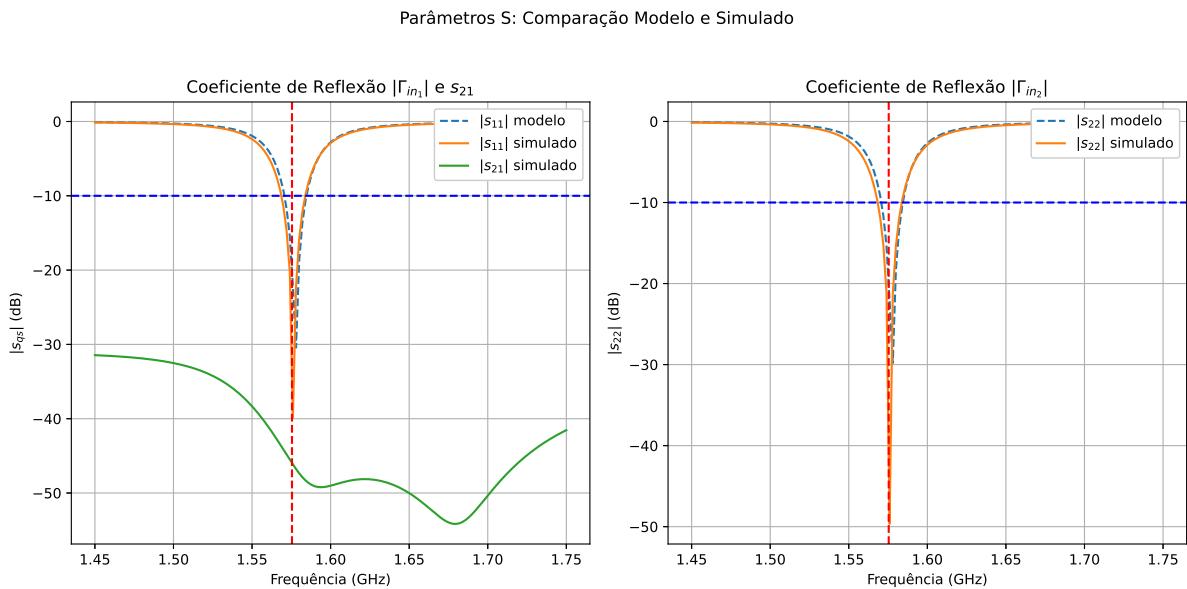


FIGURA 4.60 – Comparaçāo entre os parâmetros $|s_{qs}|$ do modelo desenvolvido e da simulação para a antena circularmente polarizada com duas pontas de prova.

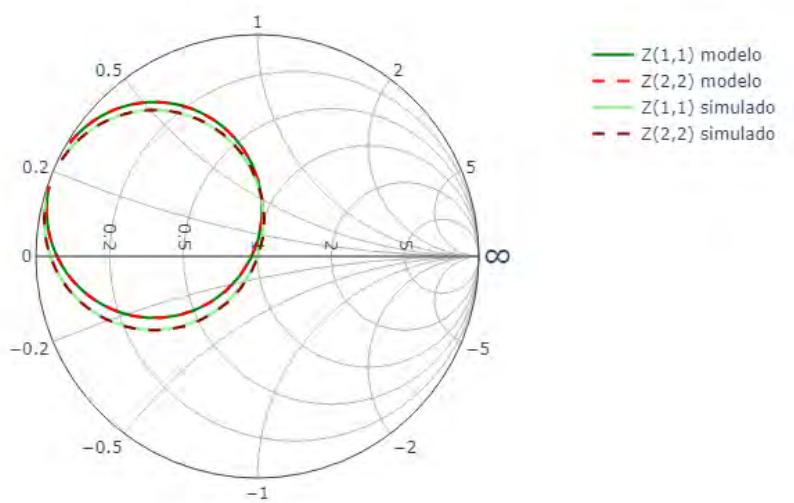


FIGURA 4.61 – Comparação entre as impedâncias do modelo desenvolvido e da simulação na carta de Smith para a antena circularmente polarizada com duas pontas de prova.

A seguir, as Figuras 4.62, 4.63 e 4.64 mostram o comportamento da razão axial do campo irradiado da antena, respectivamente, em função da frequência e ao longo das direções θ e φ , em linhas que contêm o centro geométrico do *patch*.

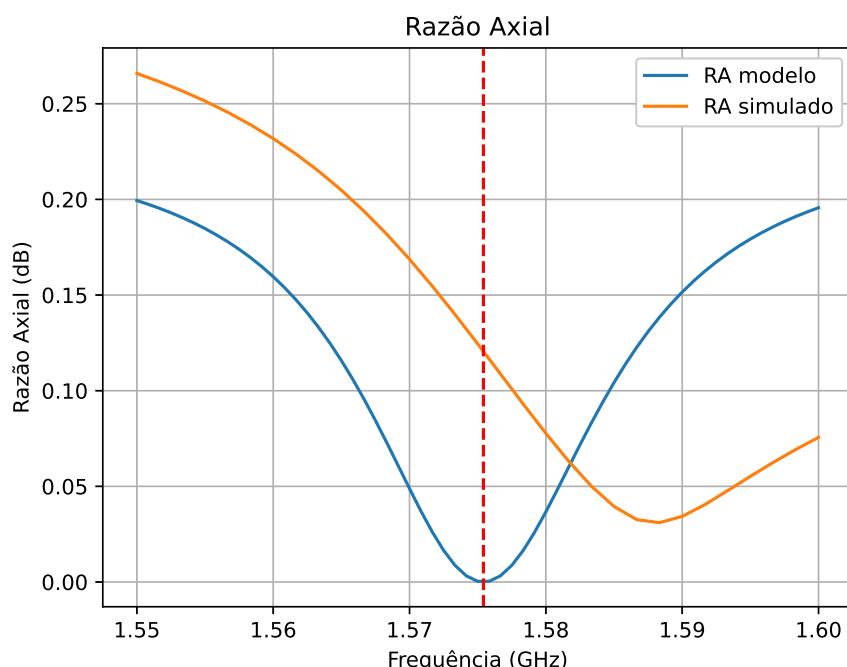


FIGURA 4.62 – Comparação entre a razão axial na *broadside* em função da frequência do modelo desenvolvido e da simulação para a antena circularmente polarizada com duas pontas de prova.

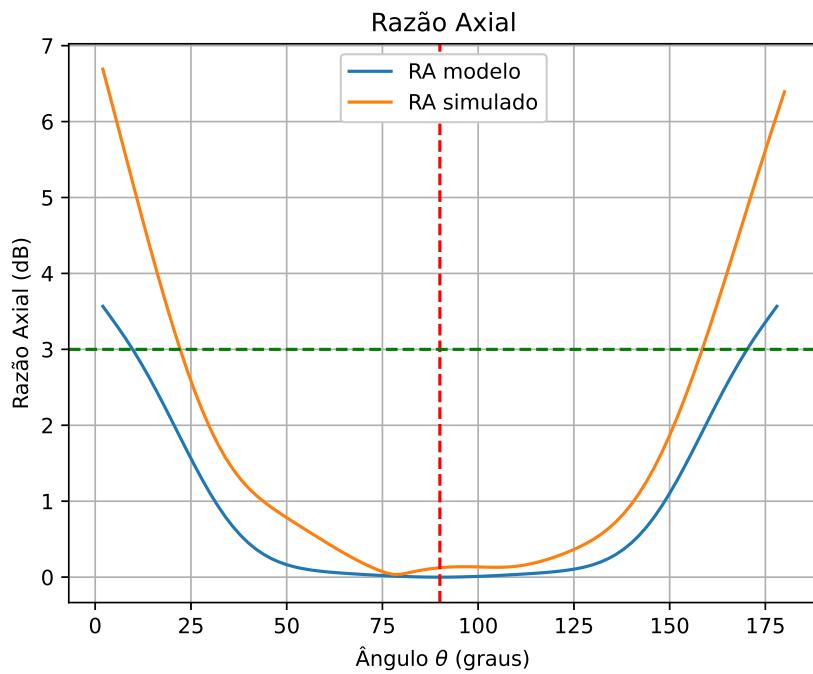


FIGURA 4.63 – Comparaçāo entre a razão axial na direção θ do modelo desenvolvido e da simulação para a antena circularmente polarizada com duas pontas de prova – $f = 1575 \text{ MHz}$.

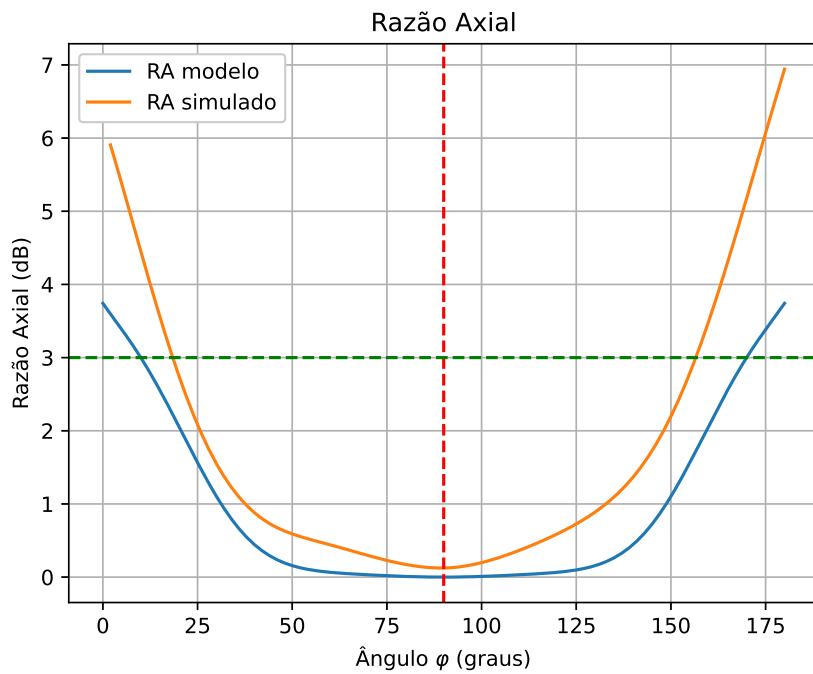


FIGURA 4.64 – Comparaçāo entre a razão axial na direção φ do modelo desenvolvido e da simulação para a antena circularmente polarizada com duas pontas de prova – $f = 1575 \text{ MHz}$.

A Figura 4.65 exibe as amplitudes normalizadas das componentes $E_{RHCP}(r, \theta, \varphi)$ e $E_{LHCP}(r, \theta, \varphi)$ do campo distante irradiado, descritas ao longo das direções θ e φ da antena

circularmente polarizada com duas pontas de prova e obtidas a partir do modelo analítico utilizado e as compara com os campos advindos da simulação no software *HFSS*, indicando que a antena tem polarização circular à direita. Ademais, os valores de diretividade, eficiência de irradiação e ganho foram registrados na Tabela 4.10, na qual se percebe que tais parâmetros são bem similares aos obtidos para a antena com apenas uma ponta de prova na diagonal.

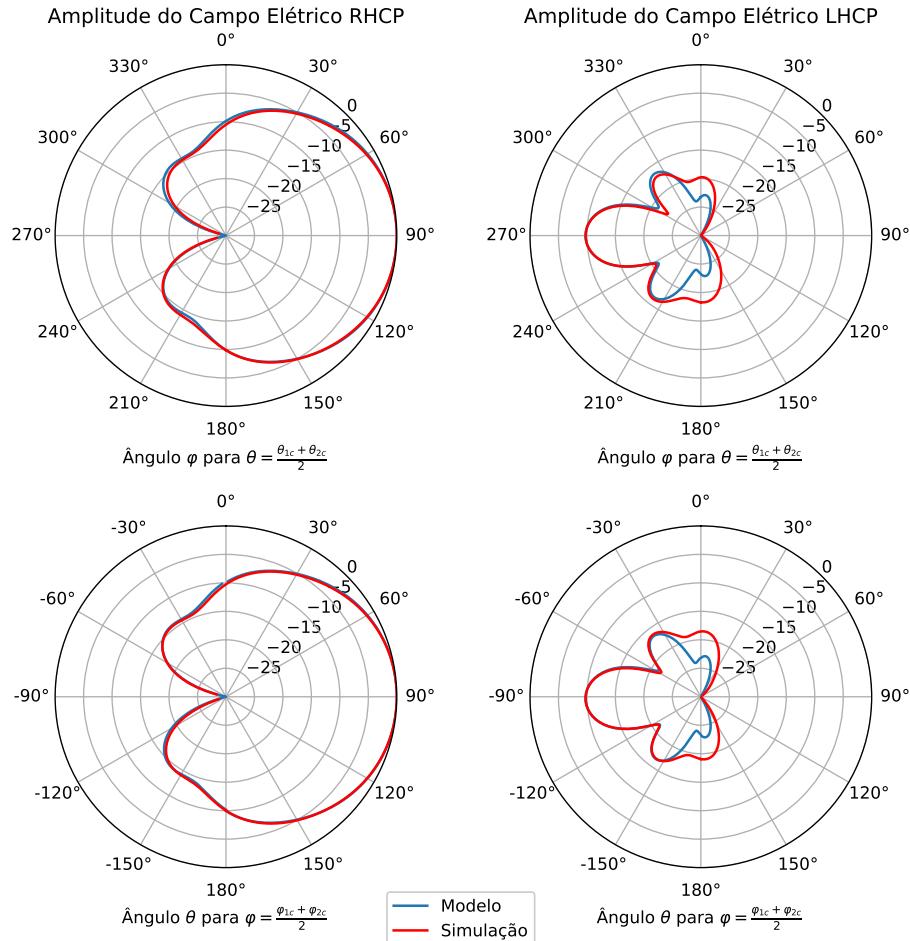


FIGURA 4.65 – Comparação entre as amplitudes normalizadas das componentes $E_{RHCP}(r, \theta, \varphi)$ e $E_{LHCP}(r, \theta, \varphi)$ do campo distante irradiado ao longo das direções θ e φ do modelo desenvolvido e da simulação para a antena circularmente polarizada com duas pontas de prova – $f = 1575 \text{ MHz}$.

Por fim, uma vez que a antena com duas pontas de prova pode demandar o uso de um circuito divisor de potência em sua implementação, foi simulada, com apoio do circuito da Figura 4.66, a antena alimentada por intermédio de um acoplador híbrido de 90° comercial, cujos dados de resposta em frequência advêm do modelo QCH-272+ da *Minicircuits*. Essa implementação de excitação livre poderia também ser usada para alternar facilmente o sentido de polarização da antena, caso também se colocasse antes do acoplador uma chave que possua as saídas não conectadas casadas em 50Ω . Portanto, observou-se o parâmetro $|s_{11}|$, a razão axial e a componente $E_{RHCP}(r, \theta, \varphi)$ nas Figuras 4.67, 4.68 e 4.69,

respectivamente, para comparação com o caso anterior de excitação forçada. Veja que houve pouca degradação dos parâmetros na faixa de frequências analisada, mesmo fora da faixa de casamento.

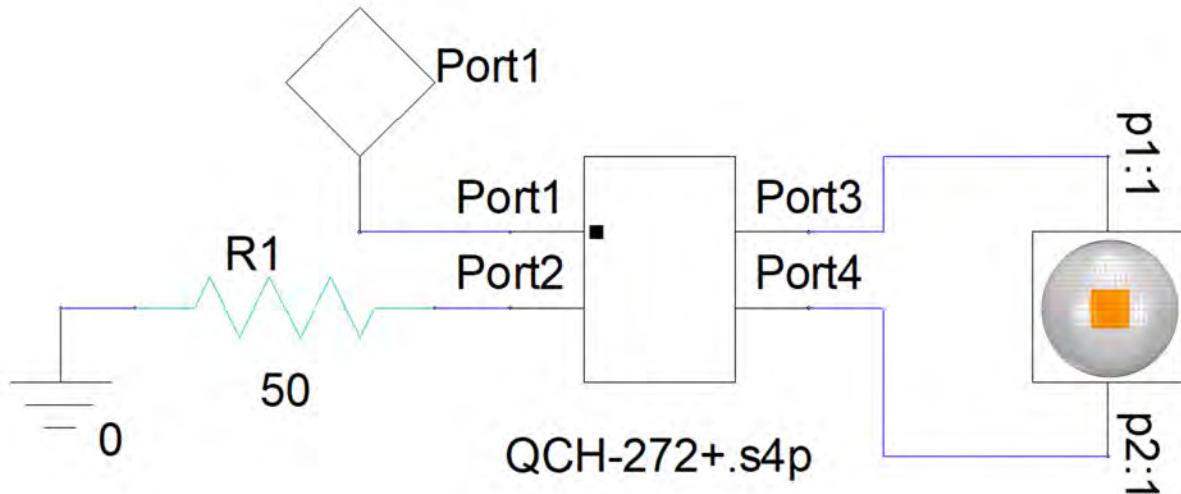


FIGURA 4.66 – Circuito para a simulação da antena circularmente polarizada com duas pontas de prova alimentada por intermédio de um acoplador híbrido de 90° comercial no software *Ansys HFSS*.

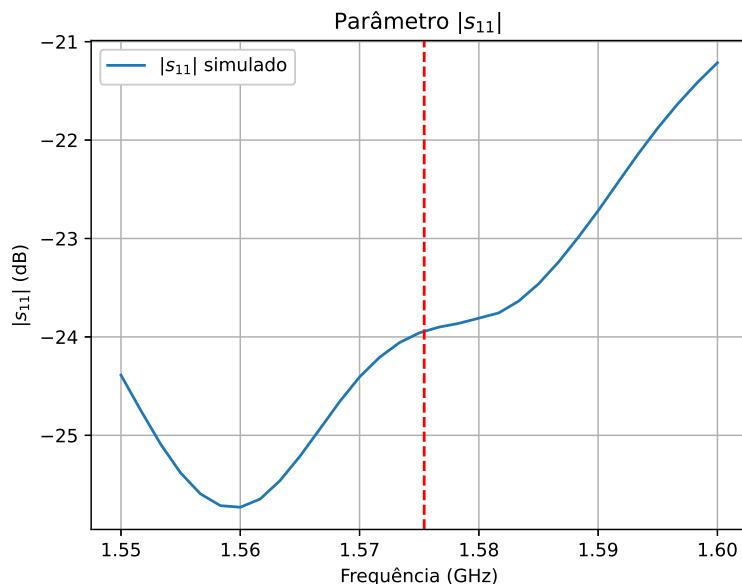


FIGURA 4.67 – Parâmetro $|s_{11}|$ da simulação da antena circularmente polarizada com duas pontas de prova e uma híbrida de 90°.

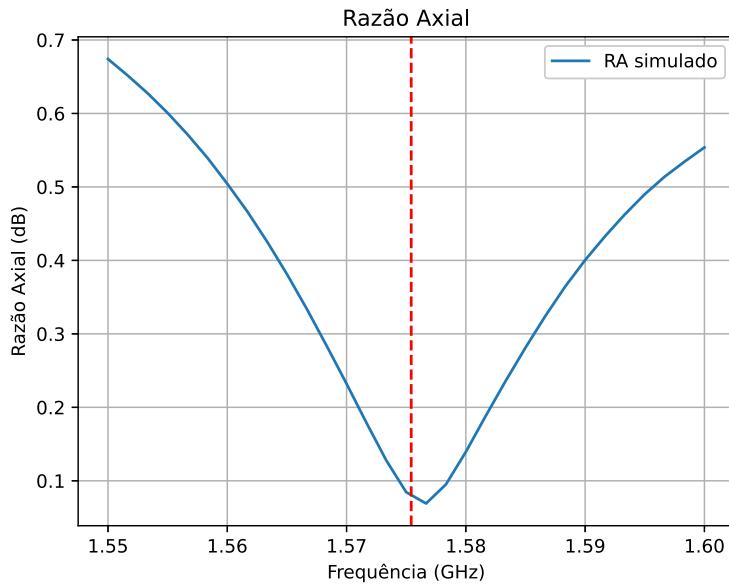


FIGURA 4.68 – Razão axial na *broadside* em função da frequência da simulação para a antena circularmente polarizada com duas pontas de prova e uma híbrida de 90° – $f = 1575\text{ MHz}$.

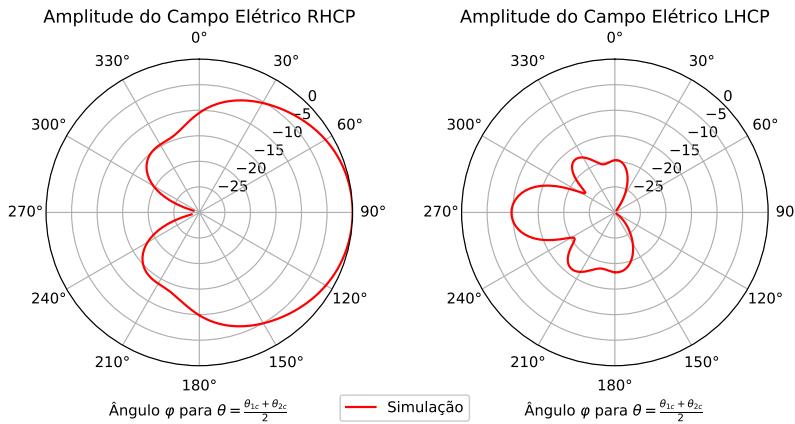


FIGURA 4.69 – Amplitudes normalizadas das componentes $E_{RHCP}(r, \theta, \varphi)$ e $E_{LHCP}(r, \theta, \varphi)$ do campo distante irradiado ao longo das direções θ e φ da simulação da antena circularmente polarizada com duas pontas de prova e uma híbrida de 90° .

Observe que os campos distantes na Figura 4.69 se assemelham bastante aos da configuração com excitação forçada, inclusive, chegou-se ao mesmo ganho de $5,77\text{ dBi}$. Ademais, a razão axial seguiu o comportamento previsto para a excitação livre, com maior degradação em frequências mais distantes da frequência central, ainda que tal degradação permaneça pouco significativa, pois a RA não atinge 1 dB . Por outro lado, o parâmetro $|s_{11}|$ apresentou casamento em uma faixa maior devido à presença da híbrida de 90° , mas isso não se reflete em uma melhora desse parâmetro para a antena isoladamente, pois, na verdade, as ondas refletidas na entrada da antena são direcionadas para a carga casada do acoplador, o qual é responsável por esse efeito de alargamento da faixa em sua porta de entrada.

4.6 Antena circularmente polarizada de cantos truncados

O projeto da antena circularmente polarizada de cantos truncados foi conduzido por intermédio do *software HFSS*, de acordo com a sequência de passos da Seção 3.3 e de um código auxiliar em *Python* para o cálculo das dimensões iniciais da antena de polarização linear, no começo do projeto, e da estimativa do ângulo α_c de remoção dos cantos truncados, fornecida no procedimento detalhado no Apêndice B. A partir disso, os resultados obtidos na simulação foram registrados a seguir, partindo-se de uma estimativa inicial de $\alpha_c = 4,022^\circ$, bem próxima à dimensão final registrada na Tabela 4.8 junto a outros parâmetros do projeto. Veja que a geometria projetada para o *patch*, após a conclusão da antena linearmente polarizada durante o passo a passo de síntese, é exibida na Figura 4.71, enquanto a geometria final da antena no *software HFSS* está ilustrada na Figura 4.70.

TABELA 4.8 – Parâmetros obtidos em simulação, no *software Ansys HFSS*, da antena circularmente polarizada de cantos truncados.

Parâmetro	Unidade	Valor adotado
Comprimento angular do <i>patch</i> retangular na direção θ , $\Delta\theta_a$	grau	33,561
Comprimento angular do <i>patch</i> retangular na direção φ , $\Delta\varphi_a$	grau	33,646
Localização do centro da ponta de prova na direção θ , θ_1^p	grau	97,626
Localização do centro da ponta de prova na direção φ , φ_1^p	grau	90,0
Ângulo de remoção do truncamento, α_c	grau	3,802
Área removida do truncamento, A_t	mm^2	11,41

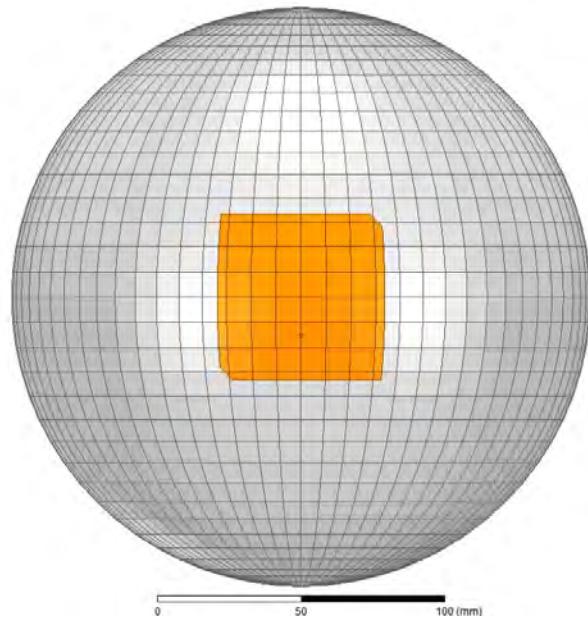


FIGURA 4.70 – Antena de microfita esférica com polarização circular, construída no software HFSS, com cantos truncados e alimentação por uma ponta de prova coaxial.

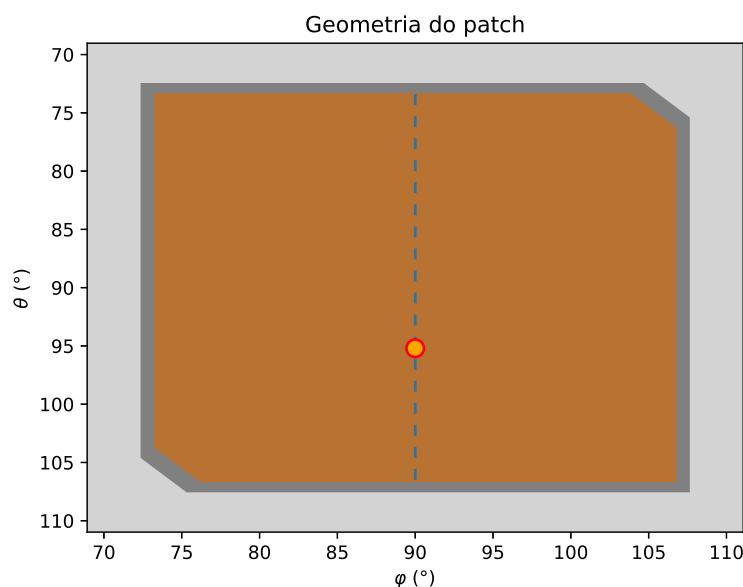


FIGURA 4.71 – Posição projetada da ponta de prova na geometria do *patch* para $Z_{in_1} = 50 \Omega$ na antena circularmente polarizada de cantos truncados.

Nas Figuras 4.72, 4.73 e 4.74, exibem-se, respectivamente, a impedância de entrada, o coeficiente de reflexão e a impedância representada na carta de Smith para a antena circularmente polarizada com cantos truncados. Veja que foi atingida uma banda de 30,4 MHz para essa antena.

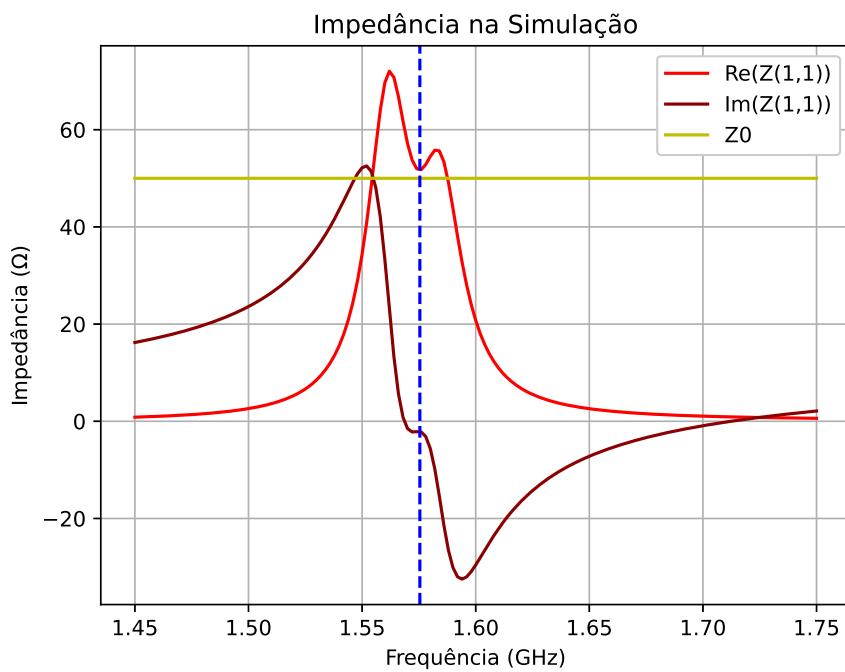


FIGURA 4.72 – Impedância de entrada advinda da simulação para a antena circularmente polarizada com cantos truncados.

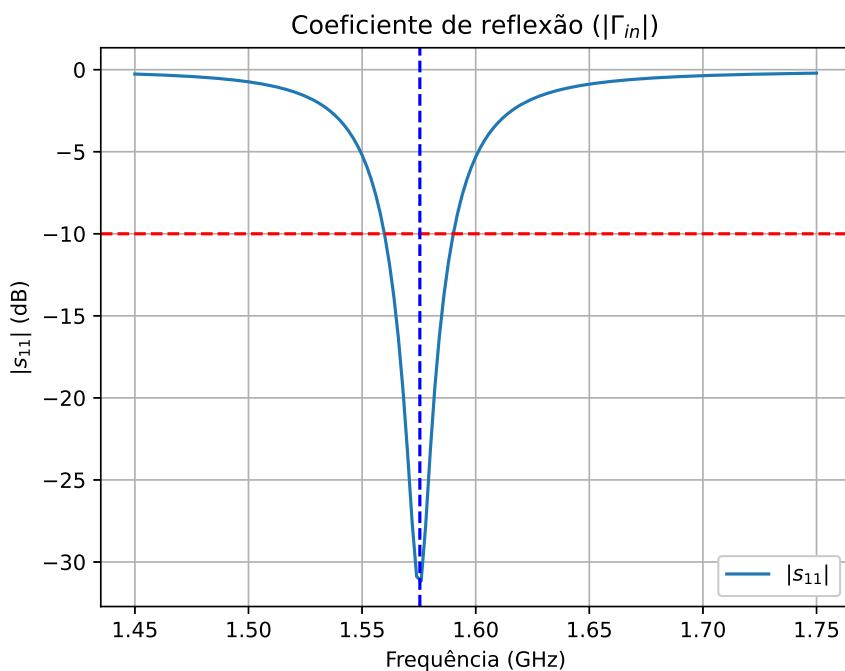


FIGURA 4.73 – Coeficiente de reflexão originado na simulação para a antena circularmente polarizada com cantos truncados.

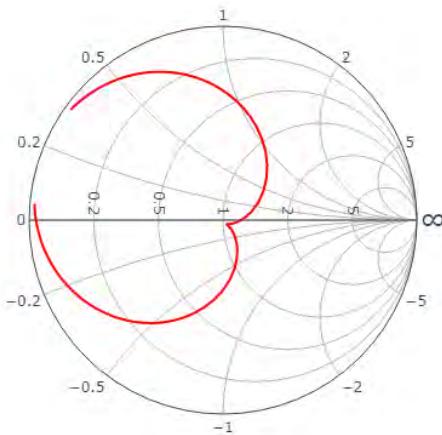


FIGURA 4.74 – Representação na carta de Smith para a impedância de entrada advinda da simulação da antena circularmente polarizada com cantos truncados.

A seguir, as Figuras 4.75, 4.76 e 4.77 mostram o comportamento da razão axial do campo irradiado da antena, respectivamente, em função da frequência e ao longo das direções θ e φ , em linhas que contêm o centro geométrico do *patch*. Veja que, para essa antena, obteve-se uma banda de frequências com $RA \leq 3 \text{ dB}$ de $7,9 \text{ MHz}$ e com $RA \leq 6 \text{ dB}$ de 16 MHz .

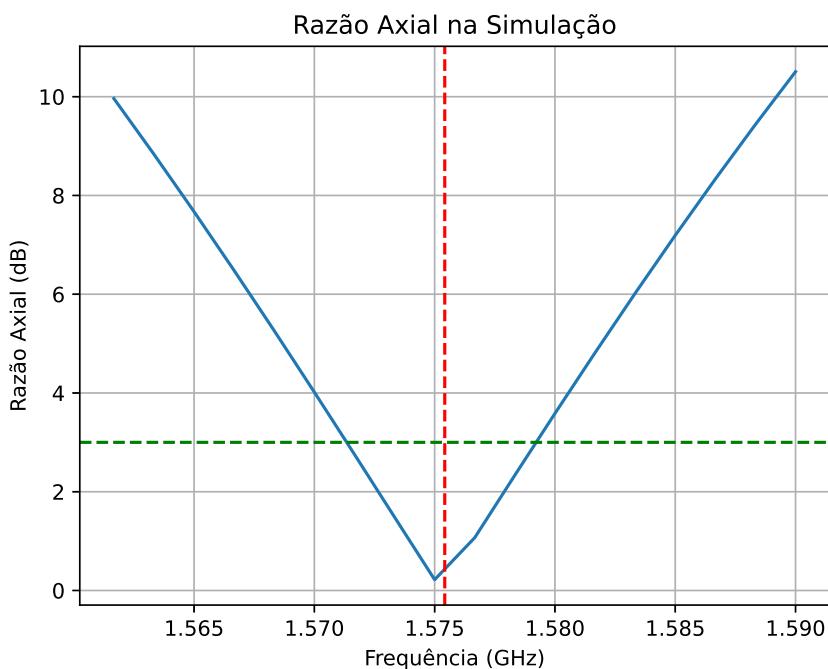


FIGURA 4.75 – Razão axial na *broadside* em função da frequência da simulação para a antena circularmente polarizada com cantos truncados.

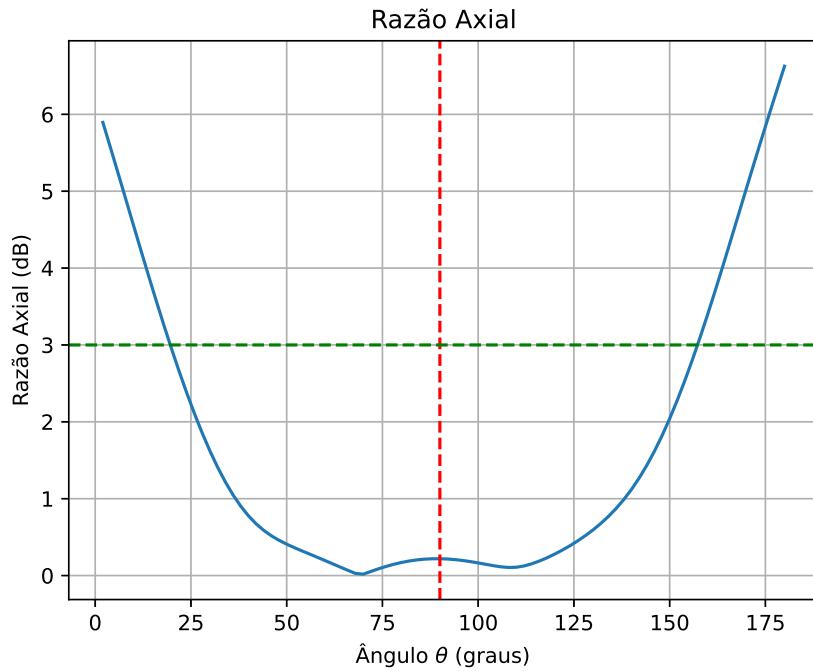


FIGURA 4.76 – Razão axial na direção θ da simulação para a antena circularmente polarizada com cantos truncados – $f = 1575 \text{ MHz}$.

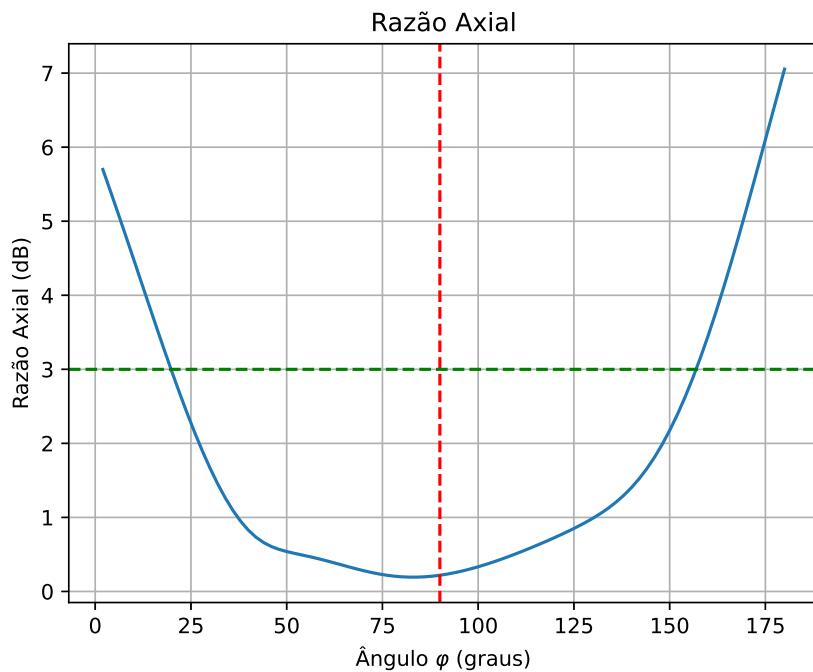


FIGURA 4.77 – Razão axial na direção φ da simulação para a antena circularmente polarizada com cantos truncados – $f = 1575 \text{ MHz}$.

A Figura 4.78 exibe as amplitudes normalizadas das componentes $E_{RHCP}(r, \theta, \varphi)$ e $E_{LHCP}(r, \theta, \varphi)$ do campo distante irradiado, descritas ao longo das direções θ e φ da antena

circularmente polarizada com cantos truncados e advindas da simulação no *software HFSS*, indicando que a antena tem polarização circular à direita. Os valores de diretividade, eficiência de irradiação e ganho foram registrados na Tabela 4.10, na qual se verifica que são bastante similares aos obtidos para as antenas com uma e duas pontas de prova.

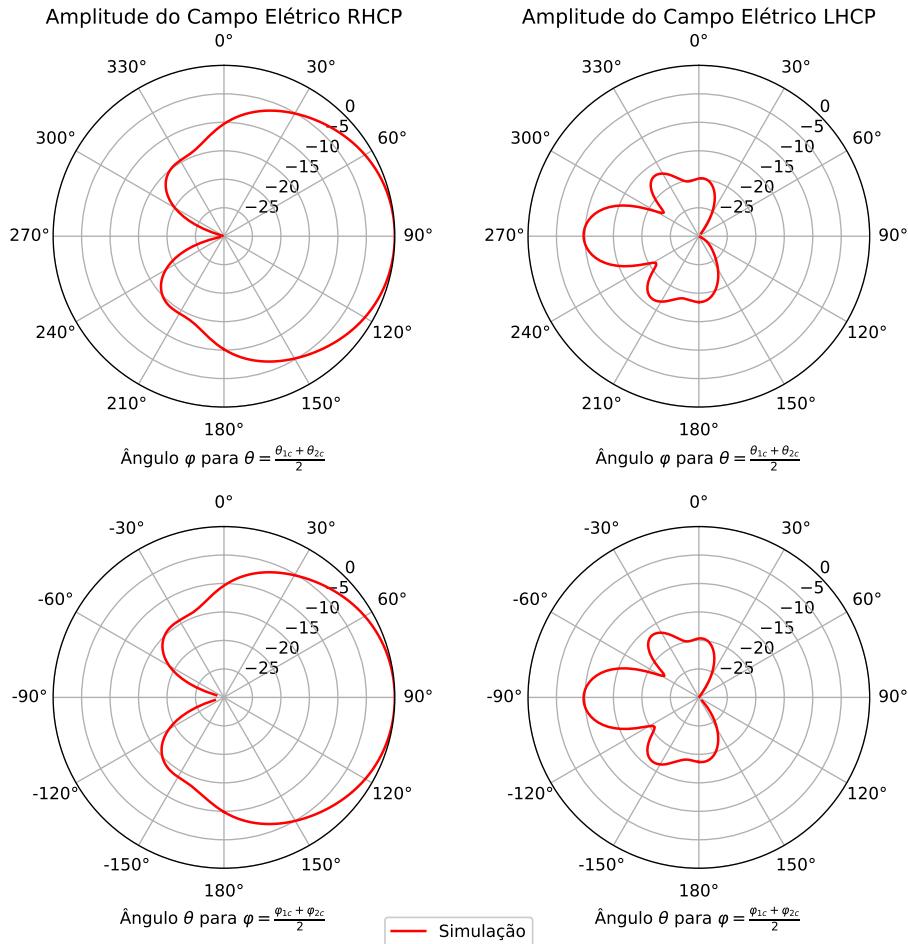


FIGURA 4.78 – Amplitudes normalizadas das componentes $E_{RHCP}(r, \theta, \varphi)$ e $E_{LHCP}(r, \theta, \varphi)$ do campo distante irradiado ao longo das direções θ e φ da simulação para a antena circularmente polarizada com cantos truncados – $f = 1575 \text{ MHz}$.

4.7 Comparação de desempenho entre as antenas

Observe na Tabela 4.9 a comparação dos desvios em frequência entre o modelo analítico e a simulação das antenas antes de terem suas estimativas de dimensão dos campos de franja corrigidas. Os desvios são pequenos em relação à frequência de operação, da ordem de 2%, e são comparáveis àqueles decorrentes da tolerância da permissividade relativa dos laminados de micro-ondas comerciais. Note que os desvios são bastante similares, uma vez que todas as antenas foram projetadas para atuar na mesma faixa e sobre uma esfera de terra e dielétricos iguais. Além disso, a correção das dimensões do *patch* a partir das relações em (3.18) e (3.19) também mostra que os desvios percentuais das dimensões finais

em relação às iniciais de cada *patch* foram bastante baixos, próximos de 2,5 %.

TABELA 4.9 – Desvios em frequência obtidos na simulação em comparação com o modelo de cada antena projetada no *software HFSS*, considerando-se uma frequência de projeto de 1575,42 MHz.

Polarização	Modos excitados	Frequência obtida em simulação, em MHz	Desvio, em MHz
Circular com uma ponta	TM_{01}^r e TM_{10}^r	1612	37
Circular com duas pontas	TM_{01}^r e TM_{10}^r	1613	38
Linear	TM_{10}^r	1605	33
Linear	TM_{01}^r	1603	31

Ademais, a Tabela 4.10 registra e compara os valores de diretividade, eficiência de irradiação e ganho para as antenas projetadas, a partir do modelo analítico, quando disponível, e de simulações computacionais.

Em suma, a antena circularmente polarizada com uma ponta de prova próxima à diagonal apresenta a vantagem de uma construção mais simples, pois, por exemplo, não exigiria o uso de um divisor de potência, o que reduz a complexidade do projeto. No entanto, essa antena mostrou uma faixa razão axial baixa mais limitada. Já as antenas com duas pontas ofereceram um desempenho superior em termos de razão axial, mas isso vem atrelado à necessidade de se projetar um divisor de potência em quadratura e demanda maior cuidado com o tipo de excitação, já que cada ponta excita apenas um modo. Além disso, essa antena apresentou uma banda menor de $|s_{qq}|$, de 15,3 MHz, precisamente por excitar apenas um modo em cada ponta, se comparada à banda de 29,3 MHz da antena com apenas uma ponta, aproximando-se mais da banda de 17,6 MHz das antenas linearmente polarizadas projetadas. O uso de truncamentos pode complicar ainda mais o projeto, pois não há um modelo analítico disponível para essa geometria mais complexa, o que faz seu desenvolvimento depender quase completamente de simulações computacionais, isto é, análises de onda completa. Ademais, sua banda de $|s_{11}|$ de 30,4 MHz e sua faixa de razão axial se assemelham às da antena com uma ponta de prova na diagonal. Perceba também que tanto o perfil da razão axial na *broadside* em função da frequência quanto os valores de parâmetros de campo distante da antena com cantos truncados são bastante similares aos da antena com ponta de prova na diagonal, esse resultado é consistente com a relação entre antenas desses mesmos tipos, mas construídas sobre superfícies planas em vez de esféricas. Por fim, as três antenas apresentaram desempenho muito similar de diretividade, eficiência de irradiação e ganho.

TABELA 4.10 – Diretividade, eficiência de irradiação e ganho das antenas projetadas, comparando-se os valores originados no modelo analítico e na simulação no software *Ansys HFSS* na frequência de projeto de 1575,42 MHz.

Parâmetro	Unidade	Valor no modelo	Valor na simulação
Antena linearmente polarizada no modo TM₁₀			
Diretividade, D	dB _i	6,34	6,89
Eficiência de irradiação, k_i	%	86,0	86,5
Ganho, G	dB _i	5,69	6,26
Antena linearmente polarizada no modo TM₀₁			
Diretividade, D	dB _i	6,44	6,89
Eficiência de irradiação, k_i	%	86,5	85,5
Ganho, G	dB _i	5,81	6,21
Antena circularmente polarizada			
Diretividade, D	dB _i	6,15	6,56
Eficiência de irradiação, k_i	%	83,5	83,3
Ganho, G	dB _i	5,37	5,77
Antena circularmente polarizada com duas pontas de prova			
Diretividade, D	dB _i	6,15	6,57
Eficiência de irradiação, k_i	%	83,6	83,2
Ganho, G	dB _i	5,37	5,77
Antena circularmente polarizada com cantos truncados			
Diretividade, D	dB _i	-	6,57
Eficiência de irradiação, k_i	%	-	83,2
Ganho, G	dB _i	-	5,77

Note que é possível chegar ao valor de 7,99 dB_i de diretividade no modelo para a antena circularmente polarizada com duas pontas, calculando-o com base na aproximação em (3.34) e em seus diagramas de campo distante irradiado, mas isso é um pouco menos acurado em relação aos valores advindos do modelo de outras antenas e da simulação, pelo fato de essa antena ter uma diretividade menor, ainda que esse método forneça uma noção da ordem de grandeza da diretividade avaliada.

5 Comentários Finais

Neste trabalho, foi feita inicialmente uma análise que explorou os modelos da cavidade ressonante e da corrente magnética, nos quais foram desenvolvidas as soluções para os modelos teóricos aplicadas à geometria da microfita esférica com *patch* retangular em particular, abordando aspectos como soluções homogêneas e não homogêneas, impedância de entrada, análise de perdas, vetores potenciais auxiliares, campos distantes irradiados, potência irradiada e estimativas para os campos de franja. Posteriormente, detalharam-se diversas técnicas de síntese de antenas circularmente polarizadas, tais como com alimentação por uma ponta de prova na diagonal, com alimentação por duas pontas de prova posicionadas em eixos de simetria ortogonais e com alimentação por uma ponta e cantos truncados. As sínteses envolveram desde a expressão da razão axial até a avaliação dos parâmetros e figuras de mérito da antena, além do desenvolvimento geométrico de uma possibilidade para o truncamento dos cantos da antena. Ademais, foram apresentados os procedimentos para a síntese de antenas linearmente polarizadas, que abrangeu uma análise dos diferentes modos de operação e permitiu a verificação dos resultados de cada modo separadamente e auxiliou na detecção de erros de codificação, cálculos e outros equívocos durante o projeto.

Os resultados obtidos a partir dos modelos estudados foram então apresentados para os projetos de antenas com polarização linear e circular, bem como uma análise do seu desempenho, a partir de comparações com resultados advindos de simulações no *software HFSS*. Dos resultados obtidos, foi possível concluir que a implementação do modelo da cavidade ressonante foi bem-sucedida, o que evidencia a eficácia da teoria abordada ao se comparar a impedância de entrada da cavidade alimentada no modelo desenvolvido e na simulação referente à cavidade. Da mesma forma, a teoria relativa ao modelo da corrente magnética foi aplicada ao projeto de antenas polarizadas circularmente e linearmente e validada a partir das comparações entre parâmetros de campo distante, como campos elétricos irradiados, razões axiais, ganhos, entre outros. Assim, a comparação das impedâncias de entrada e de campos distantes irradiados das antenas projetadas, implementadas em linguagem *Python* e simuladas no *software HFSS*, mostrou resultados promissores, tanto para as antenas de microfita esféricas com polarização circular e *patch* retangular projetadas, quanto para suas análogas com polarização linear, apresentando limitações de um

pequeno desvio na frequência central, devido a uma estimativa pouco acurada dos campos de franja ao redor do *patch* metálico. Além disso, outra particularidade dessa metodologia é o fato de que a construção das antenas nas topologias sugeridas também poderia apresentar desvios devido a variações dentro da tolerância da permissividade elétrica dos materiais utilizados para o dielétrico, além de outras imprecisões de construção. Outras influências não contabilizadas no modelo incluem o efeito de modos TM^r superiores e o efeito da espessura do dielétrico no limiar da consideração de dielétrico fino. Ainda assim, as antenas projetadas são fortes candidatas para o uso na recepção de sinais *GNSS* se forem implementadas em rede, por cumprirem a exigência de polarização circular.

Ademais, ao longo do desenvolvimento do Trabalho de Graduação, foi concluído o projeto de antenas circularmente polarizadas com uma ponta de prova na diagonal, com duas pontas de prova posicionadas em eixos de simetria ortogonais e com uma ponta e cantos truncados. Em paralelo, realizou-se a revisão dos modelos teóricos e a finalização da implementação em *Python* do modelo da corrente magnética, comparando-se os parâmetros de campo distante obtidos entre o código e a simulação. Após essas etapas, foram analisadas, revisadas e resumidas as figuras de mérito das antenas, consolidando-se os resultados obtidos por meio dos códigos e das simulações.

Desse modo, as contribuições deste trabalho destacam-se por abordar de maneira original o desenvolvimento de antenas de microfita esféricas circularmente polarizadas com *patch* retangular, que, em adição, foram implementadas em três variações distintas: alimentação com uma ponta de prova na diagonal, duas pontas de prova em eixos de simetria ortogonais e alimentação por uma única ponta com cantos truncados. Além disso, foi descrito o lugar geométrico da ponta de prova para a obtenção de uma razão axial unitária para a antena com uma ponta de prova na diagonal, resultado não encontrado na literatura, o que contribui para uma análise mais acurada da polarização circular. Outra inovação é a implementação de programas em *Python* para a síntese e análise dessas antenas, o que facilita os processos de projeto, simulação, comparação e posterior otimização das antenas. Uma das vantagens desses programas é que requerem pouca integração numérica, contribuindo para uma melhor eficiência computacional. A título de exemplo, o tempo de uma única simulação no *HFSS* é cerca de 3,5 vezes maior que o de um projeto completo a partir dos programas em *Python*. Por fim, foi incluída uma descrição geométrica angular detalhada para a remoção de área dos chanfros para as antenas esféricas de *patch* retangular com cantos truncados, o que complementa e refina as técnicas de modelagem existentes.

Além disso, no decorrer desta prática, enxergaram-se possibilidades para trabalhos futuros que sigam linhas de pesquisa análogas, tais como as listadas a seguir:

- Projetos de redes de antenas circularmente polarizadas com *patch* retangular e cir-

cuitos auxiliares para alimentação das redes;

- Construção de uma antena ou rede de antenas esféricas nas variações estudadas para se obter resultados empíricos e compará-los com os modelos desenvolvidos;
- Estudos acerca de melhores estimativas para campos de franja nessa geometria específica, os quais podem ser integrados a uma versão adaptada dos programas computacionais desenvolvidos, conduzindo mais rapidamente à versão final de projeto;
- Estudo de variações dos parâmetros da Tabela 3.1, a fim de se investigar quando o modelo começa a se distanciar da simulação, por exemplo, para se entender o efeito e os limites da espessura h do dielétrico nessa abordagem;
- Outras possibilidades de perturbações no *patch*, diferentes dos cantos truncados;
- Uso de outras formas de alimentação, além da ponta de prova coaxial;
- Uso de implementações de modelos de otimização auxiliares que integrem a simulação em *softwares* de estruturas em alta frequência e códigos externos que retroalimentem a simulação a partir de modelos analíticos com estimativas corrigidas pelo *software*;
- Uso de técnicas inteligência artificial para determinação dos parâmetros de projeto das antenas, dados alguns critérios de qualidade.

Em conclusão, foi demonstrada ao longo do trabalho a possibilidade da realização de diferentes abordagens para projetos de antenas de microfita esféricas com *patch* retangular, com enfoque em polarizações circulares, além de comparações entre as diferentes estratégias adotadas que apontam as vantagens e desvantagens de cada uma.

Referências

- ABRAMOWITZ, M.; STEGUN, I. A. **Handbook of mathematical functions with formulas, graphs, and mathematical tables**. 9th Dover printing, 10th GPO printing. ed. New York: Dover, 1964.
- BAILIN, L. L.; SILVER, S. Exterior electromagnetic boundary value problems for spheres and cones. **IRE Transactions on Antennas and Propagation**, v. 4, n. 1, p. 5–16, Jan. 1956.
- BALANIS, C. A. **Advanced engineering electromagnetics**. 2nd. ed. Hoboken: Wiley, 2012.
- BALANIS, C. A. **Antenna theory: analysis and design**. 4th. ed. Hoboken: Wiley, 2016.
- BANCROFT, R. **Microstrip and printed antenna design**. 2nd. ed. Raleigh: SciTech Publishing, 2009.
- BASBUG, S. Design and implementation of I-slot conformal circular patch antenna on sphere structure. **International Journal of RF and Microwave Computer-Aided Engineering**, v. 31, Mar. 2021.
- BOU-EL-HARMEL, A.; BENBASSOU, A.; BELKADID, J. Design and development of a new electrically small 3D UHF spherical antenna with 360° of opening angle in the whole space for RFID, WSN, and RSN applications. **International Journal of Antennas and Propagation**, v. 2016, n. 1, p. 2906149, 2016.
- BOULOS, F.; ELMARISSI, W.; CAIZZONE, S. A GNSS conformal antenna achieving hemispherical coverage in L1/L5 band. In: **2022 16th European Conference on Antennas and Propagation (EuCAP)**. Anais [...], Madrid, Spain: IEEE, 2022. p. 1–4.
- BRÜNS, H.; KLINKENBUSCH, L. Analytical normalization of the associated Legendre functions of the first kind of arbitrary degree and order. **IEEE Transactions on Antennas and Propagation**, v. 66, n. 10, p. 5643–5645, 2018.
- BURUM, N.; SIPUS, Z. Radiation pattern of spherical array of rectangular microstrip patches. In: **IEEE Antennas and Propagation Society International Symposium. Anais [...]**, San Antonio, TX, USA: IEEE, 2002. v. 1, p. 96–99.
- BURUM, N.; SIPUS, Z.; BARTOLIC, J. Analysis of microstrip patch antennas on spherical structures. In: **20th International Symposium on Antennas - Journees Internationales de Nice sur les Antennes**. Anais [...], Nice, France: JINA, 2002. p. 127–130.

- BURUM, N.; SIPUS, Z.; BARTOLIC, J. Mutual coupling between spherical-rectangular microstrip antennas. **Microwave and Optical Technology Letters**, v. 40, p. 387–391, Mar. 2004.
- BUTKOV, E. **Física matemática**. Rio de Janeiro: LTC, 1978.
- CHEN, H.-D.; WONG, K.-L. Full-wave analysis of input impedance and patch current distribution of spherical annular-ring microstrip antennas excited by a probe feed. **Microwave and Optical Technology Letters**, v. 7, p. 524–528, Nov. 1994.
- CHEN, H. T.; WONG, K.-L. Analysis of probe-fed spherical circular microstrip antennas using cavity-model theory. **Microwave and Optical Technology Letters**, v. 7, p. 309–312, May 1994.
- CHEN, X.; JIAN, W.; WANG, Z.; AI, J.; KANG, Y.; SUN, P.; WANG, Z.; MA, Y.; WANG, H.; CHEN, Y.; FENG, X. Wrap-like transfer printing for three-dimensional curvy electronics. **Science Advances**, v. 9, n. 30, p. 1–11, Jul. 2023.
- COHL, H. S.; PARK, J.; VOLKMER, H. Gauss hypergeometric representations of the Ferrers function of the second kind. **Symmetry, Integrability and Geometry: Methods and Applications**, v. 17, May 2021.
- COSTA, L. A.; PEREIRA-FILHO, O. M. C.; MOREIRA, F. J. Quasi-trapezoidal microstrip spherical patches and arrays. **IET Microwaves, Antennas & Propagation**, v. 10, n. 1, p. 53–60, 2016.
- DAS, A.; DAS, S.; NARASIMHAN, M. Radiation characteristics of wraparound microstrip antenna on spherical body. **IEEE Transactions on Antennas and Propagation**, v. 39, n. 7, p. 1031–1034, Jul. 1991.
- DAVIS, E. H. Area of spherical triangles. **The Mathematics Teacher**, National Council of Teachers of Mathematics, v. 92, n. 2, p. 150–153, 1999.
- DESCARDECI, J. R. A note on using dyadic Green's functions on spheres and cones. **IEEE Antennas and Propagation Magazine**, v. 38, n. 1, p. 59, Feb. 1996.
- DINIZ, C. A.; COSTA, L. A.; PEREIRA-FILHO, O. M. C.; MOREIRA, F. J. S. Fringing field correction for spherical-rectangular microstrip antennas. **AEU - International Journal of Electronics and Communications**, v. 127, p. 153447, 2020.
- FERREIRA, D. B. **Antenas de microfita montadas sobre superfícies esféricas**. 156 f. Trabalho de Conclusão de Curso (Graduação), São José dos Campos, Brasil, 2009.
- FERREIRA, D. B. **Antenas de microfita esféricas**. 2011. 152 f. Dissertação (Mestrado em Engenharia Eletrônica e Computação) — Instituto Tecnológico de Aeronáutica, São José dos Campos, 2011.
- FERREIRA, D. B.; LACAVA, J. C. S. Redes de antenas de microfita esféricas. In: **MOMAG 2010. Anais** [...], Vila Velha, Brazil: SBMO, 2010.
- FERREIRA, D. B.; LACAVA, J. C. S. Microstrip antennas conformed onto spherical surfaces. In: NASIMUDDIN (Ed.). **Microstrip Antennas**. Croatia: INTECH, 2011.

- FERREIRA, D. B.; SCHILDBERG, R.; LACAVA, J. C. S. Fabrication of low-cost spherical-circular antennas for educational purposes. In: **IEEE AP-S International Symposium. Anais** [...], Toronto, Canada: IEEE, 2010.
- GARG, R.; BHARTIA, P.; BAHL, I.; ITTIPIBOON, A. **Microstrip antenna design handbook**. Boston: Artech House, 2001.
- GIANG, T. V. B. **A systematic approach to the analysis of spherical multilayer structures and its applications**. 85 f. Tese (Doutorado em Engenharia Elétrica) — Technische Universität Hamburg-Harburg, Hamburg, 2005.
- GIANG, T. V. B.; DREHER, A. Analysis method of microstrip antennas on hemispherical multilayer structures. **IEEE Transactions on Antennas and Propagation**, v. 56, n. 10, p. 3324–3327, 2008.
- GRADSHTEYN, I. S.; RYZHIK, I. M.; ZWILLINGER, D.; MOLL, V. **Table of integrals, series, and products**. 8th. ed. Amsterdam: Academic Press, 2015.
- HARRINGTON, R. F. **Time-harmonic electromagnetic fields**. Piscataway: IEEE-Press, 2001.
- IEEE Standard for Definitions of Terms for Antennas. **IEEE Std 145-2013 (Revision of IEEE Std 145-1993)**, p. 1–50, 2014.
- JACKSON, D. R. Microstrip antennas. In: VOLAKIS, J. L. (ED.). **Antenna engineering handbook**. 4th. ed. New York: McGraw-Hill, 2007. p. 7–1–7–29.
- JOSEFSSON, L.; PERSSON, P. **Conformal array antenna theory and design**. Hoboken: John Wiley & Sons, 2006.
- KISHK, A. Analysis of spherical annular microstrip antennas. **IEEE Transactions on Antennas and Propagation**, v. 41, n. 3, p. 338–343, 1993.
- LIMA, A. C. C.; DESCARDECI, J. R.; GIAROLA, A. J. Circular microstrip antenna on a spherical surface. **Microwave and Optical Technology Letters**, v. 5, n. 5, p. 221–224, 1992.
- LO, Y. T.; SOLOMON, D.; RICHARDS, W. F. Theory and experiment on microstrip antennas. **IEEE Transactions on Antennas and Propagation**, v. 27, n. 2, p. 137–145, mar. 1979.
- MUSHIAKE, Y.; WEBSTER, R. E. Radiation characteristics with power gain for slots on a sphere. **IEEE Transactions on Antennas and Propagation**, v. 5, p. 47–55, 1957.
- POON, Y. W.; TAM, W. Y. Resonances of a multilayer hemispherical dielectric resonator. In: **International Symposium on Antennas and Propagation (ISAP'96). Anais** [...], Chiba, Japan: IEICE, 1996. p. 1009–1012.
- POZAR, D. M. **Microwave Engineering**. 4th. ed. Hoboken: John Wiley & Sons, 2011.
- SABINO, V.; PEREIRA-FILHO, O. M. C. Modelagem de antenas esféricas de microfita. In: **MOMAG 2014: 16º SBMO - Simpósio Brasileiro de Micro-ondas e Optoeletrônica e 11º CBMag - Congresso Brasileiro de Eletromagnetismo. Anais** [...], Curitiba, Brasil: SBMO, 2014.

- SIPUS, Z.; BURUM, N.; BARTOLIC, J. Theoretical and experimental study of spherical rectangular microstrip patch arrays. In: **3rd European Workshop on Conformal Antennas. Anais** [...], Bonn, Germany: [s.n.], 2003. p. 69–72.
- SIPUS, Z.; BURUM, N.; SKOKIC, S.; KILDAL, P.-S. Analysis of spherical arrays of microstrip antennas using moment method in spectral domain. **IEE Proceedings - Microwaves, Antennas and Propagation**, v. 153, n. 6, p. 533–543, Dec. 2006.
- SIPUS, Z.; BURUM, N.; ZENTNER, R. Analysis of curved microstrip antennas. **Report F61775-01-WE024**, 2003. University of Zagreb, Faculty of Electrical Engineering and Computing.
- SIPUS, Z.; KILDAL, P. S.; LEIJON, R.; JOHANSSON, M. An algorithm for calculating Green's functions for planar, circular cylindrical and spherical multilayer substrates. **ACES Journal**, v. 13, p. 243–254, 1998.
- SUNDNES, J. **Introduction to scientific programming with Python**. [s.l.]: Springer International Publishing, 2020.
- TAM, W. Y.; LAI, A. K. Y.; LUK, K. M. Input impedance of spherical-circular microstrip antennas. In: **Asia-Pacific Microwave Conference (APMC 93). Anais** [...], Hsinchun, Taiwan: IEEE, 1993. p. 19–9–19–11.
- TAM, W. Y.; LUK, K. M. Resonance in spherical circular microstrip structures. **IEEE Transactions on Microwave Theory and Techniques**, v. 39, n. 4, p. 700–704, Apr. 1991.
- THIEL, M.; GIANG, T. V. B.; DREHER, A. A general procedure to set up the dyadic Green's function of multilayer conformal structures and its application to microstrip antennas. In: **International Conference on Wireless Communications and Applied Computational Electromagnetics (IEEE/ACES 2005). Anais** [...], Hawaii: IEEE, 2005.
- WU, K. Y.; KAUFFMAN, J. F. Radiation pattern computations for spherical-rectangular microstrip antennas. In: **1983 Antennas and Propagation Society International Symposium. Anais** [...], Houston, TX, USA: IEEE, 1983. v. 21, p. 43–46.
- XU, H.; JACKSON, D. R.; WILLIAMS, J. T. Comparison of models for the probe inductance for a parallel-plate waveguide and a microstrip patch. **IEEE Transactions on Antennas and Propagation**, v. 53, n. 10, p. 3229–3235, out. 2005.
- YASIN, N.; KHAMAS, S. Measurements and analysis of a probe-fed circularly polarized loop antenna printed on a layered dielectric sphere. **IEEE Transactions on Antennas and Propagation**, v. 60, n. 4, Apr. 2012.

Apêndice A - Integrais das Funções Auxiliares $R_\lambda^\mu(v)$

As integrais $I_{\ell m}$ no denominador da expressão dos elementos da matriz impedância em (2.60), dadas por $I_{\ell m} = \int_{\cos \theta_{2c}}^{\cos \theta_{1c}} [R_\lambda^\mu(v)]^2 dv$, podem ser calculadas de maneira analítica, a partir do procedimento descrito por Brüns e Klinkenbusch (2018). No processo, basta substituir as funções associadas de Legendre de 1ª espécie $P_\lambda^\mu(x)$ pelas funções auxiliares

$$R_\lambda^\mu(v) = \left(\frac{dP_{\lambda \ell m}^{\mu \ell m}(\cos \theta_{1c})}{d\theta} Q_\lambda^\mu(v) - \frac{dQ_{\lambda \ell m}^{\mu \ell m}(\cos \theta_{1c})}{d\theta} P_\lambda^\mu(v) \right) \sin(\theta_{1c}), \quad (\text{A.1})$$

as quais solucionam a equação diferencial de Legendre em (2.8).

Convém notar que os coeficientes que multiplicam as funções associadas de Legendre $P_\lambda^\mu(v)$ e $Q_\lambda^\mu(v)$ na expressão (A.1) são fixos independentemente do valor v , da ordem μ e do grau λ calculados em $R_\lambda^\mu(v)$, porque tais constantes advêm do contorno da geometria em questão, que soluciona (2.19) para cada modo $TM_{\ell m}^r$. Assim, obtém-se a integral indefinida

$$\begin{aligned} \int [R_\lambda^\mu(v)]^2 dv &= C_R - \frac{v[R_\lambda^\mu(v)]^2}{2\lambda + 1} + \frac{1}{2\lambda + 1}. \\ &\left[R_{\lambda+1}^\mu(v)R_\lambda^\mu(v) + (\lambda - \mu + 1)\frac{\partial R_{\lambda+1}^\mu(v)}{\partial \lambda}R_\lambda^\mu(v) - (\lambda - \mu + 1)R_{\lambda+1}^\mu(v)\frac{\partial R_\lambda^\mu(v)}{\partial \lambda} \right], \end{aligned} \quad (\text{A.2})$$

em que C_R é uma constante de integração e as derivadas em relação ao grau λ podem ser aproximadas pelo quociente de diferenças

$$\frac{\partial R_\lambda^\mu(v)}{\partial \lambda} \approx \frac{R_{\lambda+\delta}^\mu(v) - R_{\lambda-\delta}^\mu(v)}{2\delta}, \quad (\text{A.3})$$

no qual $5 \cdot 10^{-6} \leq \delta \leq 2 \cdot 10^{-4}$ para se ter uma precisão numérica adequada computacionalmente. Note que o uso da expressão analítica pode auxiliar na implementação computacional vetorizada do somatório em (2.60).

Apêndice B - Estimativa de Área Removida dos Chanfros

Para definir a área removida do chanfro, será utilizado um sistema de coordenadas auxiliar gerado pela rotação do sistema de coordenadas da Figura 2.2 em torno do eixo y , por um ângulo α_y no sentido de z para x positivos, o que gerará as coordenadas x' , y' e z' , de modo que o plano $x'y'$ desse sistema intercepte os vértices superior direito, dado pelo vetor $\vec{v}_1 = (b \cos \varphi_2 \sin \theta_1, b \sin \varphi_2 \sin \theta_1, b \cos \theta_1)$, e inferior esquerdo, dado pelo vetor $\vec{v}_2 = (b \cos \varphi_1 \sin \theta_2, b \sin \varphi_1 \sin \theta_2, b \cos \theta_2)$, do *patch* metálico. A Figura B.1 auxilia na visualização dos principais elementos utilizados na dedução a seguir. Observe que a circunferência contida no plano $x'y'$ que passa por esses vértices é uma circunferência máxima da esfera e o ângulo entre os vetores desses vértices partindo-se do centro da esfera é o ângulo α_a . Assim, tomando-se um plano P_t perpendicular ao plano $x'y'$ e que passa pelo centro da esfera e pelo vértice dado por \vec{v}_1 , nota-se que esse plano forma um ângulo $\alpha_a/2$ com o plano $y'z'$. Portanto, reduzindo-se o ângulo entre os planos P_t e $y'z'$ por uma diferença angular $\alpha_c/2$, o truncamento será dado pela remoção da área do *patch* que fica além do plano P_t no sistema auxiliar, com um ângulo maior que $\alpha_t/2$, em que $\alpha_t = \alpha_a - \alpha_c$. A área a partir do vértice \vec{v}_2 é removida de maneira análoga e simétrica.

Partindo-se dessa definição, o ângulo α_a pode ser calculado do produto escalar entre os vértices \vec{v}_1 e \vec{v}_2 como

$$\vec{v}_1 \cdot \vec{v}_2 = \overbrace{|\vec{v}_1||\vec{v}_2|}^{b^2} \cos \alpha_a, \quad (\text{B.1})$$

o que leva, usando-se $\theta_1 + \theta_2 = \varphi_1 + \varphi_2 = \pi/2$ e algumas relações trigonométricas, a

$$\alpha_a = \cos^{-1}(-\sin^2 \theta_1 \cos(2\varphi_1) - \cos^2 \theta_1). \quad (\text{B.2})$$

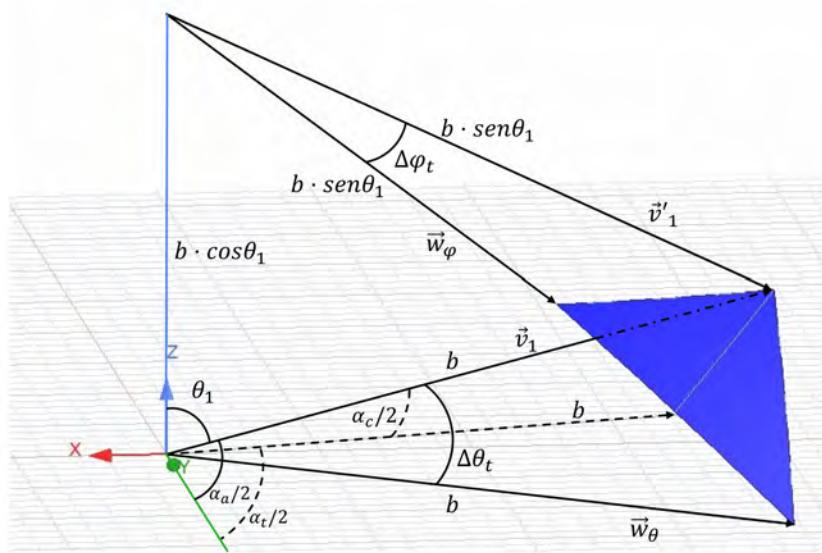
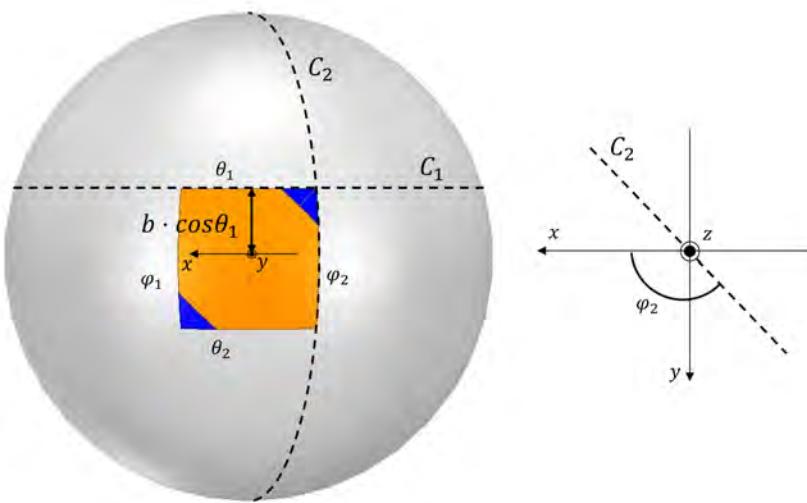


FIGURA B.1 – Principais elementos na geometria dos truncamentos.

Além disso, uma vez que a rotação em torno de y faz o plano $x'y'$ passar pelo vértice dado por \vec{v}_1 , é possível calcular α_y como $\operatorname{tg} \alpha_y = -v_{1z}/v_{1x} = (b \cos \theta_1)/(b \cos \varphi_2 \sin \theta_1)$, o que resulta em

$$\alpha_y = \operatorname{tg}^{-1} \left[\frac{1}{\operatorname{tg} \theta_1 \cos \varphi_1} \right]. \quad (\text{B.3})$$

FIGURA B.2 – Curvas C_1 e C_2 na estrutura.

Com o intuito de se estimar a área removida do *patch*, serão definidas algumas curvas auxiliares visíveis na Figura B.2, como a curva C_1 que corresponde ao lado superior do *patch* com $\theta = \theta_1$, a curva C_2 do lado direito com $\varphi = \varphi_2$ e a curva C_t que dá a interseção entre P_t e o *patch*:

$$C_1 : \begin{cases} x^2 + y^2 = b^2 \operatorname{sen}^2 \theta_1 \\ z = b \cos \theta_1 \end{cases}, \quad (B.4)$$

$$C_2 : \begin{cases} x^2 + y^2 + z^2 = b^2 \\ y = x \operatorname{tg} \varphi_2 \end{cases}. \quad (B.5)$$

O plano P_t é inicialmente descrito como $y' = x' \operatorname{tg}[\frac{\pi}{2} + \frac{\alpha_t}{2}]$, ou seja, de maneira parametrizada pode ser escrito como $P_t = (u, u \operatorname{tg}[\frac{\pi+\alpha_t}{2}], v)$. Após a rotação de α_y em torno de y , obtém-se a parametrização

$$P_t = (u \cos(\alpha_y) + v \operatorname{sen}(\alpha_y), u \operatorname{tg}[\frac{\pi+\alpha_t}{2}], v \cos(\alpha_y) - u \operatorname{sen}(\alpha_y)), \quad (B.6)$$

cuja interseção com o *patch* fornecerá a curva C_t , como mostrado na Figura B.3:

$$\therefore C_t : \begin{cases} x^2 + y^2 + z^2 = b^2 \\ v^2 + u^2[1 + \operatorname{tg}^2(\frac{\alpha_t+\pi}{2})] = b^2 \end{cases}. \quad (B.7)$$

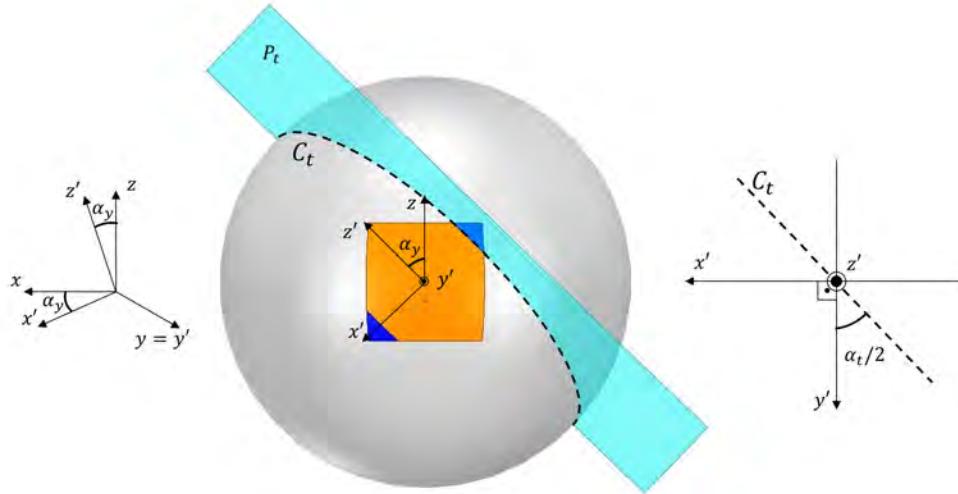


FIGURA B.3 – Curva C_t no sistema de coordenadas rotacionado.

A área total do *patch* pode ser calculada em coordenadas esféricas pela integral

$$A_{tot} = \int_{\theta_1}^{\theta_2} \int_{\varphi_1}^{\varphi_2} b^2 \operatorname{sen} \theta d\varphi d\theta = b^2 \Delta \varphi_a [-\cos \theta]_{\theta_1}^{\theta_2}, \quad (B.8)$$

o que fornece, portanto,

$$A_{tot} = 2b^2 \Delta\varphi_a \operatorname{sen}\left(\frac{\Delta\theta_a}{2}\right). \quad (\text{B.9})$$

Além disso, a área A_t removida de um dos truncamentos pode ser estimada a partir de metade da área do trapézio em coordenadas esféricas localizado entre θ_1 e $\theta_1 + \Delta\theta_t$ e entre $\varphi_2 - \Delta\varphi_t$ e φ_2 como

$$A_t \approx \frac{1}{2} \int_{\theta_1}^{\theta_1 + \Delta\theta_t} \int_{\varphi_2 - \Delta\varphi_t}^{\varphi_2} b^2 \operatorname{sen}\theta d\varphi d\theta = \frac{b^2}{2} \Delta\varphi_t [-\cos\theta]_{\theta_1}^{\theta_1 + \Delta\theta_t} \quad (\text{B.10})$$

$$\therefore A_t \approx b^2 \Delta\varphi_t \cos\left(\frac{\Delta\theta_a - \Delta\theta_t}{2}\right) \operatorname{sen}\left(\frac{\Delta\theta_t}{2}\right). \quad (\text{B.11})$$

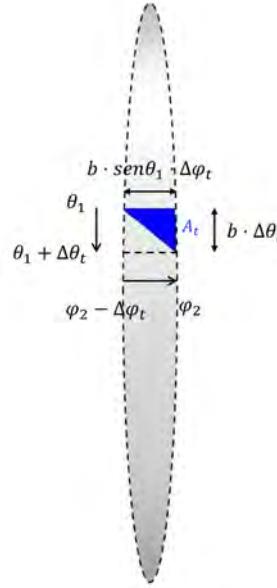


FIGURA B.4 – Área trapezoidal utilizada como estimativa para a área do truncamento.

Uma forma de se calcular analiticamente a área A_t parte do teorema de Girard para um triângulo esférico (DAVIS, 1999)

$$A_{gir} = b^2 (\hat{A}_G + \hat{B}_G + \hat{C}_G - \pi), \quad (\text{B.12})$$

em que \hat{A}_G é o ângulo no vértice A_G e os outros são definidos analogamente, como ilustrado na Figura B.5. Note que $\hat{C}_G = \Delta\varphi_t$, toma-se, então, o triângulo esférico de área A_{gir} cujos lados são os arcos de circunferência máxima que ligam os vértices posicionados em $(r, \theta, \varphi) = A_G = (b, \theta_1, \varphi_2 - \Delta\varphi_t)$, $B_G = (b, \theta_1 + \Delta\theta_t, \varphi_2)$ e $C_G = (b, 0, 0)$. Ademais, tem-se o valor do arco de circunferência máxima entre os vértices A_G e B_G como γ_c , que pode ser calculado pelo teorema dos cossenos em geometria esférica segundo

$$\cos \gamma_c = \cos \theta_1 \cos(\theta_1 + \Delta\theta_t) + \sin \theta_1 \sin(\theta_1 + \Delta\theta_t) \cos \Delta\varphi_t, \quad (\text{B.13})$$

além dos valores dos arcos entre os vértices A_G e C_G , dado por θ_1 , e entre os vértices B_G e C_G , dado por $\theta_1 + \Delta\theta_t$.

Além disso, pode-se calcular \hat{B}_G e \hat{C}_G a partir do teorema dos senos na geometria esférica, dados por

$$\operatorname{sen} \hat{B}_G = \operatorname{sen} \theta_1 \frac{\operatorname{sen} \Delta\varphi_t}{\operatorname{sen} \gamma_c}, \quad (\text{B.14})$$

$$\operatorname{sen} \hat{C}_G = \operatorname{sen}(\theta_1 + \Delta\theta_t) \frac{\operatorname{sen} \Delta\varphi_t}{\operatorname{sen} \gamma_c}. \quad (\text{B.15})$$

Portanto, a área removida será dada por

$$A_t = A_{gir} - A_{int}, \quad (\text{B.16})$$

em que A_{int} é porção da área do triângulo esférico acima da curva C_1 , a área vermelha na Figura B.5, fornecida por

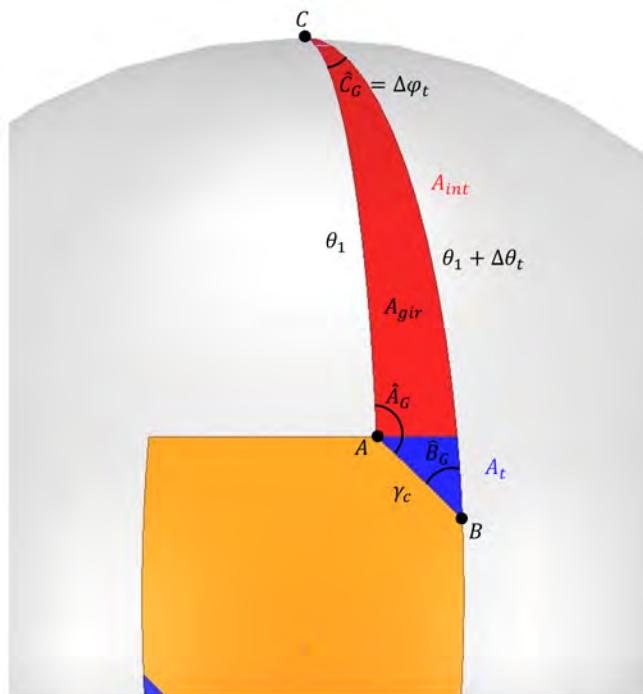


FIGURA B.5 – Triângulo esférico e áreas relativas ao truncamento.

$$A_{int} = \int_0^{\theta_1} \int_{\varphi_2 - \Delta\varphi_t}^{\varphi_2} b^2 \sin \theta d\varphi d\theta = b^2 \Delta\varphi_t (1 - \cos \theta_1). \quad (\text{B.17})$$

Note que outra maneira de se calcular a área A_t é assumir, por aproximação, que seu lado superior seja um arco de circunferência máxima e aplicar uma relação análoga a (B.12). Ademais, a área também pode ser calculada analiticamente por outros meios, como a partir da integração

$$A_t = \int_{\varphi_2 - \Delta\varphi_t}^{\varphi_2} \int_{\theta_1}^{\theta_t(\varphi)} b^2 \sin \theta d\varphi d\theta = \frac{b^2}{2} \int_{\varphi_2 - \Delta\varphi_t}^{\varphi_2} \cos \theta_1 - \cos(\theta_t(\varphi)) d\varphi, \quad (\text{B.18})$$

na qual é possível se deduzir, a partir de algumas expressões geométricas da rotação do sistema de coordenadas, a relação

$$\cos(\theta_t(\varphi)) = \frac{|\sqrt{\operatorname{tg}^2(\alpha_t/2) + \cos^2 \alpha_y} \sin(\varphi + \varphi_t)|}{\sqrt{(\operatorname{tg}^2(\alpha_t/2) + \cos^2 \alpha_y) \sin^2(\varphi + \varphi_t) + \sin^2 \alpha_t}}, \quad (\text{B.19})$$

em que $\operatorname{tg} \varphi_t = \cos \alpha_y / \operatorname{tg}(\alpha_t/2)$. Assim, definindo-se $M_t = \sqrt{1 - \sin^2 \alpha_y \cos^2(\alpha_y/2)}$, após algum desenvolvimento matemático da integral em (B.18), obtém-se a expressão analítica

$$A_t = b^2 [\Delta\varphi \cos \theta_1 + \sin^{-1}(M_t \cos(\varphi_2 + \varphi_t)) - \sin^{-1}(M_t \cos(\varphi_2 - \Delta\varphi_t + \varphi_t))]. \quad (\text{B.20})$$

Convém também para outras formas de estimar a área A_t calcular-se, então, o ângulo $\Delta\theta_t$ ao longo de θ referente ao lado superior da área removida do *patch*, a partir da interseção entre as curvas C_1 e C_t :

$$v_\ell = \frac{u_\ell}{\sin \alpha_y} \left[\frac{\operatorname{tg}(\frac{\pi+\alpha_t}{2})}{\operatorname{tg} \varphi_2} - \cos \alpha_y \right], \quad (\text{B.21})$$

$$u_\ell = \frac{\pm b}{\sqrt{1 + \operatorname{tg}^2(\frac{\pi+\alpha_t}{2}) + \left[\frac{\operatorname{tg}(\frac{\pi+\alpha_t}{2})}{\operatorname{tg} \varphi_2 \sin \alpha_y} - \operatorname{ctg} \alpha_y \right]}}. \quad (\text{B.22})$$

A solução da equação em (B.22) fornece duas soluções de u_ℓ , mas apenas uma delas é válida no contorno do *patch*. Assim, $\Delta\theta_t$ é obtido por meio do produto escalar

$$\vec{v}_1 \cdot \vec{w}_\theta = \cos(\Delta\theta_t) \overbrace{|\vec{v}_1| |\vec{w}_\theta|}^{b^2}, \quad (\text{B.23})$$

em que \vec{w}_θ é o vetor que vai da origem até qualquer ponto da interseção entre as curvas C_1 e C_t . Obtém-se, então,

$$\Delta\theta_t = \cos^{-1} \left[\frac{1}{b^2} (v_{1x}(u_\ell \cos \alpha_y + v_\ell \sin \alpha_y) + v_{1y}u_\ell \tan \left[\frac{\pi+\alpha_t}{2} \right] + v_{1z}(v_\ell \cos \alpha_y - u_\ell \sin \alpha_y)) \right]. \quad (\text{B.24})$$

De maneira análoga, é calculado $\Delta\varphi_t$ ao longo de φ referente ao lado direito da área removida do *patch*, a partir da interseção entre as curvas C_2 e C_t :

$$v_r = \frac{b \cos \theta_1}{\cos \alpha_y} + u_r \tan \alpha_y \quad (\text{B.25})$$

$$\Rightarrow \left[\frac{b \cos \theta_1}{\cos \alpha_y} + u_r \tan \alpha_y \right]^2 + u_r^2 \left[1 + \tan^2 \left(\frac{\pi + \alpha_t}{2} \right) \right] = b^2. \quad (\text{B.26})$$

A solução da equação em (B.26) fornece duas soluções de u_r , mas apenas uma delas é válida no contorno do *patch*. Logo, $\Delta\varphi_t$ é obtido por meio do produto escalar

$$\vec{v}'_1 \cdot \vec{w}_\varphi = \cos(\Delta\varphi_t) \overbrace{|\vec{v}'_1| |\vec{w}_\varphi|}^{b^2 \sin^2 \theta_1}, \quad (\text{B.27})$$

em que \vec{v}'_1 é a projeção de \vec{v}_1 no plano xy , ou seja, $v'_{1x} = v_{1x}$, $v'_{1y} = v_{1y}$ e $v'_{1z} = 0$, e \vec{w}_φ é o vetor que liga o eixo z à interseção entre as curvas C_2 e C_t e é paralelo ao plano xy . Portanto, obtém-se

$$\Delta\varphi_t = \cos^{-1} \left[\frac{1}{b^2 \sin^2 \theta_1} \left(v'_{1x}(u_r \cos \alpha_y + v_r \sin \alpha_y) + v'_{1y}u_r \tan \left[\frac{\pi + \alpha_t}{2} \right] \right) \right]. \quad (\text{B.28})$$

Alternativamente, esses ângulos podem ser estimados como

$$\begin{cases} \Delta\theta_t \approx \alpha_c \sin \alpha_y \\ \Delta\varphi_t \approx \alpha_c \cos \alpha_y / \sin \theta_1 \end{cases}, \quad (\text{B.29})$$

tratando-se a área removida do *patch* como um triângulo retângulo plano de maneira aproximada, como mostrado na Figura B.6. Consequentemente, é possível calcular a área em (B.16) apenas em função do ângulo α_c de recuo do plano P_t ou estimar α_c dada a área A_t a ser removida.

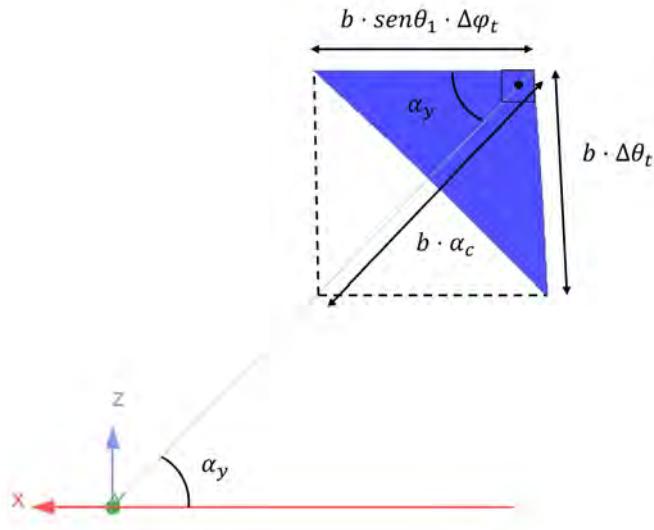


FIGURA B.6 – Tratamento do truncamento aproximadamente como um triângulo retângulo plano.

Uma estimativa para a remoção de área do *patch* pode ser dada a partir do fator de qualidade da cavidade ressonante por meio de (GARG *et al.*, 2001)

$$|\Delta S| = \frac{S}{2Q_0}, \quad (\text{B.30})$$

em que $Q_0 \approx f/\Delta f_{-7 \text{ dB}}$, f é a frequência central do projeto e $\Delta f_{-7 \text{ dB}}$ é a largura de banda descrita no projeto da antena de cantos truncados da Seção 3.3. Então, basta tomar $S = A_{tot}$ e $|\Delta S| = 2A_t(\alpha_c)$ para se obter

$$A_t(\alpha_c) = \frac{A_{tot} \Delta f_{-7 \text{ dB}}}{4f}. \quad (\text{B.31})$$

Por fim, encontra-se o valor de α_c que satisfaz (B.31) e será usado na modelagem geométrica dos truncamentos no *software HFSS*. As estimativas fornecidas por (B.31) são válidas desde que o coeficiente de reflexão na frequência f seja inferior a -25 dB aproximadamente.

Apêndice C - Visão Global dos Programas Computacionais

É apresentada, a seguir, uma visão geral dos programas computacionais desenvolvidos para a análise e síntese de antenas de microfita esféricas com polarização linear e circular, detalhando suas funções principais, bibliotecas utilizadas e estrutura de implementação. Esses programas foram essenciais para a simulação dos parâmetros eletromagnéticos e para o aperfeiçoamento dos modelos teóricos, com o fito de atender aos requisitos do projeto. O repositório do *GitHub* que contém todos os programas está disponível no endereço https://github.com/JotaPeh/spherical_antennas/tree/master. Os códigos foram implementados em *Python*, valendo-se das bibliotecas da Tabela C.1, entre outras. Esses pacotes foram selecionados por sua eficiência no processamento de matrizes e na otimização de funções, características essenciais à análise de antenas de microfita esféricas.

TABELA C.1 – Bibliotecas de *Python* utilizadas e suas funções.

Biblioteca	Função
<code>scipy</code>	Funções de otimização e cálculo especial
<code>numpy</code>	Operações de álgebra linear e vetorização
<code>matplotlib</code>	Visualização de dados em gráficos estáticos
<code>plotly</code>	Visualização de dados interativa
<code>pandas</code>	Manipulação de dados estruturados

Os programas são divididos em dois módulos principais. O primeiro é um módulo de síntese de antenas, destinado à definição dos parâmetros geométricos da antena a partir de requisitos específicos de projeto, fornece a posição e a geometria das pontas de prova. O segundo é um módulo de análise de antenas, responsável por calcular os parâmetros eletromagnéticos, como impedância, ganho, razão axial e os diagramas de irradiação. As análises fazem uso intenso de funções vetorizadas e integrações oferecidas pelos pacotes `scipy` e `numpy`, além das bibliotecas `matplotlib` e `plotly`, as quais foram configuradas para exportar os resultados gráficos automaticamente. Logo, os programas desenvolvidos são explicados a seguir:

- `Análise_Cavidade.py`: Simulação baseada no modelo da cavidade ressonante.
- `Análise_LP.txt`: Resultados de análise para polarização linear.
- `Análise_CP.py`: Análise de antenas de polarização circular.
- `Análise_CP_2P.py`: Análise de antenas com polarização circular alimentadas por duas pontas de prova.
- `Análise_CP_Trunc.py`: Análise de antenas com polarização circular com uma ponta de prova e cantos truncados.
- `Auxiliar_CP_2P.py`: Auxiliar de análise para a antena com duas pontas de prova alimentada via híbrida de 90°.
- `Síntese_LP.py`: Síntese de antenas de polarização linear.
- `Síntese_CP.py`: Síntese de antenas de polarização circular.
- `Síntese_CP_2P.py`: Síntese de antenas com duas pontas de prova e polarização circular.
- `Síntese_CP_Trunc.py`: Auxiliar de síntese de antenas com polarização circular e cantos truncados.

Para executar qualquer código, utiliza-se o *Python* 3.11.6 com as bibliotecas apropriadas instaladas, descritas no `requirements.txt` do repositório, conforme instruções do `README.txt`. Basta ajustar as variáveis da maneira desejada e executar a síntese ou análise desejada no terminal, por exemplo, com `python Análise_CP.py`. Em seguida, no caso das análises, digita-se o arquivo com os parâmetros a serem analisados. Certifica-se de que a pasta `HFSS` contenha os resultados necessários advindos de simulações das antenas no *HFSS*, geralmente no formato de valores separados por vírgula (*Comma-Separated Values*), para a apropriada geração de imagens comparativas nas análises.

Para as sínteses, um arquivo de texto é gerado ao final com os parâmetros projetados, além de algumas figuras com o *patch* projetado. Para as análises, uma pasta com o nome da análise realizada será gerada dentro de `Resultados`, com as figuras de saída. Ademais, um arquivo de texto com os valores de ganho, eficiência de irradiação e diretividade também pode ser gerado ao final.

FOLHA DE REGISTRO DO DOCUMENTO

1. CLASSIFICAÇÃO/TIPO TC	2. DATA 02 de agosto de 2024	3. DOCUMENTO Nº DCTA/ITA/TC-014/2024	4. Nº DE PÁGINAS 148
5. TÍTULO E SUBTÍTULO: Análise e Projeto de Antenas de Microfita Esféricas com Polarização Circular			
6. AUTOR(ES): João Pedro Falcão da Silva			
7. INSTITUIÇÃO(ÓES)/ÓRGÃO(S) INTERNO(S)/DIVISÃO(ÓES): Instituto Tecnológico de Aeronáutica – ITA			
8. PALAVRAS-CHAVE SUGERIDAS PELO AUTOR: Antenas de microfita esféricas; Polarização circular; Sistemas GNSS; Sistemas GPS; Ressoadores a cavidade; Modelo da corrente magnética.			
9. PALAVRAS-CHAVE RESULTANTES DE INDEXAÇÃO: Antenas de microfita; Polarização circular; Ressoadores a cavidade; Sistemas de posicionamento; Sistemas de navegação por satélite; Telecomunicações; Engenharia eletrônica.			
10. APRESENTAÇÃO: (X) Nacional () Internacional ITA, São José dos Campos. Curso de Graduação em Engenharia Eletrônica. Orientador: Prof. Daniel Basso Ferreira. Publicado em 2024			
11. RESUMO: Este trabalho propõe uma metodologia de análise e projeto para antenas de microfita montadas sobre superfícies esféricas, com <i>patches</i> retangulares e polarização circular, visando atender às demandas dos sistemas globais de navegação por satélite (<i>GNSS</i>), entre outras crescentes aplicações de comunicação. Utilizando os modelos analíticos da cavidade ressonante, para o cálculo da impedância de entrada e dos modos de operação da cavidade equivalente, bem como da corrente magnética, para a determinação dos campos distantes irradiados, aplicam-se diversas técnicas de síntese de antenas circularmente polarizadas. O estudo apresenta projetos eficientes de antenas para recepção de sinais <i>GNSS</i> , além da avaliação de seus parâmetros e figuras de mérito. Os projetos são auxiliados por programas computacionais implementados em <i>Python</i> , e os resultados obtidos são comparados com simulações numéricas conduzidas no software <i>Ansys HFSS</i> , o que permite verificar a validade dos dados e o desempenho das antenas projetadas, que atingem razões axiais menores que 0,5 dB na direção de máxima irradiação. Ademais, o tempo para o projeto completo de uma antena com os programas em <i>Python</i> é 3,5 vezes menor do que uma única simulação no <i>HFSS</i> , evidenciando a eficiência computacional da metodologia adotada.			
12. GRAU DE SIGILO: (X) OSTENSIVO () RESERVADO () SECRETO			