

Lemmata aus Vorlesung 1 mit Erklärungen

Lemma 1.8 (Bandreduktion)

Zu jeder k -Band-Turing-Maschine M_k gibt es eine Turingmaschine M , die M_k effizient simuliert. Insbesondere gilt:

$$\mathcal{L}(M_k) = \mathcal{L}(M)$$

Falls M_k deterministisch ist, dann ist auch M deterministisch.

Explanation: Any multi-tape Turing machine can be simulated by a single-tape Turing machine without changing the accepted language.

شرح: يمكن تقليد آلة تورنخ متعددة الأشرطة بواسطة آلة بشرط واحد فقط، دون أن تتغير اللغة التي تقبلها.

Lemma 1.9 (Alphabetsreduktion)

Sei $M = (Q, \Sigma, \Gamma, \sqcup, q_0, \delta, Q_F)$ eine Turingmaschine. Es existieren eine Abbildung:

$$\text{bin} : \Gamma^* \rightarrow \{0, 1\}^*$$

und eine Turingmaschine

$$M_{\text{bin}} = (Q', \{0, 1\}, \{0, 1, \sqcup\}, q'_0, \delta', Q'_F)$$

so dass gilt:

$$w \in \mathcal{L}(M) \iff \text{bin}(w) \in \mathcal{L}(M_{\text{bin}})$$

Falls M ein Entscheider ist, dann ist auch M_{bin} ein Entscheider.

Explanation: Any Turing machine can be transformed to use only the binary alphabet $\{0, 1\}$ without changing the accepted language.

شرح: يمكن تحويل أي آلة تورنخ لتعمل على رموزين فقط (0 و 1) دون تغيير اللغة المقبولة.

Lemma 1.11 (Einseitig beschränktes Band)

Zu jeder Turingmaschine M mit beidseitig unendlichem Band gibt es eine Turingmaschine M' mit rechts unendlichem Band, die M effizient simuliert. Insbesondere gilt:

$$\mathcal{L}(M') = \mathcal{L}(M)$$

Explanation: A Turing machine with a right-infinite tape can simulate a full two-way infinite tape machine without loss of computational power.

شرح: آلة تورنخ التي لا تتحرك إلا يميناً (وبداية الشريط محددة) يمكنها تقليد آلة كاملة بشرط لا نهائي في الاتجاهين.