

## Lemmata aus Vorlesung 1 mit Erklärungen

### Lemma 1.8 (Bandreduktion)

Zu jeder  $k$ -Band-Turing-Maschine  $M_k$  gibt es eine Turingmaschine  $M$ , die  $M_k$  effizient simuliert. Insbesondere gilt:

$$\mathcal{L}(M_k) = \mathcal{L}(M)$$

Falls  $M_k$  deterministisch ist, dann ist auch  $M$  deterministisch.

Explanation: Any multi-tape Turing machine can be simulated by a single-tape Turing machine without changing the accepted language.

شرح: يمكن تقليد آلة تورنغ متعددة الأشرطة بواسطة آلة بشرط واحد فقط، دون أن يتغير اللغة التي تقبلها.

### Lemma 1.9 (Alphabetsreduktion)

Sei  $M = (Q, \Sigma, \Gamma, \sqcup, q_0, \delta, Q_F)$  eine Turingmaschine. Es existieren eine Abbildung:

$$\text{bin} : \Gamma^* \rightarrow \{0, 1\}^*$$

und eine Turingmaschine

$$M_{\text{bin}} = (Q', \{0, 1\}, \{0, 1, \sqcup\}, q'_0, \delta', Q'_F)$$

so dass gilt:

$$w \in \mathcal{L}(M) \iff \text{bin}(w) \in \mathcal{L}(M_{\text{bin}})$$

Falls  $M$  ein Entscheider ist, dann ist auch  $M_{\text{bin}}$  ein Entscheider.

Explanation: Any Turing machine can be transformed to use only the binary alphabet  $\{0,1\}$  without changing the accepted language.

شرح: يمكن تحويل أي آلة تورنغ لتعمل على رمزين فقط (0 و 1) دون تغيير اللغة المقبولة.

### Lemma 1.11 (Einseitig beschränktes Band)

Zu jeder Turingmaschine  $M$  mit beidseitig unendlichem Band gibt es eine Turingmaschine  $M'$  mit rechts unendlichem Band, die  $M$  effizient simuliert. Insbesondere gilt:

$$\mathcal{L}(M') = \mathcal{L}(M)$$

Explanation: A Turing machine with a right-infinite tape can simulate a full two-way infinite tape machine without loss of computational power.

شرح: آلة تورنغ التي لا تتحرك إلا يميناً (وبداية الشريط محددة) يمكنها تقليد آلة كاملة بشرط لا نهائي في الاتجاهين.